«Den der går og tror jeg, fordi...»

En kvalitativ analyse av elevers resonnement og argumentasjon med en programmeringsoppgave med tema figurtall

Emilie Lillehagen Brenden

Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Lektorprogrammet i matematikk og fysikk
Matematisk institutt
Universitetet i Bergen

Juni 2021

Forord

Fem år på universitetet i Bergen avsluttes med denne masteroppgaven. Å skrive masteroppgave har vært krevende men også spennende. Arbeidet med den har gitt meg kunnskap jeg vil dra nytte av i læreryrket. Det har vært fem fine og minnerike år på lektorprogrammet.

Det er flere jeg ønsker å takke for hjelp under arbeidet med masteroppgaven. Først og fremst takk til elevene som ønsket å være med som deltakere i dette prosjektet og læreren som var villig til å la meg gjennomføre med elevene. Takk til veilederne mine Johan Lie og Inge Olav Hauge for konstruktive tilbakemeldinger. En stor takk til Ane Viken som har vært en god samarbeidspartner underveis i prosjektet. En spesiell takk til samboeren min, Mathias, for at du har vært en god støtte gjennom hele prosessen og for at du korrekturleste oppgaven. Familien min fortjener også en stor takk for å ha korrekturlest oppgaven og for å ha vært støttende gjennom hele utdannelsen min.

Emilie Lillehagen Brenden

Bergen, 1. juni 2021

Sammendrag

Høsten 2020 begynte innføringen av de nye læreplanene LK20 i norsk skole. Denne fagfornyelsen innebærer at elevene skal være rustet til å mestre fremtidens utfordringer (Kunnskapsdepartementet, 2016). En av de store forandringene i samfunnet er den teknologiske utviklingen og på bakgrunn av denne utviklingen har digitale ferdigheter fått en viktig plass i fagfornyelsen (NOU 2020:2, 2020). Elevenes digitale ferdigheter skal forbedres gjennom programmering i blant annet matematikk. I tillegg er kjerneelementene nye i LK20, som blant annet innebærer at elevene skal resonnere og argumentere for tankeganger og løsninger i arbeid i matematikk. I lys av dette er programmering, resonnement og argumentasjon viktige deler av matematikkfaget. Jeg har derfor valgt studere problemstillingen: *Hvordan resonnerer og argumenterer elevene i en programmeringsoppgave med tema figurtall?*

Studien er gjennomført med kvalitativ metode der jeg har analysert arbeidet til to elevgrupper i matematikk 1T på videregående skole. Elevene arbeidet med en programmeringsoppgave med fokus på figurtall. Datainnsamlingen foregikk som observasjon ved hjelp av lyd-, skjerm og videoopptak. Datamaterialet er analysert og diskutert i lys av det sammensatte teoretiske rammeverket dannet av Lithner (2006; 2008), Jeannotte & Kieran (2017) og teori om visualisering (Torkildsen, 2019). Rammeverket tar for seg struktur og kvaliteter ved resonnering og argumentasjon. Strukturen blir belyst av Lithner som tar for seg kreativt og imiterende resonnement, samt argumentasjon. Jeannotte & Kierans kvaliteter på resonnement og argumentasjon og teorien om visualisering går på detaljer i selve utsagnene i resonnementet.

Resultatene fra studien viser at elevene resonnerer kreativt under arbeidet med figurtall. Dette innebærer at løsningen preges av nye resonnementer, fleksibilitet, plausibilitet og matematisk forankring. Det betyr at elevene ikke kopierer løsningsmetoder fra liknende oppgaver, men finner egne løsninger. Under programmeringen resonnerte elevene både kreativt og imiterende. Det kreative resonnementet fant sted under begynnelsen av programmeringen. Under dette arbeidet forsøkte elevene å lage en egen løsning og prøvde seg frem med ulike løsninger. Det imiterende resonnementet oppsto da elevene stod fast og ikke klarte å finne en ny måte å løse programmeringen på. Dette skjedde da oppgaven ble for krevende, og elevene brukte matteboken for å finne løsninger og kopierte løsninger fra den. Jeannotte & Kierans kvaliteter og visualisering ble funnet der elevene resonnerte kreativt, men i ingenting under imiterende resonnering.

INNHOLDSFORTEGNELSE

FIGUROVERSIKT

VEDLEGG

1 Innledning

Samfunnets stadige endringer er med på å stille nye krav til befolkningens ferdigheter og kunnskaper (NOU 2020:2, 2020). Kunnskapsdepartementet (2016) skriver i stortingsmelding 28 at grunnutdanningen er samfunnets viktigste bidrag til utvikling av barn og unges kompetanse for å mestre livet i samfunnet. Denne stortingsmeldingen er bakgrunn for fagfornyelsen, LK20, som trådde i kraft høsten 2020. Fagfornyelsen skal sørge for at elevene utvikler kompetanse som gjør dem egnet til å møte fremtidens utfordringer (Kunnskapsdepartementet, 2016). En del av forandringene som foregår i samfunnet er utviklingen av teknologien. Digitale ferdigheter hos befolkningen ligger derfor til grunn for å dra nytte av mulighetene teknologien gir i samfunnet og i arbeid (NOU 2020:2, 2020). Som følge av den teknologiske utviklingen har digital kompetanse dermed fått en tydeligere plass i LK20 enn tidligere læreplaner (NOU 2020:2, 2020). Fokuset på de digitale ferdighetene innebærer at elevene skal arbeide med programmering og algoritmisk tenkning, samt læringsmål innen holdninger, verdier, kunnskap og forståelse, nettvett, personvern og kildekritikk.

I LK20 er det også lagt vekt på at elevene skal bli gode problemløsere og se sammenhenger for å utvikle dybdelæring og forståelse i matematikkfaget (Utdanningsdirektoratet [Udir], 2020a). Kjerneelementene skal bidra til dette og består av fagets viktigste innhold (Udir, 2019a). I matematikk inkluderes blant annet resonnement og argumentasjon i kjerneelementene. Her står det blant annet at elevene skal «utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer» der resonnementet handler om å følge en rekke av matematiske tanker. Det betyr at elevene skal utvikle forståelse for og løse problemer i matematikk ved å danne resonnementer. Videre står det at argumentasjon handler om at elevene begrunner og beviser resonnementer. På denne måten knyttes argumentasjon inn i resonnementsprosessen med funksjonen om å underbygge og overbevise om resonnementenes gyldighet. I matematikk vil derfor resonnement og argumentasjon stå sentralt når elevene arbeider med problemer, fordi de skal resonnere og argumentere seg frem til løsninger.

1.1 Bakgrunn for valg av tema og problemstilling

Som lektorstudent har det vært viktig for meg å holde meg oppdatert og lære om endringer i skolen slik at jeg er best mulig egnet til å gå ut i læreryrket. På bakgrunn av dette har det vært naturlig å sørge for å bli kjent med fagfornyelsen, siden denne preger skolen når jeg skal ut i jobb som lærer. En av de store endringene fra tidligere læreplan er som nevnt at programmering skal inn i matematikk. I tillegg til å tilegne meg programmeringsferdigheter ved å ta emner i programmering ønsket jeg å lære mer om de didaktiske aspektene ved programmering i skolen, og bestemte meg derfor for å skrive en masteroppgave, der jeg inkluderer programmering i elevers arbeid i matematikk. I tillegg til programmering er det interessant å se på andre deler av læreplanen. Jeg velger derfor å fordype meg i kjerneelementene, med fokus på problemløsning, resonnement og argumentasjon. Johan Lithner (2006), som blant annet forsker på resonnement og argumentasjon i matematikk, skriver at det er et problem i matematikkundervisningen at vi legger til rette for pugging av algoritmer og løsningsmetoder, til tross for at vi ønsker at elevene skal bli gode problemløsere. Resonnering og argumentasjon som bygger på pugging av rutiner legger i mye mindre grad til rette for konseptuell forståelse og konstruksjon av kunnskap enn resonnering som innebærer at eleven er kreativ i løsningsmetoden (Lithner, 2008; Jonsson et al., 2014). Dersom ulike typer resonnering har ulik innvirkning på elevenes problemløsningsprosess og på elevers læring og forståelse, er det viktig å være klar over hvordan resonnementet foregår. På bakgrunn av dette ønsker jeg å undersøke følgende problemstilling:

Hvordan resonnerer og argumenterer elevene i en programmeringsoppgave med tema figurtall?

Med problemstillingen tar jeg for meg hvordan elevenes resonnering og argumentasjon er bygget opp og hvilke kvaliteter de kjennetegnes av. I tillegg blir det vurdert når i oppgaveløsningen de ulike typene oppstår. Formålet med studien er å undersøke hvordan elever resonnerer og argumenterer i en programmeringsoppgave med Python som programmeringsspråk, og knytte dette opp mot læreplanen og kjerneelementene. Utgangspunktet for undersøkelsen er en aktivitet gjennomført med elever i en matematikklasse i 1T på videregående skole.

1.2 Begrepsavklaring

I denne delen oppklares begreper som er sentrale i denne oppgaven. Dette innebærer redegjørelse for hvilken definisjon på resonnement og argumentasjon som blir tatt utgangspunkt i, hva figurtall og problemløsningsoppgaver er i tillegg til beskrivelse av programmering og algoritmisk tenkning. Til slutt presenteres tidligere forskning på programmering og resonnement og argumentasjon i skolen.

1.2.1 Resonnement og argumentasjon

I denne studien fokuseres det på matematisk resonnering og argumentasjon, noe både Lithner (2006; 2008) og Jeannotte & Kieran (2017) skriver om. Teoriene fra disse forskerne er brukt som analyseverktøy i forskningen. Jeannotte & Kieran (2017, s. 7) definerer resonnement som en kommunikasjonsprosess, individuell eller med andre, der matematiske påstander utledes av andre matematiske ytringer. Lithner (2006, s. 4; 2008, s. 257) definerer resonnement som tankeprosessen der eleven kommer frem til en påstand eller løsning i en oppgave. Begge definisjonene handler om løsningsprosessen som foregår under et arbeid. Det betyr at resonnement er elevenes tankeprosess fra oppgaven møtes til en påstand eller konklusjon er oppnådd. Denne tankeprosessen innebærer at elevene utleder påstander og videreutvikler dem. Resonnering i denne studien defineres derfor som tankegangen som fører til en løsning for oppgaven, altså tankegangen fra en oppgave møtes til en konklusjon er oppnådd. Argumentasjon dreier seg om hvorfor elevene gjør som de gjør i oppgaveløsning (Lithner, 2006, s. 3, 2008, s. 257). På denne måten er argumentasjon en del av resonnementene, ved at de brukes for å overtale om at resonneringen er passende. Som nevnt i innledningen beskriver Udir resonnement som en tankeprosess under arbeid med problemer og argumentasjon er overbevisningen om resonnementets gyldighet. Definisjonene som brukes i denne studien har derfor klare likhetstegn med resonnering og argumentasjon som beskrevet i kjerneelementene av Udir, og kan derfor trygt knyttes opp mot fagfornyelsen.

1.2.2 Programmering

Programmering omgår oss til daglig gjennom ulike digitale produkter og enheter. Begrepet programmering er tradisjonelt brukt om aktiviteten som handler om å skrive en programkode. Det handler om å implementere og utvikle instrukser for dataprogrammer slik at datamaskinen utfører spesifikke oppgaver eller løser problemer (Stenseth, Kaufmann & Forsström, 2019; Sevik et al., 2016). I denne studien fokuseres det på programmering i en matematikkontekst. I matematikkfaget vil programmering dreie seg om å utvikle kompetanse i digitale verktøy og skrive algoritmer og danne løsningsstrategier for å løse problemer (Sevik et al. et al, 2016).

Programmering består av algoritmer som beskriver rekkefølgen instruksene skal gjennomføres i (Vihovde, 2020). Algoritmen, også kalt koden, er en beskrivelse av operasjonene som skal til for å løse oppgaven. Kodingen kan foregå på ulike programmeringsspråk, for eksempel i Python, Java, LOGO eller Scratch, som hver inneholder ulike ord, symboler og grafikk med tilhørende regler for hvordan de fungerer («Programmeringsspråk», 2019). Den som programmerer må derfor ha kjennskap til programmeringsspråket og kunne analysere, forstå og løse problemer ved å implementere og verifisere algoritmene til det spesifikke programmeringsspråket (Stenseth et al., 2019; Forsström & Kaufmann, 2018).

For å undersøke argumentasjon og resonnement i arbeid med programmering er det valgt programmeringsspråket Python i denne studien. Dette programmeringsspråket er tekstbasert noe som betyr at kodene skrives som tekst. Python er et høynivåspråk som innebærer at det er designet for at mennesker skal forstå det (Zelle, 2004; «Programmeringsspråk», 2019). Ordene og symbolene er dermed brukt på en slik måte at koden er lesbar og forståelig for mennesker. Et eksempel på dette er at addering i Python skrives med «+»-symbolet, slik at koden print(2 + 5) vil skrive ut 7 i terminalen. Med andre ord brukes mange av de samme symbolene i matematikk som i Python. Når jeg i masteroppgaven skriver «printe» mener jeg det som skrives ut når koden kjøres. Det som printes av svar eller eventuelle feilkoder vises i området i programmet som kalles «terminalen».

1.2.3 Algoritmisk tenkning

Programmering knyttes til utvikling av algoritmisk tenkning (Forsström & Kaufmann, 2018). I den norske læreplanen brukes algoritmisk tenkning på samme måte som det engelske begrepet *Computational thinkning* (Udir, 2019b). Under denne definisjonen handler algoritmisk tenkning om å løse problemer. Dermed er det en problemløsningsstrategi som innebærer å dele et komplekst problem inn i mindre håndterlige deler, som kombinert løser problemet (Wing, 2006). Den algoritmiske tenkeren vil ifølge Udir (2019b) blant annet analysere informasjon, danne algoritmer og fremgangsmåter for å løse problemet de står overfor, og ofte generalisere løsningen slik at den kan brukes i flere liknende problemer. Arbeidet må være eksperimenterende, utforskende og åpent for å finne alternative løsninger. Et viktig aspekt med algoritmisk tenkning er å ha strategier for å oppdage eventuelle feil og rette opp i disse.

1.2.4 Figurtall

Programmeringsoppgaven som elevene jobbet med under datainnsamlingen i denne studien har tema figurtall. Figurtall er en visuelt geometrisk representasjon av en følge av tall som forandrer seg etter et spesifikt mønster («figurtall», 2018). Den geometriske fremstillingen viser hvordan tallfølgen utvikler seg, for eksempel ved at de ulike figurene inneholder et bestemt antall sirkler eller kvadrater som representerer tallene i følgen. Figurtallene følger et bestemt mønster som det er mulig å generalisere. Generalisering handler om å sette fokus på hva som endrer seg og dermed komme frem til sammenhenger og strukturer (Mason, Graham & Johnston-Wilder, 2011). I figurtallsoppgaver er ofte hensikten å beskrive mønsteret ved hjelp av algebra, og på denne måten oppnå en generell algebraisk formel for en vilkårlig figur i følgen (Mason, Burton & Stacey, 2010).

1.2.5 Problemløsningsoppgaver

Vi kan dele matematikkoppgaver i rutineoppgaver og utenom-rutineoppgaver. I rutineoppgaver følger elevene et eksempel eller et sett med instrukser, og har på denne måten en steg-for-steg løsningsmetode (Pòlya, 1957). Utenom-rutineoppgaver er oppgaver der fokuset ligger på å utvikle forståelse for at matematikk er et kreativt emne. Slike oppgaver der løsningsmetoden er ukjent for elevene og som oppleves krevende, kalles problemløsningsoppgaver (Pólya, 1962; Torkildsen, 2019). Forkunnskapene til elevene vil derfor avgjøre om en oppgave er et problem eller ikke. Dette betyr at noe som er en problemløsningsoppgave for en elev ikke nødvendigvis er det for en annen, fordi det avhenger av om elevene har løst liknende oppgaver tidligere eller om vanskelighetsgraden er passende til elevens ferdigheter. Videre vil samme oppgave ikke oppleves som en problemløsningsoppgave dersom den blir gitt til samme eleven på et senere tidspunkt.

1.3 Læringssyn

Det finnes forskjellige perspektiver på læring. Læring kan bli ansett som tilegnelse eller deltakelse (Jess, Skott & Hansen, 2016). Tilegnelsesperspektivet handler om at læringen foregår individuelt og at hver elev konstruerer personlig kunnskap. Det innebærer at vi ikke kan vite om forståelsen kun tilhører eleven selv eller om den deles med andre. Læring som deltakelse dreier seg om at læringsprosessen foregår i et sosialt fellesskap. Som deltakelse er læringen dermed forbundet med elevenes bidrag i fellesskapet. De to perspektivene har imidlertid ikke et klart skille. Begge innebærer at elevene utvikler kunnskap og forståelse basert på situasjoner og hendelser rundt seg. På denne måten handler deltakelse om individualisering av kunnskap i likhet med tilegnelsesperspektivet, og tilegnelse som læring foregår med sosiale elementer slik som deltakelsesperspektivet.

Sosialkonstruktivismen er et læringssyn som forener de to synene, og i denne studien er det dette læringssynet det blir tatt utgangspunkt i. Denne kombinasjonen av læringssyn innebærer at både tilegnelsesperspektivet og deltakelsesperspektivet bidrar med noe viktig i matematikklæringen (Jess et al., 2016). Sosialkonstruktivismen handler derfor om at elevene innehar individuell kunnskap som konstrueres og deles gjennom samhandling i fellesskap. Med sosialkonstruktivismen som bakgrunn for denne studien blir læring dermed ansett som en kombinasjon av individuelle forståelser, samhandling mellom elevene og læringsmiljøet. På denne måten er det sentralt å se på hva elevene sier og gjør i samarbeidet, og hvordan læringsmiljøet og oppgaven påvirker læringen.

1.4 Programmering i skolen

Programmering i skolen er ikke et nytt fenomen (Sevik et al., 2016). På 1980-tallet ble programmeringsspråket LOGO laget, hvor fokuset var programmering i utdanning og læring av matematikk (Sevik et al., 2016; Bueie, 2019). Dette programmeringsspråket gikk ut på at elevene skulle lage et program som styrte en skilpadde. LOGO baserte seg på idéene til Seymor Papert og handlet om å bygge en mikroverden der elevene kunne konstruere sin egen kunnskap, i tillegg til at programmeringen skulle gjøre elevene til gode problemløsere. Senere på 1980-tallet ble programmering også forsøkt i skolen i Norge, gjennom valgfag. Det fikk derimot ikke noe gjennombrudd i utdanningen, og forble inntil LK20 lite vektlagt i læreplanene. Det kan være ulike grunner til at det ikke slo gjennom i skolen tidligere, men den teknologiske utviklingen og i hvor stor grad digitale enheter omgir oss er betraktelig større i dag enn på 1980-tallet. Dette kan være grunnen til at interessen og relevansen for programmering i skolen er større i dag enn tidligere (Bueie, 2019).

En av grunnene til at programmering har fått en sentral rolle på den utdanningspolitiske agendaen er bevegelsen *Lær Kidsa Koding* som har utviklet seg over hele landet fra 2013 (Sevik et al., 2016). Dette er kodeklubber som har gitt barn og unge muligheter til å lære programmering utenfor skolen. Siden digitale ferdigheter og programmering er en viktig kompetanse for fremtiden er det derimot problematisk at dette tilbudet kun er til barna som bor i områder med dette tilbudet. Ved å inkludere programmering i skolen blir det gitt like muligheter til alle barn og unge i skolen i dag.

Programmering i matematikkfaget gir ifølge en litteraturgjennomgang av Forsstöm & Kaufmann (2018) bedre prestasjon og motivasjon i faget. Videre knyttes utviklingen av problemløsning, kreativitet og logisk tenkning til programmering. Disse ferdighetene blir ansett som viktige i fremtidens kompetansebehov, som er sentrale i utformingen av læreplanen som skal følges i skolen. I denne studien er Python brukt som programmeringsspråk. Det vanligste er nok blokkbaserte programmer som Scratch i barne- og ungdomstrinnet, og tekstbaserte språk som Python på videregående skole (Bueie, 2019). I matematikk 1T er programmering inkludert i kompetansemålet som innebærer at elevene skal «formulere og løse problemer ved hjelp av algoritmisk tenkning, ulike problemløsingsstrategier, digitale verktøy og programmering» (Udir, 2020b). Kompetansemålet innebærer løsning av problemer ved hjelp av programmering. Dette krever at elevene har kunnskap om programmeringsspråket, ekspertise i faget relatert til algoritmene, logikk og evnen til å analysere, forstå og løse problemer ved å vurdere algoritmiske krav og korrekthet. Ifølge Forsstöm & Kaufmann (2018) kobles disse evnene til matematisk og algoritmisk tenkning. En stor del av kodingen er å rette feil (Stenseth et al., 2019). Programutviklingen skjer aldri feilfritt fra begynnelsen, og den kan derfor inneholde feil i syntaks og kjøretid eller gi uønskede svar. Dette kan føre til at programmering virker komplisert og vanskelig for elever, men sannheten er at slike feilrettinger kan bidra positivt til problemløsning og hypotesetesting.

1.5 Resonnement og argumentasjon i skolen

I NOU 2015:8 (2015) hvor Ludvigsen-utvalget presenterte endringer i læreplanen for å utvikle kompetanse for fremtiden ble det presentert fem komponenter som er sentrale i matematisk kompetanse. Disse komponentene må utvikles parallelt av elevene siden de støtter og er avhengige av hverandre. Når vi vet at resonnering er blant disse punktene ser vi at den er en viktig del av læringen av matematikk. Resonnering innebærer her at elevene skal kunne forklare en tankegang og følge med i et logisk resonnement og vurdere dets gyldighet. I tillegg skal elevene kunne argumentere for gyldigheten av en hypotese. I fagfornyelsen er resonnering og argumentasjon inkludert som kjerneelement og har derfor en viktig plass. Kjerneelementene skal sørge for at elevene utvikler forståelse av innhold og ser sammenhenger i faget. Dette betyr at elevene må lære seg resonnement og argumentasjon for å kunne mestre og anvende faget (Udir, 2019a).

Som beskrevet i innledningen legger resonnering forbundet med pugging i mindre grad til rette for forståelse og konstruksjon av kunnskap enn oppgaver som krever kreative løsninger. Lithner (2006; 2008) knytter ulike resonneringsprosesser til rutinepregede oppgaver og problemløsningsoppgaver. Rutinepregede oppgaver og tilhørende imiterende resonnering er vanligst i elevenes arbeid, og baserer seg på at elevene imiterer løsningsmetoder. Det betyr at elevene bruker løsningsmetoder og algoritmer de kjenner til fra før i møte med nye oppgaver. Resonneringen som knyttes til problemløsningsoppgaver kalles kreativ resonnering, og går ut på at elevene selv konstruerer nye resonnementer ettersom at det ikke eksisterer kjente løsninger for oppgaven. Siden det er ønskelig at elevene blir gode problemløsere og utvikler forståelse i dagens skole er kreativ resonnering mest relevant for å oppnå læreplanmålene.

1.6 Oppgavens oppbygning

Masteroppgaven består av seks kapitler, med følgende oppbygning: (1) Innledning, (2) teori, (3) metode, (4) resultater, (5) diskusjon og (6) avslutning. Oppgavens første del tok for seg valg av tema, studiens problemstilling, avklaringer av sentrale begrep og tidligere forskning på studiens temaer.

I kapittel 2 presenteres studiens teoretiske rammeverk. Rammeverket er satt sammen av teorier av Lithner (2006; 2008) og Jeannotte & Kieran (2017), samt supplert med teori om visualisering (Torkildsen, 2019). De ulike teoriene presenteres først hver for seg, før jeg i oppsummeringen knytter de sammen til det sammensatte rammeverket som er tatt som utgangspunkt i denne studien.

