Skriving i matematikk

Hva skriver elevene?

En studie av elevenes fagspråk i matematikk 2P
med eksempler fra emnet funksjoner.

Hilde Lehtinen

Erfaringsbasert master i undervisning med fordypning i matematikk

Matematisk institutt

UNIVERSITETET I BERGEN

Juni 2017

Masteroppgave, Skriving i matematikk

2017

Skriving i matematikk. Hva skriver elevene? En studie av fagspråk i matematikk 2P med eksempler fra emnet funksjoner.

Hilde Lehtinen

FORORD

Denne masteroppgaven er skrevet i forbindelse med studiet *"Erfaringsbasert master i undervisning med fordypning i matematikk"*. Studiet har jeg tatt over 4 år på deltid ved siden av jobb som lærer i videregående skole. Fra tidligere har jeg flere års erfaring som lærer i videregående skole og har undervist i blant annet matematikk. Min bakgrunn er variert og opprinnelig er jeg utdannet ingeniør med fartstid fra blant annet laboratoriearbeid. Jeg gikk over i skoleverket da jeg fikk anledning til det fordi jeg ønsket å bruke min faglige bakgrunn samt å arbeide med mennesker. Etter flere år som lærer og med et ønske om å utvikle meg videre, startet jeg høsten 2013 på dette studiet ved Universitet i Bergen. Jeg har alltid hatt en forkjærlighet for faget matematikk, og når jeg fikk sjansen til å delta på samlingsbasert studie tilrettelagt for lærere i full stilling, grep jeg muligheten med stor glede. Det har vært 4 strevsomme og utviklende år, og jeg er veldig glad for å ha fått denne muligheten til å fullføre denne typen studie ved siden av jobben. Jeg har nå mange ideer til mitt videre arbeid i klasserommet.

Veileder på denne masteroppgaven har vært Christoph Kirfel, og jeg vil rette en stor takk til ham for gode innspill, konstruktive kommentarer og engasjement underveis i prosessen med dette arbeidet. Videre vil jeg også takke min arbeidsgiver som har støttet meg og lagt til rette for at gjennomføringen av dette studiet har vært mulig. Uten den forståelsen og imøtekommenheten hadde ikke jeg klart å gjennomføre dette. Jeg må også takke "de hjemme" som tålmodig har ventet og holdt ut med studenten i disse 4 årene.

Det er både med glede og litt sorg at jeg avslutter dette arbeidet, men jeg er veldig takknemlig for opplevelsen selv om arbeidsmengden til tider har virket litt stor!

Bergen, juni 2017

Hilde Lehtinen

SAMMENDRAG

I masteroppgaven *"Skriving i matematikk. Hva skriver elevene? En studie av fagspråk i matematikk 2P med eksempler fra emnet funksjoner"* fokuseres det på analyse av elevbesvarelser. Formålet med denne studien er å få økt innsikt i hva elevene skriver i faget matematikk 2P og hvordan elevene kan synliggjøre sin kunnskap gjennom skriving i faget.

Det anvendes kvalitativ tilnærming med innsamling av elevbesvarelser på utvalgte oppgaver som instrument. Utvalget av elevbesvarelser er gjort blant egne elever og det er også utarbeidet anvendbare kategorier for å kategorisere elevbesvarelsene. Undersøkelsene i studien er gjort på en allmenfaglig skole i matematikktimene. Elevenes mestringsnivå har dekket hele karakterskalaen med 1 som laveste karakter og 6 som høyeste karakter. I gruppene jeg har jobbet med har det vært stor spredning i karakter og min erfaring tilsier at gruppene mine har vært representative for denne typen grupper. Anonymitet er sikret ved at studien er meldt til Norsk samfunnsfaglig datatjeneste (NSD) og godkjent som meldepliktig siden det også samles inn digitale elevbesvarelser. Resultatene er presentert med tekstanalyse og noen få søylediagram.

I det teorietiske grunnlaget for studien er det fokusert på skriving som grunnleggende ferdighet, matematikksrpåkets egenart og fagskriving i matematikk. Tanken bak studien er at skriving er et viktig verktøy for å lære, systematisere og å synliggjøre kunnskap i arbeidet med matematikkfaget. Resultatene av studien viser at det å gå i mellom ulike representasjoner som tekst, graf, tabell og funksjonsuttrykk nok medfører en del uklarheter og usikkerheter for elevene. Resultatene viser også at grafen er nok den representasjonen som gir elevene mest informasjon og at det gjerne trengs litt jobb for at de andre representasjonene skal få samme verdi for elevene.

INNHOLDSFORTEGNELSE

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

Med bakgrunn i min erfaring som lærer i videregående skole gjennom flere år, har jeg gjort meg noen observasjoner og tanker rundt elevers prestasjoner i matematikkfaget. Jeg har mest undervisningserfaring fra matematikk 2P og 2PY. Disse fagene er preget av mye tekst og gir lite mulighet for pugg av metoder for å løse oppgaver og problemstillinger. Fagene krever at elevene har en viss forståelse for innholdet i oppgaver og for hvordan en kan bruke matematiske prinsipper og hjelpemidler for å løse oppgavene. Læreplanene preges av ord som beskrive, analysere, sammenhenger, planlegge, vurdere, drøfte, utforske, sammenligne, undersøke og praktiske sammenhenger. I læreplanen for 2P står det i kompetansemål hentet fra emnet Modellering:

> *"- utforske matematiske modellar, samanlikne ulike modellar som beskriv same praktiske situasjon, og vurdere kva for informasjon modellane kan gje, og kva for gyldigheitsområde og avgrensingar dei har"*
>
> (Utdanningsdirektoratet, 2016 b)

Oppgaver og problemstillinger som det jobbes med i faget er ofte satt inn i en praktisk sammenheng. Den praktiske sammenhengen er ikke alltid en sammenheng eleven kjenner igjen eller har forhold til. Eksempel på en oppgave som utfra min erfaring mange elever sliter med, er oppgave 9 på del 1 fra eksamen i 2P våren 2014 der elevene på bakgrunn av opplysninger om trykk oppgitt i psi og bar skal tegne graf og bruke denne til omregning mellom psi og bar (se vedlegg). Denne oppgaven skal løses uten hjelpemidler (kun skrivesaker). Oppgaven omhandler trykk i sykkeldekk med ulike enheter og er en relativt enkel oppgave sammenlignet med andre oppgaver elevene møter. Men i praksis så har jeg sett at elever sliter med selv en slik enkel oppgave når problemstillingen er pakket inn i en tekst som omhandler elementer elevene ikke har så mye kjennskap til. Jeg undrer meg selvsagt over hvorfor det er slik. Alle har et forhold til en sykkel, men langt færre har forhold til enhet trykk i dekk måles i. Dette opplever jeg at er et hinder for mange elever når de skal løse oppgaven. De klarer ikke å se forbi den praktiske situasjonen og finne matematikken i oppgaven. Av og til er også den praktiske sammenhengen en sammenheng som er hentet fra et annet realfag, for eksempel naturfag/kjemi og halveringstid for radioaktive stoffer. Dette oppleves vanskelig for elevene hvis de ikke har kjennskap til halveringstidsprinsippet selv om de fint kan løse oppgaven uten denne typen kunnskap.

1.2 Tradisjoner i matematikk

Dette får meg til å reflektere rundt praksisen i matematikkundervisningen. Mitt inntrykk er at matematikktradisjonen er slik at føring av oppgaver og metoder for å løse oppgaver vektlegges og innøves. Det legges lite vekt på å formulere ny kunnskap og å forklare sentrale begreper og regneteknikker med egne ord. I samarbeid og møter med kollegaer som underviser i faget 2P, får jeg inntrykk av at vi gjør mye likt i undervisningen. Tradisjonell undervisning i matematikk består av gjennomgang av teori, forklaring av matematiske begreper, gjennomgang av eksempler og oppgaver og elevarbeid med oppgaver. Det legges vekt på å bruke samme regnemetode og strategi i et variert utvalg av oppgaver. Det repeteres mye i form av oppgaveløsning hvor elevene selv er deltagende og aktive enten i form av samarbeid eller individuelt arbeid. Slik jeg ser det så gjør vi mye bra i matematikkundervisningen med hensyn på bearbeiding av nytt stoff, fokus på begreper og metoder og modellering av elevene. Allikevel ser det ut som mye av arbeidet bærer lite frukt. Hva er det med matematikk som gjør at det er så vanskelig tilgjengelig for elevene? Min erfaring er at mange elever legger stor innsats og mye arbeid ned i matematikkfaget uten å oppnå særlig mye mer forståelse og evne til å løse tilsvarende oppgaver i nye sammenhenger. Det ser altså ut til at elevene har problemer med å forstå matematikkspråket. Dette er tankevekkende siden undervisningen foregår på morsmålet til de fleste elever og med utgangspunkt i praktiske situasjoner veldig mange kan kjenne seg igjen i.

«Matematikk forstår man ikke, man venner seg til det» har matematikeren John von Neumann uttalt (Ødegaard, 2009, s. 12). Hvorfor er det slik at skolematematikk fremstår som meningsløs og utilgjengelig? Er det slik at elevenes strategi for å tilegne seg matematikkunnskaper er selektiv lytting og utplukking av tall og ord de mener har betydning for å finne rett svar? (Ødegaard, 2009, s. 22). Matematikk er et fag som gir mulighet for å løse oppgaver på kreative måter, men er det slik at refleksjon og forståelse er byttet ut med gjetting? (Ødegaard, 2009, s 22). Professor Joseph W. Dodson har laget ett sett humoristisk regler for hvordan elever håndterer skoledag og hjemmearbeid (Ødegaard, 2009, s 30) og kanskje vil flere matematikklærere enn meg kjenner igjen dette fra matematikkundervisningen. Ett eksempel er regel 6:

> *Regel 6:*
> *Dersom det synes som om oppgaven krever en formel, velg da en som inneholder like mange bokstaver som det er tall i oppgaven.*

Reglene er skrevet med humoristisk vridning og kan gi et bilde av at matematikk ikke handler om fornuft og logikk, men gjetting. I regel 6 kan det se ut som elevens strategi er å velge en regel med likt antall bokstaver, skrive denne formelen ned og så putte tallene inn på passende plasser for å regne ut et svar. Hvordan kan en i matematikktimene jobbe slik at elevene bruker logikk og fornuft i stedet for å jobbe med matematikk som om det var noe ulogisk og umulig å løse på fornuftig måte?

