Ein kvalitativ studie av elevsamtale i gjennomføring av memoryspel med matematiske definisjonar

Ingvild Slagstad

Integrert lektorutdanning i matematikk og naturvitskap

Matematisk institutt

Universitetet i Bergen

Vår 2022

Forord

Denne masteroppgåva markera slutten på lektorutdanninga mi ved Universitetet i Bergen. Det har vert nokre lærerike og kjekke år med studiar, men det har også vert utfordringar undervegs. Den største utfordringa kom i februar 2020. Då kom eg dessverre ut for å skade meg og pådrog meg i ein hjernerystelse. Har sidan då slitt med kronisk hovudverk. Har under denne perioden tatt slutninga om å bytte masterretning, fullført spesialpensum og etter kvart lært meg korleis eg skal handtere ting betre i forhold til hovudet, men det har tatt tid og vert ei tolmodigheitsprøve utan samanlikning. Derfor er det ufatteleg stort for meg å klare å fullføre masteroppgåva og å kunne kalle meg lektor. Det å i det heile tatt få levert i den situasjonen eg har stått i og står i no, er eg enormt stolt av å ha klart.

Arbeidet med masteroppgåva har vore både interessant og gjevande. Eg har lært mykje om det å definere som ein aktivitet i matematikk, og kva ein bør tenkje på som lærar når ein planlegg slike økter til matematikkundervisninga. Dette kjem eg til å ta med meg vidare når eg skal undervise eigne elevar. Det er mange som har bidratt til at denne masteroppgåva har blitt til, og dei ynskjer eg å takke.

Fyrst og fremst vil eg takke min rettleiar Trond Stølen Gustavsen for svært god tolmod, gode innspel og konstruktiv kritikk undervegs i skrivinga. I tillegg ønskjer eg å rette ein stor takk til administrasjonen ved matematisk institutt ved Universitetet i Bergen for stor samarbeidsvilje etter at eg vart sjuk, og som ordna ut med alt eg trengte.

Eg vil også takke læraren som stilte klassen sin til disposisjon, og til elevane som deltok i prosjektet. Det hadde ikkje blitt noko masteroppgåve utan dei.

Sist, men ikkje minst, så ønskjer eg å takke sambuaren min og familie for god og viktig støtte undervegs, både i arbeidet med masteren, men også i gjennom heile perioden eg har vert sjuk.

Ingvild Slagstad
Universitetet i Bergen

Samandrag

Målet med denne studien var å sjå kva element som var framtredande i den elevsamtalen som oppstod i gjennomføring av memoryspel med matematiske definisjonar, og kva for nokre indikasjonar på læringsmoglegheiter som var synlege i samtalen. Oppgåva kartlegg dette basert på elevsitat i gjennomføring av aktiviteten.

Gjennomføringa av aktiviteten, memoryspel med matematiske definisjonar, gjekk føre seg i ei økt på 90 minutt. Elevane gjennomførte memoryspel i grupper på to og tre stykk, totalt tre grupper. Studien nyttar kvalitative forskingsmetodar. For å kunne få innsikt i elevsamtalen som oppstod, filma eg elevane i gjennomføringa av denne økta, og gjorde eitt opptak per gruppe. Sjølve opptaka er på rundt 30 minutt. Den samtalen som oppstod i kvar av gruppene, danna grunnlaget for å kunne svare på kva som er framtredande i samtalen, samt kva indikasjonar på læringsmoglegheiter som er synleg.

Oppgåva legg blant anna til grunn Tall og Vinner (1981) sine definisjonar av omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon. Eg nyttar meg også blant anna av Gert Hana (2013) sin definisjonsteori og Kobiela og Lehrer (2015) og De Villiers (1998) si forsking i studiane av resultata frå datainnsamlinga.

Det vart funne fem element i datamateriale som var framtredande, og fire indikasjonar på læringsmoglegheiter. Dei framtredande elementa i datamateriale var: Omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon, matematiske spørsmål, respons på matematiske spørsmål eller utsegn, metadiskusjon og indikasjon på løysing av ei kognitiv konflikt. Elementa som hadde indikasjonar på læringsmoglegheiter var: Matematiske spørsmål, korrigering, metadiskusjon og indikasjon på løysing av ei kognitiv konflikt. Det siste elementet, indikasjon på løysing av ei kognitiv konflikt, er eit funn av stort omfang, og dette funnet inneheld delar frå alle dei andre elementa. Å oppnå løysing på kognitiv konflikt hos ein elev, er det optimale utbyttet for elevane etter arbeid med å definere, og det ein bør ha som mål å oppnå.

Studien har gjett forståing av korleis samtaler rundt definisjonar mellom elevane artar seg og peikt på læringsmoglegheitane som kan vere til stades i ein slik elevsamtale knytt til matematiske definisjonar. Studien tyder også på at elevane har manglande opplæring i det å definere som ein aktivitet og definisjonar generelt.

Innhaldsliste

Kapittel 1: Innleiing

1.1 Bakgrunn for val av tema

Det er avgrensa med forsking på definisjonar og utvikling i det å definere som ein aktivitet. Særleg er det svært lite forsking i Noreg på dette området, så dei studiane eg har tatt utgangspunkt i, er knytt til utanlandske studiar. Dette gjer at den delen som ofte er relaterbar, i form av at både mi forsking og den forskinga eg les, ser på norske elevar, forsvinn. Dette gjorde det endå meir interessant å sjå på, sidan det er så lite forsking på dette på norske elevar. Sjølv om definisjonar er ein sentral del av matematikk, så veit ein lite om korleis elevar si deltaking i å definere utviklar seg (Kobiela & Lehrer, 2015). Studiar (Kobiela & Lehrer, 2015) har gjort, viser at elevar har store utfordringar med å definere sjølve i matematikk, men studien viser også at det allereie etter kort tids arbeid med fokus på dette, ser ein ei markant endring i forståinga hos elevane knytt til det å definere som ein aktivitet i matematikk. Kobiela og Lehrer (2015) viser også til ei vaksande mengde forsking som tyder på at studentar si deltaking i generering, revisjon og evaluering av definisjonar er ein produktiv stad for å utvikle matematisk konsept, alt frå idear om romlege eigenskapar og objekt, til tal-eigenskapar, til algebraiske konsept. Desse studiane framhevar også moglegheitene for at konseptuell utvikling gitt ved deltaking i praksisen med å definere, strekk seg frå tidleg grunnskuletrinn til høgare studiar (Kobiela & Lehrer, 2015).

Det å presentere matematiske definisjonar og konsept som ferdige produkt, har vorte kritisert av matematikarar i lang tid. De Villiers (1998) viser til fleire, blant anna Blandford og Freudenthal. Hans Freudenthal, referert i De Villiers (1998, s.248), er ein kjend matematikar, kritiserte den tradisjonelle praktiseringa av å utgje innhald som ferdige produkt, og hevdar at få matematiske definisjonar ikkje er forut inntatte og at elevar ikkje bør bli nekta privilegiet til å få ta del i aktiviteten fram mot det endelege produktet. I likheit med Freudenthal, kritiserte Blandford referert i De Villiers (1998, s.248) dette, allereie i 1908. Han (Blandford, referert i De Villiers, 1998, s.248) uttalte at han meinte det var "ein direkte ondskapsfull metode å presentere det som ferdige produkt, og når ein ikkje inkludere elevane i prosessen, kastar ein bevisst vekk ein av dei mest verdifulle verktøya i intellektuell disiplin". Trass i denne kritikken, har matematikken heilt fram til i dag hatt utgangspunkt i å presentere matematiske definisjonar som ferdige produkt, for så å kome med døme i etterkant. I dei seinare år har feltet for matematikkundervisning utvida sitt syn på kva det vil seie å kunne matematikk og å delta i matematiske aktivitetar (Kobiela & Lehrer, 2015). Dei skildra eit skifte frå eit hovudsakleg produserande syn på matematikk, til eit meir omfattande syn som inkludera å utvikle relasjonar mellom konseptuelle og prosessuelle formar for matematikk, samt å lære å delta i epistemiske praktiser av kunnskapskaping og revisjon, som definisjon, kome med antakingar og bevise (Kobiela & Lehrer, 2015).

Dette kjem også tydeleg fram i læreplanen (LK20), med endra fokus. Hausten 2020 kom det nye læreplanar i Noreg, og i kvart fag vil det kome kjerneelement, som skal vere med å prege både progresjonen og innhaldet i læreplanen. To av desse kjerneelementa er *representasjon og kommunikasjon* og *Resonnering og argumentasjon* (Utdanningsdirektoratet, 2020). Skildringa av det fyrste kjerneelementet er "Resonnering i matematikk R handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer å forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Videre handler det om å utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer. Argumentasjon i matematikk R handler om å begrunne og bevise gyldigheten til framgangsmåter, resonnementer og løsninger" (Utdanningsdirektoratet, 2020). Det kan argumenterast for at matematiske definisjonar er det forhandlande grunnlaget for all matematisk arbeid (Kobiela & Lehrer, 2015). Det andre kjerneelementet er skildra som "...Videre handler det om å oversette mellom matematiske representasjoner og språket i andre kontekster og om å veksle mellom ulike representasjoner. Kommunikasjon i matematikk handler om å bruke matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnementer." (Utdanningsdirektoratet, 2020). Baldinger (et al., 2020) skildrar definisjonar som byggesteinar i matematikk og beskriv dei som avgjerande for kva som reknast for å vere matematiske objekt og grunnleggande i matematisk kommunikasjon.

1.2 Eigen motivasjon for oppgåva

I praksis på ungdomsskulen hadde eg nokre utfordringar i forhold til timeplanen, og måtte derfor prøve å lage varierte undervisningsopplegg. I den samanheng testa eg ut memoryspel med elevane i matematikk med matematiske definisjonar. Elevane satt i grupper på fire og fekk i oppgåve å bla gjennom kapitelet vi no hadde fullført og velje seg ut fem omgrep som dei syns var viktige for dette kapitelet. Deretter skulle elevane skrive ned omgrepet på ein lapp, og på ein tilsvarande lapp skulle dei skrive ned sin eigen definisjon av omgrepet, men utan å bruke sjølve omgrepet. Deretter skulle dei fire elevane som satt i lag, spele memoryspel med desse lappane dei hadde laga. Det interessante var at når elevane kom til ein definisjon som var mangelfull, blei det ein diskusjon elevane seg i mellom, om kva som eigentleg måtte vere med i definisjonen for å kunne seie at denne forklaringa til omgrepet var einstydig med omgrepet som sto på den tilhøyrande lappen. Eit døme på dette var omgrepet "Parallellogram". Eleven hadde forklart dette som: "Ein firkant med 2 sider som går parallelt." Parallellogram går jo innunder den forklaringa, men forklaringa er ikkje einstydande med parallellogram. Det kan også til dømes vere eit trapes. Aktiviteten med memoryspel sette i gong faglege diskusjonar kring definisjonen av parallellogram og elevane var veldig engasjerte. Dette syns eg var veldig spennande å sjå, og eg har også undervegs i lektorutdanninga innsett at eg har stor interesse for matematiske definisjonar på eit personleg plan.

Eg opplevde også eit stor omvelting på eit personleg plan når eg byrja å studere matematikk ved Universitetet i Bergen. Vi hadde ikkje arbeida noko med å definere i matematikk på vidaregåande trinn, og eg kjende derfor lite til dette. Dette førte til at eg ikkje hadde så god forståing for definisjonar og forstod ikkje viktigheita av små, inngåande termar i definisjonar i Calculus, som til dømes kor viktig skilnaden på $X \leq 0$ og $X < 0$ var. Dermed brukte eg ei stund på å forstå meg på definisjonar som eit konsept, i tillegg til at eg absolutt kunne ha større kjennskap til dei omgrepa det var forventa at vi kjende til frå vidaregåande. Derfor syns eg det hadde vert interessant å gjennomføre memoryspel med matematiske definisjonar i ei klasse på vidaregåande med realfagsmatematikk. Dette fordi dei fleste av dei som tek realfag, truleg vil møte matematikk i seinare studiar etter vidaregåande og såleis vil kunne ha eit større utbytte utover tida dei går på vidaregåande skule.

Det å kunne kommunisere matematikk, og kunne argumentere og resonnere har fått større plass i matematikkfaget, og alle desse elementa er tett knytt opp til matematiske definisjonar. Derfor er det særleg interessant å sjå på dette når læreplanen har endra fokus frå å sjå på matematikk i all hovudsak som eit reknefag, til å omhandle meir forståing og kommunikasjon. Memoryspel med fokus på matematiske definisjonar kan nyttast som ein aktivitet med fokus på å kommunisere matematikk med sine medelevar, der elevane får moglegheita til trene på å argumentere, resonnere og formulere seg korrekt kring matematiske definisjonar.

1.3 Forskingsspørsmål

Eg ønskjer i mi oppgåve å sjå på den samtalen som oppstår mellom elevane i gjennomføringa av memoryspel med matematiske definisjonar. Aktiviteten memoryspel med matematiske definisjonar skal legge ramma for diskusjonen elevane har, og fokusere dei inn mot matematiske omgrep og det å definere som eigen aktivitet før dei byrjar å spele med memory-korta. Sidan eg berre gjennomfører ei økt, er det vanskeleg å seie noko om læringsutbytte til elevane, samt om progresjon i forståing. Derfor ønskjer eg å sjå etter framtredande element i elevsamtalane, samt sjå etter indikasjonar på læringsmoglegheiter som kjem til syne i elevsamtalen som oppstår. Då vil desse elementa kunne vere eit verktøy ein som lærar kan nytte seg av, i planlegginga av undervisningsøkter. Både økter med gjennomføring av memoryspel som aktivitet, men også i elevdiskusjonar generelt sett, som er retta mot matematiske definisjonar og det å definere. Eg har formulert følgjande forskingsspørsmål:

Kva er framtredande i samtalen som oppstår i gjennomføringa av memoryspel med matematiske definisjonar?

Kva for nokre indikasjonar på læringsmoglegheiter er synleg i samtalen?

1.4 Metodisk tilnærming

For å kunne svare på forskingsspørsmåla vil eg sjå på den elevsamtalen som oppstår i gjennomføringa av memoryspel med matematiske definisjonar. Eg ønskjer at elevane skal gjennomføre denne aktiviteten i grupper på cirka tre stykk, og det vil derfor bli fleire grupper i klasserommet på same tid. Derfor vil det ikkje kunne la seg gjere at eg skal gå rundt å observere dei ulike gruppene når dei gjennomfører aktiviteten, og eg fann derfor ganske fort ut at eg må samle inn den samtalen elevane har under gjennomføringa. Sidan eg ikkje har noko kjennskap til dei elevane som deltok i datainnsamlinga mi, vurderte eg det slik at eit lydopptak ville vere vanskeleg å transkribere korrekt, då det er utfordrande å skilje fleire elevar på same gruppe, berre basert på stemme. Derfor konkluderte eg med at videoopptak ville vere det beste i denne samanhengen. Det var også det beste valet med tanke på min kroniske hovudverk, då dette ville vere til hjelp for å kunne fordele observasjonen utover fleire bolkar, og også bidra til å lettare kunne transkribere datane enn om det var lydopptak. Deretter analyserte eg datane og sorterte dei observasjonane eg gjorde, fyrst i kodingar, så i kategoriar, før eg til slutt såg nærare på kvar kategori. Så drøfta eg funna eg gjorde i lys av teorien presentert i kapittel 2, og nytta dette til å svare på forskingsspørsmåla mine.

1.5 Oppbygging av oppgåva

Masteroppgåva er bygd opp av sju hovudkapittel. Desse er innleiing, teori, metode, analyse, resultat, drøfting og avslutning. I teorikapittelet legg eg fram teori som danna grunnlaget for oppgåva mi, og presentera rammeverka som er nytta i analysen av resultata. I teorikapittelet tar eg for meg ulik teori knytt til definisjonar, fyrst grunnleggande om dei og kvifor ein bør la elevane delta i å definere. Deretter litt om skilnaden på omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon, før eg ser på misoppfatningar, kognitiv konflikt og feil bruk av matematiske definisjonar, samt noko forsking på feltet.

I metodekapittelet presentera eg kva metode eg har brukt for å samle inn data, og kvifor denne måten egnar seg til å svare på forskingsspørsmåla. Det blir også gjort reie for korleis utvalet i undersøkinga er gjort, før eg til slutt diskutera metodiske og etiske betraktningar knytt til prosjektet. Analysekapittelet tar for seg analyseprosessen, korleis eg valde dei ulike kodingane og sorterte desse i kategoriane, samt andre funn gjort i samband med analysen. Vidare blir funna presentert i resultatdelen, sortert i dei ulike kategoriane eg sorterte kodingane i. Så blir desse funna drøfta i samanheng med teori og nytta til å svare på forskingsspørsmåla i diskusjonskapittelet. Til konkludera eg, og så reflektera eg rundt svakheiter ved prosjektet og vegen vidare i avslutninga.

Kapittel 2: Teori og relatert forsking

2.1 Matematiske definisjonar

2.1.1 Kva er ein definisjon?

Hana (2013, s.56) skildrar ein definisjon som "En beskrivelse av betydningen til et ord eller uttrykk". Han skildrar også definisjon ved bruk av termar og skriv at ein i matematikken møter ulike termar, der ein møter ei skildring av termane si betydning, nemleg ein definisjon. Definisjonar er som kjend heilt sentrale i matematikk og dei skil seg frå daglegdagse definisjonar (Edwards & Ward, 2004). Kobiela og Lehrer (2015) skildrar definisjonar som særeigne i matematisk praksis. Ulikt lemma, teorem, eller korollar, så kan ikkje definisjonar bevisast. Sånn sett er matematiske definisjonar distinkte frå andre matematiske einingar, fordi dei er det forhandlande grunnlaget for all matematisk arbeid (Kobiela & Lehrer, 2015).

Det er fleire ulike måtar å dele definisjonar inn i. Hana (2013, s.66) delar definisjonar inn i to ulike kategoriar, og den fyrste kategorien kallar han *intensjonal definisjon* og skildrar dette som "ein definisjon som beskriver et omgrep ved å gi nødvendige og tilstrekkelige betingelser for at noe skal være et tilfelle av omgrepet". Den andre kategorien kallar (Hana, 2013) for *ekstensjonal definisjon* og denne skildrar eit omgrep ved å liste opp alle moglege tilfelle av omgrepet. I matematikken jobbar vi stort sett med intensjonale definisjonar, fordi det ikkje eg mogleg å klare å liste opp alle dei ulike tilfella av eit omgrep. Ein vil i nokre tilfelle kunne klare å liste opp mange døme som ligg under definisjonen, men ein vil ikkje klare å finne alle døma som høyrer til denne definisjonen. De Villiers (1998) deler definering inn i to ulike kategoriar, deskriptiv og konstruktiv definering. Deskriptiv (a posteriori) definering skildrar han som systematisering av eksisterande kunnskap, medan konstruktiv (a priori) definering er produksjonen av ny kunnskap. I matematikk er det deskriptive definisjonar vi snakkar om. Også Edwards og Ward (2004) skil definisjonar frå kvarandre i to ulike kategoriar, direkte oversett til ekstraherande definisjonar og stipulerande definisjonar. Ekstraherande definisjonar er basert på døme av faktisk bruk, definisjonar som er trekt ut av ein heilheit av bevis, medan stipulerande definisjonar er det eksplisitte og sjølvbevisste oppsettet av meiningsrelasjonar mellom ord og eit objekt, altså handlinga for å tileigne eit objekt til eit namn (Edwards & Ward, 2004). Kvardagslege definisjonar vert sett på som ekstraherande, medan matematiske definisjonar er stipulerande definisjonar. Sidan matematiske definisjonar er så særeigne og unike samanlikna med andre typar definisjonar, bør ein behandle denne prosessen som eit konsept i seg sjølv. "Studentar med matematikk bør på eit eller anna tidspunkt gjennom studiane få ei forståing for dette konseptet, samt ei forståing for den spesifikke rolla definisjonar har i matematikkfaget" (Edwards & Ward, 2004, s.419).

2.1.2 Kva vil det eigentleg seie at noko er definert?

"Ein definisjon vil være knyttet til en bestemt representasjon av omgrepet som skal defineres" (Hana, 2013, s.72). Sjølv om dette framstår ganske konkret, vil ein møte på enkelte situasjonar der definisjonane bør presiserast. Korleis kan ein eigentleg ta stilling til om det vi vert presentert er ein definisjon eller berre eit utsegn? Shir og Zazlavsky referert i Hana (2013, s.71) listar opp nokre formelle kriteria, som er meint for å sikre at definisjonen er logisk konsistent:

"Eksistens Begrepet som defineres skal eksistere, dvs. det skal finnes minst et tilfelle av omgrepet

Ikke-selvmotsigende En definisjon skal være konsistent med seg selv

Entydig En definisjon skal ikke vere tvetydig

Ekvivalens Dersom de gis en ny definisjon av et omgrep bør denne være ekvivalent med tidligere gitte definisjoner av samme omgrep

Hierarkisk En definisjon tar bare i bruk primitive termer og termer som tidligere er blitt definert"

Sjølv om ein her har klare retningslinjer for kva som kvalifisera som ein definisjon, er det likevel ikkje alltid like lett for elevane å forstå seg på dette med definisjonar. I matematikken har vi mange ekvivalente definisjonar. Hana (2013) lister opp 25 ulike definisjonar av eit kvadrat, kvar og ein av dei gyldige. For elevane kan det vere vanskeleg nok å forstå at ulike kriteria for eit kvadrat kan gje ulike definisjonar, og at kvar og ein av desse definisjonane er like korrekte, men vert nytta i ulike situasjonar basert på kva informasjon vi vert gjevne for å løyse oppgåva. Likevel er det nyttig med alle definisjonane, fordi kvar definisjon har ulike inngåande termar. Hana (2013) definera udefinerte termar som primitive termar i matematikk. Desse er til for å unngå sirkelargumentasjon. Den allmenne forståinga av uttrykka er rett og slett så grunnleggande at ein ikkje treng ein definisjon for desse.

Hana (2013) deler definisjonar inn i o*pne* og *lukka* definisjonar, der han definera ein lukka definisjon som ei presis skildring av eit omgrep og det som vi vanlegvis tenkjer på som definisjonar i matematikken. Ein open definisjon derimot skildrar Hana (2013, s. 74) som "kontekstspesifikke karakteriseringer av omgrepet som forstås å være i utvikling etter hvert som nye anvendelser og assosiasjoner kommer på banen". Sjølv om vi ofte ser på definisjonar i matematikken som lukka, vil det likevel vere ein fordel å kunne sjå på definisjonar som opne i skulesamanheng. Ein kan også opne ein definisjon, og med dette meinast det at ein kan legge til rette for at eit omgrep kan utvikle betydning i løpet av skuleåra (Hana, 2013). Ei tallinje er eit døme på ein open definisjon i skulesamanheng. Sjølv om vi definera det meste i matematikken, møter vi likevel av og til *udefinerte uttrykk.* Slike uttrykk er uttrykk som ein ikkje har definert fordi ein ikkje har greidd å skildre uttrykket på ein måte som samsvarar med liknande uttrykk (Hana, 2013). Nokre døme på slike udefinerte uttrykk er 2-kant og 0^0.

2.1.3 Rollene til matematiske definisjonar

Kvifor bruker vi eigentleg definisjonar i matematikk og kvifor ser vi på det som så viktig for matematikkundervisninga? Det har fleire hensikter å bruke definisjonar innan matematikk. Gert M. Hana (2013) klassifiserer tre hovudkategoriar av roller til definisjonar i matematikk. Desse tre kallar han den økonomiske rolla, den logiske rolla og den strukturelle rolla og skildrar dei kort som høvesvis å kunne bidra til enklare og meir konsis språkbruk, sikre felles og forståeleg språkbruk og være matematisk fruktbare (Hana, 2013). Den økonomiske rolla som definisjonar har, går i hovudsak ut på at ein kan spare både tid og plass og kan bruke desse utsegna til å veksle mellom forskjellige utsegn. Bruk av færre ord gjer det mogleg å uttrykke seg meir konsist ved bruk av færre ord. Han seier også at "definisjonar gjer omgrep meir faste og forenklar bruken av dei fordi omgrepet kan sjåast på som ei eining" (Hana, 2013, s. 58). Dette er ein stor fordel i matematikk, då matematikk er eit presist fag. Kobiela og Lehrer (2015, s.427) seier at "ved å ta omsyn til den økonomiske rolla til definisjonar, kan dette framprovosere undersøkingar av samanhengar mellom relevante definisjonar, og derfor også kva som må seiast eksplisitt og kva som kan antydast av uttale". Når ein forklarar kan ein bruke færre ord ved å bruke definisjonane, som både sparar plass og er meir presist. Sidan definisjonen er presis og nøyaktig, kan ein også bytte ut sjølve omgrepet med definisjonen av dette. Dette kallar Hana for den stadfortredande rollen til definisjonen (Hana, 2013).

Den andre rolla Hana snakkar om er den logiske rolla. Dette forklarar han som "en samlebetegnelse for at definisjonar brukes for å sikre presisjon i språket og for å sikre at en term blir brukt på samme måte av deltagerne i diskursen" (Hana, 2013. S.59). Definisjonar er gjevne på førehand og skal vere like for alle. Når ein brukar ein term i matematikk er alle samde i kva det meinast, og dersom det er usemje, vil det vere mogleg å finne ein presis definisjon til dømes i læreboka. Dette er grunnleggande for matematisk argumentasjon.

Den siste rolla er den strukturelle rolla. Hana (2013) skildrar dette med at ein ikkje innfører nye ord for å utvide vokabular, men fordi det nye ordet skildrar eit omgrep som elevane har behov for i sin matematiske kunnskap. Dersom definisjonar ikkje innehar potensial til vidare matematisk arbeid, er definisjonane uhensiktsmessige. Definisjonane er altså til for å hjelpe til å strukturere matematikken og gje struktur til den kunnskapen ein innehar. Dei vil altså organisere dei objekta som er inkludert i definisjonen, altså at ting vert satt i samanheng. Ein presis definisjon av ein rettvinkla trekant vil gje struktur til den geometriske figuren av ein rettvinkla trekant og strukturere kunnskapen knytt til rettvinkla trekant. Ein må også som lærar ta stilling til kva for nokre definisjonar det er hensiktsmessig å innføre, og kva for nokre som er mindre viktige. Her må ein hugse på at ein ikkje innfører nye definisjonar utan å plassere dei i ein strukturmessig kontekst.

2.2 Omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon

Ein matematisk definisjon er ei presis skildring som ikkje gjev rom for eigne tolkingar (Hana, 2013). Korleis kvar enkelt elev forstår eit nytt omgrep kan likevel variere, men då er det ikkje omgrepet som er ulikt, men elevane sitt personlege bilete av omgrepet. Tall & Vinner (1981) er dei fyrste som formulera definisjonar av omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon. Dei forklara at desse omgrepa oppstod som ein direkte konsekvens av at dei i sitt arbeid med å sjå på matematiske definisjonar og tankane elevane hadde knytt til dette, ønskja å distansere mellom dei matematiske konsepta og den kognitive prosessen dei er knytt til. "*Omgrepsbilete* er den totale kognitive strukturen som er assosiert med det matematiske konseptet, som inkludera alle dei mentale bileta og assosierte eigenskapar og prosessar" (Tall & Vinner, 1981, s.152). Dette omgrepsbilete er bygd opp over år med erfaringar av alle typar, etter kvart som individet møter nye utfordringar og gjer nye erfaringar (Tall & Vinner, 1981). Det er denne definisjonen til Tall & Vinner (1981) Hana (2013) tek utgangspunkt i for sin teori, og dette gjeld også for omgrepsdefinisjon. Når ei klasse arbeider med eit matematisk konsept, sit kvar og ein av elevane med sitt eige omgrepsbilete, og når ein er elev på vidaregåande har ein opparbeidd seg potensielt store omgrepsbilete til ulike matematiske konsept. Då vil det ikkje nødvendigvis vere slik at ein har heile omgrepsbilete til det gjeldande matematiske konseptet aktivert under arbeidet med det. Tall & Vinner (1981) definera den delen av omgrepsbilete som er aktivert på eit bestemt tidspunkt for det *påkalla omgrepsbilete.*

Omgrepsdefinisjon vert definert av Tall & Vinner (1981, s.152) som "ein form av ord nytta til å spesifisere det aktuelle matematiske konseptet". Hana (2013, s.64) formulera omgrepsdefinisjon som "den beskrivelsen som ein person bruker for å fastsette omgrepet". Dette kan vere sjølve standarddefinisjonen til omgrepet eller ei eiga formulering av individet, men det ligg til grunn at dei grunnleggjande krava for å tilfredsstille definisjonen er innehaldt i definisjonen. Sjølv om begge desse inngår i omgrepsdefinisjonen, er desse to likevel differensiert. Tall & Vinner (1981) definera ein *personleg omgrepsdefinisjon* som "ein personleg rekonstruksjon av ein definisjon frå individet sitt påkalla omgrepsbilete, medan ein *formell omgrepsdefinisjon* er ein omgrepsdefinisjon som er akseptert av det matematiske samfunnet for øvrigt. Det er viktig å presisere at ein personleg omgrepsdefinisjon må vere matematisk korrekt, men med ei personleg formulering. Kvar individuelle omgrepsdefinisjon generera igjen sitt eige omgrepsbilete, som med eit anna ord kan kallast *omgrepsdefinisjons-bilete* (Tall & Vinner, 1981). Som lærar ønskjer ein ofte at elevane skal lage personlege omgrepsdefinisjonar, for å sjå kva forståing elevane har innanfor temaet, men også for å få ei innsikt i elevane sitt omgrepsbilete. Definisjonen av kva som inngår i ein personleg omgrepsdefinisjon og ein person sitt omgrepsbilete kan framseta veldig lik, men har ein særs viktig skilnad. I den personlege omgrepsdefinisjonen nyttar personen seg av eigne formuleringar til å skildre den formelle omgrepsdefinisjonen, medan det i omgrepsbilete er totalen av dei kognitive strukturane vedkomande knytt til definisjonen som er inkludert. Hovudskildnaden er at personen sitt omgrepsbilete ikkje nødvendigvis samsvarer med den formelle omgrepsdefinisjonen, og dette biletet kan utviklast over tid og vert vidare dess fleire knaggar vedkomande får til å kople saman ulike delar av bilete (Hana, 2013). Eit omgrepsbilete vil dermed kunne vere feil og misvisande for den enkelte, dersom det ikkje samsvarer med den formelle omgrepsdefinisjonen. Derfor er det som lærar grunnleggande å få ei innsikt i elevane sitt omgrepsbilete etterkvart som ein underviser og elevane tileignar seg ny kunnskap, slik at ein kan introdusere dei for omgrepsdefinisjonen etter kvart.

Ein må altså få elevane via omgrepsdefinisjonen i løpet av argumentasjonen, slik at dei vert presenterte det som er korrekt og kan prøve å få dette inn i omgrepsbilete deira, og dermed utvide forståinga innanfor temaet. Dette definera Hana (2013) som intuitiv respons. Alternativt vil dei velje å sjå på omgrepsdefinisjonen og bruke denne direkte, men ikkje klare å knytte den til det omgrepsbilete dei allereie sit med, som er deduksjon etter intuitiv tanke (Hana, 2013). Argumentasjonen vil likevel verte korrekt sidan dei nyttar seg av omgrepsdefinisjonen. Når eleven nyttar omgrepet korrekt, vil det påkalla omgrepsbilete og omgrepsdefinisjonen stemme overeins (Hana, 2013). Målet må heile tida vere å i størst mogleg grad klare å knytte dei nye omgrepsdefinisjonane som elevane vert presenterte for opp mot det omgrepsbilete elevane sit med.

2.3 Kvifor bør elevane ta del i å definere?

Kobiela og Lehrer (2015) skildra ulike føremål med matematiske definisjonar. Eitt av dei er at matematiske definisjonar har som funksjon at dei skal introdusere nye objekt til matematikkfeltet. "Når nye objekt vert introdusert og brukt, så vert definisjonar brukt til å skilje mellom objekta, slik at matematikarar har ein praktisk måte å kommunisere om matematiske idear" (Kobiela & Lehrer, 2015, s.425). Andre matematiske praksisar er bygd direkte på system av matematiske definisjonar. Praksisen med å definere er vanlegvis undertona i skulematematikken, og elevar opplever ofte i staden at definisjonar er noko dei mottek frå ein autoritet (Kobiela & Lehrer, 2015). Vidare bidreg definisjonar til å utvide elevar sine fyrste bilete av objekta dei ser på og definisjonar kan også bidra til at forklaringane deira går frå heilheitlege, til meir matematiske forklaringar som fokusera på relevante delar og eigenskapar (Kobiela & Lehrer, 2015). Dei viser vidare til ei voksande mengde forsking tyder på at studentar si deltaking i generering, revisjon og evaluering av definisjonar er ein produktiv stad for å utvikle matematiske konsept, alt frå idear om romlege eigenskapar og objekt, til tal-eigenskapar, til algebraiske konsept (Kobiela & Lehrer, 2015).

