

ELEVERS ROLLER I MATEMATIKKSAMTALE

Tove Annette Holter



**Erfaringsbasert master i undervisning
med fordypning i matematikk**

Matematisk institutt

UNIVERSITETET I BERGEN

Høst 2017

Forord

Å ta en mastergrad er ingen spøk, og å ta en mastergrad samtidig som man har jobb og familie er enda mindre spøk. At denne masteravhandlingen nå foreligger er ingen selvfølge. "Hvis jeg ikke NÅ snart kommer i gang, blir det ingenting av" er en setning jeg både har tenkt og sagt høyt opp til flere ganger gjennom de siste to årene. Da jeg startet på dette tilsynelatende evigvarende prosjektet for fire og et halvt år siden var det var nesten så jeg ikke turte å fortelle i heimen at jeg hadde søkt, og da jeg fortalte det forsikret jeg om at "du kommer ikke til å merke noe til det, altså! Kors på halsen!".

Vel. Jeg tror både mann og barn har merket at jeg har holdt på med en mastergrad. Men jammen ble den ferdig, og i den forbindelse er det noen som fortjener en stor takk.

Min gode veileder Ove Gunnar Drageset: Du har vært utrolig kjapp med tilbakemeldinger, og de har vært meget grundige og akkurat slike jeg har hatt behov for. Uten din veiledning hadde det ikke blitt noen masteroppgave.

Hilde, min kjære leder: Uten din fleksibilitet og evne og vilje til å tilrettelegge hadde jeg gitt opp. Takk for all hjelp og støtte!

Kolleger på arbeidsrommet: Takk for at dere har tålt både mitt fravær og mitt nærvær.

Tusen takk til Markus, Tora og Rakel for at dere har holdt ut med deres gamle mor.

Og sist, men på ingen måte minst: Kjære Christian, takk for at du har holdt ut med meg. Igjen. Det har jammen ikke verdt enkelt. Men NÅ er det slutt på studiene, altså!

Det går nemlig an å lese en bok uten å ta eksamen. Tror jeg.

Innhold

Forord.....	3
1. Innledning.....	7
1.1 Bakgrunn for studien.....	7
1.2 Formål med studien og forskningsspørsmål.....	8
1.3 Avhandlingens oppbygning.....	9
2. Teoretisk bakgrunn.....	10
2.1 Det norske matematikklassemmet.....	10
2.2 Hvordan samtaler elever om matematikk?.....	11
2.3 Hvordan legge til rette for gode samtaler i klasserommet.....	13
2.3.1 Five Practices.....	14
2.3.2 Andre samtalegrep.....	15
2.4 Roller i klasserommet.....	17
2.5 Positioning Theory.....	19
2.6 Et todelt system for tenking.....	20
2.7 Å forstå matematikk.....	22
2.8 Oppsummering.....	23
3. Metode.....	25
3.1 Min plassering i forskningstradisjonen.....	25
3.2 Valg av metode.....	25
3.2.1 Observasjon som metode.....	27
3.3 Valg av informanter.....	28
3.4 Gjennomføring av filmopptak og transkripsjon.....	29
3.4.1 Filmopptak.....	29
3.4.2 Transkripsjon.....	30
3.5 Analysen.....	31
3.6 Validitet og reliabilitet.....	33
3.7 Etske vurderinger underveis.....	34
3.8 Kritisk blick på eget metodevalg.....	35
4. Undervisningsopplegget.....	37
4.1 Valg av matematisk tema.....	37
4.2 Om kombinatorikk i læreplanene.....	37
4.3 Gruppesammensetningen.....	38
4.4 Undervisningsøktene.....	38
4.4.1 Første undervisningsøkt.....	39

4.4.2 Andre undervisningsøkt.....	40
4.4.3 Tredje undervisningsøkt.....	40
4.5 Oppsummering av undervisningsopplegget	41
5. Funn og analyse.....	42
5.1 De ulike elevrollene.....	42
5.1.1 Den høyttenkende eleven	42
5.1.2 Den veiledende eleven.....	45
5.1.3 Den undrende eleven	47
5.1.4 Den formelavhengige eleven.....	49
5.1.5 Den stille eleven	52
5.2 Hva med de andre?.....	53
5.2.1 William.....	53
5.2.2 Sofie og Nora.....	54
5.2.3 Per.....	54
5.2.4 Fritz	55
5.2.5 Oscar.....	55
5.2.6 Maja og Olivia.....	56
5.2.7 Trine	56
5.3 Oppsummering av elevrollene.....	57
6. Drøfting.....	58
6.1.1 Den høyttenkende eleven	58
6.1.2 Den stille eleven	59
6.1.3 Den veiledende eleven.....	60
6.1.4 Den undrende eleven	60
6.1.5 Den formelavhengige eleven.....	61
6.2 Hvordan fungerer disse rollene i kombinasjon med hverandre?	61
6.2.1 Ola, Fritz og Kari.....	61
6.2.2 Per og Tor	62
6.2.3 William, Nora og Sofie	62
6.2.4 Oscar, Maja og Oliva.....	63
6.2.5 Trine, Lise og Petra	63
6.3 Noen pedagogiske refleksjoner	63
6.3.1 Å legge til rette for samtale	64
6.3.2 Å gruppere elevene.....	64
6.3.2 Å lære elevene samtalegrep.....	65
7. Oppsummering og veien videre.	66

7.1 Veien videre	67
7.1.1 Videre forskning på feltet.....	67
7.1.2 Hva studien betyr for meg i lærergjeringen.....	68
Referanser	70
Vedlegg 1 - samtykkeskjema	73
Vedlegg 2 – oppstart kombinatorikk.....	74
Vedlegg 3 – oppgaver fra NDLA.....	75

1. Innledning

I dette innledningskapitlet vil jeg gjøre rede for mitt forskningsspørsmål og bakgrunnen for at jeg valgte akkurat dette spørsmålet. Jeg vil også redegjøre for hvordan selve avhandlingen er bygget opp.

1.1 Bakgrunn for studien

Som matematikklærer i norsk videregående skole gjennom ca ti år har jeg opplevd mange ulike klasserom – noen er fulle av mye prat, andre er stille. I noen klasserom snakkes det om fag, i andre klasserom er det mye utenomfaglig snakk. I noen klasser jobber elever sammen med oppgaver hvis de blir bedt om det, mens i andre klasser sitter elevene og jobber individuelt selv om oppdraget er å jobbe sammen. Gjennom erfaringene mine med de ulike tilnærmingene elever har til å snakke om matematikk ble jeg interessert i hvordan det å samtale om matematikk kan påvirke læring.

Muntlige ferdigheter er en av de fem grunnleggende ferdighetene som gjelder i alle fag og "*er avgjørende redskaper for læring i alle fag og samtidig en forutsetning for at eleven skal kunne vise sin kompetanse*" (Utdanningsdirektoratet, 2017b). I læreplanen for matematikk fellesfag finner vi følgende:

Munnlege ferdigheiter i matematikk inneber å skape meining gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk. Det inneber å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrepsbruk. Det vil seie å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte matematiske problem, løysingar og strategiar med andre. Utvikling i munnlege ferdigheiter i matematikk går frå å delta i samtalar om matematikk til å presentere og drøfte komplekse faglege emne. Vidare går utviklinga frå å bruke eit enkelt matematisk språk til å bruke presis fagterminologi og uttrykksmåte og presise omgrep. (Utdanningsdirektoratet, 2017 c)

Når vi beveger oss over til programfagene i matematikk (matematikk for realfag og matematikk for samfunnsfag) har læreplanforfatterne valgt å slå sammen muntlige og skriftlige ferdigheter, men verdien av samtaler er likevel understreket. Sitatet her er hentet fra læreplanen for matematikk for realfag, men formuleringen er nokså lik i matematikk for samfunnsfag:

Å kunne uttrykke seg muntlig og skriftlig i matematikk for realfag innebærer å formulere logiske resonnementer, forklare en tankegang og sette ord på oppdagelser, ideer og hypoteser. **Det vil si å stille spørsmål, delta i samtaler og drøftinger av matematiske situasjoner og problemer og argumentere for egne løsningsforslag (min utheving).** Å formulere et matematisk bevis skriftlig med bruk av korrekt matematisk notasjon og logisk gyldige slutninger inngår. I tillegg betyr det å skrive matematiske symboluttrykk og sette opp eller tegne tabeller, diagrammer, grafer og geometriske figurer. (Utdanningsdirektoratet, 2017a)

Det er altså liten tvil om at muntlige ferdigheter og samtale skal være sentralt i opplæringen i matematikk, også i videregående skole. Jeg ønsket å se nærmere på hvordan samtaler i matematikk foregår i programfagene i matematikk. Dette av to grunner, hvor den ene er at det er i disse fagene jeg selv har mest undervisningserfaring. Den andre er som vi vil se i kapittel 2 at mye av den tidligere forskningen på området har foregått i grunnskolen eller tilsvarende. Derfor ønsker jeg å bidra til mer forskning på elever i videregående skole.

Gjennom mitt arbeid som matematikklærer i videregående skole har jeg møtt mange ulike matematikkelever. Jeg har møtt dem som synes alt er lett og dem som synes alt er vanskelig. Jeg har møtt elever som snakker mye i timene, og elever som ikke åpner munnen. Jeg har møtt elever som jobber sammen med oppgaver, og elever som sitter alene med oppgavene sine. Min egen erfaring har vært at de elevene som har vært gode på å snakke med hverandre og med meg om matematikken har hatt de beste resultatene og den største fremgangen. Med bakgrunn i dette ønsket jeg i mitt masterarbeid å se nærmere på hvordan samtale i matematikk foregår. Jeg ønsket å lære mer om hvordan man som lærer kan jobbe for at denne samtalen skal være mest mulig fruktbar og læringsfremmende og for at alle elever skal få muligheten til å utvikle sin matematiske forståelse gjennom å formulere seg muntlig.

1.2 Formål med studien og forskningsspørsmål

Målet med å gjennomføre denne studien er å få en større forståelse for hvordan elever i videregående skole snakker sammen om matematikk for slik å bedre kunne legge til rette for gode matematikksamtaler. Da temaet for masterstudien var bestemt, startet arbeidet med å sette meg inn i forskning rundt temaet "samtale i matematikkundervisningen" og vurdere ulike måter å undersøke dette temaet på. I kapittel 3 kommer en grundig redegjørelse for hvilke refleksjoner som ligger til grunn for de metodiske valgene som er gjort. Valget falt på å gjennomføre en deltakende observasjonsstudie. I den første fasen av analysearbeidet ble

forskningsspørsmålet omformulert flere ganger. Det som hele tiden sto klart for meg var at mitt forskningsobjekt skulle være hvordan elever snakker sammen om matematikk. Den første utgaven av forskningsspørsmålet var relativt åpent: "Hvordan snakker matematikkelever sammen?". Etter hvert som arbeidet med datamaterialet gikk framover ble det tydelig for meg at elevene hadde ulike roller i samtalene. Det å kunne identifisere disse rollene og kunne finne måter å utfordre elever til å snakke om matematikk på nye og eventuelt bedre måter vil kunne være et fruktbart resultat av denne studien. Derfor ønsket jeg å undersøke hva slags roller elevene har når de samtaler om matematikk. Det endelige forskningsspørsmålet mitt er:

"hvilke ulike roller har elever når de deltar i matematikksamtaler med andre elever i klasserommet?"

Begrepet *rolle* kan forstås på flere måter. Lyng har i sitt arbeid med elevroller, identitet og læring i ungdomsskolen tatt for seg hvordan elevenes utenomfaglige roller påvirker elevenes læring og omvendt (Lyng, 2004), mens Barnes (2005) i sitt arbeid har undersøkt det hun kaller elevenes "positioning" i klasserommet. I kapittel 2.4 og 2.5 finnes en grundig redegjørelse for forståelsen av begrepet "rolle". I min studie vil rollebegrepet ligge tett opp til den måten Barnes bruker ordet "position", men jeg har valgt å holde meg til ordet "rolle". I mitt arbeid vil rollebegrepet begrense seg til elevenes deltagelse i selve læringsarbeidet, siden det er dette jeg har tilgang til gjennom mitt datamateriale. Dette vil jeg komme nærmere inn på i de påfølgende kapitlene.

1.3 Avhandlingens oppbygning

I kapittel 2 vil jeg gi en teoretisk ramme for hvor mitt forskningsprosjekt befinner seg. Kapittel 3 vil være viet til metodiske refleksjoner og en redegjørelse for mine egne valg av forskningsmetode og datautvalg. Dette innebærer også en diskusjon rundt studiens reliabilitet og validitet. I kapittel 4 vil jeg gi en redegjørelse for undervisningsopplegget og det matematikkfaglige innholdet som studien bygger på. I kapittel 5 vil jeg redegjøre for mine funn, altså de ulike rollene jeg har funnet at elevene har. Kapittel 6 vil være en drøfting av disse rollene sett i lys av den aktuelle teorien jeg har lagt frem i kapittel 2, før oppgaven avrundes med kapittel 7 som viser hvor jeg ser for meg at veien kan gå videre fra denne studien.

2. Teoretisk bakgrunn

Denne avhandlingen tar for seg samtaler som læringsform i matematikk. I klasserommet foregår samtaler både mellom elever og mellom lærer og elev. Begge disse samtaleformene er potensielle læringsarenaer for elevene, og ville ha vært like gode forskningsobjekter. I min studie har jeg konsentrert meg om samtale som foregår mellom elever i små grupper hvor læreren går rundt i klasserommet og av og til bryter inn i samtalen. I dette kapitlet vil jeg gi et overblikk over noe av forskningen som allerede er gjort på samtale i klasserommet og annen forskning som er relevant for min studie.

2.1 Det norske matematikklasserommet

Mellin-Olsen hevdet i 1990 at det norske matematikk-klasserommet generelt har vært preget av det vi kan kalle *oppgavediskursen* (Mellin-Olsen, 1990). I denne diskursen kan en typisk matematikktime beskrives slik: Timen starter med at læreren gjennomgår leksen før han går videre med gjennomgang av nytt tema, gjerne med innslag av en viss elevmedvirkning i form av spørsmål som læreren leder i riktig retning. Resten av timen arbeides det med oppgaver i boken mens læreren går rundt og hjelper enkeltelever. Alrø og Skovsmose kaller denne formen for matematikkundervisning for "oppgaveparadigmet" (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 30). Hundeland (2007) gjennomførte i 2005 en studie med utgangspunkt i Mellin-Olsen sin oppgavediskurs som viser at denne praksisen fortsatt var levende tilstede i den norske videregående skolen. Han argumenterer for at "pensum" i læreplanen¹ og vurderingsordningen med sentralgitt eksamen sammen med den knappe tiden i de fleste fagkodene er med på å opprettholde oppgavediskursen. Fokuset både i den enkelte time og i det overordnede planarbeidet blir da å sette elevene i stand til å utføre de oppgavetyperne de møter på en eksamen. Dette vil kunne føre til at arbeidsmåten som følger av denne diskursen vil kunne være den letteste å følge for lærerne. Også for elevene som har levd i oppgavediskursen i hele sitt skolematematikkliv er denne arbeidsmåten lett gjenkjennelig og "enkel" å forholde seg til. Vi kan se på dette som et eksempel på den didaktiske kontrakten mellom lærere og elever. I matematikkundervisningen har både lærere og elever en bestemt oppfatning av hvordan en undervisningsøkt i matematikk skal være (Brousseau, 2002). Selv om viktigheten av å samtale i matematikk har vært uttalt i læreplanene for hele

¹ "pensum" er her satt i anførselstegn fordi dette ikke lenger er et formelt begrep som er i bruk, men kompetansemålene i dagens læreplan er konkrete nok til at de får den samme praktiske betydningen for undervisningen.

utdanningsløpet allerede siden L97 (Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement, 1996; Utdanningsdirektoratet, 2017b) finnes flere studier som tyder på at mange elever fortsatt oppfatter den didaktiske kontrakten i matematikkundervisningen på samme måte som den Mellin-Olsen beskrev i 1990. Vi har blant annet Vavik et al (2009) som påpeker at det fortsatt er slik at praksiser som vektlegger elev- og klasseromsdialoger blir mindre vektlagt enn de tradisjonelle praksisene. Også i arbeidet med PISA+ står matematikkundervisningen fram som fortsatt preget av oppgaveløsning og individuelt arbeid fremfor samarbeidslæring og dialogisk tenkning (Klette, et al., 2008)

2.2 Hvordan samtaler elever om matematikk?

I denne studien har jeg vært mest opptatt av de samtalene læreren ikke styrer direkte. De lærerstyrte samtalene vil likevel kunne være viktige for hvordan elevene snakker med hverandre når læreren ikke er tilstede. Læreren vil kunne fungere som en modell for elevene, slik at hvordan denne har for vane å styre samtaler vil påvirke hvordan elever samtaler seg imellom (Mercer & Sams, 2006). Det er også sann at samtaler mellom elever ofte vil ha behov for at læreren griper inn for å styre samtalen, siden de ikke nødvendigvis klarer å holde seg i faglig modus selv (Sfard & Kieran, 2001; Bergem & Klette, 2016; Mercer & Sams, 2006).

Mange forskere har de senere årene undersøkt om metoder med fokus på samtalene kan gi bedre matematikklæring.. Sfard og Kieran (2001) gjennomførte et forskningsprosjekt i Montreal, Canada over fem år på nittitallet som fokuserte på samtale og diskusjon som læringsverktøy i matematikk. I utgangspunktet skulle prosjektet handle om læring av algebra, men mens de arbeidet med prosjektet endret fokuset seg og forskningsresultatene deres er først og fremst relatert til kommunikasjon. Grunnen til dette er blant annet samtaler mellom to kanadiske 7.-klassinger som på overflaten virker som de har gode matematikksamtaler og forbedrer sine matematikkresultater. I arbeidet med samtalene mellom disse to guttene utviklet forskerne et analysesystem som så på hvert enkelt utsagn og vurderte om det sto for seg selv, om det var relatert til det som ble sagt like før, om det pekte fremover og ikke minst om det relaterte seg til det den andre hadde sagt (Sfard & Kieran, 2001). Gjennom denne analysen av samtalene viser de at guttene har liten eller ingen faglig kommunikasjon seg imellom. Det virker dermed som at guttenes forbedring av resultatene er mer på tross av enn på grunn av samarbeidet. Konklusjonen for forskerne var at samtaleteknikkene må læres.

Med utgangspunkt i blant annet forskningen til Sfard og Kieran og tidligere egen forskning (Mercer, 2000) gjennomførte Mercer og Sams en omfattende studie om hvordan barn snakker

sammen om fag hvor de nettopp ønsket å lære barna teknikker for å samtale bedre. Studien tok for seg både naturfag og matematikk (Mercer, 2000; Mercer & Sams, 2006). Mercer og Sams sitt forskningsprogram gikk ut på å implementere et undervisningsopplegg som de kalte "Thinking together" som tar sikte på å lære barna ferdighetene de trenger for å snakke og resonere effektivt sammen.

Det er ifølge Mercer og Sams to hovedtyper av interaksjon hvor man bruker språket til å lære matematikk i skolen, den ene er lærerledet interaksjon med elever, og den andre er interaksjon mellom elever, enten i par eller i grupper. Undervisningsopplegget "thinking together" hadde som hovedmål å systematisere lærerledet og gruppebasert interaksjon i klasserommet. Man skulle øke elevenes bevissthet rundt samtalen som et middel for å "tenke sammen", man skulle gjøre elevene i stand til å utvikle evnen til å bruke språket for å tenke både kollektivt å alene, og man skulle gjøre elevene i stand til å bruke språket effektivt som verktøy i studiet av matematikk (og naturfag). Lærerne som var med i undersøkelsen ble kurset og fikk utdelt 12 planlagte undervisningsøkter som hver baserte seg på en samtaleform som kalles "Exploratory talk". Denne formen for samtale definerer Mercer som en samtale som er slik at partene forholder seg kritisk men konstruktivt til hverandres ideer. Relevant informasjon deles slik at man kan man kan vurdere den i fellesskap. Alle forslag kan utfordres, men i så tilfelle skal man gi alternativer og begrunnelser. Det skal være et mål at man skal bli enige om løsninger og svar og at kunnskap skal bli gjort tilgjengelig og at resonnementer er synlige i samtalene (Mercer, 2000, s. 153). For å identifisere denne typen samtale så forskerne etter ord som "fordi", "hvis", "hvorfor" og "jeg tror" i datamaterialet, og fant at i de tilfellene disse ordene var hyppig brukt var samtalene mellom elevene ofte preget av konstruktive diskusjoner. Mercer og Sams sammenlignet med kontrollgrupper som ikke hadde brukt undervisningsopplegget, og fant ut at undervisningsprosjektet ga positivt utslag på elevenes forståelse for matematikk (Mercer & Sams, 2006).

Forskning på matematikksamtale har også blitt gjort i Norge. Bergem og Klette har tatt utgangspunkt i materiale fra PISA+ for å se på klasseromssamtaler i den norske ungdomsskolen (Bergem & Klette, 2016). Deres konklusjoner samsvarer i stor grad med de tidligere nevnte. De fant i tillegg at elever som snakker i grupper ofte trenger at læreren kommer innom for at samtalen skal komme på "rett" spor, dvs at det skal bli både faglig innhold og også læringsfremmende.

2.3 Hvordan legge til rette for gode samtaler i klasserommet.

Konklusjonen til Sfard og Kieran (2001) var at dersom samtale skal være et godt læringsverktøy i matematikk, må kvaliteten på samtalen være god. Både elever og lærere må trenes i og bevisstgjøres gode samtaleteknikker og måter å stille og følge opp spørsmål på. Mercer og Sams (Mercer & Sams, 2006) understreker også at kvaliteten på dialogen mellom lærere og elever og mellom elever er viktig for om samtalen skal ha påvirkning på læring. Hos Alrø og Skovsmose finner vi at "the qualities of communication in the classroom influence the qualities of learning mathematics" (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 1). De beskriver videre situasjonen i den danske skolen som først og fremst å være innen det de kaller "school mathematics tradition" (2002, s. 5), en tradisjon som ifølge forfatterne legger klare føringer for hvordan samtale i klasserom foregår. Samtaler i denne tradisjonen har ofte som mål å avdekke feil ved elevenes tenkning for å kunne korrigere dem. Dette innebærer en form for "byråkratisk absolutisme" – man oppfatter matematikk som et fagområde med rette svar og dermed er det å korrigere feil noe av det viktigste for læreren. Samtalene vil ofte følge mønsteret som er blitt kalt IRE-mønsteret. IRE står for Initiative – Response – Evaluation og beskriver den type klasseromssamtale som starter med at læreren stiller et spørsmål, en elev svarer og læreren forklarer om det er riktig eller ikke. Lærerens fokus i en slik samtale er ofte selve svaret, og ikke på hvilken strategi eleven har brukt for å komme frem til dette svaret (Alrø & Skovsmose, 2002; Franke, Kazemi, & Battey, 2007). Et alternativ der eleven er noe mer aktiv i samtalen er at læreren leder elevene gjennom oppgaveløsningen trinn for trinn ved å stille spørsmål om neste trinn i oppgaven. Det fører til at det er læreren som gjør tenkingen mens elevene svarer på relativt enkle og ofte ledende spørsmål. Denne måten å lede klasseromssamtale på kalles ofte "*traktmetoden*" (Wood, 1998; Franke, Kazemi, & Battey, 2007). Her er elevene rett nok mer aktive, men de får få eller ingen utfordringer da det er læreren som gjør alt tankearbeidet. Elevene selv får ofte bare helt enkle spørsmål som ikke i seg selv er utfordrende. Gjennom undersøkelser som Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) har forskere vist at selv om man forsøker å bryte dette mønsteret ved å sette studenter i grupper eller å stille åpnere spørsmål mangler fortsatt ofte elevene evnen til å ha konstruktive matematikksamtaler (Stigler & Hiebert, 2009; Franke, Kazemi, & Battey, 2007). For å bøte på dette må læreren legge bedre til rette for at elevenes bidrag i samtalen skal gi bedre læring.