Matematikk er også stadig fremme i mediene og i undersøkelser og prøver som PISA og TIMMS. «Matte bestemmer frafall i skolen» står det i en artikkel av Tunstad (Tunstad, 2014). Matematikk er blitt for teoretisk i skolen påstås det, interessen for realfag er liten, mange faller av i videregående skole og samtidig fastslår forskning at det er sammenheng mellom mengde matematikk en lærer og lønn en får. Utvikling og konkurranse globalt gjør det mer krevende for arbeidstakere med lav kompetanse og det er enda viktigere enn noen gang å fullføre utdanning (Tunstad, 2014).

1.3 Skrivestrategier i matematikk

I min fartstid som lærer har jeg fått tilbud om mange kurs, skoleringer, etter- og videreutdanninger. Dette nevner jeg fordi jeg tenker at det skal være et mål med det en gjør og at det skal være meningsfylt og ha betydning å gjennomføre en videre kursing. En av skoleringene jeg har vært gjennom er NyGIV som også har vært et satsingsområde i skolesektoren over flere år. Dette prosjektet er rettet mot å få flere til å fullføre ungdomsskole og videregående skole og lærere fra ulike skoleslag har deltatt på skolering. En del av denne skoleringen går ut på ulike skrivestrategier i ulike fag og det er gode kursholdere fra blant annet skrivesenteret og matematikksenteret. Jeg synes fokuset i denne skoleringen er representativt for mange tanker og forventninger i skolen i dag. Det vektlegges bruk av ulike strategier for blant annet skriving. Strategier det er snakk om kan en finne beskrevet på hjemmesidene til Skrivesenteret. Strategiene er overførbare til stort sett alle fag, også matematikk. Det er ulike strategier for ulike faser i prosessen. I figuren under er det vist eksempel på hensiktsmessige skrivestrategier utarbeidet av blant andre Trygve Kvithyld (Skrivesenteret, 2017).

Hensiktsmessige skrivestrategier i de ulike fasene av skriveprosessen

Førskrivingsfasen	Skrivefasen	Revisjonsfasen	Sluttføringsfasen
• avkode oppgave-teksten • klargjøre skrive-situasjonen, formål og mottaker • sette mål og vur-deringskriterier for skrivearbeidet • bruke strategier for idémyldring • aktivere bakgrunns-kunnskap ved å notere eller tenke-skrive • bruke lesestrategier for å innhente infor-masjon og bygge kunnskap om emnet • lage disposisjon • modellere skrive-rammer • bruke modelltekster • modellere skrive-prosessen	• tenkeskrive for å komme i gang • ryddeskrive for å utvikle førsteutkast • samskrive • benytte skrive-rammer • lese modelltekster • skrive teksten i deler • modellere skrive-prosessen • fortelle hva man tenker å skrive	• lese over egen tekst for å vurdere kvalitet og forbedring • revidere teksten på bakgrunn av respons • revidere teksten på ordnivå, setningsnivå og på tekstnivå • prøve ut alternative formuleringer • samskrive/revidere teksten sammen med andre • LOSE teksten	• bruke modelltekst • lese over teksten på ulike måter • lese teksten høyt • ta i bruk hjelpe-midler for å lese teksten • bruke tekst-behandlingsverktøy • bruke ordbok, digitalt eller i bok-form • søke bevisst etter gjengangerfeil (ordkort) • lese over på papir • gi teksten grafisk utforming tilpasset kommunikasjons-situasjonen • sluttføre på bak-grunn av respons

Hentet fra Kvithyld, Trygve, Trude Kringstad og Guri Melby (2014), *Gode skrivestrategier,* Oslo: Cappelen Damm

Figur 1.1: Skrivestrategier i ulike skrivefaser

Det er mange gode strategier ramset opp i figur 1.1, strategier som også er veldig nyttige i matematikk og flere av dem brukes i matematikk. Noen av begrepene trenger gjerne en forklaring som for eksempel ”LOSE teksten”. Dette er en metode som skal være til hjelp for å revidere en tekst som skal bearbeides. LOSE står for legge til, omorganisere, slette og erstatte, og det brukes et skjema som en hjelp til dette slik at endringene som gjøres ikke bare er på ordnivå men også på innhold (Kringstad, Kvithyld & Melby, 2014, s. 30). Tankekart eller VØSL-skjema (skjema hvor en fyller inn i ulike kolonner det en vet, ønsker å lære, slik vil en lære og har lært om et emne) er også nyttige strategier for å knytte nyt kunnskap sammen med det en allerede kan (Smedbråten & Kvithyld, 2011, s. 9). I fag som matematikk og realfag der det behandles mye tall, er strategiene kanskje ikke like enkle å bruke disse strategiene direkte. Men jeg tror vi har mye å lære av hverandre uansett faglig bakgrunn. Jeg tror også at vi må respektere de ulike fagenes særegenheter. Matematikk skiller seg fra de andre realfagene, men det er også likhetstrekk mellom matematikk og de fleste andre fag. Dette skriver jeg litt om i kapittel 2. Et tydelig likhetstrekk er at det er tekst i læreverkene. Det er mange ord som elevene må forstå og mange ord som skal skrives i besvarelser. Hvordan kan vi jobbe med skriving slik at det hjelper elevene til å synliggjøre sin kunnskap samtidig som matematikkfagets særegenhet ivaretas?

1.4 Problemstilling

I lys av dette vil jeg i min masteroppgave fokusere på skriving i matematikk i form av ulike oppgaver elevene besvarer i løpet av tiden det arbeides med emnet funksjoner i undervisningen. Elevene har jobbet med fem ulike oppgaver, besvart disse og disse besvarelsene har jeg så analysert. Skriveoppgavene elevene har jobbet med har vært av ulike typer der noen oppgaver er lukket og noen oppgaver er åpne hvor elevene kan bruke en variant av undersøkende matematikk. For å få elevene til å skrive, har jeg valgt ut noen oppgaver som elevene skal besvare. For å løse enkelte av disse oppgavene, kan elevene bruke deler av Polyas problemløsningsmetode. Skriving, språket og problemløsning er nært knyttet sammen og elevene må skoleres i språket og skriving i faget før de kan løse oppgaver i faget. Å bruke deler av problemløsningsmetode eller undersøkende matematikk vil være helt i tråd med læreplanmål i faget og en naturlig innfallsvinkel på oppgaver som er åpne og gir elevene valgmuligheter for hvordan oppgavene skal løses. Skriveoppgavene elevene har jobbet med, har gitt elevene mulighet til å vise skrivekompetanse i faget. Disse besvarelsene har jeg så analysert. Skrivesituasjonene har bestått av oppgaver elevene har jobbet med i timene med hjelpemidler, oppgaver gjennomført under prøve uten hjelpemidler og innleveringsoppgaver med hjelpemidler. Alle oppgavene er besvart individuelt av elevene. Med skriving i denne sammenhengen tenker jeg på det elevene skriver når de besvarer oppgavene jeg undersøker i forbindelse med denne studien. Med skriving i matematikk ser jeg for meg at elevene besvarer med nødvendige forklarende ord, nødvendige beregninger og ulike representasjoner i form av graf, tabell, symbolbruk der det er naturlig. Min problemstilling er da følgende:

Hva skriver elevene i matematikk eksemplifisert gjennom emnet funksjoner i 2P?

Hvordan kan kunnskap synliggjøres gjennom skriving i matematikk?

Følgende modell viser ideen min bak problemstillingen min der skriving er den biten jeg behandler i denne studien.

Påvirkning	→	**Tenking**	→	**Skriving**	→	**Kunnskap**
Gjennom påvirkining i form av lesing eller lærerens gjennomgang eller annet i faget får eleven input og ideer		*Gjennom tenking sammenligner en input med kunnskap en har fra før og får dette til å passe inn i de strukturene en har laget seg i hodet*		*Gjennom skriving bearbeider en kunnskap og input og skaper ny kunnskap basert på det en kunne fra før og den nye input, og en synliggjør kunnskapen ved å skrive den ned.* *Min studie omhandler denne biten og kunnskapsbiten.*		*En har oppnådd nye kunnskap gjennom denne prosessen og skrivingen er det synlig resultatet*

Figur 1.2: Modell av ideen min bak problemstillingen

Formålet med studien er å belyse viktigheten av å bruke skrivning som et verktøy for å lære og å synliggjøre kunnskap i arbeidet med oppgaver i faget. For å belyse dette vil jeg ta utgangpunkt i teorier om matematisk kompetanse, Polyas problemløsningsmetode, undersøkende matematikk, skriving for å lære, læreplanen i matematikk, den generelle læreplanen og grunnleggende ferdigheter. Med hensyn til elevenes matematikkspråket vil jeg se på og hvordan skriving kan brukes som et verktøy for å synliggjøre kunnskap i faget. På denne måten håper jeg å bli litt mer klar over hvordan en kan jobbe for at matematikk kan forstås og ikke bare "venne seg til" faget. Det er kanskje noen som lurer på hvorfor jeg fokuserer så mye skriving og språket i matematikk, for i matematikk så regner vi jo. Regning innebærer blant annet å bruke symbolene, begrepene, strategiene, fremgangsmåtene og å forstå matematematiske problemer knyttet til praktiske situasjoner (Utdanningsdirektoratet, 2016 a). Når elevene klarer å formulere for eksempel et regnestykke skriftlig og gi mening til dette, altså klarer å formulere en modell for tanken, er dette grunnlag for forståelse (Enge & Valenta, 2012). Å kunne regne i matematikk innebærer at en kan utvikle strategier og argumentasjon blant annet skriftlig for de opplysningene en får oppgitt i en problemstilling.

