ENKEL MATEMATIKK I LITT MEIR KOMPLISERT FYSIKK

Marianne Boge Karlsen

Erfaringsbasert master i undervisning

med fordypning i matematikk

Matematisk institutt

UNIVERSITETET I BERGEN

Vår 2019

Forord

I litt meir enn fem år har eg lurt på ein ting: Kvifor vert nokre av fysikkelevane mine så usikre når dei skal rekna ut verdien av ein storleik og det einaste som står att er å dividera ein kjend storleik med ein annan kjend storleik? Særleg dersom eg veit at eleven det gjeld har generelt gode matematikkferdigheiter. Og kvifor er det like vanskeleg tre veker seinare, når dei har gjort mange liknande oppgåver? Difor meldte eg meg til dette studiet med tanke om å undersøkje desse spørsmåla. Eg har vore nøydd til å snevra inn og presisera og reformulera desse spørsmåla mine mange gonger dei siste åra. Til slutt sit eg att med nokre svar, men mest av alt inntrykket av at eg har gjennomført ein svært god pilot. Så får eg heller sjå om ikkje eg kan finna fleire svar i åra som kjem, slik at eg kan finna måtar å vegleia desse elevane på.

Noko av det kjekkaste med å studera var å treffa og utveksla erfaringar med lærarar frå andre skular. Nokre møtte eg fyrste samlinga, andre berre for eit år sidan. Det har vore kjekt å snakka både jobb, fag og andre tema, gjerne over eit måltid. Tusen takk for alle tips både direkte og indirekte frå dykk som har delteke på mastersamlingane. Det er fleire som treng takk: Vegleiaren min, Arne Jakobsen, som har satt tidsfristar og hjelpt meg med både innsnevringa av spørsmåla og utforminga av denne teksten. Bror min Erik, som har lese over det eg har skrive og kome med innspel. Bibliotekarane på Nord Universitet, Universitetet i Bergen, og særleg Ann-Christin på Bodø vidaregåande som har ordna mange fjernlån. Foreldra mine har hjelpt med både overnatting og transport når eg har vore sørpå på samlingar. Avdelingsleiaren min Janne har vore ei god støtte. Kollegaene mine på Bodø vidaregåande, særleg Anders og Torgeir som eg har fått prata om både teoriar og nervøsitet med. Dei som har vore vikarar i mine klassar når eg har reist vekk. Lærarane som let meg nytta undervisningstida deira så elevane kunne vera informantar. Alle elevane som svarte på spørjeskjemaa, og ikkje minst dei som let seg intervjua. Tusen, tusen takk.

Bodø, mai 2019

Marianne Boge Karlsen

Samandrag

Som lærar både i fysikk og matematikk på vidaregåande skule har eg lagt merke til at nokre elevar slit med enkle rekneoperasjonar, særleg dei som involverer divisjon. Difor har eg arbeidd med å finna svar på fylgjande forskingsspørsmål:

1. Kva oppfatningar har elevar om formlar og likningar?
2. Kva tenkjer elevane rundt det å løysa rekneoppgåver med matematisk identiske formlar i matematikkontekst og fysikkontekst?

Det er gjennomført to ulike innsamlingsrundar av data, med høvesvis 93 og 52 informantar.. Det har vorte distribuert spørje- og oppgåveskjema i to rundar, og i runde 1 vart det gjennomført semistrukturerte intervju med 11 respondentar i etterkant av den skriftlege innsamlinga. Informantane har hatt teoretisk matematikk og/eller fysikk i tida studien gjekk føre seg, og i runde to elevar på vidaregåande trinn 2 med programfag matematikk og/eller fysikk.

I analysen av data har eg nytta både kvalitative og kvantitative metodar. Resultata er presenterte som diagram og med døme på svara frå informantane.

Studien syner at mange elevar ser på formlar hovudsakleg som oppskrift på utrekningar av ulike verdiar og storleikar. Dessutan trekk dei likskapar mellom formlar og likningar, og ser på dei meir eller mindre som synonym.

Som svar på spørsmål 2 har eg funne at konteksten forstyrrar elevane slik at dei ikkje klarer dei reint matematiske operasjonane. Sjølv om ein elev veit at han må dividera når han skal løysa ei likning, så får han ikkje det til når denne likninga kjem med andre symbol eller som del av ei fysikkoppgåve.

Abstract

During my time as a science teacher, I have noticed that some students often struggles with simple calculating operations, especially those involving division. I wonder why, and as a start, I would like to find the answer to the following questions:

1. What is the student's perception of what a formula is?
2. What is the student's thoughts around solving mathematically identical tasks in a pure mathematical context and a physics context?

I have done two rounds of data collection, with 93 and 52 informants respectively. In round one, the informants answered questions and solved tasks on paper. Afterwards I conducted semi-structured interview with 11 of them. The informants in round one was year one-students in theoretical mathematics class and year two students in physics-class. In round, two students answered two types of written tests. One with simple mathematics tasks and one with physics tasks. These students were all year two students, in physics classes and two different types of mathematics classes. My aim was for all the physics students to answer both tasks, in order to achieve reliable results. Unfortunately, I did not achieve that.

Using both quantitative and qualitative methods to explore my data, I have organised the answers in diagrams and tables. These show different ways to solve the tasks they were given, and if the tasks were correct or incorrect solved. The information form the interviews adds perspective to the different ways the informants solved their tasks and their reason for choice of method.

My findings is that for most of these students formulas are equivalent with a recipe on how to calculate different values. They regard formulas and equations as much the same. It also seems as the context effects the students so that they forget the correct mathematical operations.

INNHALD

Kapittel 1 Innleiing

1.1 MOTIVASJON FOR VAL AV PROBLEMSTILLING

Som lærar har eg for det meste undervist i matematikk og fysikk på studieførebuande utdanningsprogram på vidaregåande skule. Av og til, og oftare enn eg forventar, møter eg elevar som har problem med å gjera om på formlar eller løysa likningar på forma

$$a = b \cdot c \qquad \text{Formel 1}$$

der b eller c er ukjend. Det som undrar meg er at elevar ofte er i villråde om kva rekneoperasjon dei skal nytta. Spesielt dersom eg veit at eleven ikkje har synt teikn til spesielle matematikkvanskar eller har andre lærevanskar, men tvert imot har gjort og gjer det bra i matematikkfaga dei tek. For å finna eit uttrykk for eller verdien til b når a og c er kjende, er det kun naudsynt å dividera med c.

Særleg er dette merkbart i programfaget fysikk 1 (FY1) på vidaregåande trinn 2 (Vg2), der det er mange emne der formlar på denne forma er viktige, sjå tabell 1. Å hjelpa eleven med å finna strategiar for å løysa oppgåver og finna rett matematisk operasjon er ein del av jobben min, men det undrar meg at eg kan oppleva at den same eleven har vanskar med dette gjennom eit heilt skuleår. Eleven verkar verta trygg på løysingsprosedyren, og demonstrerer det ved å løysa oppgåver i timane og på skriftleg prøve sjølvstendig. Når me så kjem til eit nytt emne der formlane har andre symbol, har han dei same utfordringane

Mykje av den tidlegare forskinga eg har funne knytt til denne problemstillinga har konsentrert seg om løysing av større matematiske uttrykk med fleire komponentar, og større, meir kompliserte oppgåveløysingar enn den situasjonen eg har sett på (Redish, 2006; Rüede, 2015; Uhden, 2012). Dessutan har ein gjerne gjort undersøkingar mellom studentar på universitet eller høgskular (Kuo, Hull, Gupta, & Elby, 2013; Sherin, 2001). Desse undersøkingane har oftast handla om førsteårsstudentar i grunnleggjande fysikkurs, noko som gjer at problemstillingane som vert reiste ikkje treng skilja seg særleg frå det ein lærar på norsk vidaregåande skule kan møta hjå sine elevar. Når det gjeld grunnleggjande likningsløysing har forskinga og litteraturen eg har funne konsentrert seg om korleis elevar lærer dette for fyrste gong, ikkje korleis dei gjer bruk av enkel likningsløysing eller formelomforming på høgare skuletrinn og i andre skulefag enn matematikk (English & Sharry, 1996; Kieran, 1979; Rüede, 2015; Tvete, 2006). Ei undersøking frå Kroatia tok for seg korleis elevar brukar kunnskap om stigningstalet til rette linjer dei har tileigna seg i matematikkundervisning når dei møter tilsvarande oppgåver i fysikkontekst (Planinic, Milin-Sipus, Katic, Susac, & Ivanjek, 2012). Denne undersøkinga er litt liknande som min eigen, i og med at det dreier seg om same matematiske fenomen, men i to kontekstar. Dessutan er elevane på same alder. Eg vonar at det eg har gjort kan bringa ny kunnskap om vanskar elevar kan ha når dei skal omforma enkle matematiske uttrykk på høgare skuletrinn i ein norsk skulekontekst.

Tabell 1 Formlar på forma til formel 1 som er viktige i fysikk (alle sitat: Utdanningsdirektoratet, 2006, s. 7).

$v = \lambda \cdot f$ Formel 2 (bylgjefart er lik bylgjelengda multiplisert med frekvensen) høyrer til kompetansemålet «definere og regne med begrepene frekvens, periode, bølgelengd og bølgefart ...» .
$\Sigma F = m \cdot a$ Formel 3 (summen av kreftene som verkar på ein gjenstand er lik massen til gjenstanden multiplisert med akselerasjonen til gjenstanden), og kjend som Newtons 2. lov, høyrer inn under kompetansemålet «... bruke Newtons 3 lover» og kompetansemål der eleven skal «gjera berekningar i situasjonar med konstant friksjon».
$U = RI$ Formel 4 (spenninga over ein motstand er lik resistansen til motstanden multiplisert med straumen gjennom motstanden), kjend som Ohms lov, høyrer til kompetansemålet «definere begrepene strøm, spenning og resistans, og bruke prinsippene om bevaring av ladning og energi på enkle og forgreinede likestrømskretser».

1.2 FORSKINGSSPØRSMÅL

Det eg ynskjer få svar på er: Kva gjer at nokre elevar ikkje får til å løysa rekneoppgåver i fysikkfaget som krev at ein reknar med formlar på forma $a = b \cdot c$?

Dette er eit spørsmål som truleg kan ha mange svar, avhengig av elevane ein spør. I mitt tilfelle freistar eg finna svar som kan gjelda mange. Målet er å kunne nytta svara i vegleiing av elevar slik at dei kan få til dette, og med det frigjera tid slik at dei kan konsentrera seg meir om den fysiske situasjonen formelen er ein del av. Med dette som motivasjon vil eg undersøka kva elevar tenkjer rundt løysing av oppgåver som inneheld desse og liknande formlar. Kva løysingsstrategiar som ligg nærast, og kva rolle konteksten spelar for korleis dei nyttar dei tillærte ferdigheiter.

No har eg ikkje den store erfaringa med å undersøkje slike spørsmål, og det synte seg å vera mange element som spelar saman. Difor har eg snevra undersøkinga inn til å dreia seg om to spørsmål:

1. Kva oppfatningar har elevar om formlar og likningar?
2. Kva tenkjer elevane rundt det å løysa rekneoppgåver med matematisk identiske formlar i matematikkontekst og fysikkontekst?

Spørsmål 1 ser eg som viktig då det vil kunne kasta ljos over forventningane og haldningane elevane har til det dei oppfattar som formlar. Både kva formlar vert nytta til og korleis elevane tenkjer dei skal nytta dei i oppgåveløysing.

Spørsmål 2 går meir inn på korleis elevane handsamar formlar når dei gjer utrekningar og kvifor dei gjer som dei gjer. Her tenkjer eg på algebraisk omforming, innsetjing av talverdiar og val av matematiske operasjonar. Dessutan om reine rekneoppgåver er lettare eller vanskelegare å løysa enn oppgåver der rekneoppgåvene er satt in i ein kontekst.

Kapittel 2: Teori og bakgrunn

Her vil eg utdjupa bakgrunn og teori for dei utfordringar det er eg ynskjer å undersøkja. Først vil eg sjå på kva ein formel og ei likning er, og kva for utfordringar elevar kan ha når dei skal løysa rekneoppgåver som inneheld dette. Når det gjeld Formel 1 er det rekneoperasjonane multiplikasjon og divisjon som er aktuelle, og eg vil sjå nærare på desse. Då undersøkinga òg handlar om å nytta matematiske ferdigheiter som reiskap i eit anna fag (fysikk), vil eg sjå på transfer, altså å overføra ein ferdighet eller teknikk frå ein kontekst til ein annan. Saman med dette vil eg seia litt om prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap. Vidare ynskjer eg å sjå nærare på kva matematiske og kunnskap som er viktig for å lukkas i naturfag/realfag, då med særleg blikk på fysikkfaget. Til sist vil eg ta med ei oppsummering av kva deltaking i internasjonale undersøkingar mellom skuleelevar seier om det matematiske ferdigheitsnivå og dugleik ein kan venta norske elevar har etter fullført grunnskule.

2.1 FORMLAR

2.1.1 Definisjon av ein formel.

Innan matematikk og fysikk vert det snakka mykje om formlar. Ein matematisk formel eller eit matematisk uttrykk uttrykkjer og skildrar samanheng mellom dei tala og symbola den inneheld ved bruk av dei fire rekneartane. I matematikk er generaliseringar uttrykt med symbol som formlar, til dømes rekneoperasjonar, eller faste samanhengar. Når ein ynskjer å uttrykkja at to (ulike) tal vert eit tredje tal, som ikkje er likt nokre av dei to fyrste, når desse vert adderte kan ein skriva

$$a + b = c \qquad \text{(Formel 5).}$$

Mange tal kan verta sett inn for bokstavane a, b og c i formel 5 slik at me får eit reknestykke som stemmer. Til dømes 1, 2 og 3, høvesvis, eller 4, 5 og 9.

Det er òg mogleg å gjennomføra utrekningar med desse symbola, utan å setje inn tal for dei, og dette vert rekna som ein del av det store underområdet av matematikk som vert kalla algebra. Kva for bokstavar som vert nytta er ein konvensjon. I Formel 5 kunne eg like gjerne skrive

$$q + t = m \qquad \text{(Formel 5a).}$$

Likeeins kan bokstavane i formel 1 verta bytta ut med andre, til dømes kan me skriva

$$o = A \cdot l \qquad \text{(Formel 1a)}$$

$$\text{eller } F = m \cdot a \qquad \text{(Formel 1b)}$$

utan at det vil endra den matematiske meininga. Multiplikasjonsteiknet er ikkje naudsynt å skriva mellom to bokstavsymbol, og framover kjem eg til å utelata mulitplikasjonsteiknet.

Mange av formlane i skulematematikken er knytt til geometri, mellom anna formlar for å rekna ut areal, omkrins og volum av ulike geometriske lekamar (Kunnskapsdepartementet, 2013). I desse formlane er symbola knytt til ulike attributt ved lekamane, til dømes sidelengder, radius og vinklar. Desse formlane syner samanhengane mellom konkrete storleikar og kjenneteikn til lekamar og korleis dei kan setjast saman for å finna nye storleikar og verdiar.

2.1.2 Rolla til formlar i fysikken

Fysikk og matematikk er fagdisiplinar som er svært vevde inn i kvarandre. Ut frå eksperiment kan ein laga matematiske modellar for samanhengar mellom ulike fysiske storleikar, til dømes akselerasjon, tid og strekning. Ofte vert desse samanhengane representerte med matematiske formlar. Fysikkfaget er avhengig av matematikken for å skildra kva som skjer på eit heilt grunnleggjande nivå og på eit overordna nivå (Karam & Krey, 2015; Redish & Kuo, 2015; Uhden, 2012). Elevane veit og forventar nok at det vert ein del rekning i fysikk, men det er truleg at dei tenkjer det vert mest for å rekna ut talsvar. Korleis fysikken treng matematikken for å utviklast kjenner dei ikkje til (Uhden, 2012).

Formlane i fysikk vert nytta til å rekne ut verdiar, og til å gå vidare og utforska samanhengar i naturen. I fysikkfaget vil difor ein formel vera meir enn generalisert samanheng mellom symbol som kan ta alle moglege verdiar. Formelen er eit uttrykk for samanhengar mellom (målbare) fysiske storleikar, og formelen kan nyttas til å føreseia kva som vil henda dersom det vert endringar i ein av storleikane. Slik sett er det viktig kva for symbol som vert nytta, av di dei representerer spesifikke storleikar. Reint matematisk er formlane 2 – 4 identisk med den generelle formel 1, av di dei har same struktur. Det er konvensjon at me nyttar små bokstavar frå det latinske alfabetet og tek til med a i generaliseringar som formel 1. Ein matematikar kunne like gjerne nytta Formel 1a eller Formel 3 utan at den matematiske meininga vert annleis. For ein fysikar derimot, er det stor skilnad mellom dei fysiske samanhengar formlane 2 – 4 framstiller. Symbola som er nytta er sterkt knytt til den reelle storleiken dei representerer (Redish, 2006; Redish & Kuo, 2015). Dersom elevane har problem med dei matematiske metodane vil det kunne vera eit hinder for at dei skal forstå dei fysiske konsepta og konsekvensane endringar i ein storleik kan få for eit fysisk system.

Redish og Gupta (2010) hevdar at ein av grunnane til at elevar og studentar ikkje klarer nyttiggjera seg matematikkunnskapane inn i fysikkoppgåver er at elevane er nybyrjarar, dei manglar erfaring. Ein lærar, derimot er ein ekspert, for han har tileigna seg erfaringar med matematiske formlar, fysikkteori og korleis ein arbeider med desse. For ein matematikar vil symbola vera «seg sjølve», og dei kan verta manipulert etter alle algebraens metodar. For ein fysikar representerer kvart symbol ein eigen storleik, og sjølv om det etter matematiske reglar er greitt å addera to symbol, så er det ikkje mogleg å addera to ulike fysiske storleikar. Addisjon vil medføra ei endring i den same storleiken. Det er mogleg å leggja saman lengder i nm (nanometer) og lengder i yard, av di dette er lengdeeiningar. Et er mogleg å relatera dei til ein felles lengdeeining, til dømes meter. Det er ikkje mogleg å leggja saman frekvens f og bylgjefart λ, av di dei har ulik eining og står for to heilt ulike fenomen, men me kan multiplisera og dividera dei med kvarandre, som Formel 2 fortel. Dette vil føra til ein ny fysisk storleik, med ei ny eining.

2.2. FORMLAR I UTREKNING

2.2.1 Algebra og likningar.

Det er mogeleg å omforma ein formel utan å setje inn tal, ei algebraisk rokering. Ein kan òg seia at ein omformar formelen for å finna eit uttrykk for eit av dei andre symbola. Dersom me set inn tal før me gjer dette, får me det som vert kalla ei likning (Heir, Engeseth, Moe, & Borgan, 2014; Oldervoll, Orskaug, Vaaje, Svorstøl, & Hals, 2014). Likninga syner ein samanheng mellom kjende verdiar og ein ukjend verdi, ofte uttrykt som x. Det er mogleg å ha likningar med fleire ukjende, men dei ser me ikkje på her. Å løysa likninga vil seia å finna verdien (talet) symbolet representerer ut frå dei verdiane som er kjende.

For ei vanleg skuleoppgåve i matematikk og fysikk er det ofte eit eller anna talsvar ein er ute etter. Alternativt kan det vera eit uttrykk for ein av dei andre symbola i ein formel. I Formel 1 er utrekninga multiplikasjonen av b og c, som er kjende tal, og a er svaret, som vert kjend for oss. I ei likning vil eit av tala som inngår i rekneoperasjonen vera ukjend, medan svaret gjerne er kjend. Til dømes dersom a er talet 10 og b er talet 5, så vil c vera den ukjende. Ofte vert den verdien som er ukjend kalla x. I eksempelsituasjonen vil me då kunne skriva $10 = 5 \cdot c$ eller $10 = 5 \cdot x$. For å finna svaret, altså kva tal c eller x står i staden for, kan ein anten gissa, eller utføra rekneoperasjonen divisjon. Her må en dividera med 5 på båe sider av likskapsteiknet.

I mange oppgåver der ein skal nytta formlar, lik dømet i tabell 2 under, er det mogeleg å omforma formelen algebraisk fyrst slik at ein får eit uttrykk for den storleiken som er ukjend, og deretter setja inn dei kjende verdiane og rekna ut svaret (midterste kolonne). Ein annan løysingsmåte er synt i kolonna til høgre. Her er dei kjende verdiane satt inn fyrst, og oppgåva får preg av å vera ei likning der symbolet m representerar den ukjende verdien/storleiken. I ulike matematikkbøker og fysikkbøker for vidaregåande skule eg har sett på, er det synt døme på båe metodane (Callin, Pålsgård, Stadsnes, & Tellefsen, 2007; Heir et al., 2014; Jerstad et al., 2013; Oldervoll et al., 2014). Det er opp til løysaren å velja den som høver best for dei i ein gitt situasjon.

Tabell 2 Oppgåve løyst på to måtar: algebraisk omforming av formel og direkte innsetjing av tal .

Oppgåve	Løysingsmåte 1	Løysingsmåte 2
Ein lekam som vert påverka av ein kraftsum på 14 N får ein akselerasjon på 4,3 m/s. Rekn ut massen til lekamen ved å nytta Newtons 2. lov ($F = ma$).	$F = ma \Rightarrow m = \frac{F}{a}$. $F = 14\ N,\ a = 4{,}3\ m/s$ $m = \dfrac{14\ N}{4{,}3\ m/s} \approx 3{,}3\ kg$	$F = 14\ N,\ a = 4{,}3\ m/s$ $14N = m \cdot 4{,}3\ m/s$ $\dfrac{14N}{4{,}3\ m/s} = \dfrac{m \cdot 4{,}3\ m/s}{4{,}3\ m/s}$ $m = \dfrac{14\ N}{4{,}3\ m/s} \approx 3{,}3\ kg$

2.2.2 Multiplikasjon og divisjon – inverse operasjonar.

For rekning i titalsystemet har me fire grunnleggjande rekneartar: addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon, med symbola +, -, · eller x, og : eller brøkstrek. For å gjera utrekningar med Formel 1 er det berre rekneartane multiplikasjon og divisjon som er aktuelle. Det som er verd å merka seg er at dersom ein har eit tal, multipliserer dette med eit tal d, og deretter dividerar med det same talet d, så vil ein koma attende til det opphavlege talet. Det same vil henda dersom ein fyrst dividerar med d og deretter multipliserar med d. Difor er desse rekneoperasjonane inverse. I dømet i tabell 2 ser me at for å finna svar på kva verdi m har, så må me dividera med det m er multiplisert med, nemlig a.

2.2.3 Kognitive utfordringar ved likningsløysing og arbeid med formlar

Det er viktig å forstå kva omgrepet «ukjend» tyder når ein skal løysa likningar. Dessutan at den ukjende verdien/talet er bestemt ut frå dei andre verdiane/tala som er med i uttrykket ut frå kva rekneoperasjonar som knyter dei saman.

På sett og vis kan Formel 1 reknas som ei lineær likning der a og b er kjende verdiar/storleikar og x er ukjend.

$$a = bx \qquad \text{Likning 1}$$

Ngu og Phan (2016) har sett på kor store kognitive krav løysing av lineære likningar på ulike formar stiller til eleven/løysaren. Ut frå det har dei klassifisert likningar i eit system, sjå figur 1. I systemet som Ngu og Phan har satt opp, er Likning 1 kategorisert som ein eit-trinns-løysingslikning av type 3. Dei ser på ulike linjer i løysingsstega: operasjonelle linjer (operational lines) og relasjonelle linjer (relational lines). Operasjonelle linjer er der det vert utført ein operasjon (subtraksjon av ledd, divisjon og så bortetter). Relasjonelle linjer er der tilhøva mellom ledda og faktorane på kvar side av likskapsteiknet vert vurderte opp mot kvarandre av løysinga. Ei likning er rekna som enkel å arbeida med dersom likninga berre inneheld positive heiltal, men kompleks dersom løysinga vert brøk eller desimal. Så det kan vera forma tala har som gjev elevane store utfordringar.