I det tredje kapittelet blir det gjort rede for metodisk tilnærming for forskningen. Her blir det forklart hvordan forskningen har blitt gjennomført og informasjon om ulike valg som er blitt tatt. I tillegg blir studiens pålitelighet, gyldighet og etikk blir belyst. Analyseverktøy er også presentert her. Dette innebærer grundig forklaring på hvordan det teoretiske rammeverket er anvendt i analyseringen av datamateriale, samt hvordan transkripsjonen og koder er brukt i studien.

I kapittel 4 presenteres studiens funn. Her blir utvalgte transkripsjonsutklipp presentert, beskrevet og analysert i lys av studiens problemstilling.

I diskusjonen, som er det femte kapittelet, diskuteres og utdypes sentrale funn. Her knyttes analyse fra kapittel 4 og teori fra kapittel 2 sammen for å besvare problemstillingen. Hovedfunnene ved elevenes resonnement og argumentasjon blir diskutert. I tillegg knyttes studiens funn opp mot fagfornyelsen og kompetanse for fremtiden.

I kapittel 6 oppsummeres funnene opp mot problemstillingen og refleksjoner rundt forskningen.

2 Teori

Studiens problemstilling tar for seg elevers resonnement og argumentasjon i arbeidet med en programmeringsoppgave. I denne delen presenteres teorien som er grunnlaget for å besvarelse av problemstillingen. Teorien som blir presentert baserer seg på rammeverkene til Johan Lithner (2006; 2008), Jeannotte & Kieran (2017) og teori om visualisering (Torkildsen, 2019). Dette inneholder teori om struktur på resonnering og argumentasjon, i tillegg til kjennetegn og kvaliteter ved disse prosessene. Avslutningsvis presenteres rammeverkene satt sammen, på den måten de anvendes i analysen og diskusjonen.

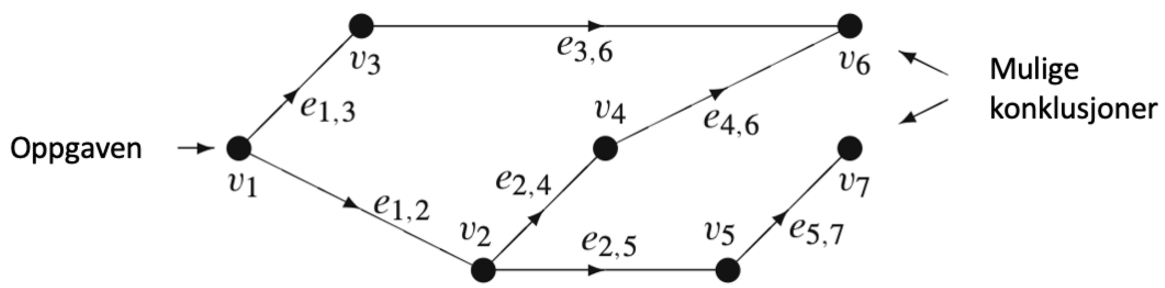
2.1 Lithners kreative og imiterende resonnement

Ifølge Lithner (2008) kan matematisk resonnering inneholde verifikasjon, forklaring, systematisering, oppdagelser, kommunikasjon, konstruksjon av teori og utforskning (Lithner, 2008, s. 260). Her beskrives resonnering gjennom en struktur som går ut på at elevene møter et problem, tar et strategivalg som blir etterfulgt av at strategien implementeres. Til slutt er en konklusjon oppnådd. Strukturen presenteres i fire punkter nedenfor:

1. En (del)oppgave blir definert som et problem dersom det ikke er åpenbart hvordan oppgaven skal løses eller hvordan eleven skal gå frem.
2. Et strategivalg blir tatt. Strategien kan være alt fra kjente prosedyrer til generelle tilnærminger. Strategivalget kan baseres på å velge, huske, konstruere, gjette, oppdage og liknende. Strategien kan støttes av prediktiv argumentasjon, som handler om hvorfor strategien kan løse oppgaven.

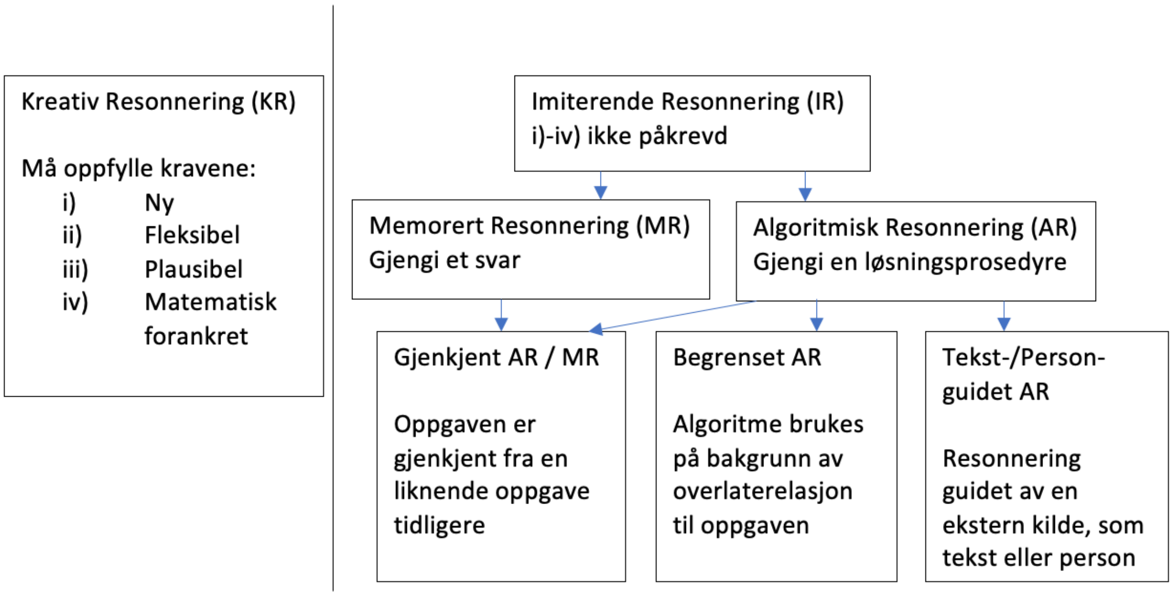
3. Strategien blir implementert. Denne kan bli støttet av verifiserende argumentasjon, som betyr at det argumenteres for hvorfor strategien fungerte.
4. Konklusjonen er oppnådd.

Resonneringssekvensene kan presenteres som en sti mellom ulike hjørner (v_n), som vist i figur 1 nedenfor. Hjørnene representerer den aktuelle deloppgaven eleven befinner seg ved. Når eleven tar et strategivalg ($e_{n,m}$) blir ny kunnskap dannet eller forkunnskaper blir hentet frem, som fører til et nytt hjørne (v_m). For hvert hjørne blir oppgaven delvis løst og en ny deloppgave oppstår. Som figuren illustrerer kan de ulike strategivalgene danne forskjellige stier, som til slutt kan føre til like eller ulike svar. På denne måten vil strategivalg avgjøre hvordan oppgaven blir løst og hvilket svar som oppnås. Videre i studien blir *svar* definert som informasjonen oppgaven spør etter, og *løsning* er svaret med en motivasjon for hvorfor det er korrekt. Løsningen kan altså være veien frem til konklusjonen, mens svaret er selve konklusjonen (Lithner, 2008).



Figur 1: Oppgaveløsning representert som stier i en graf. Fra "A research framework for creative and imitative reasoning" av J. Lithner, 2008, Educational Studies in Mathematics, 67(3), s. 258. Oversatt til norsk.

Lithner (2006; 2008) skiller mellom kreativ og imiterende resonnering. Presentasjonen av de ulike formene for resonnering tar utgangspunkt i modellen illustrert i figur 2 nedenfor. I denne figuren er det først skilt mellom kreativ og imiterende resonnering, der kreativ resonnering har fire tilhørende krav. Imiterende resonnering er delt inn i to underkategorier, memorert og algoritmisk resonnering, som igjen har tilhørende underkategorier.



Figur 2: Oversikt over resonneringstyper. Oversatt til norsk og inspirert av «A framework for analysing creative and imitative mathematical reasoning» J. Lithner 2006, s. 5.

2.1.1 Kreativ resonnering

Kreativ resonnering oppstår hovedsakelig i ikke-rutinepregede oppgaver, ettersom at løsningsmetodene her ikke er tilgjengelige for elevene. Dette innebærer at hele eller deler av resonneringen derfor må dannes av eleven (Lithner, 2006, s. 6). Det er fire krav som må oppfylles for at resonneringen skal identifiseres som kreativ. Kravene innebærer at resonneringen må inneholde ny resonnering for eleven, fleksibilitet, plausibilitet samt matematisk forankring. Ny resonnering handler om at det oppstår en ny sekvens av resonnementer for elevene eller en glemt blir gjenskapt, uten imitasjon. Dette betyr at eleven ikke følger en kjent løsningsprosedyre, men kombinerer informasjon og kunnskap for å finne en løsning. Fleksibilitet innebærer at eleven ikke låser seg til en løsningsmetode eller informasjon (Lithner, 2006). Å låse seg, eller være fiksert, kan hindre eleven i å se nye muligheter og nyttig informasjon, og eleven kan derfor hindres i å finne en løsning. Fleksibilitet handler derfor om å gjøre nye tilnærminger og tilpasninger til situasjonen underveis i arbeidet. Plausibilitet dreier seg om at det oppstår argumentasjon som støtter strategivalget eller strategiimplementeringen. Det betyr at eleven argumenterer for hvorfor strategivalget eller konklusjonen er troverdig. Matematisk forankring innebærer at verifikasjonen av konklusjonen inneholder matematiske egenskaper i de involverte komponentene i resonnementet (Lithner, 2006; Lithner, 2008). På denne måten oppstår matematisk forankring når konklusjonene er korrekte og det er vist av eleven med matematisk kunnskap.

2.1.2 Imiterende resonnering

Imiterende resonnement går ut på at elevene løser oppgaven ved hjelp av prosedyrer de kjenner til fra tidligere arbeid (Lithner, 2006; Lithner, 2008, s. 258). Denne typen resonnering har lav validitet, som betyr at elevenes verifikasjon av løsninger og svar er svake eller manglende. Imiterende resonnering skilles videre i memorert og algoritmisk.

I memorert resonnering er elevenes strategivalg basert på å huske og implementere et fullstendig svar fra en annen oppgave. Denne kategoriseres som gjenkjent memorert resonnering, oversatt fra *familiar memorised reasoning*, fordi oppgaven og svaret er gjenkjent fra en liknende oppgave. Implementeringen av strategien går ut på å skrive ned svaret. Denne typen resonnering vil være mulig ved oppgaver der elevene har løst like oppgaver tidligere og har muligheten til å skrive ned samme svar i den aktuelle oppgaven. Lithner (2008, s. 258; 2006; s. 14) påpeker at alle oppgaver til dels krever å huske noe, men som en samlet strategi egner den seg kun i oppgaver som handler om fakta, definisjoner eller bevis.

Algoritmisk resonnering går ut på at oppgavene kan løses med en algoritme som elevene kjenner til. En algoritme er her definert som formler eller et sett av instrukser som kan følges for å gi korrekt resultat for en spesifikk oppgavetype (Lithner, 2006, s. 15). Algoritmisk resonnering inngår derfor der elevene husker en formel eller en spesifikk fremgangsmåte som ble brukt i en liknende oppgave, og strategivalget handler om å bruke den samme fremgangsmåten i den aktuelle oppgaven. Løsningen er derfor ikke unik eller ny for eleven, og den kan gjennomføres både med begrenset eller fullstendig forståelse for den valgte prosedyren. Siden løsningsmetoden er fullstendig gjengitt fra en tidligere oppgave er det derimot avgjørende at fremgangsmåten gjennomføres nøyaktig, siden en liten feil kan føre til at svaret blir feil. Algoritmisk resonnering deles inn i tre underkategorier etter hvordan eleven finner passende algoritme, henholdsvis gjenkjent algoritmisk resonnement, begrenset algoritmisk resonnement og guidet algoritmisk resonnement (Lithner, 2008. s. 261).

Gjenkjent algoritmisk resonnement går ut på at strategivalget blir tatt basert på at oppgaven ligner en annen som kan bli løst ved en tilhørende algoritme, i likhet med gjenkjent memorert resonnering. Eleven kjenner igjen oppgaven fra tidligere, og løser oppgaven ved å bruke samme formel eller instrukser som oppgaven som var liknende. Strategivalget baseres derfor på at oppgaven er lik en annen, noe som betyr at den kan løses på samme måte. Strategiimplementeringen handler dermed om å ta i bruk fremgangsmåten.

Begrenset algoritmisk resonnering handler om at eleven implementerer algoritmer basert på overflaterelasjon, oversatt fra *surface relation*, til tidligere oppgaver (Lithner 2008, s. 263). Dette betyr at algoritmer som brukes i andre oppgaver med likheter med den aktuelle oppgaven blir implementert som løsning. Algoritmene blir valgt ut fra et begrenset utvalg av algoritmer som elevene kjenner til. Argumentasjonen er svak, ved at verifikasjonen baseres på forventninger om hva svaret eller løsningen skal bli. Hvis svaret ikke blir som forventet forkastes algoritmen uten evaluering og en ny algoritme fra det avgrensede settet blir implementert (Lithner, 2008, s. 262).

Guidet algoritmisk resonnering deles inn i person- og tekstguidet. I personguidet blir alle strategivalg gjort av en guide, ofte læreren, som ikke legger til rette for prediktiv argumentasjon. Implementeringen blir gjennomført ved hjelp av guiden uten verifiserende argumentasjon. Tekstguidet algoritmisk resonnering handler om at elevene finner overflatelikheter mellom oppgaven og eksempler, definisjoner, teorem, regler eller andre situasjoner i tekstformat. Strategiimplementeringen går ut på å kopiere disse faktaene eller prosedyrene uten verifiserende argumentasjon.

2.2 Argumentasjon

I lys av Lithners (2006; 2008) artikler defineres argumentasjonen som den delen av resonneringen der det motiveres for valg og implementering når det kommer til løsningsstrategi. Argumentasjonen som foregår når elevene tar et strategivalg kalles prediktiv argumentasjon og handler om hvorfor strategien kommer til å løse oppgaven. Prediktiv argumentasjon handler altså om å forutsi om strategien er egnet til å gi en korrekt løsning på oppgaven, gjennom å argumentere. Argumentasjon som foregår under eller i etterkant av implementeringen av strategien kalles verifiserende argumentasjon, og belyser hvorfor strategien faktisk løser eller løste oppgaven. Verifiserende argumentasjon handler derfor om å motivere for hvorfor løsningsstrategien gav en korrekt løsning på oppgaven.

Oppbygningen av argumentene beskrives ved hjelp av Toulmins argumentasjonsmodell (Toulmin, 2003). Argumentasjonsmodellen går ut på at elevene har en *conclusion*, oversatt til konklusjon, som blir ansett som sann av eleven. Konklusjonen baseres på fakta eller informasjon, som vi kaller et belegg, oversatt fra *data*. Videre kan belegget eller konklusjonen underbygges ytterligere, ved hjelp av hjemmel, oversatt fra *warrant*. Underbyggingen må være felles kunnskap for de som tar del i argumentasjonen. Hva som er behovet for informasjon, begrunnelse og underbygning i argumentasjonen vil variere fra elev til elev (Yackel, 2004, s. 10). Dette betyr at argumentasjon er et samarbeid mellom deltakerne, noe som innebærer at en utenforstående uten samme kunnskapsgrunnlag ikke nødvendigvis forstår innholdet i argumentasjonen, eller hvorfor det eventuelt er mangel på argumentasjon.

2.3 Jeannotte & Kierans kvaliteter på resonnement og argumentasjon

Jeannotte & Kieran (2017) beskriver ulike kvaliteter ved resonnement og argumenter i matematikk. Disse kvalitetene handler om forskjellige måter å utforske relasjoner mellom objekter, og ved hjelp av dette utlede beskrivelser om de aktuelle objektene (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 7 og 9). Objektene er her komponenter, ofte matematiske, som er en del av resonnementet til elevene. Jeannotte & Kieran (2017) har definert ni forskjellige resonneringskvaliteter i matematikk. Åtte er fordelt i to kategorier hvor den første handler om å lete etter likheter og ulikheter mellom objektene, mens den andre handler om validering. Den 9. karakteristikken ved resonnement er eksemplifisering, og er til støtte for de to andre kategoriene. Alle kvalitetene er presentert separat, men de påvirker og samhandler ofte i resonnementene.

Når det gjelder leting etter likheter og ulikheter finnes identifisering av mønster, sammenligning, klassifisering, generalisering og formodning. Identifisering av mønster handler om å beskrive forholdene mellom matematiske objekter. Sammenligning oppstår som beskrivelser av likheter og ulikheter mellom objekter. Denne kan ta form sammen med mønster, for eksempel ved at eleven ved hjelp av sammenligning av objekter, finner et mønster. Klassifisering handler om å beskrive en klasse eller gruppe av objekter basert på likheter og ulikheter. Generalisering handler om at det dannes beskrivelser som gjelder regelmessigheten i et sett av matematiske objekter eller relasjonene mellom objektene. Denne kvaliteten kan eksempelvis oppstå ved at det ved hjelp av sammenligninger og mønster mellom objekter dannes en generalisering vedrørende disse relasjonene. Formodning er det samme som generalisering, men her er den epistemiske verdien sannsynlig og det har potensial til en matematisk teori.

Kvalitetene som er relatert til validering tar for seg endring av den epistemiske verdien til objektenes beskrivelse. Det betyr at likhetene og forskjellene som er funnet ved objektene kan kategoriseres som sannsynlig, sann eller falsk ved hjelp av begrunnelse, bevis eller formelt bevis. Valideringen deles inn i begrunnelse og knyttes til resonnementets argumentasjon, og beskrives ved hjelp av konklusjon, belegg og hjemmel. Begrunnelse er den enkleste versjonen av validering og handler om å identifisere belegg eller hjemmel for å modifisere konklusjonens epistemiske verdi fra sannsynlig til mer sannsynlig. Bevis dreier seg om å endre den epistemiske verdien til sann, der sannheten er akseptert av deltakerne og stemmer overens med oppgavens kriterier. Formelt bevis skiller seg fra bevis ved at den avhenger av matematiske teoremer og må være akseptert av matematikksamfunnet. Eksemplifisering er en støtte til de andre kvalitetene som utføres ved bruk av eksempler.

2.4 Visualisering

Å bruke ulike representasjoner er en del av resonneringssekvensene. En av disse representasjonene kan være visualisering, som eksempelvis kan ta form av en tegning eller peking (Torkildsen, 2017). Visualisering under oppgavearbeidet kan dermed bidra til å vise og illustrere tankeganger og argumenter. På denne måten kan visualisering være til hjelp når det gjelder å forklare elementer som er kompliserte presentert som tekst eller symboler. Visualisering kan dermed gi støtte for å få frem et poeng og underbygge et resonnement.

2.5 Studiens sammensatte teoretiske rammeverk

Teoriene som er presentert danner grunnlaget for studiens analyse. Lithners (2006; 2008) kategorier som inneholder imiterende og kreativt resonnement tar for seg identifisering av ulike former for resonnementsekvenser og hvorvidt argumentasjon oppstår i sekvensen. Teorien til Jeannotte & Kieran (2017) og visualisering som representasjon (Torkildsen, 2019) omhandler kjennetegn på egenskaper som oppstår som en del av tankeprosessen. Disse teoriene er kombinert til et sammensatt rammeverk. Lithner (2006; 2008) og Toulmin (2003) anvendes til å identifisere former eller strukturer på resonnementene og argumentasjonen, mens Jeannotte

& Kieran (2017) og visualisering (Torkildsen, 2019) bidrar med detaljer i prosessen og på denne måten bidrar til å gå i dybden.

3 Metode

I denne delen vil jeg ta for meg forskningsmetoden som ble brukt i denne oppgaven. Det blir redegjort for valg som er tatt når det gjelder metodisk tilnærming, datainnsamling og analysearbeid, i tillegg til studiens kvalitet.

3.1 Tilnærming

I forskning som foregår i samfunnet, og herunder skolen, benyttes samfunnsvitenskapelig metode (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 16). Metoden handler om å få informasjon om den sosiale virkeligheten og hvordan samhandling foregår, hvordan vi kan analysere dette og hva den kan fortelle oss om forhold og prosesser i samfunnet (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 16 og 21). I denne studien undersøkes elevenes resonnement og argumentasjon i en arbeidssituasjon i skolen, og derfor er samfunnsvitenskapelig metode passende for denne oppgaven.

Videre kan forskningsmetoder deles inn i kvalitativ og kvantitativ. I denne studien brukes kvalitativ metode, som handler om å utforske sosiale samhandlinger i praksis og hvordan individene oppfatter virkeligheten rundt seg (Krumsvik, 2019, s. 18). Jeg undersøker et begrenset antall elevers samhandlinger og samtaler under oppgaveløsning, noe som gjør at jeg fordyper meg i detaljer fremfor å produsere store datasett. Kvalitativ metode er hensiktsmessig nettopp når forskningen skal gå i dybden og undersøke små og detaljerte data, fremfor store sett med data som gjerne presenteres med tall i kvantitativ metode (Krumsvik, 2019, s. 24). I kvalitativ metode benyttes ofte intervju, video- og lydopptak (Krumsvik, 2019, s. 24), noe som også blir gjort i denne studien sammen med opptak av elevenes skjermer.

I kvalitativ forskning er formålet å forstå informantenes perspektiver på bestemte områder. Interessen for informantenes perspektiver og forståelse på sosiale fenomener omfattes av begrepet fenomenologi (Brinkmann & Kvale, 2015). Denne teorien går ut på at den sanne virkeligheten er slik mennesker oppfatter den. Videre tolkes elevenes perspektiver, noe som går under begrepet hermeneutikk (Fuglseth, 2019, s. 252). Hermeneutikk er altså fortolkningsteori og handler om at det elevene sier, skriver, tegner eller hvordan elevene handler tolkes av oss, forskerne, som videre formulerer denne forståelsen i nye ord (Fuglseth, 2019, s. 252-253). Både i hermeneutisk og sosialkonstruktivistisk teori konstrueres kunnskap gjennom språket i et sosialt fellesskap (Fuglseth, 2019, s. 254). Ulike tolkninger som oppstår må drøftes og settes opp mot hverandre for å finne den mest sannsynlige av dem (Fuglseth, 2019, s. 254). På bakgrunn av dette har denne studien en kombinasjon av fenomenologisk og hermeneutisk teori, ved at vi baserer resultater på informantenes virkelighet og forståelse, som videre tolkes av oss.

3.2 Datainnsamlingen

Forskningens datainnsamling handler om å hente inn empiri som vil besvare problemstillingen. Her presenteres det hvordan selve datainnsamlingssituasjonen foregikk og ble dokumentert, hvordan informantene ble valgt og hvordan elevenes aktivitet ble utviklet.

3.2.1 Dokumentasjon av data

Datainnsamlingen ble gjennomført sammen med medstudent Ane Viken. Muligheten til å samarbeide om prosessen rundt datainnsamlingen og analysearbeidet har gjort at de ulike delene har fått to ulike perspektiver og er blitt nøye utarbeidet. Valget om å være to om datainnsamlingen er tatt for å kunne støtte hverandre i analysen for å sørge for nyanserte resultater, samt å ta avgjørelser om prosessen med to ulike synspunkt. Dette har resultert i at valg er nøye gjennomtenk og begrunnet, noe vi anser som mulig i større grad enn dersom det ble gjennomført alene. Når jeg videre i oppgaven skriver «vi» eller «oss» refererer jeg til Ane og meg.