Desse studiane antydar også at moglegheitene for konseptuell utvikling gitt ved deltaking i praksisen med å definere, strekk seg frå tidleg grunnskuletrinn til høgare studiar (Kobiela & Lehrer, 2015). Sjølv om definisjonar er ein sentral del av matematikk, så veit ein lite om korleis elevar si deltaking i å definere utviklar seg (Kobiela & Lehrer, 2015). Når elevane får ta del i å definere, er det ein sjanse for at ikkje alle relevante eigenskapar til objektet dukkar opp i arbeidet med objektet ved seinare høve (Baldinger, et al., 2020). Lærarar må inkorporere autentiske moglegheiter for elevane til å engasjere seg i å definere i matematikk (Baldinger, et al., 2020).

Det har vore føreslått at elevar bør bli eksponert for eller inkludert i dei typiske matematiske prosessane som inngår når nytt innhald vert oppdaga, oppfunne og organisert (De Villiers, 1998). Human referert i De Villiers (1998, s.248) definera dette som den "*rekonstruktive*" tilnærminga og skildrar dette med den såkalla "direkte aksiomatisk-dedutive" tilnærminga:

"Med denne termen ønskjer vi å indikere at innhaldet ikkje er direkte introdusert til elevar (som ferdige produkt av ein matematisk aktivitet), men at innhaldet nyleg er rekonstruert gjennom læring på ein typisk matematisk måte av lærar og/eller elevane" (Human referert i De Villiers, 1998, s.248).

Det didaktiske aspektet ved denne rekonstruktive tilnærminga, inkludera blant anna at denne implementeringa framheva meininga med innhaldet, og det lar elevane aktivt delta i konstruksjonen og utviklinga av innhaldet (De Villiers, 1998). Ein slik rekonstruktiv tilnærming er dermed karakteristisk ved at elevane ikkje blir presenterte innhald som ferdige produkt, men fokusera meir på prosessen fram mot å skape innhaldet. De Villiers (1998) presisera at den rekonstruktive tilnærminga ikkje nødvendigvis implisera utforskande læring, det kan også vere berre ein rekonstruktiv forklaring av lærar eller tekstboka.

Å presentere matematiske definisjonar og konsept som ferdige produkt utan å vektlegge den underliggande prosessen av å definere har blitt kritisert av matematikara i lang tid. De Villiers (1998, s.248) viser til fleire, blant anna Blandford og Freudenthal. Den kjende matematikaren Hans Freudenthal referert i De Villiers (1998, s.249) kritiserte den tradisjonelle praktiseringa av å utgje innhald som ferdige produkt, og hevdar at få matematiske definisjonar ikkje er forut inntatte og at elevane ikkje bør bli nekta privilegiet til å få ta del i aktiviteten fram mot det endelege produktet. Blandford referert i De Villiers (1998, s.249) skreiv allereie i 1908 at

> For meg framstår det som ein radikalt onskapsfull metode, å forsyne elevane med ferdig-laga definisjonar, som i ettertid skal memorerast etter ei forsiktig forklaring. Når ein gjer dette, kastar ein bevisst vekk ein av dei mest verdifulle verktøya av intellektuell disiplin. Utviklinga av ein fungerande definisjon av elevane sin eigen aktivitet stimulert med passande spørsmål, er både interessant og høgst pedagogisk. (Direkte oversett frå engelsk av underteikna)

Trass i desse krasse utsegna lang tilbake i tid, har matematikk heilt fram til i dag tatt utgangspunkt i å presentere matematiske definisjonar som ferdige produkt, for så å forklare og kome med døme i etterkant. I dei seinare år har feltet for matematikkundervisning utvida sitt syn på kva det vil seie å kunne matematikk og å delta i matematiske aktivitetar (Kobiela & Lehrer, 2015). Dei skildra eit skifte frå eit hovudsakeleg produserande syn på matematikk, til eit meir omfattande syn som inkludera å utvikle relasjonar mellom konseptuelle og prosessuelle formar for matematikk, samt å lære å delta i ein epistemiske praktiser av kunnskapskaping og revisjon, som definering, komme med antakingar og bevise (Kobiela & Lehrer, 2015). Dette kjem også tydeleg fram i den nye læreplanen (LK20) som har endra frå å ha eit fokus knytt i all hovudsak til kompetansemål, til no å innføre kjerneelement (Utdanningsdirektoratet, 2020) som har meir fokus på nettopp å lære å delta i epistemiske praktiser og utvikle relasjonar mellom konseptuelle og prosessuelle formar for matematikk.

"Det er også viktig å hugse på at det å konstruere definisjonar, å definere, er ein matematisk aktivitet som er like viktig som andre prosessar som til dømes å løyse problem, lage gjetningar, generalisere" (De Villiers, 1998, s.249). Derfor er det rart at det har blitt neglisjert i det meste av matematikkundervisning (De Villiers, 1998). Dette i seg sjølv er eit argument for å la elevane sjølve ta del i prosessen med å definere, slik at dei også kan få kjennskap til denne matematiske prosessen. De Villiers (1998, s.251) ser vidare på eit eksperiment utført i 1977-1978. Då er hovudfokuset retta mot at

- Elevane skal innsjå at ulike, alternative definisjonar for same konsept er mogleg, og at definisjonar er uøkonomiske eller økonomiske og til slutt at økonomiske definisjonar fører til kortare, enklare bevis for eigenskapane.
- Oppdage elevane sine evner til å konstruere formelle, økonomiske definisjonar for geometriske konsept.

Eg skal ikkje gå nærare inn på studien av desse elevane, men desse punkta eksperimentet fokuserte på, er interessante i den grad at elevane si forståing for matematiske definisjonar og det å definere kan delvis målast basert på desse punkta.

Hana (2013) lister opp fleire grunner til kvifor ein bør la elevane sjølve delta i å definere nye omgrep dei møter i undervisninga. Det fyrste grunnen han nemner er at elevane sjølve bør lære seg å tenkje over definisjonar dei møter, slik at dei kan forstå kvifor akkurat dei vilkåra for definisjonen inngår (Hana, 2013). Ein annan årsak han nemner er at elevane ofte sit på eit inntrykk av at matematikk er veldig fastsett (Hana, 2013). Med det meina han at elevane ikkje alltid er klar over at eiit omgrep kan definerast på forskjellige måtar og vere ekvivalente i tydinga, berre uttrykt på ulike måtar. Dersom elevane får eit vidare blikk på dei ulike definisjonane og også får ei forståing av at det kan vere fleire definisjonar av same uttrykket, vil det vere lettare å forstå matematikken (Hana, 2013). Dersom elevane sjølve deltek meir aktivt i defineringsjobben, vil det kunne vere lettare for elevane å forstå kvifor enkelte termar må vere innehaldt i definisjonen og dei vil også kanskje få ei større forståing i termane som inngår i definisjonane og at alle termar og informasjon som vert gjett i ein definisjon er nødvendig og må vere der. Hana (2013, s.72) viser dette med eit døme der elevane sjølve skal definere ein brøk: "*Definisjon 1:* Del et hele opp i *n* like store deler. Brøken *m/n* er størrelsen som er lik m slike deler. *Definisjon 2:* Brøken m/n er et tall slik at *m/n * n = m."* Begge definisjonane er i og for seg korrekte skildringar av brøk, men manglar likevel eit elementært punkt i definisjonen, nemleg at $n \neq 0$. Når elevane sjølve får erfare dette gjennom å fyrst lage definisjonen, så vil forståinga for slike punkt i ein definisjon kunne verte større, då vil denne typen element i ein definisjon ikkje lengre vere trivielle for elevane.

Baldinger (et al., 2020) skildrar definisjonar som fundamentale til resonnering i matematikk og seier at elevane må få moglegheita til å delta i arbeidet med å definere, i staden for å berre bli presentert ein ferdig definisjon. Samtidig byr det på ei utfordring om korleis ein skal introdusere nye definisjonar for elevane (Baldinger et al., 2020). Korleis definisjonane vert presentert for elevane, kan ha mykje å seie for forståinga til elevane. Matematikk blir ofte oppfatta av elevane som eit fag der ein skal kunne rekne og kome fram til eit riktig svar på oppgåva. Mange gløymer at matematikk faktisk er eit eige språk som ein må meistre for å oppnå full forståing i faget. Baldinger (et al., 2020, s.210) forklara viktigheita av definisjonar på ein tydleg måte: “Definisjonar er byggeklossar for matematisk utforsking og sett grenser for kva som inngår som eit matematisk objekt”. For å kunne få større forståing for matematiske definisjonar, er det også implisitt gitt at elevane må arbeide meir direkte og hyppigare med matematiske definisjonar (Edwards & Ward, 2004). Her under ligg også å engasjere elevar og studentar i aktivitetar som går på å formulere definisjonar, slik som praktiserande matematikarar gjer. Dette går også på at elevane frå sine tidlegare år med matematikkundervisning, blant anna vidaregåande, har jobba i hovudsak med mengdetrening av rekneoppgåver (Edwards & Ward, 2004).

2.4 Misoppfatning og kognitiv konflikt

> Vi berører her et sentralt problem i matematikkundervisningen: å få elevene til å innse at de ideer og omgreper de har dannet, ikke alltid gjelder i alle nye situasjoner. Et omgrep er sjelden fullstendig utviklet ved at en har gjort erfaringer på et avgrenset felt. Vi kaller ufullstendige tanker knyttet til et omgrep for misoppfatninger (Brekke, 2002, s.10).

Brekke (2002) skildra også skilnaden på feil og misoppfatning, og seier det er viktig å distansere desse. Feil kan vere tilfeldige, det kan ikkje misoppfatningar. “Bak ein misoppfatning ligg ei bestemt tenking, som blir brukt nokså systematisk” (Brekke, 2002, s.10). Desse misoppfatningane kan vere knytte til ei generalisering av element knytt til eit omgrep, som for så vidt kan fungere greitt på det tidspunktet det vart innført, men som skapar konflikt med den matematiske definisjonen når omgrepet vert utvida i takt med elevane si utvikling matematisk (Brekke, 2002). Desse omgrepa som vert innført undervegs, og som på det inneverande tidspunktet er korrekt, kan ein kalle for eit delvis omgrep om det overordna omgrepet (Brekke, 2002).

Brekke (2002) seier at ein anna viktig årsak til misoppfatningar er at mange elevar ikkje skil mellom omgrepet og algortima, og viser dette ved dømet multiplikasjon. Erfaringane elevane har er mest knytt til å utdøve multiplikasjonen, altså algoritmen, og ikkje kunnskapen knytt til idear om omgrepet (Brekke, 2002). “Det er truleg ikkje mogleg å unngå slike misoppfatningar og delvis omgrep blant elevane, då dette er ein del av elevane si naturlege utvikling og i skulen si oppbygging” (Brekke, 2002, s.11). Omgrep vert utvida etterkvart som elevane går lenger, og såleis er skulen delaktig i å skape slike delvise definisjonar (Brekke, 2002). “Utfordringa med misoppfatningar er, at dei ofte kan gje riktig svar, og virke utover det domenet det eigentleg gjeld for, til dømes heiltal, og såleis følgje eleven vidare oppover i utdanninga" (Brekke, 2002, s.11).

Brekke (2002, s.12) skildrar diagnostisk undervisning med hovudmåla

- Å oppdage kva tankar dei har om ulike omgrep
- Å bli kjend med dei vanskane som er knytt til desse omgrepa
- Å hjelpe læraren med å planlegge undervisninga

Og undervisninga har ikkje som mål å måle elevane sine resultat, men å få innblikk i kva kunnskap dei sit med (Brekke, 2002). Dette kan brukast både før ein introdusera eit nytt tema, og også i etterkant for å kunne samanlikne om det er noko som har endra seg.

Tall & Vinner (1981) definera den delen av omgrepsbilete eller omgrepsdefinisjonen som potensielt kan skape konflikt med ein annan del av omgrepsbilete (eller omgrepsdefinisjonen), for *potensielle konfliktfaktorar*. Desse vil vere dei same elementa av omgrepsbilete, som misoppfatningar. Det er på ingen måte sikkert at desse potensielle konfliktfaktorane kjem til å bli oppdaga nokon tid, og derfor er dei også nettopp berre *potensielle*. "Det er fyrst når ein får påkalla tilsynelatande motstridande omgrepsbilete at ein kan oppdage konfliktar eller forvirring i forståinga av eit omgrep" (Tall & Vinner, 1981, s.152). Fyrst når slike potensielle konfliktfaktorar vert oppdaga, vil dei aktuelle faktorane då verte kalla *kognitiv konfliktfaktorar* (Tall & Vinner, 1981). Dei viser til døme med komplekse tal, $x + iy$, der $y=0$, gjer dei reelle tala, til dømes $2 + i0 = (2,0)$. Fleire studentar argumentera for at ikkje er eit komplekst tal, medan dei likevel definera reelle tal som "komplekse tal med imaginær del lik null". Ved fyrste tanke kan dette verke som ein kognitiv konflikt, men enn så lenge har ikkje studentane framkalla desse omgrepsbileta på same tid, og dei har ikkje opplevd denne konflikten sjølv endå. Derfor går dette under potensielle konfliktfaktorar. Dei vil aldri verte kognitive konflikfaktorar så lenge studentane sjølve ikkje opplever desse omgrepsbileta på same tid. "Ein annan og meir seriøs type potensiell konfliktfaktor er at omgrepsbilete ikkje er i konflikt med ein annan del av omgrepsbilete, men med den formelle omgrepsdefinisjonen" (Tall & Vinner, 1981, s.154). Dette kan hindre læring av formell teori og det er ikkje så lett å få dette fram som ein kognitiv konflikt heller. Dette kan berre skje dersom den formelle omgrepsdefinisjonen påkallar noko i omgrepsbilete som er i konflikt med den potensielle konfliktfaktoren i omgrepsbilete og at vedkommande opplever denne konflikten sjølv (Tall & Vinner, 1981).

Det som ofte kan vere ei utfordring i matematikk, er når ein elev får presentert ein formell omgrepsdefinisjon. Då vil omgrepsdefinisjons-bilete potensielt kunne vere ganske svakt, samtidig som omgrepsbilete knytt til omgrepet kan vere sterkt. Dette kan få følgjer for forståinga av det formelle beviset som følgjer omgrepet, og er også ganske kritisk når ein byrjar på universitetet, då særleg analyse er gjennomsyra av nettopp formelle bevis (Tall & Vinner, 1981). Ein kan som lærar velje å legge opp undervisninga, slik at ein får eit innblikk i omgrepsbilete elevane sit på. Dette kan også gjere at ein oppdagar potensielle konfliktfaktorar og kunne bringe omgrepsbilete med misforståingar til overflata og ved diskusjon kunne rasjonalisere problemet (Tall & Vinner, 1981). Dette er likevel enkelt å seie at ein skal gjennomføre teoretisk sett, men i praksis er ein del omgrepsbilete så sterke at det ikkje er så enkelt å komme med argument som er sterke nok til å svekke dette. Vanskelegheita med å forme passande omgrepsbilete, og dei ugunstige effektane av eit upassande omgrepsbilete med potensiell konflikt, kan verkeleg øydelegge for utviklinga av formelle teoriar i forståinga til kvar enkelt student (Tall & Vinner, 1981).

2.5 Feil bruk av matematiske definisjonar

"Det er ein kjend sak blant matematiske institutt at studentar som tek matematikk opplever utfordringar i arbeidet med matematiske bevis i introduksjonsfag på universitet i abstrakt algebra, reell analyse eller tall-teori" (Edwards & Ward, 2004, s.411). Og i dette arbeidet med å prøve å skrive formelle bevis, forstår ikkje studentane nødvendigvis innhaldet i relevante definisjonar eller korleis dei skal nytte desse definisjonane når dei fører matematiske bevis (Edwards & Ward, 2004). I sin studie av studentar sin feil bruk av matematiske definisjonar, opplevde Edwards og Ward (2004) at elevane hadde vanskeleg med å forstå rolla matematiske definisjonar spelar i matematikk generelt. "Ein ting som også er vanleg og viktig å hugse på, er at det ikkje er uvanleg for elevar, eller ein vilkårleg person for øvrig, å gjenta noko som ein har høyrt tidlegare, utan å ha full forståing for det som vart sagt" (Edwards & Ward, 2004, s.414). Dette kan medføre at elevar uttalar noko som er matematisk korrekt, utan å ha full forståing for det dei uttalar, sjølv om dei forstår at det dei uttaler er korrekt. Eit av dei overraskande funna Edwards og Ward (2004) gjor var at studentar ikkje kategorisera matematiske definisjonar som matematikarar gjer. Dei nytta ofte framgangsmåten til ekstraherande definisjonar, som vi ikkje ser på som den matematisk korrekte måten å sjå på definisjonar på. Dette mente dei også kunne vere årsaka til at ein del studentar sleit med matematiske definisjonar, nemleg at feilkategoriseringa av definisjonar, spelte inn slik på feilbruken av definisjonane i samanheng med å føre matematiske bevis (Edwards & Ward, 2004). Dei oppdaga også gjennom studiane at studentane ikkje nytta definisjonane slik som matematikarar gjer, sjølv om dei kan definisjonen og forklare den. Omgrepsbilete tok overhand, sjølv om det var ei meir logisk forklaring i sjølve definisjonen (Edwards & Ward, 2004). "Ein erfaren matematikar har ei større føresetnad for å danne eit omgrepsbilete basert utelukkande på den formelle omgrepsdefinisjonen og i etterkant kunne forklare samanhengen med allereie eksisterande omgrepsbilete" (Edwards & Ward, 2004, s.418).

"Sidan matematiske definisjonar er så særeigne og unike samanlikna med andre typar definisjonar, bør ein behandle denne prosessen som eit konsept i seg sjølv" (Edwards & Ward, 2004, s.419). Studentar med matematikk bør på eit eller anna tidspunkt gjennom studiane få ei forståing for dette konseptet, samt ei forståing for den spesifikke rolla definisjonar har i matematikkfaget (Edwards & Ward, 2004). Edwards og Ward (2004) meiner også det vil vere ein god idé å introdusere elevane for grunnleggande omgrepslære, blant anna ved å introdusere dei for Tall & Vinner sin definisjon av omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon. Dei viser også til at det ikkje er noko som talar for å vente med denne introduksjonen, tvert i mot. Elevane bør også verte presenterte for døme på omgrep som har særs ulik definisjon i ekstraherande og stipulativ definisjon, og denne observasjonen dannar grunnlaget for å kunne forstå konseptet av matematiske definisjonar (Edwards & Ward, 2004). Sjølv om ein underviser mot ei konseptuell forståing, er det viktig at dette ikkje går på bekosting av elevane si forståing av eigenskapane og bruken av matematiske definisjonar. Edwards og Ward (2004) konkludera med at den spesielle eigenskapane til matematiske definisjonar bør adresserast meir direkte i matematikkundervisninga på alle trinn, og særleg i fag med stort innhald av bevis. Elevane bør ha erfaring med matematiske definisjonar og som fokusera på bruken og erfaringar med prosessen av å definere (Edwards & Ward, 2004).

2.6 Aspektar ved å definere

Kobiela og Lehrer (2015) har gjort ein studie som omhandlar det å definere som ein aktivitet i matematikk, og skildra dette som ein aktivitet som ikkje er monolog, men snarare inneheld koordinering av ulike, men relaterte former for aktivitet. Dei listar opp åtte ulike aspekt ved praksis av å definere:

Aspekt ved å definere	Forklaring av aspektet
Foreslå ein definisjon	Førekjem når studentar er invitert til å konstruere ein definisjon, og er kritisk for å sette i gong diskusjonar om definisjonar
Konstruere eller evaluere døme eller motdøme	Desse døma eller motdøma er typisk formidla av omgrepsbilete av korleis elevane tenkjer eit definert objekt bør sjå ut
Skildre eigenskapar eller relasjonar	Dette er ikkje sjølvsagt at skjer i nokon av dei to aspekta over, og derfor seier dei at det er viktig å skilje mellom desse aspekta
Konstruere definisjonsforklaringa eller argument	Rettferdiggjer å inkludere eller ekskludering av ein matematisk definisjon, og argumentere for relevansen av eigenskapar eller relasjonar til eit objekt.
Revidere definisjonar	Å inkludere ekstra eigenskapar eller relasjonar, og å eliminere unødvendig og unøyaktige eigenskapar til ein definisjon
Etablere og resonnere om systematiske relasjonar	Kan vere innehaldt i prosessen med å definere. Relasjonar kan vere mellom generelle klassar av objekt eller mellom relaterte eigenskapar innanfor klassar av objekt.
Stille spørsmål om definisjonar	Vidare diskusjon eller undersøkingar er ofte provosert av spørsmål elevane stiller.
Forhandle om kriteria for å bedømme om det er tilstrekkeleg, eller akseptering av definisjonar	Forhandle om kva som utgjer ein definisjon, om den må vere økonomisk, og om eigenskapar er sjølve definisjonen eller ein innehaldt term

Tabell 1: Ei oversikt over aspekt ved å definere som Kobiela & Lehrer (2015, s.435) presentera i sin studie av medutvikling av matematiske definisjonar og praksis med å definere. (Dette er direkte oversett frå engelsk av underteinka).

Kobiela & Lehrer, 2015) skildra praksis med å definere som koordinering av ulike former for aktivitetar, og desse formane for definisjonspraksis vil derfor med hensikt vere relaterte til kvarandre og ofte førekomme på same tid. Likevel uthevar desse punkta ulike, distinkte formar for aktivitet knytt til definering.

I resultatdelen presentera Kobiela og Lehrer (2015) fem typar interaksjonar som er viktige for å kunne forklare korleis aspekta av definisjonspraksis og matematiske konsept heng saman. Blant desse funna er det særleg to av punkta som er relevant til mi forsking. Desse er *stille spørsmål som er med på å utvide det matematiske systemet* og *foreslå døme som skapar konkurranse.* Ein anna ting dei ser på er, rolla til læraren når han fyrst introdusera dei for sjølve praksisen med å definere. Dette er ikkje i seg sjølv så relevant, men rolla læraren tek på seg, med å stille oppfølgingsspørsmål og kome med motdøme, er det interessant å sjå på om nokre av elevane i min studie tek på seg, utan vidare opplæring til dette. Læraren bidrog også med oppfølgingsspørsmål om betydninga til objekta relatert til det studentane diskuterte. Slike spørsmål var viktige, fordi dei bidrog til å utvide det matematiske systemet som studentane saman konstruerte (Kobiela & Lehrer, 2015).

Vidare bidrog også slike spørsmål og motdøme til å få avdekka misoppfatningar studentane hadde knytt til matematiske objekt, ved å provosere fram ein kognitiv konflikt hos den eller dei elevane som hadde denne misoppfatninga (Kobiela & Lehrer, 2015). Desse spørsmåla og motdøma elevane konstruera vil også kunne bidra til ein meir økonomisk definisjon som sluttresultat (Kobiela & Lehrer, 2015). Og dei skildra også prosessen med å lære seg når og kor ein bør stille spørsmål og kome med slike motdøme, som ein del av praksisen med å definere. Dei legg også vekt på at ein bør oppfordre elevane til å foreslå definisjonar av objekt eller eigenskapar knytt til dei objekta som vert diskutert og oppfordre til å utvide deira eigne matematiske system (Kobiela & Lehrer, 2015). Dei har også med som ein del av resultatet, at dei finn det viktig at læraren sett elevane inn i, og er med dei, i å lære seg praksisen med å definere (Kobiela & Lehrer, 2015). “Ved å invitere elevane med til å delta i å konstruere og evaluere definisjonar, så utvikla elevane tilbøyelegheiter mot å vurdere og utdjupe eigenskapar ved objekt som kommunikasjon og grunnlag for einigheit” (Kobiela & Lehrer, 2015, s. 451).

2.7 Elevsamtale

Open strategideling, definera Kazemi og Hintz (2019) som samtaler med mål om å få elevane til å dele så mange ulike idear som mogleg, for å kunne sjå eit breitt spekter av løysingar. Elevane kan dele sine omgrepsbilete knytt til dei ulike matematiske omgrepa og kan diskutere dei eventuelle ueinigheitene dei møter på. Likevel har eg eit mål for aktiviteten, og “det matematiske målet fungera som eit kompass som du navigera klasseromssamtalen etter” (Kazemi & Hintz, 2019, s.13). Ser ein sånn på det, vil aktitiveten gå under “målretta samtale”, som er samtalar fokusert på diskusjonen av ein bestemt idé (Kazemi & Hintz, 2019).

Kazemi og Hintz (2019) skildrar i boka, fem ulike målretta samtaler:

- Samanlikne og knytte saman
- Kvifor? La oss begrunne
- Kva er best og kvifor?
- Definere og oppklara
- Utforske feil og endre

Den fyrste målretta samtalen er samanlikne og knytte saman og handlar om å gå i djupna på samanhengane mellom, i dette tilfellet, to lappar med omgrep eller omgrepsforklaring (Kazemi & Hintz, 2019). I ein “kvifor? La oss grunngje”-samtale, må elevane forklare kva dei tenkjer og få den andre eleven til å forstå kvifor ein kan seie at dei høyrer saman eller ikkje. Kazemi og Hintz (2019) skriv om at grunngjevingar frå autoritære personar gjev truverdigheit for elevane. Eleven som spør må ikkje sluke forklaringa, på grunnlag av at det er ein fagleg sterk elev gjer forklaringa.

“Å diskutere hvordan og hvorfor vi bruker matematiske objekter, er en viktig del av det å utvikle problemløsningsferdigheter, tallforståelse og operasjonene som utføres (Kazemi &

Hintz, 2019, s.114). Dette skriv dei under “definere og oppklare”-samtaler. Det er ueinigheit og å tenke grundig over kvarandre sine bidrag, som bidreg til at elevane kan utvikle og heve sitt intellektuelle nivå, slik at dei er i stand til å formulere ein meir presis definisjon (Baldinger, et al., 2020). Til slutt har vi “utforske feil og endre”-samtalen. Dersom ein elev si forklaring av eit omgrep er for lite presis, må dei andre elevane i gruppa forklare kva som manglar for at definisjonen skal vere presis nok og at eleven får moglegheit til å endre og rette opp der det var feil (Kazemi & Hintz, 2019). Her er det viktig å presisere det Kazemi og Hintz (2019) skriv om normer i klasserommet. Dersom vi som lærar har utvikla normer i klasserommet som akseptera bidrag som ikkje er korrekte, vil det også vere mykje lettare for elevane å tørre å by på seg sjølv og ikkje føle eit ubehag om noko er mangelfullt eller feil (Kazemi & Hintz, 2019).

Kapittel 3: Metode og Empiri

I dette kapittelet vil eg gjere greie for kva metode eg har nytta meg av i prosjektet. Eg vil fyrst gå inn på kva som kjenneteiknar valt forsking. Deretter vil eg ta utgangspunkt i forskingsspørsmåla mine, og argumentere med kvifor metoden eg har valt vil vere hensiktsmessig for å kunne svare på desse spørsmåla. Så vil eg vidare gjere greie for kven utvalet i dette prosjektet er og kvifor desse elevane vart utvalde til å delta. Deretter vil gjennomføringa av datainnsamling og analysen verte skildra, før eg til slutt diskutera forskingsetikk og metodiske utfordringar.

3.1 Kvalitativ metode

I forsking skil ein mellom kvantitativ og kvalitativ metode. Det er viktig som forskar å vite at desse to ulike metodane har ulike styrkar og svakheiter, og ein må ta stilling til dette når ein vel metode (Postholm & Jacobsen, 2018). "Kvantitativ metode er basert på at informasjon om verkelegheita formidlast ved hjelp av tall" (Postholm & Jacobsen, 2018, s.89). Ein slik metode går i breidda og innhenta lite informasjon frå mange deltakarar. Når ein går i bredda, får ein oversikt over kva mange meiner, og ein kan få eit meir representativt bilete av korleis fleirtalet ser på ting (Postholm & Jacobsen, 2018). Kvantitativ metode er ei relativt lukka form for datainnsamling, og den informasjonen som skal samlast inn, er predefinert av forskaren (Postholm & Jacobsen, 2018). Kvalitativ metode derimot, innhentar informasjon om verkelegheita gjennom ord eller språk (Postholm & Jacobsen, 2018). "Forskarar som nyttar kvalitativ metode har som mål å prøve å forstå og løfte fram meininga folk har konstruert basert på sine erfaringar" (Postholm & Jacobsen, 2018, s.90). Mitt mål med masteren er å sjå på matematiske samtalar knytt til omgrep og omgrepslære, og berebjelken til kvart individ knytt til eit omgrep er det omgrepsbilete kvar og ein har knytt til det gitte omgrepet (Tall & Vinner, 1981). Dette omgrepsbilete er under stadig utvikling og basera seg på elevane sine erfaringar knytt til dette omgrepet. Ser ein slik på det, er det akkurat det forskarar ønskjer å løfte fram ved bruk av kvalitativ metode, også det eg ønskjer å sjå på knytt til mitt prosjekt. Derfor vil det vere heilt naturleg for meg å velje kvalitativ metode til å sjå på elevsamtalen som oppstår under gjennomføringa av memoryspel i klasserommet med matematiske definisjonar.

“Den kvalitative metoden har vokse fram som ein motreaksjon på den kvantitative, og må dermed sjåast på som ein kritikk av den kvantitative metoden” (Postholm & Jacobsen, 2018, s.89). I kvalitativ metode må ein opprette eit nærare samarbeidsforhold til deltakarane, i forhold med kvantitativ metode, som tek større avstand til deltakarane (Postholm & Jacobsen, 2018). Observasjon blir sett på som den mest fundamentale måten å samle inn data på (Postholm & Jacobsen, 2018). “Det handlar ikkje berre om å sjå, men å bruke alle sansane til å oppfatte og forstå. Ein må vere open for å fange opp det som skjer, men ein har som forskar eit fokus for sine observasjonar” (Postholm & Jacobsen, 2018, s.114). Vidare skildrar Postholm & Jacobsen (2018) ulike observatørroller. Eg hadde i utgangspunktet tenkt å gå rundt i klasserommet under gjennomføringa av aktiviteten, men sidan elevane ikkje kjende meg, blei det heilt stille på gruppene når eg nærma meg, så eg fann ut at det fekk gå sin gang utan innblanding av meg. Elevane hadde likevel moglegheit til å spørje meg dersom noko var uklart undervegs. Sånn sett har eg ikkje deltatt i den delen av aktiviteten som er tatt opp på video og som blir mitt datamateriale. I så fall vil mi rolle gå under “den passive deltakarrolla”, som Postholm & Jacobsen (2018) skildrar med at forskaren er til stades i settinga som vert observert. Forskaren er tilskodar og ikkje i samspel med personane i settinga. Under sjølve opptaket stemmer dette bra overeins, særleg når eg fort la planen om å gå rundt å høyre og sjå på, på is. Eg har likevel ei meir aktiv rolle før datainnsamlinga byrjar. Då står eg framfor klassen å informera om aktiviteten dei skal gjennomføre og forklara korleis dei skal utføre aktiviteten og kjem med døme på korleis eit sett med memory-kort kan sjå ut. I denne samanhengen vil eg gå under “fullstendig medlemskapsrolle”, som vil seie at eg som forskar er ein aktiv deltakar og også eit medlem av fellesskapet (Postholm & Jacobsen, 2018). Denne delen av aktiviteten er ikkje tatt med som ein del av datamateriale, og sånn sett, i sjølve observasjonsdelen, har eg berre ei ei passiv deltakerrolle. Det er likevel viktig å hugse på at eg har hatt ei fullstendig deltakande rolle før opptaket, fordi min innsats der og kva eg har formidla til elevane, vil påverke korleis dei utfører aktiviteten. “Kva observasjonssrolle eg inntek under gjennomføringa av aktiviteten, bør også elevane få kjennskap til, sånn at dei veit korleis dei skal forholde seg til meg som forskar” (Postholm & Jacobsen, 2018, s.131). Dette opplyste eg elevane om før opptaket byrja.