Table 1 One-step equation

Solution procedure	Number of operational line	Number of relational line	Type of element	Comment
Type 1 equation				
$x+2=11$ $-2 \quad -2$ $x=9$	1	2	Simple	• Positive number: 2, 5
$a-3=-7$ $+3 \quad +3$ $a=-4$	1	2	Complex	• Negative number: −3, −7
$8-n=0$ $-8 \quad -8$ $-n=-8$ $\div(-1) \quad \div(-1)$ $n=8$	2	3	complex	• negative pronumeral: $-n$
Type 2 equation				
$\frac{p}{8}=4$ $\times 8 \quad \times 8$ $p=32$	1	2	Complex	• Fraction • Positive number
$\frac{1}{3}x=5$ $\times 3 \quad \times 3$ $x=15$	1	2	Complex	• Fraction • Positive number
$\frac{x}{0.5}=7$ $\times 0.5 \quad \times 0.5$ $x=3.5$	1	2	Complex	• Fraction • Decimal number: 0.5
$\frac{6}{a}=3$ $\times a \quad \times a$ $6=3a$ $\div 3 \quad \div 3$ $2=a$	2	3	Complex	• Pronumeral as a denominator: $6/a$
Type 3 equation				
$6y=18$ $\div 6 \quad \div 6$ $y=3$	1	2	Simple	• Positive number
$3m=2$ $\div 3 \quad \div 3$ $m=2/3$	1	2	Complex	• Solution: fraction or decimal
$10\%x=30$ $\div 10\% \quad \div 10\%$ $x=300$	1	2	Complex	• Percentage: 10 %

Simple procedure: 1 operational and 2 relational lines; complex procedure: 2 operational and 3 relational lines

Figur 1 Tabell over einoperasjonslikningar, (Ngu & Phan, 2016, s. 104)

Dette vert òg klart i ei undersøking frå Storbritannia frå 1980-talet. Dei såg nærare på 13-åringar som arbeidde med «word problems», altså oppgåver der elevane sjølve må stilla opp dei matematiske uttrykka som dei må nytta for å finna eit svar på spørsmålet ut frå opplysningar i teksten (Bell, Fischbein, & Greer, 1984). Det dei såg var at dersom elevane arbeidde med oppgåver der dei kunne nytta multiplikasjon ut frå tankegangen av repetert addisjon var det få problem, særleg så lenge det var snakk om heiltal. Dersom tala i oppgåva var desimaltal, så fekk fleire av elevane utfordringar. Det same hendte dersom oppgåvene handla om forhold, proporsjonar, forstørringar eller omgjering mellom einingar. I fysikkoppgåver reknar me ikkje berre med tal, men med storleikar. Storleikar i fysikken har måltal og eining. Eininga treng ein ikkje ta med i oppsettet av rekneoppgåva eller innsetjinga i formelen. Det som vel oftare kan vera ei utfordring er at det ofte er tale om store eller små tal, skrive med prefiks eller på standardform. Til dømes for bylgjelengder:

raud ljos har bylgjelengda $663nm = 663 \cdot 10^{-9}m = 0{,}000000663m.$

Liknande har van Dooren, De Bock og Verschaffel (2010) funne i sin studie på korleis elevar utviklar adderande og multiplikativ resonnering. Dei fann at dersom tala som var involverte var skrivne som forhold eller brøk, var den korrekte svarprosenten lågare enn dersom det var heiltal. Dessutan fann dei at elevane i stor grad nytta additive metodar og tankegang i staden for multiplikative, sjølv om det utvikla seg i løpet av skulegangen mot meir proporsjonal resonnering.

2.2.4 Forståing av rasjonale samanhengar og proporsjonalitet

Det å kunna resonnera proporsjonalt har synt seg vera viktig for å lukkast med delar av naturfaga. Dette kom mellom anna fram i ei undersøking gjort i Australia der læreplanane for deira 1. til 10. trinn vart gjennomgått med tanke på å finna emne der proporsjonalitet og samvariasjon er viktig (Hilton & Hilton, 2016). Ei tidlegare undersøking gjort av dei same forfattarane hadde synt at mange elevar ikkje hadde trening i dette og at lærarar ikkje var medvitne nok om dette og ikkje jobba mykje med det når emna gav høve til det. Eit døme er at tyngda (i kg) til ei flaske er proporsjonal til tal på desiliter vatn i ho. Å kunne argumentera med at «dersom flaska er vorte lettare å løfta så betyr det at det er færre desiliter vatn i ho», vil då vera uttrykk for at ein elev forstår dette. Dette er mogeleg for små born å forstå og formulera. Etter kvart vil elevane læra matematiske uttrykk for dette, men denne generaliseringa skjer oftast når dei møter algebra, på ungdomstrinnet i norsk grunnskule. Proporsjonalitet har med multiplar av noko å gjera, så det at elevane ser at dei må dividera eller multiplisera for å finna svar, er då viktig. Slik er proporsjonal resonnering knytt til løysing av likningar og arbeid med formlar som Formel 1.

Hovudsakleg kan ein seia at det eksisterer to typar proporsjonal resonnering. Den eine går på å prosessera det at to brøkar skal vera like, på eit aritmetisk plan. Særleg når ein veit tre av dei involverte tala og skal finna det fjerde. Eit døme er $\frac{5}{6} = \frac{a}{9}$., kva må *a* vera for at desse brøkane skal vera like store? Dette er basert på aritmetikk. Den andre greina vert det som eg har sett nærare på vert kalla funksjonell resonnering (mi omsetjing av omgrepet functional reasoning, som er det som står i artikkelen). Her er hovudvekta på å forstå og bruka relasjonane til verdiane/symbola som er i ein formel, til dømes $F = ma$. Det gjeld å sjå at dersom massen til gjenstanden er konstant vil krafta og akselerasjonen vera proporsjonale. Akatugba og Wallace (2009) skriv i ei fotnote at desse to måtane å resonnera på, er så viktig å læra til bruk i mellom anna fysikkfaget.

Undersøkinga til Bell og kollegaene hans nemnd over (Bell et al., 1984) har ein liknande konklusjon. I nokre av oppgåvene som var gitt var divisjon ein heilt naudsynt operasjon. Dersom ein tenkjer på divisjon som repetert oppdeling, så fekk dei det greitt til, medan mange nytta multiplikasjon for å løysa desse oppgåvene (Bell et al., 1984, s. 142):

> *[The students] generally seemed to be unaware that for a given context, such as so many gallons of petrol at such and such a price per gallon, the relationship between the three quantities remains invariant, regardless of the sizes of the numbers involved.*

No kan ein jo innvenda at dette var yngre elevar enn dei som er fokus i min studie, og at i løpet av dei neste fire åra med matematikkopplæring i skulen vil elevane få så mange oppgåver som utfordrar dei med det som gjer oppgåvene vanskelige at storlei av tal vil ha mindre å seia, eller dei får meir forståing av kva einingar tyder ut frå divisjon og multiplikasjon.

Reeder (Stewart, 2017, kp.5) understrekar òg at ei brei og god forståing av brøkar gjev elevar og studentar eit godt utgangspunkt for å få til algebra, både i high school (tilsvarande vidaregåande skule i Noreg) og i matematikkurs på høgare utdanningssituasjonar.

2.3 SIT DET I RYGGMARGEN?

2.3.1 Ulike nivå av forståing.

Mange har undersøkt kor djup den matematiske forståinga hjå elevane går. Fleire omgrep, eller omgrepspar har vore definert og nytta.

Hiebert og Lefevre nemner i innleiingskapittelet til boka Conseptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics (1986) at det både tidlegare og då boka vart skrive var ulike ordpar nytta for å todela matematisk kunnskap/ferdigheiter og forståing. Nokre av desse er prinsipp og ferdigheiter (principles and skills); meiningsfull og mekanisk kunnskap (meaningful and mechanical knowledge) og skjematisk og teleologisk kunnskap (schematic and teleologic knowledge. Relasjonell og instrumentell forståing er òg vidt nytta (Skemp, 1976).

Desse omgrepspara er ikkje identisk overlappande, men i hovudsak deler dei kunnskap i en del som handlar om å læra seg ein prosedyre og så ikkje tenkje meir over kvifor han verkar. Det å kjenna att og kunne nytta matematisk språk og symbol vil òg høyra til i denne kategorien. Den andre delen inneber ei forståing av kvifor prosedyrar fungerer og det å forstå ikkje berre kvar del i matematikken for seg, men sjå samanhengar mellom dei ulike emna. (J. Hiebert & Lefevre, 1986; Long, 2012; Skemp, 1976)

Instrumentell forståing handlar om at eleven har lært seg prosedyrar og metodar som er knytt til spesifikke situasjonar. Det som ofte kan vera tilfellet er at metoden er knytt til oppgåvene eleven har sett som døme og løyst sjølve. Når det matematiske uttrykket eller konteksten vert endra (annleis symbol eller meir komplekse ledd/faktorar) så klarer han ikkje finne ut av løysingsmetoden. I eit slikt tilfelle vil ei konseptuell forståing gjera at eleven betre kan analysera situasjonen og friare finna måtar å løysa oppgåver på (Skemp, 1976).

Ofte må elevar gjennom ein fase der dei kun har ein prosedyre dei har pugga, men etter kvart som dei nyttar denne prosedyren og vert vegleia når dei nyttar han i fleire og meir komplekse situasjonar vil dei utvikla ei forståing av dei grunnleggjande konsepta (Sfard, 1991). Slik vil dei kunne gå frå ein instrumentell forståing av matematiske konsept og metodar til ei konseptuell eller relasjonell forståing der dei ser (meir) av kvifor prosedyren er slik han er.

Long (2012) byggjer vidare på Hiebert og Lefevre (1986) sin todeling prosedural kunnskap eller prosedyrekunnskap (procedural knowledge) og konseptuell kunnskap (conceptual knowledge) som viktig i matematikkundervisninga. Både Long og Hiebert og Lefevre er interesserte i korleis ein må undervisa eller leggja undervisninga til rette for at elevar ikkje berre skal læra seg prosedyrer utanboks utan å kopla dei til andre delar av matematikkunskapen dei har opparbeida seg. Dersom elevane opparbeidar seg konseptuell kunnskap vil det gjera dei betre rusta til å løysa oppgåver som ikkje er heilt identiske med døma, eller der kva for prosedyre ein skal nytta ikkje er gitt (problemløysingsoppgåver, realistiske oppgåver). Framover kjem eg til å nytta omgrepa prosedyrekunnskap og konseptuell forståing slik Hiebert og Lefevre (1986) definerte og Long (2012) utdjupa.

For å løysa ei matematisk oppgåve, det vera seg forkorting av uttrykk, omforma formlar/uttrykk eller løysa likningar, er det naudsynt å ha ein strategi. Denne strategien kan gje seg uttrykk i pugga reglar eller prosedyresteg, eller den kan vera så integrert i eleven sin tankegang og forståing at eleven ikkje utan vidare kan seia kvifor han gjer det på denne måten (Sfard, 1991).

Hovstad (2017) undersøkte korleis elevar på tiande trinn arbeidde med formlar for areal, omkrins og volum. Ho fann at elevane ofte sleit når dei måtte flytta rundt på ledda og termane i formlane, og spesielt dersom dei måtte kombinera to formlar for å laga ein ny. Dette kan tyda på ein instrumentell forståing av formlar, og det at elevane lærer seg faste formular for kvar oppgåve og dermed ikkje jobbar så fleksibelt med formlane som dei kunne ha gjort (Hiebert & Lefevre, 1986). Hovstad si oppgåve hadde såpass lite omfang at me ikkje utan vidare kan gjera konklusjonane generelle, men ho understør resultat frå større undersøkingar der algebrakunnskapane og -ferdighetene til norske elevar er vurderte (Grønnmo & Hole, 2017). Dette står det meir om i kp. 2.4.2.

For om lag førti år sidan undersøkte Kieran korleis elevar vert undervist i og oppfattar likningar (1979). Ho meinte at ein god del av problema elevar har når dei møter formell algebraisk notasjon og konsept som ukjend og variabel er grunna i måten dei vert introdusert til algebra og likningar. Difor lanserte ho ein metode som ho meinte ville vera betre eigna. Denne metoden lagar ei bru mellom rekning med tal og formell algebra ved å introdusera eit mellomsteg, ein aritmetisk identitet. Slik vil det vera lettare for elevane å sjå samanhengane, og forstå sjølve konseptet likningar. Det leier inn på kor godt internalisert likningsløysing av enkle lineære likningar er hjå elevane. Dersom dei berre har lært seg reglar for ulike situasjonar, kan elevane oppleva det som vanskeleg eller umogleg å løysa rekneoppgåva. Har dei derimot forstått konseptet, så vil dei kunne sjå korleis det skal nyttas i fleire situasjonar (Kieran, 1979).

2.3.2 Situert læring

Som omgrep vart situert læring kjend i samband med arbeida til Jean Lave og Etienne Wenger (Skott, Skott, Jess, & Hansen, 2018). Dei ser på læring i eit vidare perspektiv enn skulen; på korleis matematiske ferdigheiter vert synt og prosessert på ulike måtar alt etter om det er det som vert rekna som skuleoppgåver, eller det er sal av eigne produkt eller på annan måte knytt til arbeid eller kvardag. Det er ikkje gitt at ein person som lett kan finna ut kor mykje vekslepengar ein kunde skal få att klarer rekna det ut dersom han får presentert det same som eit formelt reknestykke. Då er kunnskapen knytt til noko konkret, som myntar og setlar, kjøp og sal. Som reknestykke vil det virka utilgjengeleg og er ikkje noko som personen er involvert i eller finn meining i. Skal ein dra situert læring rett langt, så vil kunnskapen og den ferdigheitene ein tileignar seg i ein situasjon ikkje utan vidare vera noko ein kan nyttiggjera seg i ein annan situasjon. Det vil seia at ein elev ikkje klarer løysa likningar dersom dei ikkje vert presentert på same måten som då dei lærte dei. Eller: dei klarer løysa rekneoppgåvene i matematikktimane, men ikkje i fysikktimane. Her kan ein jo argumentera med at situasjonen er ganske lik: i båe tilfelle er det tale om skulesituasjon som ikkje er knytt til noko praktisk eleven er van med å gjera. Anderson, Reder og Simon (2007) er svært skeptiske til den utbreiinga situert læring har fått i skuleundervisning, og dei kritiserer at Lave har hevda at det svært sjeldan hender at det ein har lært seg i ein situasjon kan nyttast i ein ny situasjon. Dei hevder dette ikkje er heilt slik, og syner til forsking gjort på overføring som syner at det skjer når det er relativ liten skilnad på dei to situasjonane. Altså at personen kjenner att nokre strukturar. Dette vil kunne vera tilfelle for rekneoppgåver i fysikk og matematikk. Anderson og kollegaene hans (2007) hevdar at det som er viktig er å byggja bru mellom det elevane kjenner til frå kvardag til oppgåver dei møter i ein skulekontekst. Dessutan er det viktig å hjelpa elevane til å generalisera ting dei kjenner til frå tidlegare skulegang og kvardag.

2.3.3 Overføring av kunnskaper og ferdigheiter

På skulen lærer ein bokstavane, å lesa ord og å skriva ord i løpet av dei fyrste åra. Seinare vert det å nytta desse ferdigheitene essensielt for å tileigna seg meir kunnskap i fleire fag, og å formidla denne kunnskapen til andre. Når Hovstad (2017) har vald overskrifta «Er det regning i naturfag?» som overskrift på si masteroppgåve så skuldast det at elevane ho snakka med ikkje forventa å møte rekneoppgåver i andre fag enn matematikkfaget.

Som sagt i kp. 2.1.2 er det naudsynt å nytta matematiske metodar og operasjonar i fysikkfaget. Eit av hovudområda i fysikkfaget i norsk vidaregåande skule heiter «Å beskrive naturen med matematikk», og alle kompetansemåla handlar om matematisk modellar eller konkrete metodar (parameterframstilling, derivasjon og integrasjon) (Utdanningsdirektoratet, 2006). Dessutan er det mange formlar i fysikkfaget, som nemnd i innleiinga. Dette tyder at elevane må gjera bruk av metodar som dei har lært i tidligare matematikkurs frå grunnskulen og det fyrste året på vidaregåande skule. I faget Teoretisk matematikk på vidaregåande trinn 1 (1T) er det nokre læreplanmål knytt til generelle formlar (Kunnskapsdepartementet, 2013). Matematikkbøkene frå dei tre store forlaga (Aschehoug, Cappelen Damm og Gyldendal) har alle eit underkapittel knytt til formlar (Heir et al., 2014; Oldervoll et al., 2014; Sandvold et al., 2013). Det å gjera bruk av metodar og kunnskapar frå eit fag inn i eit anna kan me kalla overføring, på engelsk transfer.

Overføring mellom matematikk og fysikk kan ein tenkja på som å nytta matematiske konsept, som proporsjonal resonnering eller divisjon, inn i ein fysikkfagleg kontekst med suksess. Britton og hans kollegaer (2005) gjorde ei undersøking mellom førsteårsstudentar i naturvitskaplege fag på universitet for å sjå i kva grad dei fann teikn på overføring, og i kor stor grad nivået på matematikkunnskapen til studentane bidrog til suksessfull overføring. Sjølv om deira undersøking ikkje er omfattande eller grundig nok til å verta generalisert, fann dei ikkje ein sterk samanheng mellom gode resultat i reine matematikkoppgåver og det å klara dei naturfaglege oppgåvene.

To hovudtypar overføring er identifisert (Rebello, Cui, Bennett, Zollmann, & Ozimek, 2007): horisontal og vertikal. Horisontal overføring (horizontal transfer) er når løysaren nyttar ein kjend metode eller prosedyre i ein oppgåve som er svært lik oppgåver dei har gjort før. På mange måtar vil det vera parallell til Redish og Tuminaro (2007) sin plug-and chug-metode (set inn og løys). Vertikal overføring (vertikal transfer) handlar om at ein kjenner att strukturar og nyttar desse slik at dei kan finna fram til metodane og operasjonane dei treng. Til dels òg storleikar som er naudsynte og som berre indirekte er oppgjeve i oppgåveteksten (Rebello et al., 2007). I nyare tid tek ein i tillegg omsyn til sosiokulturelle aspekt. Den lærande knyt saman situasjonar som er like eller ulike ut frå det som er kjend eller tidlegare opplevd. Å oppdaga moglege punkt ein kan kopla kan den lærande få hjelp til, frå lærarar eller medelevar. Overføring vert ein meir dynamisk prosess enn berre å finna likskapar.

DiSessa og Wagner (2005) lanserte andre kategoriar for å skildra overføring. Av særleg interesse her er type A-overføring (class A transfer) og type C-overføring (class C transfer). Type A kan ein sjå på som tilsvarande horisontal overføring, og type C som vertikal overføring. Dei fann at type C-overføring skjedde svært ofte, medan type A-overføring var mykje sjeldnare. Grunnen til det det kan vera av di den gruppa som vart undersøkt ikkje hadde nok førehandslagra og gjennomarbeidd kunnskap som dei kunne nytta rett inn i ein ny eller meir kompleks situasjon. Det er òg varierande kva som frå person til person vil vera eit horisontal overførings-problem eller reknas som klasse A-overføring, jamfør det Rüede (2015) seier om ekspertar og noviser. Difor det er viktig ikkje å ta eit utanfrå-forskar-syn, men undersøkja det frå ein lærande-ståstad (Rebello et al., 2007). Denne er òg sett ut frå konteksten, det som er rutineoppgåve i fysikkfaget treng ikkje vera det i eit matematikkfag når dei lærer noko nytt: *«A second kind of association occurs between a knowledge element read out from the problem with an element of the learner's internal knowledge structure, which in turn is based on their prior knowledge.»* (Rebello et al., 2007, s. 227)

Rebello og kollegaene såg på meir komplekse situasjonar enn eg har gjort. Oppgåvene dei gav informantane sine involvera derivasjon og integrasjon, og det er snakk om college-studentar. Men det er likskapar i at studentane ikkje treng leita etter ein måte å løysa problemet på, så det er på ein måte ein lik kognitiv situasjon.

2.3.4 Måtar å møta ei oppgåve med

Tuminaro og Redish (2007) undersøkte kva epistemiske spel førsteårsstudentar møtte fysikkoppgåver med. Epistemiske spel er det vil seia strategiar/måtar elevar/studentar nyttar når dei skal løysa sokalla problemløysingsoppgåver. I desse oppgåvene er det ikkje satt opp eit reknestykke eller utan vidare gitt kva for formel eller samanheng ein må nytta for å løysa problemet. Dei fann at mange av studentane nytta metoden med finna ein formel som høver til dei oppgitte storleikane i oppgåva, for deretter å løysa numerisk. Dette er det same som Hovstad (2017) fann i si undersøking, og er det same som eg har sett hjå mine elevar. I ein artikkel vert det nemnd at nemner at dette delvis kan vera grunna i undervisninga og korleis læraren vidareformidlar stoffet. (Uhden, Karam, Pietrocola, & Pospiech, 2012). Det vil vera ynskjeleg at elevane ikkje berre leitar etter «den rette formelen», medan dei heller bør sjå på oppgåvene ut frå einingar og korleis oppgåva er formulert (Degrande, Verschaffel, & Van Dooren, 2018; Fischer, Hefendehl-Hebeker, & Prediger, 2010; Tvete, 2006). Det å relatera dei oppgitte storleikane til kvarandre, og det å forstå ordlyden i oppgåva er viktig for å utføra dei rekneoperasjonane som vil føra til målet.

I doktorgradsarbeidet sitt utarbeidde Uhden (2012) ein modell for korleis elevar arbeider når dei skal løysa oppgåver i fysikk der det ikkje er heilt opplagt kva for formel eller formlar som skal verta nytta. Det er snakk om matematisering, det vil seia korleis ein gjer situasjonen frå oppgåva om til eit matematisk uttrykk, løyser dette og deretter tek svaret og tolkar det inn i konteksten. Denne modellen er samanfatta i figur 2.

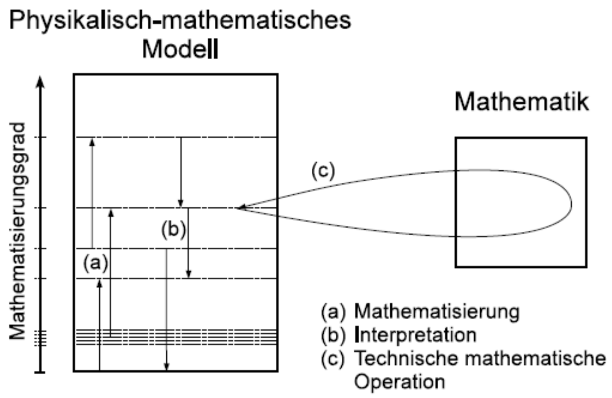


Abbildung 4.3.: Physikalisches Mathematisierungsmodell zum Modellieren mathematischen Denkens in der Physik

Figur 2 Matematiseringsmodell for modellering av matematisk tenking i fysikken, (Uhden, 2012, s. 83)

I det store rektangelet er den fysikk-matematiske delen. Der ligg alle dei opplysningar som handlar om det aktuelle fysiske fenomenet som skal verta undersøkt og oppgåva med kva storleikar og/eller samanhengar som ein søkjer finna. Han/ho som skal løysa denne oppgåva må matematisera utgangspunktet (pilane med retning oppover, (a)). Det vil seia at løysaren må søkje å sjå korleis dei ulike storleikane står i samanheng med kvarandre, og kva for kjende formlar som kan vera aktuelle, eventuelt sjå samanhengane ut frå einingane til storleikane. Dette kan ein gjera i større eller mindre grad. Pilane som har retning nedover (b) er tolkinga av korleis dei tala og storleikane og formlane løysaren kjem fram til, høver inn i situasjonen dei arbeider med. Uhden har plassert den tekniske delen av matematikkoperasjonane (c), det vil seia den algebraiske omforminga av uttrykk eller utrekning av storleikar/talsvar i eit utskild rektangel. Han fann at hans informantar gjorde desse tekniske operasjonane skild frå sjølve drøftinga rundt den fysiske situasjonen og vurderinga av om svara var relevante.