2.3.1 Five Practices

Internasjonale undersøkelser som sammenligner resultater i og mellom land, som TIMSS og PISA+, har skapt grobunn for diskusjoner verden over. I land som havner et stykke lenger ned på listen enn man ønsker diskuteres hvordan undervisningen i skolen skal bli bedre (Grønmo, Hole, & Onstad, 2016; Bergem & Klette, 2016; Stigler & Hiebert, 2009; Smith & Stein, 2011). Et av resultatene av forskning på data fra disse undersøkelsene er "Five Practices for productive Mathematics Discussions" (Smith & Stein, 2011). Dette er et rammeverk for å legge til rette for gode matematikksamtaler som er blitt utviklet av det amerikanske National Council of Teachers of Mathematics. Som navnet antyder er rammeverket delt i fem faser. Den første fasen handler om hvordan man forbereder en undervisningsøkt, mens de fire siste fasene foregår i selve undervisningssituasjonen. Fase 1 er *forventningsfasen* (Smith & Stein, 2011). I denne fasen planlegger læreren timen. De viktigste valgene læreren tar i denne fasen er hvilke oppgaver elevene skal arbeide med. Oppgavene bør være av en slik art at de gir mulighet for flere løsningsmetoder. I denne første fasen er det viktig for læreren å jobbe nøye med oppgavene og forsøke å forutse hva slags løsningsmetoder elevene vil kunne komme til å velge, og hvilke eventuelle feil de kan komme til å gjøre. På denne måten vil læreren være godt forberedt til å veilede elever på mange ulike måter. Fase 2 er *overvåkingsfasen*. I denne fasen sirkulerer læreren i klasserommet og følger med på elevene samtaler. Han sjekker hva slags løsningsmetoder elevene bruker, og kan delta i samtalene der det er hensiktsmessig. I denne fasen skaffer han seg oversikt over hvilke av gruppene som har valgt hvilke løsningsstrategier, om elevene har kommet opp med noen han selv ikke hadde tenkt på og om det finnes noen misforståelser. I den tredje fasen, *selekteringsfasen*, velger læreren ut hvilke elever som skal presentere sine løsninger. Utvelgelsen er basert på lærerens ønske om å legge frem bestemte matematiske ideer. På denne måten kan læreren ta kontroll over den matematiske samtalen i klassen slik at han vet hvilke løsninger som kommer når han ber en bestemt elev om å legge frem sitt forslag (Smith & Stein, 2011). Dette kan være med på å demme opp for en av de største farene ved å slippe elever løs i matematikksamtalen, nemlig at elevenes samtale kan være læringshemmende heller enn læringsfremmende (Sfard & Kieran, 2001; Bergem & Klette, 2016). Den fjerde fasen, *sekvenseringsfasen*, henger sammen med selekteringsfasen. I denne fasen bestemmer læreren hvilken rekkefølge de ulike elevene skal legge frem sine løsningsforslag. Denne sekvenseringen foregår på en slik måte at læreren kan bygge opp matematikktimen slik han kan bestemme hvilke typer løsninger og strategier han vil starte med. Slik kan han for eksempel velge å starte med de enkleste løsningsstrategiene

(som å telle opp antall muligheter, tegne opp situasjoner osv) og bygge opp til mer formelle matematiske metoder hvis han ønsker det.

Den femte og siste fasen, *peke på sammenhenger*, er på mange måter den mest kritiske fasen. Det er her læreren skal sette de løsningsmetodene elevene har vist inn i en matematisk sammenheng. Han skal vise hvordan de ulike løsningene henger sammen med hverandre og med timens tema. Han skal også vise hvordan denne ene matematikktimens tema henger sammen med andre temaer. Det er i denne fasen læreren kan unngå at elevenes fremvisning kun blir det Smith & Stein kaller "show-and-tell" (2011, s. 5). Den sistnevnte situasjonen innebærer at elevene viser frem sine løsninger og får vite om de er korrekte eller ikke uten at læreren bruker ikke løsningene til å utvikle en bredere matematisk forståelse hos elevene. Ved å følge de fem fasene i "Five Practices" får man god mulighet til å kunne bruke elevenes bidrag på en slik måte at alle får nytte av dem.

2.3.2 Andre samtalegrep

Det finnes også en del mindre grep man kan gjøre i klasserommet for at samtale elevene deltar i skal være fruktbare og læringsfremmende som ikke nødvendigvis innebærer å endre hele timeoppbyggingen slik en gjør med "Five Practices". Mercer og Sams hadde sin "Exploratory Talk" som var en opplæring i hvordan elevene skal kunne snakke bedre sammen om matematikk. Etter gjennomført opplæring er det meningen at elevene skal kunne bruke disse teknikkene i alle fagsamtaler. Hos Wood (1998) finner vi en annen alternativmetode for å lede klasseromssamtale som han kaller "*fokusering*". Læreren tar her tak i det en elev sier og stiller spørsmål til eleven som gjør at eleven selv må forklare og gjøre rede for sin tenking, både til læreren og til resten av klassen eller gruppen. Denne måten å lede samtale på er åpnere enn *traktmetoden* som ble beskrevet tidligere i dette kapittelet. Et slikt samtalemønster finner vi i klasser der elevene forventes å tenke og formidle sine tanker om matematikk. Det er en viss risiko forbundet med å synliggjøre sine tanker for medelever, dermed er man avhengig av at klasseromsmiljøet er bygget på en slik måte at elevene våger å gjøre dette (Wood, 1998).

Hos Alrø og Skovsmose finner vi en modell for å legge til rette for samtale i matematikkundervisningen. De ønsket et alternativ til det oppgaveparadigmet de fant når de så på undervisningen og kalte sin modell for et "*undersøkelseslandskap*" (Alrø & Skovsmose, 2002). Denne modellen beskriver et matematikklasserom der oppgaver gjerne blir byttet ut med mer åpne spørsmål som kan gi grobunn for at elevene skal ha mer læringsfremmende

samtaler gjennom at de selv må formulere spørsmål og planlegge hvilke undersøkelser de skal gjøre. Som i "Exploratory Talk" er det her noen nøkkelspørsmål som er viktige for å skape slike landskap, for eksempel "hva hvis...?", "Hvorfor er det sånn at...?" og lignende (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 49). Alrø og Skovsmose har trukket ut åtte samtaleelementer som utgjør kjernen i et slikt undersøkelseslandskap hvor samtalene mellom elever står sentralt. Disse åtte er *å komme i kontakt*, *lokalisere*, *identifisere*, *å advokere* (engelsk: to advocate), *å tenke høyt*, *å reformulere*, *å utfordre* og *å evaluere* (Alrø & Skovsmose, 2002). *Å komme i kontakt* handler om å være innstilt på å lytte til og delta i samtalen med partner(e). Å lytte aktivt ved å stille spørsmål eller ved å verbalt og ikke-verbalt anerkjenne andres bidrag er vesentlig her. *Å lokalisere* handler om å oppdage nye ting, eller å finne ut noe man ikke visste om på forhånd. "Hva hvis...?" – spørsmålene kan være en måte å finne fram til disse oppdagelsene. *Å identifisere* handler om å finne matematikken i det man har funnet ut, om å bli i stand til å kjenne igjen matematiske prinsipper eller algoritmer som man har lokalisert. *Å advokere* handler om å kunne argumentere for egne og enda mer for andres synspunkt og forslag, og å kunne reflektere sammen uten å være låst i at ens egen forståelse er den (eneste) rette, å kunne hevde ditt synspunkt men samtidig være villig til å revurdere dette synspunktet. *Å tenke høyt* innebærer å uttrykke tanker, ideer og følelser mens undersøkelsesprosessen foregår, altså før tanken nødvendigvis er ferdigtenkt. *Å reformulere* betyr å gjenta hva medelever sier, enten ved å sitere eller ved å formulere på en annen måte. Ved å bruke dette grepet kan man forsikre seg om at alle i gruppen har forstått hva som har blitt sagt. *Å utfordre* er å stille spørsmål ved ting som man allerede er blitt enige om, enten konklusjonen allerede har gått gjennom flere av de andre elementene eller om det er noe man blir enig om raskt. Igjen kan spørsmål som "hva hvis...?" og "Hvorfor...?" være med på å klargjøre eller revurdere perspektiver og å sende tankene i nye retninger. *Å evaluere* handler om å gi og få kritikk enten fra medelever eller lærer, råd eller lignende. (Alrø & Skovsmose, 2002).

Rekkefølgen på elementene i denne modellen er ikke statisk, elementene oppstår i ulik rekkefølge og kan ta mange former. I en samtale mellom elever kan man se mange av disse elementene eller bare noen få. Enkelte av elementene kan også dukke opp plutselig i en samtale som ellers ikke bærer preg av læringsfremmende innhold.

Kazemi og Hintz (2014) lanserer en annen måte å systematisere klasseromssamtale på som de kaller Intentional Talk. Deres forskning har mest foregått i barneskole og ungdomsskole. De bygger den gode matematiske klasseromdiskusjonen på fire prinsipper: 1: At diskusjoner burde føre til at man oppnår et matematisk mål, og at ulike typer av mål krever ulike

planlegging og ledelse. 2: At elevene må vite hva og hvordan de skal dele, slik at ideene deres blir hørt og nyttige for andre. 3: Lærere må henlede elevenes oppmerksomhet på hverandre og de matematiske ideene slik at hvert medlem av klassen blir involvert i å nå det matematiske målet. 4: Lærere må kommunisere at alle barn konstruerer mening og at ideene deres blir verdsatt (Kazemi & Hintz, 2014).

2.4 Roller i klasserommet

Et grep som kan brukes for å få elever til å snakke mer aktivt sammen i grupper og å få alle deltagerne på banen er å dele ut ulike roller til elevene i gruppen. Sjöblom og Meaney (2016) gjennomførte et forskningsprosjekt i en svensk videregående skole med stor andel av elever med annet morsmål enn svensk. Her delte de ut roller som ordstyrer, referent, tenker og redegjører, i tillegg til at alle skulle ha rollen som spørsmålstiller. Målet var at elevene ved hjelp av å få tildelt faste roller skulle kunne komme bort fra det at det var de samme som gjorde de samme oppgavene hver gang. Selv med disse tydelige rollebeskrivelsene viste det seg at det likevel ble mye individuelt arbeid. I sin studie kom de fram til at de måtte fokusere vel så mye på elevenes evne til å lytte som til å snakke, for å øve opp elevenes kompetanse på å snakke sammen om matematikk. Uten at elevene lyttet til det de andre sa, ville ikke gode matematikksamtaler kunne oppstå (Sjöblom & Meaney, 2016).

Ofte vil man se at ulike elever har ulike roller i samtalene selv om formelle roller ikke er fordelt. For eksempel kan det at en part i en samtale føler seg underlegen den andre legger føringer på hva slags matematiske bidrag denne parten bidrar med i samtalen og hvor mye både den underlegne og den overlegne vil kunne få ut av den matematiske samtalen (Sfard & Kieran, 2001). Dette kan sees i lys av *rolleteori*. Den moderne rolleteorien har sin opprinnelse midt på 1900-tallet, og er en måte å se på sosial interaksjon som en parallell til teaterscenen. Man sier at mennesker opptrer i ulike roller etter som hva slags relasjon man har til menneskene rundt seg og hvordan man ser på seg selv (Iltstad & Nystuen, 1988). Roller kan være bevisste eller ubevisste, og mer eller mindre statiske. Goffmann legger vekt på at mennesket alltid opptrer i en slags rolle når det er i interaksjon med andre mennesker (Goffmann, 1959). Hans forskningsobjekt er først og fremst dagligdags interaksjon mellom mennesker og ikke faglig interaksjon. Hans tar for seg *den dramaturgiske metaforen* hvor han sammenligner menneskers opptreden i sosial interaksjon med hvordan skuespillere opptrer. Man oppfører seg annerledes på scenen enn bak scenen, og man oppfører seg også ulikt alt etter som man bevisst eller ubevisst føler at man må spille en rolle eller om man kan være seg selv. (Goffmann, 1959).

I psykologien skiller vi mellom det vi kaller *formelle* og *uformelle roller* (Svendsen, Herheim, & Larsen, 2017). De formelle rollene er roller som er tildelt oss, for eksempel lærer, elev, lege, kasserer eller lignende. Dette er roller der innholdet er klart definert, gjerne i en formell rollebeskrivelse. For eksempel skal en kasserer skal føre regnskap og holde kontroll på økonomien og en elev skal møte på skolen og tilegne seg lærdom. De uformelle rollene er roller mennesker har i sosialt samspill med andre. I arbeidslivet kan man for eksempel snakke om møteplageren, unnasluntrereren og lignende. Som Goffmann (1959) viste er ikke alltid de uformelle rollene bevisste, men de kan være det. I én sosial setting kan man for eksempel velge å spille rollen som en som ikke deltar i samtaler og diskusjoner selv om man i andre sosiale sammenhenger velger annerledes. Andre uformelle roller kan være mer ubevisste, som for eksempel at man opptrer underdanig i møte med en autoritær leder.

Hos Lyng (2004) finner vi en beskrivelse av ulike elevtyper og elevroller hos norske ungdomsskoleelever. Materialet ble samlet inn gjennom en omfattende deltakende observasjon i norsk ungdomsskole og var en del av prosjektet "lære for livet?" ved Arbeidsforskningsinstituttet. Dette prosjektet inngikk i Norges Forskningsråds program for evaluering av Reform 97 (Lyng, 2004). Lyng skiller i sitt arbeid mellom elevtyper og elevroller. Hun kategoriserer ungdomsskoleelever i åtte ulike typer (Machogutten, Villkatten, Nerden, Gromgutten, Gulljenta, Gutteromsguttet, Spurvejenta og Jålejenta). Hun beskriver så ulike roller elever kan ha i klasserommet og hvordan de ulike elevtypene er disponert for de ulike rollene. Hun skiller mellom offisielle og uoffisielle roller. De offisielle rollene (den aktive, den passive og overoppfylleren) er knyttet til at elevene følger opp det arbeidet som læreren forventer av dem som elever. Det er altså roller som er en del av den formelle rollen som elev selv om rollene i seg selv er uformelle. De uoffisielle rollene (klovnen, narren, avlederen, kverulanten, sabotøren, bohemen, frekkasen, sløvningen, sjongløren, dagdrømmeren, selvsysleren, småprateren og fniseren) er alle knyttet til hvordan elevene på ulik måte opponerer mot eller bryter med den "skoleoffisielle oppskriften som læreren forsøker å definere" (Lyng, 2004, s. 71). Gjennom dette arbeidet viser hun at hvilken type menneske du er påvirker hvordan du oppfører deg i en klasseromssituasjon og dermed påvirker hvordan du bidrar i en lærings situasjon. For eksempel kan ikke alle elevtyper innta alle roller. Hos Lyng er hovedfokuset på *lærings situasjoner* og hva som foregår i disse, men hun ser også på hvordan mye av elevenes identitetsbygging foregår utenfor disse situasjonene og hvordan elevene tar med seg dette inn i de faglige samtalene.

2.5 Positioning Theory

En annen måte å se denne dynamikken i faglige samtaler på er gjennom det som kalles *Positioning Theory* (Harré, 2012; Wagner & Herbel-Eisenmann, 2009). Dette teoretiske synet baserer seg på at de ulike deltakerne i en sosial setting har ulik tilgang til å delta i samtaler. Måten man bruker språket på er med på å avgjøre hva slags posisjon man tar i interaksjonen med andre mennesker. Positioning Theory springer ut av rolleteorien, men skiller seg også fra den ved at de det fokuseres mer på øyeblikkets interaksjon enn faste roller (Wagner & Herbel-Eisenmann, 2009). Man ser at det kan være flere *handlinger* (storylines) som foregår samtidig og at deltakerne ikke er låst til en rolle hele tiden. Ordet "posisjon" kunne muligens bedre ha favnet de dynamiske aspektene ved hvordan man forholder seg til hverandre enn ordet "rolle" (Kroløkke, 2009). Som nevnt i kapittel 1.2 velger jeg likevel å bruke ordet rolle videre selv om min forståelse av begrepet ligger nærmere det som kalles "position" i Positioning Theory. Dette fordi ordet "posisjon" og uttrykket "å posisjonere seg" gir et mer bevisst inntrykk i det norske språket enn jeg mener at denne studiens beskrivelse av roller behøver. Positioning Theory kan være en nyttig måte å se på roller i klasseromsforskning der man ikke nødvendigvis kan se på alle de bakenforliggende faktorene elevene har med seg inn i klasseromssamtalen. Man må se på de handlingene som foregår i øyeblikket mens elevene snakker sammen i klasserommet.

Dette ble gjort i et forskningsprosjekt i Australia hvor forskerne så på hvordan elever posisjonerte seg i forhold til hverandre i matematikkundervisning som vektla samtaler (Barnes, 2004; Barnes, 2005). Dette prosjektet var en stor observasjonsstudie hvor elevens *positions*² ble kartlagt gjennom nøye observasjon at samtaler mellom elever i klasserom der lærerne brukte metoder for samarbeidslæring. I klassifiseringsarbeidet fant forskerne 14 roller (Barnes, 2004, s. 6):

Manager er en som setter i gang arbeid, inviterer til ideer og styrer gruppen. *Helper* er en som utfører rutinearbeid når han blir bedt om det, og er i en underordnet posisjon. *Facilitator* er en som sørger for å få gruppen til å fungere og støtter opp under alle medlemmer. *Humorist* er en elev som kommer med festlige kommentarer, ansiktsuttrykk eller gester, men bare kort og ikke spesielt distraherende. *Spokesperson* er en elev som snakker til læreren på vegne av gruppen for å forklare hva de har gjort eller spørre hva som er rett. *Expert* er en elev som kommer med autoritære matematiske uttalelser og bestemmer hva som er rett, eller en som

² jeg bruker som nevnt ordet roller i det følgende.

blir spurt om hjelp fra andre som aksepterer svarene som rette. *Outside Expert* bruker sin ekspertise fra arenaer utenfor klasserommet til å gi eksempler og sette oppgaver inn i kontekst. De andre anerkjenner hans ekspertise. *Critic* er en elev som leter etter forklaringer og alternative metoder og protesterer på andres forslag. Denne eleven kan påpeke feil i resonnement eller utregninger. *Collaborator* er en som jobber tett med andre og gjerne snakker i kor eller fullfører andres setninger. Denne eleven er aktiv i diskusjoner. *In Need of Help* er enten en som hevder at han ikke forstår og ber om hjelp eller en som aksepterer tilbud om hjelp fra en annen elev og hører etter på forklaringen. *Entertainer* er beskrivelsen av en elev som tar initiativ til og opprettholder utenomfaglig aktivitet, snakk, sladder, erting, synging og annen lek som forstyrrer gruppearbeidet vesentlig. *Audience* er de elevene som lar seg underholde av entertaineren og som blir med på de forstyrrende aktivitetene. *Networker* holder oversikt over ikke bare sin egen gruppe men også resten av rommet, lytter til alt som foregår og tar del i både faglige og ikkefaglige samtaler med andre grupper. Endelig er *Outsider* en elev som enten prøver å ta del i en samtale uten å få innpass eller en som er stille i lange perioder uten å gi tegn til å ville delta.

Disse ulike elevrollene kunne enten tas bevisst eller ubevisst av en elev, eller kunne tildeles av medelever. For eksempel kunne en elev velge å være en Outsider ved å bevisst ikke delta i en diskusjon, eller en gruppe kunne stenge en elev ute fra sin diskusjon og dermed gjøre ham eller henne til en Outsider (Barnes, 2005, s. 43). Her ser vi igjen viktigheten av at medelever læres opp til å lytte slik det ble påpekt hos Sjöblom og Meaney (2016). Om en elev tar rollen *In Need of Help* vil være avhengig av om eleven forstår det det jobbes med på egenhånd eller ikke. Hvis du forstår, trenger du ikke hjelp og kan ta en annen rolle i samtalen. Rollen som *Audience* kan også variere med dagsform. Noen av rollene vil være forbeholdt enkelte elever, som for eksempel *Outside Expert* – hvis ingen hadde sett på denne eleven som ekspert ville heller ikke det han kom med vært interessant. Barnes understreker at rollene ikke er fikserte, men at den samme eleven kan ha ulike roller. Hvilken rolle eleven har kan endre seg med elevens egen dagsform eller etter hvilke elever han eller hun er på gruppe med (Barnes, 2004).

2.6 Et todelt system for tenking

Når elever skal snakke om matematikk må de også tenke om matematikk. Å skulle observere hva som foregår inne andre menneskers hode er ikke mulig, men ut fra enkelte observasjoner kan man si noe om hvordan det virker som at de tenker. I psykologi er tenking et stort felt og mye av den teorien er utenfor rammene av denne avhandlingen. Men ett tema som er relevant for denne studien er en todeling av tenking som beskrives av flere forskere innen psykologi

(Frankish & Evans, 2009). Det er mange ulike nyanser i måten å se på denne todelingen, men felles for de fleste er at man ser på tenkingen som bygget opp av to ulike prosesstyper eller systemer. Noen kaller dette for to *typer* tenking, mens andre kaller det for to *system* (Stanovich, 2009; Kahneman, 2013). I det følgende holder jeg meg til betegnelsen system. Det vil være noen nyanseforskjeller, men å gå inn i disse vil ligge utenfor rammen av denne studien. Hovedtanken er at tenkingen vår er ivaretatt av to ulike systemer, ett som går fort og ett som går langsomt. Det raske systemet, *system 1*, er det som slår inn uten at vi er oss det bevisst. For eksempel vil det å legge sammen 2 og 2, gjenkjenne et gangestykke eller se for oss en person vi kjenner godt hvis noen nevner navnet være noe vi gjør uten at vi anstrenger oss nevneverdig. Faktisk er det sånn at disse tankene er noe vi ikke fullt ut kan styre, de kommer av seg selv (Kahneman, 2013). Man kan se på system 1 som det eldste systemet som er styrt av instinkter (Evans, 2009). *System 2* inneholder alle de type tanker som skiller oss fra dyrene, det vil si alle de bevisste tankene våre. Eksempler kan være fylle ut en selvangivelse eller følge et komplekst logisk resonnement (Kahneman, 2013). I matematisk sammenheng vil man måtte aktivere system 2 for å regne ut mer kompliserte regnestykker eller for å finne ut hvordan man skal løse en kompleks oppgave. Hvordan ens system 2 er bygget opp vil ha en viss påvirkning på hvordan system 1 virker. For eksempel vil en som har norsk som morsmål plassere subjekt og verb riktig i forhold til hverandre helt intuitivt, mens en som holder på å lære språket må tenke seg om. På samme måte vil en gjennomsnittlig vg1-elev måtte tenke seg godt om for å finne ut at $2^7 = 128$, mens en kan finne matematikere som øyeblikkelig vil vite at det er sånn. Å bruke system 2 er anstrengende, og man kan si at system 1 er default. Dermed vil system 2 først aktiveres dersom system 1 møter oppgaver det ikke mestrer på egenhånd (Kahneman, 2013).