Hensikten med studien er å få innsikt i elevenes resonnement og argumentasjon i en arbeidssituasjon. Vi har derfor valgt å gjennomføre datainnsamlingen gjennom observasjon, siden dette egner seg godt når forskeren ønsker informasjon om informantenes samhandlinger i en situasjon (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 62). Observasjonen skal finne sted slik at man på best mulig måte får fram hva som skjer i arbeidssituasjonen (Tjora, 2017, s. 90). For å kunne fortolke og studere datamaterialet ytterligere i etterkant av arbeidssituasjonen brukte vi en kombinasjon av lyd-, skjerm- og videoopptak (Næss & Sjøvoll, 2018, s. 179). Elevenes språk og samtaler er det viktigste når resonnement og argumentasjon skal studeres, og derfor valgte jeg lydopptak som hoveddokumentasjon av datamaterialet. Lydopptakene ga en eksakt gjengivelse av samtalene som foregikk under datainnsamlingen, noe som gjorde at jeg kunne analysere elevenes samtaler nøye og flere ganger i etterkant av innsamlingen (Tjora, 2017, s. 102). I tillegg var det viktig å dokumentere hvordan elevene valgte å løse programmeringsoppgaven. For å få et detaljert bilde av hvordan dette arbeidet foregikk ble det utført skjermopptak av pc-skjermen underveis. Videoopptak ble benyttet for å kunne undersøke detaljer i arbeidssituasjonen som lyd- og skjermopptak ikke gir muligheten til, slik som bevegelser og kroppsspråk (Tjora, 2017, s. 103; Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 71). I studien var videoopptak gunstig for å kunne se at elevene noterte eller tegnet på arkene sine, hva de pekte på og når de leste i matteboken. Videoopptak ble ikke brukt som kilde til hoveddokumentasjonen, fordi det gir så mye datamateriale at det kan bli vanskelig å få oversikt over helheten (Tjora, 2017, s. 103). Likevel er den brukt som supplement til å utforske detaljene i den sosiale interaksjonen. Lyd- og skjermopptak ble altså valgt for å gi en helhetlig oversikt over situasjonen og mulighet til å vurdere og tolke flere ganger i ettertid. Det ble supplert med videoopptak for å utforske detaljer der det var ønskelig. Arkene elevene noterte på ble også samlet inn etter arbeidet, og sammen med videoene kunne disse involveres i analysen fordi vi kunne se på videoen når de noterte de ulike formlene og beregningene.

Under gjennomføringen valgte vi å sette elevene sammen i grupper for å legge til rette for samtale. På denne måten fikk vi større mulighet for innblikk i elevenes løsningsmetode ved hjelp av lydopptak, enn dersom de arbeidet individuelt. Denne avgjørelsen ble tatt fordi vi mener det er lettere å måtte sette ord på tankene sine under samarbeid enn om elevene jobbet alene. Elevene skulle plasseres to og to, slik at vi totalt gjennomførte observasjoner med tre grupper. En av elevene møtte derimot ikke opp, så den ene gruppen ble dermed gjennomført med 3 elever, noe som medførte at vi totalt fikk to elevgrupper. Gruppen med tre elever arbeidet med oppgaven i 1 time og 30 minutter. Denne gruppen blir henvist til som gruppe 1. Gruppe 2, arbeidet med oppgaven i 45 minutter.

For å oppnå arbeid som er mest mulig likt en autentisk arbeidssituasjon for elevene valgte Ane og jeg at vi ikke skulle ta del i jobbingen under observasjonen. Dette gjorde vi for å kunne oppnå elevenes selvstendige matematiske arbeid, uten påvirkning fra oss. Vi hjalp ikke elevene med å løse oppgaven underveis, noe som var avklart med informantene på forhånd. Ane og jeg hadde likevel planlagt at vi kunne bryte inn med hint dersom elevene stod fast i oppgaven. Samtidig var vi tilgjengelige dersom elevene hadde spørsmål og problemer angående det tekniske eller formuleringen av oppgaven. En slik rolle kalles interaktiv observatør, som innebærer at forskeren i utgangspunktet kun er observatør, men har mulighet til å inngå samtaler og assistanse ad hoc med informantene (Tjora, 2017, p. 61). Som interaktiv observatør er det også mulig å stille spørsmål underveis og på denne måten hente ønsket informasjon (Tjora, 2017, s. 74).

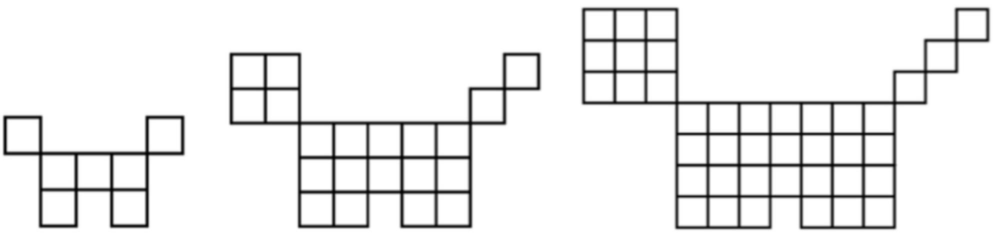
Med roller som interaktive observatører åpner det seg muligheter til å stille spørsmål til elevene underveis og i etterkant av oppgavejobbingen. Underveis i arbeidssituasjonen ønsket Ane og jeg å ta en så passiv rolle som mulig, og dermed vente med spørsmålene til de var ferdige med økten. Vi planla på forhånd å stille oppfølgingsspørsmål om hvordan elevene hadde løst oppgaven og eventuelt andre spørsmål som var relevante for å danne en forståelse av elevenes tolkninger og løsninger utover det vi forsto som observatører underveis. Tjora (2017, s. 74) påpeker at nettopp slike spontane spørsmål er nyttig for å fremskaffe ønsket informasjon. Intervjuer med hensikt om å forstå temaer fra informantenes egne perspektiver, omtaler Brinkmann & Kvale (2015, s. 46) som semistrukturerte intervjuer. Slike intervjuer er en slags samtale mer enn en lukket intervjuguide, men med forslag til spørsmål.

3.2.2 Utvalg av informanter

For å besvare problemstillingen om hvordan elever resonnerer og argumenterer i en programmeringsoppgave med tema figurtall, ønsket vi å inkludere elever som har jobbet med programmering tidligere. Grunnen til dette er at vi ønsket matematisk diskusjon og unngå at de ble forhindret av det tekniske ved programmeringen. På bakgrunn av dette valgte vi elever i matematikk 1T som dette skoleåret har tatt i bruk fagfornyelsen, der programmering er en del av kompetansemålene (Udir, 2020b). For å få tak i elever tok vi kontakt med ulike lærere som underviste i 1T. På denne måten fikk vi tak i en lærer hvor seks av elevene ønsket å delta i studien. Det ble gjennomført et bekvemmelighetsutvalg av elevene, som går ut på at informantene velges på den måten som er enklest (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 52). I vårt tilfelle ble utvalget gjennomført ved å velge de elevene som meldte seg frivillig. I utgangspunktet ønsket vi elever som læreren mente at var muntlig aktive i matematikkfaget for å sannsynliggjøre at vi fikk datamateriell gjennom lydopptak. Det viste seg at det var vanskelig å få nok informanter på denne måten, så vi ble derfor nødt til å ta elever som meldte seg frivillig uavhengig av muntlig aktivitet. Elevene som meldte seg frivillig var på varierte nivåer i matematikk, noe som tyder på at utvalget er representativt for 1T elever når det kommer til faglig forståelse.

3.2.3 Utarbeiding av aktivitet

En viktig del av forberedelsen til datainnsamlingen var å sørge for at vi valgte en arbeidssituasjon slik at det med sannsynlighet ble produsert data som kunne besvare problemstillingen (Tjora, 2017, s. 55). For å sikre oss dette arbeidet vi nøye med å lage en oppgave til elevene, som vi mente ville gi oss innsikt i det vi ønsket oss. Ved å lage en problemløsningsoppgave ble det lagt til rette for kreativ resonnering og argumentasjon, men avhengig av hvordan elevene velger å løse oppgaven og forkunnskaper vi ikke kjenner til er det mulighet for imiterende resonnement. Vi prøvde oss frem med mange ulike oppgaver, hvor Ane og jeg diskuterte muligheter og utfordringer ved de ulike forslagene. Vi fikk i tillegg veiledning og konstruktiv kritikk fra veilederne våre. For min problemstilling var det viktig at oppgaven var åpen nok til at elevene fikk mulighet til å argumentere og resonnere seg frem til løsninger. Et annet viktig aspekt ved utformingen av oppgaven var at programmeringsspråket som skulle brukes var kjent for elevene, samt at oppgaven var tilpasset deres nivå i matematikk og programmering. Oppgaven ble derfor tilpasset kompetansemålene i læreplanen til 1T, og brukte i tillegg vår kjennskap til elever i 1T sine kunnskaper. Vi forsikret oss om at oppgaven var passende ved at elevenes lærer kontrollerte vanskelighetsgraden på oppgaven og bekrefte kjennskapen til Python. Oppgaven elevene fikk tildelt er presentert nedenfor i figur 3.



Figur 1 Figur 2 Figur 3

a) Ser dere et mønster? Hva er endringen fra en figur til neste?
b) Bestem et uttrykk for antall kvadrater i figur n. (forklar formelen)
c) Lag et program som tar et input n og skriver ut antall kvadrater i figur n.
   Eksempel: Programmet kan se slik ut for en figur som er formet som et rektangel, med input 2:

```
Formelen for figur n er: n*(n+1)
For hvilken n vil du finne figurtallet? n-verdi:2
Figur 2 har 6 kvadrater
```

Figur 3: Oppgaven elevene arbeidet med under datainnsamlingen.

Figurene i oppgaven kan ligne på en hund, hvor kvadratet til venstre er hodet, kvadratene på skrå til høyre er halen og den største delen er kroppen. Når jeg videre skriver hodet, halen og kroppen er det disse delene det refereres til. Deloppgave a-c er formulert på en åpen måte slik at elevene ikke ble ledet i fremgangsmåte. I a) ble elevene spurt etter figurenes mønster, noe som ble inkludert i oppgaven for at vi på denne måten fikk innblikk i hvordan de vurderte figurene når de skulle løse resten av oppgaven. I tillegg er dette en oppgave som er relativt åpen og som ikke krever høyt matematisk nivå, slik at det er en lav terskel for elevene å overkomme i begynnelsen av oppgaven. Eksempelutskriften vedlagt i oppgaven la vi til for å supplere til oppgaveteksten, slik at elevene skulle få hjelp til å forstå hva oppgaven gikk ut på.

I tillegg til oppgaven presentert i figur 3 fikk elevene tildelt 3 andre oppgaver, som baserte seg på programmeringsforståelse, se vedlegg 1. Det var kun gruppe 2 som rakk å se på disse oppgavene og de prioriterte lite tid på dem, så jeg har valgt å se bort fra de oppgavene i denne studien.

3.3 Analyseverktøy

Etter datainnsamlingen følger bearbeidingen av det genererte datamaterialet, i form av transkripsjon av opptak og videre analyse. Transkripsjonen blir gjennomført ved å omforme talespråk til skriftspråk og på denne måten lage en oversiktlig dokumentasjon av det innsamlede datamaterialet. Videre brukes transkriberingen til å analyseres i lys av problemstillingen. For å belyse problemstillingen er det presentert et sammensatt rammeverk kombinert av teorier av Lithner (2006; 2008), Jeannotte & Kieran (2017) og om visualisering (Torkildsen, 2019).

Studien er gjennomført med en hermeneutisk tilnærming, noe som innebærer at datamaterialet gjennomgår en fortolkningsprosess. Under transkriberingen fortolkes talespråket mens det blir gjort om til skriftspråk, og under analysen fortolkes datamaterialet opp mot det teoretiske rammeverket (Brinkmann & Kvale, 2015). Denne fortolkningsprosessen gjør det mulig å besvare problemstillingen ved hjelp av teorien, men på grunn av ulike fortolkningsmuligheter er det imidlertid viktig at bearbeiding og analysen er tydelig beskrevet for å sikre studiens pålitelighet, og for å sikre transparens. I de følgende avsnittene presenteres metoden som er brukt under transkribering, analyse og koding av datamaterialet.

3.3.1 Transkribering

Transkribering av lydopptakene strukturerer samtalene slik at de blir oversiktlige og dermed egner seg godt for analysering (Brinkmann & Kvale, 2015, s. 206). Siden Ane og jeg samarbeidet om datainnsamlingen delte vi også på transkriberingen. Brinkmann & Kvale (2015, s. 207-208) skriver at det er viktig å bli enige om språket og transkriberingsprosedyrer for å unngå at det blir vanskelig å sammenligne språklige aspekter ved samtalene. Vi valgte å transkribere på bokmål fremfor dialekten til elevene, i tillegg til å inkludere blant annet pauser og uttrykk elevene brukte slik som «eh» og «hm». For å forsikre oss om at begge var enige om at transkriberingen stemte overens med hva informantene sa, gikk vi over hverandres transkripsjon i etterkant. Hensikten med den kvalitative analysen er å gi leseren kunnskap og innblikk i temaet det forskes på, uten at leseren selv skal måtte gå gjennom datamaterialet (Tjora, 2017, s. 195). For å presentere studiens funn fra datamaterialet på en oversiktlig og hensiktsmessig måte er det presentert representative utklipp fra transkripsjonen. Det betyr at kun deler av aktiviteten blir presentert i analysen, og dermed blir kun sentrale deler av resonneringen og argumentasjonen til informantene blir vist.

Nedenfor vises et eksempel på transkripsjon med forklaring av de ulike tegnene. Dette er måten utklipp fra transkripsjonen vil vises i analysen. Elevenes navn og kjønn er fiktive for å sikre anonymitet.

1.1 Lars: Ikke sant, n^2 det er den her. [peker på n^2 som er skrevet på arket og deretter hodet]

1.2 [...]

1.3 Lars: Her blir det (...) der er toeren (...) der er det eneren, der er toeren (...) men jeg vet ikke hvordan vi skal få det til inni en sånn, eh (- -) i en formel.

1.4 Martin: Jeg har ikke peiling.

1.5 Lars: Ok (- -) jeg tror at bare på disse her, den [peker på noe han har skrevet på arket] det er den delen der [peker på hodet] (-) $+$ den delen der [peker på halen] (–) ja (–) 'så da er det den delen som'(?) (...) [peker på kroppen]. Så den neste vil jo være $5 * 9 - 1$.

Tall foran setningene og kommentarene brukes til å referere til bestemte linjer av utklippet. Det første tallet i hver linje representerer gruppenummeret, som i dette eksempelet tilsvarer gruppe

1. Dette tallet har jeg inkludert slik at det lettere er mulig å skille sitater fra de ulike gruppene senere i diskusjonen. Tallet etter representerer linjenummer i denne gruppens transkripsjoner som er presentert i oppgaven. Kommentarer som kommer av observasjoner som ble gjort ved hjelp av video eller skjermopptak skrives i klammeparenteser [ ], slik som for eksempel i linje 1.1. En kort pause på ett til to sekunder skrives med tankestrek (-), og to tankestreker, (- -), betyr pause som er lengre enn to sekunder. Tegnet (...) betyr at vi ikke hører hva som blir sagt, og 'tekst'(?) betyr at vi tror 'tekst' er det som ble sagt, men det er usikkerhet rundt det. I linje 1.3 ser vi tegnet [...] som betyr at jeg har fjernet en del av utklippet som ikke har betydning for resultater og analyse. Dette er blitt gjort for å fjerne forstyrrende elementer og dermed fremstille resultatene så ryddig og hensiktsmessig som mulig. Regnesymbolene pluss, minus, gange og er lik som uttrykkes blir skrevet med symboler, henholdsvis $+, -, *$ og $=$.

3.3.2 Analyse

For å identifisere resonnementene og argumentene i arbeidsprosessen til elevene, ble transkripsjonene analysert ved hjelp av det sammensatte teoretiske rammeverket. Oppsummering av rammeverket er beskrevet i delkapittel 2.5 og tar for seg både struktur og kvaliteter ved resonneringsprosessen.

Analyseringen har foregått todelt. I første del tok jeg for meg oppbygningen til resonnementene som ble identifisert, noe som er belyst ved hjelp av Lithners (2006; 2008) teori. På denne måten ble det kartlagt resonneringssekvenser som inneholdt sentrale kjennetegn ved elevenes arbeid med aktiviteten. Resonneringssekvensenes begynnelse ble identifisert der elevene møtte et delproblem og avslutningen ble identifisert der elevene nådde en konklusjon. Videre ble det undersøkt om sekvensene inneholdt kjennetegn på *imiterende* eller *kreative* resonnementer. Et av kravene for kreativt resonnement er argumentasjon gjennom det som kalles *plausibilitet*. Dersom dette ble funnet ble argumentasjonen videre analysert ved å se etter kjennetegn fra oppbygningen av Toulmins argumentasjonsmodell. Argumenter ble gjenkjent ved å finne en konklusjon og deretter lete etter begrunnelser for denne konklusjonen. *Konklusjonen* er der elevene har kommet frem til et svar eller en antakelse. Argumentets begrunnelse er kategorisert som *belegg* og *hjemmel*, noe som ble kartlagt som informasjonen elevene bruker for å komme frem til eller underbygge konklusjonen. Dersom argumentet handlet om å forklare et strategivalg ble det definert som *prediktiv argumentasjon*, og dersom det var for implementeringen av strategien eller løsningen ble det definert som *verifiserende* *argumentasjon.* De andre kravene for kreativt resonnement er ny resonnering, fleksibilitet og matematisk forankring. Om elevene benyttet seg av nye resonneringssekvenser var vanskelig å avgjøre, ettersom at jeg ikke kjente elevenes forkunnskaper eller utgangspunkt fra før. *Ny resonneringssekvens* ble derfor identifisert som sekvenser der elevene tilsynelatende koblet sammen ulike matematiske komponenter på en ny og kreativ måte. Dette finner sted der elevene ikke viste tegn til å bruke kjente metoder, men knytter sammen ulike komponenter av forkunnskaper og informasjon fra oppgaven. Identifisering av *fleksibel resonnering* ble gjort i sekvenser der elevene forandret fremgangsmåte i møte med utfordringer eller indikasjoner på at de har gjort feil. Det betyr at fleksibilitet finnes der elevene ikke er fiksert i en løsningsmetode, som forkastes dersom de møter på utfordringer. Resonnementet oppfyller *matematisk forankring* dersom løsningen er korrekt og verifisert med matematikk, eksempelvis ved hjelp av tall og beregninger.

De ulike typene imiterende resonnering er *gjenkjent memorert resonnering*, *gjenkjent algoritmisk resonnering, begrenset algoritmisk resonnering,* og *tekst- og personguidet resonnering. Gjenkjent resonnering* ble identifisert der elevene tilsynelatende brukte løsningsmetoder og algoritmer de kjenner fra tidligere. Det betyr at de ble kjennetegnet ved at elevene fulgte en kjent løsningsmetode og viste lav eller ingen forståelse for bruken av metoden. *Begrenset algoritmisk resonnering* handler om at elevene tester ut ulike algoritmer og instrukser som har en overflaterelasjon til den aktuelle oppgaven. Denne typen resonnering er identifisert der elevene ser ut til å teste og forkaste formler eller instrukser uten verifikasjon eller forståelse. Denne skiller seg fra gjenkjent resonnering ved at det i gjenkjent handler om at oppgaven er liknende en annen de har løst tidligere, mens i begrenset tester elevene ulike algoritmer basert på algoritmens overflaterelasjoner til oppgaven som betyr at den ikke er brukt i en lik oppgave, men elevene antar at den passer. *Tekst- og personguidet algoritmisk resonnering* er funnet i sekvenser hvor elevene følger instrukser fra tekster i matteboken eller fra en person uten argumentasjon.

I andre del av analysen ble ulike kvaliteter ved resonneringen og argumentasjonen bestemt ved hjelp av Jeannotte & Kierans (2017) kategorier. Det betyr at Jeannotte & Kierans kvaliteter ble undersøkt etter at jeg identifiserte resonnementsekvenser ved Lithners (2006; 2008) teori. *Identifisering av mønster* fant jeg der elevene lette etter mønster i matematiske elementer i oppgaven og *sammenligning* var der det ble påpekt likheter eller forskjeller ved elementene. *Klassifisering* er identifisert der likheter mellom objekter er påpekt og det dermed er dannet en felles klasse for objektene. *Generalisering* er kartlagt der en regelmessighet mellom objektene er påpekt, slik at det er funnet en generell påstand eller formel om objektene. *Formodning* ble funnet der generaliseringen er begrunnet i matematikk og betraktes som sann. *Valideringen* ble identifisert der elevene underbygger påstanden eller konklusjonen sin. *Begrunnelse* ble funnet rundt påstander som ble mer sannsynlige ved hjelp av belegg og/eller hjemmel, men uten at de ble korrekte. *Bevis* ble identifisert der konklusjonen er korrekt og den underbygges av belegg og/eller hjemmel. Dette gjelder også for *formelt bevis,* men dette er strengere ved at den også må oppfylle kravet om å avhenge av matematiske teoremer og være akseptert av matematikksamfunnet.

Under analyseringen av transkripsjonen la jeg merke til en kvalitet ved resonnement og argumentasjon som ikke ble belyst av rammeverket. Dette gikk ut på at elevene brukte visuelle representasjoner gjennom arbeidet, for å forklare og vise påstandene sine. *Visualisering* er derfor inkludert i rammeverket og er identifisert der elevene bruker visuelle virkemidler i løsningsprosessen, ved for eksempel tegning eller peking.

3.3.3 Koding

For å tydeliggjøre kategoriene som ble funnet ved hjelp av det teoretiske rammeverket ble interessante avsnitt i transkripsjonen kodet. Resonneringen ble kodet med forbokstaven til det tilhørende kjennetegnet eller kvaliteten. Kjennetegnene og kvalitetene med tilhørende koder er presentert nedenfor.

For Lithners (2006; 2008) resonneringsstruktur er [**KR**] koden for *Kreativ Resonnering* med tilhørende krav [**N**] *Ny resonnering,* [**F**] *Fleksibilitet*, [**P**] *Plausibilitet og* [**M**] *Matematisk forankring.* [**PA**] *Prediktiv argumentasjon,* [**VA**] *Verifiserende argumentasjon.* Tilhørende argumentene er [**K**] Konklusjon, [**B**] *Belegg og* [**H**] *Hjemmel.*

Videre er [**IR**] *Imiterende resonnering,* og herunder [**MR**] *Memorert resonnering* og [**AR**] *Algoritmisk resonnering.* Tilhørende er [**G**] *Gjenkjent resonnering*, [**B**] *Begrenset resonnering,* [**TG**] *Tekstguidet* og [**PG**] *Personguidet.*

Kvalitetene ved resonneringen, er belyst av Jeannotte & Kieran (2017), kodet med [**S**] for *Sammenligning,* [**M**] *Identifisering av mønster,* [**K**] *Klassifisering,* [**G**] *Generalisering,* [**A**]

Antakelse/formodning, [**E**] *Eksemplifisering,* [**V**] *Validering* med tilhørende [**BG**] *Begrunnelse,* [**B**] *Bevis* og [**FB**] *Formelt Bevis.*

Koden [**V**] er for *Visualisering, belyst av Torkildsen (2019).*

Kodene er skrevet inn i transkripsjonene etter utsagnene der de identifiseres. Et eksempelutdrag fra transkripsjonen er presentert nedenfor. Som vi ser her varierer det hvor mange kvaliteter som er identifisert i de ulike setningene. Koder som hører sammen, slik som Verifiserende argumentasjon [VA] og belegget for argumentasjonen [B] kodes med bindestrek [VA-B] for å tydeliggjøre sammenhengen. Dette er for eksempel vist i linje 1.3 i utklippet nedenfor. Et annet eksempel er [KR-N-M-P] i samme linje, som viser til kreativt resonnement [KR] med de tilhørende kravene nytt resonnement [N], matematisk forankring [M] og plausibilitet [P].