For å på ein best mogleg måte kunne svare på forskingsspørsmåla, har eg ønskja størst mogleg innsikt i aktiviteten og dialogen i gjennomføringa av denne. Ved å filme med lyd får eg eit heilheitleg innblikk i korleis aktiviteten gjekk føre seg, og kan også sjå elevane sitt kroppsspråk. Dette er ein fordel, då elevane ofte snakkar ufullstendig og nyttar henda til å illustrere ting, når dei ikkje klarar å ordlegge seg. Alternativet var lydopptak, då det berre er desse to som gjer meg full tilgang til elevsamtalen i sin heilheit som datamateriale. Grunnen til at eg ikkje valde dette, var både fordi eg ønskja å sjå elevane når dei forklarte og å sjå kroppsspråket til elevane. Eit anna argument for valet, er at transkripsjonen av lydfiler med fleire elevar som pratar samtidig, ville vore veldig vanskeleg å transkribere og skilje i frå kvarandre, særleg utan kjennskap til elevane. “I klasseromsobservasjon kan video-opptak vere ei god hjelp for forskaren, og eit videoopptak gjer det også mogleg for forskaren å oppleve situasjonen på nytt og på nytt og såleis fortsette observasjonen i analysen” (Postholm & Jacobsen, 2018, s.131). Eg gjennomførte tilsvarande aktivitet i tre grupper i klasserommet på same tid, og det ville ikkje vore mogleg for meg å få med meg heile dialogen til alle gruppene, utan å ta det opp. Då gjer video meg eit meir korrekt og heilheitleg inntrykk av korleis det faktisk var under aktiviteten, og får samtidig tatt opp heile elevsamtalen, som gjer at eg kan analysere dette datamateriale.

Forskingsprosjektet mitt er sterkt avgrensa av tid og stad, og fell såleis naturleg under det som vert kalla casestudiar. Ein fellesnemnar for casestudiar er at dei alle studera ein “case”, altså noko som er avgrensa i tid og stad (Postholm & Jacobsen, 2018). I slike casestudiar kan merksamheita rettast mot til dømes eitt eller fleire individ, ei gruppe eller ein aktivitet. Alt dette finn stad innanfor ein klar definert kontekst, sjølv om det nokon gonger kan vere vanskeleg å definere avgrensingane (Postholm & Jacobsen, 2018). Postholm & Jacobsen (2018) presisera også viktigheita av den unike konteksten og at det spelar ei sentral rolle for å vere ein casestudie. I mitt tilfelle er desse grensene ganske tydelege. Eg ønskjer berre å sjå på elevsamtalen i gjennomføringa av aktiviteten, frå elevane byrjar å lage memory-kort, til dei er ferdige å spele memoryspel med desse korta. Denne avgrensinga vert også tydeleg for elevane og også i datainnsamlinga, og er konkret frå videoopptaket startar til det sluttar. Det er også avgrensa med deltakarar, totalt 8 deltakarar deltok. Når opptaket av videoen er ferdig og aktiviteten avslutta, er også “casen” min ferdig, og mi datainnsamling avslutta. Postholm & Jacobsen (2018) delar vidare casestudiar inn i ulike kategoriar, derav enkeltcasestudiar som min studie vil falle under. Målsetninga med enkeltcasestudiar er å oppnå ein grundig forståing av ein enkeltcase, som presenterast i resultatdelen (Postholm & Jacobsen, 2018). Det er likevel viktig å ha med seg i arbeidet, kva som er ulempene med slike enkeltcasestudiar. I utgangspunktet vil ein enkeltcasestudie produsere det vi kan kalle “lokal kunnskap”, det vil seie kunnskap som er avgrensa til ein spesiell kontekst (Postholm & Jacobsen, 2018). I forskingssamanheng vil ein kunne seie at den interne gyldigheita eller validiteten er stor. Det betyr at det er stort sannsyn for at kunnskapen opplevast som relevant og riktig for den som er i den aktuelle konteksten (Postholm & Jacobsen, 2018). Det vil likevel for dei fleste kunne verke som irrelevant og ikkje nyttig. Postholm & Jacobsen (2018, s.64) skriv at det kan vere aktuelt å spørje seg: “Er den kunnskapen eg får fram i mi klasse, også av interesse for andre?” og at ein som forskar må svare på i kva grad og med kva sikkerheit, ein kan påstå at funna i min kontekst vil kunne vere gyldig i ein annan kontekst. Dei presisera også viktigheita av at ein i ein kvar enkeltcasestudie som forskar reflektera over kvifor ein har valt akkurat denne casen og at det kan grunnast ut i frå kor egna casen er til å belyse problemstillinga og forskingsspørsmåla (Postholm & Jacobsen, 2018, s.65).

Under arbeidet med val av metode, vurderte eg fleire alternativ. Eitt av desse var intervju eller spørjeskjema, som eit kompliment til video-materiale. Det enda likevel med video-materiale åleine. Dette fordi eg vurderte det dit at det datamateriale som ville komme ut av ei slik datainnsamling, ikkje ville bidra til auka innsikt i den elevsamtalen som føregjekk under aktiviteten. Eg vurderte det til at dette ikkje ville bidra til å svare på forskingsspørsmåla noko ytterlegare, og valde derfor å ikkje ha det med.

3.2 Metodisk tilnærming

Føremålet med denne masteren er å sjå etter framtredande element i elevsamtalen som oppstår under gjennomføringa av memoryspel med matematiske definisjonar, samt å sjå etter indikasjonar på læringsmoglegheiter i samtalen. Med dette ønskjer eg å sjå på i kva grad memoryspel kan legge til rette for at elevane for moglegheit til å diskutere matematiske definisjonar og om diskusjonane har potensial til å kunne auke elevane si innsikt i eit omgrep si betydning. Eg ønskjer også å sjå på om denne aktiviteten legg til rette for at elevane kan få retta opp i dei usikkerheitene dei eventuelt har, knytt til dei omgrepa som vert drøfta. Vil eventuelle delar av omgrepsbilete, som har misoppfatningar med den formelle omgrepsdefinisjonen, komme fram i diskusjonen knytt til denne aktiviteten? Og vil kanskje nokre av desse misoppfatningane kunne forsvinne, dersom elevane får oppleve ein kognitive konflikt i diskusjonen? For å belyse dette betre har eg valt å formulere følgjande forskingsspørsmål:

Kva er framtredande i samtalen som oppstår i gjennomføringa av memoryspel med matematiske definisjonar?

Kva for nokre indikasjonar på læringsmoglegheiter er synleg i samtalen?

Føremålet med prosjektet avgjer kva for metode som vert nytta i forskinga, og målet er å finne størst mogleg samsvar mellom forskingsspørsmål og metode (Postholm & Jacobsen, 2018). Eg valde ein metode som gjorde at eg kunne svare på forskingsspørsmåla, men samtidig halde meg innafor rammene denne masteroppgåva tillét. For å svare på forskingsspørsmåla, med aktiviteten memoryspel som ramme for samtalen, må denne aktiviteten gjennomførast i klasserommet. Eg valde å gjennomføre memoryspel i ei R1-klasse og datainnsamlinga skjedde med video og lyd, og føregjekk medan dei gjennomførte aktiviteten memoryspel med matematiske definisjonar. Inn i denne filminga inngjekk både prosessen med å lage memory-kort med matematiske definisjonar, og å spele memoryspel med desse korta etterpå. Føremålet med å filme elevane var å få innblikk i elevsamtalene til dei ulike gruppene under gjennomføringa av denne aktiviteten, knytt saman med observasjon av situasjonen. Som eg forklarte i kapittel 3.1, så er det fleire ting som spelar inn på val av video. Klassa vart delt i tre grupper, som alle gjennomførte aktiviteten samtidig, og det ville ikkje vore mogleg å observere alle desse på ein gong, og eg ville heller ikkje fått innblikk i heile elevdialogen dersom eg ikkje samla den inn.

Når eg bestemte meg for å sjå på elevsamtale i gjennomføringa av aktiviteten memoryspel med matematiske definisjonar, var det naturleg for meg å velje kvalitative metodar. Dette fordi eg ønskjer å gå i djupna på korleis elevane tenkjer kring matematiske definisjonar, og fordi eg ønskjer å sjå på samtalen som oppstår under gjennomføringa av aktiviteten. Det ville heller ikkje vere praktisk mogleg å gjennomføre aktiviteten og filme nok elevar til å få nok data til kvantitative studiar. Det ville også vert altfor omfattande og ikkje gjennomførbart med så store datamengder, dersom eg skulle nytta video og lyd til datainnsamlinga. Dersom ein skulle samla inn andre data knytt til aktiviteten, til dømes intervju eller spørjeskjema, ville fokuset bli retta meir i retning mot elevane sitt syn på aktiviteten og vil gje heilt andre data.

3.3 Val av skule og trinn

I ein tidleg fase av planlegginga til forskingsprosjektet må forskarar gjere ei vurdering av kva utval personar som skal vere med i prosjektet (Postholm & Jacobsen, 2018). "Utvalsundersøkingar tek utgangspunkt i at det finnast eit stort tal einingar, ein populasjon, som ein burde ha undersøkt, men at ein verken har tid eller resursar til å undersøke heile populasjonen. Ein ender derfor opp med å sjå på ei mindre gruppe, og denne vert kalla utval" (Postholm & Jacobsen, 2018, s.79).

Eg ønskja å gjennomføre memoryspel som ein aktivitet i klasserommet, med datainnsamling gjennom videoopptak. På grunn av avgrensa tid til å gjennomføre datainnsamling, og også fordi den var resurskrevjande, ønskja eg å gjennomføre aktiviteten og samle inn data frå ei klasse i matematikk. Fordi eg allereie hadde prøvd dette som ein aktivitet på ungdomsskulen, ønskja eg å sjå på elevar på vidaregåande skule i masteroppgåva mi. Også fordi matematiske definisjonar er ein så stor og grunnleggjande del av faget, og med tanke på kven som ville kunne sitte igjen med mest etter å ha deltatt i memoryspel, valde eg å sjå på ei klasse med realfagsmatematikk. Eg informerte leiinga om at eg gjerne ønskja å komme inn i ei klasse med realfagsmatematikk. Etter at faglærarane i dei aktuelle klassene hadde vurdert dette, fekk eg kome inn i R1-klassa på denne skulen. I denne klassa samtykka 8 elevar til å delta i forskingsprosjektet mitt. Ein stor del av desse elevane skal mest truleg studere matematikk på eit høgare nivå seinare, og då vil det vere nyttig å ha god kjennskap til matematiske definisjonar og forståing for desse.

Det naturlege valet av skule var ein vidaregåande skule i nærområdet mitt. Dette er ein vidaregåande skule i distriktet, som ligg langt i frå høgskular og universitet. Derfor er verken skulen eller elevane kjende med studentbesøk. Fordelen med dette er at skulen og elevane ofte stiller seg positive til besøk fordi dei syns det er spennande og nytt, og ønskjer å gjere ein god jobb under datainnsamlinga. Minuset er at elevane kanskje gjer seg meir til framfor kamera og under observasjon, samanlikna med elevar som er godt vande med å ha studentar på besøk. Eg hadde før opptaka ikkje jobba på denne skulen, og eg hadde heller ikkje kjennskap til nokon som jobba der. Fordelen er at eg vert nøytral og ikkje farga av meiningar om elevane som deltok. Likevel gav det meg eit dårlegare grunnlag for til dømes samansetjing av elevar i grupper. Det kom også fram når eg transkriberte at elevane var usikre og torde ikkje spørje om ting dei lurte på undervegs. Eg møtte ikkje elevane før den same dagen eg gjennomførte aktiviteten, og var for dei som ein framand. Det vil derfor kunne opplevast ubehageleg for enkelte elevar å tørre å seie kva dei tenkjer, når ein veit eg skal sitte å sjå på det i etterkant.

Det hadde vore interessant å sett på fleire klasser, og gjerne samanlikna dei ulike klassene som ein del av forskinga mi. Det er resurskrevjande å samle inn data via video og dette gjev også mykje data å gjennomgå og transkribere i etterkant. I tillegg ber eg skulen og læraren om å få komme inn å disponere timen til memoryspel, noko som tek tid frå deira undervisningsopplegg. Eg valde å fokusere på berre ei klasse, fordi eg i hovudsak ønskjer å sjå på elevane sine svar og å kunne gå i djupna på desse svara i analysen min. Dersom eg hadde sett på fleire, hadde datamengda økt og eg hadde ikkje kunne gått like mykje i djupna på elevsitata i samtalen. I tillegg ville det vore så resurskrevjande at eg truleg ikkje hadde vert i stand til å gjennomføre datainnsamlinga på den tida eg hadde til rådigheit. Fordelen med å berre sjå på ei klasse, er at eg no som nemnt kan sjå på samtalen og verkeleg gå grundig til verks når eg analysera elevsamtalene. Eg kan analysere dei ulike elevsitata, og kategorisere desse, utan at det blir for omfattande.

3.4 Gjennomføring av datainnsamling

Før eg byrja på noko som var knytt til aktiviteten, informerte eg elevane om opplegget og delte ut informasjonsskriv og samtykkeskjema, slik at elevane fekk ta stilling til om dei ønskja å delta i prosjektet mitt eller ei. Når elevane hadde tatt stilling til dette og dei som ønskja å delta hadde signert, valde eg å bruke litt tid på å informere elevane om aktiviteten og målet med denne. Eg presenterte meg sjølv og forklarte opplegget for elevane. Deretter fekk elevane utdelt informasjonsskriv og samtykkeskjema og fekk god tid til å ta stilling til om dei ønskja å delta eller ei (Vedlegg 1). Dei hadde også høve til å stille meg spørsmål dersom noko var uklart eller dei lurte på ting. Når elevane hadde bestemt seg, delte eg dei elevane som hadde samtykka, inn i grupper. Eg visste ikkje før eg møtte opp same dagen som eg skulle samle inn data, at det var så få elevar i R1-klassen som eg skulle inn i. I utgangspunktet hadde eg tenkt å ha inntil fire grupper som gjennomførte aktiviteten, men sidan talet på elevar som samtykka berre var 8, delte eg dei inn i tre grupper, to grupper på tre elevar og ei gruppe på to elevar.

Elevane vart fordelt i grupper. Deretter fekk elevane beskjed om å ha ein blyant, også fekk dei utdelt blanke lappar. For at elevane ikkje skulle bla i læreboka etter matematiske omgrep som dei kunne nytte seg av til å lage lappane, valde eg å sjå gjennom boka på dei aktuelle sidene som eg hadde fått tildelt av faglærar. Her plukka eg ut alle dei matematiske omgrepa eg kom over, og skreiv dette opp på tavla, slik at elevane kunne velje blant desse omgrepa. Eg presiserte likevel at dersom dei kom på andre matematiske omgrep dei ønskja å ha med, så var det sjølvsagt lov. Grunnen til at eg valde å halde læreboka utanfor aktiviteten, var at eg ved gjennomføring av denne aktiviteten på ungdomsskulen tillèt læreboka, og då var det ein del som skreiv definisjonen av omgrepet direkte av frå boka. For å unngå memory-kort med berre formelle omgrepsdefinisjonar, valde eg å halde læreboka utanfor aktiviteten denne gongen. Elevane fekk i oppgåve å lage memory-kort som vi skulle spele med etterpå, og at kvar elev på gruppa lagde minimum 3 par med memory-kort. Eg byrja å filme når elevane var sett i gruppe og skulle byrje å lage memory-kort. Memory-korta skulle lagast i par, der det på eine lappen skulle stå eit omgrep, medan dei på den andre tilhøyrande lappen skulle forklare omgrepet utan å nytte sjølve omgrepet i forklaringa. Denne presiseringa med å ikkje nytte omgrepet direkte i forklaringa, var også basert på tidlegare erfaring med memoryspel på ungdomsskulen. Då var det nokre elevar som ikkje skildra noko som helst, men skreiv berre opp igjen ei setning med omgrepet innehaldt i setninga. Likevel gjor denne presiseringa nokre av elevane i R1-klassa usikre, då dei ikkje visste om dei til dømes kunne nytte ordet produkt i forklaringa til produktregel.

Når elevane var ferdige å lage memory-korta, skulle alle korta blandast, før elevane la korta utover bordet, med skrifta ned. Memoryspel går ut på å snu to og to kort etter tur og leite etter to tilhøyrande kort. Dersom ein finn to tilhøyrande kort, får ein eit "stikk". Målet med sjølve spelet er å sjå kven som får flest stikk, men i denne samanheng, var det elevsamtalane undervegs i aktiviteten, både medan dei lagar kort og spelar, som er av interesse. Eg presiserte til elevane at det i denne samanheng handlar mest om samtalane som oppstår undervegs i spelet og at det ikkje var nokon grunn til å haste vidare før ein hadde diskutert seg ferdig, dersom ein var ueinige om noko. Likevel kjem ein ikkje vekk i frå verknaden konkurransar har på elevar i forhold til engasjementet dei har i aktiviteten. Totaltid på videoopptaket blei på rundt 30 minutt, nokon grupper litt kortare, nokon litt lengre.

Undervegs i datainnsamlinga gjor eg meg nokre tankar. For det fyrste var ein del av planen min i utgangspunktet å gå mykje rundt i klasserommet og sjå på elevane undervegs i aktiviteten, både for å kunne bidra med å svare på spørsmål dersom noko var uklart, men også for å kunne høyre om elevane hadde forstått oppgåva deira og kunne få eit inntrykk av aktiviteten undervegs også. Dette viste seg å ikkje vere så enkelt som eg hadde tenkt, for sidan eg ikkje kjende til elevane og aldri hadde helst på dei før eg trefte dei denne morgonen, så hadde dei ikkje noko forhold til meg. Derfor slutta elevane å prate når eg nærma meg, og det var tydeleg at dei ikkje var komfortable med at eg skulle stå å observere dei og vere fysisk til stades i nærleiken av dei under sjølve aktiviteten. Derfor valde eg å trekke meg tilbake og la det gå sin gang, sidan eg uansett ikkje fekk noko ut av å nærme meg gruppene. Dessverre såg eg under transkripsjon at grøn gruppe har misforstått litt av gjennomføringa i forhold til kva som skal seiast høgt undervegs i spelet, og dei unnlèt å lese kva som sto på memory-korta medan dei spelte, fram til dei hadde funne to kort som høyrde saman. Dette kunne vert unngått dersom eg kunne høyrt på når dei spelte og fått med meg at dei gjorde det på den måten. Dessverre er dette ein av ulempene med å ikkje kjenne elevane når ein skal gjennomføre ein slik aktivitet i klasserommet.

3.5 Forskingsetikk

Forskingsetikk handlar om ulike etiske utfordringar forskaren kan møte på i undervegs i prosjektet. Eit etisk prinsipp i forsking er at forskaren sitt ansvar fyrst må utvisast ovanfor forskingsdeltakarane, dernest ovanfor undersøkinga og til slutt ovanfor seg sjølv (Postholm & Jacobsen, 2018). I forskinga mi er det særleg to etiske vurderingar som er viktige. Desse to er elevane sin rett til informert samtykke og elevane sin rett på innsyn i korleis dei vert anonymiserte. Informert samtykke betyr at elevane sjølve tek stilling til om dei ønskjer å delta, og dette gjerast skrifteleg. Det er også viktig at den informasjonen som kjem fram til elevane er tilstrekkeleg nok til at dei kan ta ei vurdering på om dei ønskjer å delta. For at det skal vere eit informert samtykke, må den som skal undersøkast, delta frivillig i undersøkinga, og at den frivillige deltakinga skal vere basert på at den som skal undersøkast, veit alt om kva farar og gevinstar ein slik deltaking kan medføre (Postholm & Jacobsen, 2018).

Prosjekt som innhentar personopplysningar om deltakarane, må meldast til Norsk Senter for Forskingsdata (NSD). I mitt prosjekt ønska eg å gjere opptak av elevane i klasserommet, med både bilde og lyd. Eg måtte derfor melde prosjektet til NSD (Vedlegg 2.1), og fekk dette godkjent (Vurdert 01.03.22) (Vedlegg 2.2). Samtykkeskjema med informasjon som vart gjett til elevane, er lagt ved (Vedlegg 1). I følgje NSD kan elevar som er over 15 år samtykke sjølve (NSD, 2018). Sidan alle elevane som deltok i undersøkinga mi var elevar i 2.klasse på vidaregåande, var alle over 15år. Det var derfor ikkje nødvendig å informere føresette.

I førekant av datainnsamlinga fekk leiinga ved skulen, samt faglærar, tilsendt informasjon om prosjektet mitt og kva opplegget for timen var. Dette hadde også faglærar til grunn når han sa ja til å la meg få ein time til disposisjon i R1-klassa. For at elevane skulle ha best mogleg fagleg utbytte av timen, valde eg å forhøyre meg med faglærar om kva tema han ønska eg skulle fokusere på i aktiviteten. Og det var denne informasjonen som la grunnlaget for dei omgrepa som eg valde ut i frå boka og skreiv opp på tavla, som elevane igjen valde mellom når dei skulle lage memory-korta. Fyrst vart elevane informerte munnleg av meg at det var frivillig å delta og at det ikkje skulle gje nokon ulemper for dei elevane som ikkje ønskja å delta. Eg presiserte også at alt materiale eg samla inn, skulle skrivast om (transkriberast) og at alt ville bli anonymisert i denne prosessen. Eg har også valt å gjer gruppefargane anonyme, slik at det ikkje vil vere mogleg å knytte ein elev til ein farge. Så forklarte eg elevane korleis videomateriale kjem til å bli lagra, og at det vil bli sletta frå einingane (kamera og minnekort) som vart brukt til opptak, så snart eg hadde fått lagra filmane på eit trygt område. Deretter delte eg ut informasjonsskrivet til alle elevane i klassen, og læraren fekk også lese gjennom eit eksemplar. Så fekk dei bruke all den tida dei trong til å lese gjennom skrivet, og dei fekk stille spørsmål dersom dei hadde noko dei lurte på, eller dei syns noko i informasjonsskrivet var uklart. Dei elevane som ønska å delta, signerte på arket. Dei elevane som deltok har tilgang til mitt telefonnummer, og er også informerte om at dei også kan ta kontakt med matematikklæraren eller nokon i leiinga dersom dei ikkje finn igjen nummeret mitt og har spørsmål til meg eller ønskjer innsyn i noko. Det som vart informert om munnleg i starten av timen, er det også informert om på informasjonsskrivet med samtykke.

I forhold til elevane sitt personvern, har eg gjort det eg kan for å ivareta dette. Det kom ikkje opp nokon sensitive eller kontroversielle tema eller opplysningar i elevsamtalen. Det vil heller ikkje vere mogleg å spore denne studien til verken skule eller elevar. Og elevane vert transkriberte til E1, E2 og E3 i kvar av gruppene, og det vil derfor ikkje vere mogleg å kunne spore tilbake til dei elevane som deltok. Eg har ikkje sagt noko om kjønn på dei ulike deltakarane. Sidan tal på elevar som deltok ikkje er så stort, vil elevane sjølve kanskje kunne kjenne igjen sine eigne sitteringar, men desse er altså ikkje mogleg å spore tilbake til dei elevane som har sagt det. Eg har også bytta farge på dei ulike gruppene. Der eg har med illustrasjon, har eg sjølv skreve lappane, slik at elevane ikkje skal kunne gjenskjennast på skrifta. Eg har også ivaretatt etterprøvbarheita, ved å markere elevsitata med kva gruppe dei er henta ifrå.

3.6 Metodiske utfordringar

Det å kunne bestemme truverdigheita i forskingsmateriale er særs viktig. Eg som forskar, tek utgangspunkt i datamateriale som berre eg har tilgang på. Det er derfor viktig at eg presentera den tilnærminga eg har gjort til materialet mitt godt og gjer reie for dei vala eg har teke under forskingsprosessen. Validitet, også kalla gyldigheit, omhandlar kva for nokre konklusjonar ein forskar har dekning for å trekke ut i frå dei data han eller ho har samla inn (Postholm & Jacobsen, 2018). Medan reliabilitet, som er eit synonym for pålitelegheit, viser til i kor stor grad vi kan stole på dei funna som eit forskingsprosjekt har produsert, altså om dei kan la seg reprodusere (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.6.1 Reliabilitet

Reliabilitet handlar om korleis forskaren gjennom sin måte å gjennomføre forskinga på, kan ha påverka dei endelege resultata (Postholm & Jacobsen, 2018). Er observasjonane som er gjort presise, og dei datane eg har kome fram til mogleg å etterprøve. Datainnsamlinga med video vart planlagt med bakgrunn i at eg ønskja innsikt i elevsamtalen under gjennomføringa av denne aktiviteten. Utan noko form for opptak ville eg ikkje ha hatt moglegheita til å gå i djupna på elevsamtalene og analysert desse, og ville heller ikkje vert i stand til å kunne svare på forskingsspørsmåla. Dersom eg hadde kjent til elevane, ville eg i større grad vurdert lydopptakar enn eg gjorde. Sjølv om føresetnadane for gjennomføringa hadde vert annleis dersom eg hadde kjent klassen betre, vil det datamateriale eg enda opp med, innehaldt alt som vart sagt og gjort av elevane under gjennomføringa av memoryspel med matematiske definisjonar, og vil såleis vere dekkande for å kunne svare på forskingsspørsmåla mine.

Fordelen med video er jo nettopp at dei datane som vert samla inn, er dekkande for det som faktisk skjedde denne timen. Sidan eg uansett har valt å observere elevane i gjennomføringa av ein aktivitet eg har planlagt, og som dei ikkje har kjennskap til, vil det avviket til ein "normal time" ikkje spele inn, på same måte som om eg skulle observere ein klasseromssituasjon frå kvardagen. Det vil likevel kunne påverke at eg er til stades og er ukjend, samt filminga vil kunne påverke oppførselen til elevane og såleis også datamateriale som vert samla inn. Eg har sjølv laga opplegget med memoryspel med matematiske definisjonar, og i samband med faglærar blitt einige om kva delar av pensum dei skulle fokusere på. Faglæraren gav meg tilbakemelding etter timen, og har også i seinare tid gjett tilbakemelding om at dei har nytta seg av aktiviteten ved fleire høver i etterkant.

Utveljinga av kva som er framtredande i samtalen er utfordrande. Her er det også viktig å presisere at ting er tydelegare på video, med både kroppsspråk og ulike stemmeleie, enn i transkripsjonen. Eg har gjennomgått materiale fleire gonger, for å føle at dei kodingane og kategoriane eg enda opp med, faktisk er det mest framtredande i samtalen, og eg har også gjennomgått dei ulike funna i kvar kategori fleire gongar. I denne prosessen har eg flytta på nokre funn, og andre har eg plassert i fleire av kodingane undervegs i prosessen. Ved å gjennomgå materiale fleire gongar, har eg fått bekrefta at eg har valt ut dei elementa som er mest framtredande i samtalen. Eg har også hatt ein tett dialog med min rettleiar, for å sørge for å få perspektiv utanfrå, som kan hjelpe meg i arbeidet med å halde objektivitet i arbeidet. Ytre perspektiv og gjennomgang av datamateriale fleire gonger, er med på å styrke forskaren sin reliabilitet (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.6.2 Validitet

"Validitet, også kalla gyldigheit, omhandlar kva for nokre konklusjonar ein forskar har dekning for å trekke ut i frå dei data han eller ho har samla inn" (Postholm & Jacobsen, 2018, s.222). Validitet kan delast inn i intern og ekstern validitet. Intern validitet omhandlar to forhold. Det fyrste går ut på i kor stor grad det er samsvar mellom den verkelegheita vi påstår at vi studera og analysera, og dei omgrepa og teorien vi nyttar oss av for å skildre denne verkelegheita, og det andre forholdet er kor vidt vi har grunnlag for å uttale oss om kausalitet (årsak og verknad) ut i frå den studien vi har gjort (Postholm & Jacobsen, 2018). Ekstern validitet, også kalla overførbarheit, går på i kva grad funn frå ein kontekst kan overførast, eller generaliserast, til andre kontekstar som ikkje er studert (Postholm & Jacobsen, 2018). Eg har gjennomført prosjektet mitt i R1-klasse på vidaregåande, og det er derfor hovudsakleg desse gruppene studien min kan seie noko om. Det vil ikkje kunne trekkast konklusjonar om andre R1-elevar, eller andre grupper av elevar. Studien min kan likevel vere eit bidrag til anna forsking på feltet, og er dermed ikkje utan nytteverdi.

Validiteten til forskinga kan påverkast av forskaren under datainnsamlinga og analysen av data. Dersom forskaren nyttar data selektivt, ved til dømes å framheve det ein ønskjer å sjå, og oversjå andre ting som ikkje er ønskjeleg inn i resultatdelen, kan dette påverke forskinga sin validitet (Postholm & Jacobsen, 2018). I forskingsprosjektet mitt har eg vore til stades under datainnsamlinga, og eg har analysert datamateriale åleine. Derfor har eg under heile prosessen jobba med å ha objektivitet, både under transkripsjon og analyse av datamateriale, samt å vere systematisk i kategoriseringane av dei ulike framtredande elementa i datamateriale. Sidan eg samla inn data gjennom video, har ikkje datainnsamlinga blitt farga av mitt syn på nokon måte. I arbeidet med transkripsjonen har eg derfor fokusert på å skrive ned absolutt alt dei seier, akkurat slik det blir sagt, slik at den transkripsjonen er ein direkte nedskriving av dialogen i videoen. I analysen har eg systematisert kategoriane ved å nytte teori om omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon (kapittel 2.2) for dei kodingane valt basert på teori. I dei andre kodingane og kategoriane har eg, når eg fyrst landa på ein koding eg ville ha med, fokusert på å vere objektiv og ta med alle sitat som passar inn under den gjeldande kategorien. Det har også vore særs viktig å vere open kring prosessen med gjennomføringa av analysen, og derfor har eg i kapittel 5, tatt med dømer på elevsitat som er blant funna i den aktuelle kategorien. Dette gjer det mogleg for lesaren å sjå korleis eg har analysert og tolka dei elevsitata knytt opp kategorien eg har valt å plassere den i, og gjer transparens og styrka truverdig forståing av forskinga. Openheit kring forskinga, analyseprosessen og innsikt i bakgrunnen for utveljinga av kodingar og kategoriar, er med på å styrke validiteten til meg som forskar (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.6.3 Metodekritikk

Metoden eg valde å nytte meg av i dette prosjektet, gav meg god innsikt i elevsamtalen som oppstod i gjennomføringa av aktiviteten, slik at eg hadde grunnlag for å kunne seie noko om innhaldet i denne samtalen. Den gav likevel nokre utfordringar. Det å ha eit kamera som filmar elevane, vil kunne påverke korleis elevane oppfører seg i gjennomføringa av aktiviteten. Dette elementet kunne eg fjerna ved å velje ein anna måte å samle inn data på, men då hadde eg også enda opp med eit anna datamateriale, som truleg ville bidrege mindre til å svare på forskingsspørsmåla mine. Eg var også til stades under gjennomføringa av aktiviteten, og kan såleis vere ein direkte påverknad på elevane. Som forskar har eg ikkje tilknyting til nokon av elevane som er observert. Eg var ikkje delaktig i sjølve aktiviteten, og skrinla også det å gå rundt å observere, når eg såg kor påverka dei vart av dette.

Dersom eg skulle gjennomført datainnsamlinga på nytt, hadde eg i større grad sjekka opp tal på elevar i klassen før eg samtykka til å samle inn data i den klassen eg var tildelt. Åtte elevar er eit lite datagrunnlag, og eg ville fått eit litt større datamateriale å sjå på og kunne også ha hatt minst tre elevar på kvar gruppe, noko som kan ha spelt inn på dei resultata eg enda opp med. Eg ville også lagt ned meir arbeid i førekant av datainnsamlinga knytt til mi informative rolle før aktiviteten byrja. I etterkant ser eg at denne delen kan ha stor innverknad, i forhold til korleis elevane vel å gjennomføre aktiviteten. Dersom denne delen hadde vert meir gjennomtenkt og betre formulert, ville elevane kanskje hatt eit endå klarare bilete av hensikta med aktiviteten og korleis dei skulle gjennomføre den.

Utval av gruppe er noko eg også tek med som eit funn, fordi det i analysen vart veldig tydeleg at det var stor skilnad på dei ulike gruppene. Eg hadde ingen føresetnad for å velje grupper, sidan eg aldri hadde møtt dei før, og valde såleis tilfeldig. Dermed enda det opp med at lilla gruppe, vertfall basert på dei datane eg har, har fått eit betydeleg større utbytte av denne aktiviteten, enn dei to andre gruppene. Den eine gruppa, grøn gruppe, bestod også berre av to elevar, noko som gjorde at dei berre hadde ein anna elev å spele på. Denne gruppa gjennomførte også aktiviteten på ein litt anna måte enn dei to andre gruppene, noko som gav meg mindre innsikt i aktiviteten og endå viktigare, mindre innsikt i tankane deira knytt til dei ulike matematiske definisjonane.