Man kan si at system 1 lærer av system 2 – hvis man bare bruker system 1 foregår ingen utvikling. For hver gang system 2 har vært i sving vil system 1 bli utvidet med nye element det kan kjenne igjen. I en læringssituasjon er det dermed essensielt å få elevene koblet på system 2 slik at de utvikler læring. For eksempel vil å tenke høyt slik Alrø og Skovsmose (2002) beskriver det vil dermed kunne være med på å sørge for at tenkingen blir tydeliggjort og at operasjoner som kanskje har blitt utført i system 1 flyttes over i system 2 for å revideres. Også flere av de andre samtaletrekkene som er beskrevet som avgjørende for å ha gode fagsamtaler vil kunne aktivere system 2 hos deltakerne i samtalen.

2.7 Å forstå matematikk

Hittil har det teoretiske bakteppet for denne avhandlingen vært konsentrert om å snakke om eller å tenke på matematikk for å oppnå læringsfremmende samtaler. Men som påpekes av flere av forskerne over er det viktig å ha et klart matematisk mål for samtalen om den skal gi resultater (Smith & Stein, 2011; Kazemi & Hintz, 2014). Uten et klart mål vil samtalen kanskje kunne gi læring, men det er vanskelig å si hva elevene har lært. Hvilket syn vi har på hva det vil si å forstå matematikk vil være med på å påvirke hva elevene lærer. I matematikken skiller ofte mellom to ulike måter å forstå matematikk på. Skemp beskriver disse som relasjonell og instrumentell forståelse (Skemp, 1976). Begrepsparet har han hentet fra Mellin-Olsen (Skemp, 1976, s. 21). Skemp definerer relasjonell forståelse som det å forstå matematiske sammenhenger mellom ulike deler av matematikken, det å forstå både hva man skal gjøre og hvorfor man gjør det. Den instrumentelle forståelsen handler om å kunne bruke en del algoritmer og regler uten å nødvendigvis vite hvorfor man gjør som man gjør. I følge Skemp er det den relasjonelle forståelsen som er den egentlige forståelsen, mens den instrumentelle forståelsen er noe en kan tilegne seg uten å forstå matematikken bak. Han går så langt som å antyde at med instrumentell tilnærming snakker en om et helt annet fag, og at det er den relasjonelle matematikken som er ekte matematikk.

Andre har brukt begrepsparet konseptuell og prosedural kunnskap (knowledge). Dette er navn som har en uklar opprinnelse men som ofte er blitt kreditert James Hiebert (Star & Stylianides, 2013). Hiebert og Lefevre beskriver konseptuell kunnskap som en type kunnskap som er rik på sammenhenger og som kan sees på som en vev av kunnskap som henger sammen med hverandre (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 3). Disse sammenhengene kan være på ulike nivå, fra de enkle sammenhengene med et lavt abstraksjonsnivå til mer abstrakte sammenhenger. Et eksempel på en enkel sammenheng er å forstå at hvis du legger sammen desimaltall og setter dem under hverandre legger du sammen tideler med tideler og hundredeler med hundredeler på samme måte som du legger sammen tiere og hundre på andre siden av et komma. Et høyere abstraksjonsnivå oppnår man hvis man setter denne forståelsen inn i et større bilde av hvordan man legger sammen ting som er "like" (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 5). Den prosedurale kunnskapen består av to deler. Den ene er evnen til å kjenne igjen det matematiske språket med sine former og symboler, og ved å se på et uttrykk kunne si om det er et "ekte" matematisk uttrykk eller ikke. Den andre er å kunne bruke algoritmer, regler og prosedyrer til å løse matematiske oppgaver, det vil si å kunne følge steg-for-steg beskrivelser av hvordan man skal gå fram for å løse en oppgave (Hiebert & Lefevre,

1986, s. 7). I motsetning til Skemp anerkjenner Hiebert og Lefevre den prosedurale kunnskapen som en del av den matematiske kompetansen man trenger.

Dette sporet følger også Kilpatrick i sin beskrivelse av det han kaller *mathematical proficiency* – matematisk kompetanse³. Han deler det å ha matematisk kompetanse opp i fem ulike deler som alle er nødvendige og som han ser på tråder som er sammenvevd (Kilpatrick, 2001). De fem er *conceptual understanding* som handler om forstå matematiske konsepter, operasjoner og sammenhenger, *procedural fluency* som er ferdigheter i å utføre prosedyrer fleksibelt, nøyaktig, effektivt og hensiktsmessig, *strategic competence* er evne til å formulere, presentere og løse matematiske problem, *adaptive reasoning* er å ha kapasitet til logisk tenking, refleksjon og forklaring og *productive disposition* som er å ha en tilbøyelighet til å anse matematikk som fornuftig, nyttig og verdt strevet, sammen med en tro på egne evner i faget (Kilpatrick, 2001, s. 116). Ifølge Kilpatrick er alle disse delene nødvendig for at den matematiske kompetansen skal bli holdbar.

Vi kan se en gradering fra Skemp via Hiebert og Lefevre til Kilpatrick i oppfatningen av hvor viktig prosedyrekunnskap er for den matematiske forståelsen. Men det som Skemp kaller for instrumentell forståelse skiller seg fra det Hiebert og Lefevre kaller *procedural knowledge* og det Kilpatrick kaller *procedural fluency* ved at den første ikke nødvendigvis inneholder noen matematisk forståelse. De to andre mener at en viss matematisk forståelse må ligge til grunn for den prosedyrebaserte forståelsen – og at dette dermed kan regnes som en del av den matematiske kompetansen.

2.8 Oppsummering

Denne avhandlingens teoretiske fundament favner om ulike sider av det som påvirker og styrer hvordan elever snakker om, tenker om og forstår matematikk. Elevenes evne til å snakke om, tenke om og forstå matematikk vil påvirke hvilke roller de kan ha i en matematik samtale. Elever kan læres opp til å bli bedre til å snakke om matematikk slik for eksempel Mercer og Sams jobber med sin *Exploratory talk* (Mercer & Sams, 2006; Mercer, 2000) eller ved hjelp av Alrø og Skovsmose sitt undersøkelseslandskap (Alrø & Skovsmose, 2002). Disse teknikkene for å snakke bedre om matematikk har som mål å utvikle elevenes matematiske forståelse og kompetanse. Om en elev har god relasjonell matematikkforståelse eller kun en overflattisk instrumentell forståelse vil påvirke deres bidrag i en fagsamtale, og det vil også

³ Å oversette "proficiency" med ferdighet kan være problematisk, da begrepet favner videre enn ordet "competence". Se for eksempel (Botten, 2016, ss. 62-63)

om en elev er villig til å aktivere system 2 eller om den vil holde seg mest mulig i system 1. Hva slags roller elever har i samtalen vil påvirke både hva de selv får ut av matematikksamtalen og hva de kan bidra med for medelevers læring (Barnes, 2004; Lyng, 2004; Sjöblom & Meaney, 2016). For å legge forholdene best mulig til rette for alt dette har læreren en del verktøy – for eksempel "Five Practices" (Smith & Stein, 2011).

3. Metode

I dette kapitlet vil jeg plassere min forskning i den pedagogiske forskningstradisjonen. Jeg vil så gi et overblikk over mulige metoder som kunne vært brukt i denne studien og gjøre rede for mitt valg av metode og utvalg av informanter. Jeg vil også beskrive hvordan analysen av materialet har foregått og ta for meg validitet og reliabilitet i studien. Til slutt i dette kapitlet vil jeg gjøre rede for ulike etiske overveielser som har vært nødvendig å gjøre underveis i arbeidet og endelig gi et kritisk blikk på egne metodevalg.

3.1 Min plassering i forskningstradisjonen

I denne masterstudien ønsket jeg å undersøke hvordan elever i videregående skole samtaler i matematikk og hvordan de forholder seg til hverandre i den faglige samtalen. Mer spesifikt ser jeg etter hva slags roller elevene har i den faglige samtalen. Når man forsker på hvordan elever samtaler med hverandre driver man med det man kan kalle sosial forskning (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). Det er to hovedtilnærminger innen sosial forskning, den objektivistiske og den subjektivistiske. Den objektivistiske forskningen bygger på idealer fra naturvitenskaplig forskning. Det innebærer blant annet at man ofte foretrekker kvantitative metoder, og at man er på leting etter en objektiv sannhet som eksisterer uavhengig av menneskers bevissthet (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). Kunnskap er noe som finnes der ute som man kan lete etter og tilegne seg.

Den subjektivistiske tilnærmingen innebærer at man ser på kunnskap som noe som konstrueres (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). I min studie kan det forstås som at jeg ikke er på leting etter en kunnskap om elevers roller i samtaler som ligger gjemt der ute for meg å finne, men at ny kunnskap om disse rollene vil være mulig å konstruere ut fra mitt datamateriale. På den måten vil også min studie kunne bidra med ny kunnskap om hvordan elever samtaler, siden mitt utvalg består av unike individer satt sammen i en unik gruppe.

3.2 Valg av metode

Forskningsspørsmålet jeg som danner grunnlag for denne studien er:

"hvilke ulike roller har elever når de deltar i matematikksamtaler med andre elever i klasserommet?"

For å finne svar på dette måtte jeg velge en metode som ga meg tilgang til elevers samtale i klasserommet. Det første valget jeg måtte foreta angående forskningsmetode var om jeg ville gjøre en kvalitativ eller en kvantitativ studie, eventuelt en kombinasjon av disse, såkalt mixed

methods. For å si noe om hvilke roller elevene har i samtaler med andre elever er det nødvendig å finne ut hva de gjør og hvordan de snakker. Jeg kom dermed fram til at det jeg burde gjøre var å observere samtaler mellom elever i et klasserom. Den største fordelen med å observere et fenomen direkte er at det gir mulighet for å samle "live" data fra en naturlig, sosial situasjon (Cohen, Manion, & Morrison, 2011, s. 456, min oversettelse), og det var akkurat det jeg ønsket gjøre. På et tidlig stadium i arbeidet med studien var det intensjonen å også gjennomføre intervjuer med noen utvalgte elever for å få høre deres tanker om hvordan disse samtalene foregikk. Jeg kunne ha spurt dem om hva slags roller de selv oppfattet at de hadde, og kanskje kunne de også ha blitt konfrontert med noen av de rollene jeg hadde funnet i materialet. Dette ville kunne ha gitt flere dimensjoner til funnene. Etter hvert som forskningsspørsmålet ble spisset vurderte jeg det dithen at selv om noen nye dimensjoner ville kunne fremkomme er det først og fremst de observerte handlingene jeg ønsker å studere. Jeg kunne spørre elevene hvordan de samtalte med hverandre, men jeg ville da kun få deres egen oppfatning av dette – og hva en person sier om sine egne handlinger kan ofte avvike fra det de egentlig gjør (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). Dette kan være både fordi elevene bevisst svarer usant, men også fordi man kan ha en skjev oppfatning av sin egen interaksjon med andre mennesker.

Jeg kunne også ha levert ut et spørreskjema til elevene hvor de kunne svare på spørsmål om sine roller i matematikksamtaler. Også dette ville kunne ha gitt spennende innsikt og i et skriftlig, anonymt spørreskjema ville kanskje elevene også ha kunne gitt mer ærlige svar. Både intervjuer og spørreskjemaer kunne altså ha vært gode tilskudd til min studie. Det er to hovedgrunner til at jeg valgte å kun observere. Den ene er basert på at jeg, som beskrevet over, er interessert i å studere hva elevene faktisk gjør og hvordan de snakker. Dermed er det observasjon som peker seg ut som det naturlige valget. Den andre grunnen er basert på omfanget av denne avhandlingen – selv om jeg ser at funnene kunne ha blitt flere og mer omfattende ved hjelp av flere datainnsamlingsmetoder ville det kunne ha ført til at omfanget på avhandlingen ville ha blitt for stort og at jeg dermed ville ha måttet behandle dataene mer overflattisk. Et av hovedargumentene for å velge en kvalitativ tilnærming og databehandling er at man kan behandle dataene mer grundig enn ved for eksempel kvantitative tilnærminger (Olsson & Sørensen, 2003). Får man da for stort datatilfang i forhold til tidsressursen i en kvalitativ studie vil man dermed kunne miste noe av fordelen ved å velge en kvalitativ tilnærming.

Da valget om å observere elever som snakket sammen var tatt, måtte jeg velge hva slags samtaler jeg ville observere. Som nevnt i kapittel to deltar elever i to hovedtyper av samtaler i klasserommet, lærerledet samtale og samtale mellom elever (Mercer & Sams, 2006). Jeg kunne valgt å observere den lærerstyrte samtalen. I denne typen samtale vil man kunne se på hva slags rolle de ulike elevene har når de snakker om matematikk med læreren med medelevene som tilhørere. Dette kunne ha vært et interessant tema for seg selv, men som sådan utenfor rammen av mitt forskningsspørsmål. Det kunne også ha gitt nyttig tilleggsinformasjon om elevenes roller slik de har fremtrådt i det datamaterialet jeg har valgt, men da måtte jeg ha observert mer av den lærerstyrte samtalen og det vil være utenfor tidsressursrammen i denne studien.

Jeg ønsket altså å observere elever som samtalte med hverandre. Jeg får likevel med en del lærerstyring siden læreren i min studie ofte er innom de ulike gruppene og styrer dem i riktig retning. Disse passasjene i samtalene har jeg valgt å ikke fokusere på. Størrelsen på gruppene var gjenstand for mye refleksjon, og til slutt endte jeg opp med å gå for grupper på tre, med ett unntak som ble et par (fordi det var 14 elever i gruppen). Alternativet var å gå for grupper på fire og tre. Begge disse alternativene ville kunnet være gode, og at valget falt på grupper på tre og to var først og fremst på grunn av at jeg da ville få en gruppe mer å samle data fra slik at det ville bli flere muligheter for ulike løsningsmetoder. Å ha flere grupper å spille på kan være et gode for diskusjonen som kommer etterpå, slik de for eksempel har erfart i den japanske skolen. Mens vi i Norge ofte diskuterer at vi ønsker oss mindre grupper, ser enkelte lærere i Japan på store grupper som en ressurs (Stigler & Hiebert, 2009). Gruppen jeg har observert i er relativt liten også i norsk sammenheng, så valget falt på flest mulig mindre grupper. Hvordan jeg satte gruppene sammen vil jeg komme nærmere tilbake til i kapittel 4 der jeg beskriver undervisningsopplegget jeg fulgte.

3.2.1 Observasjon som metode

Når jeg så hadde landet på hva jeg ville observere måtte jeg avgjøre hvordan jeg skulle foreta disse observasjonene. Hvilken form for observasjon man velger både avhenger av hva man undersøker og påvirker resultatet (Olsson & Sörensen, 2003). Det er også viktig å huske på at man ved observasjon kan observere hvordan mennesker oppfører seg, men ikke hvorfor (ibid s. 88). Det er ifølge Cohen et al (2011) prinsipielt to hovedtyper av observasjon, deltakende observasjon og ikke-deltakende observasjon. I deltakende observasjon deltar observatøren så aktivt at hun for resten av deltakerne fremstår som en naturlig del av gruppen. I noen typer studier kan det bety at de som observeres ikke engang vet at de blir observert. I ikke-

deltakende observasjon vil forskeren ikke delta i aktiviteter, men tvert imot arbeide for å gjøre seg selv så usynlig som mulig. Et godt eksempel på dette vil kunne være en forsker som sitter stille bakerst i klasserommet og noterer (Cohen, Manion, & Morrison, 2011).

I min studie gjennomfører jeg selv undervisningen som observeres. Bakgrunnen for dette var at jeg ønsket å ha mest mulig kontroll over hva slags undervisning som ble gjennomført. Jeg ønsket å observere undervisningstimer som var best mulig lagt til rette for at matematikksamtale skulle skje. Dermed ville jeg helst både planlegge og styre undervisningstimene slik at jeg for eksempel kunne bruke ulike de ulike grepene jeg beskrev i kapittel 2 for å styre samtalene i den retningen jeg ønsket. Jeg valgte altså deltagende observasjon i min studie. Det at jeg er deltagende observatør, bidro også til at jeg valgte å filme undervisningen slik at jeg kunne gå tilbake å se på det som skjedde i etterkant. Det ville forstyrre undervisningen for mye hvis jeg måtte stoppet opp for å ta notater underveis. En annen årsak til at jeg valgte å gjøre videoopptak av elevenes samtaler var at jeg med det kunne få muligheten til å se videoene om igjen, og ikke være avhengig av å få med meg alle detaljer der og da. En av styrkene til en slik form for observasjon er at dataene fortsatt er tilgjengelige dersom fokuset for studien endrer seg underveis, slik det gjorde for Sfard og Kieran (2001) i deres prosjekt som i utgangspunktet skulle dreie seg om innlæring av algebra men som endte i en studie av kommunikasjon. Denne endringen ville ikke ha vært mulig dersom dataene kun hadde vært notater med innlæring av algebra som utgangspunkt. Også for meg har det vært viktig å ha tilgang til videoopptakene i ettertid for å kunne analysere elevenes utsagn i mer detalj.

3.3 Valg av informanter

Å velge informanter til en slik studie kan gjøres på mange måter. Et alternativ jeg vurderte var å observere andre lærere i sine klasser med elever jeg ikke hadde kjennskap til fra før. En fordel med slik observasjon ville være at jeg kunne hatt et mer objektivt blick på elevene og hvordan de snakket sammen. Grunnen til at jeg valgte å gjennomføre undervisningen selv var todelt. Den ene grunnen var det nevnte ønsket om å ha kontroll på hvordan undervisningen ble planlagt og gjennomført. I tillegg var det et tidsbesparende element at jeg unngikk å måtte ta kontakt med mange lærere for å finne noen som både var villig til å delta og som drev egnet undervisning. Jeg valgte en skole jeg hadde god kjennskap til og elever jeg kjente godt, slik at det ikke skulle gå unødig tid bort for å bli kjent med elevene og at jeg skulle kunne stole på at elevene våget å samtale åpent om matematikk i mitt nærvær. Som Wood (1998) fremholder kan det oppleves risikofylt å dele sine matematiske tanker hvis klasse miljøet ikke er godt nok.

Valget av skole og elever å gjennomføre studien på er dermed et såkalt bekvemmelighetsutvalg (Cohen, Manion, & Morrison, 2011).

Den aktuelle skolen er en liten, kombinert skole med kun én klasse på hvert trinn på studiespesialisering. Alle elevene utenom én i matematikkgruppen går i samme klasse og kjenner hverandre godt. På grunn av skolens størrelse er fagene matematikk S1 og matematikk R1 slått sammen til en gruppe på til sammen 14 elever, 7 på hver fagkode. Undervisningen er lagt opp slik at læreren vanligvis går mellom de to gruppene som holder til i tilstøtende klasserom med dør mellom. De få temaene som er felles i de to læreplanene blir undervist sammen. Det aktuelle året finnes ingen gruppe i programfag matematikk på 3. trinn. Siden jeg ønsket å studere samtale i programfag, falt valget naturlig på den sammensatte gruppen i S1 og R1.

Etter at valget om informanter var tatt, fikk jeg godkjenning fra ledelsen ved skolen. Videoopptak av elever regnes som sensitive personopplysninger, derfor måtte det også søkes til Norsk senter for forskningsdata (NSD). I en observasjonsstudie skal deltagerne bli ivarettatt med hensyn til blant annet informasjon, forståelighet og samtykke (Olsson & Sørensen, 2003, s. 59). Informasjonen skal være gitt i god tid og på en forståelig måte både skriftlig og muntlig. Det skal også gjøres klart for deltakeren at det er frivillig deltakelse og at de kan trekke seg når som helst uten konsekvenser for dem selv. Samtykke gis skriftlig. Siden elevene i min studie er eldre enn 15 år krevdes ikke tillatelse fra foreldrene, det var nok at eleven selv skrev under på et samtykkeskjema. Dette skjemaet finner du i vedlegg 1. Enkelte setninger i samtykkeskjemaet er blanket for å sikre anonymitet. På samtykkeskjemaet skulle de krysse av på både om de godtok å bli filmet og observert og om de ønsket å la seg intervjuer i etterkant. Alle elevene i gruppen var villige til å delta i undervisningen og bli filmet, mens noen få ikke ønsket å bli intervjuet i etterkant. Siden jeg valgte å ikke gjennomføre intervjuer ble dette en problemstilling jeg ikke trengte å ta mer hensyn til.

3.4 Gjennomføring av filmopptak og transkripsjon.

3.4.1 Filmopptak

Som nevnt valgte jeg å filme undervisningsøktene jeg skulle studere. Jeg gjennomførte 3 økter à ca en klokke time. Til den første økten satte jeg opp tre videokameraer i klasserommet, ett som filmet bakfra mot tavlen og to som filmet forfra fra hver sin side. Jeg satte opp klasserommet slik at jeg var sikker på at alle elevene skulle komme med på opptaket. Etter gjennomføringen av den første økten så jeg gjennom opptakene, og oppdaget raskt at jeg

måtte ha lydopptak på de ulike gruppene i tillegg. Det var for det meste umulig å skille ut samtalene på de ulike gruppene med det oppsettet jeg hadde med kameraene. Derfor fungerer den første undervisningsøkten aller mest som en pilottime som dessverre ikke har gitt så mye data som kan brukes til å se på elevenes samtaler seg imellom. I andre og tredje økten satte jeg opp lydopptakere på hver gruppe i tillegg til de tre kameraene. I følge Cohen et al (2011) kan slikt opptaksutstyr, både filmkameraene og lydopptaksutstyret, føre til at deltakerne i studien kan bli forstyrret i sin naturlige atferd. Min vurdering i denne studien er at elevene glemte videokameraene og lydopptakerne veldig fort og oppførte seg nokså naturlig.