Strukturelle ferdigheiter, altså det å kjenna att strukturar (både fysiske og matematiske) og korleis desse skal tolkast, plasserer han til i den fysikk-matematiske modellen, medan reint tekniske ferdigheiter høyrer til det reint matematiske. Dei tekniske ferdigheitene verkar vera identiske med operasjonelle ferdigheiter, men Uhden (2012) seier at det ikkje er heilt det same, av di tekniske ferdigheiter i matematikk og det å nytta dei òg har med den konseptuelle forståinga av kvifor ein prosedyre fungerer (Uhden, 2012).

Det eg ser på i mi oppgåve har med den matematikktekniske operasjonen å gjera ((c) i figur 2) då mine informantar fekk oppgitt den aktuelle formelen dei skulle nytta for kvar oppgåve.

2.4 KVA KAN EIN VENTA AT NORSKE ELEVAR HAR AV KUNNSKAPAR OG FERDIGHEITER?

2.4.1 Frå læreplanane i matematikk

Oppdeling av mengder i grupper er ein del av kompetansemåla for matematikk etter andre årssteget. Dei tek òg til med multiplikasjon og divisjon med to: «doble og halvere» er nest nedste kulepunkt under kompetansemåla i hovudområdet «Tal» (Kunnskapsdepartementet, 2013, s. 5). Etter 4. årssteget er det fleire kompetansemål som har med multiplikasjon og divisjon å gjera: «utvikle og bruke varierte metodar for multiplikasjon og divisjon, bruke dei i praktiske situasjonar og bruke den vesle multiplikasjonstabellen i hovudrekning og i oppgåveløysing» (Kunnskapsdepartementet, 2013, s. 6). Vidare skal dei kunne «finne informasjon i tekstar eller praktiske samanhengar, velje rekneart og grunngje valet, ...» (Kunnskapsdepartementet, 2013, s. 6). Då kompetansemåla for geometri og måling inneheld ein god del om areal og volum, og om å gjera om mellom vanlege måleeiningar vil dette vera situasjonar elevane må nytta multiplikasjon. I tillegg skal elevane verta introdusert for brøkar (Kunnskapsdepartementet, 2013, s. 6), her er det mykje som er mogleg å trekkja inn angåande divisjon.

2.4.2 Erfaringar frå internasjonale undersøkingar

At norske elevar (gjennomsnittleg) ikkje er sterke i emnet algebra er dokumentert gjennom fleire undersøkingar (Grønnmo & Hole, 2017; Pedersen, 2015). Noreg har sidan 1990-talet teke del i internasjonale undersøkingar for korleis skuleborn presterar. Dei viktigaste er Programme for International Student Assessment (PISA), som vert utarbeidd av Organisation for Co-operation and Development (OECD) og Trends in International Mathematics and Science Study (TIMMS) og TIMMS Advanced, båe i regi av International Association for the Evaluation of Educational Achivement (IEA).

PISA-undersøkinga er for 15-åringar, og i Noreg testar den kompetanse i lesing, matematikk og naturfag. Oppgåvene som høyrer til matematikken er laga ut frå fem kompetansar i matematikk og er ikkje (direkte) relatert til læreplanane i dei ulike landa som deltek. Den fyrste undersøkinga vart halden i 2000, og har sidan vorte halden kvart tredje år. Norske elevar har delteke kvar gong (Grønnmo & Hole, 2017; Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, 2017).

TIMMS- undersøkinga er òg for grunnskulen, og tek for seg elevar på dagens 5. og 9. trinn. I denne studien ser ein berre på kunnskap i naturfag og matematikk. TIMMS-undersøkinga vert gjennomført kvart fjerde år. Noreg deltok fyrste gong i 1995, og har delteke i kvar undersøking sidan 2003. TIMMS Advanced har fokus på elevar i vidaregåande skule som har fordjuping i realfag. I Noreg er det dei elevane som har realfagsmatematikk (R-matematikk) og/eller fysikk (FY) både på VG2 og VG3. Norske elevar tok del i denne undersøkinga i 1995/1998, 2008 og 2015. IEA utarbeider oppgåvene med bakgrunn i læreplanane i dei landa som deltek (Grønnmo & Hole, 2017; ILS, (institutt for lærerutdanning og skoleforskning, n.d.-b).

Kvar undersøking gjev ein talskår til landa som deltek, men korleis denne vert rekna ut er ikkje lik i TIMMS-undersøkingane og PISA-undersøkinga. Såleis kan ein ikkje utan vidare samanlikne talskåren frå dei to undersøkingane, og heller ikkje direkte frå år til år.

Over dei tjue åra som norske elevar har delteke, så har norsk skule gjennomgått store endringar. Dei fyrste elevane som deltok i TIMMS Advanced gjekk på vidaregåande skule før reform 1994, i 1997 kom ein ny læreplan for grunnskulen, samstundes med at det vart innført tiårig grunnskule. I 2006 kom Kunnskapsløftet, som var ein ny læreplan for både grunnskule og vidaregåande opplæringsprogram. Det som har vore likt gjennom endringane, er at formlar og likningar har vore del av det elevane skal læra og ha kunnskap om (Norske Kirke- & Læremiddelsenter, 1996; Kunnskapsdepartementet, 2013; Undervisningsdepartementet, 1974).

Eit av emneområda TIMSS og PISA testar er algebra, dette emnet omfattar likningar og formlar. I oppgåvene som vert kategorisert under emnet algebra har resultata for dei norske elevane vore under snittet i alle år (Grønnmo & Hole, 2017; Pedersen, 2015).

Kapittel 3: Metode og gjennomføring

I dette kapitlet vil eg seia noko om det forskingsdesignet og dei metodane eg har vald for datainnsamlinga. Dette inkluderer korleis spørjeskjema, oppgåveark og intevjuguide vart utforma og kvifor eg valde dette som metode. Informantane mine vert presenterte og det vil verta gitt ein presentasjon av rekkjefølgja for gjennomføringa, då eg hadde to rundar med datainnsamling. Ei der eg delte ut spørjeskjema og i etterkant gjennomførte intervju, og deretter ei der eg distribuerte oppgåveark.

3.1 GENERELT OM METODE

3.1.1 Kvalitative og kvantitative metodar

Det som skal verta undersøkt er handlingsmønstre og meiningar. Då er me innanfor eit samfunnsvitskapleg område, noko som gjer at metodane ein må nytta og måten ein må forholda seg til resultata skil seg litt frå naturvitskaplege undersøkingar. Mykje er likt, men der ein set opp naturvitskaplege hypotesar som ein ynskjer å få stadfesta eller avsanna, er ein i samfunnsfaglege metodar meir opne for svara som kan koma ut. Det er ikkje ofte at ein ynskjer direkte avsanna hypotesar, ein ynskjer få informasjon (Salkind, 2006).

Grovt sett er det to retningar ein kan fylgje når ein skal henta inn data for å undersøka eit fenomen eller påstandar: kvalitative og kvantitative. Då eg byggjer mi undersøking på teoriar og metodar som tidlegare er utvikla, er det ikkje naturleg å gå inn på grounded theory. Aksjonsforsking vert heller ikkje presentert, då eg ikkje undersøkte min eigen undervisningspraksis.

Dei data ein hentar inn når ein gjer kvantitative undersøkingar er ofte tal, og desse vert prosesserte med statistiske metodar for å seia noko om kor ofte noko vert sagt/hender eller korleis to eller fleire funn kan henga saman (Johannessen, Tufte, & Kristoffersen, 2006). Vanlege måtar for innhenting er spørjeskjema der informantane skal gje uttrykk for kor samde dei er, eller nøgde dei er i ulike utsegn. Då kan ein nytta skalaer med tal, til dømes 1 til 10, og der 1 er heilt usamd og 10 er heilt samd. Ein annan måte er å ha ein skala som denne: særs godt, godt, korkje godt eller dårleg, dårleg, særs dårleg. Informantane markerar kva som høver best med deira oppfatning, og forskaren tildelar kvar kategori eit tal når det er tid for å analysera svara. Dei spørsmåla og utsegnene informantane får er nøye gjennomarbeidd på førehand, og kategoriar til å samla dataa i er fastlagde på førehand. Resultata frå undersøkingane vert ofte undersøkte med statistiske metodar for å finna samanhengar mellom fenomen. Dei kan verta framstilte som tabellar og ulike diagram.

Kvalitative data er gjerne meir utforskande. Forskaren lagar kategoriar ut frå dei data som vert innsamla i staden for å gjera det i ettertid (Amos, 2002; Creswell, 2014). Forskaren gå inn i situasjonen med eit ope sinn for kva han vil finna, utan å ha så konkrete og utkrystalliserte tankar om responsen han får. Viktige metodar er observasjon, til dømes av ein undervisningstime, og intervju med informantane. Av og til kan ein fylgja eit einskild individ, ei sokalla case-studie. Resultata frå kvalitative undersøkingar kan ofte verta presenterte som forteljingar.

Mange nyttar både kvalitative og kvantitative metodar for å gjera undersøkinga si. Det kan kallas mixed method, eller blanda metodar. Grunnen til det er at kvalitative og kvantitative metodar har ulike styrker, og dei kan utfylla kvarandre. Til dømes er det for å laga eit godt spørjeskjema naudsynt at ein har formulert spørsmåla godt og har valt dei rette spørsmåla eller utsegna informantane skal svara på eller rangera. Dette kan ein oppnå ved å gjennomføra intervju med personar som har mykje til felles med dei spørjeskjemaet skal ut til (Creswell, 2014). Dersom ein skal undersøkje haldningane ungdomsskuleelevar har til rusmiddel, kan ein fyrst intervjua nokre ungdomsskuleelevar og gjerne prøva ut nokre aktuelle spørsmål på dei før ein gjennomfører ei stor undersøking. Ei slik prøveinnsamling vert kalla ein pilot.

Dersom ein har gjort spørjeundersøkingar kan intervju i etterkant vera oppklarande. Dersom ein har gjort intervju, kan det som er kome fram i intervjua verta stadfesta gjennom spørjeskjema til mange. På den måten kan kvalitative undersøkingar verta generaliserte. Då utvalet personar i ei kvalitativ undersøking er lite, vil ikkje desse resultata kunne overføras til å gjelda generelt for større grupper.

3.1.2 Forskingsintervju

Intervjuforma tenkjer ein ofte på som spørsmål til ein person om ein sak, og denne personen responderer. Det er ulike formar for intervju: Ein har nyhendeintervju, der ein stiller konkrete, gjerne lukka, spørsmål og målet er konkret informasjon som vert formidla. Den samtaleforma lærarar har med elevane sine når dei freistar få eleven til å konkretisera kva dei har vanskar med, eller vil få eleven til å tenkje gjennom sine eigne løysingsstrategiar kan ein òg sjå på som eit intervju. I forsking har intervjuet det målet at intervjuobjektet sine tankar, haldningar og oppfatningar skal koma fram. Difor bør spørsmåla vera mest mogleg opne, slik at intervjuobjektet ikkje vert leda. Lukka spørsmål er spørsmål som berre treng ja eller nei som svar (veit ikkje er òg mogleg). Slike spørsmål er fine dersom ein vil avgrensa noko, men det gjev ikkje utdjuping av det personen meiner og tenkjer. Intervjuet kan vera med eit individ av gangen, eller det kan vera grupppeintervju, der to eller fleire svarer på spørsmål eller samtaler om tema. Det kan òg kallas fokusgruppeintervju dersom det er fleire med, og særleg om dei får snakka ganske fritt ut frå opne spørsmål (Johannessen et al., 2006).

Det er ulike typar forskingsintervju. Dei går frå dei strukturerte, der alle spørsmåla er fastlagde på førehand, til dei heilt opne der intervjuobjektet fortel heilt fritt. I eit strukturert intervju er alle spørsmåla laga til på førehand, og dei vert stilte i ei bestemt rekkjefølgje. Dersom ein skal intervjua mange, så vil dette vera ein god ting, slik at alle får dei same spørsmåla og responsen vert mest mogleg samanliknbar. I frie intervju kan ein ha tema å starta ut frå, og deretter kan intervjuaren stilla oppfølgingsspørsmål dersom intervjuobjektet seier noko interessant som det er viktig å følga opp, eller for å halda seg innanfor det emnet intervjuet skulle handla om. I semistrukturerte intervju er hovudspørsmåla laga på førehand, medan rekkjefølgja på dei kan verta endra ut frå korleis intervjuobjektet svarer, og det kan verta bruk for nye/andre spørsmål i einskilde tilfelle.

Intervju kan verta gjennomført skriftleg, der intervjuobjekta får ei liste med spørsmål dei svarer på. Dersom intervjuaren ynskjer utdjuping frå intervjuobjektet kan det vera naudsynt med meir kommunikasjon, skriftleg eller på anna vis. Munnlege intervju er gjerne det ein oftast tenkjer på. Då er ein friare i å endre rekkjefylgje på spørsmål, og kan stilla relevante oppfølgingsspørsmål med ein gong. Ofte er intervjuar og intervjuobjekt i same rom, men då det kan vanskeleg å få til grunna avstand er det mogeleg å gjennomføra intervju på telefon, via Skype eller liknande. Det at intervjuar og intervjuobjekt er i same rom kan føra til eit fellesskap og at intervjuobjektet vil tekkas intervjuaren. Det kan, medvete eller umedvete, føra til at svara og responsen ikkje vert ekte, altså det intervjuobjektet eigentleg meiner. Denne effekten kan vera ekstra sterk dersom intervjuar og intervjuobjekt kjenner kvarandre frå før, til dømes som lærar og elev. Dette vert kalla intervjueffekten (Jacobsen 2015).

Innvendingar mot kvalitative intervju er dei ikkje er vitskaplege eller objektive, slik ein tenkjer ut frå naturvitskaplege metodar. Resultata frå intervjua er personavhengige, einsidige og basert på subjektive inntrykk (Creswell, 2014; Johannessen et al., 2006). Samfunnsvitskaplege metodar har andre krav til objektivitet og resultat enn naturvitskaplege metodar, av di dei ser på samfunnet og menneske som utgjer det, ikkje naturlovar. Dersom ein ynskjer kunne seia noko generelt om handlingar eller meiningar må ein vera nøye med utvalet av informantar. Det er òg mogleg å intervjua svært mange personar om dei same tinga, og når intervjuaren ikkje lenger får fleire ulike svar vil en kunne trekkje den slutninga at ein har funne alle haldningane som finnes i den gruppa, og kan hende eit inntrykk av kor vanlege dei er.

3.2 VAL AV METODE

Forskingsspørsmål 1 ynskjer få svar på kva elevar tenkjer om kva formlar er og vert nytta til. Dette spørsmålet kan lett verta utforska med kvantitative metodar. Når det gjeld analysen, så let eg dei innsamla data vera utgangspunkt for kategoriane eg har nytta. Dette er meir ein kvalitativ måte å gjera det på, i reine kvantitative metodar er ofte kategoriane fastlagde på førehand. I tillegg ynskte eg finna ut korleis elevane arbeidde med oppgåver i ulike kontekstar og kva dei tenkte rundt eventuelle feil i oppgåveløysinga. Her ville eg gjerne at elevane snakka om kva dei hadde gjort eller gjorde medan dei løyste oppgåver, og eg hadde ikkje på førehand nokon klar ide om kva elevane ville svara, så det måtte eg undersøka meir kvalitativt. Dette vil gå under blanda metode.

I mitt tilfelle er ikkje ei av metodane meir viktig enn den andre. For forskingsspørsmål 1 er resultata representerte som søylediagram, men kategoriane laga eg sjølve ut frå dei formuleringane informantane mine gav. For forskingsspørsmål 2 var eg mykje meir avhengig av å få respondentane sine tankar undervegs. Difor var intervjua den viktigaste informasjonskjelda, sjølv om eg òg har nytta litt statistikk for å syna frekvensen av einskilde løysingsmetodar.

Eg distribuert spørjeskjema med spørsmål for å få fat i bakgrunnsoppfatningar til ulike grupper av elevar, og eg har nytta rekneoppgåver slik at eg kunne sjå korleis elevar løyste desse. Nokre av spørsmåla i spørjeskjemaa var opne, andre var av den typen der ein skal vurdera ei utsegn. I tillegg har eg nytta semistrukturerte intervju for å få utdjuping av svara frå spørjeskjemaet og korleis elever løyser oppgåver i ulik kontekst. Intervjuobjekta vart valde ut på grunnlag av svara på rekneoppgåvene. Nokre av spørsmåla i spørjeskjemaa var opne, andre var av den typen der ein skal vurdera ei utsegn.

3.3 GJENNOMFØRING

Vinteren 2018 gjennomførte eg innsamlingsrunde 1, som besto av spørjeskjema og intervju. Innsamlingsrunde 2 vart gjennomført hausten 2018, og her var det kun skriftleg innhenting av informasjon.

3.4 INFORMANTAR

3.4.1 Utval

Alle mine informantar var elevar på vidaregåande trinn 1 og 2 (Vg1 og Vg2) på studiespesialiserande studieprogram på ein stor vidaregåande skule i ein middels stor norsk by. Desse elevane er i hovudsak i alderen 16 til 19 år, med nokre få unntak. Dei aller fleste elevane er det ein vanlegvis vil kategorisera som etnisk norske, nokre av elevane har foreldre eller besteforeldre som er innvandra frå andre land, både europeiske og frå andre verdsdelar, eller dei har sjølve innvandra til Noreg nyleg eller i starten av barndomen. Mellom dei siste kan ein finna elevar som har gjennomført skulegang på nivå med norsk vidaregåande skule heilt eller delvis i sine heimland, og andre som har hatt svært sporadisk skulegang grunna krig og uro. Når det gjeld sosioøkonomisk eller etnisk bakgrunn så har eg ikkje teke omsyn til denne. Eg har heller ikkje teke omsyn til om informantane er gutar eller jenter. Til det har eg ikkje hatt nok informantar, og eg burde sett på fleire årgangar då talet på kor mange gutar og jenter det er i eit årskull kan variera, og det er endå meir variasjon i kor mange av kvart kjønn som søker studieførebuande studieprogram og realfag (Statistisk sentralbyrå, 2019).

Eg har gjort eit utval på bakgrunn av type matematikkfag og programfag elevane hadde, at eg på ein enkel måte kunne samarbeida med lærarane som underviste klassane og at eg kunne gjennomføra intervjua med dei utvalde elevane andlet til andlet. Det er ikkje eit utval med tanke på å få informantar som utgjer eit tverrsnitt av elevmassen (Creswell, 2014; Muijs, 2011). Det som kunne vore aktuelt var å ha informasjon om nokre av elevane hadde dyskalkuli, særskilde matematikkvanskar, dysleksi, lese- og skrivevanskar eller generelle lærevanskar, då dette vil kunne influera på om eleven forstår oppgåvene eller ikkje får til oppgåvene. Det var ein eller to av elevane som var diagnostiserte med dysleksi, men informasjon frå faglæraren var at det ikkje hadde mykje å seia for leseforståinga til elevane. Om det var andre, har eg ikkje informasjon om det.

I innsamlingsrunde 1 deltok elevar som tok teoretisk matematikk (1T) på Vg1 og Vg2-elevar som tok programfaget fysikk 1 (FY1). Dette var av di det er i fysikkfaget eg har merka problemet, og det er i hovudsak elevar som har teke 1T på Vg1 som vel FY1 på Vg2. På denne skulen vart ikkje elevar som tok praktisk matematikk (1P) på Vg1 oppmoda til å ta fysikkfag vidare. På den måten fann eg ut kva for tankar elevar som startar FY1 kan ha om formlar, og eg kunne sjå om det var store skilnader mellom 1T- og FY1-elevane i synet på formlar.

I innsamlingsrunde 2 deltok kun Vg2-elevar. Det var dei som hadde programfag matematikk (samfunnsfagleg matematikk, S1, eller realfagsmatematikk, R1) og FY1. Her var noko overlapp, då alle FY1-elevane hadde S1 eller R1, men ikkje alle matematikkelevane hadde FY1 Då runde 1 og runde 2 vart gjennomført i påfølgjande skuleår, hadde ein stor del av elevane vore informantar frå 1T i samband med runde 1, men det hadde kome til nokre nye elevar frå andre skular eller studieprogram.

Som del av datamaterialet har eg òg tatt med to hendingar frå eigen undervisning. I dei to åra eg konkret har arbeidd med datainnsamling til denne masteroppgåva har eg undervist i både 1T og FY1. Det var eit særleg ynskje frå meg slik at eg kunne vera oppdatert på innhaldet i båe fag. Eg har vore særleg merksam på eventuell problematikk rundt det å arbeida med slike likningar og formlar. Det har vore to episodar i undervisninga som eg har vald å ta med i datamaterialet. I båe tilfelle har det vore spørsmål frå eleven rundt løysing av oppgåver som inneheld formlar på forma til Formel 1. I utgangspunktet har eg vegleia eleven mot løysing ved å stilla spørsmål og oppmoda dei til å forklara kva dei tenkte og hinta mot løysingsmetodar. Samstundes har eg hatt i tankar forskingsspørsmåla mine og stilt nokre spørsmål som har med det å gjera. I etterkant av hendinga har eg informert eleven om masterprosjektet mitt og spurt om eg kunne nytta denne situasjonen som datamateriale. Båe elevane vart lova anonymitet, og eg forklarte at dei kunne trekkja tillatinga attende kor tid som helst før oppgåva vart levert.

I samband med desse innsamlingane har eg eit særleg etisk ansvar, då eg som lærar til desse elevane står i eit anna forhold til dei enn elevar eg ikkje underviser. Det eg har skrive i kp. 3.1.2 om intervjueffekten kan gjera seg gjeldande i ein slik situasjon når det gjeld å få tillating.

3.4.2 Tal på informantar

I den fyrste innsamlingsrunden fekk eg svar frå 70 1T-elevar og 23 FY1-elevar. Det er ein svarprosent på 90% for 1T-elevane og 85% for FY1-elevane, noko eg er nøgd med då det vil gje truverde til at svara og resultata mine. Svararka frå matematikkelevane vart nummererte T1 – T70, og svararka frå fysikkelevane FY1 – FY23. Om lag halvdelen av FY1-elevane og ein tredel av 1T-elevane var viljuge til å delta i intervju. Eg gjorde til saman 11 intervju i den fyrste runden, med seks FY1-elevar og fem 1T-elevar.