Kapittel 4: Analyse av data

“Ein forskar har eit spesifikt fokus for sin datainnsamling og er systematisk i sin innsamling og analyse av data” (Postholm & Jacobsen, 2018, s.139). Det er også viktig at det kjem tydeleg fram kva ein ønskjer å fokusere på, då dette er avgjerande for analysen (Postholm & Jacobsen, 2018). I mitt prosjekt ønskjer eg å sjå på elevdialogen som oppstår i gjennomføringa av memoryspel med matematiske definisjonar. Eg har valt å analysere transkripsjonen av videoen, og fyrst kode funna som eg fann som framtredande undervegs i transkripsjonen, for så å igjen sortere desse i kategoriar. Dette for å enklare kunne sjå på desse i heilheit og også enklare kunne presentere funna i resultatdelen av masteren.

Innanfor analyse snakkar ein om induktiv og deduktiv analyse. “Deduksjon tek utgangspunkt i teori, dannar ein hypotese basert på denne teorien og sjekkar teorien mot empiri, altså data” (Postholm & Jacobsen, 2018, s.103). Medan induksjon vert rekna som det motsette, der ein byrjar med empiri, dannar seg ein hypotese, for så å knytte dette opp mot teorien (Postholm & Jacobsen, 2018). Det vil altså seie at desse to ulike formene for analyse, har to vidt forskjellige utgangspunkt. Deduksjon, basert på teori og induksjon basert på empiri, altså datane ein samlar inn. Denne delinga har eg nytta meg av i inndelinga av analysekapittelet. Eg ser fyrst på dei deduktive kodingane, som var valde med bakgrunn i teori, allereie før datainnsamlinga byrja. Deretter ser eg på ulike kodingar som kom fram i arbeidet med datamateriale i etterkant av datainnsamlinga, og samlar desse under induktiv analyse. Så tar eg for meg andre funn gjort i analysen. Til slutt ser eg på alle kodingane i samanheng og prøvar å sortere desse i nye kategoriar, for betre å gje ein oversikt over funna. Det var noko utfordrande å sortere kodingane i kategoriar, då nokre av kodingane kunne gå under fleire av kategoriane. Det var også nokre av kategoriane som var ganske greie å samle kodingane i, medan andre kodingar fekk stå åleine i eigen kategori, fordi eg ikkje syns det passa å samle desse saman med nokon av dei andre kodingane.

For å skaffe meg ei oversikt over alle dei ulike kodane eg fann gjennom analysen, byrja eg fyrst med å fargekode dei ulike kodane i transkripsjonen. Eg beheldt den originale transkripsjonen, men kopierte den inn i eit nytt dokument, slik at eg kunne bruke dette dokumentet til analyse av transkripsjonen. Fargekodingar var òg ein fin måte å få eit inntrykk av funnomfanget i den aktuelle koden. Det var også på denne måten eg tydeleg såg når ein kode vart for vid, og funna alt for mange. Dette strukturerte transkripsjonen veldig for min del og visualiserte mengde funn på ein fin måte. Fargekodene eg nytta meg av står som ein del av tabellen lengre nede (tabell 2). Etter kvart som eg hadde lagt inn nokre fargekodar på ulike kodingar i analysen, følte eg at eg mista litt oversikten over funna. Det blei mange fargar om kvarandre og det var vanskeleg å sjå på funna i ei koding. Nokre funn falt også inn under fleire av kodingane. Derfor tok eg vidare å samla alle dei funna eg hadde gjort og markert med fargekode, i ein tabell for kvar av dei ulike kodingane. Desse er presentert i vedlegget med resultat (vedlegg 4). I desse tabellane for kodingane sorterte eg alle funna knytt til same matematiske omgrep i same rad, slik at eg fekk ei oversikt knytt til kvart omgrep. Nokre av funna er særs like, til dømes "Vektor, noko med retning" og "Ei linje med retning, hehe, VEKTOR! Ja, vektor" under kodinga omgrepsbilete med korrekt resonnement. Det er ein interessant observasjon at elevane har tilsvarande mangellfull definisjon av vektor. Denne sorteringa av funna i kodinga gav meg eit nytt overblikk over element i ulike kodingar, knytt til det matematiske omgrepet dei drøfta i det aktuelle tidsrommet.

For å gje ei betre oversikt over dei ulike kodingane eg har med i analysen, har eg sett det opp i ein tabell (tabell 2) under.

Fargekode	Kode	Bakgrunn for val av kode
	Ein "korrekt" del av omgrepsbilete, men som ikkje er presist nok til å gå under omgrepsdefinisjon	Teori
	Omgrepsbilete med misoppfatning	Teori
	Personleg omgrepsdefinisjon	Teori
	Formell omgrepsdefinisjon	Teori
	Matematiske spørsmål	Data
	Metadiskusjon	Data
	Aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar	Data
	Korregering med matematisk korrekt ressonement/kriteriar	Data
	Indikasjon på løysing av kognitiv konflikt	Data
	Formel (Kloss bak setninga)	Data
	Omgrep	Data

Tabell 2: Oversikt over kodingar i analysen av data, med fargekode og bakgrunn for val av kodingar.

4.1 Deduktiv analyse

Før eg byrja å analysere hadde eg allereie gjort meg opp nokre tankar om eit par kodar eg ønskja å ha med i analysen. Som skildra i teoridelen (kap.2.2) kategorisera ein kunnskapen knytt til omgrep: *Omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon* (Tall & Vinner, 1981). Omgrepsdefinisjon kan delast opp ytterlegare, i to underkategoriar: *personleg- og formell omgrepsdefinisjon.* Når eg valde å dele opp i desse kodene, var tanken at koden omgrepsbilete skulle inkludere dei tankane elevane har knytt til eit matematisk omgrep, som ikkje er formelt nok til å gå under personleg eller formell omgrepsdefinisjon. Og fordi elevar kan gjere seg mange tankar knytt til eit omgrep, som ikkje er matematisk kvalifisert til å gå under omgrepsdefinisjon, ønskja eg å dele omgrepsbilete i ytterlegare to kodinga. Omgrepsbilete delte eg derfor opp i to undergrupper, ein med *korrekt matematisk del* og ein del med *misoppfatningar.* Når eg snakkar om ein korrekt del av omgrepsbilete i analysen, gjeld dette den delen av omgrepsbilete som er for mangelfull, altså ikkje matematisk kvalifisert til å kunne gå under personleg eller formell omgrepsdefinisjon, men som likevel er inne på riktig veg i forhold til det som er matematisk korrekt. Dersom omgrepsbilete ikkje har samsvar med det som er matematisk korrekt, vil det gå under *omgrepsbilte med misoppfatning* Her vil vedkommande sitt omgrepsbilete vere i strid med det som er matematisk korrekt, og vere ein potensiell konfliktfaktor i forhold til omgrepsdefinisjonen. Desse fire kategoriane valde eg ut i frå teorien eg har lest, med bakgrunn i Tall & Vinner (1981) og Hana (2013). Definisjonar som er matematisk korrekte og økonomiske (kap. 2.1.3) er innehaldt i kodinga formell omgrepsdefinisjon. Medan matematisk korrekte, men uøkonomiske definisjonar, eventuelt definisjonar med veldig munnleg språk og manglande matematisk djupne i formuleringa, er innehaldt i personleg omgrepsdefinisjon.

4.2 Induktiv analyse

Eg kjem vidare til å presentere dei andre kodingane eg har brukt i arbeidet mitt i analysen av transkripsjonen. Desse er valde basert på data, altså er desse kodingane ulike framtredande element i samtalen som eg oppdaga under mitt analysearbeid. Det er ulike ting eg har observert, og som eg ønskjer å sjå nærare på.

Analysen av datamateriale byrja allereie i transkripsjonen av data frå video til tekst. Eg transkriberte alle datane sjølve, noko som gav meg god innsikt i datamaterialet gjennom denne prosessen. Då fekk eg også oppleve aktiviteten på nytt, og eg såg detaljert på filmen medan eg transkriberte, noko som gjorde at eg allereie etter transkripsjonen satt med ei kjensle av nokre ting eg ønskja å sjå nærare på i analysen. Ei av desse kjenslene var knytt til eit engasjement elevane hadde, og dette gjaldt også alle elevane på dei ulike gruppene. Dei stilte masse spørsmål til sine medelevar gjennom aktiviteten, både om gjennomføring av aktiviteten, matematiske spørsmål og ikkje relevante ting. Sidan fokuset mitt ligg på den matematiske diskusjonen som kjem fram i aktiviteten, så var det dei *matematiske spørsmåla* som fanga mi interesse og dermed danna ei koding i mi analyse. I klasseromssamtalar kan det ofte vere utfordrande å få med seg elevane, og det er ofte gjengåande kven av elevane som stiller spørsmål og respondera på tavleaktiviteten. Her opplevde eg det som ein mykje friare plattform for elevane, der alle elevane i dei ulike gruppene torde å spørje spørsmål til sine medstudentar. Dei stoppa også sine medelevar opp i forklaringa med spørsmål, for å få oppklara uklarheiter eller stille seg kritisk til den informasjonen medeleven presenterte dei for. Eg satt derfor med eit intrykk av at alle elevane hadde bidrege, med mange matematiske spørsmål, og samla derfor desse i ein kode. Når eg gjennomgjekk transkripsjonen på nytt, vart det intrykket eg satt med etter transkriberinga forsterka og nyansert, og eg markerte funn i denne kodinga i andre gjennomgang av transkripsjonen. Matematiske spørsmål var òg ein kode der det var ein greitt å markere funna. Det einaste eg måtte ta stilling til i utveljinga av desse funna, var om spørsmålet som eg fann i teksten var matematisk lada, eller om det var eit spørsmål knytt til aktiviteten si gjennomføring eller andre ting. Dersom spørsmålet var matematisk lada, markerte eg det som funn i denne koden matematiske spørsmål.

Sidan elevane stilte så mange spørsmål, var det også mykje respons på desse spørsmåla. Nokre av dei matematiske spørsmåla var formulerte med ein påstand og ønskjer om å få stadfesting frå dei andre på at dei tenkte riktig eller hadde resonnert korrekt. Når eg såg på responsen, var det særleg to ting som gjekk igjen, enten aksept og samtykke eller korrigering av informasjonen som vart presentert. Dette var også framtredande i samtalen når eg såg nærmare på funna. Derfor valde eg desse to som to kodingar i analysen. For å snevre inn data, og for å sjå på det innhaldet med størst fagleg relevans, valde eg å sjå på *aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar* og *korrigeringar med matematisk korrekt resonnement.* Inkludert i aksept som ein eigen kode, er aksept til alle typar matematiske utsegn, både til matematiske spørsmål, men også generell aksept av informasjon presentert av medelevar. Aksept av korrekt informasjon er det ikkje så interessant å sjå noko vidare på, fordi det stemmer og elevane samtykker i noko som er korrekt. Vi kan ikkje med sikkerheit seie at den aksepten av korrekt matematisk innhald alltid er grunna i full forståing i kva dei samtykker til, og om dei faktisk samtykker fordi dei meiner det, eller berre for å kunne gå vidare med aktiviteten. Det er også mogleg at dei samtykker i informasjonen fordi dei ikkje veit betre sjølv og syns det gjev meining. Dette er likevel ikkje noko ein kan lese ut i frå samtykker på korrekte matematiske utsegn, med kommentarer som "Ja", "Ja, sant" og "Det stemmer". Derimot vil det vere av større interesse å sjå på dei akseptane og samtykka som vert gjevne til matematiske utsegn som ikkje er matematisk korrekte eller mangelfulle for å kunne kvalifisere til ein matematisk gyldig definisjon. Basert på desse resonnementa og det eg såg i datane ønskja eg å sjå meir på desse og dette blei til kodinga: *aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar*.

Når det gjeld korrigering av dei andre elevane, må det, for å i det heile tatt kvalifisere til ein korrigering, vere korrekt det som vert uttalt. Eg vurderte om eg skulle innlemme alle kommentarane som går på korrigere, både med og utan matematisk korrekt resonnement. Så gjekk eg gjennom transkripsjonane igjen og såg at det ville bli veldig mange funn i denne kategorien, utan særleg samanheng og eg opplevde det heller ikkje som noko samlande om eg skulle sjå på alt som inngjekk under her. Derfor tok eg endå eit nytt blikk på transkripsjonane, no med fokus på å sjå etter korrigeringar med matematisk korrekt resonnement. Eg opplevde dette som ein mykje meir samlande koding og det vart betydeleg mindre funn i datane når eg berre såg etter *korrigeringar med matematisk korrekt resonnement,* og derfor inkorporerte eg denne koden som ein del av mine kodingar i funndelen.

Ei anna koding som var framtredande i datamateriale, var diskusjon knytt til det å definere, altså *metadiskusjon.* Under denne kodinga inngår det at elevane stiller spørsmål til, eller uttaler seg om nye tankar dei gjor seg under gjennomføringa av denne aktiviteten. Eg opplevde det som litt varierande kva dei ulike elevane satt igjen med etter denne aktiviteten og analyserte transkripsjonen på nytt, for å sjå om eg kunne komme over noko som fortalde meg noko meir om dette og gav meg innblikk i eventuelle ting elevane kunne sitte igjen med. Då kom eg over eit par diskusjonar, der elevane tydeleg var ueinige i definisjonen før diskusjonen starta, men som til slutt vart einige om ein felles definisjon, med forklaring til kvifor deira tidlegare forklaring var mangelfull eller feil formulert. Eg samla desse diskusjonane i kodinga *indikasjon på løysing av kognitiv konflikt.* Her er det viktig å presisere eit par ting. For det fyrste har ingen individ kognitiv konflikt FØR DEI SJØLVE oppdagar at dei sit på motstridande resonnement eller at omgrepsbilete ikkje samsvarar med den formelle omgrepsdefinisjonen. Fram til dette er dette berre ein potensiell konfliktfaktor (kap.2.3). Derfor kan eg ikkje anna enn å i beste fall anta at elevane har opplevd kognitiv konflikt i dei diskusjonane som eg har tatt med. Medstudentane må altså ha kome med utsegn som er motstridande til det omgrepsbilete eleven sit på, og eleven må sjølv oppleve denne konflikten. Det er også viktig å påpeike at sjølv om det i diskusjonen kan verke som at elevane har forstått forklaringa gitt av medelevar, så kan eg ikkje med sikkerheit seie at vedkommande faktisk har løyst den kognitive konflikten, eller om det til slutt vert aksept fordi ein er lei diskusjonen og ønskjer å gå vidare. Derfor kan eg ikkje kalle det noko anna enn ein indikasjon på løysing, og det er som sagt også nettopp berre dette, ein indikasjon på at vedkommande potensielt kan ha løyst ei kognitiv konflikt.

Under arbeidet med analyse av transkripsjonen, oppdaga eg fort at ein del av omgrepa ikkje vart behandla som eit omgrep, men heller som ein formel. Nokre omgrep har også elevane berre kjennskap til som formel, og dette hadde eg ikkje tenkt på i forkant av datainnsamlinga. Derfor vart det nokre forklaringar av ord som berre var ein formel, og dersom denne formelen var gjengjeven riktig, var det ikkje noko for elevane å diskutere kring dette omgrepet. Dette gjorde også til at når eg skulle kategorisere alle desse omgrepa i dei ulike kodingane valde med deduktiv analyse, så måtte eg velje om eg skulle kode formlane saman med omgrepa, eller om desse ikkje kunne inngå i desse kodingane. Eg kom fram til at sjølv om elevane har valt å skildre omgrepet ved ein formel, så vil ordet dei har forklart framleis vere eit matematisk omgrep som dei har som ein del av deira matematiske vokabular, og dermed ønskja eg å kode desse uttrykka på same måte som matematiske definisjonar. Eg ville likevel skilje desse frå kvarandre, og valde å kode dei ulike matematiske uttrykka i formel og omgrep. Dette trudde eg skulle vere kurrant, men nokre matematiske uttrykk er eit omgrep med ein matematisk definisjon, men elevane på vidaregåande kjenner ikkje til omgrepet som noko anna enn ein formel. I dei tilfella eg er usikker, har eg tatt omgrepet med i begge kodingane. Denne kodingar har eg gjort, fordi det var noko eg beit meg merke i, i analysearbeidet, og ønskja å framheve.

4.3 Andre observasjonar

Det var tre grupper som deltok i aktiviteten, to grupper med 3 elevar på kvar gruppe (lilla og blå gruppe), og ei gruppe med to elevar (grøn gruppe). Kvar av gruppene hadde sjølvsagt ulik oppleving av aktiviteten og utbytte av timen, men eg beit meg likevel merke i skilnader. Under arbeidet med analysen av transkripsjonane, reagerte eg på at det var ein god del fleire funn på den lilla gruppa, samanlikna med dei to andre gruppene. Derfor ønskja eg å dobbeltsjekke dette ved å gjere ei oppteljing av funn i nokre av dei ulike kategoriane. Eg valde meg ut *korrigering med matematisk korrekt resonnement, matematiske spørsmål* og *aksept av ikkje-korrekte eller mangelfull definisjonar* som kodingar eg ønskja å gjere ei oppteljing av, for å sjå om det gjekk an å sjå nokre tendensar. Oppteljinga av funn i dei tre kodingane har eg presentert i tabellen under:

Koding	Lilla gruppe	Blå gruppe	Grøn gruppe
Korrigering med matematisk korrekt resonnement	28	4	5
Matematiske spørsmål	42	14	7
Aksept av ikkje-korrekte/mangelfulle definisjonar	4	6	12

Tabell 3: Samanlikning av funn i nokre kodingar, for å tydeleggjere skilnadane på gruppene.

Sidan eg har valt å presentere funna i resultat-tabellen (vedlegg 4) etter omgrep, og ikkje etter gruppe, så kjem det ikkje fram kva for nokre av gruppene som bidrog mest i desse ulike funna. Derfor gjer denne tabellen (tabell 3) oss ein peikepinn på kva gruppe som bidrog mest inn i desse funna.

4.4 Kategorisering av kodingar

Når dei ulike kodane var valde og eg hadde analysert gjennom teksten så mange gongar at eg følte eg hadde fått med meg dei mest framtredande funna i desse kodingane, så såg eg at eg sto igjen med ein god del kodar, ni for å vere heilt eksakt. For å betre kunne få oversikt over funna i desse kodane, ønskja eg å samle dei kodane eg fann samlande, i kategoriar. Ved å gjere dette vil eg kunne stå igjen med færre kategoriar, og resultata vil vere lettare å presentere på ein oversikteleg måte. Under har eg presentert dei ulike kategoriane og kva for nokre kodingar som inngår i dei ulike kategoriane, i ein tabell (tabell 4).

Kategori	Kodingar som inngår i kategorien	Fellestrekk for kategorien
Omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon	- Omgrepsbilete med korrekt matematisk resonnement - Omgrepsbilete med misoppfatning - Personleg omgrepsdefinisjon - Formell omgrepsdefinisjon	Alle kan potensielt vere innehaldt i elevane sine omgrepsbilete, dersom dei har ei fullstendig forståing for den formelle omgrepsdefinisjonen. Omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon er også oftast presentert teoretisk i samanheng.
Respons på matematiske spørsmål og utsegn	- Korrigering med matematisk korrekt resonnement - Aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar	Begge desse kodane er respons av matematiske spørsmål og utsegn, der den eine er ønska og den andre uønskt.
Matematiske spørsmål	- Matematiske spørsmål	Spørsmål som har matematisk tyngd
Metadiskusjon	- Metadiskusjon	Diskusjon om det å definere
Indikasjon på løysing av kognitiv konflikt	- Indikasjon på løysing av kognitiv konflikt	Matematiske diskusjonar som ender i ei felles einigheit

Tabell 4: Oversikt over kategoriane, kva kodar som inngår i desse kategoriane og kva fellestrekk dei ulike kodane i kategoriane har til felles.

Når eg skulle sortere kodingane i kategoriar, gjekk eg gjennom kodingane og såg på funna i dei ulike kodane. Det som tidleg utpeika seg til å verte ein kategori når eg analyserte kode-inndelingane mine, var dei kodane eg valde på førehand av analysen, nemleg dei med teoretisk bakgrunn for val av kodar. Alle desse kodane er enten ein del av omgrepsbilete eller omgrepsdefinisjon, og derfor vurderte eg det dit hen at eg ønskja å sjå på desse samla i ein kategori. Dei kodane som eg samla i ein kategori er *omgrepsbilete med korrekt resonnement, omgrepsbilete med misoppfatning, personleg omgrepsdefinisjon* og *formell omgrepsdefinisjon.* Alle desse kodingane inkludert i denne kategorien er potensielt ein del av elevane sitt omgrepsbilete, forutsett at dei har full forståing for den formelle omgrepsdefinisjonen. Som lærar er det nettopp dette ein ønskjer å oppnå, full samanheng mellom alle desse kodane i denne kategorien. Dei to fyrste er uansett ein del av omgrepsbilete, og dei to andre går under omgrepsdefinisjon. Ein ser på omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon i samanheng i teorien (kap.2.2), og derfor fann eg det naturleg og også her sjå på dei i same kategori, som eg kalla nettopp *omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon.*

Kodinga *matematiske spørsmål* vurderte eg lenge å samle saman med fleire av dei andre kodingane, men fann til slutt ut at funna ikkje hadde samlande trekk med nokon av dei andre kondingane og valde derfor til slutt å ha denne ståande som ein eigen kategori. Det er noko særeige i at elevane lure på noko matematisk, og tør å uttrykke dette gjennom spørsmål. Som ein respons på desse matematiske spørsmåla, og også matematiske utsegn, danna det seg to kodingar, aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar og korrigering med matematisk korrekt resonnement. Desse kodingane samla eg i kategorien respons til matematiske spørsmål og utsegn. Funna i denne kategorien samlast av at dei begge er ein respons og det er elevane sine meiningar knyt til det matematiske innhaldet dei vert presenterte. I denne kategorien vil det likevel vere eit tydeleg skilje, nemleg mellom ønskja og ikkje ønskja respons. Det er klart at ein ikkje ønskjer at elevane respondera med samtykke av noko som ikkje er matematisk korrekt. Dette fører ingen stad vidare, og elevane står igjen med den same misoppfatninga som før aktiviteten. Samtidig er det interessant å sjå nærmare på desse funna. Korrigeringane er meir ønskja respons, og det ein håpar elevane skal respondere med dersom det som vert uttrykt ikkje er matematisk korrekt eller mangelfullt.

Metadiskusjon enda eg opp med å ha som ein eigen kategori. Dette er fordi den skil seg sånn frå dei andre kategoriane, med å fokusere på diskusjonen om definering, ikkje sjølve defineringa. Derfor blei det veldig unaturleg å sette denne kodinga saman med nokon av dei andre. Det same resonnementet vart gjort når eg valde å sette *indikasjon på løysing av kognitiv konflikt* som ein eigen kategori. Dette er så speisifikt inn på dei diskusjonane som hadde ueinigheit og som løyste dette etter å ha diskutert den matematiske definisjonen, termane som inngjekk og hatt eventuelle oppklaringar som trengtest. Felles for dei var at diskusjonen enda i einigheit til ein definisjon knytt til det matematiske omgrepet. Eg fann det heller ikkje samlande med nokon av dei andre kodane, fordi denne koden er så innhaldsrik med heile dialogen frå ueinigheita oppstår, til indikasjon på løysing av diskusjonane. Eg fann desse to kodingane likevel såpass interessante at eg ønskja å ha dei med som kvar sin eigen kategori.

Etter at alle kategoriane var danna med utgangspunkt i kodingane, så tok eg for meg kvar kategori og gjor ein næranalyse av kvar av kategoriane. "Næranalyse innanfor kvar enkelt kategori bidreg til å kunne gje ei fyldig skildring og analyse av delar som til saman kan utfylle kvarandre i heilheitsskildringa" (Postholm & Jacobsen, 2018, s.261). Dette gjor eg også for å kunne presentere resultata på ein best mogleg måte, slik at dei funna eg gjor innanfor kvar kategori, skulle kome best mogleg fram i presentasjonen av resultata og at eg sjølv skulle vere sikker på kva ulike observasjonar eg gjorde i kvar av kategoriane.

Kapittel 5: Resultat

Her presentera eg funna eg har gjort under dei ulike kategoriane, og tek også med nokre interessante observasjonar eg gjor meg i datamateriale og i samband med datainnsamlinga, som ikkje går under dei andre kategoriane. Drøftinga av dei ulike funna kjem eg tilbake til i kapittel 6.

5.1 Andre interessante observasjonar i datamateriale

Her presentera eg kort om andre interessante observasjonar som er gjort i datamateriale, som ikkje går under dei kategoriane eg har valt å sortere dei andre kodingane i. Eg meiner likevel det er viktig å nemne, slik at eg drøfte det i neste kapittel og ta det med i den heilheitlege vurderinga og intrykket.

5.1.1 Gruppesamansetning

Det var tre grupper som deltok i aktiviteten, to grupper med 3 elevar på kvar (blå og lilla gruppe) og ei gruppe med to elevar (grøn gruppe). Dei tre ulike gruppene hadde sjølvsagt ulik oppleving til aktiviteten og kva dei satt igjen med etter timen, men eg finn det likevel interessant å sjå på tal funn som er gjort på dei ulike gruppene. Desse tala tyder på at det er tydeleg skilnad i mellom gruppene på kva utbytte elevane sat igjen med. Sidan eg har presentert alle funna mine samla etter omgrep dei er knytt til i resultat-tabellen (vedlegg 4), kjem det ikkje så godt til syne i dei datane som er vedlagt. Likevel er det ein interessant observasjon som eg tenkjer det er viktig å ha med i diskusjonen. Funna i samanlikninga av tal på funn på kvar gruppe, presenterte eg i ein tabell i kapittel 4 (tabell 3).

Desse funna kan delvis vere knytt til elevane sitt faglege nivå, som igjen fell på meg som satt dei saman i grupper. Eg hadde ingen grunnlag for val av samansetning når eg valde gruppene, då eg aldri hadde treft elevane før den dagen vi gjennomførte aktiviteten. Dersom eg hadde visst meir om elevane sitt faglege nivå, hadde eg hatt eit anna grunnlag for å kunne sette dei saman på ein annan måte, og såleis sørge for at fleire av elevane fekk eit potensielt større utbytte av aktiviteten. Det er ein viktig observasjon at lilla gruppe mest truleg sitt igjen med større utbytte etter aktiviteten, enn dei to resterande gruppene basert på tal funn i dei ulike kategoriane. Det er også interessant å sjå at tal på funn av *aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar* er motsett av dei to andre gruppene, både blå og grøn gruppe aksepterer fleire gonger ting som ikkje er matematisk korrekt, og då særleg grøn gruppe. Mens dei på lilla gruppe i større grad respondera med korrigeringar, noko som tala i tabellen viser (tabell 3).

5.1.2 Val av omgrep

Før aktiviteten byrja, skreiv eg opp nokre omgrep knytt til dei termane eg hadde fått tildelt av faglærar på tavla. Let likevel elevane ta med andre omgrep, dersom dei kom på nokon dei mente var viktige og ønska å ha med. Nokre ting som gjekk igjen var at elevane valde ting som dei kunne forklare når dei valde omgrep som ikkje stod på tavla. Desse omgrepa hadde stort sett forklaring til dette omgrepet som ein formel. Ein gjengangar som var på alle gruppene, var abc-formel. Her er det til og med formel i omgrepet, men elevane valde det likevel med. Skal ein sjå på det som matematikar, vil eg seie at ein slik formel går meir mot eit teorem, enn mot ein matematisk definisjon. Det er lagt ved ei oversikt over dei ulike memory-korta elevane lagde til aktiviteten (Vedlegg 3). Her har eg i kolonna til høgre, markert om eg meiner omgrepet går under omgrep eller formel. Det er fleire av desse formlane som eg har markert, som for matematikarar vil vere eit omgrep med ein tilhøyrande definisjon, men elevane kjenner det berre som ein formel. Dette gjeld til dømes skalarprodukt. Derfor har nokre av memory-korta blitt presenterte med ein formel, og nokre har til og med teikna på desse lappane, utan noko meir forklaring. Dette gjer at elevane ikkje får drøfta omgrepet på same måte som om det hadde stått ein definisjon der. Her har såleis elevane fått så frie tøylar til val av omgrep, at dei har innehaldt omgrep som eigentleg berre forklarast med ein formel. Det er også ein observasjon å sjå at elevane ikkje skil omgrep og formel frå kvarandre. Det er også verdt å nemne at nokre diskutera omgrepet vinkel, som er eit komplekst omgrep, og på ingen måte trivielt. Dette gav utfordringar i kodinga, då desse forslaga til definisjon uansett ville vere mangelfulle.

Sjølv om det er svært interessant kva forhold elevane har til omgrep og korleis dei kan tolke ein formel som eit omgrep med tilhøyrande definisjon, og dette også har stort potensiale for å verte diskutert vidare, så har eg ikkje kapasitet til å sjå på alt eg ønskjer i denne masteren og eg har derfor valt å ikkje gå noko vidare inn på desse punkta. Eg har avgrensa med tid og resursar, og eg har rett og slett nok med å sjå på desse hovudkategoriane eg har funne og sjå dei i samanheng med forskingsspørsmåla eg har fokus på i oppgåva. Syns likevel det er viktig å nemne, slik at andre som ønskjer å sjå på noko liknande, kan hente inspirasjon til forsking vidare på dette feltet.

5.2 Omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon

Her er det ei stor mengde data, og alle funna i desse kodingane som høyrer til under denne kategorien, er presentert i resultat-tabell i vedlegg 4. Funna står i tabellane som er knytt til dei fire kodingane: *omgrepsbilete med korrekt matematisk resonnement, omgrepsbilete med misoppfatning, personleg omgrepsdefinisjon og formell omgrepsdefinisjon.* Desse datane gjer oss eit godt innblikk i kva kunnskap elevane sit på knytt dei ulike omgrepa som vert diskutert. Datane viser tydeleg variasjon i eleven sine omgrepsbilete og personlege omgrepsdefinisjonar, og det fleire døme på at dette fører til diskusjonar mellom elevar, kor ytterlegare matematiske omgrep vert trekte inn. Samspelet mellom omgrepsdefinisjonar og eleven sitt omgrepsbilete framstår som eit sentralt element i samtalene som oppstår i aktiviteten.

Noko som er interessant med dei to kodingane som går under omgrepsbilete, altså det som ikkje er matematisk korrekt nok til å gå under omgrepsdefinisjon, er at det gjer oss eit innblikk i korleis elevane tenkjer og kva assosiasjonar dei ulike elevane har knytt til eit omgrep. Dette kan vere veldig ulikt, og særleg når elevane går på vidaregåande og kjem frå ulike ungdomsskular med ulike måtar å undervise på. Dei får inkludert mange omgrep i diskusjonen og såleis aktivisert sitt eige omgrepsbilete på mange område. “Terrassepunkt er jo når det berre, ehm, går opp, stoppar også går den vidare” (Lilla gruppe), og i same diskusjon “Ja, det var der det, sånn, der det ikkje endra forteikn” (Lilla gruppe). Her får elevane delt tankane sine og presentert sitt omgrepsbilete til dei andre på gruppa. Utsegn som “Rette linjer som går i same retning og ikkje kryssar kvarandre” (Lilla gruppe) og “Vektor, noko med retning” (Grøn gruppe) er inne på noko fagleg, men manglar presisjon i forklaringa for å kunne kvalifisere til ein omgrepsdefinisjon. Elevane legg grunnlaget for å kunne skape ein diskusjon, knytt til dei forslaga til definisjonar dei presentera, henta frå sitt omgrepsbilete.