3.4.2 Transkripsjon

Som jeg vil beskrive grundig i kapittel 3.5 valgte jeg å foreta en tematisk analyse. For å kunne gjennomføre en slik analyse av dataene måtte de transkribes til skriftlig form (Braun & Clarke, 2006). Transkripsjonen foregikk over en lang tidsperiode, fra videoopptakene ble gjort til transkripsjonen var helt ferdig gikk det fem måneder. En slik transkripsjon er tidkrevende og det er vanskelig å få med element som ikke-verbal kommunikasjon og konteksten undervisningen foregår i (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). Et alternativ kunne være å gjøre analysen direkte fra videoopptakene, men transkripsjon gjør det lettere å få god oversikt over hva hver enkelt elev sa og gjorde. Jeg laget flere utgaver av transkripsjonene til hver undervisningsøkt. Jeg laget et dokument med den fulle transkripsjonen, et dokument for hver gruppe og et dokument for hver elev. Slik kunne jeg lettere analysere mitt datamateriale med mitt forskningsspørsmål for øye – skulle jeg ha brukt videoopptakene direkte hele tiden ville analysen tatt mye lenger tid. Denne måten å organisere transkripsjonen på ga noen utfordringer med tanke på å lage en god henvisningsstrategi til samtalene. Cohen et al (2011, s. 537) lister opp noen regler en slik transkripsjon må følge. En av disse er at man bør nummerere linjene eller avsnittene i transkripsjonen. Dette ble vanskelig, men jeg har valgt å nummerere linjene i sitatene etter hvert som de dukker opp i avhandlingen slik at det blir lett for leseren å følge. Dersom noen av utdragene overlapper hverandre, har jeg valgt å gå videre i nummereringen dersom fenomenet jeg vil belyse er et nytt, og å bruke den opprinnelige nummereringen dersom fenomenet er det samme. I tillegg har jeg for hvert sitat gitt en beskrivelse av hvilken undervisningsøkt sitatet er hentet fra og hvilken oppgavene elevene arbeider med.

Hver elev har fått et pseudonym for å sikre anonymitet og for å gi elevene et litt mer personlig preg enn jeg ville ha fått ved å operere med "Elev 1", "Elev 2" osv. Jeg har notert inn pauser i utsagnene ved hjelp av "..." for å få fram når noen bruker litt tid mellom ordene. Jeg valgte å

normalisere språket og har skrevet hele transkripsjonen på bokmål selv om elevene snakker andre dialekter. Dette for å kunne bruke verktøyene i word for eksempel å telle antall ord av bestemt type og å kunne foreta digitale søk i transkripsjonene (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). I samtaler mellom mennesker foregår det mye kommunikasjon som ikke består av talte ord. Slike ikke-verbale element bør ifølge Cohen et al (2011) være med i transkripsjonen og der slike element er vesentlig for kommunikasjonen har jeg skrevet det ned. Dette gjelder blant annet hvis en elev peker i boken sin på noe som er skrevet ned, eller et utsagn er så svakt at jeg har problemer med å høre hva som blir sagt. "Ord" som "eh", "hmm", "mhm" og lignende er også tatt med. Så langt jeg har vært i stand til det har jeg brukt tegnsetting for å få med viktige betydningsbærende forskjeller, som for eksempel å sette inn spørsmålstegn for å vise forskjell på "fordi at?" som veiledende spørsmål og "fordi at..." som uttrykk for at en elev er på vei til å komme med en egen forklaring. Dette er med på å gjøre at transkripsjonen er mest mulig tro mot det talte materialet (Braun & Clarke, 2006). Jeg har derimot valgt å ikke notere ned for eksempel "Ola vrir seg på stolen" eller "Per lener seg tilbake". Det ville ha gitt et mer omfattende transkripsjonsarbeid og jeg vurderte at jeg i et arbeid med en masteroppgave ikke ville ha anledning til å gå så dypt i min analyse at disse elementene ville bli avgjørende.

Jeg valgte også å ikke transkribere partier som dreide seg om andre ting enn matematikk, for eksempel en lengre passasje om at kongen hadde bursdag og en annen om en elevs bestemor. Dette hang sammen med mitt fokus for avhandlingen, som er elevenes roller når de snakker om matematikk. Jeg hadde allerede valgt bort å se på de delene av samtalen som falt utenfor det Barnes kaller "gjøre matematikk i gruppe"-rammen (Barnes, 2004). Det var for øvrig ikke særlig mye utenomstakk i de tre øktene jeg observerte, det aller meste av samtalen dreide seg om matematikken det var meningen de skulle snakke om.

3.5 Analysen

Analysen av datamaterialet var en lang prosess som startet opp parallelt med transkripsjonen. Analysemetoden jeg har benyttet er det som Braun og Clarke kaller for tematisk analyse, en "method for identifying, analysing, and reporting patterns (themes) within data" (Braun & Clarke, 2006, s. 79). De deler arbeidet med tematisk analyse opp i seks faser, *bli kjent med datamaterialet, generere tidlige (initial) koder, søke etter temaer, revurdere temaer, definere og navngi temaer og produsere rapport.*

I den første fasen hvor man skal bli kjent med datamaterialet gjelder det å gå gjennom alt datamaterialet og å starte prosessen med å tenke gjennom hvordan man ønsker å kode materialet. Her er det å transkribere materialet en kjernevirksomhet. Siden jeg selv hadde vært tilstede i datainnsamlingen kjente jeg ganske godt til materialet fra før, men selv i disse tilfellene gir transkripsjonen mulighet for å få enda bedre oversikt over hva som finnes i dataene. Under transkripsjonsarbeidet noterte jeg ned det jeg fant interessant ut fra det noe mer åpne spørsmålet jeg startet studien med, nemlig "hvordan snakker matematikkelever sammen?". Jeg noterte ned små ideer til koding av materialet, for eksempel "her prater eleven uten å tenke seg om" eller "denne eleven er veldig stille". I denne fasen endre forskningsspørsmålet seg noe, og begynte utviklingen mot det endelige "hvilke roller har elever når de deltar i matematikksamtaler med andre elever i klasserommet?".

Fase to i analysemodellen innebærer å kode utdrag av datamateriale, i mitt arbeid ble det å finne fram til utsagn hos de ulike elevene som handlet om det samme. Var det for eksempel flere eksempler i datamaterialet på at elever ser ut til å snakke uten å tenke seg om? Denne fasen henger nøye sammen med den neste fasen, som innebærer å søke etter temaer. I mitt materiale hadde jeg her i de første fasene sett konturene av ulike roller hos elevene, så jeg lette etter hva det var som karakteriserer ulikhetene ved elevenes roller i samtalene. I dette arbeidet ordnet jeg transkripsjonene på ulike måter. Jeg laget et dokument for hver gruppe, og et dokument per elev. Jeg søkte gjennom hver elevs uttalelser på leting etter nøkkelord som "hvorfor", "hvordan" "forklare", "hvis" og lignende, ord som ifølge for eksempel Mercer (Mercer & Sams, 2006; Mercer, 2000) kan være tegn på at læringsfremmende matematikksamtale finner sted. Jeg talte antall ord og antall replikker per gruppe og per elev for å kunne si noe om hvor mye hver elev snakket. Jeg fargekodet også replikkene som spørsmål, veiledning og lignende. Dette førte meg naturlig over i fase fire, der man skal revurdere de temaene eller kategoriene man har funnet. I denne fasen er det sannsynlig at noen hovedtemaer forsvinner, noen nye kommer til og noen blir kanskje slått sammen. (Braun & Clarke, 2006). I mitt arbeid var konsekvensene av dette arbeidet blant annet at en elevrolle jeg trodde jeg hadde sett viste seg å være umulig å avgrense innenfor mitt materiale, fordi ulike sider ved denne rollen heller viste seg å være en del av andre roller. En ny elevrolle dukket også opp fordi to av elevene viste seg å ikke passe inn i noen av de første fire. I fase fem skal forskeren endelig definere og gi navn til temaene sine. Gjennom dette arbeidet kategoriserte jeg elevene i de fem rollene jeg vil presentere nærmere i kapittel 5, *den høyttenkende, den veiledende, den undrende, den formelavhengige og den stille eleven*. Etter

fase fire var elevrollene nokså ferdig avgrenset, men det å gi navn til rollene var også med på å gjøre at innholdet i dem og sammenhengen med datamaterialet ble tatt opp til ny vurdering. Dette er noe man bør gjøre jevnlig i analyse av kvalitative data (Braun & Clarke, 2006). Fase seks i en tematisk analyse er å produsere rapporten, altså å skrive ut disse funnene slik at forskningen kan deles med fagfeltet. I denne fasen er det viktig å synliggjøre hvordan man har arbeidet med datamaterialet og også vise frem tilstrekkelig av dataene slik at de analysene forskeren har gjort kan "kjøpes" av leseren. Dette har jeg gjort i kapittel 5.

3.6 Validitet og reliabilitet

Validitet i forskning handler om hvorvidt studiens datamateriale og metode er egnet til å måle det den er ute etter å måle. Validitet er ifølge Cohen et al et så viktig kriterium for et forskningsprosjekt at "if a piece of research is invalid then it is worthless" (2001, s. 179). Gjennom de foregående delkapitlene har jeg redegjort for mine metodevalg og for hvordan analysen har foregått. I de påfølgende kapitlene vil jeg legge frem mine funn og gjennom hele analysen vise frem mine data som ligger til grunn for mine tolkninger slik at leseren også selv kan vurdere om datamaterialet svarer på mitt forskningsspørsmål. Slik er validiteten i min studie ivaretatt. Cohen et al definerer reliabilitet som "essentially a synonym for dependability, consistency and replicability over time, over instruments and over groups of respondents." (Cohen, Manion, & Morrison, 2011, s. 199). Denne definisjonen kan sies å være mest hensiktsmessig i kvantitative studier. LeCompte og Preissle peker på at reliabilitet i kvalitative studier i stedet bør fokusere på klargjøring av forskerens posisjon, valg av informanter, de sosiale situasjonene og forholdene, analysekonstruktet og datainnhentingsmetoder (i Cohen, Manion, & Morrison, 2011, s. 202). Disse forholdene har jeg tatt opp tidligere i dette kapitlet. I min studie vil reliabilitet også dreie seg om hvorvidt jeg selv ville tolket datamaterialet på samme måte i en annen setting, om andre klasserom ville kunne gi de samme resultatene og om andre forskere med samme teoretiske rammeverk ville tolke mine data på samme måte (Further, Denzin og Lincoln i Cohen, Manion, & Morrison, 2011 s. 202). Når det gjelder det første punktet vil man aldri helt kunne være sikker, men det at analysen er foretatt over lang tid mener jeg er en styrke for reliabiliteten. Når det gjelder hvordan andre forskere vil tolke dataene vil jeg som nevnt legge frem en god del sitater fra transkripsjonene mine for leseren til å vurdere om tolkningene mine er rimelige. I tillegg er tolkningene mine blitt diskutert nøye med veileder. Om opptak i andre klasserom ville kunne gi den samme analysen er det umulig å svare på, men siden jeg har redegjort nøye for både metodevalg og undervisningsopplegg i denne avhandlingen vil det være mulig å gjennomføre

et tilsvarende prosjekt igjen for å se om man kan finne tilsvarende funn. I en mer omfattende studie ville det være naturlig å samle inn mer datamateriale, men innen rammene av denne masteravhandlingen vil mitt datamateriale være tilstrekkelig. Ifølge Schoenfeld kan man som regel ikke forvente at forskning på utdanning skal være mulig å reprodusere, men mange studier kan gi oss dypere forståelse uten å gjøre krav på generalisering (Schoenfeld, 2008).

Et begrep som også ofte brukes om, eller som erstatning for, validitet og reliabilitet i kvalitativ forskning er *trustworthiness*. Guba (i Shenton, 2004) lister opp fire elementer som bør være ivaretatt for at en kvalitativ studie skal være "trustworthy": *credibility*, *transferability*, *dependability* og *confirmability*. Innunder "credibility", eller på norsk troverdighet, ligger blant annet at man skal bruke metoder som er veletablerte, at man skal ha eller skaffe seg god kjennskap til den kulturen man skal undersøke og at man skal ha en klar taktikk for hvordan man skal sørge for at informantene gir ærlig informasjon (Shenton, 2004). Disse elementene har jeg gjort rede for i de foregående delkapitlene.

3.7 Ethiske vurderinger underveis

I all forskning på mennesker må man gjøre etiske vurderinger. Som nevnt ble mitt prosjekt meldt til NSD – det var først og fremst videoopptakene som ble sett på som sensitive personopplysninger og som gjorde prosjektet meldepliktig. Elevene ble gitt mulighet til å gi et informert samtykke og ble informert om at de til enhver tid kunne trekke seg fra prosjektet uten at det skulle gi dem dårligere undervisning eller gå ut over dem på annen måte (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). Informantene er også blitt lovet at det som skrives om dem ikke skal kunne spores tilbake til dem av leserne. Jeg har dermed også gjort etiske vurderinger underveis i arbeidet med dette kapitlet – hvor detaljert kan jeg være i min beskrivelse av informantene uten at de vil bli gjenkjent? Som nevnt i kapittel 3.3 er enkelte deler av samtykkeskjemaet som er vedlagt denne avhandlingen blanket ut – dette er nettopp en slik vurdering som er tatt for å sikre elevenes anonymitet.

I en studie som innebærer observasjon må man også ta i betraktning at selve observasjonen kan forstyrre den naturlige settingen (Cohen, Manion, & Morrison, 2011). I min studie vil jeg hevde at siden dette er elever jeg kjenner godt og observasjonene ble foretatt i en naturlig setting hvor jeg underviste dem er dette aspektet tatt godt vare på. Man må likevel være oppmerksom på at noen elever vil kunne bli mer preget av situasjonen enn andre, særlig med tanke på at det er elevenes samtaler som skal observeres. Min opplevelse av

undervisningssituasjonen var at kameraene raskt ble glemt og elevene så vidt jeg kunne bedømme oppførte seg naturlig.

3.8 Kritisk blikk på eget metodevalg

I det foregående har jeg redegjort for hvilke valg jeg har tatt underveis. I en masteroppgave er omfanget begrenset, særlig i form av tiden som er avsatt. Mange av de alternativene jeg har nevnt over, som å intervju elevene, intervju andre lærere, ha et større utvalg elever og så videre kunne kanskje ha gitt flere dimensjoner til funnene. Som singelforsker er det også begrenset hvor mye man kan sikre seg at ens egne tolkninger er "de eneste rette" – hadde dette vært en studie med større omfang ville det vært naturlig at flere forskere kodet samtalen hver for seg, noe som ville kunne være med på å sikre studiens "trustworthiness" (Schoenfeld, 2008). Et masterarbeid er et ensomt arbeid, men et samspill med veileder og med medstudenter har bidratt til å ha flere øyne på materialet slik at kodingen og analysen ikke har gått helt vill. Et slikt samspill er viktig for å øke troverdigheten ("credibility") i en kvalitativ studie (Shenton, 2004).

I et større datamateriale med både flere observasjoner av de samme elevene og flere elever, kanskje i flere klasser ville man kanskje ha kunnet finne flere roller, og kanskje ville noen av de rollene jeg har funnet blitt revidert. Som vi har sett fant Barnes (2005; 2004) hele 14 ulike roller i sitt datamateriale, og Lyng (2004) fant 8 elevtyper og 13 elevroller i sitt. Begge disse hadde tilgang til et mye større datatilfang enn jeg hadde. En kan heller ikke vite om de rollene jeg har funnet er representert i alle klasserom – som vi vil se i analysekapitlet er det ulikt hvor mange representanter de ulike rollene har også i det observerte klasserommet. Noe som er vanskelig å vurdere er om de rollene som er representert av få ville ha forsvunnet i et større materiale, eller om det ville ha vært flere representanter i andre klasserom. Det er også et spørsmål om det er noe med det observerte klasserommet som legger bedre til rette for noen elevroller enn andre. Man må også ta høyde for at en annen forsker ville ha kunnet sett annerledes på materialet enn jeg. En tematisk analyse er å avdekke temaer som ligger gjemt i materialet, men en prosess som er sterkt påvirket av forskeren som tolker (Braun & Clarke, 2006). Dermed er de elevrollene jeg har funnet sterkt avhengig av de tolkningene jeg har gjort.

Mitt arbeid skiller seg fra både Barnes' og Lyngs ved at disse to har sett på hele klasseromssituasjoner og tatt med også de sidene av elevrollene som ikke befatter seg med matematikk. Lyng (2004) hadde sin undersøkelse i ungdomsskolen, og der har ingen elever

mulighet til å velge bort matematikk som fag. I tillegg er det oftest samlet alle typer elever på ett sted siden ingen av elevene selv har valgt skole eller linje. Lyng så på elevenes sosiale roller og hennes forskning var ikke fagavhengig – det var generelle klasseromsobservasjoner. Barnes (2004, 2005) hadde sin undersøkelse i et prekalkulus-klasserom, så hennes observerte klasserom ligner mer på mitt i form av matematisk nivå og elevenes alder. Men også Barnes observerte hele det sosiale samspillet. Jeg har som nevnt valgt å se helt bort fra dette aspektet og sett på elevenes roller kun i matematisk samtale. Disse rollene kan sannsynligvis ikke si noe om elevens atferd utenfor den matematiske samtalen.

En konsekvens av å velge en gruppe med elever i programfag i matematikk er man i mange tilfeller kommer inn i en gruppe med elever som er genuint interessert i faget. Den gruppen jeg har observert er en slik gruppe. Det er dermed få eller ingen av de elevene som ifølge Lyng ikke nødvendigvis går for å opprettholde den formelle elevrollen, dette gjelder for eksempel de elevtypene hun kaller for Machogutten, Villkatten og Jålejenta (Lyng, 2004). I den gruppen jeg har observert er det lite utenomstakk i klasserommet, de fleste elevene er interessert i å lære mest mulig på den tiden de har undervisning og har valgt faget av egen interesse. Min observasjonsperiode var også nokså kort, så det kan hende at elevene holdt seg mer til fag i samtalen fordi de tross alt var ganske bevisste på at de ble filmet og tatt lydopptak av. Hadde observasjonen vært mer skjult og foregått over et lenger tidsrom kan det hende at utenomfaglig stakk hadde gjort seg mer gjeldende. Men dette har altså ikke vært et fokus for meg i mitt arbeid. Heller ikke har sosiale roller slik Lyng (2004) beskriver vært fokus for min forskning.

4. Undervisningsopplegget

I kapittel 3 argumenterte jeg for hvorfor jeg valgte den gruppen av elever som jeg valgte. Her vil jeg legge fram det matematikkfaglige innholdet og de pedagogiske valgene jeg gjorde i de tre undervisningsøktene som er en del av mitt datamateriale.

4.1 Valg av matematisk tema

Jeg har undervist R1 en rekke ganger, og emnet kombinatorikk byr erfaringsmessig på en del utfordringer for elevene ved at det er mye kontekst og lett å gå glipp av viktig informasjon i oppgavene eller å misforstå. Jeg ser ofte at også de sterkeste elevene opplever kombinatorikken som et av de vanskeligste temaene i R1. Dette kan illustreres ved et utsagn Tor (som er en av de faglig sterkeste elevene i klassen) kom med i løpet av undervisningsøktene: "Kombinatorikk og sannsynlighet er noe av det vanskeligste – for jeg er aldri sikker på hva som er hva..."

I tillegg til dette kommer elevene i studien som nevnt i kapittel 3 fra en sammensatt gruppe med S1 og R1, og da var det naturlig å velge et tema som er felles fra disse læreplanene. Da var kombinatorikk og sannsynlighet en av få muligheter. Valget av kombinatorikk som tema for undervisningsøktene som skulle undersøkes var dermed også et bevellemhetsutvalg (Cohen, Manion, & Morrison, 2011).

4.2 Om kombinatorikk i læreplanene

Kombinatorikk er "læren om ordning og gruppering av elementene i en mengde" (snl, 2017). Hovedfokuset er å bestemme antallet kombinasjoner eller permutasjoner ut fra gitte bestemmelser. Kompetansemålene i S1 og R1 er noe forskjellige. I R1 heter hovedområdet "kombinatorikk og sannsynlighet" og kulepunktet som omhandler kombinatorikk er "drøfte kombinatoriske problemer knyttet til ordnede utvalg med og uten tilbakelegging og uordnede utvalg uten tilbakelegging, og bruke dette til å utlede regler for beregning av sannsynlighet" (Utdanningsdirektoratet, 2017a). I S1 heter hovedområdet "Sannsynlighet" og kulepunktet som omhandler kombinatorikk lyder "gjøre rede for ordnede utvalg med og uten tilbakelegging og uordnede utvalg uten tilbakelegging, og gjøre enkle sannsynlighetsberegninger knyttet til slike utvalg" (Utdanningsdirektoratet, 2017d). Ut fra disse kompetansemålene gjennomførte jeg en felles introduksjon til temaet som ble grunnlaget for mitt datamateriale. Dette er stort sett elevenes første møte med kombinatorikk, i hvert fall som et definert fagområde. Noen element fra kombinatorikken har de fleste vært innom, som for eksempel multiplikasjonsprinsippet.

4.3 Gruppesammensetningen

I forkant av undervisningsopplegget ble elevene delt inn i grupper på tre (en gruppe var bare to.) Sammensetningen av gruppene var noe av det jeg brukte mest tid på. Jeg forsøkte å tenke godt gjennom hvilke elever som ville kunne snakke godt sammen og unngå å sette elever sammen som ville komme til å overkjøre hverandre enten faglig eller sosialt. I disse overveielsene forsøkte jeg å ta hensyn til hvilke uformelle roller elevene har i klassen, selv om jeg ikke har observert klassen med dette for øye har jeg likevel en god kjennskap til hvordan elevene snakker sammen. Jeg kunne også diskutere gruppesammensetningen med lærere som underviste elevene i andre fag. Slik satte jeg sammen grupper som jeg håpet skulle gi gode muligheter for matematiske samtaler. Det er en viktig del av den hjelpen man kan gi elever for å kunne samtale godt om matematikk at de blir plassert sammen med andre elever som de kan snakke godt sammen med, selv om det ikke alltid er like lett å vite hvilke hensyn man skal ta (Sjöblom & Meaney, 2016). Et av målene med den foreliggende studiet er å gi noen flere verktøy i arbeidet med å sette sammen grupper på en god måte. Under er en oversikt over de ulike gruppene:

Gruppe 1: Ola Fritz Kari	Gruppe 2: Lise Trine Petra	Gruppe 3: Nora Sofie ⁴ William ⁵
Gruppe 4: Maja Oscar ⁶ Olivia	Gruppe 5: Per Tor	

Som nevnt i kapittel 3 er alle disse navnene fiktive. Noen av dem er valgt ut fra innfallsmetoden, mens resten er hentet fra topp 10-listen over mest populære navn i 2016 (SSB, 2017).

4.4 Undervisningsøktene

Datagrunnlaget stammer fra tre påfølgende undervisningsøkter på en klokke time hver. Disse øktene er altså introduksjonen til kombinatorikk for disse elevene. Noen av elevene hadde så

⁴ Sofie er den eneste eleven som ikke hører til i klassen utover matematikktimene.

⁵ William var fraværende de to første øktene

⁶ Oscar var fraværende halvparten av den andre økten.

vidt hørt om begrepet "tilbakelegging" før, men begrepsparet "ordnet/uordnet" virket å være ukjent for dem alle sammen.