1.5 Oppbygging av oppgaven

I *Kapittel 1 Innledning* går jeg inn på bakgrunn for valg av oppgave, problemstilling og avgrensinger som er gjort. I *Kapittel 2 Teori* går jeg inn aktuell teori knyttet til emnet i denne oppgaven. I *Kapittel 3 Metode* beskriver jeg den metodiske tilnærmingen jeg har brukt og hvorfor jeg har valgt dette. I *Kapittel 4 Resultater og analyse* tar jeg for meg funnene fra aktivitetene jeg har gjort i klasserommet og ser dette i sammenheng med litteratur og annen forskning på området. I *Kapittel 5 Avslutning og konklusjon* ser jeg problemstillingen min i sammenheng med resultatene jeg har funnet. Jeg gir også en konklusjon i dette avsnittet.

2 Teori

2.1 Skriving i matematikk

I denne oppgaven vil jeg fokusere på sammenhengen mellom skriving, matematikk og matematikkoppgaver med kontekst fra dagliglivet. Jeg vil fokusere på at elevene er deltagende og aktive i form av at de kan jobbe med problemstillinger i oppgaver og jobbe med skriving knyttet til dette. I denne delen av oppgaven min vil jeg presentere teori som støtter opp om dette.

Hvordan kan vi jobbe med fagtekstene i matematikk og samtidig oppnå økt læring? Å skrive fagtekster innebærer at en har innblikk i fagkulturen (Dysthe, Hertzberg & Hoel, 2010). Skriving er en sentral læringsstrategi og samtidig prosess og redskap for læring og utvikling (Dysthe et al., 2010, s. 10). Ved å bruke skriving som et verktøy for læring vektlegges det at å skrive gjør tanker synlige og det går an å bearbeide det skrevne slik at det oppnås ny erkjennelse. Ved å skrive så uttrykker en også kunnskap. Det er også viktig å beherske faglig skriveteknikk fordi det stilles krav til dette i blant annet yrkesliv. Å skrive er basert på kultur og har mange fordeler som at en blant annet lærer gjennom å skrive, en deltar i samtale ved å skrive, en lærer fagskriving sammen med andre, en kan planlegge og omskrive. Forutsetninger for å være en fagskriver er at en har gode fagkunnskaper, kunnskaper om tekst og kunnskaper om strategier knyttet til skrivingens ulike faser (Dysthe et al., 2010, s. 18). Å skrive faglige tekster kan læres og faglig skriving har kjennetegn som at en må være analytisk, kritisk, strukturert, kunne utvikle argumenter og underbygge disse, konkludere, tolke og binde sammen teori og empiri (Dysthe et al., 2010, s. 22). Helt grunnleggende innenfor fagskriving er at en kan se informasjon fra kilder sammen med egen kunnskap og at en kan tolke og tilpasse det en leser til formålet med skrivingen. (Dysthe et al., 2010, s. 23).

Faglig skriving kan læres og viktige momenter er blant annet at fagtekster er basert på kilder, notateknikk underveis er nyttig, skrive sammendrag, se kildelitteratur og egen argumentasjon i sammenheng og bruke kilder til å underbygge egne argumenter. (Dysthe et al., 2010, s. 24).

2.1.1 Hvorfor skriving i matematikk?

Tradisjonelt har matematikkundervisningen vært noe preget av å være formell, gjerne ha bestått av pugg og noe mekanisk læring (Imsen, 2001, s. 200). Det er vel og bra med pugg, men for at elevene skal lære matematikken og kunne bruke denne i ulike sammenhenger, kan det være lurt å fokusere på matematikk med dagligdags kontekst. Matematikk med kontekst fra dagliglivet er matematikk brukt i realistiske situasjoner (Imsen, 2001, s. 200). Pugg og mekanisk læring kan begrenses til enkeltstående eksempler og det er ikke sikker eleven klarer å overføre kunnskapen til tilsvarende situasjon (Imsen, 2001, s. 94). Vi må altså inn med annen metode i tillegg for at elevene skal kunne bruke kunnskapen i ulike sammenhenger. Eleven må være delaktig i å konstruere sin egen kunnskap (Imsen, 2001, s. 103). Dette kommer jeg mer tilbake til i kapitlet om Polya og hans metode.

Sammenhengen mellom språk og tenking er også viktig i en læringsprosess. I følge Piaget kan tenking foregå uten symboler (Imsen, 2001, s. 94). For å være i stand til å lagre informasjon og ny kunnskap, må elevene ha representasjonsformer i hodet som kan knyttes sammen med den nye kunnskapen de jobber for å lagre. Språk og tenking henger tett sammen, i likhet med skriving og lesing (Imsen, 2001, s. 141). Hos Vygotksy er språket enda viktigere enn hos Piaget og språket er en forutsetningen for utvikling hos Vygotsky (Vygotsky, 2014, s. 209). I følge Vygostky skapes kunnskap i sosiale sammenhenger og er en form for samhandling der språket er med på å vise hvordan den enkelte forstår og oppfatter (Imsen, 2001, s 36). Språk og skriving er noe som blir presentert for omverdenen, mens tenking og lesning er noe som er rettet innad i eleven. Språk, både verbalt og skriftlig, er et resultat av tankeprosesser. Formen, spesielt på det skriftlige språket, kan være mer formelt og mer preget av å være presentasjonsskriving enn tankespråket vil være. Med presentasjonsskriving menes skriving hvor hensikten er å presentere og formidle noe til den som leser det (Dysthe et al., 2010, s. 40). Språket er viktig for utvikling og skriftspråket krever mer nøyaktighet enn indre språk og også muntlig språk (Vygotsky, 2014, s. 209). For eleven vil det altså ligge mer forståelse og bearbeiding bak en skriftlig formulert tekst enn en tanke omkring samme sak forutsatt at det som eleven presenterer er matematisk korrekt og logisk. Med tenkeskriving menes en uformell og utforskende skriving som gjøres underveis for å bearbeide ideer og komme videre i arbeidet, altså en skriftlig versjon av tankene (Dysthe et al., 2010, s. 40). Ved å skrive bearbeides inntrykk og tanker ved at en gir dette et uttrykk i form av skriftspråk, viktige punkt fastholdes og påpekes når en skriver. Det kan virke som skriving hjelper til med å huske bedre og en skaper betydning ved å bruke ord og representasjoner skriftlig i multimodale tekster (Madsbjerg & Friis, 2013, s. 47). Skriving handler om å bearbeide det en har lært og omskape det en har lært slik at en oppnår økt læring (Madsbjerg & Friis, 2013, s. 61).

2.1.2 Skriving som grunnleggende ferdighet

I gjeldende læreplan som er Kunnskapsløftet, er grunnleggende ferdigheter som definert som å kunne lese, regne, utrykke seg muntlig og skriftlig og å bruke digitale verktøy. Skriving som grunnleggende ferdighet blir beskrevet på følgende måte i Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2016 a):

> *«Å kunne skrive vil si å kunne ytre seg forståelig og på en hensiktsmessig måte om ulike emner og å kommunisere med andre. Skriving er også et redskap for å utvikle egne tanker og egen læring. For å kunne skrive forståelig og hensiktsmessig må ulike delferdigheter utvikles og samordnes. Dette innebærer å være i stand til å planlegge, utforme og bearbeide tekster som er tilpasset innholdet og formålet med skrivingen.»*

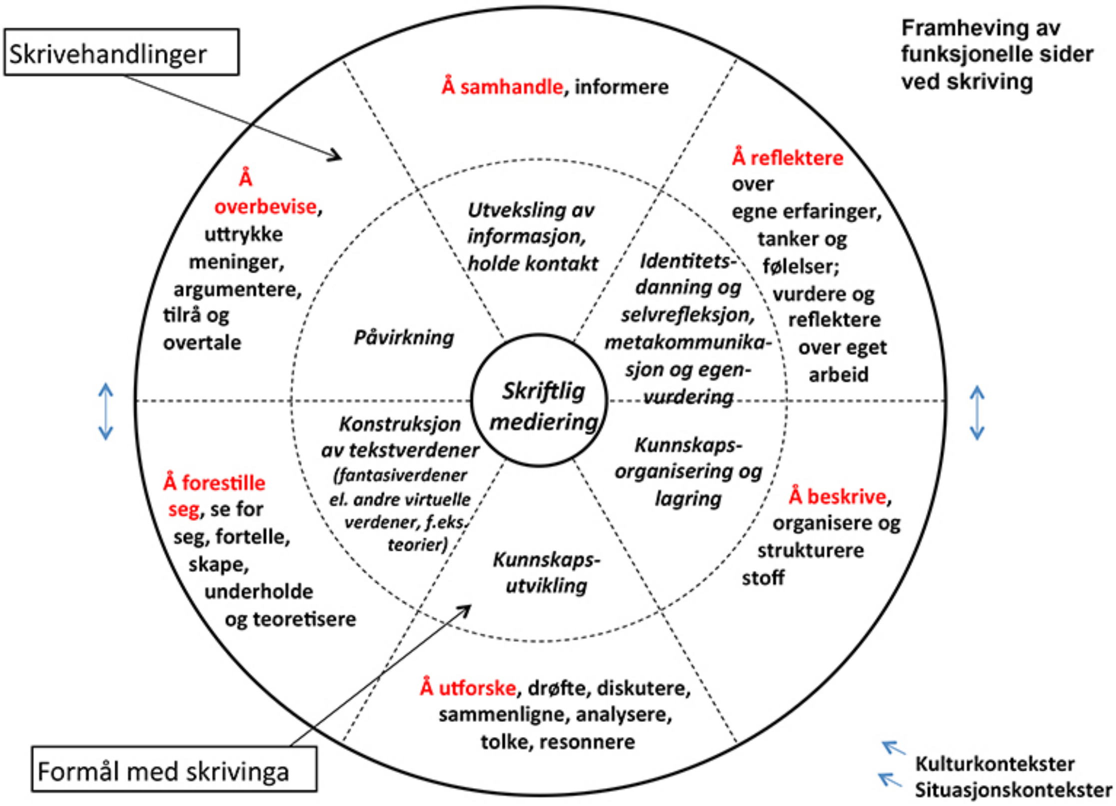
Det beskrives også i Kunnskapsløftet hvordan skriving som grunnleggende ferdighet kan utvikles (Utdanningsdirektoratet, 2016 a):