Den andre innsamlingsrunden vart gjennomført i ein S1-klasse, ein R1-klasse og to FY1-klassar. Her var det overlapping, slik at nokre elevar gjennomførte både matematikk- og fysikk-oppgåvene. Det var særleg denne gruppa av elevar eg var interessert i, men valde å la alle matematikkelevane gjennomføra. Det var to S1- klasser dette skuleåret, men berre den eine deltok. Det er ein av grunnane til at ikkje alle FY1-elevane svarte både på matematikk- og fysikkoppgåver, og er ei av svakheitene til undersøkinga. Innsamlinga gjekk over fleire dagar, slik at sjølv om ein hadde både fysikk og matematikkfag var det ikkje sikkert han var til stades båe dagane. Planen var å gje dei resterande FY1-elevane matematikkarket, men her vart det problem med tidspunkt for gjennomføringa av dette. Det var 23 S1-elevar og 20 R1-elevar som svara på matematikkoppgåvene (høvesvis 47% og 80% av moglege elevar). 26 FY1-elevar (74%) svara på fysikkoppgåvene. 17 elevar svara på både matematikk- og fysikkoppgåver (44%).

3.5 UTFORMING AV SPØRJESKJEMA/OPPGÅVEARK OG INTERVJUGUIDE

Då elevane ved denne skulen var van med bokmål som hovudmål, er alle skriva retta til dei, det vil seia informasjonsskriv, spørjeskjema og oppgåveark, formulerte på bokmål.

3.5.1 Spørjeskjema innsamlingsrunde 1

Til den fyrste innsamlingsrunden utarbeidde eg eit spørjeskjema som skulle finna ut kva elevane tenkte om formlar, litt om korleis dei gjennomførte ei enkel og ei meir kompleks oppgåve og noko bakgrunnsstoff om korleis eleven vekta sin eigen innsats og sine resultat i faga. Det var naudsynt med litt fleire spørsmål til FY1-elevane, difor vart det utarbeidd to skjema. Det som vart distribuert til 1T-elevane er vedlegg A, det til FY1-elevane er vedlegg B.

Spørsmåla der elevane skulle sei noko om korleis dei såg på sin eigen innsats og måloppnåing i matematikk og fysikk var av den typen der ein skal gje uttrykk for kor samd ein er i ei utsegn eller kor stor sin innsats ein har hatt. Skalaen for kor godt dei forsto stoffet dei lærte og korleis dei såg på eigen innsats var ein skala frå 1 («ikkje godt») til 5 «(svært godt»). Det var med vilje eg nytta ein oddetalskala. Dels for å få ein midtverdi («sånn passe»), dels av di eg ynskte distansera meg frå karakterskalaen, som jo har seks hovudkarakterar. Årsaken til at desse spørsmåla var med var at eg ynskte finna ut kva for matematikkfag FY1-elevane hadde frå Vg1, og eg ynskte vita noko om kva fagleg nivå elevane låg på. Det hadde vore mogleg å få tak i standpunktkarakterar i matematikk og fysikk for dei aktuelle elevane, og/eller matematikkarakterar frå prøver der likningsløysing og bruk av formlar er hovudtema, men det gjorde eg ikkje. Ein standpunktkarakter tek for seg mange emne og ferdigheiter, og det eg var interessert i var korleis elevane oppfatta sin innsats og sine resultat. Denne skulen gjennomfører ein kartleggingsprøve i matematikk ved starten av Vg1, der matematikkunnskapane frå grunnskulen vert prøvd, for å finna om det er elevar som har svært store hol i forventa kunnskap og difor treng ekstra oppfylging. Desse oppgåvene er knytt opp til emne, på same måten som i PISA- og TIMMS-undersøkingane, og resultata for mine informantar innafor emnet algebra kunne vore nyttig. Det kunne synt om dei elevane som hadde høg skår på dette likevel hadde dei same utfordringane i fysikkfaget. Diverre kom eg på dette for seint til å få tak i denne informasjonen, og då skulen skifta kartleggingsprøve, og det ikkje lenger var mogleg å få tak i denne informasjonen for Vg2-elevane som deltok i innsamlingsrunde 1. Difor valde eg å heller ikkje nytta denne informasjonen for dei andre.

Spørsmåla om formlar og korleis formlar vert nytta vart teke med for å finna ut kva elevane har lært om dette omgrepet, og med det få innsikt i korleis dei kan møta formlar i andre fag enn matematikk. Dette var inspirert av dei oppgåvene Hovstad og Uhden hadde utarbeidd eller nytta i sine undersøkingar (Hovstad, 2017; Uhden, 2012). Dette var opne spørsmål slik at ikkje mine oppfatningar om formlar skulle styra elevane sin respons.

Det var to rekneoppåver i oppgåvesettet, oppgåve A og oppgåve B. Oppgåve A var ei enkel omformingsoppgåve som var teke med for å sjå om elevane kunne omforma ein formel lik Formel 1 algebraisk. Dei vart bedne om å forklara/syna kva dei gjorde. Det var av di eg vona dei ville grunngje det som vart gjort, gjerne med ord, anten dei løyste oppgåva korrekt eller galt.

I oppgåve B var formålet å sjå korleis elevane ville arbeida med ei oppgåve der dei ikkje berre kunne setja inn tal og rekna ut. Oppgåva er av ein type der løysaren skulle koma fram til eit forholdstal og ikkje ein bestemt verdi av storleiken. Det var mogleg å løysa oppgåva på fleire måtar, ikkje berre ved algebraisk løysing. Med denne oppgåva ynskte eg sjå korleis elevane angrep ei ganske open oppgåve, som ikkje var av typen «sett inn dei to kjende storleikane og rekn ut den siste». Denne oppgåva var særleg inspirert av dei oppgåvene Uhden (2012) gav sine informantar for å sjå korleis dei angrep større problemløysingsoppgåver. Her nytta eg ein formel som eg venta alle elevane hadde arbeidd med i løpet av grunnskulen, gjennomsnittshastighet er lik tilbakelagt strekning dividert med tid:

$$v = \frac{s}{t} \qquad \text{(Formel 6).}$$

I desember 2017 sende eg oppgåvearka til FY1- og 1T-elevane til ein kjenning som underviser i matematikk og fysikk ved ein vidaregåande skule for å kvalitetssikra oppgåvene. Eg ynskte tilbakemelding på om han forsto dei, og om elevane hans forsto oppgåvene. Han let 1T-elevane han underviste gjennomføra oppgåvene. Tilbakemeldinga til meg var at dei hadde forstått kva oppgåvene spurte etter, og at det hadde vore fruktbare samtalar i plenum når det gjaldt oppgåve B og kor vidt ho er mogleg å løysa eller ikkje.

Fysikkspørjeskjemaet sendte eg til ein person eg kjenner privat som på det tidspunktet gjekk VG2 og hadde faget FY1. Tilbakemeldinga var at det var lett å forstå kva oppgåvene spurte etter.

3.5.2 Intervjuguide innsamlingsrunde 1

Eg valde å gjera semistrukturerte intervju, og utarbeidde nokre spørsmål og oppgåver å ta utgangspunkt i, sjå vedlegg C. Etter at det fyrste intervjuet var gjennomført la eg til nokre spørsmål: korleis informanten likte å arbeida med formlar (algebraisk eller setja inn kjende tal med ein gong), og om kva dei rekna som gode eller gyldige svar på oppgåver med formlar. Dette var aspekt eg vart spesielt merksam på i løpet av og rett etter det fyrste intervjuet.

Kvart intervju byrja med ei gjennomgang av oppgåve B, anten intervjuobjektet hadde løyst ho eller ikkje. Dersom oppgåva var løyst eller forsøkt løyst, spurde eg etter resonnement og korleis dei hadde tenkt om løysinga. Dessutan spurte eg om dei kunne sjå ein annan måte å løysa ho på. Dersom oppgåva ikkje var løyst, spurde eg kva som gjorde at dei ikkje fann ein måte å løysa denne på, og me samtala om moglege måtar å løysa ho på.

Vidare hadde eg to formlar som eleven fekk spørsmål om. Den fyrste var knytt til ein formel med vilkårlege symbol og utan kontekst:

$$Q = qm \qquad \text{(Formel 7).}$$

Den andre var knytt til ein av rørslelikningane som fysikkelevane hadde arbeidd med i starten av skuleåret:

$$v = at \qquad \text{(Formel 8) ,}$$

der v er farten etter tida t for ein bil som starter frå ro, a er akselerasjonen til bilen, og t er tida bilen har vore i akselerasjon

Intervjuobjekta fekk ganske like rekne-/tankeoppgåver anten oppgåva hadde ein kontekst eller ikkje, av di eg mellom anna ville sjå om dei arbeidde på ein annan måte når formelen sto i ein kontekst eller var heilt utan ytre kontekst. Dessutan var eg interessert i om elevane såg samanhengen mellom det me gjorde i dei to oppgåvene.

Intervjua vart tekne opp med lydredigeringsprogrammet Audacity via den interne mikrofonen på min bærbare PC, og filane lagra på minnepinne. I løpet av løysinga av oppgåvene skreiv både informanten og eg reknestykke og figurar. Me skreiv med kvar vår farge for å kunne skilja kven som skreiv kva. Desse notatarka vart merka på same måte som filane, med nummeret til informanten. Alle intervjua vart transkriberte av meg etter at det siste intervjuet var gjennomført. Transkripsjonane på ein blanding av dialekt og normert norsk, då eg hovudsakleg ville skriva det akkurat slik som informanten og eg snakka, men samstundes måtte ha klart for meg sjølve kva som var sagt. Særleg om ord kunne misoppfattast dersom eg las dei seinare. Dessutan noterte eg ned lengre pausar og kva som hendte då. Notata vart skanna inn og limt inn i transkripsjonen slik at dei skulle passa med kor tid i intervjuet dei vart laga.

3.5.3 Oppgåveark innsamlingsrunde 2

I denne runden var det viktig å sjå om konteksten hadde noko å seia for korleis elevar handterte oppgåver der dei skulle omforma eller gjera utrekningar med formlar på forma til Formel 1. Difor utarbeidde eg eit oppgåvesett for S1- og R1-klassane, der nokre av oppgåvene var reint algebraiske medan andre var blanding av bokstavar og tal, vedlegg D. Oppgåvesettet for FY1 inneheldt nokre formlar og samanhengar som elevane var kjende med, då dei hadde hatt undervisning i desse emna (Formel2), og nokre som var ukjende eller dei ikkje hadde sett sidan grunnskulen (Formel 4). Formel 4 er kjend som Ohms lov, og er nytta i elektrisitetslæra i FY1, men elevane hadde ikkje arbeidd med dette emnet enno. Likevel er det mogleg at dei har nytta denne i samband med hovudområdet «Fenomen og stoffer» i løpet av 8. – 10. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2013).

Dessutan hadde eg ei oppgåve der dei skulle nytta Einstein sin kjende formel

$$E = mc^2 \qquad \text{Formel 9}$$

Då c er lysfarta, og den vert rekna som konstant, vil c^2 vera ein konstant i denne oppgåva, slik at ho matematisk ikkje skil seg spesielt mykje frå dei to andre oppgåvene i vanskegrad. Desse oppgåvene var like nokre av rekneoppgåvene som sto i læreverket elevane var van med å nytta (Callin et al., 2007).

Det var òg nokre spørsmål om kva ulike omgrep og symbol kunne tyda i ulike samanhengar, og særleg likskapsteiknet. Dette av di tidlegare forsking har synt at forståinga av likskapsteiknet og kva variablar betyr er viktig for at elevane skal forstå algebraiske uttrykk, formlar og likningar (Grønnmo & Hole, 2017; Kieran, 1979; Tvete, 2006).

Desse oppgåvearka vart diverre ikkje kvalitetssikra. Fysikksettet synte seg å vera alt for omfattande til oppgitt tidsbruk, og det var to skrivefeil. Den eine feilen var i oppgåve A1, der det sto at elevane skulle rekna ut hastigheten til ei bylgje når det skulle stått bylgjelengda. Læraren til den fyrste klassen som gjennomførte oppgåvene oppdaga dette, og kunne ut frå storleikane oppgitt i oppgåva vegleia elevane slik at dei fekk svart. Denne feilen vart retta opp før den andre klassen svara. Den andre feilen var i A2b, der det sto «energi på 0,001 kg» i staden for «masse». Denne feilen vart ikkje oppdaga før eg gjekk gjennom oppgåvesvara eg fekk inn.

Det vart utarbeidd ein intervjuguide til runde 2. Tanken var at eg skulle intervjua elevar om korleis dei tenkte, og gjerne få eintydige svar på om konteksten var forvirrande. Diverre let det seg ikkje gjera å få nokre til å stilla til intervju i denne runden.

3.6 Etiske refleksjonar

3.6.1 Informasjon

Det er viktig å informera informantane om kvifor undersøkinga vert gjort, og kvifor dei vert spurt om å delta. Mi undersøking krev ikkje at elevane oppgjev personleg informasjon som livssyn eller religiøs tru, etnisitet, familietilhøve, seksuell legning eller politiske preferansar, slik sett er det ein upersonleg undersøking. Då alle mine informantar var over 15 år, vert dei rekna som vaksne nok til sjølve å ta avgjerda om dei ynskjer å delta eller ikkje. Eg utarbeidde eit informasjonsskriv til elevane og foreldra for kvar innsamlingsrunde, vedlegg G og H. Om lag to veker før elevane svara på spørjeskjemaet til runde 1 var eg innom kvar klasse og presenterte meg og prosjektet og gav dei informasjonsarket. Det vart presisert at alle skulle vera anonyme, og at eg berre ba om at dei skreiv namnet sitt på oppgåvearket slik at eg kunne finna dei att dersom det var aktuelt med intervju. Dessutan presiserte eg at det var heilt friviljug å svara, og at dei kunne ombestemma seg. På spørjearket hadde eg med to korte ja/nei-spørsmål. Det gjekk på om eg kunne nytta svara i undersøkinga og om dei var viljuge til å verta spurte om å vera med på intervju (sjå vedlegg A og B). Likeeins var eg innom kvar klasse i før runde 2 for å informera.

I tillegg til elevane informerte eg rektor og studierektor ved skulen, vedlegg I og J.

Undersøkinga vart meldt til Norsk senter for forskingsdata Personvernombudet for forsking (NSD). I denne søknaden vart det òg nemnd at eg kanskje skulle be nokre av mine eigne elevar delta. Godkjenninga frå NSD er vedlegg K.

3.6.2 Anonymitet

Då orda «elev» og «informant» er hankjønnsord, er eg van med å nytta pronomenet «han» dersom eg ikkje omtalar ein bestemt person. For å sleppa å nytta orda «elev» og «informant» når eg syner til døme på svar og utsegn eller nyttar utdrag av transkripsjonen frå intervju har eg vald å gje dei namn. Eg har henta lista over dei 10 mest nytta jente- og gutenamna i Noreg frå 2018 frå Statistisk sentralbyrå sine nettsider (ssb.no). Grunnen til val av namn frå 2018 var for å få stor avstand til dei mest populære namna då informantane mine var fødd. Sjølvsagt kan det vera at det mellom mine informantar er nokre som har desse namna som einaste eller eit av fornamna sine, men det er i så fall reint tilfeldig. Der det var fleire stavemåtar har eg valt den som sto fyrst. Namna er alfabetiserte og eg starta med namn på a, etter kvart som teksten tok form.

3.7 Validitet og reliablitet

Det er dei innsamla data som skal gje grunnlag for å trekkja konklusjonar og svara på forskingsspørsmåla mine. Difor er det viktig å vurdera kor eigna dataa er for å gje svar. Er måten undersøkinga gjennomført på eigna til å svara på forskingsspørsmåla? Kan ein vidareføra desse svara til andre enn dei konkrete informantane, altså generalisera? Det er viktig at dei innsamla data vert analysert og prosessert med metodar som er etterprøvbare, slik at andre kan forstå grunnlaget for konklusjonane (Johannessen et al., 2006; Salkind, 2006).

Noko som er svært viktig er at dei spørsmål som vert stilte er eigna til å gje svar på forskingsspørsmåla som er stilte. For forskingsspørsmål 1 var det relativt enkelt, informantane fekk konkrete spørsmål om kva formlar er og kva dei vart nytta til. Desse spørsmåla var opne i den forstand at elevane var frie til å svara kva som helst. Eit alternativ kunne vore å hatt utsegn og/eller synonym for formlar som elevane skulle rangera eller seia om høvde eller ikkje. I eit slikt tilfelle ville forskaren sine tankar om formlar vore styrande for kva informantane ville svara. For denne undersøkinga ville det gjeve sterkt avgrensa opplysningar av di eg ikkje hadde nytta alle dei orda informantane mine nytta. Dessutan ynskte eg at elevane skulle få svara med dei orda og formuleringane dei hugsar og nyttar sjølve, ikkje dei som dei kan kjenna att som gode svar men dei aldri ville funne på sjølve. Kategoriseringa av svara som eg har nytta for å framstilla diagramma i kp. 4.1.1 – 4.1.4 har utgangspunkt i svara frå informantane, innhaldet i setninga eller orda dei nytta.

For forskingsspørsmål 2 er det litt vanskeligare. Det er mogeleg å stilla spørsmålet «Tykjer du det er enklast å løysa oppgåver med eller utan kontekst?», men for å få innsikt i kvar elevane sine vanskar ligg har det vore naturleg å gje dei oppgåver med ulik kontekst og sjå korleis desse vart løyste. Oppgåve B i runde 1 var sterkt influert av oppgåvene Uhden nytta i si undersøking (Uhden, 2012). Då denne undersøkinga har eit anna siktemål har ikkje oppgåva truffe godt nok, og ho har nok vore for kompleks og uvand for informantane. Oppgåvene som vart nytta i runde 2 er meir like dei oppgåvene elevane er vane med frå matematikkbøkene og fysikkbøkene (Callin et al., 2007; Heir et al., 2014; Heir, Engeseth, Moe, & Borgan, 2015a, 2015b). I runde 2 var òg skilnaden mellom dei reine matematikkoppgåvene og dei kontekstrike fysikkoppgåvene tydeleg.

Gjennom intervjua i etterkant av spørjeskjema i runde 1 fekk eg innsikt i kva elevane tenkte, då det var mogleg å sjå kva dei gjorde og å stilla spørsmål om kva dei tenkte. Det å nytta fleire metodar for å henta inn data er ein måte å sikra at resultata er gyldige (Creswell, 2014; Johannessen et al., 2006).

Metodane eg har nytta er ikkje noko eg har funne på sjølve, eg har teke utgangspunkt i undersøkingar som har undersøkt liknande fenomen som eg vil undersøkje (Hovstad, 2017; Ivanjek, Susac, Planinic, Andrasevic, & Milin-Sipus, 2016; Planinic et al., 2012; Rüede, 2015). Her er det snakk om matematiske idear i, for elevane, nye kontekstar og attkjenning av matematiske strukturar i komplekse uttrykk. I tillegg har eg sett om dei resultata eg har kome fram til samsvarar med det andre har kome til. Ut frå det som er kome fram frå PISA- og TIMMS-undersøkingane (Grønnmo & Hole, 2017; Pedersen, 2015) er mine resultat og konklusjonar ikkje så overraskande.

Er resultata mine generaliserbare? Frå runde ein har eg eit relativt stort datamateriale, og det er ikkje grunn til å tru at elevane som deltok i mi undersøking skil seg stort frå andre klassar. I runde to var overlappinga mellom dei som løyste matematikkoppgåvene og dei som løyste fysikkoppgåvene for liten (sjå kp. 4.4), så her kan eg ikkje trekkje generelle slutningar. Det er ein stor mangel at det ikkje vart gjennomført intervju i etterkant. For kvalitative undersøkingar, særleg intervju, er det anbefalt at ein har så mange informantar at ein ikkje lenger får nye opplysningar ved å snakka med fleire, slik at ein har funne haldningane/meiningane som er til stade i gruppa (Creswell, 2014; Johannessen et al., 2006).

Kap. 4: Resultat og start på diskusjon av resultata.

No er det på tide å sjå på kva som kom ut av dei svara informantane mine har gjeve, skriftleg og munnleg. Først skal eg sjå på det som gjeld det bakanforliggjande spørsmålet, kva elevane tenkjer om formlar og korleis dei vert nytta, då særleg i fysikk. I hovudsak kjem dette frå svara elevane gav på det fyrste spørjeskjemaet frå runde 1, men eg kjem òg til å supplera med det intervjuobjekta sa då dei vart bedne om å utdjupa dette. Etter det vil eg sjå på korleis elevane handsamar det matematiske, særleg om kontekst er forvirrande Dette er resultat henta frå rekneoppgåvene på spørjeskjemaet og intervjua i runde 1, oppgåvearka frå runde 2 og dei to spesielle innsamlingssituasjonane mine. Undervegs vil resultata som kjem fram verta kommenterte og sette i samanheng med kvarandre. Dette kjem til å halda fram i kapittel 5.

Spørjeskjemaa inneheldt nokre oppgåver og spørsmål eg ikkje gjekk vidare med. Frå runde 1 har eg sett vekk frå korleis elevane vurderte sine eigne ferdigheiter og forståing i faga. Frå runde 2 har eg berre konsentrert meg om rekneoppgåvene og ikkje sett på dei spørsmåla som gjekk på kva symbol og omgrep tyder. Dette av di det vart for mange moment å ta omsyn til. Det er ikkje utenkjeleg at svara informantane mine gav vil kasta ljos over den store problemstillinga mi, men det var naudsynt å avgrensa.

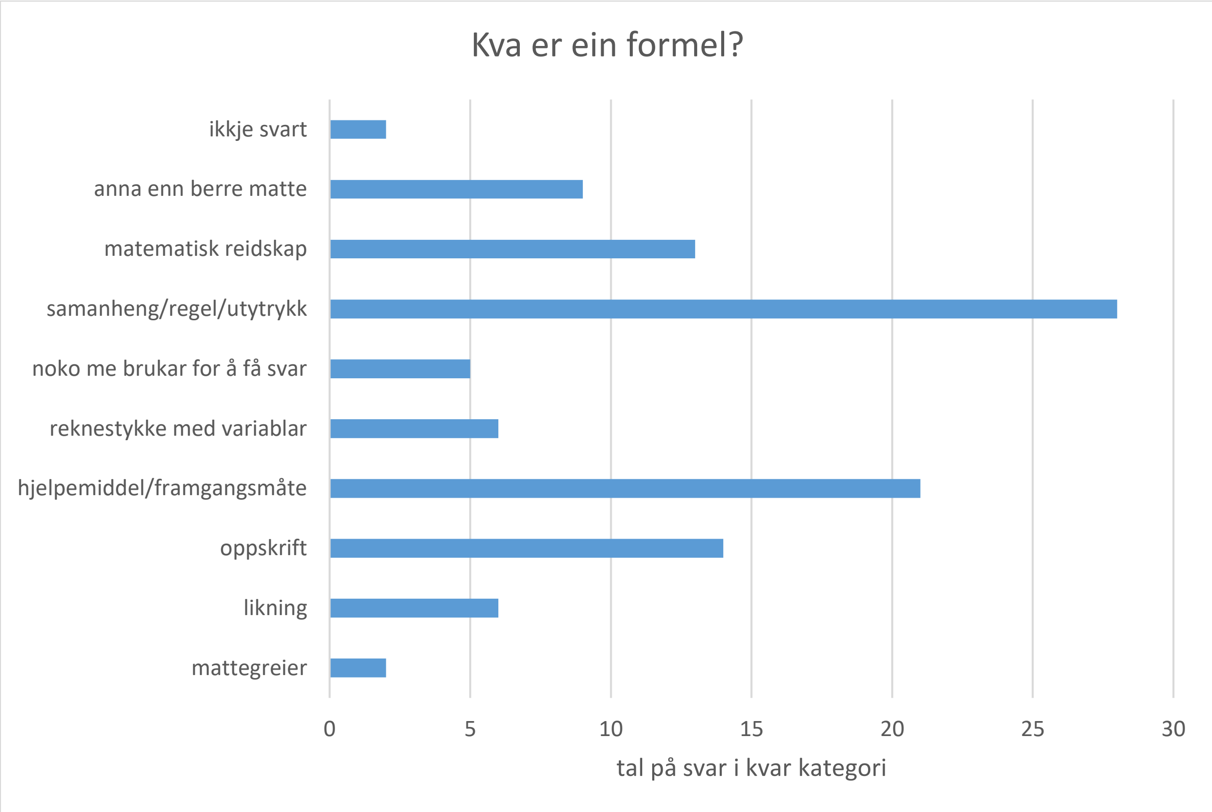
Alle namn på informantar er pseudonym, som forklart i kp. 3.6.2.