4.4.1 Første undervisningsøkt

Økten var planlagt med stor inspirasjon fra "Five Practices" (Smith & Stein, 2011) som ble introdusert i kapittel 2. Jeg la mye arbeid i å utarbeide oppgavene. Flere har påpekt at oppgavenes kvalitet av avgjørende betydning for at det skal bli gode og læringsfremmende samtaler (Bergem & Klette, 2016; Sfard & Kieran, 2001). I arbeidet med oppgavene tenkte jeg nøye gjennom hvilke mulige løsninger jeg kunne få, både riktige og gale. Jeg la også en plan for hvilken rekkefølge jeg ville ha løsningene presentert. Dette arbeidet var den første fasen i "Five Practices", forventning.

Hver gruppe fikk utdelt en pose tellebrikker (dvs en pose med firkantede plastikkbrikker i ulike farger) og en enkel kalkulator. I tillegg fikk de utlevert oppgavearket som finnes i vedlegg 2. Da jeg delte ut, la jeg stor vekt på introduksjonen til oppgavene som også står øverst på oppgavearket, at de skulle jobbe sammen og at alle skulle få komme med sine betraktninger. I tillegg understreket jeg at de alltid måtte være beredt på å forklare hvordan de tenkte.

I denne introduksjonen kan vi kjenne igjen en del av de viktige kjennetegnene ved gode, fruktbare læringssamtaler slik de ble presentert av Mercer og Sams: Alle på gruppen skal bli hørt og alle svar skal begrunnes (Mercer & Sams, 2006). Den første oppgaven fikk mest oppmerksomhet i gruppene, derfor gjengir jeg den her:

Mari er med sin mor og skal kjøpe is. Hun har blitt lovet at hun skal få to kuler. I isdisken er det fem forskjellige smaker. Det er veldig vanskelig for Mari å bestemme seg for hva slags is hun skal ha, fordi det er så veldig mange muligheter. Hvor mange muligheter er det egentlig?

Det at oppgaven var åpen med tanke på om man skulle regne med ordnede eller uordnede utvalg og med eller uten tilbakelegging var helt bevisst. Dette førte til at elevene stilte en del spørsmål, men jeg hadde på forhånd bestemt meg for å ikke gi noe annet svar enn at det måtte elevene selv ta stilling til. Mens elevene jobbet med oppgavene, gikk jeg mellom gruppene og prøvde å skaffe oversikt over hvilke løsningsstrategier elevene valgte, den andre fasen i "Five Practices", overvåkning. Ut fra observasjonene valgte jeg ut hvilke elever som skulle legge frem sine løsninger. Jeg valgte elevene ut fra hvilke løsninger de hadde valgt og hvor godt de kunne forklare hverandre hvordan de kom fram til svarene. Jeg unngikk å velge grupper som

hadde kommet frem til rett svar ved hjelp av gal metode, for eksempel hadde et par av gruppene funnet ut at et uordnet utvalg uten tilbakelegging ga 10 ulike valg, som er rett, men de hadde funnet dette tallet ved å gange sammen 5 og 2, noe som ikke egentlig gir mening. Dette var den tredje fasen, selektering. Fase fire, sekvensering, hadde jeg på en måte gjort på forhånd, jeg visste at jeg ville begynne med ordnet utvalg med tilbakelegging og slutte med uordnet utvalg uten tilbakelegging, så da prøvde jeg å finne en gruppe til hver. Jeg prøvde også å ha noen eksempler på ren telling og noen eksempler på utregning.

Til slutt var det meningen å presentere løsningene, hvor jeg skulle samle elevenes løsninger på tavlen og viste hvordan de ulike løsningene hang sammen, den siste fasen i "Five Practices". Som så ofte i undervisning gikk ikke alt etter planen denne økten. I tillegg til utfordringene med opptakene som er beskrevet i kapittel 3 var det en stor brannøvelse midt i økten som jeg ikke fikk vite om før like før timen startet. Dermed rakk vi ikke like mye i denne økten som det som var planen – noe som kanskje var en god ting med tanke på at mer av diskusjonen dermed ble flyttet til den neste økten der jeg har gode opptak av alt som foregår.

4.4.2 Andre undervisningsøkt

I den andre undervisningsøkten jobbet klassen videre med oppgavene fra den første økten. De fikk noen minutter for å huske på alt de hadde jobbet med og tenkt i første time før vi fortsatte med å presentere elevenes løsninger på oppgave 1 på tavlen. Klassen som helhet hadde funnet frem til de fire forskjellige mulighetene (ordnet og uordnet med og uten tilbakelegging). Noen av gruppene hadde i tillegg til å telle opp også funnet noen måter å regne ut på. Ut fra elevenes løsninger satte jeg opp en tabell på tavlen for å vise hvordan de ulike løsningene hang sammen, og begrepene ordnet/uordnet og med/uten tilbakelegging ble innført av meg. Etter dette fikk gruppene i oppdrag å lage iskremene med tre kuler i stedet for to. En del av diskusjonene rundt dette vil jeg vise fram i neste kapittel. På slutten av denne timen brukte jeg elevenes forslag – igjen løst basert på "five practices" – til å komme fram til de tre formlene elevene skal kunne for ordnede utvalg med og uten tilbakelegging og uordnede utvalg uten tilbakelegging. I denne sekvensen var ikke elevene selv på tavlen, men de bidro fra der de satt.

4.4.3 Tredje undervisningsøkt

I denne økten jobbet gruppene med mer tradisjonelle oppgaver av den typen vi vanligvis finner i norske klasserom, jamfør oppgavediskursen (Alrø & Skovsmose, 2002; Mellin-Olsen,

1990) jeg beskrev i kapittel 2. Men i motsetning til den tradisjonelle måten, der elevene sitter alene med oppgavene, skulle elevene fortsatt arbeide i grupper. Oppgavene er hentet fra NDLA (ndla.no, 2017) og finnes i vedlegg 3. De enkelte oppgavene blir kommentert i kapittel 5 der jeg viser hvordan elevene jobber med disse oppgavene. Bakgrunnen for å ha slike oppgaver i den tredje økten var at jeg ønsket å se hvordan elevene samtalte om denne typen oppgaver, da det er slike oppgaver vi er nødt til å sette elevene våre i stand til å løse slik Hundeland (2007) forklarer. Denne undervisningsøkten var ikke lagt opp etter "Five Practices", dette var en ren oppgavetime der gruppene fikk jobbe i sitt tempo og det ikke var noe krav til å skulle legge frem løsningene for resten av klassen. Jeg gikk rundt mellom gruppene og lyttet og deltok i samtalen for å passe på at elevene fortsatte å snakke sammen, forklare hvordan de tenkte og begrunne valg av løsningsmetoder til hverandre og til meg.

4.5 Oppsummering av undervisningsopplegget

Elevenes opplæring i kombinatorikk tok ikke slutt etter disse tre undervisningsøktene som er en del av datamaterialet. Elevene skulle videre over i sannsynlighetsregning med utgangspunkt i det de i løpet av denne første uken hadde lært om kombinatorikk. Den undervisningsrekken som er grunnlaget for min studie er således bare en introduksjon til et tema. Hvor elevene gikk videre fra det vi gjorde i denne uken er dermed ikke del av denne studien.

5. Funn og analyse

I dette kapitlet vil jeg gi et svar på mitt forskningsspørsmål gjennom å gå grundig gjennom mine data og analysen av dem. I arbeidet med analysen av datamaterialet trådte det på et tidlig tidspunkt frem at noen elever hadde noen klare særtrekk i samtalen. Dette inspirerte som nevnt tidligere til å se på hvilke roller disse elevene hadde i samtalen. I mitt arbeid har jeg ikke sett på elevenes uformelle roller slik Lyng (2004) beskriver dem - jeg har bare sett på hvordan elevene oppfører seg ulikt i den formelle elevrollen som aktiv deltaker i matematikksamtalet. Elevenes uformelle roller i klassen vil selvsagt kunne ha betydning, men det ligger utenfor denne studien å si noe om hvordan disse rollene påvirker de formelle rollene. Gjennom en observasjonsstudie kan man iaktta *hvordan*, men ikke *hvorfor* en person oppfører seg på en bestemt måte i en bestemt situasjon (Olsson & Sørensen, 2003, s. 88). Jeg har valgt å først beskrive hver enkelt rolle ut fra én av representantene – for så å trekke frem de andre elevene etterpå og vise hvor i landskapet de befinner seg.

5.1 De ulike elevrollene

I dette delkapitlet kommer en beskrivelse av de fem elevrollene som trådte frem i arbeidet med mitt datamateriale. De fem rollene jeg har funnet er *Den høyttenkende eleven*, *den veiledende eleven*, *den undrende eleven*, *den formelavhengige eleven* og *den stille eleven*. I det følgende vil jeg presentere disse med utgangspunkt i den eleven som er den klareste representanten.

5.1.1 Den høyttenkende eleven

Den første eleven jeg vil trekke frem er Ola. Ola er en del av en gruppe 1 sammen med Fritz og Kari. Samtalen virket å flyte uproblematisk i denne gruppen, og alle tre deltok aktivt. En ordtelling av samtalen viser dog at Ola sammen med Per (som blir beskrevet senere) er den som bruker klart flest ord i løpet av time 2 og 3. Innad i gruppen bruker han dobbelt så mange ord som Fritz og mer enn halvannen ganger så mange ord som Kari. Han snakker altså omtrent like mye som de to andre til sammen. Nedenfor er et lite utdrag av samtalen mellom disse tre, fra time nr. 3. Gruppen har hatt en liten periode med taushet, og begynner her å arbeide med en oppgave (oppg. 3.2.2, vedlegg 3) der de skal lage kodelås bestående av 5 tall mellom 0 og 9 hvor du kan bruke tallene flere ganger. I oppgave a gis ingen begrensninger, mens oppgave b inneholder en begrensning som sier at man ikke kan ha to like tall etter hverandre. Oppgaven er å finne ut hvor mange kombinasjoner man kan lage. (her er ordet "kombinasjoner" en fellesbetegnelse på kombinasjoner og permutasjoner):

- 1 Ola: Det er ni i femte, er det ikke?
- 2 Fritz: Nei, det er feil. Hvor mange muligheter har du på hver?
- 3 Ola: ni.
- 4 Fritz: nei, 0,1,2,3...
- 5 Ola: åja, ti, ja
- 6 Fritz: ja ti.
- 7 Ola: ti i femte
- 8 ...
- 9 Ola: Hvis du ikke kan ha to like tall etterhverandre... Da må du trekke ut et hver gang, da, må du ikke det?
- 10 $10*9*8*7*6?$
- 11 Fritz: (Leser oppgaven) hvor mange ulike kombinasjoner hvis du ikke kan ha to like tall etterhverandre?
- 12 Kari: Det er nå vi skulle hatt de brikkene.
- 13 Fritz: men så har du... Ja... På den første kan du ha 0-9.
- 14 Ola: og så kan du ha ni på den
- 15 Fritz: Først har du ti. Så har du ikke det samme tall, så da har du bare ni.
- 16 Ola: Så det blir $10*9*8*7*6?$
- 17 Fritz: nei.
- 18 Ola: ikke?
- 19 Kari: nei, for du kan ha.... Hvis du begynner med ni, sant.
- 20 Ola: Ja, for det er bare etterhverandre du ikke kan ha.
- 21 Kari: så har du 4. Så kan du ikke ha 4, men du kan ha 9.
- 22 Ola: ja.
- 23 Fritz: så (regner ut svaret $10*9*9*9*9$) 65 610

På videoopptaket kan vi se at Ola har lest ferdig oppgaven og begynt å snakke om den før de andre har begynt å se på den. I linje 1 presenterer han raskt sitt forslag til løsning uten å undersøke om de andre er klare for å diskutere oppgaven. Ikke før Fritz har påpekt gjennom et spørsmål og ved å begynne å telle (i linje 4) innser han at det må være ti siffer på hver plass, ikke ni som han først foreslår. Ola ser ut til å godta forklaringen til Fritz, og vi ser i linje 7 at Ola bruker den justerte forklaringen til å finne fram til løsningen.

Vi ser så at Ola går raskt videre til del b av oppgaven (linje 9), og igjen presenterer han sitt forslag til løsning før hans medelever har rukket å lese oppgaven. Tidligere i arbeidet med kombinatorikk har elevene jobbet med situasjoner der det ikke er tilbakelegging – og Ola går for en løsning som ligner på disse situasjonen. Fritz leser og Kari kommenterer (linje 12) at de burde hatt disse brikkene (tellebrikkene vi brukte i de to første timene). Karis kommentar kan tyde på at hun legger merke til at denne oppgaven ikke nødvendigvis følger mønsteret fra

tidligere. Også Fritz er (i linje 17) ganske klar på at Olas konklusjon er gal etter at Ola har gjentatt sitt løsningsforslag. Kari bruker i linje 19 og 21 et konkret talleksempel for å forklare Ola at selv om ett bestemt tall (ni) ikke kan brukes på plass nummer 2, kan dette tallet fint komme inn igjen. I linje 20 virker det som at Ola ser mønsteret, da avbryter han Kari's forklaring og sier "Ja, for det er bare etterhverandre du ikke kan ha". I fellesskap kommer de så frem til svaret på oppgaven.

Mønsteret vi ser i dette lille utdraget gjentar seg gjennom hele samtalen i denne gruppen. Ola presenterer kjapt sine løsningsforslag, hvorpå de to andre enten aksepterer (hvis det stemmer) eller kommer med motforslag. Ola er sjelden stille – han deltar veldig aktivt i samtalen. Som nevnt snakker han omtrent like mye som de andre to til sammen. Et trekk som går igjen er at når han blir presentert for en oppgave, begynner han straks å snakke. Der de andre to på gruppen leser oppgaven og virker å tenke seg om en liten stund før de sier noe, kommer han med forslag til passende regnestykker eller løsninger. Han presenterer løsningsforslag raskt og på en slik måte at det virker som han tenker høyt. Disse løsningsforslagene er like ofte gale som rette, men justerer seg ofte inn når medelevene hans kommer med motargumenter. Dette gjelder ikke bare i de utdragene jeg har vist, men gjentar seg flere ganger i samtalen.

Litt tidligere i samtalen jobber elevene med å gjenkjenne ulike typer utvalg ut fra situasjoner uten å skulle gjøre noen utregninger (se oppgave 3.2.1, vedlegg 3). Her ser vi et annet eksempel på hvordan Ola foregriper de andres tenking ved at han har konkludert før de andre har rukket å begynne å tenke på oppgaven:

- 24 Kari: Det må være et ordna utvalg med tilbakelegging
- 25 Ola: Er det fra forrige oppgaven?
- 26 Fritz: ja.
- 27 Ola: tall mellom 0 og 9. Hvert tall kan brukes flere ganger. Ordna med tilbakelegging
- 28 Kari: mhm.
- 29 Ola: enig?
- 30 Fritz: ja
- 31 Ola: 5 bokstaver, hver bokstav kan bare brukes en gang, ordna...
- 32 Fritz: vent, vent, vent...
- 33 Kari: Ola, du er jo helt... Jeg skriver ned...

I linje 24 foreslår Kari at utvalget de ser på må være et ordna utvalg med tilbakelegging. I neste linje ser vi at Ola allerede har gått videre, siden han lurert på om Karis svar er til den forrige oppgaven. Allerede i linje 31 kommer neste eksempel – Ola er i gang med neste oppgave, mens Fritz og Kari holder ham igjen fordi de vil gjøre seg ferdige med den oppgaven de har diskutert først.

Jeg har valgt å kalle den rollen Ola representerer for "den høyttenkende", fordi han som vist snakker mye og ofte før han har rukket å tenke nøye gjennom oppgaven og å ta høyde for alle opplysninger i teksten. Han justerer ofte løsningsforslagene sine i samtale med de andre elevene og viser frem tankene sine gjennom det han sier.

5.1.2 Den veiledende eleven

Vi finner en annen av elevrollene i samtalen mellom Per og Tor. Det er Tor som er representant for denne rollen. Samtalen mellom disse to var preget av mange lange pauser hvor de to elevene jobbet hver for seg før de snakket sammen. Dette var mest tydelig i time nr 3 der klassen arbeidet med de tradisjonelle oppgavene. Når de snakket sammen, snakket de begge nokså mye – ordtellingen viser at deres samtale inneholder omtrent like mange ord som samtalen mellom Ola, Fritz og Kari og dermed er blant de to mest ordrike samtalen i mitt materiale.

Vi vil her se på et utsnitt fra samtalen i time nr 2. Elevene jobber med en oppgave som handler om å regne ut antall håndtrykk i en gruppe på 12 personer der to og to kjenner hverandre fra før og dermed ikke skal hilse på hverandre (oppgave 4, vedlegg 2). Per har valgt en løsning der han legger sammen alle håndtrykkene:

- 34 Per: Det er liksom 10, 10, 8, 8, 6, 6, 4, 4..... (regner ut)
- 35 Tor: Han her, han hilser på 10. og han hilser på 10. Og han hilser på 8. Så, ja.
- 36 Per: $10 + 10 + \dots$
- 37 Tor: ja, det er rett svar, riktig metode. Eller, det er én måte å gjøre det på. There are more ways.
- 38 ...
- 39 Per: $10 * 12 / 2$.
- 40 Tor: Ja, det er faktisk helt rett.
- 41 Per: Hvorfor det, da?
- 42 Tor: Metoden er jo rett
- 43 Per: Ja, men hvorfor?
- 44 Tor: Hva skal $10 * 12$ bety?
- 45 Per: ten handshakes on 12 persons. Men så må det deles på 2 fordi det er to personer i hver gruppe.
- 46 Tor: Nei, ikke helt derfor. Hvis vi tar det igjen nå. Han hilser på 10.

- 47 Per: alle hilser jo på 10.
48 Tor: Så hilser han på 10 stk. Hva har skjedd da?
49 Per: Han har hilst på han og han har ikke hilst på han og... nei, de har hilst på hverandre!
50 Tor: Ja, du har tatt med at han har hilst på han og at han har hilst på han. Og det får du for alle. Når alle har tatt
51 10 håndtrykk hver så har du tatt med at alle har tatt, han med han og han med han... Du har talt to håndtrykk for
52 hvert håndtrykk. Så du må dele på 2. Da har vi fem grupper...

I linje 35 kan vi se at Tor forklarer og utdyper utregningen som Per gjør, og i linje 37 konkluderer han med at det er riktig svar. Han påpeker også at det er flere måter å gjøre det på. Dette fører til at Per foreslår en annen måte som også er riktig, men han gir uttrykk for at han ikke forstår helt hvorfor akkurat dette regnestykket fungerer. Da ser vi at Tor i linje 44 stiller spørsmålet tilbake til Per: Hva betyr $10 \cdot 12$? Han får da Per til å komme med et forsøk på å forklare hvor han har funnet disse tallene, men vi ser i linje 46 at Tor ikke er helt fornøyd. Gjennom de neste replikkutvekslingene ser vi at Tor leder Per gjennom alle trinnene i utregningen helt til de er i mål. Heilt til slutt, i linje 50 - 52 ser vi at Tor oppsummerer hele oppgaven i en lenger replikk.

Vi kan også se på et utsnitt av samtalen der Per og Tor diskuterer den samme oppgaven som Ola, Fritz og Kari diskuterte – oppgaven der de skal lage en kodelås med fem tall (oppgave 3.2.2, vedlegg 3). De er her på oppgave a, dvs at det ikke er noen begrensninger i hvorvidt to like tall kan komme etter hverandre:

- 53 Per: Nå er det 5 i femte, sant?
54 Tor: Tenk hvor mange valg du har.
55 ...
56 Per: ja.. Det blir... Det blir fem i niende, tror jeg.
57 Tor: fem?
58 Per: ni i femte, blir det ikke det?
59 Tor: nei, hvor mange tall kan du velge på førstevalget?

Igjen ser vi tre eksempler på at Tor gjennom å stille spørsmål til det Per sier leder ham på rett vei. I linje 57 kunne han ha sagt noe som at "nei, det må jo være ti" eller "det er feil", men han velger å stille spørsmålet i stedet for å fortelle direkte hva Per gjør feil og hvordan han kunne ha gjort det. Tor leder gjennom sine spørsmål Per fram til svaret.

Tor har også andre måter å veilede Per på. I utsnittet under diskuterer guttene hvordan man kan trekke ut tre av 50 på to forskjellige måter – enten et ordnet utvalg eller et uordnet utvalg. (oppgave 3.2.6, vedlegg 3)

- 60 Tor: ja, 50 fakultet delt på 47 fakultet delt på 3 fakultet.
- 61 Per: ok
- 62 Tor: men hvis det er viktig hva rekkefølgen er, kan du ta vekk den r fakultet.
- 63 Per: og så bare ha den formelen?
- 64 Tor: Mhm. Dette blir $50 \cdot 49 \cdot 48$. For du har 50 valg og så 49 valg og så 48 valg. Men det er ikke så enkelt når rekkefølgen ikke har noe å si. Da må du dele på antall kombinasjoner av---
- 65 Per: dette er når rekkefølgen har noe å si?
- 67 Tor: når den har ingenting å si
- 68 Per: dette?
- 69 Tor: ja. Når du har et utvalg og skal velge ut tre ting.
- 70 Per: og så stryker du den der?
- 71 Tor: ja, hvis den har noe å si. Men det er ikke noen måte å skrive den på. Du skriver den ikke sånn, liksom.

I denne replikkvekslingen stiller Per spørsmål til Tor som Tor svarer på. I utsnittet over ser vi denne vekselvirkningen hele veien fra linje 63 til 71. Her forklarer Tor mer direkte enn han gjorde i utsnittet over, men fortsatt veileder han Per med sine forklaringer. Vi kan se at Tor har lengre replikker enn Per.

Gjennom en telling av ord og replikker i hele samtalen mellom Per og Tor kan vi se at Tor bruker flere ord (ca 1,5 ganger så mange) som Per, men at han har vesentlig færre replikker, og dette viser frem en klar tendens i samtalen - Tor snakker i lengre setninger for å forklare Per hvordan ting henger sammen. Det er aller tydeligst i det tredje sitatet, men går igjen i hele samtalen. Gjennom hele samtalen mellom Per og Tor ser vi at Tor har delt lite i utforskende prat, det vil si at han sjelden sier for eksempel "kanskje er det sånn" eller "hva hvis vi prøver dette". Når han sier noe, virker det gjennomtenkt. I videoopptakene kan vi ofte se at Tor sitter stille og kikker ut i luften en liten stund- han tenker gjennom oppgaven før han sier noe. Det virker som han deltar i samtale for å dele av sin kompetanse og kunnskap, men sjelden for å finne fram til svar i fellesskap.

Jeg har valgt å gi rollen Tor representerer navnet "den veiledende eleven". Han velger sjelden å avspise medeleven med et "nei, det er feil" eller å komme med det riktige svaret, men leder medeleven sin gjennom en tankerekke som han selv virker å ha gjennomført innvendig.