> *«Den første skriveopplæringen innebærer å utvikle rettskriving, legge grunnlaget for en funksjonell håndskrift og tastaturbruk, samt å kunne planlegge og skrive enkle, oversiktlige tekster for ulike formål. Den videre utviklingen av funksjonell skriving henger tett sammen med den faglige utviklingen. Skriving er et redskap for læring i alle fag, og gjennom å utvikle skriveferdigheten blir faglige ferdigheter utviklet. Parallelt med den faglige progresjonen blir stadig mer avanserte og fagspesifikke skriveferdigheter utviklet, slik at form og innhold i teksten blir tilpasset formålet med skrivingen.»*

Skriving som grunnleggende ferdighet innebærer at eleven kan forklare, beskrive og sette ord på det elevene tenker og forstår. Det handler om å få overført tankene til ord og symboler slik at det en tenker og forstår blir presentert på en matematisk måte med matematisk språk nedskrevet på et ark eller presentert digitalt ved hjelp av et egnet dataprogram.

Matematikk 2P er et fag som er preget av rik tekst i både teoridelen i lærebøkene og i oppgavene. Elevene må derfor være i stand til å forstå de multimodale tekstene de møter gjennom hele kurset 2P. Elevene må være i stand til å forstå innholdet i den teksten som presenteres for dem. I oppgavene presenteres veldig ofte matematiske problemstillinger i praktiske eller dagligdagse situasjoner. Det å skrive rundt oppgaver tvinger elevene til å strukturere og kan være veldig nyttig for forståelsen og for å synliggjøre tanken ved å bruke skriving som et redskap. Gode resultater i matematisk faglig skriving oppnår en lettest hvis en behersker de ulike uttrykkene som multimodale tekster inneholder. At elevene skriver gode fagtekster kan være et uttrykk for at elevene forstår og at de behersker kulturen i faget (Madsbjerg & Friis, 2013, s. 70).

Forskning viser at elever mangler grunnleggende skriveferdigheter og at lærere mangler felles oppfatning av hvordan tekster skal vurderes (Brandlset, 2016). I Kunnskapsløftet har skriving en sentral plass og det fokuseres på skriving i alle fag. For å bedre skriveferdighetene har forskning vist at varierte oppgaver med fokus på livslang læring og en mottaker av teksten er effektivt (Brandlset, 2016). Normprosjektet (Skrivesenteret, 2017) er et forskningsprosjekt som har vist at felles oppfatning av lærernes tolking av elevtekstene og felles forståelse av hva som forventes av elevene er viktig i arbeidet med skriving som grunnleggende ferdighet. Ulike skrivemåter gir ulike resultat. Å reflekterer tar utgangpunkt i egne erfaringer og kan bidra til økt selvinnsikt. Ved å skrive i oppgaveløsing er gjerne målet å overbevise eller bevise for den som leser at det som er skrevet er rett og man argumenterer for dette. Skriving gjøres også for å systematisere eller organisere fagstoff. En kan også utforske gjennom skriving ved å jobbe med fagstoff på en selvstendig måte for eksempel i en mer åpen problemstilling som tar utgangspunkt i en dagsaktuell situasjon (Solheim & Marte, 2014). En modell for skriving med koblinger mellom handling og formål er fremstilt slik i Normprosjektet:



Figur 2.1: Skrivehjulet.

2.1.3 Hvorfor ikke fokusere på lesing i stedet?

Lesing er en av de grunnleggende ferdighetene i Kunnskapsløftet og beskrives ved at elevene skal kunne forstå og bruke symbolspråket for å skape meninger i fagtekstene. Det fokuseres på å finne informasjon og å finne mening (Utdanningsdirektoratet, 2016 a). Å overføre det en leser og forstår til en tekst, kan gi nye dimensjoner til innholdet i det en har lest. Elever kan forstå det de leser, men ha problemer med å uttrykke dette skriftlig på en måte som er tilpasset tekstkulturen i faget (Madsbjerg & Friis, 2013, s. 71). Å se på skriving er derfor å lede elevene ett skritt videre i forhold til å kunne uttrykke kunnskapen i faget korrekt og å kunne bruke fagterminologien hensiktsmessig.

Lesing og skriving er to sider av samme sak (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 26). Når elevene leser, skaper de seg mening og ser de ulike matematiske representasjonene i bruk i modelltekster. Når elevene skriver, skaper de mening i tekstene sine ved å bruke de ulike matematiske representasjonene og kjennetegnene. Elevene skriver ikke en matematisk tekst slik de snakker, en matematisk tekst er bygd opp annerledes enn slik en snakker fordi fagsjangeren er annerledes enn dagligtalen (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 27). Lesing er avkoding og forståelse. Gode lesere i motsetning til dårlige lesere, har mål med lesingen, enten det er å finne opplysninger eller å lære seg noe (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 172). Ved bearbeiding av tekster i realfagslærebøker viser leseprosjekt at elever leser verbalspråket og brødtekst og derfor går glipp av viktig informasjon (Lesesenteret, 2017). Matematikkspråket har tydelige definisjoner på begrep, noe som gir lite rom for tolking og større rom for felles oppfatning. Definisjoner er ofte flyttet vekk fra brødteksten, noe som kan føre til at elever som leser matematikktekster slik de leser en skjønnlitterær bok ikke leser denne definisjonen (Maagerø & Skjelbred 2010, s. 89). Ved å lese fagtekster sammen med elever viser læreren hvordan slike fagtekster kan leses og eleven blir oppmerksom på hvor viktig informasjon kan stå (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 52 og 73 og 89).

Høy teknikalitet i realfagstekstene gjør at det er viktig å bearbeide fagbegrepene godt sammen med elevene (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 79). I lærebøkene bearbeides fagbegrepene ofte godt, men det er viktig at læreren sammen med elevene også bearbeider disse. Fagbegrep innføres tidlig i skolegangen i matematikk, og det er nødvendig for å kunne jobbe med faget på en presis måte. Matematikktekstene preges av høyt abstraksjonsnivå, normalisering, pakking av informasjon og det er derfor ekstra viktig at læreren jobber sammen med eleven med dette (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 93 og 86).

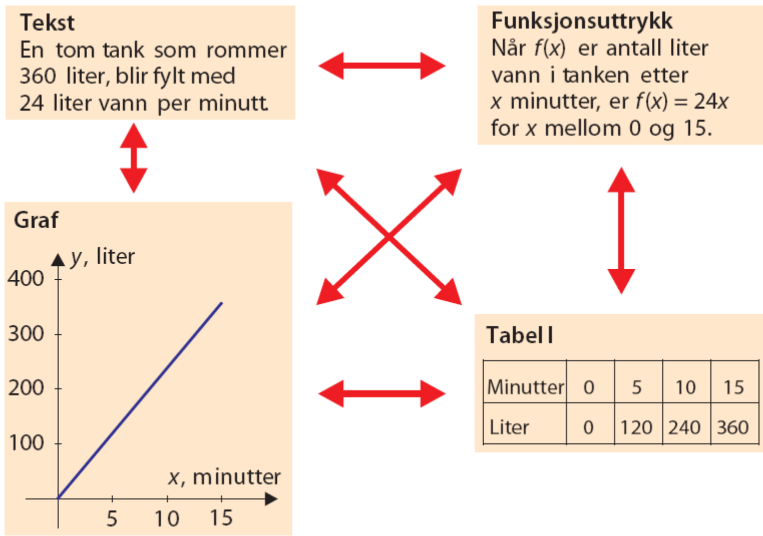
I skolen har argumenterende tekst fått økt plass og det vi vet og kan skal formidles (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 118). I læreplanen for 2P står det for eksempel at elevene skal drøfte og analysere praktiske problemstillinger knyttet til dagligliv (Utdanningsdirektoratet, 2016 b). Dette stiller krav til beherskelsen av fagspråket, forståelsen og det å kunne bruke det en har jobbet med. Den informasjonen en får gjennom lesing kan bearbeides videre gjennom skriving. Å formulerer kunnskapen en har fått gjennom å skrive, fremmer forståelse (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 6). Skriving kan altså brukes som et redskap for elevene til å nyttiggjøre seg kunnskap og oppnå økt beherskelse og forståelse. Dette styrkes av ideen om at skriving foregår med symboler og Vygotskys teori slik jeg har beskrevet tidligere i oppgaven min. Av disse grunner har jeg derfor valgt å fokusere på skriving i min oppgave.