Av dei funna som vart gjort som hadde matematisk misoppfatning, er det tydeleg at det er fleire av elevane som har ein del omgrep dei var usikre på. Ein elev utalte: “Nei, åh, er det ikkje noko slik at viss du får eit svar, nei viss du får to svar, så er det ein andre grad" (Lilla gruppe). Her sit eleven med ei oppfatning av at dersom det vert to svar ved bruk av abc-formelen, så vil det vere ein andregradsfunksjon. Det er derimot nettopp at det er ein andregradsfunksjon som er forutsetninga for å kunne bruke denne formelen. Eleven gav tidlegare i aktiviteten uttrykk for at vedkommande kunne abc-formelen, og ramsa opp formelen. Denne vart også korrekt nedskriven på memory-kortet. No viser det seg at eleven kan formelen utan att, men ikkje er så stødig på krava for å kunne bruke den er, og kva ein faktisk finn når ein nyttar denne formelen. Ein anna elev spør seg "Den lavaste verdien ein graf har, eller?" (Lilla gruppe) knytt til diskusjonen om botnpunkt. Det er jo den lokalt lågaste verdien, men grafen kan ha fleire botnpunkt og også byrje eller slutte på ein lågare verdi. Det same gjeld også elevsitatet "Toppunkt og botnpunkt, det er jo berre det høgaste og lågaste punktet på ein graf" (Grøn gruppe), som går på akkurat det same, nettopp at det kan vere fleire punkt på grafen som er både lågare og høgare. Ein anna elev har i samband med omgrepet ortogonale vektorar, stilt spørsmålet "Er det, er dei motgåande?" (Blå gruppe) Her er det utvilsamt ei misoppfatning eller kanskje til og med så enkelt som ein feil, då dette blir fort korrigert og retta opp i. Truleg har eleven blanda saman betydninga til omgrepet med eit anna omgrep. Det er interessant å sjå at desse spørsmåla vert stilt når eleven tydeleg er usikker på kva ortogonale vektorar er.

Under omgrepsdefinisjonen er funna meir matematisk korrekte. Nokre av desse formuleringane er eit resultat av ei formulering som byrja i omgrepsbilete, enten med misoppfatning eller med korrekt logisk resonnement, og som elevane no har diskutert seg fram til. Sjølv om desse er matematisk korrekte og det såleis er mindre å diskutere kring formuleringane. Dersom ingen av elevane kjem med utsegn som er matematisk korrekt, så vil det ikkje kunne bli utvikla noko forståing. Dette fordi det ikkje vil verte noko vidare utviding av denne dialogen, og elevane vil rette fokus mot neste omgrep. Ein må verte presenterte for det som er korrekt, for å kunne rette opp i det som er feil. I dialogen til FARGE gruppe, er det to utsetn frå elevane: "Skal vi seie noko meir om det? For å ha abc-formel så må du ha ein andregradsfunksjon" (Lilla gruppe) , også i diskusjonen "Nei, det er, du kan kun stappe ein andregradsfunksjon inn i" (Lilla gruppe). Desse uttalene vil kunne vere med på å rette opp i den misoppfatninga eleven som uttalte noko om andregradsfunksjon basert på tal svar etter å ha nytta abc-formelen. Om ortogonale vektorar seier ein elev "To vektorar, der den eine står vinkelrett på den andre" (Lilla gruppe), som er ei korrekt skildring av dette omgrepet og fell under formell omgrepsdefinisjonen.

5.3 Matematiske spørsmål

Eit av dei fyrste funna eg fann i analysen av datamateriale, var at elevane stilte mange spørsmål under gjennomføringa av aktiviteten. Elevane spurte dersom dei var usikre på noko som sto på memory-korta og det virka som at dei grensene elevane ofte har knytt til å stille spørsmål i plenum i klassen, ikkje var til stades i same grad under gjennomføringa av aktiviteten.

I dei andre kodingane, og i diskusjonen generelt, gjekk samtalen hovudsakeleg på å forklare dei omgrepa som sto på lappane og deira tilhøyrande forklaring. I kodinga matematiske spørsmål fann eg derimot fleire matematiske omgrep som ikkje var tatt opp andre stader i dialogen, enn nettopp gjennom desse spørsmåla dei stilte. Elevane auka såleis omfanget av omgrep diskutert i samtalen ved å spørje spørsmål om andre omgrep enn akkurat det omgrepet som var oppe for diskusjon. Dei nye omgrepa som elevane valde å ta opp, var ikkje tilfeldig valde. Det gjengåande i desse spørsmåla knytt til nye omgrep, var at elevane spurde etter betydninga av inngåande termar i det omgrepet diskusjonen i utgangspunktet dreidde seg om. Til dømes spørsmål av typen "Kva er gjennomsnitt?" (Lilla gruppe) i diskusjonen rundt gjennomsnittleg vekstfart og "Produktet du får, men kva er produkt?" (Lilla gruppe) i samanheng med diskusjon av omgrepet produktregel, gjorde at elevane fekk tatt opp og diskutert betydninga av desse omgrepa også. Desse spørsmåla førte såleis til at samtalen vart utvida vidare frå å berre omhandle omgrepa på memory-korta, til å omhandle dei inngåande termane også. Elevane bidrog dermed til ei utviding av samtalen og tal omgrep som vart diskutert i samtalen.

Ein annan ting eg beit meg merke i når eg analyserte dei matematiske spørsmåla, var at elevane var veldig opne og ærlege i spørsmåla dei stilte. Det kunne nesten virke som om at spørsmåla kom litt naturleg for dei, og utan at dei tenkte seg om. Her observerte eg derimot nettopp det motsette, at dei var veldig ærlege i sine spørsmål når dei ikkje forstod delar av forklaringa, eller når dei rett og slett ikkje forstod noko av det som blei sagt. I ein diskusjon på eine gruppa om skalarprodukt, spurte eine eleven plutseleg: “Men kva er eigentleg det talet man får etter eit skalarprodukt? Eg har aldri skjønt det, på ein måte” (Lilla gruppe). Her legg eleven seg heilt flat, og innrømmer at vedkommande aldri har forstått kva ein kjem fram til når ein gongar saman eit skalarprodukt. Dette er eit veldig godt spørsmål, for det er ikkje så lett å forklare kva ein talverdi, som er eit resultat av at to vektorar vert gonga saman, vil seie. Det viste seg også når spørsmålet var stilt, at det ikkje var så enkelt for dei andre på gruppa å svare vedkommande på spørsmålet. Derfor er det også nettopp så viktig at nokre tørr å spørje desse spørsmåla, fordi det kan få fram usikkerheiter som andre i klassen sit på, og som dei ikkje sjølve er klar over.

Elevane formulerte også spørsmål som inneheldt eit forslag til ein definisjon eller ei formulering av ei setning. Også her delar elevane ærleg sine forslag, ved å tørre å presentere dei tankane dei har, sjølv om dei ikkje er sikre på om det stemmer. I diskusjonane rundt botnpunkt, toppunkt og ektremalpunkt var det mykje diskusjon på gruppene og det var såleis også ein god del spørsmål knytt til desse omgrepa. Elevane formulerte fleire forslag til formuleringar av setningar eller foreslo kriteria som måtte vere til stades for å kunne vere ein del av omgrepet. “Kan eg skrive, ehm, punkt på ein graf der den deriverte skifta forteikn? Er det og mulig?” (Lilla gruppe) spurte eine eleven. Diskusjonen har her vart ei stund kring kva som endra seg i topp- eller botnpunktet. To av elevane har formulert at det er grafen som endra seg, mens den tredje på gruppa har argumentert for at det er stigningstalet som endra verdi i ekstremalpunkta. No kjem ein av dei to elevane som fyrst sa at det var linja som skifta forteikn, opp med dette spørsmålet og bringer såleis eit nytt omgrep inn i diskusjonen knytt til ekstremalpunkt, nemleg den deriverte, som ikkje tidlegare har vore nemnt i denne diskusjonen.

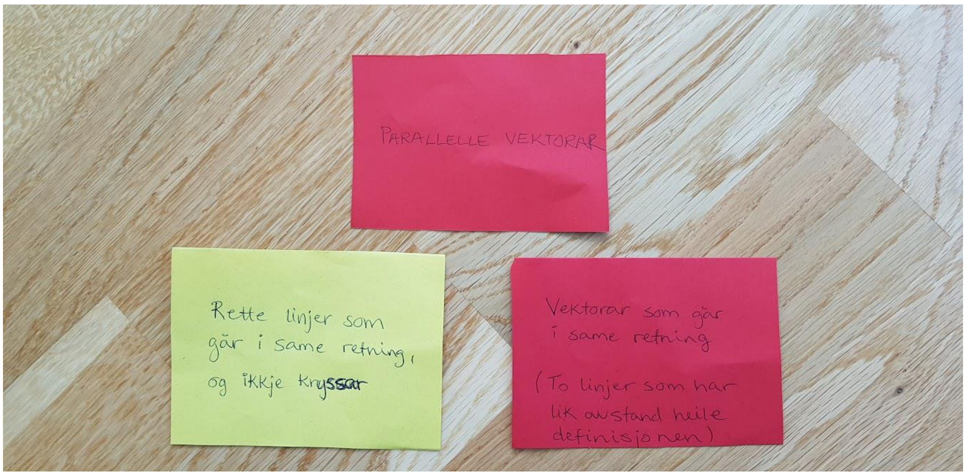
Andre stiller spørsmåla “Den lavaste verdien ein graf har, eller?” (Lilla gruppe) og “Forteiknet skiftar, kan man ikkje berre skrive det?” (Lilla gruppe). Elevane søkjer stadfesting til deira forslag til inngåande termar og formulering av definisjonar. I ein diskusjon om det som står på memory-korta, distansera elevane på gruppa fyrst omgrepet ekstremalpunkt frå dei to omgrepa toppunkt og botnpunkt og seier at det ikkje kan vere den lappen, fordi det ikkje står topp- og botnpunkt. Etter litt fram og tilbake spør den eine eleven på gruppa: “Men det er jo så å seie det same, er det ikkje det?” (Grøn gruppe). Eleven siktar her til at ekstremalpunkt og toppunkt & botnpunkt er tilsvarande det same og forhøyrer seg med den andre på gruppa ved å presentere sin teori i form av eit spørsmål, og spelar ballen såleis vidare til dei andre på gruppa.

5.4 Respons på matematiske spørsmål og utsegn

Med så mange spørsmål i elevsamtalene, så vil det naturleg nok også bli ulike responsar på desse spørsmåla og andre utsegn som kjem gjennom aktiviteten. Av alle dei ulike responsane elevane gav, plukka eg ut to kodingar innanfor denne kategorien, nemleg *aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar* og *korrigering med matematisk korrekt resonnement/kriteria.* Det er eit tydeleg skilje mellom desse to, nemleg at den eine av dei er ønskjeleg respons, medan den andre ikkje er ønskjeleg på nokon måte. Det som går igjen for dei akseptane som vert gjevne, er at dei stort sett ikkje er argumentert for, men meir gjevne uanfekta og uanstrengt som ein respons til det som vart sagt. Det er mange slike akseptar som er uanfekta som går igjen, av typen respons som: "Ja" (Alle gruppene), "Ah, okei" (Grøn gruppe), "Mhm" (Alle gruppene) og "Det stemmer" (Blå gruppe). Desse akseptane på matematisk feil utsegn kan enten vere eit reelt bilete på begrespbilete eleven sit med, men det kan også vere ein måte å gå vidare i aktiviteten på dersom ein er usikker eller ikkje veit noko betre sjølv. For desse responsane gjer nettopp dette, at dei ikkje fører diskusjonen vidare, og sånn sett også bidreg til å skjule eventuelle misoppfatningar elevane sit med, når dei ikkje vert løfta fram i lyset.

Under korrigeringane derimot, kjem elevane inn med motargument eller andre forslag til formuleringar som dei meina er meir korrekte enn den dei svarte på. Desse korrigeringane stemmer, sidan eg har valt å sjå på dei korrigeringane som er matematiske korrekt. Eg kunne sjølvsagt også sett på korrigeringane som ikkje var korrekte, men når eg analyserte datane, var funna av større interesse og også meir framtredande, i denne kategorien.

I drøftinga av omgrepet parallelle vektorar, så er formuleringa på memory-korta til dei to gruppene som har det med, kategorisert til å gå inn under omgrepsbilete, demonstrert i figuren under. (Eg har sjølv laga desse memory-korta, for å ikkje vise noko handskrift frå elevane. Definisjonane som er skrivne er derimot heilt lik elevane sine).



Figur 1: Memory-kort til omgrepet parallelle vektorar. Forklaringa på den gule lappen er den blå gruppa si forklaring, medan dei to forklaringane på den raude lappen begge høyre til grøn gruppe (dei hadde skrive to sett kort med parallelle vektorar).

Som de ser i figur 1, så er ingen av forslaga til definisjonar heilt matematisk korrekt, men nokon av forklaringane har med fleire viktige element enn andre. Her er uansett mykje å korrigere på, og det har elevane gjort på fleire måtar:

- “Jaaa, altså, to vektorar kan jo gå i sånn halvveis same retning utan å krysse kvarandre” (Lilla gruppe)
- “Jaa, men dei vanlig, altså, dei trenge ikkje vere parallelle” (Lilla gruppe)
- “Dei trenge jo heller ikkje å ha same retning heller, det trenge jo berre at avstanden frå dei er den same heile tida” (Lilla gruppe)
- “Ja, dei kan gå i motsett retning også” (Lilla gruppe)
- “Dei kan jo gå sånn” (Peikar i motsette retningar) (Lilla gruppe)

Korrigeringane går i all hovudsak ut på to matematiske poeng, nemleg at avstanden må vere lik og at dei ikkje treng å gå i same retning, men også kan vere motgåande. Her bidreg dei elevane som korrigera, til å rette opp i dei misoppfatningane og manglane elevane sit med. Det kan vere ein potensiell konfliktfaktor for vedkommande som har formulert forslaget til definisjonen, eller i beste fall berre ein feil som dei gjorde i dette tilfellet.

I datane er det fleire indikasjonar på at samtalane som oppstår i samband med aktiviteten, både kan skape og løyse kognitive konfliktar hos elevane. Eksempelvis i kategorien indikasjon på løysing av kognitiv konflikt, tar eg for meg ein dialog i lilla gruppe som går på toppunkt og botnpunkt. Her er det mange korrigeringar undervegs i dialogen, men her trekkjer eg berre fram eit par av dei sentrale korrigeringane i denne drøftinga. Den eine av desse er: "Ja, men det er jo ikkje grafen, men stigningstalet som skifta" (Lilla gruppe). Heile diskusjonen er knytt til denne feilen i definisjonen som er skreve på memory-kortet. Her prøvar vedkommande å forklare at det ikkje er grafen som endra forteikn i eit botn- eller toppunkt, men stigningstalet. Det fører likevel ikkje fram og vedkommande prøvar på nytt igjen seinare i diskusjonen med følgjande korrigering: "Jojo, men grafen treng ikkje å skifte forteikn. Fordi, då må, for då må, den skifta jo forteikn i det den kryssa null" (Lilla gruppe). Her er det tydeleg at eleven tar eit anna utgangspunkt og prøver å skape eit motdøme til den forklaringa som sto på memory-kortet, for å sjå om det gjer meining til den eleven som har laga dette memory-kortet. Den eleven som gjer begge desse korrigeringane i denne diskusjonen, er med på å drive samtalen framover og sørger for at dei andre elevane på gruppa får moglegheit til å forstå kva som er feil og i beste fall indikere løysing på ei kognitiv konflikt.

5.5 Metadiskusjon

Funna i denne kategorien er ikkje så mange, men dei er like så framtredande i samtalen, at eg ønskjer å ha dei med. Det er interessant at elevane sjølve reflektera rundt det å definere, og ein elev på den eine gruppa stiller spørsmålet: "Eg har aldri tenkt over... Du lærar, eg har aldri tenkt på før, men viss nokon spør, kva er fart? Korleis skal eg definere det for ein person som har null peiling?" (Lilla gruppe). Sjølv om eleven har jobba med omgrepet fart i fleire år allereie, får vedkommande ei slags openbaring i forhold til det å skulle definere og forklare noko til andre som ikkje har kjennskap til det frå før. Ein annan elev på ei av dei andre gruppene uttaler: "Oja, sånn ja. Ja, men kva er definisjonen av det? Eg har ikkje peiling. Korleis kan man definere det?" (Lilla gruppe). Denne uttalen er gjort i samband med diskusjonen av å definere gjennomsnittsfart. Elevane, som går i 2.klasse på vidaregåande, bør ha kjennskap til, eller vertfall ei formeining om, kva gjennomsnittsfart er. Det er interessant at dei sjølve får slike tankar under gjennomføringa av aktiviteten.

Eit anna funn eg vart oppmerksam på, er at elevane ikkje er klar over kva forutsetningar som krevst for å definere. Dei stiller seg spørsmål knytt til inngåande termar og kva som faktisk er lov til å ta med i definisjonsforklaringa og ikkje. Ein av elevane uttalar blant anna "Men no bruka eg jo ordet produkt då, men eg skal jo finne produkt" (Lilla gruppe) i diskusjonen knytt til produktregelen. Her er det altså eit spørsmål knytt til kor vidt omgrepet produkt kan vere ein del av forklaringa til vedkommande, sjølv om det er eit produkt ein ønskjer å finne på slutten av diskusjonen. Her er dei altså usikre på om dei har lov til å nytte seg av produkt som eit omgrep i forklaringa til produktregel. Same problemet dukkar opp i eit spørsmål ein annan elev stiller, knytt til definering av gjennomsnittsfart: "Eg skrive gjennomsnittsfart. Nei, vent. Kan eg bruke ordet gjennomsnitt? Faen." (Lilla gruppe). Her vert det også knytt usikkerheit rundt om omgrepet gjennomsnitt kan nyttast når ein skal forklare gjennomsnittsfart. Også i dialogen under har elevane usikkerheiter knytt til termane som inngår i den forklaringa dei skal gje. Denne dialogen oppstod på den lilla gruppa under arbeidet med å lage memory-korta, og eleven E2 prøver å lage ei forklaring til omgrepet toppunkt, men slit med korleis ein skal formulere seg skriftleg på kortet.

> E2: Men eg kan ikkje skrive punkt på grafen, for då må eg definere kva ein graf er. Må eg det?
>
> E1: Ja, ja då må du definere det då
>
> E2: Eg kan ikkje skrive punkt på ei rett linje heller, for det har ikkje toppunkt
>
> E2: Ditta er sånn brainfreak
>
> E1: Ahh

Elevdialog 1: Dialog knytt til omgrepet toppunkt, og under kategorien metadiskusjon. Dialogen er mellom elevar på den lilla gruppa.

Her sit elevane som diskutera med ei oppfatning av at dei inngåande termane i ei forklaring, ikkje kan nyttast utan at ein forklara dei også. Dette er til eit stort hinder for elevane, då det blir særs utfordrande om ein skal forklare alle termane som inngår i den definisjonen til det omgrepet ein ønskjer å skildre. Eleven som spør sine medelevar om vedkommande må definere kva ein graf her, og får også aksept frå ein av dei andre elevane på gruppa. Dette fører til at eleven som skal definere omgrepet toppunkt, får styrka sin teori om at dei inngåande termane må definerast. Derfor er også nokre av forklaringane annleis formulert enn kva dei ville vore dersom elevane hadde vert klar over at dei kan bruke inngåande termar utan å definere dei. Dei har altså eit anna utgangspunkt for å formulere dei skriftlege definisjonane på memory-korta, og såleis kan nokre av definisjonane kanskje skuldast nettopp dette litt vanskelege utgangspunktet for oppgåva med å definere.

Elevane har stilt spørsmål ved korleis ein skal definere noko, og spørsmål knytt til korleis ein kan definere. Utan å gå for mykje inn på det her, så tyder desse funna på at elevane kanskje ikkje har så mykje kjennskap til det å definere som ein aktivitet i matematikk, og at dette såleis er grunnlaget for at desse spørsmåla dukkar opp og feil grunnlag for å forme definisjonar vert brukt.

5.6 Indikasjon på løysing av kognitiv konflikt

Memoryspel som aktivitet har potensiale for å både skape og løyse konfliktar hos elevane. Her har eg tatt med to diskusjonar som funn i denne kategorien. Den eine diskusjonen er ganske kort og er knytt til omgrepet parallelle vektorar. Den andre diskusjonen er knytt til omgrepet toppunkt, og den er riktig nok veldig lang. Fyrst kjem den opp under laging av memory-korta, deretter når ein trekk lappen og endå ein gong når ein trekk kortet der det står botnpunkt og vedkommande har tatt utangspunkt i same feilen i forklaringa si, samt at vedkommande faktisk har skildra ekstremalpunkt og ikkje botnpunkt. Her kjem eg til å presentere utkast frå denne diskusjonen, for å vise kvifor eg meiner dette kan kvalifisere til å vere ein indikasjon på løysing av ei kognitiv konflikt. Heile dialogen som går under funn i denne kategorien, kan lesast i sin heilheilt i resultat-tabell (vedlegg 4).

I dialogen under diskutera elevane på den lilla gruppa definisjonen av parallelle vektorar. Formuleringa av definisjonen på memory-kortet går under omgrepsbilete med matematisk korrekt resonnement.

> E2: Rette linjer som går i same retning og ikkje kryssar kvarandre. PARALELLE VEKTORAR! OMG. Rett til parallelle vektorar.
>
> E3: Men kan du seie definisjonen ein gong til?

E2: Parallelle vektorar er rette linjer som går i same retning og ikkje kryssar kvarandre.

E3: Ja. Fint

E1: Jaaaaah, altså, to vektorar kan jo gå i sånn halvveis same retning uten å krysse kvarandre.

E3: Det var det vi sa, dei går i same retning

E1: Ja, men dei vanlig, altså, det trenge ikkje vere parallelle

E2: Dei trenge jo ikkje å ha same retning heller, dei trenge jo berre at avstanden fra dei er den same heile tida.

E1: Ja, dei kan jo gå motsatt retning også

E2: Dei kan jo gå sånn (Peikar i motsette retningar)

E3: Ja, sant

E2: Dei trenge jo ikkje å gå sånn, det er sant. Jaja, då har vi fått oppklart at dei trenge ikkje å gå i same retning. Avstanden treng berre å vere lik.

Elevdialog 2: Diskusjon knytt til omgrepet parallelle vektorar. Som funn i kategorien Indikasjon på løysing på kognitiv konflikt. Dialogen er mellom elevar i den lilla gruppa.

Eleven E2 oppsummera det ganske fint i siste setninga, med at vedkommande seier at ein har fått oppklart at dei ikkje treng å gå i same retning, berre at det må vere lik avstand mellom dei. Det er særleg eleven E3, som når E2 gjentek definisjonen som er skreve på lappen, samtykker i det som står på lappen, og samtidig då gjer uttrykk for at vedkommande samtykker i at dette er den korrekte definisjonen til parallelle vektorar. Når det vert drøfta, får E3 forklart kva som gjer at denne definisjonen er matematisk gyldig. Med formuleringa "rette linjer som ikkje kryssar kvarandre" (Lilla gruppe), inkludera denne forklaringa rette linjer som ser ut som dei går i same retning, men som i praksis før eller seinare vil møtest og kryssar, om dei går langt nok. Og i formuleringa "Rette linjer som går i same retning" (Lilla gruppe) så har ein utelukka linjer som går i motsett retning, men som også kan vere parallelle. Det er dermed to punkt i denne forklaringa som trengte å korrigerast, og desse vart også grundig forklart. Når ein snakkar om kognitiv konflikt er det viktig å hugse på at vi berre kan snakke om indikasjon, fordi det er eleven sjølv som må oppleve ein konflikt mellom omgrepsbilete vedkommande har, og dei døma og omgrepsdefinisjonane som vert presentert som ein korreksjon. E3 viser likevel til ei presisering av sitt omgrepsbilete, når vedkommande uttaler "Det var det vi sa, dei går i same retning", noko som kan tyde på at vedkommande opplev sitt omgrepsbilete som korrekt endå. Deretter får E3 ei forklaring på kvifor dei ikkje treng å vere parallelle. Ein kan ikkje med sikkerheit sei noko om E3 har oppnådd kognitiv konflikt og det vil ein heller aldri kunne, men dersom det har skjedd her, så er forklaringane til E1 og E2 bidragsytande til oppklaringa. Det er likevel E1 og E2 som engasjera seg mest i korrigeringa, og E3 samtykker med "Ja, sant." Her er det heller ikkje sikkert at, om ein tenkjer seg at E3 har opplevd ei kognitiv konflikt, at E3 faktisk har fått løyst denne konflikten. Vedkommande samtykker i det som har blitt sagt, men som nemnt under funna i respons-kategorien, så er det ingen garanti med ein slik nokså uanfekta aksept, at vedkommande gjer det i fordi eleven er einig, eller for å kome seg vidare og sleppe å uttrykke vanskar med å forstå det.

I dette funnet knytter diskusjonen seg til toppunkt, botnpunkt og ekstremalpunkt. I dialogen valt å ta med utsnitt av fleire av dei punkta som vert diskuterte i diskusjonen kring toppunkt og botnpunkt. Dialogen som utspelar seg her, skjer i lilla gruppe.

> E1: Også skrive eg at ekstremalpunkt er både bunnpunkt og toppunkt
>
> E3: Den lavaste verdien en graf har, eller?
>
> E1: Nei
>
> E3: Kva då?
>
> E1: Eit bunnpunkt det er jo det lavaste punktet før den snur
>
> E3: Lavaste punktet før..
>
> E1: Altså, du veit, i det den snur oppover. Og toppunkt er jo når den snur nedover.
>
> E3: Ja, men verdien?
>
> E1: Det er jo ikkje den, det treng jo ikkje vere den lavaste verdien en graf har. Fordi at...
>
> E3: Den kan jo snu igjen

E1: Ja, eller så kan den starte lengre nede

E3: Ja

E1: Så vil ikkje det vere det lavaste

E3: Okei, sant, men det, kva eg skal seie då?

E1: Eg veit da faen eg!

E3: Deeet, jammen, det, det her er mi utgave av dette her. Eg skrive det.

E1: Du spurte kva eg skulle skrive, eg sa eg veit ikkje. Det er miii oppgåve E1! Skjønt det no.

Når elev E1 prøver å korrigere E3 i formuleringa av definisjonen som skal på memory-kortet, så utrykkjer E3 frustrasjon over korrigeringa til E1, og E1 uttrykkjer frustrasjon over alle spørsmåla til E3, som vedkommande ikkje kan svare på. Likevel går E3 med på å ikkje skrive lågaste punktet på grafen, men går vidare for å prøve å finne ei anna skildring av omgrepet.

NYTT AVSVNITT I DIALOGEN

E3: Kva skriv du om toppunkt? Men då må jo, eg kan jo berre skrive det motsatte av deg.

E2: Eg berre skreiv: Punkt der linja skifta forteikn frå positivt til negativt

E3: Du er jo eigentleg ganske smart

E1: Der?

E2: Der det skifta forteikn frå positivt til negativt

E1: Kva forteikn?

E2: Forteikn, det er det man skrive forran ein tall. Er det minus..

E1: Eg spurte ikkje kva eit forteikn var, hvilket, kor er forteiknet? Det er jo stigningstalet som snur

E2: Men kva er eit fuckings stigningstall då?

E1: Stigningstalet bytta frå positivt til negativt

E2: Veit du kva, det kan vi diskutere etterpå, det gidde eg ikkje diskutere no

Her er det elev E2 som har formulert ein definisjon for toppunkt, og igjen er det E1 som korrigera feil ved definisjonen og prøvar å forklare kva som er feil. Og igjen blir E1 møtt med frustrasjon, særleg uttrykt frå E2 med "Men kva er eit fuckings stigningstall då?" (Lilla gruppe). Deretter legg E2 ned diskusjonen og ønskjer å ta den igjen seinare. I begge desse tilfella kan den frustrasjonen både E2 og E3 uttrykker uttadd, vere eit teikn på at dei opplever konflikt med eige omgrepsbilete i det som E1 forklarar.

NYTT AVSNITT I DIALOGEN

E2: Produktregelen. Punkt der linja skifta forteikn frå positivt til negativt. NEI.

E1: Skifta fra positiv til negativ...Jaja. Toppunkt.

E2: Det var den du var ueinig i

E1: Ja, eg var veldig, var ikkje det...

E2: Kva ville du sagt?

E1: Kva eit toppunkt er?

E2: Ja

E1: Det er der, ehhhmmm *nølar*, vekstfarten snur.

E2: Kva er vekstfart?

E1: Altså, det er der stigningstalet snur frå.. Et toppunkt, då snur det frå positivt til negativt , for då har...

E2: Det er jo det eg har skreve! Skifta forteikn

E1: Ja, du har skreve punkt der linja skifta forteikn frå positiv til negativ. For det fyrste, du har skreve linje

E2: Ja, for eg kunne ikkje skrive en graf. Kva er ein graf?

E1:Ja, men det er jo ikkje grafen, men stigningstalet som skifta.

E2: Ja, og det påverka linja. For den går sånn (Teiknar eit toppunkt i lufta)

E1: Jojo, men grafen treng ikkje å skifte forteikn. Fordi då må, for då må, den skifta jo forteikn i det den kryssa null.

E2: Oja

E1: I det den kryssa y-aksen, då skifta den forteikn

E3: Men eg, men bør det ikkje stå, eller sånn, den kan jo gå frå negativ til positiv og?

E1: Det er botnpunkt

E2: Det er botnpunkt

E1: Fordi, viss han går, viss han..

E2: Negativ til positiv (Teiknar bunnpunkt i lufta medan ho forklara)

E3: Åååååh

E1: Viss han går negativ, så går han jo nedover, så snur han også går han opp igjen

E3: Eg lika ikkje ditta eg

E2: Du skreiv: Eller motsatt, skreiv du det på botnpunkt?

E3: Jaaa

E2: Ja, okei

E1: hehe

Alle ler

E1: Jaa, kanskje

E1: Ja, men så toppunkt, det er jo når stigningstalet bytta forteikn frå positiv til negativ

E2: Mhm

E1: Ikkje når linja skifta forteikn

E3: Ja, okei, då har vi fått avklart det

E2: Eg syns den va ganske bra eg då

E1: Neijj

Her enda dei tre på gruppa til slutt i einigheit med E1 si forklaring, men dei prøver likevel å "stritte i mot", og argumentere for seg sjølv og si forklaring undervegs. E2 uttrykker "Det er jo det eg har skreve! Skifta forteikn" på E1 sin forklaring om at det er stigningstalet som skiftar. E2 prøvar her å finne noko å holde fast i ved si forklaring. Det er fyrst når E1 kjem med eit motdøme, altså eit døme som går innunder forklaringa til E2, men som ikkje har noko med toppunkt å gjere, at E2 byrjar å akseptere forklaringa til E1. Det vert også diskutert om den kan gå frå negativ til positiv òg, men det vert avklart at det vil vere eit botnpunkt. Dei vert einige om forklaringa til E1 og samtykker i at det må vere slik. Her kan vi sjå indikasjonar på at ei kognitiv konflikt vert løyst. Det er tydeleg frustrerande, særleg for E2 at E1 ikkje er einig, og E2 forstår lenge ikkje kvifor, men når E1 kjem med eit motdøme, endrar E2 sitt syn og aksepterer meir den nye forklaringa.

NYTT AVSNITT I DIALOGEN

> E3: Botnpunkt. Her eller der. Punkt på ein graf der linja skifta forteikn frå positiv til negativ eller motsatt. Okei, eg har faila igjen.
>
> E2: Negativ til positiv
>
> E3: Negativ til positiv og ikkje noko motsatt.
>
> E2: Nei
>
> E1: Nei
>
> E3: Fordi eg berre tenkte sånn generelt, når det skjer en sånn endring
>
> E1: Ja, men då får du eit ekstremalpunkt
>
> E3: Ja, ja, oja, det her er definisjonen av eit ekstremalpunkt då
>
> E1: Nei
>
> E3: Jo
>
> E1: Nei, eller jo, eller motsat. Jojojojojo.
>
> E3: Ja
>
> E1: Eller, men altså, eller, eller
>
> E2: Men skreiv du det på botnpunkt eller har vi eitt for ekstremalpunkt der?
>
> E1: Nei, vi har ikkje ekstremalpunkt

Elevdialog 3: Dialog knytt til omgrepet toppunkt og botnpunkt, under kategorien indikasjon på løysing av kognitiv konflikt. Undervegs i dialogen har eg kommentert dei ulike tinga eg *beit meg merke i, for at det skal vere lettare følgje det som vert diskutert knyt til konkrete delar av dialogen. Denne dialogen er henta frå lilla gruppe.*

Her er det E3 som har kopiert forklaringa til E2, og det einaste E3 skulle gjere, var å skrive "negativ til positiv", som skildrar eit botnpunkt sitt stigningstal. I staden for, vart det også sett inn "eller motsett" av E3. I dette tilfellet vil eg tru det handla meir om ei misoppfatning eller i beste fall berre ein enkel feil som E3 gjorde når memory-kortet til botnpunkt vart laga.