5.1.3 Den undrende eleven

I samtalen mellom Ola, Fritz og Kari finner vi også at Kari har/tar en spesiell rolle i samtalen. I avsnittet om den høyttenkende eleven ser vi at Kari snakker en god del mindre enn Ola, men hun er likevel blant de fem mest ordrike elevene i gruppen. Ved å se på to utdrag fra samtalen

i den andre undervisningsøkten der klassen diskuterte hvor mange iskremer de kunne lage hvis de hadde tre kuler, og de hadde tellebrikkene til å hjelpe seg:

- 72 Kari: Det var noe med løsninger – trenger vi flere løsninger?
73 Fritz: Det var den oppgaven med 60 forskjellige...
74 Kari: Var det uten rekkefølge og det var med?
75 Ola: ja
76 Kari: Eller var det at de var unik?
77 ...
78 Kari: ja, da må vi finne de to andre, da? De som er uordna?
79 Ola: (Leser) uordna med tilbakelegging. Korleis.. hvordan regner du det?
80 Fritz: uordnet betyr at du kan ikke ha
81 Kari: den samme, er det ikke?
82 Fritz: Den samme kombinasjon...
83 Kari: Der kan du ha samme kombinasjon, men, nei, hvordan var det?

I linje 72 – 83 ser vi at hver eneste replikk Kari har er formet som et spørsmål. En gjennomgang av alle hennes replikker i de to timene viser at halvparten av de matematikkrelaterte utsagnene hennes faktisk er spørsmål. Flere av spørsmålene er reelle spørsmål, som i linje 76 og 83. Men noen spørsmål er som linje 81 – et spørsmål som fremstår som et skinns spørsmål, dvs at det kan virke som Kari egentlig vet at det stemmer, men at hun bare må spørre likevel. Også i en replikkveksling fra time nr 2 finner vi spørsmål fra Kari som egentlig virker som lansering av forslag hun har tro på, men som er formulert som spørsmål (Her diskuterer de hvordan de skal regne ut et uordnet utvalg med tilbakelegging):

- 84 Kari: Men det vi gjorde der, sant. Da har vi plusset på de fem. Der vi kunne ha like. Betyr det at vi må ta 125 –
85 60 og så plusse på?
86 Ola: Er det noe logikk i det, så gjør vi det.
87 Kari: Når vi gikk fra 10 til 15, sant. Hvis vi tar den minus den og plusser på den der nede. 10, med 15?
88 Ola: Ja, det kan du kanskje si
89 Kari: Bli det ikke det? For du plusser på de der?

I linje 84, 87 og 89 er alle replikkene hennes formulert som spørsmål, men når vi ser på innholdet ser vi at hun faktisk lanserer forslag som virker relativt gjennomtenkte. Når hun ikke stiller spørsmål, svarer hun ofte på spørsmål fra de andre eller kommer med konkrete svar på oppgaver som i utdraget nedenfor når gruppen diskuterer oppgave 3.2.8 fra vedlegg 3, der tre elever skal trekkes ut fra en gruppe på 30:

- 90 Ola: Hva blir svaret på den?
91 Kari: Firetusenogseksti fikk jeg

92 Ola: firetusenogseksti?

93 Kari: mhm

Denne lille passasjen er typisk for de replikkene Kari har som ikke er spørsmål, enten svarer hun hva hun som i linje 91 eller så bekrefter hun medelevene som i linje 93. Jeg har valgt å kalle denne elevrollen "den undrende eleven". En undrende elev formulerer mange av sine matematiske replikker som et spørsmål, både når eleven egentlig lurer på noe og også når det eleven sier er et forslag til løsning.

5.1.4 Den formelavhengige eleven

Vi skal nå over til en av samtalen som ikke gled like lett som de to foregående, den mellom Lise, Trine og Petra. Gruppens "hovedtaler" hvis vi ser på taletid og ordrikhet er Trine, men det er Lise som er vårt hovedfokus her. Samtalen mellom disse tre var ganske ulik fra time 2 til time 3. I time 2 snakket de en del mens de prøvde å finne ut av de ulike kombinasjonene de kunne lage med brikkene, mens i time 3 der de skulle jobbe med oppgaver var det veldig lite prat selv lærer var innom flere ganger for å prøve å få praten til å gå litt mer. En ordtelling av samtalen viser også at læreren bidrar med over halvparten av ordene i samtalen. La oss se på et utsnitt av samtalen for å se hva som gjør den rollen Lise tar i samtalen interessant. Her er vi kommet ca midt i time nr 3. Gruppen jobber med en oppgave der de skal sette opp rekkefølgen på et stafettlag med fire løpere. (oppgave 3.2.4, vedlegg 3).

94 Trine: ok, men her er det jo sånn ordna uten tilbakelegging, sant? Og hva var formelen for det?

95 Lise: Det var n, n-r og n var smaker og r var kuler

96 Trine: Hva blir dette da?

97 ...

98 Trine: Kan vi bruke den regelen egentlig?

99 Petra: (lavt og utydelig: noe om å gange for hver plass).

100 ...

101 Trine: Så det der er bare $1*2*3*4$?

102 Petra: mhm

103 Lise: kan dere den regelen der vi skriver dette opp?

Vi ser her at Lise i linje 95 svarer Trine på hvordan formelen for et ordna utvalg uten tilbakelegging er, etter å ha konsultert notatene sine (dette ser vi i videoopptaket.) I linje 103 ser vi at hun ber om en regel for å skrive opp regnestykket. Hun virker ikke fornøyd med å ha kommet fram til svaret og regnestykket, hun vil ha en fast regel som hun kan ta med seg videre til lignende oppgaver. Vi skal også se på et par av replikkene hennes fra time nr 2. Det

aller første som skjer i gruppene i denne timen er at de blir satt til å rekonstruere arbeidet de gjorde timen før der de skulle finne ut hvor mange kombinasjoner av iskuler de kunne lage hvis de hadde fem kuler å velge mellom og kunne velge to farger. Gruppen bruker litt tid på å komme i gang, og ingen samtale starter før lærer kommer bort til gruppen:

- 104 Lise: Finnes det noen regler for å regne det ut?
105 Lærer: ja, når det er så få som nå kan vi telle, men det finnes formler for å regne det ut når det er flere. De skal vi
106 komme frem til i løpet av i dag.
107 Trine: vi hadde jo en sånn vanskelig metode, da, så vi måtte telle... Hva var det de andre gjorde?
108 Lise: De satte vel opp, sånn, gul, gul – gul, rød – osv.

I hele den foregående timen hadde gruppen jobbet med å komme fram til hvor mange ulike kombinasjoner man kunne lage av disse iskremene. Likevel er det første spørsmålet Lise har til læreren om det finnes en regel for å regne ut. Det kan virke som at Lise også her helst vil ha en formel for å finne løsningen, heller enn å prøve å resonnerer seg fram til svaret.

Litt senere har klassen fått i oppgave å finne antall kombinasjoner dersom antall kuler de kan velge øker til tre mens de fortsatt har fem mulige smaksvalg. Mens de prøver å finne ut antall kombinasjoner i et uordnet utvalg uten tilbakelegging (elevene har ikke nødvendigvis klart for seg at det er dette som er den matematiske betegnelsen på det de gjør) finner vi denne replikkvekslingen:

- 109 Lise: her er det ikke noe mønster, da...
110 Lærer: Men hva har dere gjort for å komme fram til dette (peker på tallet 15 som gruppen har skrevet ned), har dere telt eller regnet?
111 Trine: Vi har bare brukt sånn der på en oppgave.
112 Lærer: ja, for dette (peker på et annet tall) er der hvor dere kom fram til?
113 Trine: 55
114 Lærer: 55? og dette er uten tilbakelegging? Hvordan har dere kommet fram til dem?
115 Lise: $5*3$
116 Lærer: $5*3$? mhm. Hvorfor gjør dere det? Fordi at dere tenker at dere har 5 og 3, og så «shmokk»?
117 Lise: Pretty much

I linje 109 kommenterer Lise at hun ikke ser noe mønster, og i linje 116 ser vi igjen at Lise vil ha en regel – hun ganger sammen 5 og 3 uten egentlig å kunne forklare hvor tallene kommer fra. Denne metoden hadde gitt dem rett svar (tilfeldigvis) da det gjaldt å finne to smaker, og derfor brukte de samme metode her. Etter dette utsnittet får de i oppgave å lage disse kombinasjonene, og etter mye pusling og litt veiledning fra lærer kommer de fram til at 15

ikke var rett svar. I utsnittet under fortsetter de diskusjonen for å finne ut hva det er de egentlig har gjort feil:

- 119 Lærer: nei, så dere kan ikke finne noen med utgangspunkt i den. Og dere har funnet alle med de andre. Så da er
120 det ikke flere enn ti, da. Så da, hva må dere revurdere? Jo, dere må revurdere måten dere regna ut på, for den
121 funka åpenbart ikke.
122 Trine: ja
123 Lise: selvfølgelig...
124 Trine: da må vi finne en annen metode, da.
125 Lise: Ja, for det var jo det hun sa, at det ikke gikk. At det ikke var en god strategi å ta $2*5$, liksom.
126 Lise: da stryker vi den.

I linje 125 og 126 ser vi at Lise innser at de dermed må forkaste formelen $n*r$ som de hadde brukt. De kan ikke gange sammen antall valgmuligheter med det antallet som skal velges ut, selv om det så ut til å virke fint i forrige oppgave. De må altså lete videre etter en annen formel. I opptakene ser vi at gruppen forlater denne oppgaven på dette tidspunktet, de stryker utregningen sin og gir opp å finne en fast formel på dette tidspunktet.

I tillegg til det Lise sier i disse utsnittene kan vi også i opptakene se at hun stadig støtter seg til en liten bok der hun har skrevet ned formler og små huskereglar som har blitt gjennomgått i timen – og når hun møter en ny oppgave slår hun opp i denne boken som det første hun gjør – det virker som hun venter med å tenke gjennom oppgaven til hun har sjekket om det er en formel som kan passe. Vi ser at i time nr 1 og 2 der elevene ikke hadde noen formler deltok Lise mer i samtalen og kom med forslag til kombinasjoner av farger (som i linje 108), mens i time nr 3 når klassen i fellesskap hadde kommet fram til de tre formlene de skulle kunne (ordnet utvalg med og uten tilbakelegging og uordnet utvalg uten tilbakelegging) deltok hun mindre. Faktisk er linje 95 Lises 2. replikk i denne timen selv om vi altså har kommet ca halvveis i økten. I løpet av time nr 3 har hun bare 6 replikker, og to av dem kommer i det avsnittet. Som vi ser handler begge disse om å finne en formel. De andre replikkene fra den 3. timen har ikke matematisk innhold.

Selv om Lise på mange måter kunne ha passet inn i den neste kategorien, den stille eleven, er de replikkene hun har såpass spesifikke at jeg har valgt å skille hennes rolle ut som en egen kategori. Jeg har valgt å kalle rollen Lise representerer for "den formelavhengige", fordi hun selv etter å ha jobbet utforskende i to hele arbeidsøkter fortsatt ønsker seg og fokuserer på formler. Dette kan tyde på at hun etter å ha lært formlene ikke lenger klarer å tenke utforskende på oppgavene, men leter etter formelen som i linje 95 og linje 103.

5.1.5 Den stille eleven

Den femte og siste elevrollen finner vi også en representant for i samtalen mellom Trine, Lise og Petra, denne gang med Petra som hovedfokus. Som nevnt gled samtalen i denne gruppen ikke så lett, og det var noen ulikheter mellom time nr 2 og nr 3. Trine var den som holdt samtalen gående, mens Petra deltok aller minst i samtalen. I motsetning til Lise var Petra aller mest ordknapp i time nr 2 der klassen jobbet med de mer åpne oppgavene mens hun deltok noe mer i time nr 3 der oppgavene var av den mer tradisjonelle typen. Ca to tredjedeler av hennes bidrag kom i time nr. 3. En ordtelling viser at Petra er den eleven i klassen som snakket klart minst i løpet av disse to timene, med til sammen 30 replikker og i underkant av 200 ord. For å sette dette i perspektiv kan nevnes at Tor og Ola begge to brukte mellom 1600 og 1700 ord i løpet av den samme tiden. Vi ser på et lite utdrag der Petra deltar i samtalen, hvor elevene jobber med den samme oppgaven som Ola, Fritz og Kari jobbet med (oppg. 3.2.2 om kodelåsene):

- 127 Trine: har du gjort a?
128 Petra: Ja, det er vel bare $19 * 10000$?
129 Trine: ånei, det blir ikke så vanskelig. Det blir bare $10*9$ og så blir det 10 igjen for da kan du bruke 10 nye tall
130 Petra: eeh
131 Trine: nei, da må du bruke 8?
132 Petra: Ja, noe sånt
133 Trine: 10, 9, 8 og 7?
134 Petra: Men du kan ikke ha to like tall etter hverandre. Så du kan bruke, for eksempel 1,2,1
135 Trine: ja. Men det er meningen at vi starter med ti i hvert fall
136 Petra: Mh
137 Trine: og da må det jo være ni etterpå.
138 Petra: ja
139 Trine: Og den kan jo ikke gå opp igjen til ti, for alle har jo... Er det gange ni igjen, da?
140 Petra: ja, det tror jeg.

Vi ser her at med unntak av i linje 128 og linje 134 består Petras bidrag av korte utsagn som bekrefter eller avkrefter at hun er enig i det Trine har sagt. Hvis vi ser på et utdrag fra litt senere i samtalen mellom disse tre (dette utdraget overlapper med utdraget i avsnittet om den formelavhengige) ser vi den samme tendensen:

- 141 Trine: SÅ det der er bare $1*2*3*4$?
142 Petra: mhm
143 Lise: kan dere den regelen der vi skriver dette opp?

Petra tar lite initiativ i samtalen, med de gangene hun faktisk sier noe viser det seg ofte å være riktig, som i linje 134. I linje 130 kan vi se at hun bare med en lyd viser Trine at hun ikke er enig i hennes konklusjon, og får dermed Trine til å gå videre i resonnetet og nærmer seg den riktige løsningen. Hun kommer ikke helt i mål, og dette fører fram til Petras noe lengre innspill i linje 134, faktisk det aller lengste innspillet Petra har i løpet av begge disse to timene. I linje 142 viser hun med en enkelt lyd at hun er enig. I videoopptakene ser vi at det ofte er det hun har skrevet i boken sin som er utgangspunkt for de riktige løsningene Trine kommer fram til – Petra er altså ikke nødvendigvis stille fordi hun ikke har svar, men av andre årsaker. Disse årsakene er ikke mulig å si noe om ut fra mine observasjoner, men Petras rolle i klasserommet kan vi kjenne igjen og jeg har valgt å kalle den "den stille eleven". Denne elevrollen kjennetegnes ved at eleven bidrar lite i samtalen og jobber mye for seg selv.

5.2 Hva med de andre?

Hittil i denne analysen har jeg brukt enkeltelever for å beskrive de ulike rollene. Disse elevene er de som er de klareste representantene for hver av rollene, men disse rollene viser seg også hos de andre elevene. Det som skiller disse fire elevene fra de resterende 9 elevene er at de er nokså gjennomført i rollene sine, selv om man kan finne partier i samtalen der man også hos disse kan finne trekk fra de andre rollene. Elevrollene jeg beskriver er ikke konstante, de er roller elever kan gå inn og ut av. I kapittel 6 vil jeg drøfte dette aspektet nærmere. I dette delkapitlet vil jeg ta for meg hver av de andre elevene før jeg oppsummerer til slutt.

5.2.1 William

I gruppe 3 finner vi William. I mitt datamateriale fremstår William som en høyttenkende elev som gjerne deler sine uferdige resonnetter med sine medelever. Han kommer, som Ola, med forslag til løsninger før de er gjennomtenkt og hvis medelevene sier at de er feil justerer han og går videre i tankeprosessen helt åpent. Vi ser et eksempel fra da gruppen jobber med 3.2.2.a (vedlegg 3), den samme oppgaven som Ola, Kari og Fritz jobbet med tidligere:

145 William: er det ikke 5 opphøyd i 9? Du kan bruke et tall – fem – ni, nei det blir jo feil...

146 Nora: er ikke det ti tall?

147 Sofie: jo

I linje 145 ser vi et eksempel på at det virker som William begynner å snakke før han har tenkt ut hva det er han vil si, akkurat som Ola gjorde det. William var ikke tilstede i begynnelsen av uken, han var bare tilstede i undervisningsøkt nr 3. På grunn av dette var lærer

mer deltakende i samtalen i begynnelsen av timen, for å forsikre seg om at også William forsto grunnprinsippene i kombinatorikk. Man kan derfor anta at han kunne ha hatt en annen rolle i samtalen dersom han hadde vært med fra begynnelsen av, men igjen er det sånn at man i kun kan observere hva som skjer og ikke årsaker bak (Olsson & Sörensen, 2003), heller ikke kan man vite hvordan noe hadde forløpt med litt andre forutsetninger. Men i den timen William er tilstede tar han styringen på samtalen og tenker høyt selv om han da hadde gått glipp av de to introduksjonstimene til temaet.

5.2.2 Sofie og Nora

Sofie og Nora representerer begge to rollen som "den stille eleven". I den tredje timen der William er tilstede har Sofie bare fem replikker i samtale med de andre elevene gjennom hele timen, og av de fem replikkene er det bare én der hun egentlig har et matematisk innhold. Nora har noen flere, men også hun er stille og har stort sett mange korte replikker med bekræftende eller avkreftende svar til det William sier. I timen der William ikke er tilstede ser vi at Nora og Sofie sier omtrent like mye, men dette er også den samtalen med aller færrest ord i undervisningsøkt 2. Konversasjonen i denne timen dreier seg aller mest om tellebrikkene i ulike farger og veldig lite om matematisk innhold. Mange av replikkene er av typen "har vi flere gule brikker", "vi må flytte brikkene så vi får plass" og lignende. I time nr 3 kan vi også se at Sofie sitter i friminuttet og jobber med noen oppgaver som hun viser til læreren, og disse oppgavene er helt riktig løst. Likevel deltar hun lite i samtalen etter friminuttet om akkurat disse oppgavene, så i likhet med Petra kan vi se at hun ikke er stille fordi hun ikke har et svar, men av andre (uvisse) grunner. En medvirkende årsak kan være at Sofie er den eneste av elevene i denne gruppen som ikke kommer fra den samme klassen – hun har ingen andre fag sammen med disse elevene, og kan dermed ha problemer med å finne sin plass i samtalen.

5.2.3 Per

I tillegg til Ola og William kan også Per sies å være en høyttenkende elev. Selv om han jobbet en del individuelt med oppgaver, var det ofte slik at det var i begynnelsen av arbeidet med en oppgave Per henvendte seg til Tor – ikke etter at han hadde tenkt på en oppgave. Vi kan blant annet se igjen på utdraget der Per og Tor diskuterer oppgave 3.2.2 (vedlegg 3). Vi ser at Per kommer med tre ulike, gale, forslag til løsning henholdsvis linje 53, 56 og 58, og at han lanserer dem fort og justerer dem etter hvert som Tor veileder ham i riktig retning. Samtalen fortsetter her i samme retning ganske lenge, og Per legger fram flere forslag til delløsninger underveis som Tor retter på. Ett interessant øyeblikk i denne samtalen er der Per tar

høyttenkingen et hakk videre - han prøver å legge fram et alternativt forløp for å forsikre seg om at han faktisk har forstått rett:

148 Per: Men hvis du kun hadde hatt to, hadde du hatt 100 forskjellige måter å gjøre det på da?

149 Tor: hva to?

150 Per: Hvis du ikke har fem tall, men to tall. Da har du 100 forskjellige måter?

151 Tor: ja, du kan først velge ett av ti tall, og så kan du velge ett av ti tall.

152 Per: Så da blir det jo 10 i andre

153 Tor: ja

Her i linje 148 kan det se ut som at Per ønsker å forstå hva som skjer hvis man bare har to tall, og ikke fem som oppgaven sier – og igjen viser han fram sin tenking.

5.2.4 Fritz

I gruppe 1 finner vi Fritz. Vi har allerede stiftet bekjentskap med ham i samtale med den høyttenkende Ola og den undrende Kari. Ved å se igjen på det første utdraget fra samtalen dem imellom i kapittel 5.2.1 (linje 1 – 23) ser vi at Fritz forsøker å veilede Ola til riktig svar. I motsetning til Tor er han litt mer bastant på å si konstatere at det Ola sier er feil (for eksempel i linje 2, 4 og 17), men også Fritz veileder medeleven sin til rett svar ved å ta tak i det medeleven sier og lede ham på rett vei. I noen tilfeller kan vi også se Fritz tenke høyt, dette gjelder først og fremst i time nr 2 der gruppen jobbet med tellebrikker for å lage iskremmer med tre kuler. Men som regel har Fritz tenkt seg om først før han sier noe, slik Tor gjør det, og ofte bruker han det han har tenkt gjennom til å veilede Ola og Kari i rett retning. Jeg vurderer Fritz til å være en veiledende elev.

5.2.5 Oscar

Oscar var tilstede i time nr 1 og 3, og kom for seint i time nr 2. En grovtelling av ordene i samtalen mellom Oscar, Maja og Olivia i time nr 3 viser at Olivia snakker omtrent dobbelt så mye som Oscar og Maja omtrent tre ganger så mye. Time nr 1 ble ikke transkribert som de to andre timene, men vi kan likevel se på opptaket at han ikke deltar mye i samtalen her. Flesteparten av replikkene til Oscar kommer fordi Maja og Olivia henvender seg til ham og prøver å trekke ham med i samtalen, og da svarer han mest "vet ikke", "tror det er riktig" og lignende. Heller ikke i time nr 1 der gruppene hadde konkrete, overkommelige oppgaver deltok han spesielt mye i samtalen. Vi husker at Petra ofte virket å kunne svarene selv om hun ikke deltok i samtalen, men dette gjelder ikke i like stor grad for Oscar. Det kan virke som at han ikke kan like mye som de andre, og at det kan være blant grunnene til at han ikke deltar i samtalen. Oscar er altså blant de stille elevene.

5.2.6 Maja og Olivia

Maja og Olivia er en del av en samtale som ikke flyter så lett, hverken mens Oscar er borte eller mens han er tilstede. En ordtelling forteller oss at de bruker relativt få ord, men til forskjell fra Sofie og Nora er innholdet i det de sier mer matematisk. De viser begge frem uferdige matematiske tanker, som i utdraget under der de diskuterer kodelåsen fra oppgave 3.2.2 a (vedlegg 3):

- 154 Maja: en kodelås... (Leser opp fra oppgaven)
155 Olivia: Er det et ordna utvalg med tilbakelegging?
156 Oscar: jeg husker ikke hvordan man skal forklare det.
157 Maja: Et ordna, det er
158 Olivia: Det er i hvertfall uten tilbakelegging, da.
159 Maja: er ikke et ordna utvalg når rekkefølgen har noe å si?
160 Olivia: Og når det er uordnet så er det ikke det.
161 Maja: ja. Og med tilbakelegging, da kan du bruke et tall om igjen.
162 Olivia: Da er det med tilbakelegging, da.
163 Maja: Da vil jeg si at det er et ordna med tilbakelegging. Det må jo være et ordna, for det har noe å si hvilket tall
164 som er først.