2.2 Matematikk - språket og tekstene

2.2.1 Matematikkspråket

Men hva er det med matematikkspråket? Med realfag menes naturvitenskaplige fag og matematikk (Sjøberg, 2010). Matematikk skiller seg fra de andre realfagene ved at påstander kan bevises og motbevises uten å referere til noe i virkeligheten. I de andre realfagene omhandles den fysiske virkeligheten og påstander kan undersøkes, observeres, måles og gjøres forsøk med (Sjøberg, 2010). Tekster i realfag er varierte og kan inneholder tabeller, diagrammer, figurer, modeller, grafer, bilder i tillegg til verbaltekst. Slike varierte tekster kalles «multimodale» (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 29). Spesielt med realfag er at språk og symbol er opplæringens mål og dens metode (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 7). For å lære et fag, må en lære språket i faget. Matematikk er et veldig spesialisert område som det er vanskelig å relatere til erfaringer (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 15). En tekst i matematikk preges av at en skal sette sammen ulike modaliteter, ha lite verbalspråk og gjerne ha visuelle elementer i stedet for tekst.

Et dilemma i matematikk er derfor at ulike modaliteter krever at leseren har kjennskap til disse modalitetene og avkodingen av disse. Ved bearbeiding av tekster i realfagslærebøker viser leseprosjektet (Lesesenteret, 2017) at elever leser først og fremst verbalspråket og brødtekst og derfor går glipp av viktig informasjon og benytter seg lite av multimodalitet i tekstene. Et annet kjennetegn ved realfagstekster er høy grad av teknikalitet (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 76). Fagterminologien i realfag er preget av ord som er typiske for fagene, ord som kun finnes innenfor fagene, dagligdagse ord med annen betydning i realfag enn ellers, sammensatte ord, konstruerte ord, lange ord og ord som skifter mening avhengig av kontekst. Dette gjør realfagtekster krevende fordi begrep får ny betydning (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 77). Det er tilsvarende for symbolbruk som med ord i realfag. Tekstene er også preget av normalisering, altså at et verb eller adjektiv gjøres om til substantiv som for eksempel halvering fra å halvere (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 90). Realfagstekster er altså preget av høyt abstraskjonsnivå (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 86). Følgende illustrasjon hentet fra læreboken Sigma i 2PY (Øgrim, Bakken, Pettersen, Skindo, Dypbukt, Mustaparta, Thorstensen & Thorstensen, 2014, s. 167) viser behovet for å kunne forstå ulike representasjoner godt.



Figur 2.2: Ulike representasjoner i matematikk

Figur 2.2 viser ulike former som funksjoner opptrer med i skolen slik Claud Janvier identifiserte dem (Gjone, 1997, s. 4). Det er behov for at elevene evner å se sammenhengene mellom ulike fremstillinger som tekst, graf, tabell og funksjonsuttrykk for å klare å løse oppgaver i matematikk. Min erfaring er at dette er vanskelig for veldig mange elever, også de som får gode karakterer på prøvene sine. Her mener jeg at vi har en utfordring i matematikk, og det kan se ut som det vi fagfolk legger i språket vi presenterer for elevene ikke er det samme som elevene oppfatter og klarer å tilegne seg og nyttiggjøre seg. Arbeid med matematiske problemstillinger er ikke bare rutinearbeid, men for å få forståelse for matematiske begrep må en bruke ulike representasjoner. Jo mer forståelse en har for en matematisk problemstilling, jo mindre representasjon trenger en for sin egen del (Enge & Valenta, 2012). Eksempelvis når en har jobbet med ulike funksjonsuttrykk slik at en har laget en modell for tanken, så holder det å se funksjonsuttrykket for å kunne gi mye sentral informasjon om hva som kjennetegner den spesielle funksjonen. En har da oppnådd større forståelse for matematisk tenking og er bedre i stand til å løse matematiske problemstillinger også generelt (Enge & Valenta, 2012).

Hvordan kan elevene misforstå språket i matematikk? Ofte er det slik at elever misforstår eller ikke skjønner meningen med mye av teksten i matematikk. Dette gjelder både enkeltord og hele setninger. Matematikkspråket er preget av symbolbruk og dagligdagse ord som har en annen betydning i matematikk. Begge deler kan gi rom for misforståelser og vansker med å forstå hva det handler om. Symbolbruken i matematikk er ikke konsekvent. Eksempel her kan være t som kan brukes blant annet for tid, tonn, time, temperatur og som ukjent i en ligning eller funksjon. Noen symboler har en spesiell betydning knyttet til seg, men dette er heller ikke konsekvent i matematikk. Symbolet for Kelvin er K og dette er en SI-enhet, men K kan også stå for andre ting som for eksempel kostnad i uttrykket K(x)=5x+273. Elevene møter Kelvin og K i forbindelse med absolutt nullpunkt i naturfag. Jeg er også naturfaglærer og min erfaring herfra er at veldig mange elevene kjenner til K og absolutt nullpunkt. Ut i fra sammenhengen skal en altså forstå hva symbolet representerer denne gangen. Det kan virke som det finnes noen uskrevne regler i matematikk som er godt innarbeidet og som en ikke tenker over når en kjenner faget godt. Et for meg tydelig eksempel på uskrevne regler er bruken av primtallsfaktorer og 10 som grunnsymbol ved potensregning. 10 brukes i forbindelse med tall på standardform og for en med god kjennskap til faget er det naturlig å bruke 10 som grunnsymbol når det fremkommer i en oppgave. Men for en "uinnvidd" er det ikke umiddelbart enkelt å vite når en skal skrive $2 \cdot 5$, 10 eller $1 \cdot 10^1$. Ord med forskjellig betydning i hverdagsspråket og i matematikkspråket og sammensatte ord, tror jeg også er med på å gjøre det vanskelig for elevene å forstå matematikk. Eksempel på et sammensatt ord er *tallmønstre*, satt sammen av tall og mønstre. Hver for seg har ordene en annen betydning enn når de settes sammen til ett ord. Mønstre kan bety så mangt og hva elevene legger i ordet preger deres oppfatning av *tallmønstre*. Både symbolbruk, sammensatte ord og betydningen av ord er med på å gi rom for mange misforståelser i matematikk. Det kan se ut som at å undervise i matematikk av og til sammenlignes med å undervise i fremmedspråk. Matematikk er preget av et stringent språk med veldefinerte begreper hvor terminologien er utilgjengelig for mange. I lys av dette må faktisk matematikklæreren "oversette" terminologien til et forståelig språk så det er lett å forstå at elever kan slite med forståelsen.

2.2.2 Hva kjennetegner matematikktekstene?

Matematikk er et språk som er preget av mye symbolbruk og kan regnes som et 2. ordens språk for elevene. For å beherske matematikk må en beherske både språk, uttrykksformer og de nødvendige redskapene (Alseth, 2003). Begrepene 1. ordens og 2. ordens språk er utviklet av Marit J. Høines, og er begrep som vektlegger språkets funksjon. Nye språk er gir utfordringer og krever at en lærer å gjøre dem funksjonelle til eget bruk (Høines, Rinvold & Selvik, 1999, s. 107). 2. ordens språk er språk som en ikke lett oppfatter innholdet i slik en gjøre med 1. ordens språk. For å få mening i 2. ordens språk, må en oversette det for å få mening med det. Til dette kan en bruke oversettelsesledd som er bindeledd mellom kjent språk av 1. orden og elevene skal lære seg, eksempelvis funksjonslære. Ut i fra det språket eleven allerede kan som 1. ordens språk, kan en for eksempel bruke teoristoff og dialog eller skriftlig arbeid for flette det nye 2. ordens språket sammen med de eleven allerede kan. På denne måten kan et 2. ordens språk innarbeides og forhåpentligvis bli kjent og anvendbart for eleven. (Høines et al., 1999, s. 111).

Tidligere har jeg nevnt at tekstene i realfag er spesielle ved at tekstene er varierte og kan inneholde tabeller, diagrammer, figurer, modeller, grafer, bilder i tillegg til verbaltekst, altså multimodale tekster (Maagerø & Skjelbred, 2010, Sjøberg, 2010, Utdanningsdirektoratet, 2016 b). Spesielt er det også at språk og symbol er både en del av opplæringens mål og opplæringens metode i faget (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 7). For å lære et fag, må en lære språket i faget. Matematikk er et veldig spesialisert område som det er vanskelig å relaterer til erfaringer (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 15, Sjøberg, 2010). En tekst i matematikk preges av at en skal sette sammen ulike modaliteter, ha lite verbalspråk og gjerne ha visuelle elementer i stedet for tekst. I tillegg har vi i dag tilgang på flere digitale hjelpemidler som gir enda flere muligheter og utfordringer til hvordan en kan hente, anvende og presenterer informasjon (Madsbjerg & Friis, 2013, s. 43). Dette medfører at vi må tenke nye tanker rundt hva en tekst kan fortelle oss og hvilken forståelse som gjemmer seg i den.

Vi ser at matematikk har et særegent språk og selv om det bygger på dagligspråket så oppleves det uforståelig og fremmed for veldig mange. Notasjonen som brukes i fagtekstene oppleves gjerne som fremmedord og skaper avstand til matematikkfaget (Botten, 2011, s. 59). Rammen rundt oppgaven elevene får har betydning for hvordan eleven tolker oppgaven. Når en behersker et fagspråk, har en makt over det området og en har samtidig frihet på den måten at en ikke står fast når en skal løse en problemstilling (Botten, 2011, s. 66). Å kunne bruke verktøyene i et fag gir handlingsrom og muligheter. Matematikk er blant annet et hjelpemiddel og et redskapsfag for å forstå virkeligheten, og gjennom matematikk kan en utvikle bedre abstrakt tenking (Botten, 2011, s. 67). På grunn av fagets stringens er det ekstra viktig å bearbeide det som er spesielt for faget både i samarbeid med andre, med læreren, i oppgaver og i form av å formulere seg muntlig og skriftlig.