4.1 SVAR OM FORMLAR OG BRUK AV FORMLAR

Til å byrje med skal eg sjå på kva elevane gav som svar på spørsmåla om formlar og løysing av formlar på spørjeskjemaet i runde 1 (Vedlegg A og B). Svara har eg samla og presentert som diagram. Då mange elevar gav meir enn eit svar på spørsmålet, vil ikkje talet på svar samsvara med talet på mottekne spørjeskjema. Eg har ikkje analysert kven og kor mange av dei som svara som gav fleire svar på spørsmåla. Nokre har ikkje svart på eit eller fleire av spørsmåla. Eg tolkar dette som at dei ikkje heilt visste kva dei skulle skrive eller korleis dei skulle formulera seg skriftleg. Alle respondentane hadde svart på minst eit av desse spørsmåla.

Når det gjaldt spørsmåla «Hva er en formel» og «Hva kan være synom formel» nytta fleire respondentar like eller liknande ord og vendingar. Dette er ikkje uventa, då spørsmåla er ganske like. Ein skilnad er at fleire skreiv setningar og lengre forklaringar på det fyrste medan på det andre var det flest einskildord.

4.1.1 Svar på spørsmålet «Hva er en formel?»

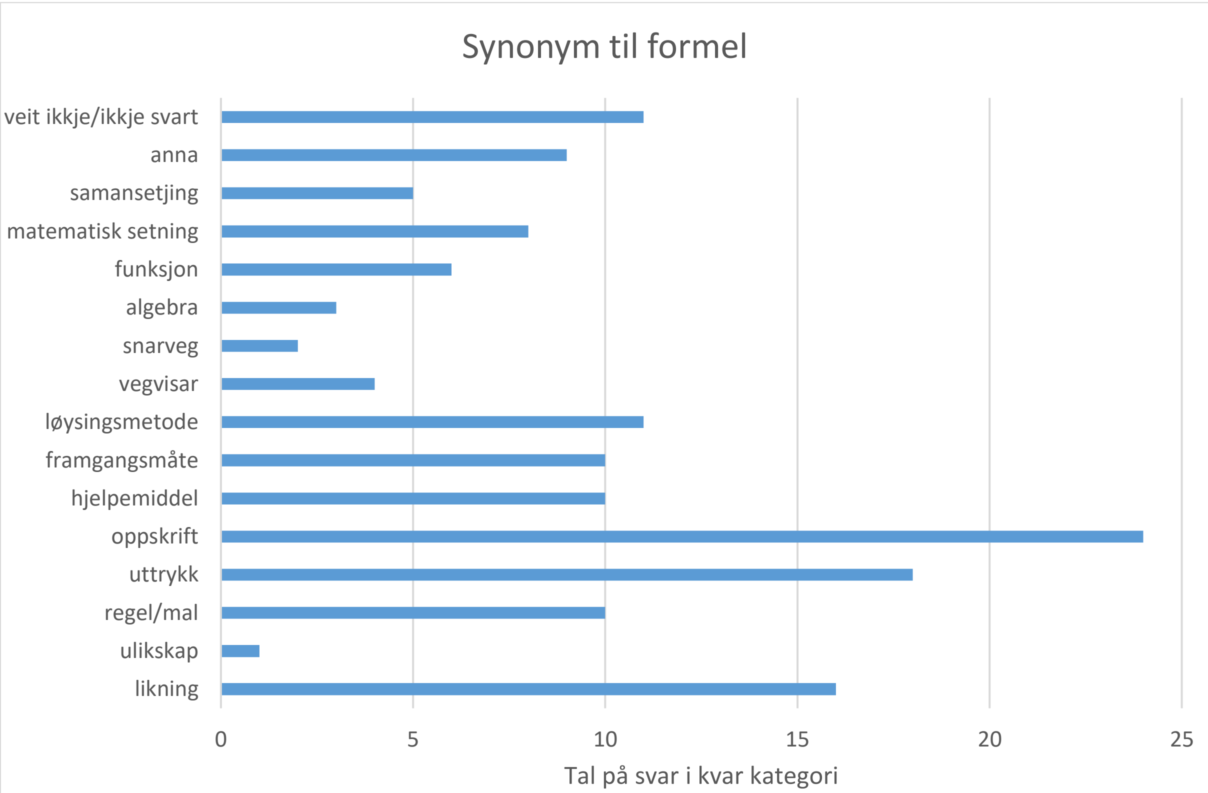


Figur 3 Svar på spørsmålet «Hva er en formel»?

Eg har gruppert desse svara i ni distinkte kategoriar i tillegg til dei som ikkje gav svar, synt i figur 3. Nokre av kategoriane er ord og omgrep informantane nytta sjølve. Det gjeld særleg «oppskrift» og «likning». Der det er fleire omgrep i same kategori er det hovudinnhaldet i det elevane skreiv. Det er mogleg å redusera talet på kategoriar ved til dømes å kombinera «samanheng/regel/uttrykk» med «oppskrift»; «likning» med «reknestykke med variablar» og «noko me brukar for å få svar» med «matematisk reiskap». Dette har eg ikkje gjort. Årsaken til at eg let oppskrift vera ein eigen kategori i staden for å kopla det med «framgangsmåte» var at det var det uttrykket eg var mest overraska over. Det er mogeleg at det er eit uttrykk elevane har vorte vane med å nytta frå grunnskuleopplæringa, til dømes at det vert nytta i bøker, eller at elevane som svarte dette kom frå same skule der dette omgrepet er i vanleg bruk. Dette vert berre spekulasjonar frå mi side, då eg ikkje har kontrollert det. Orda «oppskrift» og «framgangsmåte» kan elles reknas som synonym. Elevane i 1T vert introduserte for likningar/likningssett med to ukjende (Kunnskapsdepartementet, 2013), men det vert ikkje heilt likt som «reknestykke med variablar» då det i ein formel ofte er fleire enn to ukjende og elevane vert bedne om å setje inn tal og verdiar ut frå det som er gitt i oppgåva for å finna ein av desse.

Det som er tydeleg er at elevane har sterk fokus på at ein formel er noko som demonstrerer eller syner noko som dei skal bruka.

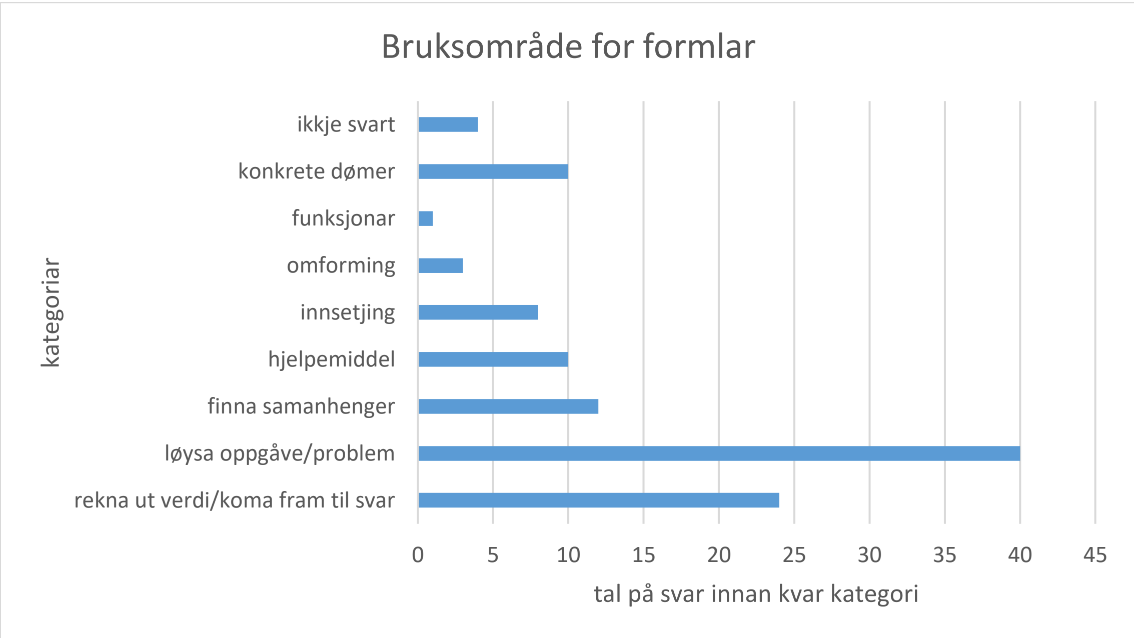
4.1.2 Svar på spørsmålet «Hva kan være synonymer for begrepet formel?»



Figur 4 Svar på spørsmålet «Hva kan være synonym til formel?»

Dette spørsmålet heng sterkt saman med det frå kp. 4.1.1, og det kjem fram i orda elevane har nytta. Då eg valde å ta med eit så likt spørsmål var det for å sjå kva einskildord informantane ville nytta. Når det gjeld kva for synonym elevane ville velja, så har eg gruppert svara i 15 kategoriar, i tillegg til veit ikkje-gruppa. Her var det mange framlegg, og dei fleste informantane foreslo to ord. Det er tydeleg at «oppskrift» er det mest nytta omgrepet, tett følgd av «uttrykk» og «likning». Dersom ein ser på dei kategoriane som går på mykje av det same «løysingsmetode», «vegvisar», «oppskrift», «regel/mal» og «framgangsmåte» vert det tydeleg at mine informantar ser på formlane som noko som er nyttig når ei oppgåve skal løysast og som forklarar kva for steg ein skal ta for å finna svaret.

4.1.3 Svar på spørsmål: «Hvordan brukes formler/hva brukes formler til?»



Figur 5 Svar til spørsmålet «Hvordan brukes formler/hva brukes formler til?»

At informantane ser på formlar som noko som dei nyttar for å finna svar på oppgåver kjem tydeleg til uttrykk i svara på spørsmålet om kva funksjonar vert nytta til. Som ein kan sjå av dei to nedste kategoriane, som er klart knytt til utrekningar er det til saman 44 av 93 som skriv dette. 10 av dei 93 kom med konkrete dømer på oppgåver der ein nyttar formlar. Mange av desse var formelen for å løyse andregradslikningar:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{når } ax^2 + bx + c = 0.$$

Dette er naturleg då 1T-klassane hadde jobba med andregradslikningar nokre veker før undersøkinga vart gjennomført, og elevane difor hadde brukt ein god del energi på å læra seg denne.

Berre FY1-elevar bidrog til kategoriane «innsetjing», «omforming» og «funksjonar». Det kan tyda på at dei har fått meir innsikt i kva formlar vert nytta til, i naturfaga generelt og fysikk spesielt.

4.1.4 Svar på spørsmål: «Etter din mening, hvilken rolle spiller formler i fysikk?»

Fysikkelevane fekk i tillegg spørsmål om kva rolle formlar har i fysikkfaget. Dei fleste skreiv setningar og korte avsnitt til dette spørsmålet, og av den grunn var det ikkje like lett å framstilla svara samla slik som på dei føregåande spørsmåla. For å få fram det elevane svarte tek eg med nokre av utsegnene som er representative. Alle er omsett til normert nynorsk, uavhengig av om eleven skreiv normert norsk eller dialekt.

Utsegn 1: Så og seia alt av rekning i fysikk vert det nytta formlar til. Det er viktig av di me ikkje sjølve har studert fysikk så mykje, og difor ikkje kan laga desse formlane sjølve.

Utsegn 3: Dei har kanskje vorte laga for å finna samanhengar eller forenkla noko.

Utsegn 4: ... og store delar av faget er bygd opp rundt ulike formlar.

Utsegn 5: Hjelper med å forstå fagstoffet ved å gje eit praktisk døme. Gjev eit innblikk i korleis universet er organisert og kvifor ulike fenomen oppstår.

Utsegn 6: Etter mi meining er fysikken berre formlar, meistrar du å nytta desse, så meistrar du fysikkfaget.

Utsegn 7: For å kunne rekna ut ulike ting må ein nytta akkurat ein bestemt formel.

Utsegn 8: I fysikk når ein ikkje klarer å forklara ting med ord kan ein nytta formlar. Formlar kan òg forklara ting me ikkje skjønar, dei hjelper oss med å sjå kva som heng saman.

Det som kjem fram er at elevane oppfattar at formlar er ein svært stor del av fysikkfaget. Eg finn to tendensar her. Den eine er at dei har oppfatta at formlane er uttrykk for samanhengar i den fysiske verda. Av mine 23 fysikkinformantar var det 8 som heilt eller delvis nytta dette som grunngjeving. Den andre handlar om at det er som verkty for utrekning formlane er viktigast. 9 av 23 svar handla spesifikt om utrekningar. To informantar hadde med båe aspekta. Det var 7 som ikkje hadde gjeve noko forklaring på kvifor dei meinte det var viktig, anna enn at det var mange formlar i fysikkboka.

Utsegn 6 skil seg litt ut, då det er uklart kva som ligg i omgrepet «meistra desse». Ut frå det denne informanten, Maja, svara på dei andre spørsmåla om formlar kjem det fram at ho hovudsakleg ser på formlar som verkty for utrekning av konkrete talsvar, jamfør figur 6. Maja var ei av informantane som vart intervjua, diverre var eg ikkje merksam nok på det ho hadde svara på spørsmåla slik at eg ikkje ba ho utdjupa kva ho meinte med utsegna om formlar i fysikk. På spørjeskjemaet hadde ho svara «Veit ikkje» på oppgåve B, og ho hadde problem med denne oppgåva i intervjusituasjonen. Ho var ei av dei som arbeidde med alle tre oppgåvene i intervjuguiden (vedlegg C). Det som vart tydeleg var at ho tykte det var uvant og vanskeleg når det ikkje var tilstrekkeleg talverdiar å setje inn i formlane for å kunne rekna ut eit svar som gav tal som deretter kunne verta satt inn i dei andre formlane. Dette er nok ein indikasjon på at det er utrekning av konkrete talverdiar ho siktar til, òg når ho tenkjer på formlar i fysikkfaget. I oppgåve 3 i intervjuguiden er meininga å nytta to formlar for å laga ein tredje, og ho hadde store problem med denne, av di ho rekna alle bokstavane som ukjende. Maja var ei av dei som føretrakte å representera ukjende verdiar og storleikar med x og y i staden for symbola i formelen.

1. Hva er en formel?

Ein formel er eit uttrykk for å rekne ut noko der ein kan setja inn tal for dei ulike bokstavane.

2. Hva kan være synonymer for begrepet formel?

Reknestykke; Uttrykk

3. Hvordan brukes formler/hva brukes formler til?

   Ein formel kan ein nytta til å rekna ut kva som helst: avstander, strålingstettleik, bylgjelengd, fart, høgd, areal, volum osb.

Figur 6 Maja sine svar på dei tre fyrste spørsmåla om formlar, runde 1

4.2 KORLEIS ELEVANE GJER UTREKNINGAR.

I det følgjande har eg nytta data både frå spørjeskjemaet i runde 1, intervjua i runde 1 og oppgåvearka frå runde 2.

4.2.1 Oppgåve A, runde 1

Oppgåve A (figur 7) var anten løyst (rett eller feil) eller ikkje gjort i det heile. Det er lett å sjå om oppgåva er løyst eller ikkje.

Løs følgende oppgaver. Skriv tydelig hva du tenker/hvilke skritt du tar:

A En formel er gitt som $A = 2\pi r$. Gjør om formelen slik at vi får et uttrykk for r.

Svar oppgåve A: $r = \frac{A}{2\pi}$

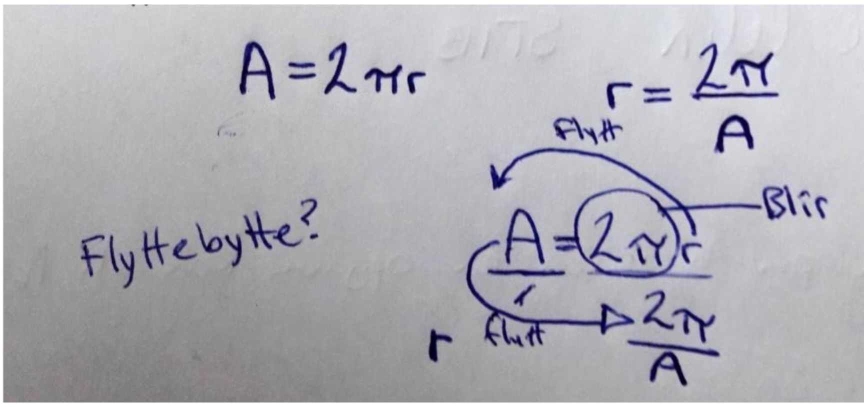
Figur 7 Oppgåve A runde 1, med fasit

Tabell 3 Svarfordeling for oppgåve A runde 1

	Totalt (93)		FY1-elevar (23)		1T-elevar (70)	
	tal	prosent	tal	prosent	tal	prosent
Oppgåve A						
Rett svar	85	91,4%	20	87,0%	65	92,9%
Galt svar	6	6,5%	3	13,0%	3	4,3%
Ikkje svart	1	1,1%	0	0	1	1,4%

Det var ein elev som sette inn approksimasjonen 3,14 for π og rekna ut $2 \cdot 3{,}14$ etter at uttrykket var omforma, slik at det berre var A og r som var att som symbol. Fleire av elevane var ikkje konsekvente for liten og stor bokstav i omforminga av uttrykket. Dette kan vera teikn på at å rekna med symbol ikkje er noko dei i stor grad er vane med, eller at dei ikkje tenkjer at det har noko å seia om dei nyttar stor eller liten bokstav i uttrykka.

Som me ser av tabell 3 var det svært få som ikkje klarte omforminga i oppgåve A. Tre var 1T-elevar og tre FY1-elevar. Det var altså ein større prosentdel av FY1-elevane som ikkje klarte oppgåva. Det som var den vanlegaste feilen var at dei dividerte med feil faktor. Eit døme er 1T-eleven Jakob, som har forklart at han flyttar A og r til motsett side av likskapsteiknet, medan 2π vert verande (figur 8). Han nemner ein regel (flyttebytte), sjølv om spørjeteiknet tyder på at han ikkje er heilt sikker på at denne regelen er riktig her. Då det var mange som kommenterte denne, har denne fått eit eige delkapittel, 4.5.



Figur 8 Døme feilomforming oppg. A, runde 1: Jakob

Av dei som ikkje fekk til oppgåve A var det tre som sa dei kunne gje svar på oppgåve B, to FY1-elevar og ein 1T-elev.

4.2.3 Oppgåve B, runde 1.

B Per pleier å sykle til skolen, og gjennomsnittsfarten hans kan beskrives med formelen $v = \frac{s}{t}$, der s er avstanden til skolen og t er tiden han bruker. Han har en sykkelcomputer som forteller ham gjennomsnittsfarten. Mandag var gjennomsnittsfarten hans 15 km/h og tirsdag var den 10 km/h. Hvor mye lengre tid brukte han på skoleveien tirsdagen enn mandagen?

Svar oppgåve B: Per brukar 50% lengre tid tysdag enn han gjorde måndag.

Figur 9 Rekneoppgåvene frå spørjeskjemaet runde 1, med fasit.

Oppgåve B (figur 9) er ei oppgåve kan løysast på fleire måtar. Elevane kunne gjera resonneringar utan å nytta algebraisk omforming av formel, dei kunne nytta symbol og rekna algebraisk heilt til slutten, eller dei kunne setje inn tal med ein gong. Mi forventning var at dei skulle velja ei av dei to siste metodane, eller ei blanding av dei. Mange av elevane vart ikkje ferdige, eller kom heilt fram til eit svar, men dei hadde starta med noko. Denne oppgåva var mykje vanskelegare å løysa, noko tabell 4 fortel.

Tabell 4 Svarfordeling for oppgåve B runde 1

		Totalt (93)		FY1-elevar (23)		1T-elevar (70)	
		tal	prosent	tal	prosent	tal	prosent
Oppgåve B							
Har kome fram til eit svar		44	47,3%	12	52,2%	32	40,0%
	rett svar	*9*	*9,7%*	*0*	*0%*	*9*	*12,9%*
	galt svar	*35*	*37,6%*	*12*	*52,2%*	*23*	*32,9%*
Arbeider med oppgåva men vert ikkje ferdige/ kjem ikkje fram til eit svar.		21	22,6%	5	21,7%	16	22,9%
«ikkje nok informasjon»*		15	16,1%	1	4,3%	14	20,0%
Ikkje svart		19	20,4%	5	21,7%	14	20,0%
*Nokre av dei som har skrive dette er rekna med i dei som ikkje kom fram til eit svar eller fekk galt svar, difor stemmer ikkje alle summane. Kategorien er likevel teke med, då utsegna kastar lys over kvifor respondentane ikkje vart ferdige.							

Det var mange av elevane som ikkje svarte på det som faktisk var spørsmålet, men dei hadde gjort alle utrekningane som var naudsynte, med unntak av den siste operasjonen. Då var det mange som skreiv kor mykje tid Per nytta måndag og kor mykje tid han nytta tysdag. I intervjuet med Ella spurde eg om spørsmålsstillinga og det oppgåva spurte etter var uvant, og det stadfesta ho.

Om lag 50% av informantane skreiv at dei ikkje kunne løysa oppgåva av di det mangla detaljar, eller dei svara ikkje noko. Nokre gjorde forsøk på å setja tal inn i formlane men kom ikkje særleg mykje lengre. Fire av FY1-elevane og to av 1T-elevane har kome fram til eit svar som er korrekt ut frå den strekninga dei valde. I tabell 4 er alle desse rekna inn under feil svar. 9 av 93 informantar gav det rette svaret. Mange fleire kom fram til forhold og prosentandelar som gjer at dei kunne ha kome fram til det rette svaret i oppgåva, men dei klarte ikkje ta det siste steget. Det gjeld dei som kjem fram til svara «1/3 lengre tid», «tida måndag var 100% og tida tysdag var 150%» og «tida tysdag var 1,5 gonger lengre».

Dei som svara feil på oppgåve A svara slik på oppgåve B: 1,5 min. lengre, har ikkje synt utrekningar (FY1-elev); 1/3 lenger (FY1-elev) og 20% (1T-elev). Av desse er det berre svaret 20% som ikkje har nokon direkte relasjon til det riktige svaret, som er 50%. 1,5 min. kan vera knytt til utrekning ved å nytta eigenvalde verdiar for s, og dei kan ha fått 1 minutt måndag og 1,5 minutt tysdag. 1/3 lenger kan tyda på at eleven ikkje har nytta rett forhold.

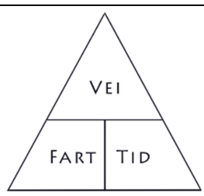
Ein kan dela metoden elevane nytta for å løysa oppgåve B i to grupper. Den fyrste gruppa er dei som utforska korleis gjennomsnittsfarten dei to dagane var i høve til kvarandre, ei rasjonal utforsking (Hilton & Hilton, 2016). Det var 39 av 93 som nytta forholdsrekning på ulike måtar i sine forsøk på å løysa oppgåva.