Denne replikkvekslingen mellom Maja og Olivia er typisk for samtalen mellom dem, de spiller på hverandres tenking og tenker høyt sammen. Maja og Olivia er mindre ordrike enn Ola og William, men når de snakker viser de frem sin tenkning til hverandre. Disse er dermed også representanter for de høyttenkende elevene.

5.2.7 Trine

Trine er ganske vanskelig å kategorisere. I time nr 2 hvor elevene diskuterte de åpne oppgavene i vedlegg 2 og utvidelsen til tre kuler på isen fremsto hun til tider som en veiledende elev, hun forklarte løsninger av oppgaver til de to medelevene sine. Men i motsetning til Per og Fritz var dette tilfeller der hun allerede hadde løst og visste at hun hadde gjort rett fordi hun hadde sjekket med læreren. I time 3, der elevene skulle jobbe med mer tradisjonelle oppgaver (vedlegg 3) fremsto hun mer usikker og stilte medelevene sine mange spørsmål. Det er såpass stor variasjon i hvordan Trine deltar i samtalene at jeg har valgt å ikke plassere henne i av rollene mine. Men rollen hennes fremstår heller ikke som noe helt eget, dermed blir hun stående litt for seg selv. Et større datamateriale ville muligens gitt større tilgang til Trines deltagelse i samtalen.

5.3 Oppsummering av elevrollene

Vi har sett at jeg har funnet fem ulike roller blant elevene i mitt materiale. Den høyttenkende og den stille eleven er dem det er flest av, i tillegg til at en elev, Trine, hadde for stor variasjon til å bli plassert i en rolle. Dermed har vi følgende oversikt over rollene og hvilke elever som representerer dem:

Den høyttenkende eleven	Ola William Per Maja Olivia
Den veiledende eleven	Tor Fritz
Den undrende eleven	Kari
Den formelavhengige eleven	Lise
Den stille eleven	Petra Sofie Nora Oscar

6. Drøfting

I det foregående kapitlet har jeg beskrevet de fem elevrollene jeg har funnet i mitt datamateriale. I det følgende vil jeg drøfte de ulike rollene opp mot teori og opp mot hverandre. I Barnes sitt arbeid med elevroller var omkring 10 av rollene satt inn i den rammen hun kaller "gjøre matematikk i grupper", mens fire av dem var utenfor denne rammen. I mitt arbeid kunne jeg kanskje ha funnet elevroller som falt utenfor rammen – men som beskrevet i kapittel 3.4.2 valgte jeg å se bort fra alle samtaleelement som ikke dreide seg om matematikk og konsentrere meg om rollene elevene har når de faktisk snakker om matematikk.

Mitt forskningsspørsmål er "*hvilke ulike roller har elever når de deltar i matematikksamtaler med andre elever i klasserommet?*". Jeg har sett på rollene elevene har med utgangspunkt i det synet Barnes (Barnes, 2004) og Harré (Harré, 2012) har på roller – som posisjoner som kan endre seg enten etter sosial setting eller egne valg. Flere ganger i mitt arbeid med datamaterialet og de ulike elevrollene ble ordlyden i forskningsspørsmålet vurdert. Det er viktig å understreke at selv om jeg har beskrevet de ulike rollene som roller elevene i materialet *har* betyr ikke dette at rollene er konstante og noe elevene ikke kan endre. Vi så for eksempel at Fritz kunne ha noen tilfeller av høyttanking. Det er også mulig å tenke seg at hvis elevene kunne ha vist andre sider av seg selv hvis de hadde blitt observert over lenger tid og kanskje blitt stilt overfor andre typer oppgaver og satt sammen på andre måter.

6.1.1 Den høyttenkende eleven

Den høyttenkende eleven var den eleven som forekom flest ganger i mitt materiale. Dermed er det naturlig å se på denne rollen aller først. Vi ser at det er en viss variasjon innad blant elevene som tar denne rollen – Ola og Per snakker mer enn de andre, men alle fem viser fram sin tenking. De gjør ofte det Alrø og Skovsmose kaller *å tenke høyt* – de uttrykker tanker og ideer om de oppgavene de har foran seg før de har tenkt gjennom hele løsningen og har den klar (Alrø & Skovsmose, 2002). Vi ser det hos Ola i det første utdraget (linje 1 – 23) hvor han stadig lanserer små justeringer i sin oppfatning av oppgaven, etter hvert som Fritz styrer ham i riktig retning. Vi ser det også hos Per, for eksempel i linje 43 der han foreslår en løsning som er riktig, men før han egentlig vet hvorfor. Gjennom å tenke høyt ser vi også at den høyttenkende eleven *kommer i kontakt* med medelevene – de gir dem noe å svare tilbake på. Den måten de høyttenkende elevene møter en del av oppgavene bærer preg av at de lar systemet sette i gang å skape en slags forståelse av situasjonen foran seg med de begrensede midlene dette systemet har (Kahneman, 2013). Som vi ser hos Ola kan det se ut som at den

høyttenkende eleven sliter med å holde de kompliserte tankene gående som system 2 krever – tilbøyeligheten til å snakke ut fra det første som faller en inn er sterk hos disse elevene. Men den høyttenkende eleven er villig til å gi opp den første (og den andre og den tredje) tanken de har og til å adoptere sine medelevers forståelse av situasjonen. De viser altså ofte det Alrø og Skovsmose mener er et viktig premiss for en god dialog, nemlig villighet til å gi opp sin egen forforståelse til fordel for innspill fra sine samtalepartnere (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 15). Den høyttenkende eleven deltar villig i å *evaluere* sine egne tanker og også de andres tanker.

6.1.2 Den stille eleven

I kontrast til den høyttenkende eleven har vi den stille eleven. Fire av de observerte elevene havnet i denne kategorien. Som vi kunne se var det klare forskjeller særlig mellom Petra og Oscar. Der Petra i sine få bidrag til samtalene oftest hadde rette svar og gode matematiske bidrag så vi at Oscar stort sett svarte med "vet ikke" og lignende. Kjennetegnene på denne elevrollen er vanskelig å finne i Alrø og Skovsmose sin modell for et undersøkelseslandskap, fordi den stille eleven er den som ikke deltar i undersøkelsene og diskusjonene. En åpenbar grunn til å velge å ikke delta i en matematisk diskusjon er at man ikke føler at man har matematisk kompetanse, og det kan virke som det er der skoen trykker for Oscar. Når det gjelder de tre andre kan man ofte observere at de har løst oppgaven individuelt, men allikevel deltar ikke elevene aktivt i diskusjonen. Mange av elevene i Sjöblom og Meaney (2016) sitt forskningsprosjekt hadde en lignende tilbøyelighet til å jobbe individuelt med oppgavene som var ment å løses i fellesskap. De fant ut gjennom intervjuer at blant de elevene som ikke klarte å holde en matematisk diskusjon gående var det mange som ikke hadde vært vant til annet enn individuelt arbeid fra sin tidligere matematikkekolekarriere. En annen mulig årsak til at elever velger å ikke delta i den matematiske diskusjonen er den risikoen som er forbundet med å synliggjøre sine tanker for medelevene sine (Wood, 1998). Hvis en elev ikke føler seg trygg i gruppen, er det også vanskelig å legge sine tanker fram for de andre. I tilfellet med Sofie kan det være en mulig forklaring at hun ikke hører til i gruppen på samme måte som de andre. I Barnes sin beskrivelse av elevers roller i klasserommet fant vi *the Outsider* – en elevrolle som enten prøver å delta og ikke får tilgang av de andre eller som velger å ikke delta (Barnes, 2005). Den stille eleven kan sies å ha likheter med den andre utgaven av *the Outsider*, en som sitter stille en lang stund uten å si noe og som tenker over hva som trengs å sies. Både Barnes, Wood og Sjöblom & Meaney presenterer altså plausible forklaringer på hvorfor elever kan opptre som den stille eleven, men jeg har ikke noe data i mitt materiale som kan gi meg svar på hvorfor akkurat disse stille elevene er stille i denne sammenhengen.

6.1.3 Den veiledende eleven

Den veiledende eleven har to representanter i mitt materiale, Tor og Fritz. Hvis vi ser på det første utdraget av samtalen mellom Per og Tor, i linje 34 – 52 hvor de to har en lang passasje hvor Tor loser Per gjennom oppgaven der en gruppe på 12 der to og to kjenner hverandre fra før skal hilse på hverandre. Vi ser at Tor i linje 48 har et spørsmål til Per som tvinger Per til å forklare hvordan han tenker - "hva skal $10 \cdot 12$ " bety? Et slikt spørsmål er et av nøkkelementene i Alrø og Skovsmose (2002) sitt undersøkelseslandskap – ved å stille spørsmålet på denne måten til Per *utfordrer* han Per til å tenke gjennom en gang til det de egentlig allerede var enige om – at både svaret og metoden er rett. I den siste replikken i dette utdraget (linje 50 – 52) ser vi at Tor *reformulerer* det Per sa – han oppsummerer i en setning og gjør det dermed klarere. I linje 15 ser vi Fritz gjøre det samme – han reformulerer det Ola sier like før. Den veiledende eleven lytter til det medeleven sier og bearbeider det før han sier noe tilbake. De kan også sees på som en form for *fokusering* slik vi finner det hos Wood (1998), selv om dette i utgangspunktet er noe han forklarer som et lærergrep. Vi ser hos både Fritz og Tor at de virker å tenke seg om før de snakker – det er sjelden i mitt materiale at de snakker om en oppgave uten at det de sier virker gjennomtenkt på forhånd. Her har elevene aktivert system 2 – de har bevisst tenkt gjennom hvordan oppgaven skal løses. Dette er en gjennomgående tendens hos den veiledende eleven, i motsetning til det vi så hos den høyttenkende eleven som hadde en tendens til å snakke på system 1. Den veiledende eleven er god på å utfordre og reformulere, og også systematisere det han selv om medelevene har snakket om. Det kan se ut til at han ofte bruker system 2 i møte med arbeidsoppgavene.

6.1.4 Den undrende eleven

Den undrende eleven karakteriseres av å stille spørsmål. Men hva slags spørsmål stiller hun? Vi ser i utdragene i kapittel 5.1.3 at det er to hovedtyper av spørsmål, det er de genuine spørsmålene hvor hun faktisk lurer på noe, og det er de spørsmålene som egentlig er hennes forslag til løsninger formulert som spørsmål. Ved å møte oppgavene og medelevene sine med spørsmål legger hun åpent opp til at andre elever skal få komme med sine innspill – den undrende eleven er som den høyttenkende god på å *komme i kontakt* med elevene rundt seg og la dem komme til orde (Alrø & Skovsmose, 2002). I møtet med matematiske problemstillinger virker det som den undrende eleven kjenner igjen situasjonen som noe som krever at system 2 kobles på (Kahneman, 2013). Dette ser vi når hun velger å stille sine forslag som spørsmål heller enn å slå fast at slik må det være, som for eksempel i utdraget i linje 84 – 89. Dette kan påvirke ikke bare hennes egen tenking, men også tenkingen til dem

rundt henne siden hun aktiverer deres deltagelse i samtalen ved å formulere seg spørrende til dem. Hos den undrende eleven Kari finner vi mange av nøkkelordene Mercer (2004, 2005) anerkjenner som tegn på læringsfremmende samtale. "Hvorfor" og "hvordan" opptrer ofte, og det samme med ulike varianter av "fordi" (Kari sier ofte for – men i konteksten er betydningen fordi). Hennes bruk av læringsfremmende ord bidrar til at hun er god til å komme i kontakt med medelevene. Vi ser av svarene i samtalene at elevene rundt henne ofte må reflektere og dermed kan hun bidra til å aktivere system 2 hos disse – i hvert fall i de tilfellene der den som svarer ikke vet svaret intuitivt eller svarer uten å tenke seg om.

6.1.5 Den formelavhengige eleven

I avsnittet om den formelavhengige eleven Lise kan vi se at hun i likhet med de stille elevene ikke sier så veldig mye. Det ble nøye vurdert om hun egentlig var en av de stille elevene, men hennes rolle som formelavhengig var likevel så fremtredende at jeg vurderte det som nødvendig å ha den med. Lise ønsker å vite hvilken formel hun kan sette tallene fra oppgavene inn i. Et søk gjennom transkripsjonen av Lises bidrag til samtalene viser at hun ikke bruker noen ord som "hvorfor", "hvordan" eller lignende, når hun stiller spørsmål er de av typen "er det en formel?" eller "er dette riktig?". Hennes trang til å finne den riktige regelen og hennes øyensynlige aversjon mot å delta i utforskende matematikkamtale kan tyde på at hennes forståelse av matematikk er nokså instrumentell og preget av bruk av algoritmer og regler (Skemp, 1976; Hiebert & Lefevre, 1986). Lise var fullt i stand til å sette inn tall i binomialformelen og regne ut svar hvis hun hadde fått klarhet i hvilken type utvalg hun hadde med å gjøre, men veien til å finne ut av dette var hun ofte uvillig til å ta del i.

6.2 Hvordan fungerer disse rollene i kombinasjon med hverandre?

6.2.1 Ola, Fritz og Kari

Vi ser i samtalen mellom Ola, Fritz og Kari at vi har tre ulike elevroller representert, vi har den høyttenkende Ola, den veiledende Fritz og den undrende Kari. Samtalen mellom disse tre er den klart mest ordrike samtalen i klassen, de er også den gruppen som har forholdsvis minst besøk av læreren gjennom undervisningsøktene. Det er få pauser i samtalen, og alle tre deltar. Selv om Ola som vi har sett bruker klart flest ord er det tilsynelatende ingen problem for de to andre å få sagt det de måtte ønske. Alle får komme med sine innspill og alle blir hørt. Den undrende Kari stiller spørsmål som Ola eller Fritz svarer på, Kari stiller spørsmål til de uferdige tankene til Ola, Fritz retter opp en del av disse tankene. Sammen ser det ut til at disse tre elevrollene bidrar til å holde en god flyt i samtalen – den stopper ikke opp og alle tre ser ut til å være likeverdige partnere. Vi har sett at både den undrende Kari og den høyttenkende Ola

har egenskaper som synes å aktivere system 2 hos både Tor og hos hverandre. I denne samtalen kjenner vi igjen mange av trekkene fra Alrø og Skovsmose sitt undersøkelseslandskap (Alrø & Skovsmose, 2002), og også nøkkelordene Mercer og Sams (Mercer & Sams, 2006) beskriver som tegn på at læringsfremmende samtale finner sted.

6.2.2 Per og Tor

I gruppen med den høyttenkende Per og den veiledende Tor ser vi mye av den samme tendensen som i samtalen mellom Ola, Fritz og Kari. I denne samtalen er det noen flere pauser der de to elevene arbeider hver for seg enn i den første samtalen. Når pausene blir avbrutt med snakk er det i nesten alle tilfeller Per som bryter stillheten – gjerne for å lansere et løsningsforslag eller en uferdig tanke om den oppgaven han skal i gang med. Slik kommer han i kontakt med Tor (Alrø & Skovsmose, 2002). Når samtalen så er startet pågår den gjerne en stund med flere replikker fram og tilbake mens Tor veileder Per gjennom sin høyttenking. Som vi har sett er Tor god på å utfordre og reformulere (Alrø & Skovsmose, 2002) og også på å fokusere samtalen mot det matematiske målet (Wood, 1998). Man kan tenke seg at en veiledende elev vil behøve noe å veilede for å være en god bidragsyter i en samtale – hva ville ha skjedd hvis Tor var blitt plassert sammen med en av de stille elevene som ikke tok initiativ i samtalen?

6.2.3 William, Nora og Sofie

Hos William, Nora og Sofie husker vi at William kun var tilstede i den siste timen. Det førte til at samtalen i disse to timene var nokså ulike. Når Sofie og Nora er alene er samtalen preget av lange pauser. Læreren er innom flere ganger for å forsøke å få samtalen i gang, men den stagnerer oftest nokså fort igjen. Etter en lang pause er en typisk start på samtalen at en av jentene spør den andre om hun tror det hun har gjort er riktig, så svarer den andre og så går samtalen tilbake i stå. Når den høyttenkende William er tilstede går samtalen tilsynelatende bedre enn når han ikke er der, men det er stort sett William som snakker og tenker høyt mens de to stille medelevene deltar med noen "mhm", "jo" eller noen mer sjeldne replikker som påpeker feil i Williams resonnering som i linje 146, "er ikke det ti tall?". William snakker mer enn dobbelt så mye som de to andre til sammen, og i de fleste tilfellene er det han som bryter stillheten etter en pause. Som de andre høyttenkende elevene er han god på å *komme i kontakt*. Som vi så i kapittel 5.2.2 blir Sofie enda mer stille i denne timen enn i den forrige, mens Nora snakker omtrent like mye i begge timene. Det er Nora som svarer på Williams høyttenking, mens Sofie i denne timen bare sier noe når hun blir spurt direkte. Igjen er det ikke noe i mine data som kan forklare dette – men det at Sofie kom mer til orde når hun bare

var sammen med en annen stille elev er en viktig observasjon å ta med inn i den pedagogiske refleksjonen.

6.2.4 Oscar, Maja og Oliva

Samtalen i gruppen med den stille Oscar og de høyttenkende Maja og Olivia er også samtalen noe preget av pauser. Selv om Maja og Olivia er høyttenkende elever, er de ikke elever som snakker mye slik Ola, Per og William. Det er likevel de to som driver samtalen fremover i den grad den går fremover, ved for eksempel å starte en replikkveksling med "har vi kontroll på hvordan vi tenkte der?" eller "nå må vi finne en uordna en". Begge disse replikkene er eksempler på hvordan disse elevene *kommer i kontakt* med hverandre. I denne samtalen kan vi nesten ikke se noen forskjell på samtalen med Oscar tilstede og samtalen når han ikke er der – som en stille elev har han liten innvirkning på hvordan samtalen forløper. Vi ser noen ganger at de forsøker å komme i kontakt med Oscar ved å si "nå kan Oscar si noe" eller "hva tror du om det, Oscar?". Oscar svarer stort sett da med én replikk før han igjen overlater scenen til de to andre.

6.2.5 Trine, Lise og Petra

Den siste gruppen, gruppen med den stille Petra, den formelavhengige Lise og Trine som ikke lot seg plassere er også en gruppe hvor samtalen er preget av pauser og korte replikkvekslinger. Det er Trine som starter de fleste av replikkvekslingene og som holder samtalen gående. Noe av grunnen til at Trine ikke står så lett frem med en klar rolle kan være at hun er på gruppe med en stille elev og en formelavhengig elev som ikke følger opp hennes forsøk på å sette i gang matematiske resonnement. Hadde Trine vært plassert med noen andre elever, for eksempel en veiledende elev som Tor eller Fritz, eventuelt med en undrende elev som Kari ville kanskje hennes plass i samtalen også blitt tydeligere. Det er vanskelig å finne trekk fra undersøkelseslandskapet til Alrø og Skovsmose eller nøkkelordene fra Mercer og Sams Expository talk i denne samtalen – i den grad noen finnes er det Trine som står for forsøk på å *komme i kontakt* eller å *evaluere* det medelevene sier (Alrø & Skovsmose, 2002).

6.3 Noen pedagogiske refleksjoner

I denne avhandlingen har vi sett at elever har ulike roller i den matematiske samtalen. Som nevnt i kapittel 1 var noe av bakgrunnen for å undersøke hvordan elever samtaler om matematikk det at muntlige ferdigheter er en grunnleggende ferdighet i læreplanene i matematikk som i alle andre fag (Utdanningsdirektoratet, 2017b) og at det dermed er nødvendig å jobbe med å utvikle disse ferdighetene blant elever. En god del tidligere

forskning har som jeg pekte på i kapittel 2 vist at de muntlige ferdighetene hos norske matematikkelever i mange tilfeller er for dårlige og at matematikklærere ikke i alle tilfeller gjør nok for å utvikle dem. Et av eksemplene på dette fra det norske matematikklasserommet er Hundeland (2007) sin studie som viser at "pensum" styrer og lærerne dermed prioriterer å sette elevene i stand til å løse oppgaver som blir gitt til eksamen. Mitt arbeid med elevenes ulike roller i matematikksamtalene gir grobunn for en rekke pedagogiske refleksjoner. Jeg vil ta for meg noen her.

6.3.1 Å legge til rette for samtale

Skal elever lære å samtale om matematikk må vi som lærere legge til rette for denne samtalen. I min studie har jeg valgt å bruke Five Practices (Smith & Stein, 2011) som utgangspunkt for denne samtalen. Andre samtalegrep som jeg har beskrevet i kapittel 2 er også gode verktøy for læreren å bruke. Det viktigste for læreren å huske er imidlertid at for at elevene skal samtale om matematikk må man ha en plan for at de skal gjøre det og et mål for hva man skal oppnå ved å samtale. Mange elever i klasserom i ulike deler av verden er vant til en situasjon i klasserommet der individuelt arbeid og lytting til læreren er det normale i matematikkundervisningen (Sjöblom & Meaney, 2016; Stigler & Hiebert, 2009), så punkt en vil være å legge opp til at elevene skal samtale.

6.3.2 Å gruppere elevene

Vi har sett at noen av gruppene i mitt materiale fungerte bedre enn andre. Datatilfanget er for lite til å trekke bastante konklusjoner, men i mitt materiale har vi sett at vi finner de best fungerende samtalene i gruppe 1 (Ola, Fritz og Kari) og gruppe 5 (Per og Tor). I disse gruppene har vi høyttenkende, veiledende og undrende elever. Det kan altså synes som at slike elever sammen skaper gode gruppediskusjoner. Hvis vi ser på kjennetegnene på disse elevrollene kan vi se at de til sammen inneholder evnen til *å komme i kontakt, å tenke høyt, å reformulere, å utfordre og å evaluere* (Alrø & Skovsmose, 2002). I tillegg finner vi mange av nøkkelbegrepene fra Exploratory Talk (Mercer, 2000; Mercer & Sams, 2006) og vi ser at system 2 er aktivert i stor grad (Kahneman, 2013). Disse trekkene er mindre tilstede i de samtalene hvor disse elevrollene er i mindretall.

Det er jo bra for disse elevene at de har gode og læringsfremmende samtaler, men hvordan skal man gruppere elevene slik at flest mulig elever skal få mest mulig ut av samtalene? Vi så i tilfellet med William, Nora og Sofie at Williams tilstedeværelse kunne synes å påvirke Sofie til å bli enda mer stille enn hun var da hun var alene med Nora. Mens Nora og Sofie var alene gikk samtalen for så vidt nokså treigt, men likevel ble de to stille elevene tvunget til å snakke

med hverandre når ingen andre drev samtalen fremover. I tilfellet med Oscar så vi at samtalen ikke endret seg når han kom - en stille elev kan altså bli overkjørt, eller kanskje heller forbikjørt, i gruppe med høyttenkende elever. Kanskje bør en stille elev plasseres sammen med en undrende elev? En undrende elev med sin evne til å komme i kontakt med medelevene kan kanskje få den stille eleven til å komme med sine tanker. Og hva slags elev skal en formelavhengig elev sitte sammen med for å få best mulig utbytte av en samtale? Kanskje kan en høyttenkende elev som Ola som kaster ut sine løsningsforslag gjøre at den formelavhengige klarer å se andre måter å gripe an oppgavene på? En idé kan være at man prøver ut ulike grupperinger og monitorerer nøye hva som skjer slik at man kan finne ut hvilke elever som fungerer godt sammen. Målet for grupperingen av elevene bør være at flest mulig elever skal ha mulighet for å delta aktivt i samtalen.