2.2.3 Sjangrer og skrivemåter i matematikk

Med sjanger menes at en tekst har felles kjennetegn med det som er kjennetegn for en matematisk tekst (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 24). Sjanger er rammen rundt en tekst og skrivemåtene er det som vil bekrefte sjangertypen (ndla, 2009). Sjangrer gir likheter og orden i mangfoldet av tekster. Matematikk i likhet med andre naturvitenskaplige fag er ikke et fag som er rikt på sjangrer slik som norskfaget er (Madsbjerg & Friis, 2013, s. 70). Kulturelle faktorer påvirker sjanger som benyttes i et fag og i naturvitenskaplige fag er det utstrakt bruk av rapportskriving og faktatekster. Digitale medier har gjort at det er mer vanlig med for eksempel blogg også i naturvitenskaplige fag (Madsbjerg & Friis, 2013, s. 70).

De ulike sjangrer og skrivemåter som benyttes i matematikk og undervisning er preget av oppgavefokus. I følge Maagerø og Skjelbred har verbalspråket lite fokus i undervisningen (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 128). Realfag har en særegen arbeidsmåte som går igjen i flere av realfagene og som også er internasjonal, IMRAD-metoden (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 103). Denne metoden er mye knyttet til forsøk, forskning og rapportskriving og går ut på beskrive, forklare og argumentere. IMRAD står for Innledning, Metode, Resultat og Diskusjon og er en mal som brukes i de fleste realfag på ulike skoleslag (Naturfag, 2016). Matematikk regnes for å være et realfag og da er det nok naturlig og tenke at en også her kan bruke IMRAD-metoden. Matematikk er nok i en særstilling blant realfagene siden dette er mer et verktøyfag for de andre realfagene, og det er kanskje ikke naturlig å bruke alle leddene i IMRAD-metoden. De vanligste sjangrene i matematikk er oppgaver, forklaring, definisjon og instruksjon (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 122). Graden av verbalspråk kan varierer, noen oppgaver har mye verbalspråk mens andre har mindre og slik er det med definisjoner, forklaringer og instruksjoner også. "Faktatekster" er ikke en sjanger fordi en faktatekst kan omfatte mange tekstformat (Dysthe et al., 2010, s. 129). "Refleksjonstekster" er en sjanger som er blitt mer vanlig i skolen i høyere trinn og er en personlig tekst med faglig drøfting som tar utgangspunkt i aktuell teori og en problemstillingen knyttet til kompetansemål fra læreplanen (Dysthe et al., 2010, s. 137, Utdanningsdirektoratet, 2016 b). I Kunnskapsløftet blir sjanger og skrivemåter i forbindelse med matematikk 2P omtalt med flere begrep: planlegge, vurdere, beregne, drøfte, presentere, analysere, utforske, beskrive og undersøke (Utdanningsdirektoratet, 2016 b). Det er viktig at elevene behersker de ulike begrepene og skrivemåtene og de må undervises i hvordan de skal gjøre det. Lærebøkene og oppgavene i matematikk inneholder mange instruksjoner, og elevene må være i stand til å handle etter instruksjonene. Disse instruksjonene kan også inneholde mye fagterminologi som elevene må beherske, eksempelvis eksponentialfunksjon, koordinatsystem, modell (Oldervoll, Orskaug, Vaaje, Hanisch & Hals, 2011, s. 243). Forklaringer og eksempler er også viktig i matematikk og funksjonen til disse er blant annet at de skal være modelltekster for elevene. I likhet med instruksjonene kan disse inneholde mye fagterminologi. Det kan skje mye læring hos eleven når forklaringer og eksempler gjennomgås og jobbes med. Ved arbeid med denne type tekst i matematikk tar en utgangspunkt i noe som er kjent for eleven og jobber seg inn i noe som er ukjent for eleven, slik at kompetansenivået økes (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 124). Teoristoffet i matematikk er preget av mange definisjoner og definisjoner inneholder mange fagbegrep, er kompakt og kan virke fjern for eleven (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 87). Dette må det jobbes godt med slik at eleven forstår hva som står i definisjonene og kan overføre dette til problemstillinger, oppgaver og annen tekst i faget. Med en god gjennomgang av begreper i forbindelse med en definisjon, hindrer en at misforståelser og feiloppfatninger oppstår.

Matematikksjangeren kjennetegnes altså ved at det brukes mye oppgaver, eksempler og forklaringer der forklaringer i matematikk skiller seg fra forklaringer i andre fag ved at de i matematikk beskriver mer en fremgangsmåte. Forklaringer i matematikk omfatter veldig ofte eksempler og verbalspråket har mindre plass enn i andre realfag. Oppgaveløsning preger både matematikktekstene og undervisningen, og det er viktig at elevene kan benytte denne formen for tekstkultur (Maagerø & Skjelbred, 2010, s. 129).

I matematikk jobbes det ofte med rike oppgaver, eksempel på slike oppgaver kan for eksempel være oppgavene på s. 233 i Sinus matematikk 2P der elevene får presentert et funksjonsuttrykk og skal beregne funksjonsverdier, tegne graf i gitt område, finne nullpunkt og ekstremalpunkt grafisk og digitalt, vurdere om modellen passer og bruke modellen til å si noe om utvikling fremover (Oldervoll et al., 2011, s.233). Oppgaver kan betegnes som rike på den måten at oppgavene innbyr til diskusjon, alternative måter å løse dem på og forståelse av begreper (Matematikksenteret, 2016). Oppgavene kan oppleves ulike fra elev til elev blant annet avhengig av hvor god kjennskap eleven har til matematikkens sjangrer og skrivemåter og beherskelsen av dette. Gevinsten med slike oppgaver er mange og kan være utviklende for eleven å jobbe med. Fordeler er blant annet at eleven kan kjenne igjen definisjoner og begrep i ulike sammenhenger, kan få brukt sine basiskunnskaper i nye problemstillinger, tenke matematisk og jobbe med strategier (Matematikksenteret, 2016). Dette gir mestringsfølelse, eleven får utvikle seg og får utfordret seg slik Vygotsky påpeker er viktig for læring i forhold til å bevege seg i grenselandet mellom kjent og ny kunnskap i den proksimale sonen (Imsen, 2001, s. 159).

2.2.4 Hvordan argumenterer elevene?

Det er gjort studier og undersøkelser på hvordan elevene argumenterer i matematikk. Ett eksempel er Nadderud-prosjektet som ble påbegynt våren 2007 med hovedmål å styrke skriving som grunnleggende ferdighet og å få kunnskap om skrivekulturen i de ulike fagene (Hertzberg, 2010). En del av dette prosjektet som ble gjennomført i 2009/2010, var å se på uttrykksevner som ivaretok ferdigheter knyttet til kommunikasjon i matematiske aktiviteter (Jakobsson-Åhl, 2012, s. 12). Det ble fokusert på hvordan elevene brukte de ulike representasjonsformene knyttet til emnet funksjoner. Elevenes besvarelser ble i dette prosjektet klassifisert etter kategoriene symbolsk skriving, lingvistisk oversettelse og ingen forklaring (Jakobsson-Åhl, 2012, s. 13). Med symbolsk skriving menes at elevene bruker nødvendige symboler tilegnet gjennom arbeid med rutineoppgaver. Med lingvistisk oversettelse menes at elevene oversetter matematiske begrep og symbol til hverdagsspråk. Med ingen forklaring menes at elevene ikke begrunner hvorfor eller hvordan de finner det de oppgir. Resultater fra dette prosjektet viser at elevene mangler et formelt språk i matematikk i dette emnet. Elevene brukte mye eget hverdagsspråk iblandet noe matematisk språk og symboler i oppgaver knyttet til praktiske sammenhenger. En konklusjon i dette prosjektet var at læreren måtte være bevist på språkrollen under introduksjonen av stoffet. Dette er også fenomener som funn i min studie viser.

Et annet spennende prosjekt knyttet til argumentasjon er bruken av imaginære dialoger for å se hvordan elevene argumenterer rundt bevisføring i matematikk (Lekaus & Aksevold, 2014). Undersøkelser det her henvises til omfatter bevisføringer vist av læreren og elevens egenproduserte bevis. Imaginære dialoger brukes som et redskap for å hjelpe elevene i argumentasjonsprosessen. Resultater etter dette forsøket viste at imaginære dialoger hadde stort potensiale, men at det kanskje var en arbeidsform som var uvant for elvene. Elevene brukte mye tid på undersøkelse av problemstillingen fremfor tid på argumentasjon og bevis, men dialoger som arbeidsmetode hjalp elevene å strukturere argumentasjon og bevisideen

(Lekaus & Aksevold, 2014). Elevene er nok uvant med denne typen måte å jobbe på, men metoden har stort potensiale og kan være en god innfallsvinkel for systematisering av kunnskap i faget. I min studie har elevene fått lignende oppdrag og ved analyse av elevenes besvarelser i min studie, kan det virke som om elevene leverer besvarelser som har lignende kvaliteter. Lekaus og Askevold sine resultater kan derfor også ha betydning for denne studien.