1.3 Lars: Og på denne her, hmm. (- -) (...) Den neste blir jo $4 * 4$ (...) Sant, $1 * 1, 2 * 2, 3 * 3$. [Lars peker på hodet] **KR-N-M-P VA-B S G E F V-B**

1.4 Martin: Mhm. [Bekreftende «ja»]

1.5 Lars: (...) også 1, 2, 3, mm. [Han peker på figurene og det ser ut som at han peker på halen] **S**

1.6 Men den her er litt verre. Så, eh, (- -) $n^2 + n$. Og så må vi finne den her til slutt da. [Peker på kroppen] **G VA-K KR-F**

1.7 Ikke sant, n^2 det er den her. [Lars peker på n^2 som er skrevet på arket og deretter på hodet] **S V**

3.4 Reliabilitet og validitet

Studiens transparens handler om hvorvidt valgene for forskningen formidles slik at leseren av rapporten får innblikk i studiens kvalitet (Tjora, 2017, s. 248). Transparensen avhenger derfor av om relevante temaer knyttet utføringen av forskningen er grundig presentert og diskutert. Dette inkluderer temaer som hvilke valg som er tatt til ulike tidspunkt i forskningen, hvordan informantene er rekruttert, hvordan undersøkelsen er utført og hvilke teorier som er benyttet.

Reliabilitet handler om forskningens pålitelighet og nøyaktighet og kan oppklare om resultatet kan reproduseres av andre forskere på et senere tidspunkt (Brinkmann & Kvale, 2015, s. 137 og 276). Det betyr at dersom forskningen kan gjennomføres av andre og gi samme resultat har den høy reliabilitet. Under observasjonen er det flere elementer som må betraktes i lys av reliabilitet. Elevene og forskerne kan påvirkes av at det blir tatt opptak og plasseringen på kamera og instrument for lydopptak kan ha innvirkning. Elevene har nok aldri eller sjeldent opplevd å bli tatt opptak av og observert nøye under arbeid tidligere. Tjora (2017, s. 69-71) påpeker at man som (passiv) observatør kan være fremmedlegemer i situasjonen og det kan forventes at informantene påvirkes av at de blir observert og handler annerledes enn de ville gjort ellers. Dette forbedres over tid etter hvert som informantene blir fortrolig med situasjonen, og det ville derfor vært en fordel om observasjonsstudiene skjer over flere undervisningstimer. I lys av dette ville det vært nyttig å kunne gjennomføre en oppgave med elevene på forhånd, slik at de skulle bli mer fortrolig med arbeidssituasjonen. På grunn av koronarestriksjoner og lite ledig tid på skolen ble vår observasjon derimot begrenset til én arbeidsøkt på skolen. Dette medførte at elevene ikke hadde god tid til å bli kjent med situasjonen, og det er derfor mulig at elevene ble påvirket av observasjonen og oppførte seg annerledes enn de ville gjort uten observatører, lydopptak og videokamera tilstede. Samtidig virket det som at elevene glemte kamera underveis i jobbingen, noe som kanskje kan skyldes at observasjonsverktøyene ikke var synlige for elevene da de jobbet. Christoffersen og Johannesen (2012, s. 72) påpeker at kameraet skal plasseres slik at det ikke forstyrrer informantene. Vi plasserte kameraet bak elevene slik at de ikke så det underveis. Grunnen til dette var både for at elevene ikke skulle forstyrres og bli minnet på at de blir filmet underveis i tillegg til å kunne se hva elevene skrev på arkene sine. Det er imidlertid ikke bare informantene som kan bli påvirket av å bli observert, men også forskerne selv (Tjora, 2017, s. 73). Det betyr at vi må ta i betraktning at også vi kan ha påvirket studiens reliabilitet.

Påliteligheten rundt transkripsjonene av opptakene kan også variere. Transkripsjon av samtaler kan utføres på ulike måter og på denne måten kan forskjellige personer oppnå ulike transkripsjoner (Brinkmann & Kvale, 2015, s. 211-212). Dette kan blant annet dreie seg om at dårlig kvalitet på opptaket medfører at man har hørt feil og gjetter på hva som blir sagt, eller at setninger har ulik betydning etter hvor komma og punktum blir plassert. I tillegg var det viktig at Ane og jeg ble enige om hvordan vi skulle transkribere samtalene, slik at de kunne sammenlignes. På grunn av noe dårlig kvalitet på lydopptakene og ulike tolkninger av oss er det mulig at noen av resultatene blir påvirket av denne faktoren. Objektiviteten til oversettelsen fra tale til tekst berører også reliabiliteten, men dette er komplisert ettersom det ikke finnes én riktig måte å transkribere på (Brinkmann & Kvale, 2015, s. 212). En måte å avgjøre det på er å vurdere hva som er nyttig transkripsjon for vår aktuelle forskning. I denne studien har jeg vært klar på hvordan vi valgte å transkribere og i hvilken grad lyd- skjerm- og videoopptak ble brukt, og dette er informasjon som kan bli tatt i betraktning hvis andre skal gjennomføre samme studie.

Et annet aspekt som er sentralt når det kommer til reliabilitet er om studiens resultater er generaliserbare (Brinkmann & Kvale, 2015, s. 289). Hvorvidt resultatene kan generaliseres handler om de kan overføres til nye situasjoner og kontekster. Denne kvalitative studien er gjennomført med to små elevgrupper, noe som betyr at variasjonen i datamateriale er begrenset og ikke kan generaliseres. Hensikten med denne studien er derimot ikke å generalisere, men derimot å gå dypt inn i et tema, noe som er vanlig i kvalitativ forskning (Tjora, 2017).

Validitet dreier seg om forskningens gyldighet slik som hvorvidt forskningsdesignet faktisk egner seg til det studien undersøker. Den tar altså for seg i hvilken grad studien faktisk besvarer problemstillingen. Studiens validitet kan påvirkes av fokuset og tolkningen som gjøre av forskeren under observasjonene og transkripsjonene. Dette er fordi forskerens allerede eksisterende kunnskap, erfaringer og opplevelser har innvirkning på disse elementene Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 62). Våre observasjoner er ikke fullstendig objektive, siden tolkningen vår påvirkes av subjektivitet, av erfaringer og av praksisteori (Næss & Sjøvoll, 2018, s. 182). For å underbygge resultatene og analysen som er hentet fra observasjonene har jeg sørget for å sette sammen et rammeverk basert på relevant teori. Hvorvidt validiteten på denne studien er høy er avhengig av at jeg har fremstilt teori og resultater på en hensiktsmessig og tydelig måte.

3.5 Forskningens etikk

Forskningens etikk er ikke bare viktig under observasjonssituasjonen, men under hele forskningsprosessen (Brinkmann & Kvale, s. 95). For å forsikre oss om at forskningsprosjektet gjennomføres i tråd med lovverket er det meldt til Norsk senter for Forskningsdata (NSD). Dette er viktig fordi vi gjennomførte en studie med personopplysninger og underveis i forskningen er det derfor gjort vurderinger blant annet når det gjelder anonymitet og konfidensialitet og behandling av data.

Informantene ble forsikret om at de ikke ville bli gjenkjent i masteroppgaven. Datamaterialet ble behandlet og oppbevart på en sikker måte, slik at det kun var forskerne som hadde tilgang på det, og informantene ble anonymisert ved transkriberingen. Et viktig aspekt rundt studiens etikk er at informantene er frivillige deltakere. Både under rekrutteringen til forskningsprosjektet og før observasjonssekvensen ble elevene informert om at deltakelse var frivillig og at de når som helst kan trekke seg fra prosjektet uten at det vil ha konsekvenser for dem. Dette er også grundig beskrevet i samtykkeskjemaet fra NSD. Elevene fikk beskrivelse av prosjektet både muntlig og i skjemaet i tillegg til avklaring om at de ikke ville kunne identifiseres i masteroppgaven, noe er som er i tråd med Christoffersen & Johannessen (2012, s. 74) som skriver at informantene skal vite hva deltakelse i forskningen innebærer. I oppgaven er hverken navn, kjønn eller skole oppgitt, for å forhindre at enkeltpersoner kan gjenkjennes (Christoffersen & Johannessen, 2012, p. 74).

4 Resultater og analyse

Studiens problemstilling handler om å undersøke elevenes resonnering og argumentasjon i arbeid med en figurtalls- og programmeringsoppgave. Opptakene som er gjort viser arbeidet til 5 elever i Matematikk 1T på vg1, fordelt på to grupper.

Analysen er delt inn slik at resultatene fra gruppene presenteres hver for seg, henholdsvis Gruppe 1 i del 1 og Gruppe 2 i del 2. Gruppenes arbeid presenteres kronologisk etter hvordan de løste oppgaven, med representative eksempler fra transkripsjonen for å gi en fremstilling av funnene. Ved å strukturere analysen på denne måten følges elevenes arbeid på en ryddig og tydelig måte, slik at det er mulig å identifisere når og hvordan de ulike typene og kvalitetene ved resonnement og argumentasjon oppstår. Hvert dialogutsnitt analyseres, med utgangspunkt i komponentene fra rammeverket som er satt sammen av Lithner (2006; 2008), Jeannotte & Kieran (2017) og teori om visualisering (Torkildsen, 2019). For å tydeliggjøre forekomsten av de ulike typene resonnering og argumentasjon fra rammeverket i elevenes samtaler er transkripsjonsutklippene markert med koder basert på de ulike komponentene. Kodene er, som forklart i delkapittel 3.3.3, utformet fra det sammensatte rammeverket. Analysen legger grunnlaget for diskusjonen rundt hvordan elevenes resonnement og argumentasjon kommer til uttrykk for å besvare problemstillingen.

4.1 Gruppe 1

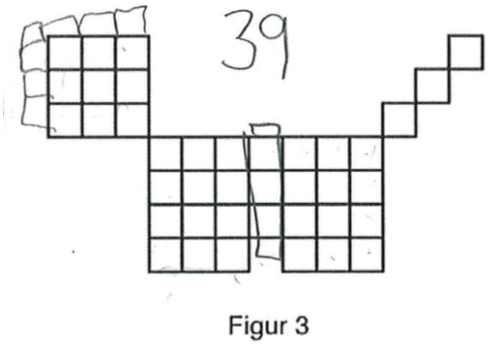
I denne delen presenteres arbeidet til elevene i gruppe 1. Resonnementet og argumentasjonen analyseres utfra dialogutsnittene som er presentert. Denne gruppen består av to elever.

4.1.1 «Den delen, sant, + den delen + den delen»

Her setter elevene i gang med oppgave b) som handler om å finne et generelt uttrykk for n antall kvadrater i figur n. Lars begynner med å vise og fortelle til Martin hvordan de kan gå frem for å finne en formel for antall kvadrater i figurene. Måten de vil gjøre det på er å dele figuren inn i tre deler og addere uttrykket for hver av disse delene for å få summen av kvadrater for hele figuren.

1.1 Lars: Her, sant, (- -) (...) Tenk hvis vi skal lage en formel for den, så må vi ta liksom den delen, sant, + den delen + den delen. [Lars peker på hodet, kroppen og halen som de ulike delene] **KR PA**

1.2 Lars: Og her så øker den med (...) ikke sant, så det blir 7 også 9. [Peker på hodet på figur 1, så figur 2 og til slutt figur 3, og tegner 7 kvadrater på utsiden av hodet på figur 3 som vist nedenfor] **M E S V KR-F**



Figur 4: Bildet viser at eleven tegnet 7 kvadrater på utsiden av hodet.

1.3 Lars: Og på denne her, hmm. (- -) (...) Den neste blir jo $4 * 4$ (...) Sant, $1 * 1, 2 * 2, 3 * 3$. [Lars peker på hodet] **KR-N-M-P VA-B S G E F V-B**

1.4 Martin: Mm. [Bekreftende «ja»]

1.5 Lars: (...) også 1, 2, 3, mm. [Han peker på figurene og det ser ut som at han peker på halen]. **S**

1.6 Lars: Men den her er litt verre. Så, eh, (- -) $n^2 + n$. Og så må vi finne den her til slutt da. [Peker på kroppen] **G VA-K KR-F**

1.7 Lars: Ikke sant, n^2 det er den her. [Lars peker på n^2 som er skrevet på arket og deretter på hodet] **S V**

Beskrivelse

Lars begynner med å dele tanker om hvordan de kan finne et uttrykk for figur n. Videre i samtalen finner eleven uttrykk for hodet og halen, som han viser til Martin underveis. Lars begrunner hvorfor formlene passer til de ulike delene av figuren ved å vise sammenhenger mellom formelen og figurtegningene. Han gjør dette ved å regne med tall og sammenligne med antall kvadrater som kan telles på figurene. Martin bekrefter underveis.

Resultater og analyse

Når det kommer til Lithners resonnering er det tegn til kreativt resonnement [KR]. Resonnementet begynner med et strategivalg om å dele figuren inn i tre deler, herunder hodet, halen og kroppen, som de i etterkant skal addere sammen for å få uttrykket for figuren som helhet. Lars forklarer strategivalget sitt med at de kan dele opp i mindre deler og deretter addere de sammen, som vi ser i linje 1.1 «+ den delen + den delen....». Dette er prediktiv argumentasjon [PA], som er ett av kravene til kreativt resonnement, fordi det forklares hvordan strategien kommer til å løse oppgaven.

Elevene argumenterer også for at strategiimplementeringen [VA] er korrekt, ved å sette inn tall i uttrykket og verifisere at denne verdien er den samme som antallet kvadrater på figuren, som i linje 1.6 «Den neste blir jo $4 * 4$ (...) sant, $1 * 1$, $2 * 2$, $3 * 3$». Ved å sette inn tall for alle figurene som er blitt oppgitt i oppgaven er dette nok verifikasjon til at uttrykket må være matematisk korrekt [KR-M]. Matematisk forankring og korrekte konklusjoner er også krav til kreativ resonnering, noe vi altså ser at de inkluderer. Ved å dele dette argumentet inn i konklusjon, belegg og hjemmel er konklusjonen [VA-K] n^2, belegget [VA-B] er $1 * 1$, $2 * 2$, $3 * 3$ som viser et mønster. Det er verifiserende argumentasjon fordi de viser at strategien gav riktig svar ved hjelp av tall og ved å sammenligne representasjonene. Nye resonnementer [KR-N] og fleksibilitet [KR-F] er identifisert ved at elevene tilsynelatende ser etter sammenhenger mellom de ulike representasjonene uten å være fiksert i løsningsmetode. De går fra å se at den øker med 7 og deretter 9 for neste figur i linje 1.2, til å finne uttrykk for antall kvadrater i linje 1.3, noe som er tegn på at de bruker de ulike komponentene i oppgaven og sin midlertidige løsning, altså økningene og den visuelle tegningen, til å arbeide seg videre i oppgaven på en ny måte.

I henhold til Jeannotte & Kieran sin teori, resonnerer elevene ved å lete etter mønster [M], sammenligne [S], generalisere [G], eksemplifisere [E] og gjøre formodning [F]. Identifisering av mønster og sammenligning går i denne sekvensen noe over i hverandre. Elevene leter etter mønster og sammenligner figurene ved å se etter økningen i antall kvadrater mellom hver figur, noe som er synlig i linjenummer 1.3, «og her så øker den med (...) ikke sant, så det blir 7 også 9.». Her ser Lars etter hvor mange kvadrater hodet øker med mellom hver figur ved å sammenligne [S] de figurene som følger etter hverandre. Eleven ser at antallet kvadrater på hodet øker med 2 mer hver gang [M], og legger derfor til 2 for å få 7 ekstra kvadrater på figur 4 og ytterligere 2 for deretter å få 9 økninger på neste, som vil tilsvare figur 5.

Videre kommer gruppen frem til at hodet øker som kvadrattall, og viser dette med tall i linje 1.6 «$1 * 1$, $2 * 2$, $3 * 3$». Dette er bruk av eksempler [E] for å støtte mønsteret og formelen de finner. De bruker eksempler med tall fra figurene som er oppgitt og viser på denne måten at det de tenker er riktig. Tallene de setter inn sammenlignes [S] med antallet kvadrater i den tegnede figuren. Generaliseringen [G] elevene gjør er at sidene i kvadratet vil øke med 1 for hver gang n øker med 1, og dermed må neste være $4 * 4$, noe som også er vist med eksemplifiseringen forklart ovenfor. Elevene ser altså at det er en relasjon mellom økningen av figur n og økningene i antallet kvadrater og da blir generaliseringen at sidene i kvadratene øker med én for hver figur. Sammen danner identifisering av mønster, sammenligning og generalisering til en formodning om at hodet er gitt ved n^2, hvor n øker med 1 for hver figur. Denne formodningen vises matematisk fordi elevene bruker mønsteret og sammenhengen mellom sine uttrykk og figurene for å underbygge formodningen, og den har dermed en sannsynlig epistemisk verdi.

Valideringen er i form av bevis [V-B]. Det er bevis fordi de validerer med å finne belegg til konklusjonen og dermed endrer den epistemiske verdien til sann. Konklusjonen n^2 underbygges altså med belegget $1 * 1$, $2 * 2$, $3 * 3$ og dermed må neste være $4 * 4$. Dette mønsteret som belegg for formodningen er matematisk korrekt i denne oppgaven, og dermed et bevis.

4.1.2 «Men jeg vet ikke hvordan vi skal få det til inni en sånn, eh formel»

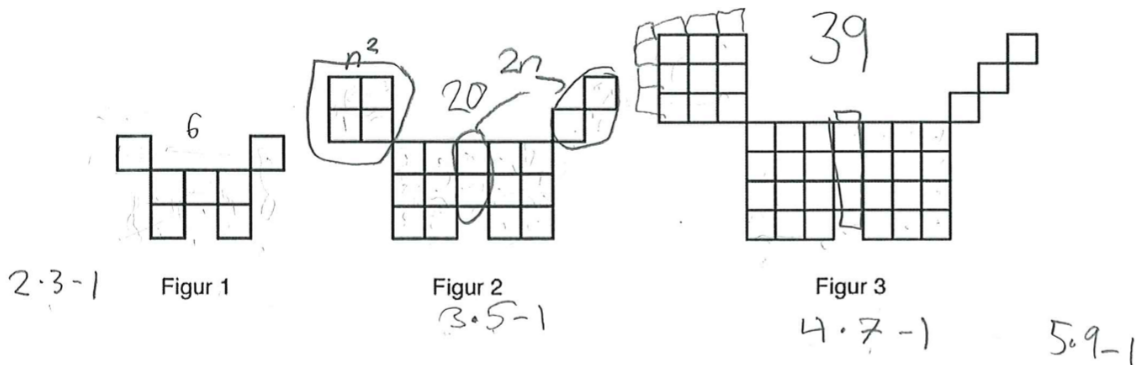
I denne sekvensen fortsetter elevene å arbeide med formel for figuren, og her fokuserer de på kroppen. Formelen for kvadrater i kroppen var vanskeligere å få til enn hodet og halen, men elevene prøver seg frem for å finne en formel.

1.8 Lars: Det blir hvertfall (...) 4 eller $n *$, eh, (- -) + (-) blir det 1 kanskje, -1. (...) Det blir liksom $n + 1$ i parentes. Det blir jo $n +$ (...) eh, nei, også $*$ du det med 3, som er der - den. [Skriver, peker på figurene og viser til Martin]. **KR-N-F M E VA-B V**

1.9 Lars: Her blir det (...) der er toeren (...) der er det eneren, der er toeren (...) men jeg vet ikke hvordan vi skal få det til inni en sånn, eh (- -) i en formel. **V E**

1.10 Martin: Jeg har ikke peiling.

1.11 Lars: Ok (- -) jeg tror at bare på disse her, den [peker på noe han har skrevet på arket] det er den delen der [peker på hodet] (-) + den delen der [peker på halen] (–) ja (–) 'så da er det den delen som'(?) (...) [peker på kroppen] Så den neste vil jo være $5 * 9 - 1$. **G V KR-P-M VA-K V-BG**



*Figur 5: Bildet viser at elevene har skrevet regnestykkene 2*3-1, 3*5-1 og 4*7-1 tilhørende de ulike figurene*

Beskrivelse

Elevene forsøker å finne et uttrykk for kroppen, hvor Lars fremdeles tar styringen. Måten det blir gjort på er å prøve forskjellige tall og formler til de ulike figurene. Den siste linjen, 1.11, viser at eleven har funnet ut regnestykket for hvor mange kvadrater det vil være i den neste figuren, altså figur 4. Eleven har derimot ikke funnet en generell formel for antallet kvadrater for kroppen, og det fant han heller ikke ut av på egen hånd senere i oppgavejobbingen, som jeg vil gå nærmere inn på i neste delkapittel (4.1.3).

Resultater og analyse

Utklippet viser et kreativt resonnement fordi de danner nye sekvenser av resonnement, de er fleksible, resonnementet er plausibelt og har korrekte matematiske konklusjoner. Nye sekvenser av resonnement [KR-N] er til stede fordi elevene ikke bruker en kjent løsningsmetode eller svar for å finne et uttrykk, men de prøver seg frem med kunnskapen de har og oppgavens komponenter. De er fleksible [KR-F] fordi de ikke er låst til en løsningsmetode som ikke fungerer. I tillegg forsøker de å tilpasse seg informasjonen som vises i linje 1.8 «Det blir jo n + (...) eh, nei, også $*$ du det med 3» der «nei» viser til at Lars finner noe feil i resonnementet og endrer det deretter, som er tegn på at de ikke er fiksert.

Samtidig er ikke argumentasjon og plausibiliteten og den matematiske forankringen helt tydelig umiddelbart. De verifiserer ikke at $5 * 9 - 1$ må stemme, men figur 5 viser at eleven har skrevet regnestykkene tilhørende de ulike figurene, $2 * 3 - 1$, $3 * 5 - 1$ og $4 * 7 - 1$ til figur 1, 2 og 3, noe som tilsynelatende er måten han har kommet fram til konklusjonen med. Det betyr at ved å sette inn tall for antallet kvadrater i de oppgitte figurene, har Lars funnet regnestykket $5 * 9 - 1$ for figur 4. I tillegg sier Lars «n+1 i parentes» i linje 1.8, som henviser til 2 for n=1, 3 for n=2, 4, og 5 i $2 * 3 - 1$, $3 * 5 - 1$, $4 * 7 - 1$ og $5 * 9 - 1$ i figur 1-4. Konklusjonen i dette verifiserende argumentet [VA-K] er $5 * 9 - 1$ og belegget [VA-B] er utregningene for de 3 foregående figurene. Konklusjonen er matematisk forankret siden den stemmer overens med figurene som er oppgitt i oppgaven. Argumentets konklusjon er at $5 * 9 - 1$ vil være verdien for figur 4 og belegget er mønsteret i antall kvadrater i de tre foregående figurene. Belegget er også her den matematiske forankringen.