6.3.2 Å lære elevene samtalegrep

Å gruppere elevene "riktig" er en måte å hjelpe elevene til å få komme til orde (Sjöblom & Meaney, 2016). Men for at elevene skal få fullgodt utbytte trenger de også å lære seg hvordan de skal snakke sammen. I kapittel 2 gjorde jeg rede for flere ulike samtalegrep man kan bruke for å få matematiske samtaler til å bli bedre og for at elevene skal ha et godt læringsutbytte av disse samtalerne. Flere forskere har påpekt at for at matematikksamtaler skal gi utbytte må kvaliteten på samtalen være god og alle elevene må delta for å få læringsutbytte. Mercer og Sams (2006) gjennomførte sitt forskningsprosjekt hvor de lærte opp elever og lærere over lang tid. Kazemi og Hintz beskriver hvordan man kan lede gode samtaler med barn i sin *Intentional Talk* (2014). Sjöblom og Meaney (2016) gjennomførte sitt prosjekt i en videregående skole. Gjennomgående for alle disse er at i observasjonen av samtaler ser vi at elevene selv må lære å bruke ulike samtalegrep for å drive samtalerne videre. Sistnevnte prosjekt ble ført vellykket da elevene selv ble gjort oppmerksomme på hva slags spørsmål de burde stille hverandre og hvordan de skulle lytte til hverandre. Vi ser på noen av mine elevroller at de bruker en del av disse grepene, men en større bevisstgjøring trolig vil kunne gjøre elevene bedre til å føre matematiske samtaler. Særlig trenger den stille eleven og den formelavhengige eleven å bevisstgjøres og jobbe med hva slags samtalegrep de kan bruke.

7. Oppsummering og veien videre.

I mitt arbeid ønsket jeg å undersøke hvordan elever samtaler med hverandre i matematikk i små grupper. Forskningsspørsmålet mitt er *"hvilke ulike roller har elever når de deltar i matematikksamtaler med andre elever i klasserommet?"*. For å svare på dette spørsmålet observerte jeg egen undervisning i et klasserom med 14 elever fra en sammensatt gruppe av R1- og S1-elever. Jeg foretok en tematisk analyse (Braun & Clarke, 2006) på leting etter hva slags roller elevene hadde, og fant fem som på ulikt vis tilnærmer seg det å snakke om matematikk med medelever.

Måten jeg har beskrevet rollene i matematikksamtalen er inspirert av arbeidet til Lyng (2004) og Barnes (2004, 2005) men skiller seg fra deres arbeid ved at de i større grad også har vektlagt elevenes sosiale roller, mens jeg har konsentrert meg om hva slags roller elevene har i matematikksamtalene. I den tematiske analysen så jeg etter hva slags samtalegrep elevene brukte. Hos noen elever har vi sett at nøkkelord som "hvordan", "hvorfor" og "fordi" går igjen. Mercer og Sams (Mercer, 2000; Mercer & Sams, 2006) fant i sin studie at der hvor disse ordene blir mye brukt finner man også ofte produktive matematikksamtaler. Vi har også sett at flere elever bruker element fra Alrø og Skovsmose sitt undersøkelseslandskap (Alrø & Skovsmose, 2002) i sin tilnærming til matematikken og sine medelever, som å komme i kontakt med sine medelever, reformulere det de selv eller medelevene har sagt og lignende. Det er særlig hos den høyttenkende, den veiledende og den undrende eleven at vi finner disse trekkene, og som vi har sett er det disse som har de mest fruktbare matematiske samtalene. Jeg har pekt på hvordan elevene tilsynelatende møter matematikken ulikt gjennom et todelt system for tenking (Kahneman, 2013). Hos den formelavhengige eleven kunne vi se en tilsynelatende instrumentell forståelse (Skemp, 1976). Noen elever har hatt vansker med å delta i samtalene. Dette gjelder særlig elever som tar rollen som den stille eleven eller den formelavhengige eleven.

Øverst på neste side er en oversikt over hvilke elever som representerer de ulike rollene og en kort beskrivelse av hver enkelt rolle.

Elevrolle	Representanter	kjennetegn
Den høyttenkende eleven	Ola William Per Maja Olivia	Snakker før han/hun er ferdig å tenke gjennom oppgaven, deler gjerne uferdige tanker med resten. Kommer gjerne med forslag til løsning ut fra noen få opplysninger i oppgaven. Tar til seg medelevers innspill. Tenker høyt og er tilbøyelig til å bruke system 1 i mange situasjoner.
Den veiledende eleven	Tor Fritz	Stiller spørsmål til medelever for å lede dem på rett vei, reformulerer det medelevene sier. Tenker seg om før han snakker, aktiverer system 2 i møte med matematikken. Er en god lytter.
Den undrende eleven	Kari	Stiller spørsmål både når hun lurere på noe og når hun lanserer et løsningsforslag. Lytter godt til medelevene sine, er god til å komme i kontakt.
Den formelavhengige eleven	Lise	Leter etter formler å bruke heller enn å se etter matematisk innhold. Vil helst ikke gå løs på en oppgave uten å vite hvilken regel som hører til. En tilsynelatende instrumentell forståelse for matematikken.
Den stille eleven	Petra Sofie Nora Oscar	Deltar lite i samtalen. Har korte replikker og er lite villig til å dele uferdige tanker. Noen av de stille elevene er faglig svake, men det er ikke et nødvendig kriterium.

7.1 Veien videre

7.1.1 Videre forskning på feltet

Et prosjekt som dette er begrenset av omfanget som rammen av en masteravhandling gir. Noen av elementene fra min studie kunne vært spennende å forske videre på. For eksempel kunne det være interessant å gjennomføre en større studie der min studie kan fungere som pilot. Med et større team av forskere og observasjon i flere klasserom over lenger tid vil det være mulig å revidere elevrollene jeg har funnet. Vi så at Barnes (2004, 2005) fant hele 14 roller i sitt materiale der 10 av dem var direkte relatert til hvordan elevene snakket om matematikk. Det er dermed trolig at det ville være mulig å finne flere også i norske klasserom.

Det kunne også være interessant å finne ut mer om årsakene til at elevene tar den rollen de gjør i samtalene. I en fremtidig studie på samme felt ville det være interessant å finne ut hva

elevene selv tenker om den rollen de har – for eksempel så vi at de stille elevene var ganske ulike. Å intervju elevene vil være en naturlig del av en større studie.. Å finne ut hvorfor de stille elevene ikke deltar i samtale vil kunne gi gode muligheter for å få også disse elevene på banen. Man kan tenke også seg at en veiledende elev vil behøve noe å veilede for å være en god bidragsyter i en samtale – hva ville ha skjedd hvis Tor eller Fritz var blitt plassert sammen med en av de stille elevene som ikke tok initiativ i samtalen? Dette er noe som kunne ha vært testet i en større studie der man kunne omrokere på gruppene underveis.

Det kunne også være interessant å observere elevene i andre fag og andre sosiale situasjoner for å se på hva som eventuelt er med på å påvirke hvilke roller de har i samtaler slik Lyng (2004) har gjort det i ungdomsskolen.

En annen ting min studie ikke har undersøkt som vil kunne gi interessante svar er hva som skjer dersom man omrokerer elevene og setter dem sammen på ulike måter. Da kan man både se på hvordan elevene muligens tar andre roller sammen med andre elever og også se på hva slags elevroller som sammen gir de mest fruktbare samtaler.

7.1.2 Hva studien betyr for meg i læregjerningen

Å velge å ta en mastergrad ved siden av jobb impliserer forhåpentligvis at man ser for seg at ens egen undervisning skal bli bedre og at mine framtidige elever skal ha fordeler av at jeg har gjort denne studien. Jeg ser for meg at jeg de nærmeste årene vil prøve ut flere av teknikkene jeg har oppdaget i arbeidet med denne masteravhandlingen, og antagelig vil jeg se på elevene mine mange ganger og tenke at "dette skulle ha vært med i studien min".

Som lærer har arbeidet med denne studien gjort meg mer bevisst på hvor viktig samtalen er for at elever skal forstå matematikken og hvor mye av forståelsen som kommer frem gjennom samtalen. Det å ta høyde for hvordan ulike elever tar ulike roller i samtalen vil være noe jeg kommer til å fokusere mer på i mitt framtidige arbeid enn jeg har gjort til nå. Jeg har nok, som mange andre matematikklærere, latt meg styre av pensum slik Hundeland (2007) beskriver det – for å komme gjennom alt elevene skal gjennom frem til eksamen har det vært lett å falle inn i oppgavediskursen. Jeg håper at arbeidet med denne studien gjør at jeg fortsetter å være bevisst på elevs samtaleroller. Jeg har som mål å utnytte det jeg har funnet ut om elevs roller til å gjøre samtaler i klasserommet mer læringsfremmende. For eksempel har jeg fått noen verktøy som vil gjøre det lettere å sette sammen grupper på en god måte. Jeg har blitt mer bevisst på hva slags spørsmål jeg skal stille elevene for å stimulere til produktive samtaler, og også hvilke spørsmål jeg vil oppfordre elevene til å stille hverandre. Jeg ser frem

til å ta med meg erfaringene fra arbeidet med denne masteravhandlingen inn i klasserommet og dermed gi elevene mine gode muligheter for å utvikle sine muntlige ferdigheter i matematikk.

Referanser

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education - Intention, Reflection, Critique*. London: Kluwer Academic Publishers.
- Barnes, M. (2004, november/desember). The use of positioning theory in studying student participation in collaborative learning activities. Melbourne: Artikkel lagt fram på Annual Meeting of the AUstralian Association for Research in Education.
- Barnes, M. (2005). "Outsiders" in a Collaborative Learning Classroom. I M. Goos, C. Kanen, & R. Brown, *Mathematics Educartion and Society Proceedings of the 4th International Mathematics Education and Society Conference* (ss. 41 - 51). Centre for Learning Research, Griffith University.
- Bergem, O., & Klette, K. (2016). Conversations as Learning Tools in Mathematics: What Do Pupils Actually Learn? I K. Klette, O. K. Bergem, & A. Roe, *Teaching and Learning in Lower Secondary Schools in the Era of PISA and TIMSS* (ss. 129-145). Springer.
- Botten, G. (2016). *Matematikk med mening - mening for alle*. Bergen: Caspar Forlag AS.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Resarch in Psychology*, 3:2, ss. 77-101.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. New York: Kluwer Academic Publishers.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education, 7th edition*. New York: Routledge.
- Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Oslo: Det kongelige kirke-, utdannings- og forskningsdepartement.
- Evans, J. S. (2009). How many dual-process theories do we need? One, two, or many? I J. S. Evans, & K. Frankish (Red.), *In two minds. DUal Processes and beyond* (ss. 33 - 54). Oxford: Oxford University Press.
- Franke, L. M., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics Teaching and Classroom Practice. I F. K. Lester, *Second Handbook of Research on Mathetmatics Teaching and learning* (ss. 225 - 256). NCTM.
- Frankish, K., & Evans, J. S. (2009). The duality of mind: An historical perspectiev. I *In two minds - Dual processes and beyond* (ss. 1 - 29). Oxford: Oxford University Press.
- Goffmann, E. (1959). *Vårt rollespill til daglig*. Oslo: Pax.
- Grønmo, L. S., Hole, A., & Onstad, T. (2016). *Ett skritt fram og ett tilbake. TIMMSS advanced 2015. Matematikk og fysikk i videregående skole*. Cappelen Damm Akademisk / NOASP.
- Harré, R. (2012). Positioning theory: moral dimensions of social-cultural psychology. I J. Valsiner (Red.), *The Oxford Handbook of Culture and Psychology* (ss. 191 - 206). New York: Oxford University.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (ss. 1-23). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

- Hundeland, P. S. (2007). Hvordan tenker lærere om matematikkundervisning? Tanker om hvordan dette spørsmålet kan besvares. I *Learning Communities in Mathematics* (ss. 205 - 214). Straume: Caspar Forlag AS.
- Ilstad, S., & Nystuen, K. (1988). *Sosialpsykologi*. Trondheim: Tapir.
- Kahneman, D. (2013). *Tenke, fort og langsomt*. Oslo: Pax Forlag AS.
- Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional Talk. How to structure and lead productive mathematical discussions*. Stenhouse Publishers.
- Kilpatrick, J. (2001). The strands of Mathematical Proficiency. I J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell, *Adding it up* (ss. 115 - 155). Washington DC: National Academy Press.
- Klette, K., Lie, S., Ødegaard, M., Arnesen, N., Bergem, O. K., & Roe, A. (2008). *Rapport om forskningsprosjektet PISA+*. Oslo: Norges forskningsråd. Kunnskap, utdanning og læring - KUØ.
- Kroløkke, C. (2009). Positioning Theory. I S. W. Littlejohn, & K. A. Foss, *Encyclopedia of Communication Theory* (ss. 765-766). Thousands Oaks: SAGE Publications, Inc.
- Lyng, S. T. (2004). *Være eller lære? Om elevroller, identitet og læring i ungdomsskolen*. Oslo: Universitetsforlaget AS.
- Mellin-Olsen, S. (1990, 2). Oppgavediskursen i matematikk. Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten - tidsskrift for matematikkundervisning*, ss. 9-15.
- Mercer, N. (2000). *Words & Minds*. New York: Routledge.
- Mercer, N., & Sams, C. (2006). Teaching children how to solve maths problems. *Language and Education*, 20,6, ss. 507-528.
- NDLA. (2017, februar 1.). *Matematikk S2*. Hentet fra NDLA: <https://ndla.no/nb/node/98366>
- ndla.no. (2017, okt 11.). *Sannsynlighet oppgaver*. Hentet fra ndla.no: <https://ndla.no/nb/node/72420?fag=57934>
- Olsson, H., & Sörensen, S. (2003). *Forskningsprosessen. Kvalitative og kvantitative perspektiver*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Schoenfeld, A. H. (2008). Research methods in (mathematics) education. I L. D. English, *Handbook of International Research in Mathematics Education. Second Edition* (ss. 467 - 519). New York: Routledge.
- Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as Communication: Rethinking Learning-by-Talking Through Multi-Faceted Analysis of Students' Mathematical Interactions. *Mind, Culture, and Activity, Volume 8, Issue1*, ss. 42-76.
- Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Eduation for Information* 22, 63 - 75.
- Sjöblom, M., & Meaney, T. (2016). Lytting i matematiske samtaler mellom elever på videregående skole. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikkamtaler. Undervisning og læring - analytiske perspektiver* (ss. 141 - 153). Bergen: Caspar Forlag AS.

- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77, ss. 20-26.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *Five Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- snl. (2017, okt 10.). *Kombinatorikk*. Hentet fra Store norske leksikon: <https://snl.no/kombinatorikk>
- SSB. (2017, oktober 1.). *Navn*. Hentet fra Statistisk sentralbyrå: <https://www.ssb.no/navn?fokus=true>
- Stanovich, K. E. (2009). Distinguishing the reflective, algorithmic, and autonomous minds: is it time for a tri-process theory? I J. S. Evans, & K. Frankish (Red.). Oxford: Oxford University Press.
- Star, J. R., & Stylianides, G. J. (2013). Procedural and Conceptual Knowledge: Exploring the Gap Between Knowledge Type and Knowledge Quality. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education* 13 nr 2, ss. 169 - 181.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2009). *The Teaching Gap. Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York: The Free Press.
- Svendsen, T. F., Herheim, Å., & Larsen, O. S. (2017). *Psykologi 2*. Oslo: Aschehoug & Co. .
- Utdanningsdirektoratet. (2017 c, okt 8). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Hentet fra www.udir.no: https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter
- Utdanningsdirektoratet. (2017a, okt 8.). *Læreplan i matematikk for realfag*. Hentet fra www.udir.no: <https://www.udir.no/kl06/MAT3-01>
- Utdanningsdirektoratet. (2017b, okt 8.). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*. Hentet fra www.udir.no: <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/>
- Utdanningsdirektoratet. (2017d, okt 10). *Læreplan i matematikk for samfunnsfag*. Hentet fra www.udir.no: <https://www.udir.no/kl06/MAT4-01>
- Vavik, L., Andresland, S., Arnesen, T. E., Arnesen, T., Espelnd, M., Flatøy, I., . . . Tuset, G. (2009). *Skolefagundersøkelsen 2009: Utdanning, skolefag og teknologi. Hovedrapport*. Stord: Høgskolen Stord/Haugesund.
- Wagner, D., & Herbel-Eisenmann, B. (2009, januar). Re-mythologizing mathematics through attention to classroom positioning. *Educ Stud Math*, ss. 1-15.
- Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing. I H. Steinbring, M. Bussi, & A. Sierpiska (Red.), *Language and communication in the mathematics classroom* (ss. 167 - 178). Reston, VA: NCTM.

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"Klasseromssamtale som læringsverktøy i matematikkundervisning"

Bakgrunn og formål

Prosjektet er et masterprosjekt ved universitetet i Bergen. Undersøkelsen vil omhandle hvordan læreren kan styre klasseromssamtale for å fremme læring i matematikk.

Hva innebærer deltakelse i studien?

I studien vil en eller flere undervisningstimer filmes og noen av deltakerne vil bli intervjuet i etterkant av timene. For deg som elev vil dette ikke endre innholdet i matematikkundervisningen på noen måte.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Kun prosjektlederen og veilederen vil ha adgang til filmer og/eller intervjuer. I det ferdige arbeidet vil alle personer anonymiseres.

Prosjektet skal etter planen avsluttes i 2017. Når oppgaven er levert inn og ferdig vurdert vil filmer og lydopptak slettes. I eventuelle intervjutranskripsjoner som ikke slettes vil alle personopplysninger anonymiseres.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert. Om du ikke ønsker å delta har ingen innvirkning på din opplæring i faget.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med prosjektleder Tove Holter (tlf. 97518313) eller veileder Ove Gunnar Drageset (tlf 91723314)

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

Ved å delta i undervisning som blir filmet:	ja	nei
Ved å delta i intervju:	ja	nei

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Oppstart – kombinatorikk

Dere skal jobbe sammen. Her er målet at dere skal snakke sammen og løse oppgavene i fellesskap. Det er viktig at alle på gruppen får komme med sine betraktninger! Dere får utdelt noen fargede tellebrikker, kanskje kan de være nyttige? Husk at kanskje kan det være flere mulige riktige svar – så ikke gi slipp på din mening selv om det kanskje er noen andre som mener noe annet.

Oppgave 1

Mari er med sin mor og skal kjøpe is. Hun har blitt lovet at hun skal få to kuler. I isdisken er det fem forskjellige smaker. Det er veldig vanskelig for Mari å bestemme seg for hva slags is hun skal ha, fordi det er så veldig mange muligheter. Hvor mange muligheter er det egentlig?

Oppgave 2

Det er 14 elever i klassen din, seks gutter og åtte jenter. Jeg skal trekke ut tre elever som skal få være med i et utvalg. Hvor mange ulike grupper kan jeg lage?

Oppgave 3

Det skal lages et stafettlag med 3 gutter og 2 jenter fra klassen din (fortsatt de samme fjorten). Hvor mange ulike stafettlag kan man lage?

Oppgave 4

Du reiser til en konferanse sammen med en venn. På konferansen blir du plassert i en gruppe sammen med 10 andre som også reiser to og to sammen. I begynnelsen skal alle bli litt kjent. Hvor mange håndtrykk blir utvekslet?

Vedlegg 3 – oppgaver fra NDLA



3.2.1

I hvert av tilfellene nedenfor skal du avgjøre om vi har

- et ordnet utvalg med tilbakelegging
- et ordnet utvalg uten tilbakelegging
- et uordnet utvalg uten tilbakelegging

- a) En kodelås består av 3 tall mellom 0 og 9. Hvert tall kan brukes flere ganger.
- b) En kodelås består av 5 bokstaver. Hver bokstav kan bare brukes én gang.
- c) Et bilnummer.
- d) I klassen din skal det trekkes ut én leder, én festansvarlig og én økonomiansvarlig. Den første som blir trukket ut blir leder osv.
- e) I klassen din skal det trekkes ut 4 elever som skal ta ansvaret for en klassefest.

3.2.2

En kodelås består av 5 tall mellom 0 og 9. Samme tall kan brukes flere ganger.

- a) Hvor mange ulike kombinasjoner kan du lage?
- b) Hvor mange ulike kombinasjoner kan du lage dersom du ikke kan ha to like tall etter hverandre?



3.2.3

Et bilnummer består av to bokstaver og deretter fem tall mellom 0 og 9. Det kan velges mellom 20 ulike bokstaver. Det første tallet kan ikke være 0.

- a) Hvor mange kombinasjoner finnes det?
Et annet bilnummer består av tre bokstaver og deretter fire tall mellom 0 og 9. Det kan velges mellom 20 ulike bokstaver. Det første tallet kan ikke være 0.
- b) Hvor mange kombinasjoner finnes det?



3.2.4

Stefania, Dina, Joar, Jon og Henrik skal løpe en skolestafett. De trekker ut hvem som skal løpe de ulike etappene.

- a) Hvor mange måter kan stafettlaget settes opp på?
- b) Det er bestemt på forhånd at Henrik skal løpe sisteetappen. Hvor mange mulige stafettkombinasjoner blir det nå?

3.2.5

En kode på 3 bokstaver skal bestå av bokstaver fra det norske alfabetet. En bokstav kan bare brukes én gang. Det er 29 bokstaver i det norske alfabetet.

Hvor mange ulike koder kan du lage?

3.2.6

I et borettslag med 50 medlemmer skal det velges et styre med leder, nestleder og kasserer. Først velges leder, deretter nestleder og til slutt kasserer.

- a) Hvor mange måter kan styret settes sammen på?

I et annet borettslag som også består av 50 medlemmer, skal det velges ut tre medlemmer til en dugnadskomiteé.

- b) Hvor mange ulike komiteer er det mulig å sette sammen?
- c) Forklar med dine egne ord hvorfor det blir langt færre kombinasjoner i situasjonen som er beskrevet i b) sammenliknet med situasjonen i a).



3.2.7

Det skal trekkes ut to personer fra en gruppe på fire personer.

- a) Hvilken type utvalg er dette? Argumenter godt for svaret ditt.

Vi lar de fire personene få bokstavene *A*, *B*, *C* og *D*.

- b) Sett opp de ulike kombinasjoner som finnes.
- c) Bruk formelen for uordnet utvalg uten tilbakelegging, og finn antall ulike kombinasjoner.



3.2.8

Det skal trekkes ut tre elever fra klasse 2STB. Det er 30 elever i klassen.

- a) Hvilken type utvalg er dette? Argumenter godt for svaret ditt.
- b) Hvor mange ulike kombinasjoner finnes det?



3.2.9

Det skal trekkes ut 6 spillere til volleyballag fra en gruppe på 10 spillere.

Hvor mange måter kan dette gjøres på?

(NDLA, 2017)