2.3 Læringsteori

Hvordan oppnår en gode læringsresultater? Samhandling kan være en faktor som bidrar til bedre læringsresultat. God kommunikasjon mellom lærer-elev, elev-elev og bruken av læreverket gir eleven mulighet til å bruke begreper og formulere seg slik at kunnskapen i større grad blir ens egen (Botten, 2011, s. 68). Dette er et konstruktivistisk læringssyn hvor eleven konstruerer sin egen kunnskap i samspill med andre, alene og med omgivelsene. Som lærer er det ønskelig at eleven oppnår forståelse fremfor rituelle handlinger og et konstruktivistisk læringssyn støtter denne tankegangen. Siden matematikk kan regnes som et 2. ordens språk slik jeg beskrev tidligere i oppgaven min, vil en oppnå mer læring i samhandling med andre. I følge Vygotsky (1896-1934) skjer også læring i en sosial sammenheng. Språket har en viktig rolle og er med på å forme elevens forståelse av det som blir presentert i matematikktimen (Imsen, 2001, s. 36). Eleven jobber best når eleven jobber aktivt med lærestoff som er tilpasset elevenes nivå (Imsen 2001, s. 49). Vygotsky mente at selvstendig tenking er et resultat av sosial samhandling og at språket var det viktigste redskapet (Imsen 2001, s. 156). Språket kan deles i sosial aktivitet og i indre tale som sammen er en forutsetning for intellektuell utvikling (Imsen, 2001, s. 157). I følge Vygotsky kan en tenke seg indre tale som en videreutvikling av høytsnakking som barn og dermed indre tale som et grunnlag for tenking og intellektuell utvikling. Vygotsky fremhevet også den proksimal utviklingssone (Bråten, 2012, s. 125). Læring går fra sosial kommunikasjon til individuell kommunikasjon, hvor elev er i stand til å løse matematikkoppgaver i samhandling med for eksempel læreren før elev er i stand til å løse oppgaver alene. Eleven har da beveget seg i den proksimale sonen ved å gå fra det elevene kan klare med hjelp til det eleven klarer uten hjelp (Imsen, 2001, s. 159). Læring skjer ofte i samhandling med andre som for eksempel andre elever eller læreren og undervisningen kan sees på som et middel til økt kunnskap og læring. Undervisning i begrepsforståelse medfører en endring fra hverdagsspråk til et mer abstrakt fagspråk (Bråten, 2012, s. 127). I følge Vygotskys teori om den proksimale sonen bør undervisningen ligge på et litt høyere nivå enn det eleven behersker, dette for å strekke seg etter noe (Imsen, 2001, s. 161). Undervisning i fagrelaterte begrep er viktig for å gi elev referanser til dagligdagse begrep (Imsen, 2001, s. 162) og ved å bruke skriftspråket kreves et høyere nivå hos eleven siden ord må brukes på korrekt måte og fagtekst må formuleres etter kjennetegn for faget (Imsen, 2001, s. 163). God skriveopplæring i faget oppnås ved at en skriver mye i faget og at skriving brukes for å tilegne seg kunnskap (Kringstad & Kvithyld, 2013). I forhold til denne studien kan skriving regnes som noe konstruktivistisk.

Det kan virke som at det kan være vanskelig for elevene å oppfatte forbindelsen mellom representasjonen og det matematiske innholdet. Dette gjelder også bruk av konkreter. Det brukes nok noe konkreter i skolen, men det benyttes nok mer bilder for å visualisere matematikken. Dette fører til at dimensjonen om hva som er det samme og hva som forandrer seg når ting for eksempel roterer, kan bli vanskelig for mange elever å oppfatte og kan komplisere abstraksjonsprosessen i matematikk for elevene (Imsen, 2001, s. 135).

I et sosialkulturelt syn på læring er ikke eleven passiv mottaker av det læreren presenterer, men tolker det som blir presentert gjennom sine egne forestillinger og kunnskaper. Læring skjer altså i en sosial samhandling og elever kommuniserer med symbolspråk (Imsen, 2001, s. 37). Ut i fra et slikt syn på læring, vil en oppleve læring for livet og ikke bare memorering i et kort perspektiv. Under læringen utvikles synet på hvordan eleven ser på ting, og dette fører også til at eleven endre seg personlig. Dette betyr at læring er en del av elevens indre og elevens forhold til verden rundt (Imsen, 2001, s. 53). Elevene har aktivitetstrang og ønsker å finne ut av, forstå, vite, se sammenhenger og har dermed en indre motivasjon for å lære (Imsen, 2001, s. 54). Eleven må selv konstruere sin kunnskap mens læreren bare kan hjelpe til underveis (Imsen, 2001, s. 56). I hvilken grad elevene trekkes inn i læreprosessen og påvirkningen de har på læringsmiljøet, har betydning for elevenes utbytte og potensiale i faget (Botten, 2011, s. 133). Problemløsning er et eksempel på hvordan elevene kan være mer delaktige i læreprosessen (Botten, 2011, s. 143).

2.4 Undersøkende matematikk og Polyas problemløsningsmetode

«Undersøkende matematikk» er en læringsmetode som brukes hyppigere i andre land enn Norge, og denne metoden er effektiv ifølge Kjersti Wæge (Wæge, 2007) som har skrevet doktorgrad om denne metoden. I følge Wæges forskning resulterer metoden i at elevene blir mer glad i faget, får mer tallforståelse, blir mer engasjert og ser mønstre og sammenhenger. Metoden forutsetter at lærer er godt forberedt og inspirerer til at elevene ønsker å løse problemstillingen de har fått (Haugan, 2015). Problemløsningsoppgaver har ikke kjent løsningsalgoritmer og krever at elevene bruker kunnskapen sin og kreativiteten sin. Skriving kan i denne sammenheng være et godt hjelpemiddel for å strukturere informasjon og å hjelpe elevene med å få oversikt slik at de kan velge en løsningsstrategi. Elevenes oppfatning av matematikk endres ved bruk av metoden Wæge beskriver og elevene opplever økt forståelse og læring (Tunstad, 2012). Dette kan også være med på å styrke hvorfor en bør velge åpne oppgaver når elevene jobber med fagstoffet slik jeg har gjort i denne studien hvor jeg ser på hva elevene skriver når oppgavene de skal besvare er åpne.

Polya (Polya, 2009) jobbet med å systematisere problemløsning som metode og strukturerte den i de 4 trinnene forstå problemet, lag en plan, utfør planen og kontroller/reflekter (Olafsen & Maugesten, 2009, s. 49). Polya representerer nyere perspektiv i undervisning der elevene selv konstruerer sin egen måte å forstå på. Dette er en refleksiv prosess der en ser for seg at elevene utvikler og konstruerer egen forståelse. Eleven tar utgangpunkt i konkret og aktuell situasjon og jobber med å forstå problemet. Med bakgrunn i dette modellerer eleven frem sin egen måte å løse det matematisk på. Elevene utvikler sin egen forståelse og undervisning støtter elevens utvikling.

De fire trinnene i Polyas problemsløsningsmetode er (Polya, 2009, s.xvi-xvii):

1. ***Forstå problemet.***
   Ta hensyn til nødvendig informasjon, tegne skisse av situasjonen, velge passende symbolbruk med mer.
2. ***Utarbeide en plan.***
   Finne forbindelse, se på tilsvarende problem, prøve å finne en modell eller metode som kan brukes for å løse problemet og tilsvarende problem. Prøve å gjøre det generelt.
3. ***Gjennomføre planen****.*
   Undersøke hvert trinn og se om det stemmer. Bevise de ulike trinnene om mulig.
4. ***Undersøke om planen stemte.***
   Reflektere rundt løsning og modell en er kommet frem til. Tenke gjennom om det

kunne vært gjort på en annen måte eller om det kan brukes på andre problemstillinger og så videre.

Metoden baseres på at elevene jobber med problemstillinger og ut i fra problemstillingen må lære seg den matematikken som trengs for å løse problemet. Dette representerer et perspektiv i undervisningen der elevene må være deltagende ved selv å konstruere sin egen måte å forstå på. Elevene kan blant annet være deltagende og aktive ved at de skriver for eksempel ved å sortere og systematisere kunnskapen sin for å besvare en slik oppgave som Polya beskriver.

Eleven skal ta utgangpunkt i en konkret og aktuell situasjon og forstå problemet. Ut i fra dette modellerer eleven seg frem sin egen måte å løse en problemstilling matematisk. Undervisningen skal støtte elevens utvikling og hjelpe eleven til å utvikle sin egen forståelse fra det konkret til det generelle. Dette perspektivet på konstruksjon av kunnskap er basert på en heuristisk tenkemåte der bakgrunnen er at det er sammenheng mellom virkeligheten, kunnskap og representasjon. På denne måten vil eleven ved å jobbe på en undersøkende og utforskende måte tilegne seg kunnskap gjennom en problemstilling fra en reell situasjon, objektiv kunnskap og ulike måter å representere dette på (Polya, 2009, s. xvi). I denne prosessen er det viktig at eleven kan bruke hjelpemidler og gjøre seg nytte av disse. Skriving kan sees på som en form for representasjon og et hjelpemiddel så i forbindelse med denne studien er dette aktuelt. Et hjelpemiddel kan gjerne blir et meningsfullt verktøy når kunnskaper om verktøyet og fagkunnskapene utvikles parallelt. Det kan tenkes at abstrakt matematikk kan gjøres mer konkret og forståelig for elevene ved hjelp av ulike representasjoner så kanskje skriving kan være et verktøy som hjelper elevene i å gjøre matematikken mer forståelig og mindre abstrakt. Utfordring her kan være at forbindelsen mellom representasjonen og det matematiske innholdet kan være vanskelig for eleven å forstå eksempelvis eksamensoppgaven jeg har nevnt tidligere der elevene skal arbeide med omregning mellom ulike enheter for trykk i en grafisk fremstilling.

3 Metode

3.1 Forskningsmetode

Målet med denne studien er å undersøke hva elevene skriver i matematikk 2P og om de bruker fagspråk og multimodalitet i besvarelsene sine. For å finne svar på dette har jeg valgt å samle inn elevtekster og se på disse for å se om de kan synliggjøre sin kunnskap i matematikk gjennom skriving. I denne delen av oppgaven min vil jeg beskrive valg i forbindelse med datainnsamling og design.