Den andre gruppa sette tala dei fann i oppgåva, og ein sjølvvald verdi for s på inn i formelen, ein formel for måndag og ein for tysdag. Her må eg skyta inn at ei føresetnad for å kunne løysa denne oppgåva er at strekninga Per nyttar til skulen er den same båe dagane. Det var 11 av 93 som sette inn ein verdi for den ukjende strekninga. Denne varierte frå 400m via 1 (km, ut frå korleis dei rekna vidare, men dei gav ikkje opp ei lengdeeining) til 120 km. Dei fleste valde enkle verdiar i høve til dei tala som var gitt opp i oppgåva, altså tal i femgangen, eller 1.

Uansett metode valde dei aller fleste, både mellom matematikkelevane og fysikkelevane, å setja inn alle tilgjengelege tal med ein gong og deretter arbeida med desse.

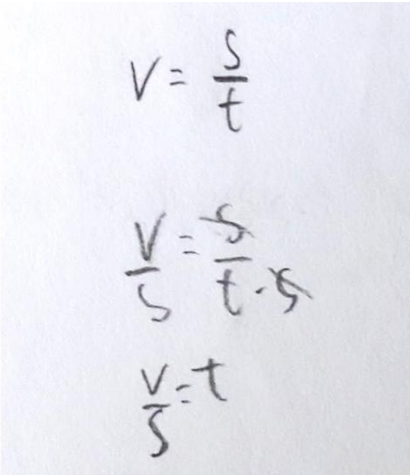
Kva ulike metodar elevane hadde nytta vart koda slik at eg kunne nytta desse til å samanlikna og gruppera løysemetodane, desse er presenterte i tabell 5. Nokre av kodane syner til handlingar som ikkje kan opptre samstundes, slik som kodane **iv** og **v**. Andre kodar skildrar handlemåtar som høyrer saman eller syner til rekkjefølgje av operasjonar, eller kor vellukka operasjonane var. Kode **i** og **ia** handlar om at eleven vel algebraisk omforming, og **ia** tydar på at eleven ikkje får det heilt til. Same svar vil kunne vera koda med både **vi** og **vii** då desse syner til to handlingar som kan etterfylgje kvarandre. Fleire av elevane freista litt omforming og innsetjing før dei konkluderte med at dei ikkje kunne koma fram til eit svar.

Tabell 5 Kodar for svar på oppgåve B, runde 1

omformar formelen algebraisk	i
slit med algebraisk omforming av formelen	ia
set inn tal med ein gong	ii
vel verdi for s og jobbar med den	iii
inga skilnad på symbola som angjev kva for dag det gjeld	iv
skilnad på formlar/symbol for kvar dag	v
reknar med prosent/vekstfaktor	vi
finn differansen i gjennomsnittsfart	vii
finn differansen i tid	viii
vil finna forhold mellom s og t som høver med gjennomsnittsfarten og der s er konstant	ixa
vil finna tilhøve mellom s og v, der s er konstant	ixb
forhold mellom gjennomsnittsfart kvar dag	ixc
forhold mellom gjennomsnittsfart ein dag og differansen i gjennomsnittsfart	ixd
forhold av ymse slag	ixe
forhold mellom differansen i gjennomsnittsfart og gjennomsnittsfart tysdag	ixf
forhold mellom differansen i gjennomsnittsfart og gjennomsnittsfart måndag	ixg
forhold mellom tidane	ixh
gjer om til anna eining, rett	xa
gjer om til anna eining, galt	xb
vil løysa som likningssett med to ukjende	xi
har med trekanten*	xii
resonnering med ord	xiii
«har ikkje nok informasjon»	xiiii
ikkje svart	xv
ikkje forklart korleis dei kom fram til svaret	xvi
* Husketrekant for å rekne med strekning/veg (s), fart (v) og tid (t): 	

4.2.4 Feilomforming formel oppgåve B

10 FY1-elevar og 22 1T-elevar omforma eller gjorde forsøk på å omforma formelen algebraisk før dei sette inn tal eller resonnerte vidare. Alle FY1-elevane klarte dette, medan 9 av 1T-elevane ikkje klarte å omforma rett. Figurane 10, 11 og 12 syner døme på feilomforming:



Figur 10 Feilomforming oppg. B runde 1, døme 1: Emma

Emma har dividert med s på båe sider av likskapsteiknet, men ho har flytta t frå nemnar til teljar i svaret. Dersom reknestykket var

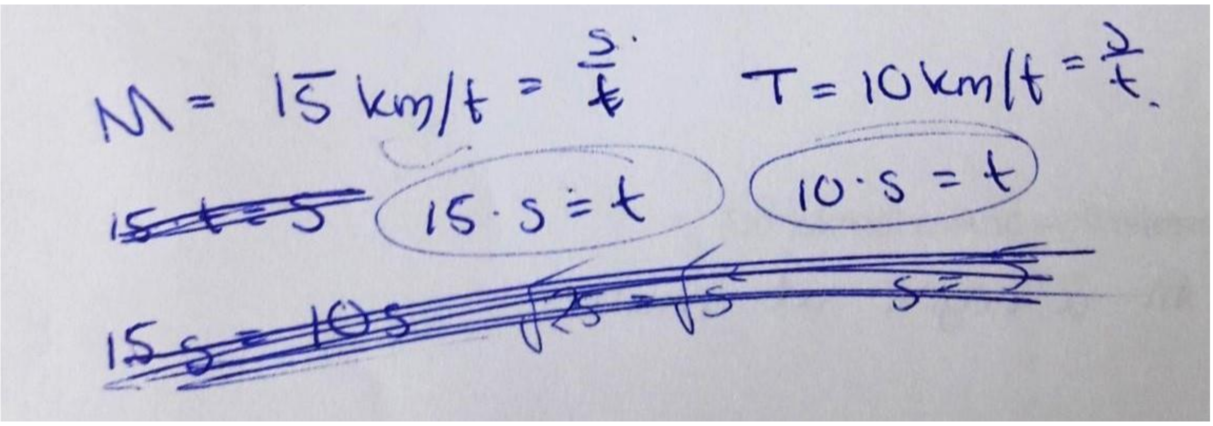
$$v = \frac{s}{t}$$

$$v \cdot t = \frac{s}{t} \cdot t$$

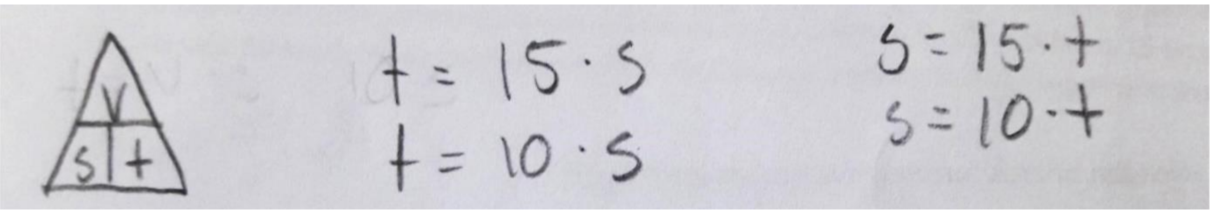
$$v \cdot t = s \cdot \frac{t}{t} = s \cdot 1 = s$$

så vil t verta forkorta med t og gje 1, men slik Emma har starta, så skulle ho endt opp med

$$\frac{v}{s} = \frac{1}{t}$$



Figur 11 Feilomforming oppg. B runde 1, døme 2: Filip



Figur 12 Feilomforming oppg. B runde 1, døme 3: Henrik

Korkje Filip eller Henrik har gjort ein kryssmultiplikasjon med etterfølgjande divisjon (figur 11 og 12). I tillegg har Filip gjort same feil som Emma. Henrik teke med hugsetrekanten, men har ikkje fylt han inn riktig (jamfør tabell 5), slik at hans omforming ikkje kan verta rett dersom han nyttar trekanten. Samstundes har han skrive opp to samanhengar som ikkje kan vera korrekte matematiske då $t = 15 \cdot s$ ikkje samtidig kan vera $s = 15 \cdot t$. Han har heller ikkje gjort skilnad på symbola for strekninga og tida måndag og tysdag, dei er både s og t, høvesvis. Skilnaden på dagane kjem fram i tala for gjennomsnittsfarten.

Alle som omforma formelen i oppgåve B galt hadde gjort oppgåve A heilt rett. Det kan tyde på at det at det er noko i konteksten som forvirra dei. Det går litt på spørsmålsstillinga, men gjerne like mykje at dei ikkje kunne forholda seg til formelen slik dei var vane med. Svært mange gav som svar at då dei ikkje visste strekninga og heller ikkje noko tid, så hadde dei berre ein kjend verdi å setja inn i formelen. Utan ein verdi til kunne dei ikkje rekna ut den tredje.

4.3 INFORMASJON FRÅ INTERVJUA

4.3.1 Ynskje om eit tal som svar

Det som vart tydeleg undervegs var at elevane sette inn dei tala som var oppgjeve i oppgåva, og at dei var på jakt etter eit talsvar. Av dei som ikkje fekk til oppgåva var «her er ikkje nok opplysningar» eller «me har tre element men berre eit tal, me treng minst to for å rekna ut» dei vanlegaste grunngjevingane

I intervjua med dei som hadde vald å setja inn tal med ein gong, tok eg opp korleis dei kunne løyst oppgåve B utan å setje inn tal, berre jobba med symbola. Eg spurde Aksel (FY1-elev) om det, og han svara etter ein pause: «Då hadde eg jo ikkje fått eit talsvar.» Seinare i intervjuet hadde me følgjande utveksling:

Eg: Du sa du ikkje likte å rekna utan tal, kva gjer det? Kvifor det?

Aksel: For då får eg ikkje talsvar.

Eg: Okei. Kvifor må du ha eit talsvar?

Aksel: Det er lettare å seia noko om sannsynet med talsvar. Viss eg tek tala tre og fire og får svar som førtiåtte så høyres det jo litt feil ut.

Her seier Aksel at det er lettare å vurdera om svaret er riktig dersom det er tal å forholda seg til. Dette kan jo ha med den tolkinga ein gjer etter at arbeidet med utrekninga er ferdig og svaret skal passast inn i situasjonen, pilane (b) i Uhden sin modell (sjå figur 2, kp. 2.3.4). Andre elevar meinte det var lettare med tal av di det var det som var matematikk. Til dømes Amalie (1T-elev) som sa: «Eg likar heller tal enn bokstavar, for eg er mest van med det, for det er det me har lært sidan fyrste klasse. Så det er jo på ein måte det språket me snakkar i matten.» Då intervjuet var nesten avslutta sa ho: «Likar å setje inn tal, for då får eg eit svar. Eg har lært det. Det er lettare å sjå for seg svaret med tal. Det er liksom tal som er matte.»

Lik Aksel ynskte Amalie å forholda seg til konkrete tal for betre å forstå kva som hendte og kva for steg ho skulle ta når ho skulle løysa oppgåva. Dessutan kjem det fram at Amalie ventar at matematikkoppgåver skal koma fram til eit tal. Dette er tilsvarande resultat som Bernard og Bright (1983) fann når dei undersøkte modellar for korleis elevar løyste ulike lineære likningar.

4.4 SVAR FRÅ RUNDE 2.

I denne runden gav eg elevane ganske enkle oppgåver å løyse som hadde kvar sin kontekst, reine formelomformingar i matematikk og rekneoppgåver i fysikk (vedlegg E og F). I tillegg ba eg elevane svara på spørsmål rundt symbol og omgrep. Desse svara har eg vald ikkje å sjå nærare på. Eg bad elevane vurdera rekneoppgåvene som lette (L), middels (M) eller vanskelege (V). Dersom ein elev ikkje har fått til oppgåva kan det gjera at han vurderer ho som vanskeleg, eller eleven kan vurdera oppgåva som vanskeleg ut frå at han ikkje med ein gong forstår korleis ho skal løysast.

For fysikkoppgåvene hadde flest svart feil på oppgåve A1a, sjå tabell 6. Det elevane har gjort er feil i samband med kryssmultiplisering og å nytta addisjon/subtraksjon i staden for divisjon/multiplikasjon. Med unntak av ein hadde alle markert at oppgåva var lett.

Tabell 6 Fordeling av svar på fysikkoppgåvesettet runde 2

Fysikkoppgåvesettet	A1a		A1b		A2*		A3a	
Rett svar	22	84,6%	24	92,3%	24	92,3%	20	76,9%
Feil svar	4	15,4%	1	3,8%	2	7,7%	2	7,7%
Ikkje gjort	0		1	3,8%	0		4	15,4%
Lett	22	84,6%	22	84,6%	19	73,1%	9	34,6%
Middels	3	11,5%	3	11,5%	5	19,2%	3	11,5%
Middels til vanskelig	0	0	0	0	1	3,8%	3	11,5%
vanskeleg	0	0	0	0	0	0	9	34,6%
Ikkje gradert**	1	3,8%	1	3,8%	1	3,8%	2	7,7%
* Den eine gruppa fekk ei utgåve der det var feiltrykk i oppgåva, men læraren retta det opp undervegs. **Same respondent som ikkje vurderte oppgåvene gjennom heile settet.								

For matematikkoppgåvene var det oppgåve B5 som dei fleste hadde utfordringar med, sjå tabell 7. Desse feila gjekk på kva verdi det skulle multipliserast/dividerast med. Alle desse elevane som gjorde feil hadde markert denne oppgåva som lett eller middels.

Tabell 7 Fordeling av svar på matematikkoppgåvesettet runde 2

	B1		B2		B3		B4		B5		B6	
Rett	42	97,7%	43	100%	41	95,3%	43	100%	35	81,4%	43*	100%*
Feil	1	2,3%	0	0	1	2,3%	0	0	8	18,6%	0	0
Ikkje gjort	0	0	0	0	1	2,3%	0	0	2	4,7%	0	0
Lett	37	86,0%	37	86,0%	36	83,7%	38	88,4%	28	65,1%	27**	62,8%**
Middels	4	9,3%	4	9,3%	5	11,6%	3	7,0%	12	27,9%	13	30,2%
Vanskeleg	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,3%	1	2,3%
Ikkje gradert***	2	4,7%	2	4,7%	2	4,7%	2	4,7%	2	4,7%	2	4,7%
* Det var tre som anten gjorde ein utrekningsfeil eller ikkje førte ut svaret heilt til slutt, men dei hadde omforma uttrykket rett i utgangspunktet, difor vert det rekna som rett svar. ** To av desse markerte mellom lett og middels. *** Det er dei same respondentane som ikkje har gradert oppgåvene gjennom heile settet.												

Mellom dei matematikkelevane som utdjupa vanskegraden på oppgåva var «kan det» den grunngjevinga som oftast vart gjeve. Ein av dei som svara «middels» på B6 kommenterte «usikker på om eg rekna rett for svaret var rart». Vedkommande hadde fått til oppgåva.

Det var mange fleire av fysikkrespondentane enn matematikkrespondentane som hadde vurdert vanskegraden. Ein av elevane hadde vurdert A3a som vanskeleg og dei andre som middels, med grunngjevinga at det dreidde seg om å gjera om på formlar. Det tyder på at eleven synast omforming av formlar ikkje er lett eller trivielt. Av dei som kommenterte kvifor dei hadde vurdert A3a som vanskeleg var det som gjekk igjen at dei ikkje forsto kva dei skulle gjera («aldri vært borti noe sånt») eller at dei ikkje hugsa verdien til lyshastigheten (c). Då eg visste at fysikkelevane hadde hatt undervisning om elektromagnetiske bylgjer, gjekk eg ut frå at dei kjente symbolet for lyshastigheten i vakuum, c, og gjerne verdien òg. Det synte seg at ikkje alle gjorde. Dei som grunngav at dei hadde markert oppgåvene som «lette» nemnde at dei «hadde lært det» eller «berre omgjering av formlar». At så mange har rett på alle matematikkoppgåvene medan dei ikkje får til fysikkoppgåvene kan tyda på at konteksten forvirrar dei.

Eg har laga ein samanstilling i tabellform av svara på rekneoppgåvene til dei 16 som svara på både fysikk- og matematikkoppgåvene (tabell 8). I denne samanstillinga har eg òg teke med fysikkoppgåve A3b, sjølv om mange ikkje fekk tid til den grunna tidsnaud og/eller at feiltrykket forvirra dei. Kvar av oppgåvene har to kollonner. I venstre kolonne er vurdering av resultatet, i høgre kolonne er eleven sin vurdering av vanskegraden.

Tabell 8 Svar på rekneoppgåvene frå runde 2 for dei som svara både på fysikk- og matematikkoppgåvene.

	matematikkoppgåver												fysikkoppgåver									
	B1		B2		B3		B4		B5		B6		A1a		A1b		A2 *		A3a		A3b**	
I01	r	L	r	L	r	L	r	L	g	M	r	M	g	L	r	L	r	L		V		V
I02	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r -	L/M	r	L	r	L	r	L	r-	M	r	M
I03	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r-	L	r	L	r	L	r	L
I04	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r-	L	VI	V
I05	r	L	r	L	r	L	r	L	r	M	r	M	r	L		L	r	L	r	V		V
I06	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	V		V
I07	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r-	L	g	L
I08	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	M
I09	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	M
I10	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	VI	M		V	r-	M
I11	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r-	M	r	M	r	M	r	M	IF	M	g	M
I12	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r -	L	r-	L		M
I13	r	L	r	L	r	L	r	L	g	L	r	L	g	L	r	L	r	L	r	V		
I14	r	M	r	M	r-	M	r	M	r	M	r	V	r-	L	r	L	g	L	g	L	g	V
I15	r		r		r		r		r		r		r	L	r	L	r	L				
I16	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	L	r	V

SYMBOL:
- ikkje gjort
- VI veit ikkje
- IF ikkje ferdig
- r rett
- r- i hovudsak rett
- g galt
- L lett
- M middels
- V vanskeleg

* Den eine FY1-klassa fekk feiltrykk.

** Her var det feiltrykk som ikkje vart oppdaga. Det sto energi i staden for masse, men storleiken hadde rett eining.

Som ein ser er det berre ein av respondentane som svara galt på både matematikk- og fysikkoppgåve. Båe desse oppgåvene har lik matematisk form: $a = b/c$, og oppgåvene var å omforma formelen til eit uttrykk for c eller rekna ut c. Denne eleven, Lucas, synte same feilmønster som Emma, referert til i kp 4.2.4.

Dette funnet vart forsterka ut frå ei hending i ein matematikktime der 1T-eleven Leah lurte på kva ho hadde gjort feil i løysinga av ei oppgåve dei hadde hatt på ei prøve, figur 13.

Bølgelengden λ (målt i meter) til et foton med energi E (målt i joule) er gitt ved formelen $\lambda = \frac{hc}{E}$. I formelen er $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s lysfarta, og $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js er planckkonstanten.

Hvor stor energi har et foton med bølgelengde $589 \cdot 10^{-9}$ m?

Figur 13 Oppgåva Leah spurte om.

Leah hadde satt inn tal før ho omforma, men for å gjera det enkelt skal eg nytta symbol. Ho hadde rekna ut talsvaret etter fylgjande oppsett: $E = \frac{\lambda}{hc}$. I omforminga til eit uttrykk for E dividerte ho med hc på båe sider av likskapsteiknet, men tenkjer ikkje på at ho då skulle hatt $\frac{1}{E}$, ikkje E. Etter at eg hadde forklart Leah kva ho hadde gjort feil og me hadde snakka om rett løysingsmetode, spurde eg korleis ho oppfatta oppgåva. Leah svara at det var forvirrande med den heilt ukjende formelen og storleikane.

4.5 FLYTTE-BYTTE-REGELEN

Dette er ein regel knytt til likningsløysing, men for å løysa det som i skjemaet til Ngu og Phan er type 1- likning (jmfr. Figur 1, kp. 2.2.3). Regelen syner til operasjonane addisjon og subtraksjon, ikkje multiplikasjon og divisjon, som er dei operasjonane som er aktuelle i oppgåve A og B frå runde 1.

Jakob, nemner flytte-bytte-regelen i løysing av oppgåve A, runde 1 (sjå figur 8), om enn med spørsmålsteikn bak. Emil (FY1-elev) trakk fram «flytte-bytte-regelen» i intervjuet då me gjekk gjennom korleis oppgåve B kunne vore løyst på ein annan måte enn han hadde gjort på spørjeskjemaet. Der hadde han løyst oppgåva ved å sjå på ein fart som gjekk opp i begge og deretter sjå denne i forhold til kvar av dei gjennomsnittfartane som var gjeve opp i oppgåva, slik at han ikkje hadde tenkt likningsløysing på same måten då. Med ein gong han måtte omforma formlane og løysa likning kom denne regelen opp.

Emilie, ein av mine eigne fysikkelevar som let meg få gjera bruk av ein situasjon som oppsto i ein vanleg time. snakka òg om «flytte-bytte-regelen» i ein liknande situasjon. Medan klassen arbeidde med emnet bylgjer skulle ho rekna ut bylgjelengda, λ, til ei lysbylgje med kjend frekvens og fart (lysfarten) ved å nytta Formel 2 ($v = \lambda f$). Emilie sette inn dei kjende storleikane. Så kom spørsmålet: «Kva gjer eg no?» Ordvekslinga er ikkje ordrett, då eg skreiv notat om ordvekslinga nokre minutt etter hendinga, men innhaldet er der.

Eg: Kva ville du gjort om det var ei vanleg matteoppgåve?

Emilie: Å ja. Flytte-bytte-regelen.

Eg: Kva vil du flytte og kva vil du bytta?

Emilie tenkte seg om medan ho studerte det ho hadde skrive. Eg spurde kva ho tenkte, og korleis ho såg for seg å få løyst denne oppgåva. Ho svara litt vagt at ho ikkje heilt veit. Etter ei stund spurde eg korleis ho vil løysa likninga $3x = 9$. Emilie svara øyeblikkeleg: «Dela med 3 på båe sider.» Så utførde ho operasjonen og fann den etterspurte bylgjelengda med rett eining.

Eg: Kva er det som er annleis med den enkle likninga og oppgåva du eigentleg skulle rekna?

Dette spørsmålet fekk eg ikkje noko direkte svar på. Deretter tok eg opp det med flytte-bytte-regelen, og spurde kva ho hadde flytta og bytta.

Emilie: Eigentleg har eg jo ikkje flytta og bytta noko som helst.

Eg: Men det var det fyrste du nemnde.

Emilie: Det er alltid det eg tenkjer på fyrst når eg ser likningar.

Òg i innsamlingsrunde 2 vart flytte-bytte-regelen nemnd. Fem av respondentane til matematikkoppgåva nemnde denne i samband med oppgåve B1. I tillegg skreiv ein respondent «brukte regler: flytte-bytte; multiplikasjon/divisjon på begge sider» som felles forklaring på korleis oppgåvene var løyste.

Flytte-bytte-regelen sit sterkt lagra i minnet til elevane og vert vekt når dei skal løysa likningar. Det er ein viktig del av teknikkar elevar treng for å løysa likningar, både enkle og kompliserte, men det kan vera at han fortrenger «del på det som er multiplisert med den ukjende»-teknikken. Det kan jo òg gjera elevane forvirra når dei ikkje finn ledd dei kan flytta til hi sida av likskapsteiknet.