For å finne et uttrykk leter Lars etter mønster [M] i økningen av antallet kvadrater og undersøker hvordan disse forandrer seg. Eleven prøver seg frem ved å sette inn tall, tilsynelatende i de ulike figurene, som vi kan se på linje 1.8 «Det blir hvertfall (...) 4 eller $n *$, eh, (- -) + (-) blir det 2 kanskje, - 1 (...) Det blir liksom $n + 1$ i parentes». Det er tydelig at Lars forsøker å lage en generell algebraisk formel ettersom at det refereres til n underveis. I tillegg bruker han tall ved hjelp av eksemplifisering [E] for de ulike figurene for å finne formelen, noe som er synlig fordi eleven sier tallene høyt og peker på figurene samtidig [V], som vi ser videre på samme linje 1.16 «også $*$ du det med 3, som er der - den» [skriver, peker på figurene og viser til Martin].

Eleven leter etter et mønster og sammenligner figurene og finner på denne måten ut at uttrykket må ha -1 for alle figurene, som er felles i mønsteret [M] og sammenligningen [S]. I tillegg nevner Lars n+1, som vil være riktig for høyden av kroppen. Eleven danner en generalisering ved hjelp av denne informasjonen og kommer da frem til generalisering [G] om at neste figur vil være $5 * 9 - 1$. Eleven finner et mønster i tallene og ser på denne måten hva neste figur vil være, men finner ikke frem til et eksplisitt uttrykk. Generaliseringen baseres sannsynligvis på undermengdene $2 * 3 - 1, 3 * 5 - 1, 4 * 7 - 1$ for de tre første figurene. Eleven sier ikke disse regnestykkene eksplisitt, men ut ifra de oppstykkede setningene kan det tydes på dette, basert på blant annet linjenummer 1.8 «4 eller $n *$, eh, (- -) + (-) blir det 2 kanskje» i tillegg til regnestykkene som er skrevet i figur 5. Valideringen er en begrunnelse [V-BG] fordi de ikke viser at det stemmer for alle, men bare sier hva den neste vil være uten noen eksplisitt verifikasjon.

4.1.3 «Der har vi den»

Elevene fortsatte fra forrige utklipp å arbeide med å finne et uttrykk for antall kvadrater på kroppen til figuren. De strevde med å finne en formel, og etter en lang pause der elevene ikke sier noe, bryter en av studentene inn for å gi hint om videre arbeid. Studenten gir et hint om å dele inn kroppen slik som de delte inn figuren i hode, kropp og hale.

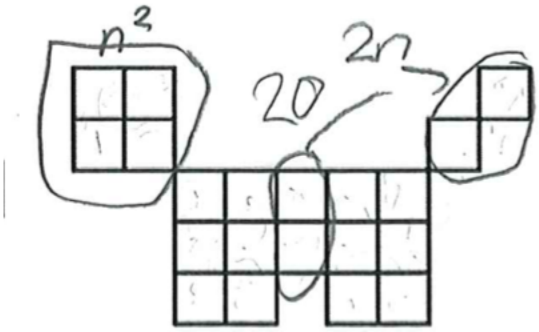
1.12 Student: Hva med å prøve å dele, for nå har jo dere delt den i 3 deler sant, og den ene delen er vanskelig. Har dere tenkt på at dere kanskje kan dele den i mindre biter igjen da. **IR-AR-PG**

1.13 [...]

1.14 Lars: Ja, det kan hende at det er lettere. For hvis vi deler den sånn at det blir 1, 2, 3 deler der. [Lars peker på fremsiden, midten og bakerste del av kroppen] For den her er jo sånn, akkurat det samme som denne her. [Ringer rundt midten av kroppen og peker på halen]. Det er akkurat samme, 1, 2, 3 og 1, 2, 3. Så det kan vi gjøre. (...) og den er ikke så vanskelig, for det er 1, 2 og 3 der.
KR M S E K V

1.15 Martin: Mm. [Bekreftelse]

1.16 Lars: Det blir da $n^2 + 2n$, ikke sant for her har du n^2 [ringer rundt hodet] (...) + $2n$ det er den og den delen. [ringer rundt halen og midten av kroppen] (- -) Også må vi finne formel for den delen. [peker på fremste del av kroppen]



Figur 2

Figur 6: Eleven har markert rundt midten av kroppen og halen på figur 2 og viser at disse tilsvarer formelen $2n$, og har markert at hodet tilsvarer formelen n^2

(...) $1 + n * n$ (- -) $1 + 1$, det blir $2 * 1$ (- -) jo, der, det er den delen [peker på fremste del av kroppen på figur 2] (- -) der, $1 + 2 * 2$, nei, det passer ikke til den. (- -) Jo, vent, $1 + 2 * 2$, greit, 'der har vi den'(?) (...) også, $1 + 3, 4 * 3$. **KR-F-P-M-N V E M G**

1.17 Martin: Ja.

1.18 Så blir det sånn, så blir det $+2n + n^2$. Ja. **F**

1.19 [på arket har elevene skrevet $2(1 + n * n) + 2n + n^2$, men det første leddet som er $2(1 + n * n)$, regner de som at det var skrevet slik $2(1 + n)n$]

$$2(1 + n \cdot n) + 2n + n^2$$

Figur 7: Formelen elevene har kommet frem til

Beskrivelse

Etter at studenten har gitt et hint til elevene trekker studenten seg tilbake som en passiv observatør. Hintet hjelper Lars raskt i gang, og det er derfor ikke behov for mer hjelp fra studenten. Lars velger å dele kroppen opp i tre deler, herav forbein, midten og bakbein.

Lars sier at antallet kvadrater i midten av kroppen er det samme som på halen, og viser dette til Martin, ved å påpeke visuelle likheter på figurene og ved å representere likhetene med tall. Videre forsøker Lars å finne et uttrykk for fremsiden av kroppen ved å teste en formel med tall. Eleven tester litt frem og tilbake med formelen, men kommer til slutt frem til noe han er fornøyd med, nemlig $2(1 + n * n)$. I tillegg representeres formelen til hodet, halen og midten av kroppen ved $2n + n^2$.

Resultater og analyse

Når det kommer til resonnementets struktur, kan resonnementet kategoriseres som personguidet algoritmisk resonnering [AR-PG] på grunn av hintet fra studenten. Begrunnelsen for dette er at personguidet resonnering blant annet kjennetegnes ved at strategivalgene som er problematiske for elevene er tatt av noen andre, herunder studenten, samt at det ikke legges til rette for prediktiv argumentasjon. Videre er resten av resonnementet kreativt, ettersom at det fyller kravene for nye resonnementer, fleksibilitet, plausibilitet og forankring i matematikk. Ny resonnering [KR-N] oppstår når elevene ser en ny mulighet etter at studenten gir hintet om å dele opp figuren. I tillegg er resonneringen ny når eleven leter etter en formel for fremsiden av kroppen, fordi denne krever en annerledes fremgangsmåte enn de andre delene. Fleksibiliteten [KR-F] er til stede fordi elevene forsøker med nye tilnærminger når de står fast, og prøver på nytt, som i linje 1.16 «1 + 2 $*$ 2, nei, det passer ikke til den (- -) Jo, vent, 1 + 2 $*$ 2, greit, ‘der har vi den’(?)». Plausibiliteten [KR-P] dekkes av at elevene argumenterer verifiserende [VA] for formelen ved å sette inn tall og bekrefte at det viser samme antall kvadrater som figuren har. I dette verifiserende argumentet er $2(1 + n * n)$ konklusjonen [VA-K] og «$1 + \mathrm{n} * \mathrm{n}$ (- -) $1 + 1$», «1 + 2 $*$ 2» og «$1 + 3, 4 * 3$» i linjenummer 1.16 er belegget [VA-B]. Belegget er også den matematiske forankringen fordi elevene viser at det er matematisk korrekt ved å sette tall inn i formelen. Det er viktig å påpeke at formelen $2(1 + n * n)$ er matematisk feil, men utregningen de gjennomfører gjør at de får riktig svar. For at formelen skulle vært korrekt skulle de skrevet $2(1 + n)n$ eller $2n(1 + n)$, men jeg velger å anse den som korrekt ettersom at de regner det på riktig måte.

Resonnementene består av å identifisere mønster, sammenligne, generalisere, klassifisere, eksemplifisere og danne formodninger. Identifisering av mønster [M] og sammenligning [S] er tydelig når Lars i linje 1.14 sier «For den her er jo sånn, akkurat det samme som denne her [ringer rundt midten av kroppen og peker på halen]. Det er akkurat samme, 1, 2, 3 og 1, 2, 3.»

Eleven ser at mønsteret for økningen i antall kvadrater i midterste del av kroppen og halen er likt og danner derfor en klassifisering [K] for antall kvadrater i de to figurdelene. I tillegg sammenlignes [S] de to figurene, ved hjelp av eksemplifisering [S] med tall, i tillegg til at eleven ringer rundt og peker [V] på de to delene for å vise hvilke deler han mener og på denne måten brukes også visuell representasjon. I linje 1.16 er «$1 + \mathrm{n} * \mathrm{n}$ (- -) $1 + 1$» eksemplifisering ved n=1 som i figur 1, «$1 + 2 * 2$» med n=2 for figur 2 og «$1 + 3, 4 * 3$» for figur 3. Generalisering [G] finner sted når eleven lager formelen $2(1 + n * n)$ for kroppen ved hjelp av undersettene «$1 + 1$», «$1 + 2 * 2$» og «$1 + 3, 4 * 3$» fra linje 1.16. Formodningen at $2(1 + n * n)$ i linje 1.19 er formelen for kroppen og dannes av denne generaliseringen, fordi den viser en regelmessighet som er av sannsynlig epistemisk verdi.

Valideringen i lys av Jeannotte & Kierans teori er i form av en begrunnelse [V-BG] fordi ved hjelp av å sette inn tall, som her blir belegg for konklusjonen $2(1 + n * n)$, endres den epistemiske verdien til sannsynlig. Den er ikke sann, ettersom formelen blir skrevet feil.

4.1.4 «Også hvordan skriver vi det her da?»

Etter at elevene fant en formel for antall kvadrater i figur n, vil elevene begynne på oppgave c, som handler om å lage et program som handler om å skrive ut antall kvadrater i figur n. De har kommet frem til uttrykket $2(1 + n * n) + 2n + n^2$.

1.20 Lars: Ehm (- -) også hvordan skriver vi det her da? [Han refererer til programmeringen]. Da har vi formelen der da. [Peker på arket]
Ja. Vi kan prøve, hm. (- -) Hvis vi skriver sånn, ehm (-) at du spør om hva slags figurnummer du vil ha. (...) Sånn print hvilket ehm (- -) print hvilket figurnummer vil du ha svar på eller noe sånt. Også (- -) eh, bruker vi igjen det svaret på å putte inn sånn n = svar (-) også putter vi den formelen der inn. **KR** **PA**

1.21 Martin: Mhm.

1.22 [...]

1.23 Lars: Hvilket figurnummer vil du finne klossene til? [Skriver i programmet] Også, men hvordan får vi det til å svare? Kan vi bruke matteboken?

1.24 Ane: Det skal du få lov til.

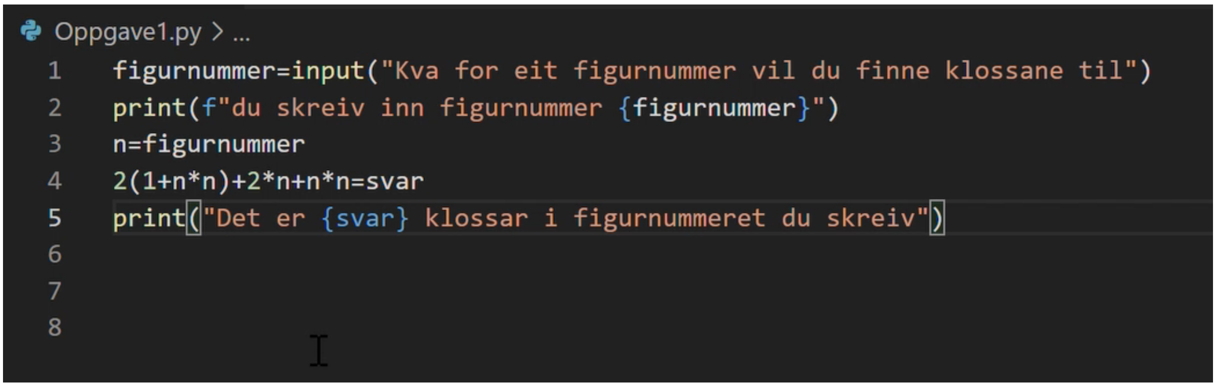
1.25 Lars: Hente inn opplysninger fra brukeren. [Ser i matteboken] Navn =, vi kan skrive sånn. Figurnummer (- -) = input også den (–) greia der. Også print (- -) også kan vi bruke den der, er det sånn, ja, (- -) også kan vi bruke det figurnummeret som vi får og til likninga, så da n = figurnummer (- -) eh, også kan vi skrive (...) formelen vår. 2 (–) hm, + (- -) + hva +, ja, + n (- -) alt må eh ∗ med n.

1.26 [...]

1.27 Lars: $+ 2 * n + n * n =$ svar. Print eh (- -) det er (–) svar, vi må ha samme [endrer Svar til liten s, altså svar] eh klosser (–) i (–) eh, figurnummeret du skrev. Ehm, (...) da må vi bruke f da (...) **KR-F**

1.28 Martin: Har ikke peiling.

1.29 Lars: Vi prøver. Åja, fantastisk [Ironisk], eh. [ser i matteboken] **IR**



Figur 8 Programmet elevene kjører

Beskrivelse

Lars begynner med å fortelle hvordan han har tenkt til å skrive koden i Python. Han forklarer både hva han vil skrive og hvordan de ulike delene hører sammen når koden skal kjøres, som i linje 1.20 «print hvilket figurnummer vil du ha svar på eller noe sånt. Også (- -) eh, bruker vi igjen det svaret på å putte inn sånn n= svar (-) også putter vi den formelen der inn». Videre skrives dette inn, men de møter på et problem når de ikke vet hvordan de skal få programmet til å svare, eller komme med input, som vi ser i linje 1.23. Da spør eleven om de kan bruke matteboken. Eleven finner ut hvordan de kan ta imot input ved hjelp av matteboken, og implementerer deretter dette i koden som «figurnummer = input(«Kva for eit figurnummer vil du finne klossane til»)» som vi ser i linje 1 i skjermbildet av koden deres i figur 8. Videre skriver elevene «n=figurnummer» i linje 3 i programmet og deretter formelen for antall kvadrater i figuren som «$2(1 + n * n) + 2 * n + n * n$=svar» i linje 4 i koden, for deretter å ville printe ut antallet klosser i figurnummeret som ble lagt inn med input. Til slutt prøver de å kjøre programmet, men det printes ut en feilmelding.

Resultater og analyse

Resonnementet begynner med at elevene skal skrive et program som printer ut antallet kvadrater i figur n. Lars tar et strategivalg om hvordan programmet kan skrives, samtidig som det forklares hvordan det vil fungere og hvordan de ulike elementene i koden samhandler. Dette ser vi for eksempel i linje 1.20 «Hvis vi skriver sånn, ehm (-) at du spør om hva slags figurnummer du vil ha. (...) Sånn print hvilket ehm (- -) print hvilket figurnummer vil du ha svar på eller noe sånt. Også (- -) eh, bruker vi igjen det svaret på å putte inn sånn n = svar (-) også putter vi den formelen der inn». Denne dialogen forteller hvordan de ulike elementene henger sammen når eleven sier «Også (- -) eh, bruker vi igjen det svaret på å putte inn sånn n = svar» som betyr at vi bruker inputen til å sette inn i svaret, og formelen. Dette er et strategivalg med prediktiv argumentasjon [PA], fordi eleven forklarer hvordan strategien vil gi løsning på oppgaven og tenker gjennom hvordan de ulike komponentene i koden sammen vil gi utfallet han ønsker. Prediktiv argumentasjon er en av karakteristikkene for at kreativ resonnement [KR-P] skal finne sted. En annen faktor som er tilstede for kreativt resonnement er at elevene er fleksible [KR-F] ved at de endrer koden når noe ikke stemmer og forsøker å hente inn ny informasjon fra boken når de møter på utfordringer, som i linje 1.23 «Også, men hvordan får vi det til å svare? Kan vi bruke matteboken?» i tillegg til at de endrer koden når de ser noe som ikke stemmer som i linje 1.27 «svar, vi må ha samme [endrer Svar til liten s]». Sistnevnte hører til under fleksibilitet fordi de er fleksible dersom de ikke er fiksert i en måte å gjøre noe på uten å klare å endre det.

4.1.5 «Ok, men da funker den så langt da»

Dette utsnittet følger rett etter forrige. Fra forrige dialogutsnitt så vi at elevene ikke klarte å få programmet sitt til å kjøre og printe ut uten feilmelding. Det betyr at det var noe feil i koden, men det virket ikke som at de forstod hva de gjorde feil, og prøvde å lete etter løsninger i matteboken. I det følgende utsnittet forsøker gruppen å teste deler av koden, for å se om noe av det fungerer som det skal.

1.30 Lars: Vi kan jo sjekke om programmet funker til dit hvertfall. **KR**

1.31 [...]

1.31 Martin: Mhm.

1.32 Lars: Da kan vi skrive inn (–) 4 for eksempel. Du skrev inn figurnummer 4. [«Du skrev inn figurnummer 4» var det programmet skrev ut, som Lars leste høyt] Ok, men da funker den så langt da. **KR-M-P** **VA-K-B** **E**

1.33 Martin: Ja.

```
Oppgave1.py > ...
1    figurnummer=input("Kva for eit figurnummer vil du finne klossane til?")
2    print(f"du skreiv inn figurnummer {figurnummer}")
3    '''
4    n=figurnummer
5    2(1+n*n)+2*n+n*n=svar
6    print(f"Det er {svar} klossar i figurnummeret du skreiv")
7
8
9
```

Figur 9: Koden elevene kjører. Programmet kjører linje 1 og 2, og de resterende linjene kjøres ikke

Beskrivelse

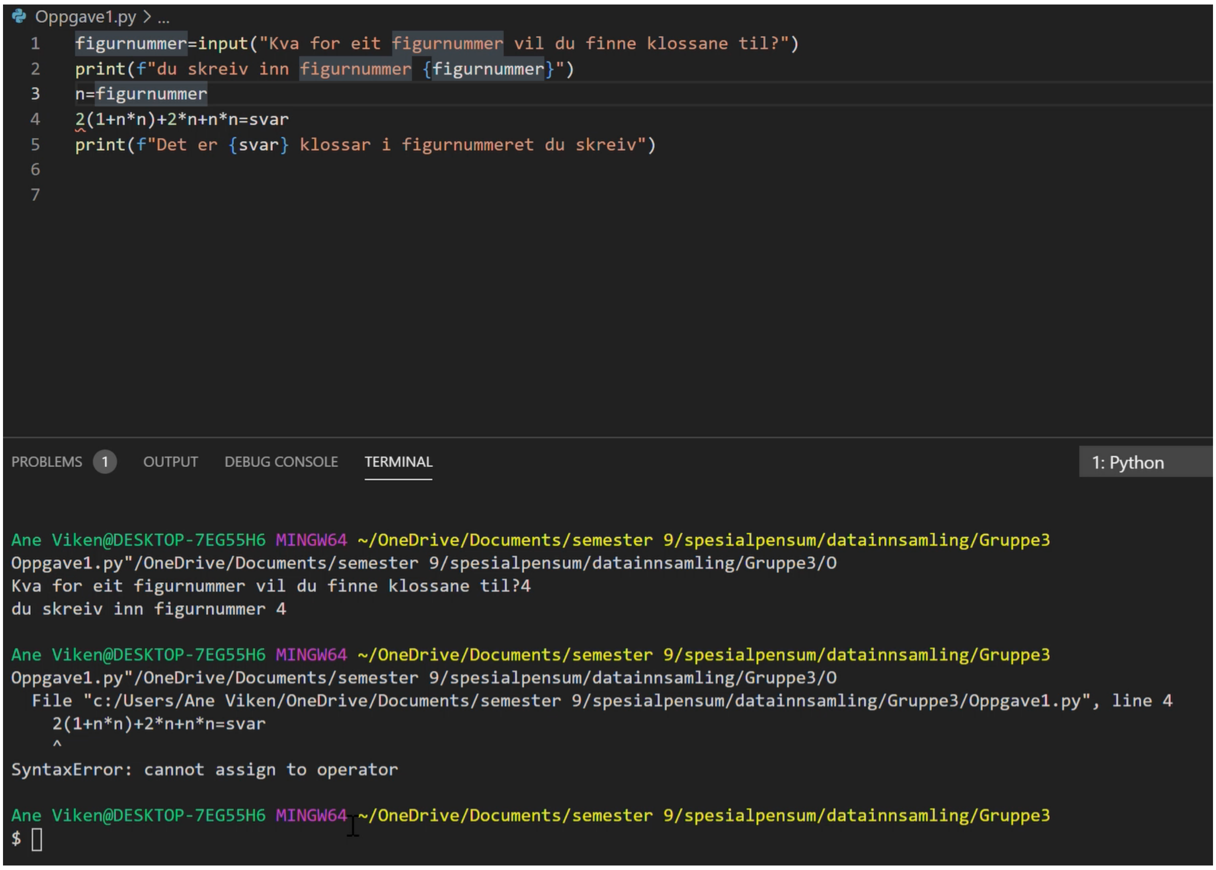
Lars ønsker å teste en liten del av koden, som tilsvarer linje 1 og 2 i skjermbildet av programmet ovenfor, vist i figur 9. De tester for figurnummer 4 og får bekreftet at koden skriver ut setningen «du skreiv inn figurnummer» samt at nummeret stemte overens med inputen de valgte.

Resultater og analyse

Elevene møter på et delproblem, som består av at koden de har skrevet ikke fungerer. De velger en strategi som innebærer å teste en del av koden for å verifisere [KR-P] om den fungerer. Når de får printet ut riktig setning og nummer, verifiserer de at koden fungerer, som vi ser i linje 1.32 «Ok, men da funker den så langt da». Dette er verifiserende argumentasjon [VA] på en del av koden. Konklusjonen [VA-K] for argumentet er at koden fungerer og belegget [VA-B] er at riktig setning og tall printes når koden kjører. Verifikasjonen gjennomføres ved hjelp av eksempelet [E] tallet 4. Denne verifiserende argumentasjonen innebærer at elevene er ute etter å verifisere løsningen, og dermed ikke er fiksert i en spesiell løsningsmetode eller algoritme. De forkaster ikke løsningsmetoden helt når de ikke får ønsket resultat, men tester deler av den. Dette er tegn på fleksibilitet [KR-F], som tyder på kreativt resonnement. Verifikasjonen forankres også matematisk [KR-M] ettersom at koden er korrekt.

4.1.6 «Tror ikke det er så sjukt langt i fra liksom»

Denne delen følger tett på forrige avsnitt. Elevene jobber med å få programmet til å fungere og i dette dialogutsnittet ser vi at de forsøker å endre på mange av komponentene for å se om det vil gi dem et annet utfall. Utsnittet begynner rett etter at de har kjørt programmet og får ut en feilmelding i terminalen, som vist i figur 10 nedenfor.



Figur 10: Koden elevene kjørte og feilmeldingen. Feilmeldingen viser at det er noe galt med $2(1 + n * n) + 2 * n + n * n = svar$

1.34 Lars: Og (- -) eh (- -) du må bruke figurnummer $= n$ også (...) $n =$ figurnummer. Nå skal det komme (...) det er svar, det er svaret på greia. [peker på terminalen og det de har skrevet, altså $2(1 + n * n) + 2 * n + n * n =$ svar] Men (...) regner det ut 'før vi gir et svar da'(?). Ehm. (- -) [Lars blar i matteboka] Tror ikke det er så sjukt langt i fra liksom (...) (- -) må vi bruke 'variabel'(?) (- -) det kan hende at vi må bruke (...) hm (- -) (...) i formelen, hvorfor ikke? (...) **IR-B**

1.35 [De endrer programmet ved å legge til variabel$= n$ og $n =$ {figurnummer}, altså med krølleparenteser. Koden kjøres men får feilmelding.