Kapittel 6: Diskusjon

I denne delen vil funna eg presenterte i førre kapittel, verte drøfta opp mot teorien presentert i kapittel 2. Eg har tatt utgangspunkt i Tall & Vinner (1981) sin definisjon av omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon, samt deira forklaring på potensiell konfliktfaktor og kognitiv konflikt. Vidare har eg nytta Kobiela og Lehrer (2015) sine aspekt ved å definere, og Hana (2013) si inndeling av roller definisjonar har, nemleg økonomisk, strukturell og logisk. Dette til grunn, saman med resten av teorien, vart nytta i drøftinga av funna, for å kunne svare på forskingsspørsmåla knytt til masteroppgåva. Desse vart presentert i kapittel 1.3 og er følgjande:

Kva er framtredande i samtalen som oppstår i gjennomføringa memoryspel med matematiske definisjonar?

Kva for nokre indikasjonar på læringsmoglegheiter er synleg i samtalen?

6.1 Generelle funn

Generelt sett kan ein seie at dei kategoriane eg fann under arbeidet med analysen av datamateriale, presentera ei oversikt over dei mest framtredande funna i elevsamtalen i mitt datamateriale. Desse er presentert i ein tabell 4 i kapittel 4. Utover dette vil eg sjå på kva som er dei mest framtredande funna innanfor kvar av desse kategoriane, og om nokre av funna er indikasjonar på læringsmoglegheiter i elevsamtalen.

Omgrepsbilete og omgrepsdefinisjonane legg grunnlaget for vidare diskusjon i samtalen og er svært framtredande og grunnleggande for elevsamtalen, men gjer ikkje i seg sjølv indikasjonar på læringsmoglegheiter. Ein kan argumentere for at elevsamtaler med deling av eigne refleksjonar og tankar gjer elevane større innsikt i temaet og såleis kan lære noko av dette uansett. Likevel er det responsen og oppfølginga av desse tankane og refleksjonane elevane sit med, som legg størst grunnlag for utbytte av samtalen. Matematiske spørsmål bidreg til å utvikle samtalen vidare og her er det indikasjonar på læringsmoglegheiter når elevane stiller spørsmål og søkjer forklaring til dei definisjonane dei vert presenterte. Funna i responskategorien er todelt. Korrigeringar bidreg til utvikling av samtalen og slike korrigeringar er det sterke indikasjonar på at bidreg til læringsmoglegheiter i samtalen, med å bringe omgrepsdefinisjonen på banen i løpet av samtalen. Dermed vert dei som sit ved misoppfatningar i sitt omgrepsbilete, vert eksponert for matematisk gyldige delar av andre elevar sine omgrepsbilete og kan prøve å sette desse i samanheng (Hana, 2013). Metadiskusjon var framtredande i funna, fordi det skilte seg sånn frå dei andre elementa i elevsamtalen. Her under er metarefleksjon og diskusjon knytt til kriteria for å definere dei to som peikar seg mest ut. Metarefleksjon er ein potensiell indikator på læringsmoglegheit i samtalen, både for den som reflektera og dei andre elevane på gruppa som får ta del i refleksjonen. Diskusjon knytt til kriteria for å definere viser oss ei utfordring med å la elevar utan kjennskap til å definere, gjere nettopp dette, utan vidare opplæring. Dette skapar også eit hinder for dei aktuelle elevane og gjer øvinga med å definere vanskelegare enn det hadde trengt å vere. I indikasjonar på løysing på kognitiv konflikt, ligg den tydlegaste indikasjonen på læringsmoglegheiter. Å oppnå løysing på ei kognitiv konflikt hos ein elev, er jo det ein jobbar mot i arbeid med definisjonar (Tall & Vinner, 1981), og bidreg direkte til at det vert større samsvar mellom omgrepsbilete til vedkommande og omgrepsdefinisjonen. Heile diskusjonen fram mot indikasjonen på løysing på den potensielle kognitive konflikten, inneheld dei andre kategoriane. Arbeidet mot ei eventuell løysing på ein slik kognitiv konflikt, ligg i å gjere den eleven som sit med den potensielle konfliktfaktoren, oppmerksam på dette, slik at det vert ein kognitiv konflikt hos vedkommande. Til slutt må det nemnast at elevsamansetning på gruppa er avgjerande, og den lilla gruppa har, i følgje dei funna eg har gjort, fått eit betydeleg større utbytte enn dei to andre gruppene i gjennomføringa av memoryspel med matematiske definisjonar.

6.2 Funn knytt til kategoriane

Her drøftar eg funna i kvar av kategoriane i lys av pensum, og prøvar å svare på forskingsspørsmåla undervegs.

6.2.1 Omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon

Elevane presentera eigne tankar og refleksjonar, også kalla påkalla omgrepsbilete (Tall & Vinner, 1981), i gjennomføringa av aktiviteten. Alle bidraga har sine fordelar, og alle bidrag kan vere starten på noko som til slutt potensielt endar ut med auka forståing. Det er likevel mest avgjerande kva som vert gjort med den informasjonen som vert presentert under omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon, for å få indikasjonar på læringsmoglegheiter. Funna i denne kategorien legg grunnmuren for arbeidet vidare i aktiviteten, og hadde ikkje elevane delt av sine tankar og refleksjonar, hadde det ikkje blitt nokre andre funn i dette datamateriale.

Funna knytt til kodingane som går under omgrepsbilete, altså dei skildringane som har for lite matematisk korrekt informasjon til å gå under omgrepsdefinisjon og dei som har misoppfatningar, gjer oss eit innblikk i dei ulike omgrepsbileta elevane har. Større innsikt i arbeidet med å definere, vil også gje ei større forståing for definisjonar generelt (Hana, 2013). Ein bør oppfordre elevane til å foreslå definisjonar og bidra inn i diskusjonen, for å utvide eigne matematiske system, og dette er også eit av aspekta ved det å definere (Kobiela & Lehrer, 2015). Elevane får i aller høgste grad foreslå definisjonar, for utan tilgang på læreboka under gjennomføringa av aktiviteten, må elevane sjølve formulere definisjonane. Den delen av omgrepsbilete som er aktivert på eit bestemt tidpunkt, definera Tall og Vinner (1981) som *påkalla omgrepsbilete.* Alle desse definisjonane, korrekte eller ei, formelle eller litt manglande, er med på å utvide deira eigne matematiske system, og kan også bidra til auka forståing inn i andre sine matematiske system (Hana, 2013). Dersom dei ikkje har korrekt formulering eller formuleringa er mangelfull, kan matematiske spørsmål vere til hjelp for å utvide samtalen vidare.

Gjennom aktiviteten og arbeidet med definisjonane, får dei innsikt i ulike element i det å definere. De Villiers (1998) ser på forsking som har som eit av hovudmåla at elevane skal innsjå at ulike, alternative definisjonar for same konsept er mogleg. Ekvivalens er eit av punkta i Hana (2013) kriteria for å sikre at definisjonen er logisk konsistent. Når elevane får dele sine omgrepsbilete, vil det kome fram dersom elevane sitt på ulike, ekvivalente definisjonar. Dersom elevane ikkje har jobba med dette før, vil dei ikkje nødvendigvis ha kjennskap til at det finnest fleire, ekvivalente definisjonar for same omgrepet. Dette er kunnskap dei vil kunne tileigne seg undervegs, og som det truleg vert større forståing for, til meir ein arbeider med definisjonar.

Tall og Vinner (1981) definera den delen av omgrepsbilete eller omgrepsdefinisjonen som potensielt kan skape konflikt med ein annan del av omgrepsbilete (eller omgrepsdefinisjonen) for potensielle konfliktfaktorar. Det er fyrst når slike potensielle konfliktfaktorar vert oppdaga av personen sjølv, at dei aktuelle faktorane då vert kalla kognitive konfliktfaktorar (Tall & Vinner, 1981). Ein seriøs potensiell konfliktfaktor, er når omgrepsbilete er i konflikt med omgrepsdefinisjonen. Desse er særleg viktig å prøve å framprovosere ho sden eller dei det gjeld, og oppnå ein kognitiv konflikt hos vedkommande som sit med den potensielle konfliktfaktoren. Det er likevel ikkje berre enkelt å oppdage desse potensielle konfliktfaktorane, fordi det omgrepsbilete som er i konflikt med omgrepsdefinisjonen kan få riktig løysing på oppgåver relatert til omgrepsdefinisjonen, sjølv om det ikkje samsvarer (Brekke, 2002). Derfor vil denne aktiviteten kunne avsløre slike potensielle konfliktfaktorar som ikkje har kome til syne under arbeid med rekneoppgåver. I funna mine er det mange misoppfatningar, og alle desse er potensielle konfliktfaktorar.

Brekke (2002) skildra ufullstendige tankar knytt til eit omgrep for misoppfatningar og desse tankane vert nytta nokså systematisk. Desse kan også reknast som potensielle konfliktfaktorar, fordi dei nettopp kan skape ei konflikt med andre delar av omgrepsbilete, eller sjølve omgrepsdefinisjonen. Er dei ufullstendige tankane derimot ikkje systematiske, men meir tilfeldig, definera han dette som feil, og ikkje som misoppfatningar. Dermed kan det vere vanskeleg å avdekke slike misoppfatningar, både for eleven sjølv, men også for læraren å oppdage at eleven ikkje forstår. Nokre av funna mine er tydeleg misoppfatningar elevane sit med, og både “Toppunkt og botnpunkt, det er jo berre det høgaste og lågaste punktet på ein graf” (Grønn gruppe) og “Den lavaste verdien ein graf har, eller?” (Lilla gruppe). I det fyrste elevsitatet akseptera den andre eleven forklaringa, og dei går vidare. I det andre dømet blir det ein lang diskusjon knytt til botnpunkt og toppunkt. Det at eleven som sit med misoppfatninga stiller fleire spørsmål til korrigeringa på denne uttalen i etterkant, peikar mot at dette er ei misoppfatning eleven sit på, og ikkje ein feil som er tilfeldig. Det er derimot større grunn til å tru at eleven som uttalte “Er det, er dei motgåande?” (Blå gruppe) om ortogonale vektorar, her presentera ein feil og ikkje ei misoppfatning. Eleven svarar også “Ja, stemmer” (Blå gruppe) når forklaringa på ortogonale vektorar kjem.

Funna med misoppfatningar, og også delvis omgrepsbilete med korrekt matematisk resonnement, kan fortelje oss at denne aktiviteten legg til rette for å kunne oppdage potensielle konfliktfaktorar hos elevane. Dermed legg den også til rette for at dei andre elevane potensielt sett kan framprovosere ein kognitiv konflikt hos elevane og også potensielt sett ei løysing på den kognitive konflikten eleven har. Dette kan derimot berre skje dersom nokon av elevane sit på kunnskap om omgrepsdefinisjonen knytt til det omdiskuterte omgrepet (Hana, 2013). Dette viser funna i kodingane personleg- og formell omgrepsdefinisjon at elevane gjer, vertfall knytt til nokre av omgrepa. “Ein ting som også er vanleg og viktig å hugse på, er at det ikkje er uvanleg for elevar, eller ein vilkårleg person for øvrig, å gjenta noko som ein har høyrt tidlegare, utan å ha full forståing for det som vart sagt” (Edwards & Ward, 2004, s.414) (Direkte oversett frå engelsk av underteikna). Derfor er det også viktig at omgrepsdefinisjonar, både personlege og formelle, vert tatt opp i aktiviteten og drøfta dersom nokon har usikkerheiter knytt til omgrepet. Då får dei som presentera definisjonen, også sjekka om ein faktisk forstår kva ein har presentert som forslag til definisjon. Det er også viktig å jobbe med prosessen, for å i større grad kunne klare å knytte dei formelle omgrepsdefinisjonane til det omgrepsbilete dei allereie sit med. Ein erfaren matematikar har større føresetnad for å danne eit omgrepsbilete basert utelukkande på den formelle omgrepsdefinisjonen (Edwards & Ward, 2004).

Det at aktiviteten potensielt kan bidra til å få fram potensielle konfliktfaktorar, skape kongitiv konflikt og også potensielt sett kunne løyse denne konflikta, er nettopp dette ein ønskjer å oppnå i arbeid med matematiske definisjonar (Tall & Vinner, 1981). Dette fører også til betre samanheng mellom omgrepsbilete og omgrepsdefinisjonen, og dette må heile tida vere det målet ein arbeidet mot (Hana, 2013). Det høyres flott ut i teorien, men kan vere særs vanskeleg i praksis, då nokre av omgrepsbileta elevane sit med er så sterke at sterke argument ikkje er nok for å svekke dette (Tall & Vinner, 2018). Dei ugunstige effektane av upassande omgrepsbilete med potensiell konflikt, kan verkeleg øydelgge for utviklinga av formelle teoriar i forståinga til kvar enkelt student (Tall & Vinner, 1981).

Ein anna årsak til misoppfatningar, er at mange elevar ikkje skil mellom omgrep og algoritme, fordi elevane har mest erfaring knytt til algoritmane og ikkje kunnskap knytt til idear om omgrepet (Brekke, 2002). Dette kjem også fram i funna mine presentert i resultat. Nokre av dei omgrepa elevane velje, som elevane berre kjenner som ein formel med ei algoritme. Dette er eit tema eg gjerne skulle diskutert mykje meir, men eg har dessverre ikkje kapasitet til å sjå på alt eg ønskjer. Dette vil derimot forhåpentlegvis kunne vere til inspirasjon for andre, og kanskje er det nokon som ønskjer å sjå vidare på dette temaet?

Under den delen av kategorien som høyrer til omgrepsdefinisjon, var det nokre tilfelle funn som eg har vert litt i tvil i kva for ein av dei underliggande kodane ovanfor som passar best. Vanskelegast var kanskje skilje mellom personleg og formell omgrepsdefinisjon, fordi det i munnleg språk ikkje vil verte nytta eit like formelt språk som i ein skrifteleg definisjon. Såleis er det svært få som er heilt formelt korrekte, men eg har valt å sette dette skilje mellom definisjonar som inneheld korrekt informasjon og ikkje innehar triviell informasjon utover dette. Definisjonar som er matematisk korrekte og økonomiske (kapittel 2.1.3) er innehald i kodinga formell omgrepsdefinisjon. Medan matematisk korrekte, men uøkonomiske definisjonar, eventuelt definisjonar med veldig munnleg språk og manglande matematisk djupne i formuleringa, er innehaldt i personleg omgrepsdefinisjon.

6.2.2 Matematiske spørsmål

Elevane stiller mange spørsmål i gjennomføringa av memoryspel med matematiske definisjonar, er svært ærlege når dei spør dei andre på gruppa si, og stiller også oppfølgingsspørsmål til det som vert sagt av sine medelevar. Dette er det mest framtredande i samtalen, som omhandlar matematiske spørsmål. Matematiske spørsmål generelt er ein god indikasjon på læringsmoglegheit i samtalen, og særleg oppfølgingsspørsmål er viktige, fordi dei bidreg til å utvide det matematiske systemet som studentane saman konstruerte (Kobiela & Lehrer, 2015, s.440).

Dersom det er ein elev som ikkje sjølv som har presentert ein definisjon, men er usikker på det som har blitt presentert, er det avgjerande for denne eleven at dei melder seg på diskusjonen og spør om det dei måtte lure på. Kobiela og Lehrer (2015) innlemmar å stille spørsmål om definisjonar som eit av sine aspekt ved å definere (tabell 1). Utviklinga av ein fungerande definisjon av elevane sin eigen aktivitet stimulert med passande spørsmål, er både interessant og høgst pedagogisk (de Villiers, 1998). Dette samsvarer også med funna Kobiela og Lehrer (2015) gjorde i si forsking. Blant funna var *stille spørsmål som er med på å utvikle det matematiske systemet.*

Eit av funna i denne kategorien som var mest overraskande, var at elevane var så opne i det dei delte i spørsmåla sine. Dei la seg heilt flate, til dømes "Men kva er eigentleg det talet man får etter skalarprodukt? Eg har aldri skjønt det, på ein måte" (Lilla gruppe) Her innrømmer eleven at vedkommande aldri har fått forståing for dette, noko som er tøft gjort. Det er likevel avgjerande for framgang i forståinga at slike manglar i forståinga kjem fram (Hana, 2013). Å få elevar til å faktisk tørre å seie kva dei meiner i ein klasseromsdiskusjon eller liknande, er ofte ei utfordring og elevane tykkjer det kan vere flaut å seie noko dersom det kan verka dumt eller feil. Derfor er det særs gledeleg at elevane delar ærleg i sine matematiske spørsmål i gjennomføringa av aktiviteten. Her er det også viktig å presisere at læraren kan spele ei stor rolle, då dei normene vi set i klasserommet vil avgjere elevane sin tryggheit kring det å dele ting med andre (Kazemi & Hintz, 2019). Dersom vi som lærar har sett ei norm for at det er greitt å dele feil eller mangelfulle tankar, så vil det vere lettare for elevane og tørre å by på sine tankar.

I studien til Kobiela og Lehrer (2015) observera dei ein lærar-klasse-diskusjon, og det er læraren som påtek seg rolla med å stille oppfølgingsspørsmål dersom ein definisjon er mangelfull eller feil. Dette må elevane sjølve gjere i memoryspel med matematiske spørsmål, og er ei rolle elevane ikkje har kjennskap til, med mindre dei har fått opplæring i dette. Derfor er det interessant å sjå at elevane likevel stiller slike, gode oppfølgingsspørsmål av seg sjølve. Ein elev spurde til dømes "Men kva er eigentleg det talet man får etter skalarprodukt? Eg har aldri skjønt det, på ein måte" (Lilla gruppe). Her stiller eleven eit oppfølgingsspørsmål som bidreg til at samtalen vert ført vidare. Desse spørsmåla elevane stiller vil også kunne bidra til ein meir økonomisk definisjon som resultat (Kobiela & Lehrer, 2015). Kobiela og Lehrer (2015) skildra også prosessen med å lære seg når og kor ein bør stille spørsmål og kome med motdøme, som ein del av praksisen med å definere. Større innsikt i arbeidet med å definere, vil også gje ei større forståing for definisjonar generelt (Hana, 2013).

6.2.3 Respons på matematiske spørsmål og utsegn

Elevane kjem med ulik respons på matematiske utsegn og spørsmål. Dei framtredande funna i denne kategorien er *aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar,* som er eit hinder for elevane sine læringsmoglegheiter, samt *korrigeringa med matematisk korrekt resonnement*, som har sterke indikasjonar på læringsmoglegheiter i elevsamtalen.

Når det vert mange spørsmål, vert det også naturleg nok mykje respons. I kodinga *aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar* fann eg flest responsar som ikkje vart argumentert for, men meir gjevne som ein uanfekta og uanstrengt respons til det som vart sagt. Desse akseptane på matematisk feil utsegn kan enten vere eit reelt bilete på kva omgrepsbilete eleven sit med, men det kan også vere ein måte å gå vidare i aktiviteten på dersom ein er usikker eller ikkje veit noko betre sjølv. Kazemi og Hintz (2019) skriv om at grunngjevingar frå autoritære personar gjev større truverdigheit for elevane. Dette kan også vere ein faktor som verkar inn på kven av elevane som gjev aksept, og kva for type aksept det er. Dersom enkelte på gruppa ser på ein av elevane som mykje fagleg sterkare, vil det vere lettare for dei å akseptere det som denne eleven føreslår, enn om ein fagleg svakare elev hadde uttalt noko. Kobiela og Lehrer (2015) presisera at praksisen med å definere vanlegvis er undertona i skulematematikken og at elevar ofte opplev i staden at definisjonar er noko dei mottek frå ein autoritet, vanlegvis lærar eller læreboka. Dette kan også forklare ytterlegare kvifor enkelte av elevane har fleire akseptar av ikkje-korrekt eller mangelfulle definisjonar som vert presenterte dei. Dei er rett og slett ikkje kjende med eller vande til å argumentere i mot definisjonar som dei vert presenterte. Dette kan bidra til at dei kanskje ikkje reflektera over, i like stor grad, det dei vert presenterte, som om dei hadde hatt større kjennskap til å definere som ein prosess i matematikk. Elevar bør bli eksponert for eller inkludert i dei typiske matematiske prosessane som inngår når nytt innhald vert oppdaga, og organisert (De Villiers, 1998).

Korrigeringane knytt til omgrepet parallelle vektorar (Elevsitat 1) går i all hovudsak ut på to matematiske poeng, nemleg at avstanden mellom dei må vere lik og at dei ikkje treng å gå i same retning. Ein definisjon skal ikkje vere tvitydig, men derimot eintydig, som er eit av punkta Shir og Zazlavsky referert i Hana (2013, s.71) nemner under kriteria for å sikre at ein definisjon er logisk konsistent. Dette bidreg elevane med sikre, når dei korrigera dei tinga i definisjonen som elevane har foreslått, som er tvitydige i betydninga. Elevane som korrigera bidreg også til å sikre den logiske rolla til definisjonar. Den logiske rolla definisjonar har, skal bidra til sikre presisjon i språket og at ein term vert nytta på same måte av alle deltakarane i diskursen (Hana, 2013). Når korrigeringane er gjort og definisjonen er formulert meir korrekt, vert denne rolla tydeleggjort og det er grunnleggande for matematisk argumentasjon at ein snakkar om det same når ein snakkar om ein matematisk omgrep og tilhøyrande definisjon. Slike korrigeringar kan også bidra til å utvide forståinga knytt til omgrepet. Elevane som sit på misoppfatninga, eller manglande forståing for eit omgrep og som vert presenterte for omgrepsdefinisjonen, får moglegheita til å knytte omgrepsdefinisjonen til omgrepsbilete deira, og såleis potensielt sett auke forståinga for det gjeldande omgrepet (Hana, 2013). Det å korrigere på ein definisjon, kan gå under fleire av aspekta ved å definere som Kobiela og Lehrer (2015) presentera i si forsking (sjå tabell 1). Korrigering kan gå under alle desse aspekta: *revidere definisjonar, forhandle om kriteria for å bedømme om det er tilstrekkeleg eller aksept av definisjonar, skildre eigenskapar eller relasjonar* og *konstruere definisjonsforklaringa eller argument.* Såleis kan ein seie at det å korrigere nokon i ein diskusjon, er ein sentral del i prosessen med å definere, og er også avgjerande for at ein skal kome fram til ein definisjon som kvalifisera til å gå under omgrepsdefinisjon etter at diskusjonen er ferdig. Dette viser også at det er sterke indikasjonar på at korrigeringar med matematisk korrekt resonnement kan bidra til læringsmoglegheiter i samtalen, og også potensielt sett bidra til å utvikle og utvide forståinga for det omgrepet som vert diskutert (Hana, 2013).

6.2.4 Metadiskusjon

I denne kategorien er det to funn som er framtredande, metarefleksjon og diskusjon knytt til kriteria for å definere. Metarefleksjon er ein indikasjon på læringsmoglegheiter, både for eleven som reflektera, men også for elevane som får ta del i tankane til vedkommande. Diskusjonen knytt til kriteria for å definere viser derimot ei hindring for elevane i det å definere, og viser også ei av utfordringane med å la elevane definere utan å ha noko kjennskap til det, verken som ein aktivitet eller om definisjonar generelt.

Eit særs gledeleg funn var ein metarefleksjon, altså refleksjon kring eiga definering. “Eg har aldri tenkt over... Du lærar, eg har aldri tenkt på før, men viss nokon spør, kva er fart? Korleis skal eg definere det for ein person som har null peiling?” (Lilla gruppe). Kobiela og Lehrer (2015) har med som ein del av resultatet i si forsking at dei finn det viktig at læraren sett elevane inn i, og er med dei, i å lære seg praksisen med å definere. Når elevane ikkje har kjennskap til det å definere som ein eigen aktivitet i matematikk, så er det heller ikkje rart at dei reflektera rundt nettopp dette. Likevel er det veldig fint at dei klarar å reflektere over dette sjølv. Dette indikera læringsmoglegheiter i elevsamtalen, både for eleven som sjølv reflektera, men også for dei elevane som får ta del i refleksjonane til eleven. Praksisen med å definere er, som nemnt tidlegare, undertone i skulematematikken og elevar opplev ofte at definisjonar er noko de berre mottek frå ein autoritet (Kobiela & Lehrer, 2015). Dersom elevane ikkje er kjende med konseptet med at det ligg eit arbeid og ein prosess bak omgrep og deira tilhøyrande definisjonar, så er det ikkje så rart at det vert stilt slike spørsmål i elevsamtalen til sjølve defineringa. Det at eleven sjølv vert bevisst på dette, indikera læringsmoglegheiter knytt til metadiskusjon rundt det å definere.

Elevane diskuterte også korleis dei skulle definere, fordi dei ikkje var klar over kva forutsetningar som krevst for å definere. Dei stiller seg spørsmål til inngåande termar og kva som faktisk er lov til å ta med i definisjonsforklaringa og ikkje, slik som i elevdialog 1. Eleven skal definere toppunkt, men vel å ikkje bruke ordet graf i definisjonen, fordi vedkommande trur graf også må definerast dersom det nyttast i forklaringa. Dette er til eit stort hinder for elevane, då det vil bli særs utfordrande om ein skal forklare alle termane som inngår i den definisjonen til det omgrepet ein ønskjer å forklare. Elevane manglar altså innsikt i eit av kriteria for å sikre logisk konsistent hos ein definisjon, hierarkisk, som Hana (2013) forklara med at ein definisjon berre tek i bruk termar og termar som tidlegare er blitt definert. Dei har altså eit anna utgangspunkt for å formulere dei skriftlege definisjonane på memory-korta, og såleis kan nokre av definisjonane kanskje skuldast nettopp dette litt vanskelege utgangspunktet for oppgåva.

Det er likevel ikkje så rart at elevane ikkje kjenner til kriteria for å definere, når dei ikkje har jobba med det tidlegare. Ein kjend matematikar, Freudenthal (referert i De Villiers, 1998, s.249) går så langt som å kalle det ondskapsfullt å forsyne elevane med ferdige definisjonar, og at elevane går viktig lærdom i prosessen dei ikkje er ein del av (De Villiers, 1998). De Villiers (1998) skildra vidare at å definere er ein matematisk aktivitet som er like viktig som andre prosessar i matematikk. Ein kan derfor ikkje forvente at elevane har kjennskap til kriteria til å definere, når dei ikkje har fått delta i prosessen og heller ikkje lært noko om å definere. Det er veldig bra at elevane sjølve tar dette opp og diskutera desse tinga, men dessverre er det ingen av elevane på gruppa med føresetnadar til å klare å stille oppfølgingsspørsmål eller korrigere eleven, sidan dei ikkje har kjennskap til det. Her ville det derfor vert ein fordel om læraren kom inn i bilete. Som nemnt, samsvarer dette med resultatet frå Kobiela og Lehrer (2015), som viser til at det er viktig at læraren kjem inn å lærer elevane praksisen med å definere. Det er også mogleg elevane hadde turt å spørje om dei usikkerheitene dei hadde knytt til definering, dersom dei hadde betre kjennskap til meg, og eg ikkje berre var ein framand student. Det er uansett eit viktig og interessant funn som eg som faglærar hadde sett stor pris på å få innsikt i, for å kunne hjelpe dei til å forstå kva som er føresetnadane for å definere.

6.2.5 Indikasjon på løysing av kognitiv konflikt

Når elevane inkludera alle aspekta ved å definere som Kobiela og Lehrer (2015) viser til i sin studie, legg dei eit godt grunnlag for å kunne få ein indikasjon på løysing av ei kognitiv konflikt. For å kunne løyse ei kognitiv konflikt, må ein fyrst klare å provosere fram ein kognitiv konflikt hos den som sitt med den potensielle konfliktfaktoren. Denne elevdialogen i lilla gruppe som vi skal sjå nærare på her (elevdialog 3), viser også sterke indikasjonar på fleire ulike læringsmoglegheiter under gjennomføring av aktiviteten.

Eit verkemiddel som er effektivt i samband med å prøve å påkalle ein kognitiv konflikt, er å konstruere eit motdøme. Kobiela og Lehrer (2015) nemner dette som eit av aspekta med å definere (tabell 1) og skildrar det som å konstruere eit døme som passar innafor den definisjonen eller omgrepsbilete, som den eleven som sit med den potensielle konfliktfaktoren har. Dersom dette døme også tydeleg ikkje går under omgrepsdefinisjonen, dannar det eit motdøme og kan vere bidragsytande til å skape kognitiv konflikt hos den eleven som har eit omgrepsbilete med ein potensiell konfliktfaktor (Kobiela & Lehrer, 2015).

Tidleg i dialogen (elevdialog 3) er det fleire ting som kan peike i retning av at elevane (E2 og E3) som har feil definisjon på omgrepet toppunkt og botnpunkt, sit på ein potensiell konfliktfaktor. Begge elevane som sit på ein potensiell konfliktfaktor, uttrykker frustrasjon når dei presentera sine forslag for den siste eleven på gruppa, E1, og denne eleven prøver å korrigere dei. E2 uttrykker blant anna “Men kva er eit fuckings stigningstall då?” (Lilla gruppe) som respons til E1 sine innspel på deira ukorrekte definisjonsforklaring. Ein kan sjå på den frustrasjonen både E2 og E3 uttrykker uttadd, som ein indikator på at dei opplever konflikt med eige omgrepsbilete i det som E1 forklarar (Hana, 2013). Igjen kan vi ikkje vite dette sikkert, men i staden for å kome med motargument, så avsluttar begge diskusjonen og ønskjer å kome tilbake til det seinare, noko som også kan tyde på at dei ikkje heilt veit korleis dei skal formulere seg for å stå i mot E1 sine argument, som dei kanskje opplever som logiske i seg sjølv. Det kan også spele inn at, som alle elevane også presisera og virka einige om, E1 er den med høgast fagleg kompetanse. Denne faktoren kan også spele inn på at dei ikkje ønskjer å diskutere vidare, fordi dei kanskje sit med ein tanke om at han sikkert "veit best", sidan han har størst fagleg forståing (Kazemi & Hintz, 2019).

I dialogen (elevdialog 3) under funnet i *Indikasjon på løsying på kognitiv konflikt* konstruera nettopp den eine eleven, E1, eit motdøme når det ikkje hjelp å forklare det direkte "Jo jo, men grafen treng ikkje å skifte forteikn. Fordi då må, for då må, den skifta jo forteikn i det den kryssa null. I det den kryssa y-aksen, då skifta den forteikn" (Lilla gruppe). Dette fører til at den eleven som sit med ein potensiell konfliktfaktor sluttar å argumentere for sitt eige omgrepsbilete. Der såleis vendepunktet for samtalen og også det som kan sjåast på som ein direkte indikasjon på løysing av denne kognitive konflikten, dersom eleven oppnådde kognitiv konflikt gjennom samtalen. Dette er det også indikasjonar mot i nettopp dette motdømet eleven kjem med. Dette samsvarar også med funna i Kobiela og Lehrer (2015) si forsking, der eit av funna er *foreslå døme som skapar konkurranse.* Dette er ein faktor for å drive samtalen vidare og ein indikasjon på læringsmoglegheiter i samtalen.

I tillegg til å potensielt kan bidra til å løyse ei kognitiv konflikt, bidreg denne samtalen til ytterlegare fleire viktige punkt i arbeidet med definisjonar. Ved å presisere feil og å saman utarbeide ei betre formulering på definisjonen, bidreg dette til den økonomiske rolla til definisjonar (Hana, 2013). I tillegg er denne dialogen til elevane (elevdialog 3) innom alle dei ulike aspekta ved å definere. Dette skildra Kobiela og Lehrer (2015) som koordinering av ulike former for aktivitetar, gjerne som førekjem på same tid. Desse aspekta uthevar likevel skilnadane på desse distinkte formane for aktivitet knytt til definering. Det er også tydelege indikasjonar på læringsmoglegheiter som er synlege i denne elevsamtalen, og her vil det også førekomme fleire potensielle læringsmoglegheiter innan for nettopp dei ulike aspekta ved å definere.

Å løyse ei kognitiv konflikt hos elevane, er det ein blant anna ønskjer å oppnå når ein arbeider med definisjonar (Tall & Vinner, 1981). Når ein løyser ei kognitiv konflikt, oppnår vedkommande større harmoni mellom omgrepsbilete sitt og den tilhøyrande omgrepsdefinisjonen, noko som Hana (2013) presisera er det målet ein må jobbe mot. Dersom elevane oppnår full samanheng mellom omgrepsbilete og omgrepsdefinisjonen, vil dei kunne nytte omgrepet korrekt og har då oppnådd full forståing for omgrepet (Hana, 2013).