Kapittel 5 Konklusjonar og vegar vidare

Då er det tid for å samanfatta det som er kome fram og er skildra i kp. 4. Fyrst vil eg formulera svara på forskingsspørsmåla mine. Deretter vil eg sjå litt på heilskapen, kva inntrykk eg har fått av ein elevmasse sine oppfatningar og haldningar. Til sist vil eg seia noko om kva som kan vera nyttig å forska vidare på, og litt om kva slags implikasjonar dette kan få for undervisninga i både matematikk og fysikk.

5.1 Forskingsspørsmål 1:

Kva oppfatningar har elevar om formlar og likningar?

Det er tydeleg er at elevane har sterkt fokus på utrekning, og at det er dominerande i deira oppfatning av kva formlar er og vert nytta til. Dette kjem til uttrykk ved orda elevane nyttar: oppskrift, måte å rekna ut bestemte verdiar på, metode for utrekning. Inntrykket vert styrkt gjennom intervjua og oppgåvene dei gjennomførte ved at mange elevar sette inn tal så raskt dei kunne og ynskte gjera kalkulasjonar som førte til tal som svar. Få av informantane rekna algebraisk dersom dei hadde tal tilgjengeleg.

I løpet av tida elevane har faget fysikk verkar dei få ei vidare forståing av kva formlar er og kan nyttas til, jamfør kp. 4.1.3 og 4.1.4. Det ser eg ut frå svara som vart gjeve som gjekk på at formlar representerer fysiske samanhengar. Dersom FY1-elevane i runde 2 som var 1T-elevar i runde 1 hadde fått same spørsmål, kunne eg ha fått innsikt i om det faktisk er tilfelle.

5.2 Forskingsspørsmål 2:

Kva tenkjer elevane rundt det å løysa rekneoppgåver med matematisk identiske formlar i matematikkontekst og fysikkontekst?

Eg har funne nokre tendensar til at nye symbol i formlar og meir kontekst forvirrar elevane slik at dei ikkje får til oppgåver dei elles klarer. At så mange har rett på alle matematikk-oppgåvene medan dei ikkje får til fysikkoppgåvene i runde 2 kan tyda på dette. I intervjua gjorde ikkje informantane bruk av det som vart gjort då dei løyste oppgåvene med formelen $Q = qm$ (formel 7) når dei løyste dei neste oppgåvene. At oppgåvene dei fekk til formel 7 og formel 8 var nesten identiske vart dei ikkje merksame på før heilt på slutten av intervjuet eller om eg påpeika det.

Noko som var krevjande for elevane var at dei ikkje fekk bruka tal. At Dette er liknande av kva andre har funne, og generelt inntrykk frå internasjonale undersøkingar (jamfør kp. 2.4.2). Undersøkinga frå Kroatia om forståing av rette grafar konkluderte med at det som gjer at elevane ikkje forstår korleis stigningstalet til rette linjer skal tolkast når dei møter slike i fysikkoppgåver har sin grunn i at konteksten krev meir kognitiv arbeid (Ivanjek et al., 2016; Planinic et al., 2012). Det kan vera liknande fenomen når mine informantar får vanskar med val av operasjon når dei løyser fysikkrekneoppgåvene.

Når elevane hadde satt inn dei kjende verdiane i formelen kjende dei det att som ei likning, det var rett rekneoperasjonen dei var i tvil om. Dei fleste hugsa berre regelen for addering og subtraksjon (flytte-bytte). Det synte seg vidare i resultata frå runde 2 at det var i multiplikasjon- og divisjons-oppgåver elevane gjorde feil. I intervjua kom det òg fram at mange var usikre på kva rekneoperasjon dei skulle nytta.

Det at elevane er oppsett på talsvar og å rekna med tal verkar hindrar dei i å gjera oppgåver reint symbolsk. Når dei må setja inn tal på standardform inn i formelen, krev likninga meir kognitivt, jamfør det Ngu og Phan kom fram til (2016) og kp. 2.2.3. Av den grunn kan det vera at dei ikkje ser den grunnleggjande strukturen som er lik oppgåver dei kjenner frå før.

Det at oppgåvene vert stilte på litt andre måtar enn dei er vane med eller forventar, eller at dei ikkje husker alle verdiane, gjer at dei heller let vera å setja opp formlar og delvis løyse oppgåva. Dette samsvarer med det som har kome fram i undersøkingar rundt PISA- og TIMMS-resultat (Grønnmo & Hole, 2017).

5.3 GENERELLE INNTRYKK

Det eg har sett er at elevane eg intervjua ikkje utan vidare nytta dei resultata dei hadde kome fram til i den kontekstlause oppgåva vidare når dei skulle løysa biloppgåva. Då me bytta oppgåver, så sa eg i dei fleste tilfella at me skulle over til noko heilt anna, og eg gjorde ikkje noko forsøk på å knyta denne oppgåva til korkje den dei nett hadde løyst eller sykkeloppgåva frå spørjeskjemaet. Elevane gjorde heller ikkje det, og det verka som om dei tenkte at det var naturleg at oppgåvene ikkje hang saman. Om det er av di eg sa det, eller at dei ikkje hadde gjort det uansett om dei hadde fått gjera oppgåvene rett etter kvarandre åleine er uvisst. Det vil vera aktuelt å undersøkja nøyare om det er ein slik samanheng, og om elevane lettare ville nytta resultata frå den kontekstlause oppgåva dersom dei hadde fått gjera båe i fred og ro utan innblanding. Eit anna moment er at til biloppgåva det var svært mange opplysningar som elevane eg intervjua trong forklaring til. Det at dei måtte prosessera mange element kan òg ha forklart at dei ikkje knytte oppgåvene til formel 7 og 8 saman. Det kan òg vera at elevane ikkje er vane med å sjå etter likskapar i oppgåver dersom situasjonen ikkje krev det.

I løpet av arbeidet har eg lese mange artiklar og bokkapittel som handlar om bruk av matematikk i fysikk, om korleis ein best bør undervisa likningsløysing, algebra og proporsjonal resonnering slik at elevane sjølve kan modellera og gjera bruk av samanhengar mellom storleikar (J. C. Hiebert & Lefevre, 1986; Kieran, 1979; Redish, 2006; Stewart, 2017; Uhden, 2012). Alt dette med det målet for auga at elevane skal kunne løysa tekstproblem (eller oppgåver i fysikkfaget) ut frå ei forståing av matematikken som er involvert, ikkje med metodar dei har lært utan å forstå. Samstundes vil det kunne vera krevjande å stilla opp heile dette apparatet berre for å løysa ei relativt enkel rekneoppgåve, der løysingsmetoden er så opplagt som dei er i mi undersøking. Når Rüede (2015) kategoriserte korleis dei som løyste oppgåvene hans tenkte, så seier han at for ein ekspert er det mange moglege kombinasjonar av di ekspertane har eit lager av metodar som dei raskt kan mobilisera i møte med oppgåver. Etter kvart burde ikkje elevane gissa kva rekneoperasjon dei skal nytta for eitstegslikningar, det bør ha det som ein av sine lett tilgjengelege verkty, dei skal vera ekspertar. Når elevane får oppgåver der dei treng ein formel for å rekna ut svaret, og dei veit kva for formel, så burde dei ikkje bruka mykje tid og konsentrasjon på utføra rekneoperasjonane. Slik sett kan ein seia at elevane bør ha ein prosedyrekunnskap som vert aktivisert kvar gong dei ser denne typen formel. Mange av elevane hadde det, men det var «flytte-bytte-regelen», som ikkje er relevant. Å kjenna att den enkle løysingsmetoden for $3x = 15$ sjølv om reknestykket ser meir komplekst ut, til dømes $635 \cdot 10^{-9} m \cdot f = 3{,}00 \cdot 10^{8}\, {}^{m}/_{s}$, vil vera fordelaktig slik at elevane ikkje treng bruka mykje energi på å velje rekneoperasjon og kan konsentrera seg om å tolka resultata tilbake til den situasjonen oppgåva set opp.

Mange av elevane nytta omgrepet oppskrift som synomym for formel. Det som mi undersøking syner, er at dei ikkje alltid er like klare på kva handlingar oppskrifta syner til. For å ta eit døme: Når eg skal bake ei kake, så må eg vita kva forkortingane i ingredienslista tyder, og om det står «smurt og strødd form» så må eg vita korleis og med kva eg kan smøra og strø med. Det er her mange elevar set seg fast, dei forstår ikkje det faste uttrykket «her må du dividera» slik det er presentert når den ukjende er multiplisert med ein kjend verdi. Særleg er dette tydeleg når

No er det jo mange kalkulatorar og softwareprogram (til dømes GeoGebra) som gjer at elevane kan skriva inn reknestykket akkurat slik det står av di softwaren kan løysa likningar. På skulen eg undersøkte, var ikkje dette vanleg å nytta i fysikktimane, men meir nytta i matematikktimane på VG1 og VG2. Slike verkty er fine å nytta når det berre er talsvaret ein er ute etter. Dersom elevane skal arbeida med å setja saman formlar for å eliminera ukjende storleikar, eller forstå korleis matematiske formlar forklarar fysiske fenomen, vil ikkje rein innsetjing i ein kalkulator vera tilstrekkeleg.

tala i formelen/likninga er på formar dei ikkje er fullstendig komfortable med å nytta.

5.4 VEGEN VIDARE:

5.4.1 Betre/vidare undersøkingar

Mi undersøking er lita, og ho har nokre manglar. Særleg på storleik og at om eg skulle gjera det på nytt ville eg hatt enklare rekneoppgåver i runde 1, gjerne nokre som minner meir om dei eg hadde i runde 2. Diverre let det seg ikkje gjera å få nokre intervju i samband med oppgåvene i runde 2. Dette er ein mangel, då eg ikkje har elevane sine tankar om kvifor dei vurderte det slik. Spesielt kva deira tankar er rundt det at dei ei oppgåve dei hadde vurdert som lett ikkje var rett løyst.

Det vil vera tenleg å gjennomføra ein longitudinell studie, med spørje-/oppgåveskjema slik eg har hatt gjennom eit heilt skuleår, eller kan hende to. I tillegg til eigne oppgåveskjema kunne ein nytta oppgåver gjeve som del av den vanlege undervisninga, som til dømes i skriftlege prøver. Slik vil ein kunne sjå om same elev gjer same feil over lengre tid. Ein kunne gjennomføra liknande i både matematikkfag og fysikkfag for å sjå om det var skilnad.

Det ville vera interessant å sjå om den meir kompliserte matematikken elevane lærer i 1T, og deretter S1/R1 gjer at nokre av metodane dei har lært på ungdomsskulen kjem i bakgrunnen. Dette til trass for at mange av dei uttrykka dei arbeider med kan reduserast til ein versjon av likning 1. I så fall er det ein forklaring på kvifor elevane vert så usikre.

5.4.2 Implikasjonar for undervisning

Det er lett nok å seia at elevane må trena meir på algebraisk manipulasjon og løysa meir varierte oppgåver, så vil dei få det til. Ein måte å trena på dette kan vera at eleven arbeider med å forstå kvifor ulike metodar vert nytta i ulike oppgåver i staden for å løysa mange identiske, ikkje særleg komplekse, oppgåver. Dette kan ein gjera ved nøye å gå gjennom løysingsframlegg og døme (Booth, McGinn, Barbieri, & Young, 2017), både åleine og med vegleiing. I høyringsutkastet til nye læreplanane i matematikk 1T er det presisert at realfaga skal vera utgangspunkt for modellering og det å henta ut matematisk informasjon frå tekstar (Utdanningsdirektoratet, 2019). Då kan det verta enklare for eleven å nytta same strategiar som dei opparbeider seg gjennom 1T-faget i fysikkfaget det året etter, då dei har fått betre øving i det.

Matematikkbøkene for 1T og R1 inneheld oppgåver som er like fysikkoppgåver som elevane vil møta i FY1 (Callin et al., 2007; Heir et al., 2015a). Spørsmålet vert om det bør vera nærare samarbeid mellom matematikktimane og fysikktimane, kan hende når det gjeld kor tid ein tek opp dei same matematiske emna. Til dømes er parameterframstilling i kompetansemåla for FY1 og R1 (LK06, 2013; Utdanningsdirektoratet, 2006).

Elevane må òg få mengdetrening i å kjenna att tal i ulike format, som brøk eller standardform, eller som bokstavar, slik at dei vert så vane med å veksla mellom desse at talformatet ikkje lenger er ein snublestein for å løyse rekneoppgåvene.

Referansar

Akatugba, A. H., & Wallace, J. (2009). An integrative perspective on students' proportional reasoning in high school physics in a west african context. *International Journal of Science Education*, *31*(11), 1473–1493. https://doi.org/10.1080/09500690802101968

Amos, H. J. (2002). *Doing Qualitative Research in Education Settings*. Henta frå http://ebookcentral.proquest.com.pva.uib.no/lib/bergen-ebooks/reader.action?docID=3408084&ppg=15

Anderson, J. R., Reder, L. M., & Simon, H. A. (2007). Situated Learning and Education. *Educational Researcher*, *25*(4), 5–11. https://doi.org/10.3102/0013189x025004005

Bell, A., Fischbein, E., & Greer, B. (1984). Choice of operation in verbal arithmetic problems: the effect of nuber size, problem structure and context. *Educational Studies in Mathematics*, *15*, 129–147. https://doi.org/0013-1954/84/0152-0129501.90.

Booth, J. L., McGinn, K. M., Barbieri, C., & Young, L. K. (2017). Misconceptions and Learning Algebra. I *And the Rest is Just Algebra* (pp. 63–78). https://doi.org/10.1007/978-3-319-45053-7

Britton, S., New, P. B., Sharma, M. D., & Yardley, D. (2005). A case study of the transfer of mathematics skills by university students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *36*(1), 1–13. https://doi.org/10.1080/00207390412331271401

Callin, O., Pålsgård, J., Stadsnes, R., & Tellefsen, C. W. (2007). *Ergo Fysikk 1 grunnbok* (1. utgåve). Oslo: Aschehoug.

Creswell, J. W. (2014). *Educational Research: Planning, Conductiong and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. Boston, Ma: Pearson.

Degrande, T., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2018). Beyond additive and multiplicative reasoning abilities: how preference enters the picture. *European Journal of Psychology of Education*, *33*(4), 559–576. https://doi.org/10.1007/s10212-017-0352-y

DiSessa, A., & Wagner, J. F. (2005). What Coordination Has to Say about Transfer. I *Transfer of Learning: Research and Perspectives* (pp. 121–154).

English, L. D., & Sharry, P. V. (1996). Analogical reasoning and the development of algebraic abstraction. *Educational Studies in Mathematics*, (30), 135–157. Henta frå https://www-jstor-org.pva.uib.no/stable/3482741?seq=1#metadata_info_tab_contents

Fischer, A., Hefendehl-Hebeker, L., & Prediger, S. (2010). Mehr als Umformen : Reichhaltige algebraische Denkhandlungen im Lernprozess sichtbar machen. *Praxis Der Mathematik in Der Schule*, *52*, 1–7.

Grønnmo, L. S., & Hole, A. (Eds.). (2017). *Prioritering og progresjon i skolematematikken*. https://doi.org/https://doi.org/10.23865/noasp.26

Heir, O., Engeseth, J., Moe, H., & Borgan, Ø. (2014). *Matematikk 1T* (3. utgåve). Oslo: Aschehoug.

Heir, O., Engeseth, J., Moe, H., & Borgan, Ø. (2015a). *Matematikk R1* (2. utgåve). Oslo: Aschehoug.

Heir, O., Engeseth, J., Moe, H., & Borgan, Ø. (2015b). *Matematikk S1* (Aschehoug). Oslo.

Hiebert, J. C., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*, 1–27. https://doi.org/10.3367/UFNr.0181.201111j.1212

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conseptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conseptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Hilton, A., & Hilton, G. (2016). Proportional Reasoning: An Essential Component of Scientific Understanding. *Teaching Science*, *62*(4), 32–42.

Hovstad, K. (2017). *Elevers bruk og oppfatning av formler*. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i Oslo. (2018-a). om PISA. Henta frå https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/pisa/om-pisa/

Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i Oslo. (2018-b). om TIMMS. Henta frå https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekt-sider/timss-norge/TIMSS/om-timss/

Ivanjek, L., Susac, A., Planinic, M., Andrasevic, A., & Milin-Sipus, Z. (2016). Student reasoning about graphs in different contexts. *Physical Review Physics Education Research*, *12*(1). https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.12.010106

Jerstad, P., Sletbak, B., Grimenes, A. A., Renstrøm, R., Holm, O. B., & Nymo, M. (2013). *Rom Stoff Tid Fysikk 1* (1. utgåve). Oslo: Cappelen Damm.

Johannessen, A., Tufte, P. A., & Kristoffersen, L. (2006). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (4.). OSlo: Abstrakt forlag AS.

Karam, R., & Krey, O. (2015). Quod erat demonstrandum: Understanding and Explaining Equations in Physics Teacher Education. *Science and Education*, *24*(5–6), 661–698. https://doi.org/10.1007/s11191-015-9743-0

Kieran, C. (1979). *Constructing meaning for the concept of education*. Concordia University.

Kirke-, undervisnings-og forskningsdepartementet & Nasjonalt Læremiddelsenter. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Henta frå https://urn.nb.no/URN:NBN:no-nb_digibok_2008080100096

Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. 1–12. https://doi.org/10.1207/S15327019EB1103_8

Kuo, E., Hull, M. M., Gupta, A., & Elby, A. (2013). How students blend conceptual and formal mathematical reasoning in solving physics problems. *Science Education*, *97*(1), 32–57. https://doi.org/10.1002/sce.21043

LK06. (2013). *Matematikk for realfag - programfag i utdanningsprogram for studiespesialisering: MAT3-01*. Retrieved from http://www.udir.no

Long, C. (2012). Maths concepts in teaching: Procedural and conceptual knowledge.

Pythagoras, *0*(62), 59–65. https://doi.org/10.4102/pythagoras.v0i62.115

Muijs, D. (2011). *Doing Quantitative Reaserch in Education with SPSS*. https://doi.org/http://dx.dio.org/10.4135/9781849203241

Ngu, B. H., & Phan, H. P. (2016). Unpacking the Complexity of Linear Equations from a Cognitive Load Theory Perspective. *Educational Psychology Review*, *28*(1), 95–11. https://doi.org/10.1007/s10648-015-9298-2

Oldervoll, T., Orskaug, O., Vaaje, A., Svorstøl, O., & Hals, S. (2014). *Sinus matematikk 1T* (3. utgåve). Oslo: Cappelen Damm.

Pedersen, I. F. (2015). What Characterizes the Algebraic Competence of Norwegian Upper Secondary School Students? Evidence From Timss Advanced. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *13*(1), 71–96. https://doi.org/10.1007/s10763-013-9468-y

Planinic, M., Milin-Sipus, Z., Katic, H., Susac, A., & Ivanjek, L. (2012). Comparison of student understanding of line graph slope in physics and mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *10*(6), 1393–1414. https://doi.org/10.1007/s10763-012-9344-1

Rebello, N. S., Cui, L., Bennett, A. G., Zollmann, D. A., & Ozimek, D. J. (2007). Transfer of learning in problem solving in the context of mathematics and physics. I D. H. Jonassen (Ed.), *Learning to Solve Complex Scientific Problems* (pp. 223–246). Lawrence Erlbaum Assosciates.

Redish, E. F. (2006). Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses. *World View on Physics Education Conf.*, (October), 1–10. https://doi.org/Dehli

Redish, E. F., & Gupta, A. (2010). Making Meaning with Math in Physics: A semantic analysis. *ArXiv E-Prints*, (1002.0472), 15. Henta frå http://arxiv.org/abs/1002.0472

Redish, E. F., & Kuo, E. (2015). Language of Physics, Language of Math: Disciplinary Culture and Dynamic Epistemology. *Science and Education*, *24*(5–6). https://doi.org/10.1007/s11191-015-9749-7

Rüede, C. (2015). Strukturierungen von Termen und Gleichungen. *Freiburger Empirische Forschung in Der Mathematikdidaktik, DOI*, *10*(1978), 973–978. https://doi.org/10.1007/978-3-658-08214-7

Salkind, N. J. (2006). *Exploring research* (6. utgåve). Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education.

Sandvold, K. E., Pettersen, B., Øgrim, S., Bakken, T., Skrindo, K., Thorstensen, R., & Thorstensen, A. (2013). *Sigma 1T* (3. utgåve). Oslo: Gyldendal.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on Processes and Objects as different Sides of the same Coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 1–13.

Sherin, B. L. (2001). How Students Understand Physics Equations How Students Understand Physics Equations. *Cognition and Instruction*, *0008*(January 2013), 37–41. https://doi.org/10.1207/S1532690XCI1904

Skemp, R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching (UK)*, *26*(3), 1–12.

Skott, J., Skott, C. K., Jess, K., & Hansen, H. C. (2018). *Matematikk for lærerstuderende, Delta 2.0 Fagdidaktik, 1. - 10. klasse* (2. utgave). Samfundslitteratur.

Statistisk sentralbyrå. (2019). Videregående opplæring og annen videregående opplæring. Henta frå https://www.ssb.no/utdanning/statistikker/vgu/aar

Stewart, S. (Ed.). (2017). *And the Rest is Just Algebra*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-45053-7

Tuminaro, J., & Redish, E. F. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, *3*(2), 1–22. https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.3.020101

Tvete, K. (2006). “Blir det gange eller dele her, lærer?” I *Stifinneren* (p. 62). Bergen: Caspar forlag.

Uhden, O. (2012). *Mathematisches Denken im Physikunterricht. Theorieentwicklung und Problemanalyse.* Technischen Universität Dresden.

Uhden, O., Karam, R., Pietrocola, M., & Pospiech, G. (2012). Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education. *Science & Education*, *21*(4), 485–506. https://doi.org/10.1007/s11191-011-9396-6

Norge Kirke- og Undervisningsdepartementet. (1974). *Mønsterplan for grunnskolen*. Henta frå https://urn.nb.no/URN:NBN:no-nb_digibok_2008052804017

Utdanningsdirektoratet. (2006). Læreplan i fysikk - programfag i utdanningsprogram for studiespesialisering. Nedlasta November 3, 2017, from http://data.udir.no/kl06/FYS1-01.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2013). Læreplan i naturfag. In *Læreplan i naturfag*. Henta frå http://www.udir.no/kl06/NAT1-03

Utdanningsdirektoratet. (2019). Høringsdokument: Læreplan i matematikk fellesfag Vg1 teoretisk. Nedlasta May 10, 2019, from https://hoering.udir.no/Hoering/v2/343?notatId=692

van Dooren, W., de Bock, D., & Verschaffel, L. (2010). From addition to multiplication... and back: The development of students' additive and multiplicative reasoning skills. *Cognition and Instruction*, *28*(3), 360–381. https://doi.org/10.1080/07370008.2010.488306

VEDLEGG

Tomrom i vedlegga, som opne linjer mellom avsnitt og områda i Vedlegg A, og B der elevane skulle skriva svara er fjerna for å komprimera teksten.

Merknader til vedlegg E:

- Dei to fysikklassane gjennomførte spørjeskjemaet på ulik tid. For den fyrste gruppa var det ein feil i oppgåve A2. Der sto «Regn ut frekvensen til en lydbølge som …» i staden for «Regn ut bølgelengden til en lydbølge som …». Læraren deira gjorde meg merksam på dette, og hadde òg skrive om oppgåva for elevane sine.
- I oppgåve A3b er det ein feil: det skal stå «en <u>masse</u> på 0,001 kg» ikkje «en energi på 0,001 kg».
- Numereringa er her oppdatert. For elevane som deltok i undersøkinga var det oppgåve A1, A1 og A2.

VEDLEGG A: SPØRJESKJEMA 1T-ELEVAR, RUNDE 1.