Deretter fjerner de variabel=n, men fikk samme feilmelding når den ble kjørt, og fjernet deretter disse endringene rett etterpå]

```
Oppgave1.py > ...
1  figurnummer=input("Kva for eit figurnummer vil du finne klossane til?")
2  print(f"du skreiv inn figurnummer {figurnummer}")
3  n={figurnummer}
4  2(1+n*n)+2*n+n*n=svar
5  print(f"Det er {svar} klossar i figurnummeret du skreiv")
6
7
```

Figur 11: Elevenes kode, med n={figurnummer}.

1.36 Martin: Jeg har ikke peiling.

1.37 Lars: (...) $*$ da [Han legger til $*$ mellom to og parentesen, slik at første ledd i formelen blir $2*(1+n*n)$ og fjerner { i n={figurnummer}] **IR-B**

Hvorfor stopper ikke den der? [Viser til linje 2 i skjermbildet av programmet, som er presentert i figur 12 nedenfor] Hvorfor får jeg ikke skrive inn?

[Lars blar i matteboka, ser på boka og koden om hverandre] **IR-AR-TG**

```
Oppgave1.py > ...
1  figurnummer=input("Kva for eit figurnummer vil du finne klossane til?")
2  print(f"du skreiv inn figurnummer {figurnummer}")
3  n=figurnummer
4  2*(1+n*n)+2*n+n*n=svar
5  print(f"Det er {svar} klossar i figurnummeret du skreiv")
6
7
```

Figur 12: Siste koden elevene forsøker å kjøre.

Beskrivelse

Elevene begynner med å se på meldingen som ble printet ut i terminalen, og ser etter hva som er feil i koden i henhold til denne meldingen. Lars ser i linje 1.34 at det er $2(1+n*n)+2*n+n*n$ =svar, som er problemet og spør om den kanskje regner ut svaret før den formelen er gitt. Videre nevner han at de ikke er så langt unna, og blar i matteboka for å finne forslag til nye tegn og koder de kan prøve ut, slik som variabel eller krølleparentes ($\{\}$). De oppdager at de får samme feilmelding, og forsøker deretter å endre formelen, ved å legge inn et gangetegn mellom 2 og parentesen som vi ser i linje 4 i figur 12. Koden printer fremdeles samme feilmelding når den kjøres.

Resultater og analyse

I dette dialogutsnittet består resonneringen av å teste ut ulike tegn og koder i programmeringen. Eleven bruker koder i boken og overflaterelasjoner til algoritmer for å endre koden sin. Når endringene likevel ikke gjør at koden fungerer, forkastes endringene uten begrunnelse. Dette ser vi i linje 1.34, 1.35 og 1.37 ved at de tester vilkårlige tegn som «'variabel'» i linje 1.34, krølleparentes og at det på videoopptaket ble observert at han leste kontinuerlig i matteboken. Dette er tegn på avgrenset [IR-B] og tekstguidet algoritmisk resonnering [IR-AR-TG], på bakgrunn av at denne formen for resonnering baserer seg på at elevene tester algoritmer uten prediktiv argumentasjon og de forkastes dersom de ikke gir ønsket svar uten å begrunne hvorfor.

4.2 Gruppe 2

I denne delen presenteres resonnementet og argumentasjonen til gruppe 2. Denne gruppen består av tre elever, men kun to av dem er aktive i arbeidet.

4.2.1 «Så kan vi bare legge til de andre figurene våre»

Arbeidet settes i gang ved at elevene forsøker å finne et uttrykk for antall kvadrater i figur n. Denne gruppen velger i likhet med gruppe 3 å dele figuren etter hodet, kroppen og halen.

2.1 Andreas: Men kan vi lage et uttrykk for dette? Bare denne boksen der først, for den vil gå ut og bli større, større og større. Også samme gjør vi med denne delen her og denne delen der. Også tar vi og deler det i fire biter.

2.2 Ole: Ja, det er smart. Ok, så vi kan ta 1, 4, 9, (...) [Ole skriver og teller samtidig] **M S E**

2.3 [...]

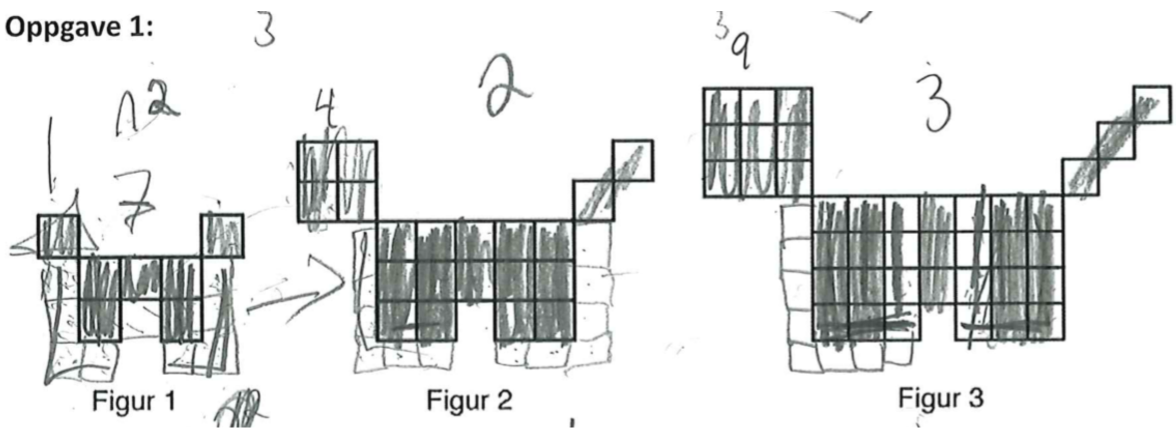
2.4 Ole: Altså denne her den øker jo med, ehh, i andre, så $1 * 1$, $2 * 2$, $3 * 3$. **G F E V KR-P-M VA-K-B**

2.5 Andreas: Ja.

2.6 Ole: Også blir det $4 * 4$. **G F E**

2.7 Andreas: Så derfor øker, bredda øker med 1 for hver gang og lengda øker med 1 for hver gang. Bredda = 1 +, lengda = +1. Ikke sant? **VA-H V**

[Andreas og Ole viser og skriver på arket til hverandre samtidig som de snakker]



Figur 13: Bildet viser at tallene *1, 4 og 9 er skrevet over hodet til figur 1, 2 og 3*

2.8 Ole: Mhm.

2.9 Andreas: Også blir det lengda ∗ bredda = figur nummer denne.

2.10 Ole: Ja.

2.11 Andreas: 1 ∗ 1 også blir det 2 ∗ 2 så blir det 3 ∗ 3. Med en gang vi får til denne der så kan vi bare legge til de andre figurene våre og da blir det jo egentlig ganske lett. **E PA**

Beskrivelse

Elevene velger å dele figuren i flere deler, finne uttrykk for hver av de enkelte delene og legge de sammen for å finne et samlet utrykk. Dette ser vi i linje 2.1 «Bare denne boksen der først [...] Også samme gjør vi med denne delen her og denne delen der». Videre begynner Ole å telle antallet kvadrater i figuren, antakeligvis hodet, ettersom at han kommer frem til «1 ∗ 1, 2 ∗ 2, 3 ∗ 3», vist i linje 2.4. I linje 2.2 sier eleven «1, 4, 9» som også stemmer overens med antallet kvadrater i hodet. Eleven sier i linje 2.4 at hodet øker med «i andre» og kommer deretter inn på at «4 ∗ 4» er antall kvadrater for neste figur. Andreas bekrefter denne tankegangen ved å si at «bredda øker med en for hver gang og lengda øker med en for hver gang» i linje 2.7, noe som betyr at for hver økning i figurnummer n, øker lengden og bredden med én.

Analyse

Resonnementet begynner med at elevene tar et strategivalg som handler om å dele figuren i flere deler, hvor ulike kjennetegn ved Lithners resonnement identifiseres. Den prediktive argumentasjonen for hvordan strategien skal fungere oppstår i linje 2.8 når Andreas sier «så kan vi bare legge til de andre figurene våre», noe som betyr at de ønsker å addere uttrykket for de ulike delene for å oppnå en formel for hele figuren. Resonneringen er plausibel ved at de argumenterer for hvorfor formelen for hodet fungerer og dette er derfor en verifiserende argumentasjon for delproblemet om hodet. Den verifiserende argumentasjonen foregår ved å sette inn tall for de ulike n-verdiene og sammenligne med antallet kvadrater i figuren, som de ser på oppgavearket. I linje 2.4 sier Ole «$1 * 1, 2 * 2, 3 * 3$» som er belegg for konklusjonen i samme linje «Altså denne her øker jo med, eh, i andre». Det betyr at konklusjonen i argumentet er at den øker med noe opphøyd i 2. Videre er «Så derfor øker, bredda øker med 1 for hver gang og lengda øker med 1 for hver gang» i linje 2.7 hjemmel for konklusjonen. Denne konklusjonen er også matematisk forankret og korrekt, noe som er synlig fordi elevene viser at formelen fungerer for alle n i figurene de har fått oppgitt.

Gruppen finner antall kvadrater i hodet i figurene ved å lete etter mønster, eksemplifisere og generalisere. Identifisering av mønster foregår der Ole teller kvadrater i linje 2.2 «1, 4, 9». Etterpå ser vi at eleven har generalisert fra relasjonene mellom undermengdene «$1 * 1, 2 * 2, 3 * 3$» i linje 2.4 at neste figur, som er figur 4, er «$4 * 4$» i linje 2.6. Dette betyr at antall kvadrater er representert av uttrykket som noe opphøyd i andre, som vi ser i linje 2.4 «den øker jo med, ehh, i andre». Eksemplifisering er også en del av dette resonnementet ved at elevene setter inn tall for figur 1-4 og på denne måten underbygger mønsteret og generaliseringen de finner.

Valideringen kan kategoriseres som et bevis, fordi de søker etter belegg og/eller hjemmel for å endre den epistemiske verdien fra sannsynlig til sann. Dette gjør de ved å vise at konklusjonen som er «i andre» stemmer for figurene de har fått oppgitt, ved hjelp av belegget som er presentert med tall i linje 2.4 «så $1 * 1, 2 * 2, 3 * 3$» og ved å underbygge hverandres tanker med hjemmel i linje 2.7 «bredda øker med en for hver gang og lengda øker med en for hver gang».

4.2.2 «Men den der går og tror jeg, fordi»

Dette utklippet innebærer at Ole har funnet en formel for antall kvadrater for hele figuren n. Denne formelen er gitt ved $4(n + 1) + n + n^2$. Andreas er enig i uttrykket for hodet og halen, men mener at uttrykket for kroppen ikke stemmer. Utklippet begynner rett etter at Ole har presentert formelen sin for Andreas, og Andreas begynner å fortelle hvorfor han ikke er enig i at den er riktig. Elevene skriver på arket og teller figurene på arket for å vise hverandre gjennom hele dialogen som er presentert nedenfor.

2.12 Andreas: Ja men hvis n er 1 da, så er det 4, nei det er $1 *$, $1 + 1$, som er 2, $* 4$, som er $8 + 1$ som er $9 +$. **E VA-B**

2.13 Ole: Vent litt.

2.14 Andreas: n^2 som er 10, og her 1 2 3 4 5 6 7. **E VA-B**

2.15 Ole: Kan vi bare bruke denne som står inni her $n + 1$.

2.16 Andreas: Nei det gikk ikke det heller.

2.17 Ole: Ikke?

2.18 Andreas: For det gir $2 * 1$ så det går heller ikke. Så det er feil greie. **E VA-K**

2.19 Ole: Ja. Men det er bare for denne her. Vi kan teste for resten da, men eh.

2.20 Andreas: Jeg er enig med n^2.

2.21 Ole: Nei, men den der går og tror jeg, fordi 4 (- -) eh (- -), eller blir det bare $4n$, eller blir det $+n$? 1 2 3, eh, 4. Her øker den med, eh (- -) 4. Jeg trodde jeg gikk gjennom og sjekket om det gikk, $n + 1$. Skal vi se. 1 2. **E VA-K-B**

2.22 Andreas: Det er 1 også 1. **E**

2.23 Ole: 4 5 6 7 8, jo jo, 1 2 3 4 5 6 7 8. Det øker den med. Det er 8 her, 1 2 3 4 5 6 7 8. Også er det 2, da er det $1 + 2$. **E**

2.24 Andreas: Men den øker jo med mer for først er den, 1 2 3 4 5 6 7 8, også så er det 1 2 3 4 5 6. **E VA-K-B**

2.25 Ole: Ja og da er det $1 + 2$, det er jo 3, også $3 * 4$ som er 12, 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12. Skjønner? **VA-B AR**

2.26 [...] [Andreas er enig i formel for hodet og halen, men ikke kroppen, som han forklarer i neste linje]

2.27 Andreas: Fordi denne stemmer, fordi når vi setter n som 2, figur 2, så blir det $2 * 2$ og når vi setter det til 3 blir det $3 * 3$. Så n^2 det stemmer. Også $+ n$, figur 1 så er det 1, figur 2 er det 2, figur 3 er det 3. Så det og stemmer. Vi må bare ha en formel for denne kroppen hvis du kaller det det. **KR-P-M E S V VA-K-B**

Beskrivelse

Etter at Andreas har sett forslaget til en formel laget av Ole, forteller han hvorfor han ikke er enig i den. Dette begrunner han med først å eksemplifisere med n=1 og får et annet tall enn dersom han teller kvadratene i figur 1. Deretter kommer Ole med et forslag om en endring, men heller ikke denne endringen er Andreas enig i. Han forklarer dette ved å sette tall inn i uttrykket og sammenligne med antall kvadrater i de visuelle figurene. Begge forsøker å overtale hverandre ved å sette inn tall og vise at formelen er riktig eller feil. Til slutt forteller Andreas at han er enig i uttrykket Ole har funnet, med unntak av kroppen.

Resultater og analyse

Gjennomgående for denne dialogsekvensen er at elevene tester konklusjoner ved å sette inn tall og sammenligner [S] med figurene om det stemmer. Konklusjonene bekreftes og avkreftes på denne måten. Ved å prøve å overbevise hverandre om at formelen de har funnet er riktig eller feil oppstår det verifiserende argumentasjon [VA]. Konklusjonen [VA-K] i argumentasjons-modellen er at formelen er feil for kroppen og rett for hodet og halen, og belegget er å sette inn tall i formelen ved eksemplifisering og sammenligne med antallet kvadrater i de visuelle figurene. Avkreftelsen for formelen for kroppen ser vi i linje 2.12, 2.14 og 2.18 «ja men hvis n er 1 da, så er det 4, nei det er $1 *, 1 + 1$, som er $2, * 4$, som er $8 + 1$ som er $9 +$», «n^2 som er 10, og her $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7$» og «For det gir $2 * 1$ så det går heller ikke. Så det er feil greie». Det blir vist at antall kvadrater formelen resulterte i ikke tilsvarer antallet i figuren. Dette ble gjort ved hjelp av eksemplifiseringen [E] n=1, og dermed konkluderes [VA-K] det i at uttrykket feil. Når det gjelder hodet og halen bekreftes formelen ved å sette inn tall og sammenligne [S] disse med de visuelle [Vis] figurene på oppgavearket. Denne bekreftelsen gjøres ved å vise sammenhengen mellom eksemplifisering [E] med n=1, n=2 og n=3 som tilsvarer de 3 figurene på arket. Dette ser vi i linje 2.27 «Fordi denne stemmer, fordi når vi setter n som 2, figur 2, så blir det $2 * 2$ og når vi setter det til 3 blir det $3 * 3$. Så n^2 det stemmer. Også $+ n$, figur 1 så er det 1, figur 2 er det 2, figur 3 er det 3. Så det og stemmer». På bakgrunn av at argumentasjonen er verifiserende [VA] så er resonnementet plausibelt [KR-P]. I tillegg er den matematisk forankret [KR-M] fordi elevene tester konklusjonene ved å sette inn tall og bekrefte med antallet kvadrater i figurene som er oppgitt i oppgaven.

4.2.3 «Dette skal jo egentlig gå an da»

Elevene har skrevet en kode som vist i figur 14 nedenfor. De velger å testkjøre den og leser av feilmeldingen de får i terminalen.

```
1
2   b=1
3   l=1
4   L*b=total
5   hale=1
6   kropp= B*H
7   kropp+hale+total=m
8   print(f'{L}')
```

Figur 14: Koden elevene kjører.

2.28 Andreas: Dette skal jo egentlig gå an da. Skal vi kjøre? (...) [tester programmet]

2.29 Ole: (…) Det skjønte jeg ingenting av [Han leser feilmelding].

2.30 Andreas: Den er feil fordi det er (…). [endrer i programmet] Sånn, en gangetegn. Cannot assign to property. Åja, men jeg har jo ikke definert den her oppe.
[prøver å kjøre på nytt]

2.31 Ole: Hm.

2.32 Andreas: Dette problemet fikk jeg sist gang også. **IR-AR-G**

2.33 Ole: Får vi ikke opp noen feilmelding?

2.34 Andreas: Jo, men cant assign to property, så det er l. **IR-AR-G**

2.35 Ole: Åja.

2.36 [Andreas endrer l=1 i linje 3 i programmet vist i figur 14 til å bli L=1. Terminalen printer deretter ut samme feilmelding som før].

Beskrivelse

I dette dialogutsnittet velger elevene å kjøre koden som er skrevet i programmet. Først leser Ole feilmeldingen og sier han ikke forstår den. Andreas mener han forstår problemet og endrer noe av koden og forteller at feilmeldingen «Cannot assign to property» har sammenheng med mangel på en definisjon i koden. I linje 2.34 tydeliggjør Andreas dette ved å si at det er definisjonen av l som mangler, noe han bekrefter ved at han har opplevd samme feil før. Som beskrevet i linje 2.36 skriver koden ut samme feilmelding etter at Andreas har endret definisjonen av l.

Resultater og analyse

Resonnement går ut på å teste koden de har skrevet og se etter endringer de kan gjøre basert på feilmeldingen som kommer opp. Andreas kjenner igjen feilen fra tidligere, som vi ser i linje 2.32 «Dette problemet fikk jeg sist gang også» og sier i linje 2.34 at det handler om at de ikke har definert l, «så det er l». Vurderingen av feilmeldingen er imiterende som gjenkjent algoritmisk resonnering [IR-AR-G] fordi Andreas endrer koden basert på tidligere erfaringer, men oppnår likevel ikke et resultat som fungerer. Dette er imiterende fordi eleven er fiksert i løsningsmetoden og feilen som har oppstått, og finner dermed ikke en annen løsning når endringen ikke fungerer.

4.2.4 «Kan jeg hente fram pcen og se på noe jeg har gjort før?»

Elevene har kommet frem til en formel som de har skrevet inn i Python. Nå ønsker de å få til at koden kjører gjennom alle figurene ved hjelp av while-løkke frem til en ønsket n-verdi. De snakker om hvordan de får n til å øke og videre hvordan de kan implementere en while-løkke.

2.48 Ole: Vi må få dette til å bli en sånn while-løkke. Som kan komme opp med flere. **KR-PA**

2.49 [...]

2.50 Andreas: Også må vi ha at while, (- -) den skal fortsette helt til den når figur (- -) når $n = 2$. Nei, eh, $n =$. Når $n = (\ldots)$. **KR-F E**

2.51 Ole: Hva da?

2.52 Andreas: Når den $=$, liksom, når $n =$ det antallet. Om det er figur 1 eller figur 2 sant, så skal den stoppe. **KR-F E**

```
n=int(input("definer n:"))
b=3

h=2

total=h*b-1+n+n**2
print(f"figuren har {total}")
while n=
b+=2
h+=1
```

Figur 15: Koden elevene har skrevet. I linje 6 står while n=, som tilsvarer n-verdien elevene ønsker å definere.

Beskrivelse

Dialogutsnittet går ut på at Ole forsøker å skrive en kode der n øker med én for hver runde, frem til den ønskede n-verdien. Dette betyr at de ønsker å lage en kode som summerer kvadratene i alle figurene fra figur 1 til figur n, der n er input. Denne informasjonen er sikker fordi vi i etterkant av arbeidet fikk bekreftet av elevene at dette var deres tolkning av oppgaven.

Resultater og analyse

Dialogutsnittet viser at elevene bruker += og while-løkke uten å få det til å fungere. De viser forståelse om at while-løkke vil gjøre at de kan fortsette å regne gjennom antall kvadrater frem til ønsket figurnummer, noe vi ser i linje 2.48 «Vi må få dette til å bli en sånn while-løkke. Som kan komme opp med flere» og linje 2.50 «Også må vi ha at while, (- -) den skal fortsette helt til den når figur (- -) når $n = 2$. Nei, eh, $n =$. Når $n = (\dots)$». Her bekrefter elevene at de vil bruke while-løkke for å regne over flere figurer enn kun én og at den skal fortsette til en gitt n-verdi. Dette viser at de bruker while-løkke med prediktiv argumentasjon [PA] noe som gir et tegn til kreativt resonnement [KR]. De forsøker å finne en måte å finne den ønskede n-verdien for at while-løkken skal stoppe ved eksemplifisering [E], som er synlig i linje 2.50 «når $n = 2$. Nei, eh, $n =$. Når $n =$» og 2.52 «Når den $=$, liksom, når $n =$ det antallet. Om det er figur 1 eller figur 2 sant, så skal den stoppe». Samtidig forstår de ikke hvordan løkken skal implementeres i sammenheng med += , noe som er tegn på imiterende resonnement [IR]. Dette kan derfor kategoriseres som imiterende resonnering, i undergruppe tekstguidet algoritmisk resonnering. Det er algoritmisk resonnering fordi det er en kjent algoritme som skal implementeres, nemlig while og +=. Videre viser dialogutsnittet nedenfor at elevene ønsker å bruke boken eller pc for å se på tidligere arbeid. Elevene får bruke matteboken, men ikke pc.

2.53 Andreas: Unnskyld, kan jeg hente fram pcen og se på noe jeg har gjort før? Er det lov, eller hente boken? **IR-AR-TG**

2.54 Ane: Du kan hente boken om du vil.

Ønsket om å få se på tidligere arbeid og i boken kan bety at elevene husker en oppgave med lik eller liknende løsningsmetode som de vil bruke som hjelp eller fremgangsmåte. Dette tyder på at gjennomføringen av oppgaven er imiterende resonnering i form av tekstguidet algoritmisk resonnering [IR-AR-TG], siden den baserer seg på å gjengi en løsningsmetode fra en annen oppgave.

4.2.5 «Vi har fått til første»

Mot slutten av arbeidet har gruppen skrevet en kode med en formel som skal regne ut antall kvadrater i figur n, der n er et input, som vist i figur 16 nedenfor. Elevene kjører denne koden, og første setning i dialogutsnittet under er av Andreas som leser hva som ble skrevet ut i terminalen etter kjøring.

```
n=int(input("definer n:"))
b=3

h=2

total=h*b-1+n+n**2
print(f"figuren har {total}")
c=h+1
a=b+2
```

Figur 16: Koden elevene kjører.

2.55 Andreas: Figuren har syv. Du vi har fått til første. Også må vi ha den der while koden, eh, while, eh, (- -) while, hvis (-) et eller annet er større enn n skal den gå ut igjen. (- -) Det må jo være noe sånt. **E KR-N VA-K-B**

2.56 [...]