6.3 Drøfting av gruppesamansetning

Som eg presenterte i tabell 3, var det ganske markante skilnader i tal på funn per gruppe, og særleg lilla gruppe opp mot dei to andre gruppene. Dette kan delvis vere knytt til elevane sitt faglege nivå, som igjen fell på meg som satt dei saman i grupper. Eg hadde likevel ingen grunnlag for val av samansetning når eg valde, då eg aldri hadde treft elevane før den dagen vi gjennomførte aktiviteten. Det er som Hana (2013) seier, avgjerande at elevane vert presenterte for omgrepsdefinisjonen for å kunne prøve å knytte denne saman med omgrepsbilete. Dersom elevane ikkje vert presenterte for omgrepsdefinisjonen, vil dei heller ikkje ha moglegheit til å oppdage dei misoppfatningane dei sjølve sit på (Hana, 2013). Dersom eg hadde visst meir om elevane sitt faglege nivå, hadde eg hatt grunnlag for å kunne sette dei saman på ein annan måte, og såleis sørge for at fleire av elevane fekk eit potensielt større utbytte av aktiviteten. Likevel er det ein viktig observasjon at lilla gruppe mest kanskje sitt igjen med større utbytte etter aktiviteten, enn dei to resterande gruppene. Kanskje skuldast det også at dei kan mest frå før, men det at dei korrigera kvarandre fleire gonger, er likevel ein indikasjon på større læringsutbytte. Det er også interessant å sjå at tal funn på aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar er motsett av dei to andre gruppene, både blå og grøn gruppe aksepterer fleire gonger ting som ikkje er matematisk korrekt. Mens dei på lilla gruppe respondera på feil med korrigeringa, noko tabellen også viser klart (tabell 3).

Kapittel 7: Avslutning

7.1 Konklusjon

I denne masteroppgåva har eg ønskja å finne svar på mine forskingsspørsmål. Derfor er det naturleg å ha dei med her i slutten også, for å evaluere kor godt eg har kome fram til funn som kan påpeike gode svar.

Kva er framtredande i samtalen som oppstår i gjennomføringa memoryspel med matematiske definisjonar?

Kva for nokre indikasjonar på læringsmoglegheiter er synleg i samtalen?

Dei kategoriane eg sorterte kodingane i (tabell 4), er i hovudsak også dei mest framtredande funna i elevsamtalen som oppstod under gjennomføringa av memoryspel med matematiske funksjonar. Dei ulike indikasjonane på læringsmoglegheiter eg fann i elevsamtalen er matematiske spørsmål, korrigering med matematisk korrekt resonnement, metarefleksjon og indikasjon på løysing av kognitiv konflikt. Omgrepsbilete og omgrepsdefinisjonane, altså elevane sine tankar og refleksjonar knytt til eit omgrep, er avgjerande for å i det heile teke få ein diskusjon og samtale knytt til omgrep, men er ikkje i seg sjølv ein indikasjon på læringsmoglegheit. Dette vert fyrst tydeleg i den responsen eleven gjer på desse refleksjonane og tankane. Nokre av dei bidreg nemleg ikkje til læringsmoglegheiter, tvert i mot, som aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar og diskusjon knytt til det å definere. Dette er til hinder for læring og kan også føre til at elevane blir gåande rundt med misoppfatningar også i etterkant av aktiviteten, og dermed også potensielle konfliktfaktorar, enten knytt til omgrepet eller knytt til det å definere som ein aktivitet.

Eg har med denne studien gjett forståing av korleis samtaler rundt definisjonar mellom elevane artar seg. Vidare har eg peikt på læringsmoglegheitene som kan vere til stades i ein slik elevsamtale knytt til matematiske definisjonar. Eg håpar denne studien kan inspirere til å auke fokuset i matematikkundervisninga mot definisjonar, og bidra til løfte fram det å definere som ein eigen matematisk prosess. Denne studien kan bidra til å planlegge økter med fokus retta mot definisjonar og det å definere. Studien har peika på nokre tydelege indikasjonar på læringsmoglegheiter i memoryspel med matematiske definisjonar. Likevel er desse studiane gjort på ein elevsamtale knytt til det å definere, og indikasjonane på læringsmoglegheiter kan såleis overførast til anna liknande arbeid med definisjonar i matematikk. Eg har også drøfta kva som ligg til grunn for at eg meiner det indikerer læringsmoglegheiter, og kva som har ført det dit. Desse elementa kan nyttast vidare i arbeid med definisjonar i klasserommet.

Dei framtredande elementa i elevsamtalen, gjer oss eit innblikk i kva som er mest i fokus under elevsamtalen, og fleire av desse er også indikasjonar på læringsmoglegheiter. Det dukkar også opp eit par element som ikkje er så ønskja, som aksept av ikkje-korrekte eller mangelfulle definisjonar og misforståing av korleis å definere. Ved å ha kjennskap til desse faktorane når ein gjennomfører ein elevsamtale med fokus på definisjonar, kan ein som lærar prøve å legge til rette for å unngå desse. Ein kan også, med dei funna presentert i denne studien, nytte dette undervegs i samtalen ved rettleie elevane i rett retning. Inn mot indikasjonane på læringsmoglegheiter, og vekk frå aksept av ikkje-korrekte matematiske utsegn. Dersom ein observera slik uønskt aksept, viser også studien til kva som er ønskjeleg respons, nemleg korrigering eller oppfølgingsspørsmål, og læraren kan då rettleie elevane på riktig veg ved å nytte seg av dette. Eg håpar at funna viser at aktiviteten har potensiale til å legge til rette for fleire potensielle læringsmoglegheiter, både i arbeid med å lage definisjonar, auka forståing knytt til det å definere, argumentasjon og kommunikasjon generelt i matematikk og å potensielt sett kunne oppnå løysing på ein kognitiv konflikt hos enkelte elevar i arbeidet.

Studien min viser teikn på at elevane truleg har arbeida lite med definisjonar, samt prosessen med å definere, tidlegare. Når det å argumentere og begrunne no er blitt ein del av den nye læreplanen (LK20), så er det all grunn til å jobbe meir med dette og også å inkludere elevane i større grad i prosessen med å definere.

7.2 Svakheiter ved prosjektet

Gjennom dei ulike delane av masteroppgåva mi har eg peika på ulike ting som kan ha vore med å påverke resultata. Her trekk eg fram nokre av desse punkta.

7.2.1 Føresetnadane eg sett før aktiviteten byrjar

Før eg sette i gong filminga og byrja å samle inn data, forklarte eg elevane kva aktiviteten gjekk ut på, kva som var målet med aktiviteten, valde ut omgrep i boka knytt til temaet læraren gav meg, lista desse opp på tavla og svarte elles på spørsmål elevane hadde til gjennomføringa. Her vil mi ordlegging vere avgjerande for korleis elevane gjennomfører aktiviteten. For det fyrste så sa eg at elevane ikkje kunne nytte sjølve omgrepet dei skulle definere, i sjølve definisjonen. Dette for å unngå at elevane skreiv ei kort setning om kva omgrepet var, utan å eigentleg definere omgrepet. Grunnlaget for å velje å formulere meg slik, var at eg opplevde at elevane gjorde dette i ei viss grad på ungdomsskulen då eg gjennomførte aktiviteten der. Det var kanskje likevel ikkje så gjennomtenkt, for særleg den eine gruppa hang seg veldig opp i dette. Dei konkluderte med at dei måtte definere eit omgrep dersom det skulle inngå som ein term i skildringa av det omgrepet som eigentleg skulle definerast. Andre elevar var usikre på om dei kunne nytte delar av omgrepet i forklaringa, til dømes produkt i forklaringa til produktregel. Dette burde eg sjølvsagt presisert ovanfor elevane og er noko eg kjem til å ta med meg når eg skal gjennomføre aktiviteten neste gong.

Ved å fortelje elevane kva fokuset med oppgåva er, i dette tilfellet at fokuset ligg på den matematiske samtalen og diskusjonen, ikkje om å gjere å bli fortast ferdig eller å vinne spelet, så vil elevane naturleg prøve å få til meir drøfting inn i samtalen. Dette kan føre til meir drøfting av omgrepa enn det elevane naturleg hadde gjort dersom eg ikkje hadde presisert dette på førehand og kan såleis vere ein direkte faktor til nokre av diskusjonane i resultatet. Det kan også føre til at nokre diskusjonar vert litt kunstige, fordi elevane kanskje føler dei ikkje har diskutert på ei stund, eller at dei ønskjer å hjelpe meg, utan å eigentleg ha noko å seie om det omgrepet.

Under her ligg også mi innsnevring av aktiviteten, ved at eg vel omgrepa sjølv. Dette er også basert på erfaringar gjort i gjennomføring av aktiviteten på ungdomsskulen. Då opplevde eg at elevane nytta den formelle omgrepsdefinisjonen som sto i boka som definisjon på memory-korta, når dei leita opp omgrep dei kunne ha med i boka. Eg kunne også her snevra det endå meir inn, ved å ikkje la elevane ta med omgrep dei sjølve kom på, eller å berre velje ut nokre få omgrep eg ville dei skulle ta med. Alle desse ulike føresetnadane som eg vel, vil vere avgjerande for resultatet. Dersom elevane berre har med omgrep dei kan godt, vil det vere få matematiske feil og manglar å diskutere, og elevsamtalen vil potensielt få mindre matematisk innhald.

7.2.2 Elevsamansetning

Som presentert i resultatkapittelet (kapittel 5) så er dette kanskje den største påverknaden til kva resultatet av gjennomføringa vart. Eg presenterte tal på funn til samanlikning i tabell 3, og der viser tala tydeleg at lilla gruppe har fått mange fleire funn av den sorten som er bidragsytande til å auke utbyttet av elevsamtalen. Medan dei to andre gruppene har fleire funn av den uønskt sorten, som ikkje bidreg til samtalen. Derfor kan vi med dei klare tala, med stor sikkerheit slå fast at utbyttet til lilla gruppe er betydeleg større enn til dei to andre gruppene. Dette i all hovudsak fordi det på lilla gruppe var særleg ein elev (E1) som hadde høgare matematisk kunnskapsnivå, og satt inne med fleire omgrepsdefinisjonar, og kunne bidra med dette inn i samtalen. Dette hjalp til å drive samtalen fram med korrigeringar og kritiske spørsmål til dei andre på gruppa sine meir mangelfulle definisjonar. Det skal også takast med at ei gruppe på to elevar ikkje er noko god idé, då det berre vert ein annan elev å spele på. Dersom begge er usikre, er det ingen som kan drive samtalen fagleg vidare.

7.2.3 Omgrepa som blir valde

Det er heilt klart avgjerande for resultatet kva omgrep som vert definert på memory-korta, og også kva omgrep som vert drøfta. Dersom elevane berre drøftar matematiske omgrep som dei kan godt, og skriv definisjonar på memory-korta som er i kategorien formell omgrepsdefinisjon, så er det lite å diskutere. Samtidig, dersom samtlege elevar på gruppa har eit så høgt fagleg nivå, vil dei kunne diskutere detaljar i formuleringa på ein annan måte. Det er likevel lite truleg at alle forstår alle dei matematiske omgrepa som er nytta i faget, og det gjeld derfor at elevane også tør å velje definisjonar dei ikkje er heilt sikre på. Dette utfordra eg dei også på i introduksjonen før datainnsamlinga byrja, at dei gjerne kunne velje seg minst eitt omgrep kvar som dei ikkje var så sikre på.

Sjølv om eg ikkje skal gå noko meir inn på skilnaden på omgrep og formel, så er det likevel eit punkt å ta med som kan ha påverknad til resultatet. Det som også kom fram i datane var at dei omgrepa som elevane kjende som ein formel, til dømes abc-formel og produktregelen, hadde mindre drøfting enn andre omgrep, fordi elevane ikkje visste kva dei skulle drøfte når formelen var presentert rett på memory-kortet. Nokre drøfta kort føresetnadane for å kunne nytte formelen, men ut over dette er det lite å diskutere. Enten er formelen korrekt, eller så er den det ikkje. Når poenget med aktiviteten er å diskutere dei matematiske omgrepa og tilhøyrande definisjonar som elevane har formulert, vert det vanskeleg dersom det er hovudvekt av formlar som ikkje drøftast på same måten.

7.3 Vidare studiar

Når eg no er ferdig med min studie, er det sjølvsagt mange interessante spørsmål som dukkar opp, som kunne vore spennande å sett meir på. Det fyrste er tidsrommet og omfanget av undersøkinga. Eg gjorde berre ei datainnsamling på ei gjennomføring av aktiviteten. Det kunne vert interessant å kunne sjå på dette gjennom fleire gjennomføringar i same klasse. Då kunne ein sett i større grad på læringsmoglegheiter, men også sett etter utvikling på elevane si forståing av definisjonar og det å definere i større grad, enn kva ein kan seie etter berre ei økt. Her kunne ein sett etter progresjon innunder dei ulike kategoriane eg har funne i min studie og samanlikna desse funna opp mot kvarandre. Ein kunne også ha nytta denne aktiviteten som ein del av eit diagnostisk undervisningsopplegg, med gjennomføring av denne aktiviteten i starten og i slutten av arbeidet med eit tema. Aktiviteten passar godt til diagnostisk undervisning, basert på Brekke (2002) sine kriteria for å kvalifisere til dette.

Som eg også har påpeika i resultat og diskusjon, var funn av elevane si forståing av kva eit omgrep er, av stor interesse, men dessverre er eg begrensa av tid og kapasitet. Elevane valde omgrep og formel om kvarandre, og dette hadde vert svært interessant å sjå vidare på. Då kunne ein til dømes gjennomført aktiviteten, og i større grad fokusert på memory-korta elevane lagde og sett på dei ulike omgrepa dei valde å ta med i aktiviteten.

I min studie har eg sett på elevsamtalen i gjennomføringa av memoryspel med matematiske definisjonar, men det hadde vert interessant å sett dette i samanheng med annan forsking på matematiske definisjonar. Til dømes kunne det vert spennande å sett på funna eg gjorde og samanlikna dette opp mot funna Kobiela og Lehrer (2015) har gjort i sin studie. Sjølv om eg nyttar nokre av deira synspunkt i diskusjon av mine funn, har eg ikkje sett direkte på funna og samanlikna desse i nokon grad. Deira studie er likevel gjort over lengre tid, og vil såleis kunne seie meir om utvikling enn min studie, men det vil framleis vere fleire ting å kunne samanlikne, og ville vert spennande å sjå kva fellestrekk ein kan finne, og kva som er ulikt.

Eg har også trekt fram omgrepsbilete og omgrepsdefinisjon som ein framtredande kategori, med funn som legg grunnlaget for den vidare samtalen knytt til desse tankane og refleksjonane elevane deler. Her kunne ein i staden for, gått vidare og sett meir på innhaldet i formuleringane og korleis elevar kommunisera matematikk i større grad. Innunder her kunne ein også sett på memory-korta og definisjonane dei formulera der. Kanskje ein kunne laga eit tankekart over nokre av definisjonane og sett på formuleringane, litt som kategoriseringane mine i resultat-delen, men gått vidare inn på formuleringane av desse definisjonane og korleis ein kan tyde og forstå elevane sin måte å kommunisere på.

Kjelder

Baldinger, E. E., Campbell, M. P. & Graif, F. (2020). Sorting out definitions. *The mathematics teacher,* 3 (113), s.209-215. https://www.jstor.org/stable/10.5951/mtlt.2019.0121

Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter. Utgitt etter oppdrag frå Utdannings- og forskningsdepartementet.

de Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 2,* 248-255.

Edwards, B. S. & Ward, M. B. (2004). Suprises from Mathematics Education Research: Student (Mis)use of Mathematical Definitions. *The American Mathematical Monthly, 111*(5), 411-424. https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00029890.2004.11920092

Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner: Matematikk for lærerutdanningen.* Bergen: Caspar forlag.

Kazemi, E. & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale: Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner* (1.utg.). Oslo: Cappelen Damm.

Kobiela, M. & Lehrer, R. (2015). The Codevelopment of Mathematical Consepts and the Practice of Defining. *Journal for Research in Mathematics Education, 46(2),* 423-454. https://www.jstor.org/stable/10.5951/jresematheduc.46.4.0423

Norsk senter for forskningsdata (2018). *Barnehage og skole.* Lest 15.02.22. Henta frå: https://www.nsd.no/personverntjenester/oppslagsverk-for-personvern-i-forskning/barnehage-og-skoleforskning/

Postholm, M. B. & Jacobsen, D., I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning* (1.utg.). Oslo: Cappelen Damm.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12,* 151-169.

Utdanningsdirektoratet (2020). *Kjerneelementer, matematikk R.* Lest 06.05.22. Henta frå: https://www.udir.no/lk20/mat03-02/om-faget/kjerneelementer

Kapittel 8: Vedlegg

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema til elevar

Vedlegg 2.1: Søknad til NSD

Vedlegg 2.2: Godkjenning frå NSD

Vedlegg 3: Memory-korta frå datainnsamlinga

Vedlegg 4: Resultat tabell

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema til elevar

Vil du delta i forskingsprosjektet

"Samtaletrekk ved bruk av memoryspel med matematiske definisjonar"

Dette er eit spørsmål til deg om å delta i eit forskingsprosjekt der formålet er *å sjå på kva samtaletrekk som gjerast knytt til aktiviteten memoryspel med fokus på matematiske definisjonar*. I dette skrivet gjer eg deg informasjon om måla for prosjektet og kva deltaking vil innebere for deg.

Formål

Formålet med studien er å sjå på kva samtaletrekk som gjerast mellom dykk som elevar i gjennomføringa av aktiviteten *memoryspel med matematiske definisjonar*. Eg kjem til å ta utgangspunkt i det temaet de held på med i matematikk når forskingsprosjektet skal gjennomførast, slik at de kan få direkte utbytte av økta. Håpar du vil vere med!

Eg ønskjer å sjå på kva samtaler som kjem fram under gjennomføringa av memoryspel, korleis de diskuterer definisjonar i matematikk under denne aktiviteten, korleis de formulera definisjonane og eventuelle skilnader og fellestrekk mellom dei ulike definisjonane. Målet er å sjå om denne aktiviteten kan legge til rette for gode samtaler om matematiske definisjonar og auke fokus på definisjonar i matematikk.

Kven leiar forskingsprosjektet?

Studiet som gjennomførast er eit masterstudie ved matematisk institutt ved Universitetet i Bergen og Universitetet i Bergen er ansvarlege for behandlinga av opplysningane.

Utvalet som blir valt ut til utforsking blir gjort i samsvar med faglærar og leiinga på skulen.

Kva inneber det for deg å delta?

Deltakinga inneber å vere med på eit undervisningsopplegg i ein matematikktime der det vil bli gjort videoopptak. Videofilene vil rett etter opptak overførast til PC der dei krypterast og vert sletta frå opptaksutstyret.

Kva skjer med informasjonen om deg?

Informasjonen vil ikkje knytt til namn eller klasse. Det vil i masteroppgåva stå at utvalet er gjort via leiinga og faglærarar ved skulen. Deltakarane vil ikkje kunne kjennast igjen i ein publikasjon.

Prosjektet skal etter planen vere ferdig 31.juli 2022 og datamaterialet anonymiserast ved prosjektslutt.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Dersom du vel å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake utan å gje opp noko grunn. Alle opplysningar om deg vil då verte anonymisert. Du har rett til å få innsyn, retning og sletting av opplysningar, samt å be om ein kopi av prosjektet.

Det vil ikkje ha nokre negative konsekvensar for deg dersom du ikkje vil delta eller seinare vel å trekke deg. Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med Ingvild Slagstad på tlf. 415 20 005 eller rettleiar Trond Gustavsen på tlf. 905 72 399.

Studien er meldt til Personvernombudet til forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS

Med vennleg helsing

Ingvild Slagstad

Masterstudent ved Universitetet i Bergen

Samtykkeerklæring

Eg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet “*Samtaletrekk ved memoryspel med matematiske definisjonar”* og har fått anledning til å stille spørsmål. Eg samtykker til:

☐ å delta i gruppearbeid med *videoopptak*

Eg samtykker til at mine opplysningar behandlast anonymt fram til prosjektet er avslutta, ca. 31.juli 2022

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 2.1: Søknad til NSD

NSD MELDESKJEMA FOR BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER Norsk Ingvild Slagstad

Meldeskjema / Masterstudium i matematikkdidaktikk, Ein kvalitativ studie av elevane sine kjenne... / Eksport

Meldeskjema

Skriv ut

Referansenummer
299037

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Prosjektinformasjon

Prosjekttittel

Masterstudium i matematikkdidaktikk, Ein kvalitativ studie av elevane sine kjenneteikn i diskusjonar under memoryspel med fokus på definisjonar i matematikk.

Prosjektbeskrivelse

Elevane skal spele memorycard med kort dei lagar sjølve i grupper på 4. Korta skal høyre saman parvis, og i kvart par av kort skal det eine innehalde eit matematisk omgrep og på det andre kortet skal eleven forklare det matematiske omgrepet utan å nytte sjølve omgrepet i forklaringa. Kvar av elevane skal lage 2 slike par med lappar, totalt 8 slike par på ei gruppe. Målet er ikkje å sjå kven som vinn spelet, men å la elevane få diskutere og reflektere over korleis dei andre elevane forklara sine matematiske bevis. For å kunne få med meg det som skjer på alle gruppene og få størst mogleg utbytte av aktiviteten ønskjer eg å filme elevane, slik at eg kan bruke tid i etterkant på å sjå på aktiviteten og diskusjonane som oppstår på dei ulike gruppene.

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene

For å kunne forske på memorycard som aktivitet i matematikkundervisninga, treng eg innsyn i aktiviteten. Når eg nyttar video med lyd, vil eg kunne bruke tid i etterkant av aktiviteten til å gå gjennom og sjå på kvar gruppe kva diskusjonar elevane har og også kunne sjå på kroppsspråket deira og annsiktsuttrykket når dei diskuterer. I tillegg ønskjer eg video for å kunne gjennoppleve aktivteten i etterkant for min eigen del, då eg ikkje er sikker på om eg får med meg så mykje under sjølve aktiviteten.

Prosjektbeskrivelse

Informasjonsskriv og samtykke til elevar.pdf

Ekstern finansiering

Type prosjekt
Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student
Ingvild Slagstad, isl006@uib.no, tlf: 41520005

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Bergen / Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet / Matematisk institutt

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)
Trond Stølen Gustavsen, trond.gustavsen@uib.no, tlf: 90572399

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?
Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

Elevar i ei klasse på vidaregåande skule, gjerne studiespesialisernade med realfagsmatematikk, inndelt i grupper.

Rekruttering eller trekking av utvalget

Eg ønskjer elevar som tek realfagsmateamatikk, men vil ha ein dialog med skulen og er open for andre klasser. Om skulen vel ut ei gruppe av elevar ønskjer å delta, vil dette også vere greit. Det einaste som er avgjerande er at elevane tek samme matematikkfag. Det vil ikkje vere mogleg å ha elevar med både realfagsmatematikk og praktisk matematikk.

Alder
16 - 19

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?
Nei

Personopplysninger for utvalg 1
- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Bilder eller videoopptak av personer
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1?

Felteksperiment/feltintervensjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger
Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?
Ungdom

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?
Ja

Hvordan?
Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv

Informasjonsskriv og samtykke til elevar (1).pdf

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?
Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?
- Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?

Eg vil oppgje kontaktinformasjon til alle deltakarane. Dei kan når som helst kontakte meg dersom dei ønskjer å trekke tilbake samtykket. Eg vil også snakke med læraren til elevane og informere elevane om at dei kan trekke sitt samtykke ved å gje beskjed til læraren sin dersom dei ikkje ønskjer å kontakte meg direkte.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?

Filmen frå gjennomføringa av aktiviteten vil skrivast inn som datamateriale i masteren og i transkripsjonen vil all personinformasjon om elevane anonymiserast.

Dersom elevane lurer på noko, vil eg dele ut min kontaktinformasjon, slik at dei kan nå meg dersom dei har spørsmål, ønskjer å sjå transkripsjonen som vert ein del av masteren eller ønskjer å trekke deltakinga si.

Totalt antall registrerte i prosjektet
1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Behandling

Hvor behandles opplysningene?
- Private enheter

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?
- Student (studentprosjekt)
- Prosjektansvarlig

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?
Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (koblingsnøkkel)?
Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?
- Opplysningene anonymiseres fortløpende

Varighet

Prosjektperiode
17.12.2021 - 01.08.2022

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?
Nei, alle data slettes innen prosjektslutt

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?
Nei

Tilleggsopplysninger

Vedlegg 2.2: Godkjenning NSD

NSD MELDESKJEMA FOR BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Norsk Ingvild Slagstad

Meldeskjema / Masterstudium i matematikkdidaktikk, Ein kvalitativ studie av elevane sine kjen... / Vurdering

Vurdering

01.03.2022 Skriv ut

Referansenummer
299037

Prosjekttittel
Masterstudium i matematikkdidaktikk, Ein kvalitativ studie av elevane sine kjenneteikn i diskusjonar under memoryspel med fokus på definisjonar i matematikk.

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Bergen / Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet / Matematisk institutt

Prosjektperiode
17.12.2021 - 01.08.2022

Meldeskjema

Dato	**Type**
01.03.2022	Standard

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.08.2022.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Njaal H. Neckelmann

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 3: Memory-kort frå datainnsamlinga

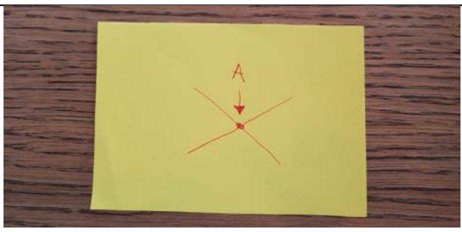
Her har eg samla alle korta som elevane spelte med. For å strukturere dei, har eg presentert korta gruppevis, slik dei vart spelte med i aktiviteten. Lilla og blå gruppe besto av 3 elevar, medan den grønne gruppa berre hadde to elevar.

Memory-kort LILLA GRUPPE

OMGREP	DEFINISJON	KOMMENTAR
Ortogonale vektorar	To rettvinkla linjer med ei retning	OMGREP. Omgrepsbilete
Skalarprodukt	Gongar saman x-verdiane so gange y-verdiane deretter plusse saman svare ein fekk	HER: FORMEL. Personleg omgrepsdefinisjon (Kunne vert omgrep dersom dei forklarte kva eit skalarprodukt er)
Produktregelen	Framgangsmåter for å finne den deriverte av eit produkt	FORMEL. Omgrepsbilete. Ikkje ein definisjon, men ei skildring av nytten til formelen.
Vektor	Ei linje med retning	OMGREP. Omgrepsbilete
ABC-formel	$\frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)}}{2 \cdot a}$	FORMEL. Formell omgrepsdefinisjon
Fart	Endring av posisjon per tid	OMGREP. Formell omgrepsdefinisjon
Akselerasjon	Endring av fart per tid	OMGREP. Formell omgrepsdefinisjon
Parallelle vektorar	Rette linjer som går i same retning, og ikkje kryssar	OMGREP. Omgrepsbilete
Toppunkt	Punkt der linja skiftar forteikn frå positiv til negativ	OMGREP. Omgrepsbilete

Botnpunkt	Punkt på ein graf der linja skiftar forteikn frå positiv til negativt eller motsatt	OMGREP. Omgrepsbilete

Memory-kort BLÅ GRUPPE

OMGREP	DEFINISJON	KOMMENTAR
Vektor	Ei linje med eit stigningstal, ei lengde og ei retning	OMGREP. Personleg omgrepsdefinisjon
Vinkel	Korleis to linjer er i forhold til kvarandre målt i grader	OMGREP. Personleg omgrepsdefinisjon
Ortogonale vektorar	A⊥B	OMGREP. Presentert med symbol, ikkje ein definisjon. Omgrepsbilete
Akselerasjon	Ei endring i fart over tid	OMGREP. Formell omgrepsdefinisjon
Skjæringspunkt		OMGREP. Figurativ skildring av omgrepet. Ikkje ein definisjon. Omgrepsbilete.
Parameterframstilling	Om du veit retningsvektor og eit punkt, kan du finne linja ved hjelp av: l : {x = 2 + 5·t , y= 9 − 3·t}	OMGREP. Omgrepsbilete, døme. Manglar generell forklaring av omgrepet
ABC-formel	$\frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)}}{2 \cdot a}$	FORMEL. Formell omgrepsdefinisjon
Gjennomsnittleg vekstfart	Kor fort ein funksjon veks/stig	OMGREP. Omgrepsbilete

Toppunkt	Der stigningstalet skiftar forteikn frå positivt til negativt	OMGREP. Formell omgrepsdefinisjon
Skalarprodukt	Eit tal som viser kor mykje den eine vektoren forsterkar den andre	OMGREP. Omgrepsbilete
Retningsvektor	Ei linje med retning som er parallell med ein lineær funksjon	OMGREP. Omgrepsbilete

Memory-kort GRØNN GRUPPE

OMGREP	DEFINISJON	KOMMENTAR
Vektor	Noko med ein retning	OMGREP. Omgrepsbilete
Fart	$f = \frac{s}{t}$	HER: FORMEL. Formell omgrepsdefinisjon. (Kunne vert omgrep dersom dei forklarte kva fart er).
Akselerasjon	Kor mykje farta øker i eit punkt	OMGREP. Omgrepsbilete
Skjæringspunkt	Eit punkt der to eller fleire objekt kryssar veg (Ikkje nødvendigvis på same tid) Her er også teikning av to linjer og eit punkt markert der dei skjærer.	OMGREP. Omgrepsbilete
Vinkel	Kan ha alt frå 0° til 360°	OMGREP. Omgrepsbilete
Parallelle vektorar	Vektorar som går i same retning	OMGREP. Omgrepsbilete

Parallelle vektorar	To linjer som har lik avstand heile definisjonen	OMGREP. Omgrepsbilete, inne på noko, men ikkje riktig nok til å gå under personleg omgrepsdefinisjon.
ABC-formel $\frac{-b \pm \sqrt{(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)}}{2 \cdot a}$	Formel for å finne x^2 i ein likning når likninga = 0	FORMEL. Omgrepsbilete
Vendepunkt	Går frå positiv til negativ eller omvendt	OMGREP. Omgrepsbilete
Ekstremalpunkt	Ein grad som er svært negativ eller positiv gåande	OMGREP. Omgrepsbilete

Vedlegg 4: Resultat tabell

Resultat presentert i tabell

Her har eg presentert funna i kodingane, ein tabell for kvar koding eg brukte. I kvar av desse tabellane har eg sortert funna etter omgrepet diskusjonen var knytt til. Det vil derfor i enkelte tilfelle vere fleire ganske like sitat, men dette er fordi dei er henta frå ulike grupper, men går under same omgrep.

EIN DEL AV OMGREPSBILETE MED KORREKT RESONNEMENT, men for mangelfull til å vere ein personleg omgrepsdefinisjon.