Undersøkelse i forbindelse med masteroppgave i matematikkdidaktikk ved UiB.

Spørreskjema 1T-elever

Navn

Svar på disse spørsmålene:

1. Hva er en formel?
2. Hva kan være synonymer for begrepet formel?
3. Hvordan brukes formler/hva brukes formler til?

Vurder følgende påstander på en skala fra svært dårlig til svært godt:

Påstand	Svært dårlig				Svært godt
Jeg forstår stoffet i matematikk 1T					
Min innsats i matematikkfaget er					

Løs følgende oppgaver. Skriv tydelig hva du tenker/hvilke skritt du tar:

A En formel er gitt som $A = 2\pi r$. Gjør om formelen slik at vi får et uttrykk for r.

B Per pleier å sykle til skolen, og gjennomsnittsfarten hans kan beskrives med formelen $v = \frac{s}{t}$, der s er avstanden til skolen og t er tiden han bruker. Han har en sykkelcomputer som forteller ham gjennomsnittsfarten. Mandag var gjennomsnittsfarten hans 15 km/h og tirsdag var den 10 km/h. Hvor mye lengre tid brukte han på skoleveien tirsdagen enn mandagen?

Dette gjelder din godkjennelse av at jeg bruker svarene du gir, og om du er villig til å delta i intervju. Det er mulig å svare ja på det ene og nei på det andre. Du kan også endre dette senere.

	Ja	nei
Disse svarene kan brukes til undersøkelsen.		
Jeg kan være med på intervju.		

VEDLEGG B: SPØRJESKJEMA FY1-ELEVAR, RUNDE 1.

Undersøkelse i forbindelse med masteroppgave i matematikkdidaktikk ved UiB.

Spørreskjema FY1-elever

Navn

Svar på disse spørsmålene:

4. Hva er en formel?
5. Hva kan være synonymer for begrepet formel?
6. Hvordan brukes formler/hva brukes formler til?
7. Etter din mening, hvilken rolle spiller formler i fysikk?

Vurder følgende påstander på en skala fra svært dårlig til svært godt:

Påstand	Svært dårlig				Svært godt
Jeg forstår stoffet i fysikkfaget					
Min innsats i fysikkfaget er					
Mine resultater i fysikkfaget er					
Jeg forstår stoffet i matematikkfaget jeg tar					
Mine resultat i matematikk fra vg1 er					
Mine resultat i matematikk i år er					

Sett ring rundt det som stemmer:

Jeg har hatt 1T / 1P

Jeg har nå 2P / R1 / S1

Løs følgende oppgaver:

A En formel er gitt som $A = 2\pi r$. Gjør om formelen slik at vi får et uttrykk for r.

B Per pleier å sykle til skolen, og gjennomsnittsfarten hans kan beskrives med formelen $v = \frac{s}{t}$, der s er avstanden til skolen og t er tiden han bruker. Han har en sykkelcomputer som forteller ham gjennomsnittsfarten. Mandag var gjennomsnittsfarten hans 15 km/h og tirsdag var den 10 km/h. Hvor mye lengre tid brukte han på skoleveien tirsdagen enn mandagen?

Dette gjelder din godkjennelse av at jeg bruker svarene du gir, og om du er villig til å delta i intervju. Det er mulig å svare ja på det ene og nei på det andre. Du kan også endre dette senere.

	Ja	nei
Disse svarene kan brukes til undersøkelsen		
Jeg kan spørres om å være med på intervju.		

VEDLEGG C: OPPGÅVER TIL INTERVJU, RUNDE 1.

Oppgåve 1

En formel er gitt som Q = qm

a) Gitt at m er 7 og Q er 6, hva må q være?

b) Hva skjer med q dersom m dobles og Q holdes konstant?

c) Hva skjer med m dersom q øker med 5 og Q holdes konstant? - endring: Skriv hvordan uttrykket endres dersom q økes med 5 og Q holdes konstant.

Oppgave 2

Dersom en bil starter fra ro og har konstant akselerasjon vil farten v etter en gitt tid t være gitt ved v = at.

a) Dersom akselerasjonen økes med $1m/s^2$, og tiden holdes konstant, hva skjer med farten?

b) Sett opp et uttrykk for sluttfarten dersom bilen har akselerasjon a_1 en tredjedel av tiden og a_2 resten av tiden.

c) Dersom $a_2 = 2{,}5a_1$, hvordan blir sluttfarten i forhold til om bilen hadde akselerasjon a_1 hele tiden?

Oppgave 3

Ta utgangspunkt i Newtons 2. lov og oppgave 2. Sett opp et uttrykk for sluttfarten til en bil på 1,5 tonn dersom du vet summen av alle kreftene som virker på bilen.

Ta utgangspunkt i Newtons 2. lov og oppgave 2b. Sett opp et uttrykk for summen av kreftene som virker på bilen som funksjon av sluttfarten bilen vil ha etter en tredjedel av tiden.

VEDLEGG D: MATEMATIKKOPPGÅVER, RUNDE 2.

NAVN:

Ja, mine resultater kan brukes som grunnlag for undersøkelsen.

MATEMATIKKOPPGAVER

Løs oppgavene på eget ark

A Forklar/gjør greie for disse symbolene:

I) =
II) π
III) x, a og y når de opptrer i matematiske uttrykk

B I de følgende oppgavene er det viktig at du forklarer hva du har gjort ved å vise mellomregninger og/eller berskrive med ord hvordan du har tenkt og om du har brukt spesieller regler.

1) Gjør om på formelen slik at du får et uttrykk for x når $x \cdot y = 18$.

2) Gjør om på formelen slik at du får et uttrykk for y når $x + y = 25$.

3) Hva er y når $18 = 12 \cdot y$?

4) Løs likningen $18 + 3x = 21$.

5) Gjør om på formelen slik at du får et uttrykk for x når $82 = \frac{y}{x}$.

6) Løs likningen $7a + 2(a - 1) = 21$

Vurdering av vanskelighetsgrad. Sett kryss i tabellen og lever dette arket. Skriv gjerne en forklaring dersom du vet hvorfor oppgava er vanskelig eller lett.

oppgave nr.	Lett	Middels	Vanskelig	eventuell begrunnelse
I				
II				
III				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

VEDLEGG E: FYSIKKOPPGÅVER, RUNDE 2

NAVN:

Ja, mine resultater kan brukes som grunnlag for undersøkelsen.

FYSIKKOPPGAVER

A I de følgende oppgavene er det viktig at du forklarer hva du har gjort ved å vise mellomregninger og/eller berskrive med ord hvordan du har tenkt når du løste dem.

1. I elektrisitetslæra er resistans (elektrisk motstand) i en komponent (gjenstand) uttrykt som R=U/I , der U er spenningen over komponenten og I er strømmen som går gjennom den.

a) Vi kopler opp en krets med et batteri med polspenning U =4,5 V, og en lampe som har motstand R=5,0 Ω . Regn ut strømmen i kretsen.
b) En gjenstand i en elekrisk krets har en resistans på 22Ω og strømmen gjennom den er 2,5A. Hva er spenningen U over denne gjenstanden?

2. Sammenhengen mellom bølgelengde λ, frekvensen f og bølgefarten v er v= λf.

   Regn ut bølgelengden til en lydbølge som har farten 330 m/s og frekvensen 440 Hz.

3. En av de mest kjente formlene i fysikk er Einsteins E=mc^2. c er en konstant, nemlig lyshastigheten i vakuum: . E står for energi (enhet J) og m står for masse (enhet kg), og formelen sier at energi og masse er proporsjonale størrelser.

a) Dersom $E = 2{,}18 \ \cdot 10^{18} J$, hva er m?
b) Stemmer det at en energi på 0,001 kg tilsvarer en energi på 11kJ? Begrunn svaret.

B Forklar/gjør greie for disse begrepene:

I) λ, s og E når de opptrer i fysikkformler.
II) likhetstegnet

Vurdering av vanskelighetsgrad. Sett kryss. Skriv gjerne en forklaring dersom du vet hvorfor oppgava er vanskelig eller lett**.**

oppgave nr.	Lett	Middels	Vanskelig	eventuell begrunnelse/forklaring
1a				
1b				
2				
3a				
3b				
I				
II				

VEDLEGG F: INFORMASJONSBREV RUNDE 1.

Informasjon om og forespørsel om deltakelse i masterstudie.

Til elever og foresatte.

Mitt navn er Marianne B. Karlsen, og jeg underviser i matematikk og fysikk ved Bodø videregående skole. For tiden er jeg også student ved Universitetet i Bergen, der jeg tar en mastergrad i matematikkdidaktikk. Min masteroppgave handler om hvordan elever løser oppgaver der det brukes formler i matematikk og fysikk. Hva de føler er vanskelig og hva de synes er lett.

I utgangspunktet vil alle som har fagene 1T og FY1 få et spørreskjema med noen spørsmål og noen oppgaver. Disse svarene gir meg et godt utgangspunkt for å få svar på det jeg vil undersøke. Videre ønsker jeg å intervjue 6 til 8 elever for å få utdypet svarene fra spørreskjemaet, og lære mer om hvordan de har tenkt.

Å svare på spørreskjemaet og å bli intervjuet er selvsagt helt frivillig. Dersom du absolutt ikke vil bli intervjuet håper jeg likevel du vil svare på spørreskjemaet. Du kan når som helst trekke deg fra å være med.

Alle data vil bli håndtert konfidensielt, og i den ferdige oppgaven vil ikke noe kunne knyttes til enkeltelever. Dataene vil bli slettet så snart masteroppgaven er ferdig. Planen er å levere i juni 2019. Studien er meldt til Personvernombudet for forsking, Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste A/S, og har fått godkjenning derfra.

Det er viktig å presisere at alt som kommer fram i spørreskjemaet og eventuelt intervju ikke kommer til å påvirke karakteren du får i faget. Håper du vil delta i denne undersøkelsen slik at jeg får et godt datamateriale å arbeide med.

Dersom du/dere har noen spørsmål knyttet til denne undersøkelsen, kan du ta kontakt med meg direkte på e-post: makarl@vgs.nfk.no, eller ved å kontakte min veileder ved UiB: Arne Jakobsen på epost arne.jakobsen@uis.no.

Vennleg hilsen Marianne B. Karlsen makarl@vgs.nfk.no

VEDLEGG G: INVITASJON TIL INTERVJU, RUNDE 1.

Hei.

Du svarte på spørreskjemaet om formler som jeg delte ut i forbindelse med masteroppgaven min. Nå har jeg fått sett gjennom og sortert alle svarene jeg fikk. For å få bedre forståelse av hvordan elever tenker om formler, har jeg plukket ut noen elever som jeg gjerne vil intervjue og lære mer fra, og du er en av disse.

Intervjuet kommer til å vare ca 30 minutter, og jeg vil prøve å få det til innenfor skoletiden. Vi må sammen finne et tidspunkt som passer. Jeg håper du kan stille for et intervju, men det er selvsagt frivillig og helt opp til deg.

Ta kontakt snarest, enten du ønsker å være med på intervjuet eller ikke.

Venlig hilsen Marianne B. Karlsen

VEDLEGG H: INFORMASJONSBREV RUNDE 2.

Informasjon om og forespørsel om deltakelse i masterstudie. Høsten 2018

Til elever og foresatte.

Mitt navn er Marianne B. Karlsen, og jeg underviser i matematikk og fysikk ved Bodø videregående skole. For tiden er jeg også student ved Universitetet i Bergen, der jeg tar en mastergrad i matematikkdidaktikk. Min masteroppgave handler om hvordan elever løser oppgaver der det brukes formler i matematikk og fysikk. Hva de føler er vanskelig og hva de synes er lett.

Jeg gjennomførte en datainnsamling blandt 1T- og FY1-elever skoleåret 2017/2018, men jeg ser behovet for en ny datainnsamling. Denne gangen blandt fysikk-, S1- og R1-elevene.

Det vil handle om å gjøre skriftlige oppgaver i matematikk og fysikk, og å svare på et til to spørsmål skriftlig. Det kan være mulig jeg trenger å få utdype svarene ved å gjennomføre noen få intervjuer.

Å delta i denne datainnsamlingen er selvsagt helt frivillig, og man trenger ikke bli intervjuet dersom man ikke vil. Alt jeg samler inn vil bli anonymisert slik at ingen enkeltelever skal kunne bli identifisert i den endelige oppgaven jeg skriver.

Du kan når som helst trekke deg fra å være med.

Alle data vil bli håndtert konfidensielt. De anonymiserte skriftlige dataene vil bli lagret, men lydopptak av eventuelle intervju vil bli slettet i juni/juli 2019 når jeg har levert og fullført. Studien er meldt til Personvernombudet for forsking, Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste A/S, og har fått godkjenning derfra.

Det er viktig å presisere at alt som kommer fram gjennom oppgavene og eventuelt intervju ikke kommer til å påvirke karakteren du får i faget. Håper du vil delta i denne undersøkelsen slik at jeg får et godt datamateriale å arbeide med.

Dersom du/dere har noen spørsmål knyttet til denne undersøkelsen, kan du ta kontakt med meg direkte på e-post: makarl@vgs.nfk.no, eller ved å kontakte min veileder ved UiB: Arne Jakobsen på epost arne.jakobsen@uis.no.

Vennleg hilsen Marianne B. Karlsen makarl@vgs.nfk.no

VEDLEGG I: FORESPURNAD TIL REKTOR OG STUDIEREKTOR VED SKULEN, RUNDE 1

Marianne Boge Karlsen

mka001@student.uib.no

makarl@vgs.nfk.no

tlf: 9182 9563

27. november 2017

Rektor ved [redacted]

Studierektor på studieforberedende [redacted]

SØKNAD OM Å GJENNOMFØRA UNDERSØKING MED ELEVAR [redacted]

I løpet av dette og komande skuleår skal eg skriva masteroppgåve i samband med studiet eg går på ved Universitetet i Bergen, Erfaringsbasert master i undervisning med fordjupning i matematikk. Det eg ynskjer å sjå nærare på handlar om korleis elevane jobbar med formlar, både i matematikkfag og når dei skal nytta formlar i programfaget fysikk. Dette av di eg har opplevd at nokre elevar eg har hatt i fysikk slit med dette til tross for gode karakterar i matematikkfaga, noko som tyder på generelt gode matematikkferdigheiter. Mitt foreløpige forskingsspørsmål er «Dersom elevar på vidaregåande skule har vanskar med å overføra ferdigheiter i emnet formlar frå matematikkfaget til fysikkfaget, kva ligg til grunn for desse vanskane?».

Her treng eg å henta inn informasjon frå elevar, og eg tenkjer konsentrera meg om elevar som går studiespesialiserande retning på VG1 og VG2 og som har faga matematikk 1T og fysikk FY1. Eg ynskjer at alle elevane som har desse faga fyller ut eit spørjeskjema. Ut frå svara på dette, kjem eg til å finna 6 til 10 elevar som eg ynskjer observera/intervjua medan dei løyser nokre oppgåver. Spørjeskjema ligg vedlagt (Vedlegg 1). Det er ikkje heilt ferdig utforma, men vil i utgangspunktet ikkje innhenta annan informasjon. Når det gjeld intervjua, vil elevane få to eller tre oppgåver dei skal løysa, samstundes som dei forklarar kva dei gjer og korleis dei resonnerer. Dette ynskjer eg gjera lydopptak av. Oppgåvene vil vera like oppgåver som vert gjeve i matematikk- og fysikkfaget. Dessutan vil eg be dei utdjupa svara frå spørjeskjemaet. I tillegg ynskjer eg å få tilgang til karakterane til elevane. Her gjeld det matematikkarakteren i 1T, ev. 1P frå båe gruppene.

Denne søknaden gjeld altså tillating til å gjennomføra innhenting av informasjon frå elevane via spørjeskjema og intervju, og innhenting av matematikkarakterane, som spesifisert over.

Då dei aller fleste av desse elevane er umyndige kjem eg til å distribuera eit informasjonsskriv til elevane og foresatte ei til to veker før eg byrjer å distribuera spørjeskjemaet til elevane. Dette skrivet ligg vedlagt (Vedlegg 2). Eg har ikkje bedt om aktivt samtykke frå foreldra, då elevane er over 15 år. Når spørjeskjemaet vert utlevert kjem eg til å repetera at det er friviljug å ta del. Eg har gjort meg kjend med dei lovar som gjeld for personvern og innsamling av data.

Informasjonen kan ikkje verta henta inn anonymt, då eg skal aktivt nytta denne for å finna intervjuobjekt. Dessutan kan det verta aktuelt å intervjua nokre av dei same elevane året etter. I den ferdige oppgåva skal all informasjon verta anonymisert. Studien er òg meldt til Personvernombudet for forsking, Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste A/S.

Skulle det vera nokre spørsmål om denne undersøkinga og oppgåva elles, ta kontakt med meg på e-post makarl@vgs.nfk.no, eller kontakt vegleiaren min, Arne Jakobsen, arne.jakobsen@uis.no.

Venleg helsing Marianne B. Karlsen

Vedlegg 1: Spørjeskjema

Vedlegg 2: Informasjonsskriv til elevar og føresette

VEDLEGG J: FORESPURNAD TIL REKTOR OG STUDIEREKTOR VED SKULEN, RUNDE 2

Marianne Boge Karlsen

makarl@vgs.nfk.no

tlf: 9182 9563

26. september 2018

Rektor ved [redacted]

Studierektor på studieforberedende, [redacted]

SØKNAD OM Å GJENNOMFØRA NOK EI UNDERSØKING MED ELEVAR [redacted]

I førre skuleår gjennomførte eg informasjonsinnhenting mellom 1T- og FY1-elevane [redacted] i samband med masteroppgåva mi. Etter å ha analysert datamaterialet har eg kome til at det vil vera tenleg med nok ei informasjonsinnhenting.
Eg ynskjer gjennomføra ei skriftleg informasjonsinnhenting og nokre intervju. Det vil verta oppgåveark distribuert til matematikklassane ST2: S11, ST2:S12 og ST2:R11 og til båe fysikkgruppene. Vedlagt ligg oppgåvearka (Vedlegg 1 og 2).
Denne søknaden gjeld altså tillating til å gjennomføra innhenting av informasjon frå elevane via spørjeskjema og intervju. [redacted]. Intervjua vil eg freista leggja når elevane har fritimar, eller i timar der eg har klarert det med deira faglærar.
Så snart som mogeleg kjem eg til å distribuera eit informasjonsskriv til elevane og foresatte, og eg håpar å gjennomføra informasjonsinnhentinga i veke 41. Dette skrivet ligg vedlagt (Vedlegg 3). Eg har ikkje bede om aktivt samtykke frå foreldra då elevane er over 15 år og informasjonen eg inhentar ikkje er rekna som personleg. Eg kjem til å undrestreka at deltaking er friviljug og at det er mogeleg å trekkja seg undervegs.

Informasjonen kan ikkje verta henta inn anonymt, då eg skal aktivt nytta denne for å finna intervjuobjekt. I den ferdige oppgåva skal all informasjon verta anonymisert. Studien er òg meldt til Personvernombudet for forsking, Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste A/S, og då dette er ei oppfylging av den fyrste innhentinga og er lik denne har det ikkje vore naudsynt å søkja til NSD på nytt. Eg har gjort meg kjend med dei lovar som gjeld for personvern og innsamling av data, og dei nye lovane som gjeld for oppbevaring av slike data.

Skulle det vera nokre spørsmål om denne undersøkinga og oppgåva elles, ta kontakt med meg på e-post makarl@vgs.nfk.no, eller kontakt vegleiaren min, Arne Jakobsen, arne.jakobsen@uis.no.

Venleg helsing Marianne B. Karlsen

Vedlegg 1 : Oppgåveark matematikk og oppgåveark fysikk

Vedlegg 2: Informasjonsskriv til elevar og føresette

VEDLEGG K: GODKJENNING FRÅ NSD

Arne Jakobsen

5008 BERGEN

Vår dato: 13.12.2017 Vår ref: 57373 / 3 / HIT Deres dato: Deres ref:

Vurdering fra NSD Personvernombudet for forskning § 31

Personvernombudet for forskning viser til meldeskjema mottatt 23.11.2017 for prosjektet:

57373	*Dersom elevar på vidaregåande skule har vanskar med å overføra ferdigheiter i emnet formlar frå matematikkfaget til fysikkfaget, kva ligg til grunn for desse vanskane?*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Bergen, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Arne Jakobsen*
Student	*Marianne B Karlsen*

Vurdering

Etter gjennomgang av opplysningene i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon finner vi at prosjektet er meldepliktig og at personopplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet er regulert av personopplysningsloven § 31. På den neste siden er vår vurdering av prosjektopplegget slik det er meldt til oss. Du kan nå gå i gang med å behandle personopplysninger.

Vilkår for vår anbefaling

Vår anbefaling forutsetter at du gjennomfører prosjektet i tråd med:
- opplysningene gitt i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon
- vår prosjektvurdering, se side 2
- eventuell korrespondanse med oss

Vi forutsetter at du ikke innhenter sensitive personopplysninger.

Meld fra hvis du gjør vesentlige endringer i prosjektet

Dersom prosjektet endrer seg, kan det være nødvendig å sende inn endringsmelding. På våre nettsider finner du svar på hvilke endringer du må melde, samt endringsskjema.

Opplysninger om prosjektet blir lagt ut på våre nettsider og i Meldingsarkivet

Vi har lagt ut opplysninger om prosjektet på nettsidene våre. Alle våre institusjoner har også tilgang til egne prosjekter i Meldingsarkivet.

Vi tar kontakt om status for behandling av personopplysninger ved prosjektslutt

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS Harald Hårfagres gate 29 Tel: +47-55 58 21 17 nsd@nsd.no Org.nr. 985 321 884
NSD – Norwegian Centre for Research Data NO-5007 Bergen, NORWAY Faks: +47-55 58 96 50 www.nsd.no

Ved prosjektslutt 31.12.2019 vil vi ta kontakt for å avklare status for behandlingen av personopplysninger.

Se våre nettsider eller ta kontakt dersom du har spørsmål. Vi ønsker lykke til med prosjektet!

Marianne Høgetveit Myhren

Hildur Thorarensen

Kontaktperson: Hildur Thorarensen tlf: 55 58 26 54 / hildur.thorarensen@nsd.no

Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Marianne B Karlsen, makarl@vgs.nfk.no

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 57373

Dere har opplyst i meldeskjema at utvalget vil motta skriftlig og muntlig informasjon om prosjektet, og samtykke skriftlig til å delta. Vår vurdering er at informasjonsskrivet i utgangspunktet er godt utformet, men det bør gjøres mer tydelig at all eventuell deltakelse er frivillig. Dette er spesielt viktig når studenten også er lærer for elevene.

Personvernombudet forutsetter at du/dere behandler alle data i tråd med Universitetet i Bergen sine retningslinjer for datahåndtering og informasjonssikkerhet. Vi legger til grunn at bruk av mobil lagringsenhet er i samsvar med institusjonens retningslinjer.

Prosjektslutt er oppgitt til 31.12.2019. Det fremgår av meldeskjema/informasjonsskriv at dere vil anonymisere datamaterialet ved prosjektslutt. Anonymisering innebærer vanligvis å:
- slette direkte identifiserbare opplysninger som navn, fødselsnummer, koblingsnøkkel
- slette eller omskrive/gruppere indirekte identifiserbare opplysninger som bosted/arbeidssted, alder, kjønn
- slette lydopptak

For en utdypende beskrivelse av anonymisering av personopplysninger, se Datatilsynets veileder:
https://www.datatilsynet.no/regelverk-og-skjema/behandle-personopplysninger/hvordan-anonymisere-personopplysninger/