[Elevene arbeider en stund]

2.57 Andreas: Her, nå begynner vi å nærme oss. Ok, hvis jeg skriver inn 1 ikke sant? **E**

2.58 Ole: Mhm.

2.59 Andreas: Hva skjer da? Da får vi 7. Hvis jeg skriver inn 2, eh, vi må jo begynne på nytt igjen selvfølgelig. Vi kan jo ikke. Hvis vi skriver inn 2. Slett. Skriver inn 2. Definer *n*. Også skriver vi inn 2. Figuren har 11. (–) det stemmer jo ikke, for denne figuren, hvor mange har denne figuren? 4, 10, 16, 17, 18, 19, 20. Den har 20, så det er jo feil. **E S VA-K-B**

Beskrivelse

Dialogutsnittet viser at elevene tester koden sin for n=1 og bekrefter at denne stemmer. Etter litt mer arbeid og dialog som er representert i linje 2.56 «[...]» tester de på nytt en kode, men her med n=1 og deretter n=2. De ser her at n=2 ikke gir riktig svar og bekrefter det ved å telle antallet kvadrater i figur 2. De sier at koden er feil, siden tallet de teller seg frem til ikke stemmer overens med det koden skrev ut, noe vi ser i linje 2.59 «Også skriver vi inn 2. Figuren har 11. (–) det stemmer jo ikke, for denne figuren, hvor mange har denne figuren? 4, 10, 16, 17, 18, 19, 20. Den har 20 , så det er jo feil». Tiden til aktiviteten gikk ut rett etter denne dialogen, så elevene fikk ikke mer tid til å finne en løsning.

Resultater og analyse

Resonnementsekvensen går ut på at elevene forsøker å verifisere programmet ved å testkjøre koden. I linjene 2.55 og 2.59 bruker de verifiserende argumentasjon [VA] ved å bekrefte at tallene koden skriver ut er det samme som antallet kvadrater i de visuelle figurene. I argumentasjonsmodellen er konklusjonen [VA-K] at koden fungerer, og belegget [VA-B] er at koden kjører ut svaret. Elevene verifiserer strategiimplementeringen ved hjelp av eksemplifisering [E] og sammenligning [S] av programmet og figurene i lys av Jeannotte & Kierans kategorier. Eksemplifiseringen [E] finnes med n=1 og n=2 i linje 2.59, hvor n=1 gir rett svar, men de forkaster formelen da n=2 gir feil svar. De avgjør om svaret er riktig eller galt ved å sammenligne [S] programmeringen og antall kvadrater i figurene som er oppgitt i oppgaven.

5 Diskusjon

Studiens problemstilling er: *Hvordan resonnerer og argumenterer elever i 1T i arbeid med en programmeringsoppgave med tema figurtall?* Problemstillingen er belyst ved å undersøke elever i 1T sine samtaler i arbeid, med en aktivitet der fokuset var en programmeringsoppgave knyttet til temaet figurtall. I dette kapittelet trekker jeg frem og diskuterer sentrale funn i analysen som samlet gir svar på forskningens problemstilling. Det diskuteres hvilken struktur og hvilke kvaliteter elevenes resonnement og argumentasjon har, når i oppgavearbeidet de ulike fenomenene oppstår og hvorvidt forskningen gir et pålitelig og gyldig svar på problemstillingen. I tillegg diskuteres forskningens funn i lys av LK20 med fokus på kjerneelementene resonnement, argumentasjon og problemløsning. Til slutt drøftes funnene i lys av fremtidens kompetansebehov i befolkningen.

5.1 Elevenes resonnement og argumentasjon

Elevenes resonnering og argumentasjon er undersøkt ved hjelp av to teoretiske rammeverk kombinert, som er presentert i kapittel 2. Rammeverkene belyser både struktur og kvaliteter ved resonnementer og argumenter.

5.1.1 Arbeid med formelen

Det første temaet som blir diskutert er funnene av kreativ og imiterende resonnering. Begge gruppene resonnerer kreativt i arbeidet med å finne uttrykk for antall kvadrater i figur n og gruppene resonnerer på sammenfallende måter. Oppgaven eller problemet møtes ved at elevene ikke ser en umiddelbar løsning, noe som følges av et strategivalg. Det åpner opp for argumentasjon blant annet der elevene skal bli enige om strategi. Begge gruppene argumenterer for strategivalget ved å forklare at de kan legge sammen formlene for de ulike delene for å oppnå formelen for hele figuren til slutt. Dette er derimot ikke et sterkt prediktivt argument, siden elevene ikke forklarer tydelig *hvorfor* eller *hvordan* metoden vil løse oppgaven, men kun forteller hvordan de vil gjøre det.

Samtidig er det viktig å vurdere muligheten for det Yackel (2001) beskriver som *taken-as-shared*, som handler om at strategivalget åpenbart er et godt valg for elevene og at elevene dermed ikke finner det nødvendig å argumentere eller begrunne valget. Denne muligheten avhenger av elevenes forkunnskaper og erfaringer i møte med oppgaven, noe vi som forskere ikke kjenner til ettersom at elevene er ukjente for oss. Det er også mulig at elevene har gjort en tidligere oppgave hvor det også var gunstig å dele figuren i mindre deler, og at de derfor tar det strategivalget. I Gruppe 2 linje 2.2 sier Ole «Ja, det er smart» når Andreas foreslår strategien, noe som kan tyde på at både Andreas og Ole er enige om hvorfor strategivalget vil fungere godt til oppgaven, slik at det ikke er nødvendig med nærmere begrunnelse i form av prediktiv argumentasjon. I Gruppe 1 utfordres ikke Lars sitt valg av Martin, noe som kan være grunnen til at klar argumentasjon ikke oppstår. Det ble derimot oppklart under intervjuet i etterkant av arbeidet, at de delte den inn fordi det var lettere å se hver del av figuren for seg selv, enn figuren som helhet fordi de umiddelbart så at hodet og halen hadde «egne formler som stemmer for dem». Dette er heller ingen forklaring på hvorfor strategien vil fungere, men et tegn på at de tok valget fordi de mente at denne metoden lettere ville gi dem korrekt løsning enn å ta for seg hele figuren.

Videre i arbeidet med uttrykket for antall kvadrater i figuren fremkommer ytterligere tegn til kreativt resonnement. Begge gruppene arbeider fleksibelt ved at de endrer tankene sine dersom løsningene deres ikke stemmer overens med oppgavekriteriene. Fleksibiliteten betyr at elevene ikke er fikserte i løsningsmetode eller algoritme som hindrer dem i å løse oppgaven. Siden de ikke følger algoritmer eller metoder, men tilsynelatende kombinerer oppgavens komponenter og objekter fleksibelt, tyder det også på at elevene danner nye resonnementer. Gjennomgående under hele oppgaveløsningen for begge gruppene er at de også forankrer konklusjonene sine i matematikk. Forankringen foregår under strategiimplementeringen ved å sette inn tall i formlene og verifisere at disse tallene stemmer overens med antall kvadrater i figurene som er oppgitt i oppgaven. Disse verifikasjonene innebærer at elevene argumenterer for at strategiimplementeringen gir riktig løsning og svar på oppgaven, i tillegg til å forsikre seg om at den er matematisk korrekt.

Måten gruppene gjennomfører disse fasene i resonnementene er derimot ulik. I gruppe 1 er Martin passiv under hele aktiviteten og bidrar kun med bekreftende kommentarer som «Mhm» og «Ja» eller usikkerhet i form av «Jeg har ikke peiling». Måten dialogen utføres kan føre til at medeleven Lars ikke blir utfordret til å begrunne og vise hvorfor resultatene stemmer og dermed ikke oppdager feil i utregningene. Dette kan være grunnen til at formelen de kommer frem til skrives feil, som ble beskrevet i avsnitt 4.1.3 i analysen. Problemet med at påstandene ikke utfordres og at det ikke forventes argumentasjon i resonnementet kan dermed være en grunn for at oppgaven ikke blir løst korrekt. Når det er sagt bruker faktisk Lars sammenhenger mellom de ulike representasjonene formel, tall, figurer og illustrasjoner på figuren for å verifisere konklusjonene sine, så selv om de ikke utfordres av Martin har konklusjonene blitt verifisert. Dynamikken i Gruppe 2 er derimot utført på en slik måte at de både bekrefter og motsier hverandre. Ved uttrykket for antall kvadrater i hodet og halen var de enige og begge bekreftet disse formlene ved å sette inn tall i formlene og verifiserte svaret opp mot antallet kvadrater i figurene. I linje 2.4 og 2.6 presenterer Ole at formelen øker med «i andre» slik at kvadratene til tilhørende figurer er «$1 * 1,\ 2 * 2,\ 3 * 3\ \ 4 * 4$». Andreas bekrefter dette i linje 2.7 ved å presentere løsningen på en annen måte, nemlig at «bredda øker med 1 for hver gang og lengda øker med 1 for hver gang.» Det er nærliggende å tro at når de bekrefter hverandres tanker ved å formulere på nye måter, er det en ekstra sikkerhet om at begge er fortrolige med løsningen, enn dersom de kun bekrefter med «ja». Videre når elevene finner uttrykket for kroppen ser vi enda tydeligere at de utfordrer hverandres formler, da Ole har funnet en formel som Andreas ikke er enig i. Etter mye frem og tilbake i linjene 2.12 til 2.29 har begge elevene forsøkt å regne med formelen, og de kommer sammen frem til at svaret er feil. Det interessante her er at begge gruppene har skrevet feil formel, men Gruppe 2 avkrefter den på grunn av argumentasjon i motsetning til Gruppe 1 som ikke oppdager feilen.

Samtidig som vi ser at kravene til kreativt resonnement oppfylles i begge gruppenes arbeid, ble det også identifisert tegn til personguidet imiterende resonnering som i Gruppe 1. Under arbeidet med formelen for kroppen, i delkapittel 4.1.3, stod Gruppe 1 fast og fikk veiledning av oss. Når det er sagt oppfyller det ikke kravet om at strategiimplementeringen skjer guidet og uten verifiserende argumentasjon. Strategiimplementeringen finner ikke sted med studenten, men som selvstendig arbeid av elevene. Resonnementet er dermed en blanding av personguidet resonnering og kreativt resonnement, siden det oppfyller noen krav til begge. Det er delvis personguidet fordi det kun oppfyller ett av to krav til denne typen resonnement. Resten av resonnementet er derimot kreativt, siden de oppfyller alle kravene og elevene jobber uten hjelp fra studentene. Videre er det viktig å nevne at det er en mulighet for at elevene hadde funnet en formel på egen hånd uten hint fra forskerne hvis de fikk lenger tid. Det var en periode der elevene var mye stille og tenkte på egen hånd, og på denne måten fikk vi ikke innblikk i elevenes resonnement. Det er derfor en mulighet for at elevene ikke hadde behov for guidet resonnering dersom de hadde blitt gitt lenger tid.

Verifikasjon av strategiimplementeringen finner vi som nevnt i begge gruppene. Dette gjennomføres ved å eksemplifisere med tall fra de ulike figurene og sammenligne disse utregningene med antallet kvadrater i figurene som er oppgitt i tillegg til mønsteret. Det betyr at Jeannotte & Kierans (2017) kvaliteter som eksemplifisering, sammenligning og identifisering av mønster, generalisering og formodning oppstår der elevene verifiserer strategiimplementeringen og forankrer løsningen i matematikk. I tillegg bruker de visuelle virkemidler for å underbygge verifikasjonene ved å forsterke mønster, generalisering og formodning. Dette ser vi blant annet der Gruppe 1 i linje 1.2 tegner kvadrater utenfor hodet på figur 3 for å illustrere hvordan figur 4 vil se ut, og Gruppe 2 under linje 2.7 der de har tegnet tilsvarende kvadrater utenfor kroppen til figur 1 og 2. Verifiserende argumentasjon har i denne sammenhengen likheter med kategorien validering av Jeannotte & Kieran (2017). Valideringen foregår ved at elevene finner belegg og hjemmel i form av eksemplifisering, sammenligning og identifisering av mønster, generalisering og formodning, og på denne måten modifiserer den epistemiske verdien til konklusjonen. I løpet av oppgaveløsningen finner vi både validering som begrunnelse og bevis, avhengig av om det er matematisk sannsynlig eller korrekt. Jeg tolker det som bevis når konklusjonen elevene finner er korrekt og at jeg ser at det ikke er tilfeldig fordi elevene faktisk tester ut formelen med flere figurer. Et eksempel på begrunnelse der elevene ikke tester ut flere figurer, der Gruppe 2 tester for figur 1 og får «figuren har syv, du vi har fått til første». Denne formelen stemmer jo faktisk ikke for flere enn figur 1, så her har de ikke utført et bevis. Det kan derimot hevdes at elevene utfører valideringen som begrunnelse i dette tilfellet, fordi de endrer den epistemiske verdien til sannsynlig. Et eksempel på bevis er derimot der Gruppe 1 og Gruppe 2 begrunner formelen for hodet ved å verifisere med «$1 * 1, 2 * 2, 3 * 3\ 4 * 4$».

5.1.2 Programmering

Når det kommer til programmeringen ser jeg tegn til både kreativt og imiterende resonnement hos begge gruppene. Gruppe 1 begynner med et strategivalg og snakker om hva de vil gjøre med koden og hvordan disse elementene fungerer sammen, noe jeg anser som prediktiv argumentasjon. De forankrer det også matematisk ved å teste ut ulike deler av koden, noe som er verifiserende argumentasjon. Videre gjenskapes tidligere resonnementer ved å for eksempel endre elementer i koden som store eller små bokstaver, som i tillegg viser fleksibilitet. Fleksibilitet blir også synlig når de tester deler av koden, for dette viser at de ikke er fiksert i løsningen sin, men er åpen for nye tilnærminger ved å ikke forkaste hele koden selv om den ikke fungerer. Valideringen av koden og verifiserende argumentasjon oppstår i form av eksemplifisering. Elevene tester deler av koden ved å eksemplifisere med n, slik som for eksempel Gruppe 1 som tester med n=4 i linje 1.32 «da kan vi skrive inn (–) 4 for eksempel» som bekreftes med «Du skrev inn figurnummer 4». Her er konklusjonen at koden stemmer og belegget er at koden printet ut det elevene ønsket. Liknende resonnering under programmeringen oppstår hos Gruppe 2. Elevene begynner med å ville bruke while-løkke, noe de begrunner med at de vil ha antallet kvadrater for flere figurer. Dette er derfor prediktiv argumentasjon, ettersom at de begrunner hvorfor while-løkke vil gi dem ønsket svar. De kommer ikke i mål med å implementere denne løkken, så den gir ikke en korrekt løsning. Implementeringen av while-løkke går under gjenkjent algoritmisk resonnering ettersom at de forsøker å bruke den på samme måte som de har gjort tidligere, noe vi får tegn til når de spør om de kan bruke boka. I tillegg viser de ikke forståelse for hvordan løkken fungerer, noe som tyder på at den er imitert.

Om koden de kommer frem til er matematisk korrekt eller ikke, er vanskelig å avgjøre. Koden er ikke helt korrekt, noe som medfører at de ikke får printet noe ut, men det er kun små endringer som skal til for å få en kode som kan være en løsning på oppgaven. Utfordringene elevene møter på er knyttet til programmeringsspråket, fordi det blant annet handler om feil bruk av symboler. Siden de ikke klarer å få koden til å kjøre og printe ut det de ønsker, prøver de å forandre på programmet. Når de møter utfordringer og forsøker å endre koden oppstår det imiterende resonnement hos begge gruppene. De resonnerer ikke lenger fleksibelt og nytt, men bruker boka som støtte. Her leter de tydelig etter hjelp og hint, og jeg har derfor kategorisert dette under tekstguidet algoritmisk resonnering. Dette er fordi de bruker elementer fra boka uten prediktiv eller verifiserende argumentasjon. Videre baserer de endringene i koden på overflaterelasjon til tekst de finner i boken, i tillegg til at ulike algoritmer testes og forkastes fortløpende, noe som betyr at det også preges av begrenset algoritmisk resonnering. Tolkningen av begrenset algoritmisk resonnering er noe som forsterkes av at de forkaster forandringen dersom det ikke gjør at koden fungerer, uten verifiserende argumentasjon.

Sammenlignet med arbeidet med antall kvadrater i figurene, finner vi lite bruk av Jeannotte & Kierans (2017) kvaliteter og visualisering hos elevene under programmeringen. Elevene eksemplifiserer når de tester koden sin, med vilkårlig n-verdi. Videre sammenlignes verdien som blir printet ut med figurene på oppgavearket. Grunnen til at det identifiseres få av disse kvalitetene under programmeringen kan være fordi at programmering ikke direkte er matematisk. Kvalitetene er nemlig definert ut ifra matematiske resonnementer og argumenter, og inneholder dermed matematiske objekter og komponenter i definisjonene. Siden programmeringen har mangler på slike objekter kan det ha vært utfordrende for meg som forsker å identifisere disse kvalitetene. Et annet funn er at Jeannotte & Kierans (2017) kvaliteter ikke finner sted under imiterende resonnement, men kun ved kreativt. Grunnen til dette kan være at elevene bruker disse kvalitetene for å kombinere ulike komponenter og informasjon, se sammenhenger og begrunne valgene sine. Dette har likheter med fleksibilitet, ny resonnering, argumentasjon og matematisk forankring, som er tilstede i kreativt resonnement, men ikke i imiterende. Det er likevel viktig å påpeke at det imiterende resonnementet oppsto under programmeringen, så grunnen kan være at programmeringen ikke direkte kobles til matematikk, slik som drøftet ovenfor.

5.2 Fagfornyelsen

Fra høsten 2020 begynte innføringen av de nye læreplanene. Problemstillingen og fokuset i studien ble valgt på bakgrunn av kjerneelementene problemløsning og resonnering og argumentasjon, som preger læreplanen sammen med innføring av programmering i matematikkfaget. I denne delen diskuteres studiens resultater mot kjerneelementene for å undersøke hvorvidt det er gjort noen funn som styrker aktiviseringen av kjerneelementene.

I matematikk 1T går kjerneelementet resonnering ut på at elevene skal følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker samt å kunne danne egne resonnement for å forstå og løse problemer (Udir, 2020c). Argumentasjon dreier seg om at fremgangsmåter, resonnement og løsninger begrunnes og at gyldigheten bevises. Vi kan trekke likheter mellom kreativ resonnering og kjerneelementene resonnering og argumentasjon, ved at begge omtales som prosesser der tankerekker følges for å løse et problem, i tillegg til at løsningene begrunnes og bevises ved hjelp av argumentasjon. Funnene i denne studien viser dermed at kjerneelementet blir lagt til rette for når elevene arbeider med programmeringsoppgaver og figurtall, siden kreativ resonnering preger løsningene.

Når programmeringen derimot blir for utfordrende oppstår imiterende resonnement, som ikke legger til rette for resonnering som beskrevet i kjerneelementet. Imiterende resonnement, som gjennomføres uten forståelse, oppstår når elevene arbeider med kjente oppgaver eller oppgaver med gitte algoritmer. Dette stemmer overens med funnene. Når utfordringene ble for store viste ikke elevene forståelse og de forsøkte å løse oppgaven med instrukser fra boken. Dette indikerer at programmering med språket Python ikke egner seg for å aktivisere kjerneelementene resonnement og argumentasjon. Når det er sagt er det ikke nødvendigvis programmeringsspråket Python som er problemet, men vanskelighetsgraden og tilnærmingen til programmeringen. Det viktig å vurdere om programmeringen var for vanskelig for elevene i lys av at de kun har hatt programmering i et halvt skoleår, og studien ble gjennomført første år fagfornyelsen var i bruk. Når LK20 har vært i bruk i flere år har elevene allerede programmeringskunnskap fra tidligere i skoleløpet, i større grad enn elevene har i år. Et viktig aspekt ved bruk av programmering i skolen er å følge elevenes utgangspunkt og forutsetninger. På denne måten kan elevene oppleve passende utfordringer og mestring, som igjen vil virke positivt på læringen. Det er viktig å vurdere om programmeringen som ble krevd i denne oppgaven var for vanskelig for elevene, og at de derfor fikk behov for å bruke boka. En viktig del av problemløsningsoppgaver og følgende kreativ resonnement er nettopp det at oppgaven skal være utfordrende, men ikke umulig for elevene å få til.

I fagfornyelsen står det at elevene skal bli gode problemløsere, og problemløsning er i tillegg inkludert som et kjerneelement (Udir, 2020c). Problemløsningen identifiseres ved at elevene tilsynelatende møter oppgaven som et problem, ved at de ikke kjenner til løsningsmetoden umiddelbart. I likhet med dette oppstår kreativ resonnering når oppgaven ikke har en kjent løsning for elevene, noe som tilsvarer en problemløsningsoppgave. Oppgaven elevene ble gitt har vist kreativ resonnering i stor grad, noe som kan tyde på at oppgaven var et problem for elevene i studien. På bakgrunn av dette kan programmeringsoppgaver med figurtall legge til rette for problemløsningskompetanse hos elevene. Hvis vi derimot hadde gitt oppgaven til noen elever som hadde arbeidet med liknende oppgaver tidligere eller gitt liknende type oppgave til de samme elevene i ettertid, er det mulig vi hadde sett større forekomst av imiterende resonnering. Dette er fordi elevene kan anvende metoden på samme måte som de har gjort i denne oppgaven og den er ikke lenger et problem for dem. I tillegg kan de bruke samme måte å programmere løsningen. På denne måten oppstår algoritmisk resonnering ved at de bruker programmeringen som en algoritme som kan gjenskapes til passende oppgaver. På den annen side forekom imiterende resonnering i deler av programmeringen, da elevene fikk utfordringer med å ferdigstille koden. Dette kan tyde på at de var fiksert i løsningsmetoden eller at oppgaven hadde overflaterelasjoner til programmeringsoppgaver de har arbeidet med tidligere.

I kjerneelementet problemløsning trekkes algoritmisk tenkning frem som en problemløsningsstrategi. Algoritmisk tenkning går her ut på at elevene utvikler strategier og fremgangsmåter for å løse problemer ved å bryte komplekse problem ned i mindre håndterlige deler (Udir, 2020c). Både under arbeidet med formelen for antall kvadrater i figurene og under programmeringen finner vi tegn til algoritmisk tenkning. Den algoritmiske tenkningen blir tydelig når elevene deler den komplekse figuren i mindre deler som hodet, halen og kroppen. De ulike delene løses hver for seg for deretter å kombinere løsningene til en helhetlig løsning. Det samme skjer under programmeringen, da begge gruppene møter på utfordringer i koden, og løser dette ved å teste deler av koden. Dette handler også om algoritmisk tenkning ved å bryte oppgaven opp i mindre problemer. På bakgrunn av dette er det tegn til kjerneelementet problemløsning med algoritmisk tenkning når elevene arbeider med programmeringsoppgaver med tema figurtall i 1T. Dette støttes også av Stenseth et al. (2019) som skriver at algoritmisk tenkning kan læres ved hjelp av programmering. I lys av dette kan det være nyttig for lærere å inkludere liknende aktiviteter i matematikkundervisningen.

5.3 Kompetanse for fremtiden

Programmering og digitale ferdigheter har fått en tydelig plass i fagfornyelsen for at befolkningen skal ha en forståelse for teknologien (NOU 2020:2, 2020). Bakgrunnen til innføringen av dette i læreplanen er at teknologien utvikler seg raskt og befolkningen må beherske og følge utviklingen. Programmering er en del av det stadig mer digitaliserte samfunnet vårt og samfunnet har behov for økt kompetanse i forståelse og utvikling av digitale tjenester, og arbeidslivet er avhengig av teknologisk kompetanse (Sevik et al., 2016). Ludvigsen-utvalget presenterte i 2015 fire kompetanseområder som bør inkluderes i skolen for å møte fremtidens utfordringer (NOU 2015:8, 2015; Sevik et al., 2016). De fire kompetanseområdene er fagspesifikk kompetanse, kompetanse i å lære, kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta og kompetanse i å utforske og skape. Det er tegn til at alle disse kan legges til rette for av liknende aktiviteter som den elevene gjennomførte i denne studien.