Elevsitat	Omgrep knytt til elevsitatet	Omgrep eller formel
• "Det er berre å tegne ein vinkel" • "Er det korleis to linje er til, er i forhold til kvarandre? Målt i grader" • "Korleis to linjer er i forhold til kvarandre i grader. Det må jo vere vinkel" • "Vinkelen, går i frå 0 grader, til 360 grader."	Vinkel	Omgrep, komplekst, ikkje trivielt
• "Er det ikkje sånn toppen eller botnen av et.. Av en, andregradsfunksjon. At den krumma seg. Eg veit da faen, eg."	Krumming	Omgrep
• "Eit tal som viser kor mykje den eine vektoren forsterkar den andre" (x2)	Skalarprodukt	Elevane kjenner dette fyrst og fremst som ein formel, særleg til å avgjere

• "Okei, tal som viser kor mykje den eine vektoren forsterkar den andre. Skalarprodukt" • "Det er, når du pluss, når du plussar to vektorar" • "Fordi, du har koordinatane i vektoren, la oss seie den er (1,3)" • "Hehe, eg trur man ganga dei" • "Okei, men eg lure på om man skal gange saman X-verdiane og Y-verdiane" • "Plusse dei i hop, eller motsatt. At man plussa i hop også.." • "Eg veit ikkje, men du får berre eit tall. Men det er det eg ikkje veit, eg veit ikkje kva det talet er." • "Det er skal.... Det er jo produktet av, ehhm, to vektorar"		om vektorane er ortogonale eller ei.
• "stige like fort, eller har samme stigning som funksjonen, som er parallelle, hehe" • "Oja, den der r-en"	Retningsvektor	Omgrep
• "Kor fort ein funksjon veks, eller stig"	Gjennomsnittleg vekstfart	Omgrep
• "Ja, det var ein sånn spesifikk formel"	Den deriverte	Omgrep, men kanskje mest forstått som ein formel og ikkje minst ein framgangsmåte for elevane

• "Ehm, eg trur du meinte toppunkt og bunnpunkt" • "På ekstremalpunkt har eg skreve ei forklaring, definisjonen, ehm, med tekst"	Ekstremalpunkt	Omgrep
• "Berre ein X også berre to punkt" • "Ehm, eg fann ikkje heilt orda eg ville ha då, men eit punkt der to eller fleire objekt, det er vel ikkje akkurat objekt, men altså, der objekta kryssar vei, for ein kan vel ikkje kalle ei linje på ein graf som objekt" • "To objekt kryssar vegar, kryssar kvarandre"	Skjeringspunkt	Omgrep
• "Vektor, noko med retning" • "Ei linje med retning, hehe, VEKTOR! Ja, vektor"	Vektor	Omgrep
• "Veit ikkje, eg har lært an, det var jo ein grunn. Det var no berre for å finne X^2 i ei likning der likninga = 0. Ja, så det eeer, likning, likninga =0, og du må ha, ja"	ABC-formel	Formel
• "Akselerasjon. Her ja, akselerasjon då, kor mykje fart aukar i eit punkt då. Og at det... ehm... Det var litt sånn kjapt, men ja, kor mykje farta aukar i, på ein måte, kvar tidseining,	Akselerasjon	Omgrep

eller kva eg skal seie. Er vel greitt?”		
• “Eg kan ikkje skrive punkt på ei rett linje heller, for det har ikkje toppunkt” • “Der det skiftar forteikn frå positivt til negativt” • “Det er der, ehhhmm, vekstfarten snur?” • “Ja, og det påverka linja. For den går sånn” (teiknar toppunkt i lufta)	Toppunkt	Omgrep
• “Ja, det var der det, sånn, der det ikkje endra forteikn” • “Terassepunkt er jo når det berre, ehm, går opp, stoppar også går den vidare”	Terassepunkt	Omgrep
• “Ja, det var stigningstallet, nei?”	Momentanfart	Omgrep
• “Rette linjer som går i same retning og ikkje kryssar kvarandre. PARALELLE VEKTORAR!” • “Parallelle vektorar er ei rett linje som går i same retning og ikkje kryssar kvarandre” • “Det var det vi sa, dei går i same retning”	Parallelle vektorar	Omgrep
• “Men ortogonale vektorar, det var sånn 90-grader vektorar?”	Ortogonale vektorar	Omgrep
• “Ja, då har du eitt eller anna gange noko anna, også brukar du produktregelen”	Produktregelen	Formel

EIN DEL AV OMGREPSBILETE MED MISOPPFATNING

Elevsitat	Omgrep knytt til elevsitatet	Omgrep eller formel
• “Er det, er dei motgåande?” • “To rettvinkla linjer med ei retning” • “No har eg glømt kor ting er. To rettvinkla linjer med ei retning. Ortogonale vektorar. Er det ikkje det?”	Ortogonale vektorar	Omgrep
• “Aah, eg tenkte nullpunkt eg!” • “Eg og tenkte nullpunkt. Eg tenkte ikkje stigningstall, eg tenkte y-verdi" • “Eg berre skreiv: Punkt der linja skiftar forteikn frå positivt til negativt” • “Kan eg skrive, ehm, punkt på ein graf der den deriverte skifta forteikn? Er det og mulig?” • “Oj, punkt på ein graf der linja skifta forteikn frå positivt til negativt eller motsatt” • “Punkt der linja skifta forteikn frå positivt til negativt” • “Det er jo det eg har skreve! Skifta forteikn” • “Ja, men resten av det er rett? At det kan skifte frå positivt til negativ eller motsatt?”	Toppunkt	Omgrep

• “Kor fort ein funksjon veks/stig. Gjennomsnittleg vekstfart” • “Snittfart, det er jo y, nei vent. Det er jo x0-x1 delt på y0-y1.”	Gjennomsnittleg vekstfart	Omgrep
• “Toppunkt og botnpunkt, det er jo berre det høgaste og lågaste punktet på ein graf” • “Forteiknet blir skifta. Kan man ikkje berre skrive det?”	Toppunkt og botnpunkt & Ekstremalpunkt	Omgrep
• “Nei, det viktige, einaste er, einaste kriteria er at det har ein retning”	Vektor	Omgrep
• “Du må ha verdiane og X” • “Nei, åh, er det ikkje noko slik at viss du får eitt svar, nei viss du får to svar, så er det ein andre grad”	ABC-formel	Formel
• “Den deriverte av to produkt” • “Produktregelen. Framgangsmåte for å finne den deriverte av eit punkt.” • “Var det den der Y=Y1, nei, den der Y-Y1, nei..” • “La oss seie at vektorane heiter V og U. Så tar du den deriverte av V-vektoren gange U, også plusse du den deriverte av V-vektoren gange U.	Produktregelen	Omgrep
• “Nei det var, var det ikkje y2 – y1, nei, hehe. Du må ha to punkt”	Momentanfart	Omgrep

• "Den lavaste verdien ein graf har, eller?" • "Botnpunkt. Her eller der. Punkt på ein graf der linja skifta fortiekn frå positivt til negativ eller motsatt. Okei, eg har faila igjen"	Botnpunkt	Omgrep
• "Ehm, man har to vektorar med koordinatar, også plussa man X og Y saman. Nei, ganga man dei?	Skalarprodukt	Formel

PERSONLEG OMGREPSDEFINISJON

Elevsitat	Omgrep knytt til elevsitat	Omgrep eller formel
• "Ja, kor langt du kjem deg på ei viss tid"	Fart	Omgrep
• "Ja når du deriverar... Deriverte av den første... Gange den andre... Pluss den første gange den deriverte av den andre"	Produktregelen (Eleven fekk kommentarar frå dei andre på gruppa i si forklaring, der av …)	Formel
• "Der den flata ut, men den skifta ikkje forteikn"	Terassepunkt	Omgrep
• "Momentanfarta blir enten tangent eller derivera"	Momenta vekstfart	Omgrep
• "Eit bunnpunkt det er jo det lavaste punktet før den snur" • "Altså, du veit, i det den snur oppover. Og toppunkt er når den snur nedover."	Toppunkt og botnpunkt	Omgrep

• "Det er jo ikkje den, det treng jo ikkje vere den lavaste verdien av ein graf, fordi at.." • "Den kan jo snu igjen" • "Ja, eller så kan den starte lengre nede" • "Så vil ikkje vere lavaste"		
• "Forteikn, det er det man skrive forran eit tall. Er det minus..	Forteikn	Omgrep
• "Det er jo stigningstalet som snur"	Toppunkt	Omgrep
• "Jo, det er antall, den målinga du har, delt på antall deltakande"	Gjennomsnitt	Omgrep
• "Også plusse dei i hop" • "Nei, ganga, så plussa vi" • "Jojo, om dei er ortogonale!" • "Ja, for viss skalarproduktet er null, så er dei alltid ortogonale, men altså, men det er vel berre det same som at du ganga to vektorar" • "Og då får du produktet av dei to vektorane"	Skalarprodukt	Formel
• "Skal vi seie noko meir om det? For å ha ABC-formel så må du ha ein andregradsfunksjon" • "Nei, det er, du kan kun stappe ein andregradsfunksjon inn i" • "Får du to svar, så er det to nullpunkt" • "Får du eitt svar, så er det berre eitt nullpunkt"	ABC-formel	Formel

• "Eh, ABC-formelen, eh, hehe, ka vi, eh, den rekna ut x" • "Verdiane i ei andregradslikning"		
• "Det er jo den definisjonen, eh, det er jo den offisielle definisjonen. Den er jo avhengig av ei retning, også, var det ikkje noko anna? Retning og storleik?" • "Lengde" • "Retning og og lengde rekna eg med, veit ikkje?" • "Ei lengde med eit stigningstal, ei lengde og ei retning"	Vektor	Omgrep
• "Dei trenge jo ikkje å ha same retning heller, dei trenge jo berre at avstanden frå dei er den same heile tida" • "Ja, dei kan jo gå i motsatt retning også" • "Dei kan jo gå sånn" (Peikar i motsette retningar) • "Dei trenge jo ikkje gå sånn, det er sant. Jaja, då har vi fått oppklart at dei ikkje trenge å gå i same retning. Avstanden treng berre å vere lik"	Parallelle vektorar	Omgrep
• "To linjer som lagar ein 90-graders vinkel" • "Som står 90 grader på kvarandre"	Ortogonale vektorar	Omgrep

• "Er ikkje det sånn, to vektorar som står vinkelrett på kvarandre?"		
• "Nei, fordi når stigningstalet botnpunkt, botnpunktetsant. Stigningstalet det går først nedover, så blir det null når du når botnpunktet, også går den opp igjen og då er det positivt"	Botnpunkt	Omgrep
• "Neineinei. Du derivera den, vent då. Den deriverte av V gange U, pluss V gange den deriverte av U." • "Då finne du den deriverte av produktet"	Produktregelen	Regel

FORMELL OMGREPSDEFINISJON

Elevsitat	Omgrep tilhøyrande elevsitat	Omgrep eller formel
• "Fart. Fart er strekning delt på tid" • "Endring av posisjon per tid" • "Endring av posisjon per tid. Kvar er fart? Er den der? JAA! Hehe"	Fart	Omgrep
• "Minus b pluss/minus b^2 minus rota av 4 gange a gange c, minus b^2, også alt delt på 2 gange a" • "Ja, okei, her står abc-formelen: -b, +/- kvadratrota av b^2- 4*a*c, delt på 2*a"	ABC-formel	Formel

• "Ei linje med ei retning, som er parallell med ein lineær funksjon"	Retningsvektor	Omgrep
• "Og parallelle vektorar er vel med to vektorar, som er parallelle"	Parallelle vektorar	Omgrep
• "Der stigningstalet skiftar forteikn frå positivt til negativt" • "Der stigningstalet skiftar.. Er det toppunkt?" • "Stigningstalet bytta frå positivt til negativt" • "Ja, men det er jo ikkje grafen, men stigningstalet som skifta" • "Ja, men toppunkt, det er jo når stigningstalet bytta forteikn frå positiv til negativ"	Toppunkt	Omgrep
• "Endring av fart over tid" • "Akselerasjon. Endringa av fart per tid. Det er ikkje noko meir å seie. m/s^2	Akselerasjon	Omgrep
• "Ekstremalpunkt. Toppunkt og botnpunkt er jo ekstremalpunkt" • "Også skrive eg at ekstremalpunkt er både botnpunkt og toppunkt"	Ekstremalpunkt	Omgrep
• "Ganga X og X, og plussa med Y gange Y" • "Der kom den. Eh, ganga saman X-verdiar, så gange Y-verdiar, også plusse saman svara ein fikk. Skjønte dokke det?"	Skalarprodukt	Formel

• "Ja, altså, gange X-verdiane, så Y-verdiane også plusse dei i hop" • "Ja, men då ganga du dei jo X & X og Y & Y også plussa du dei" • "Ja, X & X og Y & Y også plussa du dei"		
• "To vektorar, der den eine står vinkelrett på den andre"	Ortogonale vektorar	Omgrep
• "I det den kryssa y-aksen, då skifta den forteikn"	Når grafen skiftar forteikn	

MATEMATISKE SPØRSMÅL

Elevsitat	Omgrep knytt til elevsitat	Omgrep eller formel
• "Produktregelen?" • "Men korleis skrive man det? Ehm, ein måte å finne.." • "Kan eg ta topp..?" • "Okei, men no har eg skreve definisjonen, men skal eg berre skrive formelen eller skal eg skrive produktregelen?" • "Produktregelen viss du skrive ordet. Kva er det for noko?" • "Okei, så eg kan ikkje skrive formelen?"	Produktregelen	Formel
• "Men eg kan ikkje skrive punkt på	Toppunkt	Omgrep

grafen, for då må eg definere kva ein graf er. Må eg det?” • “Kva ville du sagt?” • “Men eg, bør det ikkje stå, eller sånn, den kan jo gå frå negativ til positiv og?” • “Punkt på ein graf der linja skiftar forteikn, for, eh, kva er det dokke har skreve? At det er ein linje som skifta fortiekn?” • “Forteiknet blir skifta. Kan man ikkje berre skrive det?”		
• “Nullvektor, kva var det?”	Nullvektor	Omgrep
• “Eg har aldri over.. Du lærer, eg har aldri tenkt på før, men viss nokon spørr, kva er fart? Korleis skal eg definere det for ein person som har null peiling?”	Fart	Omgrep
• “Var det noko med den deriverte?”	Terassepunkt	Omgrep

• "Momentanfart då? Var det for eit punkt?" • "Oja, men må du ikkje derivere når du?"	Momentanfart	Omgrep
• "Den lavaste verdien ein graf har, eller?" • "Kva då?" • "Ja, men verdien?" • "Okei, sant, men det, kva eg skal seie då?" • "Kva skriv du om toppunkt? Men då må jo, eg kan jo berre skrive det motsatte av deg" • "Kva forteikn?" • "Eg spurte ikkje kva eit forteikn var, hvilket, kor er forteiknet?" • "Kan eg skrive, ehm, punkt på ein graf der den deriverte skifta forteikn? Er det og mulig?" • "Nei, for då har du jo, kva er den deriverte?" • "Kva skjønna dokke ikkje? Eg skreiv jo	Botnpunkt	Omgrep

det motsatte som deg” • “Du skreiv: Eller motsatt, skreiv du det på botnpunkt? • “ja, men resten av det er rett? At den kan skifte frå positiv til negativ eller motsatt?”		
• “Men kva er eit fuckings stigningstall då?”	Stigningstall	Omgrep
• “Posisjonsvektor, var det ikkje det vi hadde om i går?” • “Posisjonsvektor?”	Posisjonsvektor	Omgrep
• “Oja, sånn ja. Ja, men kva er definisjonen av det? Eg har ikkje peiling. Korleis kan man definere det?” • “Kva er gjennomsnitt?” • “Fordi, kvifor skal vi ikkje få forklare gjennomsnitt? Det er jo ein grunnleggande ting. Då har du lov til å skrive det” • “Er det gjennomsnittleg	Gjennomsnittleg vekstfart (+ gjennomsnitt, men er knytta til diskusjonen av gjennomsnittleg vekstfart)	Omgrep

vekstfart dokke tenke på?”		
• “Produktet du får, men kva er produkt?”	Produkt	Omgrep
• “Men kva er eigentleg det tallet man får etter skalarprodukt? Eg har aldri skjønt det, på ein måte” • “Der kom den. EH, ganga saman X-veridar, så gange Y-verdiar, også plusse saman svara ein fikk. Skjønte dokke det?” • “Kva får man av eit skalarprodukt eigentleg?”	Skalarprodukt	Formel
• “Men kva viss du, men det er eit eller anna viss du får eit svar, så er det eit eller anna og viss du får to svar så er det noko anna?” • “Og eitt svar?”	ABC-formel	Formel
• “Retning og lengde rekna eg med, veit ikkje?” • “Ei lengde med eit stigningstal, ei	Vektor	Omgrep

lengde og ei retning. Ehm, er det vektor?”		
• “Men kan du seie definisjonen ein gong til?”	Parallelle vektorar	Omgrep
• “No har eg glømt kor ting er. To rettvinkla linjer med ei retning. Ortogonale vektorar. Er det ikkje det?” • “Er ikkje det ortogonale vektorar?” • “Er det, er dei motgåande?”	Ortogonale vektorar	Omgrep
• “Kva er vekstfart?”	Vekstfart	Omgrep
• “Ja, for eg kunne ikkje skrive ein graf. Kva er ein graf?”	Graf	Omgrep
• “Kafaen var det for noke?” • “Kva då, den deriverte?”	Den deriverte	Omgrep
• “BAM. Ekstremalpunkt. BAM. Er det riktig?” • Toppunkt og botnpunkt?” • “Men det er jo så og seie det same, er det ikkje det?”	Ekstremalpunkt	Omgrep

• "Men korleis skal man egentleg seie det då?" • "Ja, når to kva?"	Skjeringspunkt	Omgrep
• "Okei, eg tar vinkel. Men korleis..?" • "Kan man berre tegne ein vinkel?" • "Ja, men eg har litt lyst å berre forklare det. Koss forklara man det?" • "Er det korleis to linje er til, er i forhold til kvarandre? Målt i grader"	Vinkel	Omgrep, komplekst
• "Korleis veit eg.. Det krummar seg, betyr ikkje det berre at det bøyer seg likssom?"	Krumming	Omgrep
• "Om du veit retningsvektor og eit punkt, kan du finne linja ved hjelp av ein, ojaa, er ikkje ditta parameterframstillin g?"	Parameterframstilling	Formel/Omgrep
• "Hmm, det må vere, sånn der, ehm, off, nei, sånn der retningsvektor?"	Retningsvektor	Omgrep

• "Men må det vere med ein lineær funksjon?" • "Men kva er ein retningsvektor?"		

METADISKUSJON

Elevsitat, "funn"	Omgrep knytt til elevsitat	Omgrep eller formel?
• "Men no bruka eg jo ordet produkt då, men eg skal jo finne produkt" • "Ja, men produkt er ein annan ting" • "Ja"	Produktregelen	Formel
• "Men eg kan ikkje skrive punkt på grafen, for då må eg definere kva ein graf er. Må eg det?" • "Ja, ja då må du definere det då" • "Eg kan ikkje skrive punkt på ei rett linje heller, for den har ikkje toppunkt" • "Ditta er sånn "brainfreak"" • "Ja, for eg kunne ikkje skrive ein graf. Kva er ein graf?"	Toppunkt	Omgrep
• "Eg har aldri tenkt over... Du lærar, eg har aldri tenkt på før, men viss nokon spør, kva er fart? Korleis skal eg definere det for ein person som har null peiling?"	Fart	Omgrep

• "Oja, sånn ja. Ja, men kva er definisjonen av det? Eg har ikkje peiling. Korleis kan man definere det?" • "Eg skrive gjennomsnittsfart. Nei, vent. Kan eg bruke ordet gjennomsnitt? Faen	Gjennomsnittsfart	Omgrep

AKSEPT AV IKKJE-KORREKTE ELLER MANGELFULLE DEFINISJONAR

Elevsitat	Omgrep knytt til elevsitat	Omgrep eller formel
• "Det var sånn eg skreiv det, E1 er heilt ueinig i det eg skreiv. Du kan gjerne skrive det på din måte. Eg berre skreiv det sånn" "Okei"	Toppunkt-diskusjonen på Lilla gruppe	Omgrep
• FØRST: Ei linje med retning, vektor! Er du enig?, kommentar til dette: "Ja, er det ikkje det då?" • FØRST: Vektor, noko med ein retning. Kommentar til dette: "Ja" "Altså, du kan vel eigentleg ikkje utdjupe noko meir, for då blir det på ein måte for spesifikt" "Ja" "Men noko med retning" Prøver å dra inn fart i dette.. "Eg trur det berre, er best sånn" Vidare seiast det at einaste	Vektor	Omgrep

kriteriet er at det har ei retning “Ja” “Viss den har ei retning, så er det guuud”		
• FØRST: Parallelle vektorar er rette linjer som går i same retning og ikkje kryssar kvarandre. Kommentar til dette: “Ja, fint.”	Parallelle vektorar	Omgrep
• FØRST: Tal som viser kor mykje den eine vektoren forsterkar den andre. Skalarprodukt. Kommentar til dette: “Ja” “Det stemmer”	Skalarprodukt	Formel
• FØRST: Ehm, på ekstremalpunkt har eg skreve ei forklaring, definisjonen, ehm, med tekst. Kommentar til dette: “Ah, okei” • FØRST: Toppunkt og botnpunkt, det er jo berre det høgaste og det lågaste punktet på ein graf. Kommentar til dette: “Ja, det er det! Det er det høgaste og lågaste punktet på ein graf. Det er ganske kule greier”. “Mhm”	Ekstremalpunkt vs toppunkt og botnpunkt diskusjon på Grønn gruppec	Omgrep

• FØRST: Definera skjeringspunkt med to objekt og spør: Men, korleis skal eg egentlig seie det då?, den andre prøva å forklare, utan hell. Ja, når to kva? Kommentar til dette: "Eg trur objekt vil seie det best"	Skjeringspunkt-diskusjonen på Grønn gruppe	Omgrep
• FØRST: Diskutera abc-formel, ei uttale i den samanheng er: Du må ha verdiane og X. Kommentar til dette: "Ja"	ABC-formel	Formel
• FØRST: Vinkelen, går i frå 0 garder, til 360 grader. Kommentar til dette: "BAM. Okei."	Vinkel	Omgrep, kompleks

KORRIGERING MED MATEMATISK KORREKT RESSONEMENT/KRITERIAR

Elevsitat	Omgrep knytt til elevsitat	Omgrep eller formel
• "Nei, men men det er jo med ein lineær funksjon" • "Den vise samme retning som ein lineær funksjon" • "Ein vektor som viser samme retning som ein fuknsjon"	Retningsvektor	Omgrep
• "Nei, det er nesten det motsatte egentlig" • "To rettvinkla... Eg skreiv ikkje lappane, men det er ikkje heilt riktig då" • "Ja, som står vinkelrett"	Ortogonale vektorar	Omgrep

• "Og for å finne det ut så kan man ta skalarprodukt, neida, eg skal ikkje.."		
• "Du skal jo derivere den.. Eg kan ta den eg"	Den deriverte	Omgrep
• "Det er jo kor langt du kjem deg på ei viss tid" • "Endring av.."	Fart	Omgrep
• "Også kollidera dei då sjølvsagt ikkje, dei berre kryssar veg"	Skjeringspunkt	Omgrep
• "Du må ha verdiane"	ABC-formel	Formel
• "Eller, ja, nei, det burde vere endring av fart" • "Men ja, det burde ikkje vere aukar i eit punkt, det burde vere endring i punktet"	Akselerasjon	Omgrep
• "Av eitt produkt" • "Produkt" • "Av eit produkt" • "Når du deriverte den, en gang begge to"	Produktregelen	Formel
• "Det er gjennomsnittleg vekstfart"	Gjennomsnittleg vekstfart (I utgangspunktet momentan vekstfart dei skulle finne forklaring på)	Omgrep
• "Jaaa, altså, to vektorar kan jo gå i sånn halvveis same retning utan å krysse kvarandre" • "Jaa, men dei vanlig, altså, dei trenge ikkje vere parallelle"	Parallelle vektorar	Omgrep

• “Dei trenge jo heller ikkje å ha same retning heller, det trenge jo berre at avstanden frå dei er den same heile tida” • “Ja, dei kan gå i motsatt retning også” • “Dei kan jo gå sånn” (Peikar i motsette retningar)		
• “Svaret er berre eit tal”	Skalarprodukt	Formel
• “Altså, det er der stigningstalet snur frå... Et toppunkt, då snur det frå positivt til negativt, for då har...” • “Ja, du har skreve punkt der linja skifta forteikn frå positiv til negativ. For det fyrste, du har skreve linje” • “Ja, men det er jo ikkje grafen, men stigningstalet som skifta” • “Jojo, men grafen treng ikkje å skifte forteikn. Fordi, då må, for då må, den skifta jo forteikn i det den kryssa null” • “Ikkje når linja skiftar forteikn” • “Stigningstalet” • “Forteikn” • “Ja, då skulle det stått stigningstal der då, ikkje linje”	Toppunkt	Omgrep
• “Det er botnpunkt” • “Negativ til positiv” (Teiknar botnpunkt i lufta)	Botnpunkt	Omgrep

• "Viss han går negativ, så går han jo nedover, så snur han også går han opp igjen" • "Negativ til positiv" • "Negativ til positiv og ikkje noko motsatt"		
• "Ja, men då får du eit ekstremalpunkt" • "Ja, viss det er ekstremalpunkt"	Ekstremalpunkt	Omgrep

INDIKASJON PÅ LØYSING AV KOGNITIV KONFLIKT

Elevsitat	Omgrep knytt til elevsitat
E3: Ehm, nei, eg har produktregelen og ortogonale vektorar E1: Skrive du den deriverte eller må eg gjere det? E2: Ehm, du må gjere det E3: Hehe E2 Hehe, eg skrive toppunkt E1: Whats? Ja, okei, eg skrive den algibraiske definisjonen E3: Algebra? Oja E1: Ja, andrederiverte E3: Eg skrive den ikkje E1: Ehmm E3: Ekstremalpunkt. Toppunkt og bunnpunkt er jo ekstremalpunkt E1 nikkar E2: Eg tar toppunkt E3: Skal eg ta bunnpunkt då? E2: Ja E1: Også skrive eg at ekstremalpunkt er både bunnpunkt og toppunkt E3: Den lavaste verdien en graf har, eller? __ E1: Nei	Diskusjon om toppunkt, botnpunkt, generelt om ekstremalpunkt og forståing av grafar.

E3: Kva då? E1: Eit bunnpunkt det er jo det lavaste punktet før den snur E3: Lavaste punktet før.. E1: Altså, du veit, i det den snur oppover. Og toppunkt er jo når den snur nedover. E3: Ja, men verdien? E1: Det er jo ikkje den, det treng jo ikkje vere den lavaste verdien en graf har. Fordi at... E3: Den kan jo snu igjen E1: Ja, eller så kan den starte lengre nede E3: Ja E1: Så vil ikkje det vere det lavaste E3: Okei, sant, men det, kva eg skal seie då? E1: Eg veit da faen eg! E3: Deeet, jammen, det, det her er mi utgave av dette her. Eg skrive det. E1: Du spurte kva eg skulle skrive, eg sa eg veit ikkje. Det er miii oppgåve E1! Skjønt det no. E3: Kva skriv du om toppunkt? Men då må jo, eg kan jo berre skrive det motsatte av deg. E1: Har nokon skreve abc-formel? E2: Eg berre skreiv: Punkt der linja skifta forteikn frå positivt til negativt E3: Du er jo eigentleg ganske smart E1: Der? E2: Der det skifta forteikn frå positivt til negativt E1: Kva forteikn? E2: Forteikn, det er det man skrive forran ein tall. Er det minus.. E1: Eg spurte ikkje kva eit forteikn var, hvilket, kor er forteiknet? Det er jo stigningstalet som snur E2: Men kva er eit fuckings stigningstall då? E1: Stigningstalet bytta frå positivt til negativt	

E2: Veit du ka, det kan vi diskutere etterpå, det gidde eg ikkje diskutere no E1: Ja E1: Skal eg berre skrive abc-formelen? Eg skrive den E3: Kan eg skrive, ehm, punkt på ein graf der den deriverte skifta forteikn? Er det og mulig? __ E2: Nei, for da har du jo, kva er den deriverte? E3: Oja, ja, nei. Sorry, eg trudde det va sånn alle visste eg E2: Hehe E1: Kva for noko? E2: Nei, det er ikkje det E1: Sånn, det er riktig, er det ikkje det? Eg håpa ikkje eg har skreve alt feil E2: Ja E3: Okei (Ser på E2 sin definisjon av toppunkt) E2: Det var sånn eg skreiv det, E1 er heilt ueinig i det eg skreiv. Du kan gjerne skrive det på din måte. Eg berre skreiv det sånn. E3: Okei E1: Haha, eg digga at du berre måtte få fram at eg er heilt ueinig i kva du seie E2: Du er jo det, du berre: Ehh, det går ikkje an å skrive ditta E1: Ja, men det er fordi at eg er ueinig E2: Ja, men då kan vi ta det etterpå E1: OKEI BYTTAR TEMA. JOBBAR VIDARE MED LAPPANE. E2: Produktregelen. Punkt der linja skifta forteikn frå positivt til negativt. NEI. E1: Skifta fra positiv til negativ...Jaja. Toppunkt. E2: Det var den du var ueinig i E1: Ja, eg var veldig, var ikkje det... E2: Kva ville du sagt?	

E1: Kva eit toppunkt er? E2: Ja E1: Det er der, ehhhmmm *nølar*, vekstfarten snur. E2: Kva er vekstfart? E1: Altså, det er der stigningstalet snur frå.. Et toppunkt, då snur det frå positivt til negativt , for då har... E2: Det er jo det eg har skreve! Skfita forteikn E1: Ja, du har skreve punkt der linja skifta forteikn frå positiv til negativ. For det fyrste, du har skreve linje E2: Ja, for eg kunne ikkje skrive en graf. Kva er ein graf? E1:Ja, men det er jo ikkje grafen, men stigningstalet som skifta. E2: Ja, og det påverka linja. For den går sånn (Teiknar eit toppunkt i lufta) E1: Jojo, men grafen treng ikkje å skifte forteikn. Fordi då må, for då må, den skifta jo forteikn i det den kryssa null. E2: Oja E1: I det den kryssa y-aksen, då skifta den forteikn __ E3: Men eg, men bør det ikkje stå, eller sånn, den kan jo gå frå negativ til positiv og? E1: Det er botnpunkt E2: Det er botnpunkt E1: Fordi, viss han går, viss han.. E2: Negativ til positiv (Teiknar bunnpunkt i lufta medan ho forklara) E3: Åååååh E1: Viss han går negativ, så går han jo nedover, så snur han også går han opp igjen E3: Eg lika ikkje ditta eg E2: Du skreiv: Eller motsatt, skreiv du det på botnpunkt? E3: Jaaa E2: Ja, okei E1: hehe *Alle ler*	

E1: Jaa, kanskje E1: Ja, men så toppunkt, det er jo når stigningstalet bytta forteikn frå positiv til negativ E2: Mhm E1: Ikkje når linja skifta forteikn E3: Ja, okei, då har vi fått avklart det E2: Eg syns den va ganske bra eg då E1: Neijj BYTTAR TEMA. SPELAR VIDARE MED MEMORY-KORTA. E3: Botnpunkt. Her eller der. Punkt på ein graf der linja skifta forteikn frå positiv til negativ eller motsatt. Okei, eg har faila igjen. E2: Negativ til positiv E3: Negativ til positiv og ikkje noko motsatt. E2: Nei E1: Nei E3: Fordi eg berre tenkte sånn generelt, når det skjer en sånn endring E1: Ja, men då får du eit ekstremalpunkt E3: Ja, ja, oja, det her er definisjonen av eit ekstremalpunkt då E1: Nei E3: Jo E1: Nei, eller jo, eller motsat. Jojojojojo. E3: Ja E1: Eller, men altså, eller, eller E2: Men skreiv du det på botnpunkt eller har vi eitt for ekstremalpunkt der? E1: Nei, vi har ikkje ekstremalpunkt E3: Vi har ikkje ekstremalpunkt, men det var det eg tenkte E1: Men det er fortsatt feil då E3: Ja, nei? Kva då?	

E1: Punkt på ein graf der linja skifta forteikn, for, eh, kva er det dokke har skreve? At det er ein linje som skifta forteikn? E2: Eg veit ikkje kva anna som gjer at den skifta retning E1: Men, det er ikkje, det er ikkje, det er ikkje, ei, et punkt på ein graf der linja, for det første så lure eg på kva den såkalla linja er for noko? Men det er eit punkt på grafen der... E3: Forteiknet blir skifta. Kan man ikkje berre skrive det? E1: Stigningstalet E2: Stigningstalet skifta E1: Forteikn E2: Forteikn. Åkei, då har vi lært det. E3: Ja, då skulle det stått stigningstal der då, ikkje linja E1: Nei, fordi når stigningstalet botnpunkt, botnpunktet sant, stigningstalet det går først nedover, så blir det null når du når botnpunktet, også går den opp igjen og då er det positivt E3: Ja, men resten av det er rett? At den kan skifte frå positiv til negativ eller motsatt? __ E1: Ja, viss det er ekstremalpunkt E3: Viss det er ekstremalpunkt E1: Ja, viss det er ekstremalpunkt E3: Men det er det ikkje, men det var det eg tenkte, men eg tenkte litt feil. E1: Ja, okei. E3: okei, unnkyld	
E2: Rette linjer som går i same retning og ikkje kryssar kvarandre. PARALELLE VEKTORAR! OMG. Rett til parallelle vektorar. E3: Men kan du seie definisjonen ein gong til? E2: Parallelle vektorar er rette linjer som går i same retning og ikkje kryssar kvarandre. E3: Ja. Fint E1: Jaaaaah, altså, to vektorar kan jo gå i sånn halvveis same retning uten å krysse kvarandre. E3: Det var det vi sa, dei går i samme retning	Parallelle vektorar

E1: Ja, men dei vanlig, altså, det trenge ikkje vere parallelle E2: Dei trenge jo ikkje å ha same retning heller, dei trenge jo berre at avstanden fra dei er den same heile tida. E1: Ja, dei kan jo gå motsatt retning også E2: Dei kan jo gå sånn (Peikar i motsette retningar) E3: Ja, sant E2: Dei trenge jo ikkje å gå sånn, det er sant. Jaja, då har vi fått oppklart at dei trenge ikkje å gå i same retning. Avstanden treng berre å vere lik.	