Fagspesifikk kompetanse er viktig i alle fag, og viktigheten av matematisk kompetanse er det bred enighet om (NOU 2015:8, 2015). Matematikken er viktig både i globale utfordringer og i hverdagslivet til befolkningen (NOU 2015:8, 2015). Matematisk kompetanse kan styrkes ved å kombinere matematikk med programmering (NOU 2020:2, 2020). Programmering kan knytte matematikkfaget opp mot en ny kontekst og bidra til forståelse i en større sammenheng. I denne studien ble det brukt en aktivitet der figurtall ble kombinert med programmering. Siden programmering kan bidra til forståelse i faget, er det sannsynlig at slike programmeringsoppgaver kan styrke elevenes forståelse i figurtall. Dette er fordi elevene må arbeide med figurtall på en mer kompleks måte, enn om oppgaven ble gjennomført uten programmering.

Kompetanse i å lære og *kompetanse i å utforske og skape* knyttes begge til problemløsning. Læring handler om å kunne planlegge, gjennomføre og evaluere eget arbeid, noe som gir fordeler senere i utdanning og i arbeid (NOU 2015:8, 2015). I denne studien viste elevene evne til planlegging, gjennomføring og evaluering av oppgaveløsningene, i form av prediktive og verifiserende argumentasjon, i tillegg til å følge hverandres og egne resonnementer. Dette viser at elevene evner å velge relevante problemløsingsstrategier på komplekse problemer, noe som er viktig for senere arbeidsliv (NOU 2015:8, 2015). Problemløsning anses ofte i sammenheng med kritisk tenking, som handler om å kunne resonnere, analysere, bruke relevante strategier, vurdere påstander og argumenter i ulike situasjoner (NOU 2015:8, 2015).

Studiens aktivitet ble gjennomført som en samarbeidsoppgave mellom elevene. Ved bruk av slike oppgaver i undervisningen kan *kompetansen i å samhandle og delta* legges til rette for. På denne måten får elevene mulighet til å lære av hverandres erfaringer og kunnskap, samtidig som de får øving i å uttrykke personlige meninger og tanker (NOU 2015:2, 2015). Samhandling er også essensielt når det kommer til demokratisk kompetanse. I demokratiet er det viktig å kunne ytre sin mening og lytte til andres synspunkter med respekt. Samarbeidsaktiviteter i skolen kan gi elevene holdninger om å se verdien av fellesskap og respektere hverandre. Det kan også argumenteres for at programmeringskompetanse er en viktig del av demokratiet i dag. Forståelsen rundt hvordan algoritmer påvirker hverdagen vår er en viktig del av kritisk tenkning og deltakelse i samfunnet.

Digitalisering og tilgang på informasjon gjør at kritisk tenkning og kildekritikk får et endret innhold og kan ses som enda viktigere enn tidligere. Informasjon som er tilgjengelig digitalt, er i varierende grad kvalitetssikret og kan være publisert eller lagt ut av personer eller organisasjoner med andre formål enn å spre riktig informasjon. Å kunne forholde seg kritisk til informasjon og forstå beslutninger som blir tatt på egne og andres vegne, er viktig i et demokratisk perspektiv.

Alle de fire kompetanseområdene kan altså styrkes ved å bruke liknende oppgaver i undervisningen som aktiviteten gjennomført i denne studien. Det betyr at oppgaver elevene opplever som problemløsningsoppgaver med Python kan være lærerikt å inkludere i skolen. Det er imidlertid ikke nok å gjennomføre én slik oppgave i undervisningen og anta at kompetansen er styrket. Alle elever lærer forskjellig og har behov for forskjellige undervisningsopplegg. Utfordringen med dette så vi i denne studien da elevene stod fast i programmeringsdelen av oppgaven. Utviklingen av koden ble trolig for komplisert for elevene, og de brukte dermed løsningsmetoder som baserte seg på imitasjon og lav forståelse. Som læreren må man derfor kjenne til elevenes forutsetninger og variere undervisningen ut fra dette. Læreren kan inkludere programmering i flere temaer og variere undervisningen, for å legge til rette for flere kompetanseområder. Det innebærer at flere liknende oppgaver som den i studien, men med ulike tilnærminger og vanskelighetsgrad og ulike digitale hjelpemidler kan være nyttig.

5.4 Kritikk

Ulike faktorer kan spille inn på forskningens resultater, noe som er viktig å påpeke. I et sosialkonstruktivistisk læringssyn er både elevenes kunnskap, samhandling og læringsmiljøet påvirkende faktorer. Jeg vil derfor se nærmere på om elevsammensetningen og aktivitetens oppbygning og vanskelighetsgrad har påvirket studiens resultater.

Hvilke elever som var med i studien og parene de ble satt sammen i, kan ha innvirkning på elevenes resonnement og argumentasjon. Det var tydelig ulik dynamikk i gruppene. I gruppe 1 deltok kun 2 av elevene, men disse to deltok i like stor grad. I Gruppe 2 var en elev aktiv og en passiv. Dersom elevene hadde vært aktive i like stor grad i begge gruppene kunne resonnementet og argumentasjonen utviklet seg forskjellig. Dette er fordi elevene kunne utfordret hverandre og deltatt med ulike synspunkter, slik som de to elevene i Gruppe 1. Samtidig kan aktiviteten fra elevenes side ha vært påvirket av elevenes kunnskaper. I Gruppe 2 kan eksempelvis Martin ha dårligere matematisk kompetanse enn Lars, noe som kan ha medført at han ikke forstod oppgaven eller ikke hadde mer kunnskap å bidra med.

En annen faktor som kan påvirke elevenes resonnement og argumentasjon er vanskelighetsgraden på oppgaven elevene fikk og tiden de fikk til disposisjon. Som nevnt fikk Gruppe 1 1 time og 30 minutter på å løse oppgaven, mens Gruppe 2 fikk 45 minutter. Det betyr at Gruppe 2 hadde betraktelig kortere tid på å gjennomføre oppgaven enn Gruppe 1. Gruppe 2 trengte hjelp fra studenten på et tidspunkt, noe som kan være på grunn av den korte tiden de fikk. Dersom de hadde fått lenger tid er det sannsynlig at gruppen ville fortsatt eget resonnement og kanskje dermed kommet frem til en løsning uten hint. Det er derimot ikke gitt at Gruppe 2 ville ha kommet like langt som Gruppe 1 hadde de fått like lang tid, men det er likevel naturlig å tenke at de ville ha komt et stykke lenger. I tillegg var oppgaven elevene jobbet med en problemløsningsoppgave, noe som gjør det naturlig å tenke at løsningsprosessen vil ta tid, siden de ikke kjenner løsningsmetoden i fra før. Vanskelighetsgraden kan også ha spilt inn. Som diskutert kan programmeringen ha vært for vanskelig for elevene, noe som kan ha ført til imiterende resonnering. Det er derfor mulig at resonneringen hadde vært annerledes dersom programmeringen var bedre tilpasset elevenes nivå, og studiens resultater ville derfor vært annerledes.

6 Avslutning

I denne oppgaven er følgende problemstilling undersøkt:

Hvordan resonnerer og argumenterer elevene i en programmeringsoppgave med tema figurtall?

Formålet med studien var å knytte programmering opp mot den nye læreplanen, spesielt kjerneelementene resonnering og argumentasjon. Forskningen har vist at resonnering og argumentasjon i lys av læreplanen blir aktivisert der elevene resonnerer kreativt, men i mindre grad under imiterende resonnering. Den kreative resonneringen oppsto der oppgaven kategoriseres som en problemløsningsoppgave. At elevene skal bli gode problemløsere er også en stor del av fagfornyelsen. Når oppgaven derimot ble for krevende for elevenes kunnskapsnivå, enten i form av matematikk- eller programmeringskompetanse, ble resonneringen imiterende. Dette har gitt meg innsikt i hvor viktig formuleringen og vanskelighetsgraden på oppgavene jeg gir til fremtidige elever er. I tillegg har denne avhandlingen gjort at jeg har et større perspektiv på hvordan undervisningen min kan bidra til viktig kompetanse for fremtiden. Dersom undervisningen foregår med hensyn til elevenes forutsetninger og er passe krevende, kan programmeringsoppgaver i Python med tema figurtall legge til rette for kjerneelementene og fremtidens kompetansebehov.

Både strukturen og kvaliteter ved resonneringsprosessen er undersøkt i lys av to elevgruppers arbeid med en programmeringsoppgave i 1T. Strukturen er belyst av Lithners (2006; 2008) teori om kreative og imiterende resonnement, i tillegg til identifisering av argumentasjon i resonneringsprosessen. Argumentasjonen er undersøkt ved hjelp av Toumlin (2003) sin argumentasjonsmodell. Videre er teori om visualisering (Torkildsen, 2019) og Jeannotte & Kierans (2017) kvaliteter på resonnement og argumenter identifisert.

Hovedfunnene viser at både kreative og imiterende resonnement er anvendt, men med hovedvekt på kreativt resonnement. Under arbeidet hvor elevene skulle finne et uttrykk for antall kvadrater i figurene ble det identifisert kreativt resonnement. Dette ble kategorisert ved at elevene oppfylte de fire kravene fleksibilitet, nytt resonnement, plausibilitet og matematisk forankring. Fleksibilitet og nytt resonnement ble kjennetegnet av at elevene brukte oppgavens informasjon og forkunnskaper på en ny måte og viste at de var åpne for nye tilnærminger der utfordringer oppsto. Plausibiliteten og den matematiske forankringen ble identifisert fordi elevene argumenterte for løsningene sine med korrekt matematikk. Argumentasjon ble derfor også funnet under arbeidet.

Under programmeringen oppsto både kreativt og imiterende resonnement. I startfasen resonnerte de kreativt ved at de argumenterte for løsninger, var fleksible, tenkte nytt og verifiserte kodene. Ingen av gruppene kom derimot i mål med koden sin, og det var først når det oppsto utfordringer at det imiterende resonnementet oppsto. Her klarte ikke lenger elevene å danne nye resonnementer og resonnere fleksibelt, men de var fikserte i løsningsmetoden. Elevene brukte bøkene kontinuerlig for å endre kodene, som identifiseres som tekstguidet algoritmisk resonnering. I tillegg ble ulike forandringer i kodene testet uten prediktiv eller verifiserende argumentasjon, og de ble forkastet dersom de ikke fikk koden til å fungere. Dette ble identifisert som begrenset algoritmisk resonnering. Oppsummert betyr det at elevene resonnerte kreativt i begynnelsen av arbeidet, men når det ble for vanskelig for dem imiterte de løsninger fra boken og fra andre algoritmer.

Visualisering og Jeannotte & Kierans kvaliteter ble identifisert på samme måter i begge gruppene. Under det kreative resonnementet ble flesteparten av kvalitetene identifisert. De ulike kvalitetene ble brukt til å finne løsninger, begrunne valg og løsninger og se sammenhenger. Under programmeringen og imiterende resonnement ble derimot få av Jeannotte & Kierans kvaliteter identifisert. Dette kan være på grunn av at elevene ikke bruker disse kvalitetene under imiterende resonnement, siden kvalitetene sammenfaller med kravene for kreativt resonnement. Samtidig kan det være mangel på kvalitetene fordi kvalitetenes definisjoner kobles til matematikk, og programmeringen ikke direkte er matematisk. På grunn av mangel på matematiske komponenter i resonneringen i programmeringen, kan det være vanskelig å identifisere de matematiske kvalitetene på resonnement.

6.1.1 Avsluttende refleksjoner og forslag til videre forskning

I denne studien er det benyttet kvalitativ analyse for å undersøke resonnering og argumentasjon hos elever. Den har ikke grunnlag til å kunne si noe generelt om elevenes resonnering og argumentasjon i programmeringsoppgaver med tema figurtall. Den har derimot gått i dybden på gjennomføringen hos de to elevgruppene og deres former, og kvalitetene for resonnement og argumentasjon. Det kan være interessant å gjennomføre flere liknende studier i flere elevgrupper, siden resultatene i andre studier kan være ulike.

Lithner (2006, s. 2) påpeker at det er flere rammeverk som kan anvendes som analyseverktøy for å karakterisere *forståelsen* i elevenes resonnement. Denne studien har derimot vært en begynnelse på å undersøke *karakteristikker* ved resonnement og argumentasjon, men på grunn av at tiden har vært en begrensende faktor kan det være behov for flere og dypere studier på dette området. Lithner er enig i at det er mangel på rammeverk som kategoriserer selve resonneringen. Jeg foreslår derfor at videre forskning kan fokusere på å kategorisere resonnement og argumentasjon i matematikkfaget. For å kartlegge kjennetegn og kategorier ved resonnement og argumentasjon er det hensiktsmessig med kvalitative studier.

Samtidig kan det være interessant å undersøke i hvilken grad kreativ eller imiterende resonnering anvendes i skolen. Dette vil kreve større datasett og er av kvantitativ metode. Ved en slik studie kan det undersøkes om elevene resonnerer kreativt eller imiterende, noe som er relevant siden kreativt resonnement ifølge teorien er den typen resonnement som øker forståelse i faget. I tillegg er det denne som er forbundet med problemløsning, som er sentralt i fagfornyelsen. Dersom slik forskning finner at elevene resonnerer imiterende kan det være tegn på at rutineoppgaver og pugging fremdeles preger matematikkfaget.

7 Litteraturliste

Brinkmann, S., & Kvale, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (Vol. 3): Sage Thousand Oaks, CA.

Bueie, H. (2019). *Programmering for matematikklærere*. Oslo: Universitetsforlaget.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*: Abstrakt.

figurtall (2018, 2. juni). I *Store norske leksikon*. Hentet fra https://snl.no/figurtall, 1. mai 2021.

Forsström, S. E., & Kaufmann, O. T. (2018). A literature review exploring the use of programming in mathematics education.

Fuglseth, K. (2018). Vitskapsteori og hermeneutikk. I M. Krogtoft, & J. Sjøvoll (Red.). *Masteroppgaven i lærerutdanninga*, s. 245-265.

Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 96*(1), 1-16.

Jess, K., Skott, J. & Hansen, H. C. (2016). Matematikk for *lærerstuderende. DELTA. Fagdidaktik.* Fredriksberg: Samfundslitteratur.

Jonsson, B., Norqvist, M., Liljekvist, Y., & Lithner, J. (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior, 36*, 20-32.

Krogtoft, M., & Sjøvoll, J. (2018). *Masteroppgaven i lærerutdanninga : temavalg, forskningsplan, metoder* (2. utg. ed.). Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Krumsvik, R. J., Jones, L. Ø., & Røkenes, F. M. (2019). *Kvalitativ metode i lærarutdanninga*. Bergen: Fagbokforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2016) *Fag – Fordypning – Forståelse En fornyelse av Kunnskapsløftet (*Meld. St. 28 (2015-2016)). Hentet fra: https://www.regjeringen.no/contentassets/e8e1f41732ca4a64b003fca213ae663b/no/pfs/stm201520160028000dddpdfs.pdf

Lithner, J. (2006). A framework for analysing creative and imitative mathematical reasoning.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255-276.

Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically (1st edition).* Harlow: Pearson Education Limited.

Mason, J., Graham, A. & Johnston-Wilder, S. (2011). *Å lære algebraisk tenkning* (1. utgave). Bergen: Caspar Forlag AS.

NOU 2020: 2. (2020) *Fremtidige kompetansebehov III - Læring og kompetanse i alle ledd.*

Utgiversted: Kunnskapsdepartementet. Hentet fra https://www.regjeringen.no/contentassets/053481d65fb845be9a2b1674c35d6d14/no/pdfs/nou202020200002000dddpdfs.pdf

NOU 2015:8 (2015) *Fremtidens skole — Fornyelse av fag og kompetanser*. Utgivedsted: Kunnskapsdepartementet. Hentet fra: https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou2015-8/id2417001/

Næss, N. G., Sjøvoll, J. (2018) Observasjon som forskningsmetode. I M. Krogtoft, & J. Sjøvoll (Red.). *Masteroppgaven i lærerutdanninga*, s. 179-196.

Pólya, G. (1957). *How to Solve it. A New Aspect of Mathematical Method*. 2nd Edition, Princeton University Press, Princeton.

Pólya, G. (1962). *Mathematical Discovery: On understanding, learning and teaching problem solving.* Wiley.

Programmeringsspråk (2019, 6. november) I *Store norske leksikon*. Hentet fra https://snl.no/programmeringsspråk, 12. mai 2021.

Sevik, K. et al. (2018, 27. mars). Programmering i skolen. Hentet fra https://www.udir.no/globalassets/filer/programmering_i_skolen.pdf

Stenseth, B., Kaufmann, O. T., & Forsstöm, S. E. (2019) Programmering og matematikk. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 30*(2), 7–12.

Tjora, A. H. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3. utg. ed.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Torkildsen, S. H. (2019). Matematisk problemløsing. Hentet fra: http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-01/Torkildsen%20Matematisk%20Problemløsing.pdf

Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument*: Cambridge university press.

Utdanningsdirektoratet. (2019a, 18. november). Hva er kjerneelementer?. Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagovergripende-stotte/hva-er-kjerneelementer/).

Utdanningsdirektoratet (2019b, 27. mars) Algoritmisk tenkning. Hentet fra: https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/profesjonsfaglig-digital kompetanse/algoritmisk-tenkning/

Utdanningsdirektoratet. (2020a, 3. september) Hva er nytt i matematikk? Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-i fagene/hva-er-nytt-i-matematikk/

Utdanningsdirektoratet. (2020b) Kompetansemål og vurdering. Hentet fra:

https://www.udir.no/lk20/mat09-01/kompetansemaal-og-vurdering/kv42?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2020c). Kjerneelement. Hentet fra: https://www.udir.no/lk20/mat09-01/om-faget/kjerneelementer

Vihovde, E. H. (2020, 27. november). dataprogram. I *Store norske leksikon*. Hentet fra https://snl.no/dataprogram, 12. mai 2021.

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM, 49*(3), 33-35.

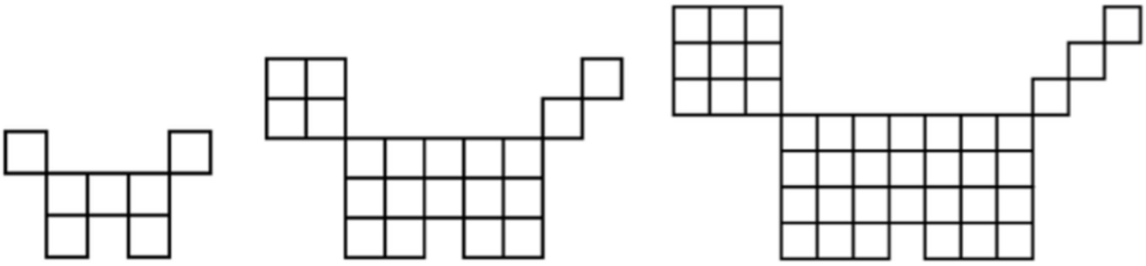
Yackel, E. (2004). Theoretical perspectives for analyzing explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. *Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education, 8*(1), 1-18.

Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms.

Zelle, J. M. (2004). *Python programming: an introduction to computer science*: Franklin, Beedle & Associates, Inc.

Vedlegg I – Aktivitet

Oppgave 1:



Figur 1 Figur 2 Figur 3

a) Ser dere et mønster? Hva er endringen fra en figur til neste?
b) Bestem et uttrykk for antall kvadrater i figur n. (forklar formelen)
c) Lag et program som tar et input n og skriver ut antall kvadrater i figur n.
   Eksempel: Programmet kan se slik ut for en figur som er formet som et rektangel, med input 2:

```
Formelen for figur n er: n*(n+1)
For hvilken n vil du finne figurtallet? n-verdi:2
Figur 2 har 6 kvadrater
```

Oppgave 2:
Hva skriver dette programmet ut?
Forklar hva hver linje i programmet gjør.

```python
number = int(input('What number do you want to check?' ))

if number % 2 == 0:
    print(f'The number {number} is an even number')
else:
    print(f'The number {number} is an odd number')
```

Oppgave 3:
Hva skriver dette programmet ut?

```python
N = int(input('Skriv et tall:'))

n=1
while n <= N:
    print(' '*(N-n) + 'X'*(n) + ('X'*(n-1)))
    n = n+1
```

Vedlegg II – Samtykkeskjema fra NSD

Vil du delta i forskningsprosjektet Masteroppgave i matematikkdidaktikk med fokus på programmering

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å analysere argumentasjon og prosess i arbeidet med programmering i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Formålet med masterstudien er å observere elevers arbeidsmetode med oppgaver som omhandler programmering i matematikk. Observasjonen vil foregå over et gitt antall timer. Personopplysninger blir behandlet konfidensielt og slettes etter bearbeiding av lydopptak.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Ane Viken, Emilie Lillehagen Brenden og Johan Lie ved Universitetet i Bergen er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Du får spørsmål om å delta i studien fordi du tar matematikk 1T og læreren din har anbefalt deg.

Hva innebærer det for deg å delta?
Datainnsamlingen foregår med spørreskjema, notater, lyd- og skjermopptak som vil fokusere på arbeidsprosessen og ikke ferdig resultat. Lyd- og skjermopptak vil kun foregå under arbeid med oppgavene og deltakerne kan sette pc-en i flymodus eller liknende for å unngå varsler av personlige interesse under opptakene. Det vil ikke være den enkelte elev i fokus, men arbeidsprosessen og diskusjonene til en gruppe elever som ikke vil kunne identifiseres. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen av masteroppgaven. Alle opplysninger transkriberes og krypteres slik at det ikke er mulig å kobles til enkeltpersoner i etterkant av studien. Innsamlerne vil være tilstede under arbeidet for å kunne svare på spørsmål knyttet til prosjektet. Prosjektet vil bli gjennomført i skoletiden og gjennomføringen av prosjektet har blitt godkjent av ledelsen på skolen.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Vi bruker bare en liten gruppe av klassen, så dersom du ikke ønsker å delta vil du følge vanlig klasseromsundervisning med faglæreren din. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for

deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Skolen og læreren vil ikke bli informert om du trekker deg og det vil ikke påvirke ditt forhold til læreren eller skolen.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Alle kontaktopplysninger vil være lagret innelåst og kryptert. Lyd- og skjermopptak vil brukes til å samle inn data for å besvare studentenes masteroppgave. Opptakene oppbevares trygt på en ekstern harddisk og blir slettet etter transkribering. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen av prosjektet. Studenter Ane Viken og Emilie Lillehagen Brenden samt deres veileder Johan Lie vil ha tilgang til dataen.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Opplysningene, lyd- og skjermopptak anonymiseres og slettes når prosjektet avsluttes, noe som etter planen er 30. juni 2021.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Matematisk institutt ved Universitetet i Bergen har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- Universitetet i Bergen ved Johan Lie som kan kontaktes på tlf: [redacted] og e-post: [redacted]
- Emilie Brenden kan kontaktes på tlf: [redacted] og e-post: [redacted]
- Ane Viken kan kontaktes på tlf: [redacted] og e-post: [redacted]
- Universitetet i Bergen sitt personvernombud kan kontaktes på e-post: personvernombud@uib.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: [redacted]

Med vennlig hilsen

Johan Lie
(Forsker/veileder)

Ane Viken
(Student)

Emilie Brenden
(Student)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet Masteroppgave i matematikkdidaktikk med fokus på programmering, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i lyd- og skjermopptak
- ☐ å delta i spørreundersøkelse

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)