3.1.1 Metodisk tilnærming

Valg av metode i et forskningsprosjekt er knyttet til formålet til prosjektet og problemstillingen. En må velge seg den metoden som er best egnet til å svare på problemstillingen. Det skilles mellom to typer metoder: kvantitativ metode og kvalitativ metode (Creswell, 2014). Kvantitativ metode brukes ofte på et større antall observasjoner mens kvalitativ metode brukes når antall observasjoner er lite. I denne typen forskning er forskeren nærmere informantene enn ved kvantitativ forskning. Ved kvantitativ forskning får en ofte mye datamateriale fra informantene som skal behandles og det kan lages statistikk over resultatene. Ved kvalitativ forskning vil altså funnene ikke være generaliserbare siden det er snakk om et lite antall informanter/observasjoner, men det er en godt egnet metode når lærere skal undersøke sin egen praksis (Johannessen, Christoffersen & Tufte, 2011, s. 35, Creswell, 2014, s. 579). Jeg velger en kvalitativ forskningsvinkel i min oppgave og å fortolke data i form av elevtekster vil bli en viktig del av min forskning. Dette er mest interessant for meg i min situasjon som lærer fordi det kan hjelpe meg å forbedre min praksis samt å gi meg forståelse av elevers kunnskap lokalt. Med dette regner jeg også med at jeg kommer dypere inn i elevers forståelse enn ved bearbeiding av rent tallmateriale.

Jeg vil undersøke en liten gruppe med matematikkelever i faget 2P, og se om jeg kan avdekke noen mønster i skrivingen hos disse elevene eller om det er noen fellestrekk eller kategorier disse besvarelsene til elevene kan deles inn i. Innen kvalitativ forskning er det flere mulige tilnærminger. En tilnærming er fenomenologisk analyse der en ser på meningsinnholdet i datamaterialet og prøver å lese datamaterialet fortolkende og finne en dypere mening eller sammenheng. Analyse av meningsinnhold består av flere steg og omfatter helhetsinntrykk, inndeling i kategori med fokus på begrep og koder, analyse og sammenfatning. (Johannessen et al., 2011, s. 195). En annen tilnærming er etnografisk analyse der fokuset er en gruppe eller en kultur. Tidligere omfattet dette studie av folks levesett, kultur og samfunn, men det omfatter også studie av en bestemt gruppe og beskrivelse og analyse av denne. Etnografisk design kan resultere i en beskrivelse av kulturen til en gruppe, for eksempel skrivekulturen i en matematikkgruppe og forventningen til denne, basert på forskerens fortolkning av informantenes arbeid (Johannessen et al., 2011, s. 217). Diskursanalyse er også en retning inne kvalitativ analyse og fokuset her er mer på analyse av tekst og utsagn, men ikke det samme som språkanalyse i samfunnsvitenskapelig perspektiv fordi sammenheng mellom språk og virkelighet er viktig her. Tanken her er at språket, for eksempel presentasjonsskriving i matematikk, gir mening til det elevene har erfart og lært seg (Johannessen et al., 2011, s. 235).

I min studie har jeg valgt kvalitativ metode og forskning i klasserommet. Forskningen min er ikke direkte aksjonsforskning fordi jeg bare kartlegger en situasjon i en gruppe uten å gjøre noen endringer eller forsøk. Forskningen min kan også ha trekk av diskursanalyse siden jeg analyserer elevtekster for å se på innhold og om synliggjøring av kunnskap gjennom skriving. Ut i fra dette kan forskningen inneha aspekter av aksjonsforskning siden jeg kartlegger en situasjon uten å gjennomføre en endring (Creswell, 2104, s. 1, s. 609). Dette passer godt for meg i forhold til at jeg jobber som lærer og vil jobbe for stadig å gjøre en bedre jobb med hensyn til å forstå hvordan elevene tenker og samtidig gjøre dem i stand til å oppfylle de forventninger og krav som stilles til dem. Aksjonsforskning er vanlig for lærere å bruke i klasseromsforskning. Dette innebærer forskning som har som formål å samle informasjon om hvordan læreren underviser eller hvor godt elevene lærer (Creswell 2104, s. 609). Jeg velger i min studie å fokusere på tekstanalyse av elevers besvarelser på et utvalg oppgaver for å se om elevene i sine tekster klarer å skrive slik at de synliggjør kunnskap.

3.1.2 Utvalget

Utvalget ble foretatt på grunnlag av flere kriterier. I lys av min bakgrunn ønsket jeg å forske på elever i videregående skole og da fortrinnsvis elever i faget 2P. Siden jeg ønsket å forbedre min egen praksis og tilpasse undervisningen slik at undervisningen ble mer læringseffektiv, valgte jeg å ta utgangpunkt i mine egne elever. For å kunne utføre forskningsprosjektet var det nødvendig å finne elever som skrev i matematikk uavhengig av faglig nivå på elevene i matematikk. Elevtekstene ble valgt ut på bakgrunn av besvarelsene elevene leverte. Jeg har valgt ut noen få representative tekster blant et utvalg på 40 stykker. Tekstene anser jeg å være representative blant annet fordi det er utsagn og ting som går igjen i flere av besvarelser. Tekstene jeg har valgt ut behandles og analyseres i kapittel 4.

3.1.3 Innsamling av data

Innsamling av data kan gjøres på flere måter. Jeg har valgt å samle inn elevtekster hvor elevene har benyttet seg av presentasjonsskriving. I kvalitativ forskning er en ute etter meningsinnhold i motsetning til i kvantitativ forskning hvor en kan tallfeste materialet. Datainnsamlingen har foregått som en del av den ordinære undervisningen. Elevene har fått utvalgte oppgaver de har arbeidet med og levert inn. På denne måten har de produsert skriftlige tekster som jeg har analysert samtidig som de har arbeidet med oppgaver tilknyttet emnet (funksjoner) vi har jobbet med. Det har vært fem oppgaver som har resultert i elevtekster til analyse. Oppgavene ligger i helhet i kapittel 4. Oppgavene er gjennomført i starten, underveis og i slutten av en tidsperiode der aktuelt emne er bearbeidet. Oppgave 1-4 er gjennomført på skolen, oppgave 3 er gjennomført som del av prøve mens oppgave 5 er delvis gjennomført utenom skoletid. Jeg har også gjennomført en liten anonym undersøkelse i forkant av emnet for å få en ide om hvordan elevene foretrekker å jobbe, hva de mener de kan om emnet fra før og hva de ser for seg å lære av nytt stoff.

Jeg jobber altså med to typer data, undersøkelse og elevtekster, som gir meg den informasjonen som jeg bruker i analysearbeidet. Det er elevtekstene som jeg vier mest oppmerksomhet. Hvilken elev som har skrevet hva er ikke viktig. Det som er viktig for meg er å se ulike utgaver av elevbesvarelser på oppgavene som elevene får utdelt. Undersøkelsen er ikke en del av analysearbeidet, men gir meg informasjon om miljøet, kulturen og den enkelte elevs arbeidsmoral, innsats og hva den enkelte elev har av behov. Resultatene av både tekstene og undersøkelsen er behandlet i kapittel 4.

De fem oppgavene elevene leverte besvarelser til ble analysert i forhold til kategorisystem som jeg har beskrevet i kapittel 3.4. Viktige trekk ved tekstanalysen var å se etter typiske skrivetrekk, mønstre og sammenhenger. I kategorisystemet ble faglig innhold, multimodlaitet, ordrikhet, tallrikhet, selvmotsigelser og sammenhenger vektlagt. Disse kategoriene ble valgt selv om det finnes andre kategorisystem fordi disse kategoriene fungerte best på materialet i min studie når materialet skulle analyseres. Dette er nærmere beskrevet i senere delkapittel i oppgaven min. Hensikten med kategoriseringen var at jeg skulle se om elevene gjennom skriving synliggjorde sin kunnskap.

3.2 Forskningsetikk og kvalitet på forskning

Etikk handler om vurderinger i forhold til om det som gjøres er riktig eller galt og alt som får konsekvenser for andre må vurderes uti fra en etisk standard (Johannessen et al., 2011, s. 93). Personer som er deltagere (informanter) i et forskningsprosjekt skal gi informert samtykke med unntak av hvis de ikke vet at de blir observert og de blir behandlet anonymt (Johannessen et al., 2011, s. 96). I tillegg til at en må tenke på den etiske biten som forsker, må en også tenke på kvaliteten i forskningen. Mål som kan brukes for kvalitet innen kvalitativ forskning er pålitelighet, troverdighet og overførbarhet (Johannessen et al., 2011, s. 243).

3.2.1 Pålitelighet

Pålitelighet er knyttet til data i undersøkelsen. I kvalitativ forskning styrker forskeren påliteligheten ved å beskrive prosessen og valg som tas grundig. I min oppgave beskrives prosess, valg og begrunnelse for valg i de ulike delene av oppgaven. Metodevalg og begrunnelser er beskrevet tidligere i dette kapittelet. I forhold til pålitelighet rundt elevenes besvarelser, er elevenes besvarelser sammenlignet med to tilsvarende gruppers besvarelser for å være sikker på at den gruppen som undersøkes ikke har resultater som avviker fra tilsvarende grupper. Sammenligningen av gruppen har foregått veldig uformelt ved at besvarelser på tilsvarende oppgaver i forskjellige 2P-grupper er sammenlignet, for eksempel i form av karakterfordeling på prøver i tilsvarende grupper. Tekstskriving er ikke sammenlignet med tilsvarende grupper, kun prestasjoner i forhold til karakteroppnåelse på prøver i faget. Dette er gjort for å sikre at den gruppen jeg undersøker ikke leverer unike besvarelser og at tilsvarende prestasjoner forekommer i andre grupper.

3.2.2 Troverdighet

I kvalitativ forskning dreier troverdighet seg om at det må være sammenheng mellom fremgangsmåte og funn og om dette gjenspeiler formålet med forskningen. (Johannessen et al., 2011, s. 244). I min oppgave har jeg forsøkt å forklare begrep jeg bruker grundig og tydelig, jeg har fokusert på å forankre funn i teori og andres forskning og gjort vurderinger i forhold til hvilke metode som er best egnet for å undersøke det jeg vil undersøke. I forhold til bruk av informanter så har jeg valgt å bruke mine egne elever fordi de er påvirket av min undervisning. Jeg har fulgt elevene gjennom skoleåret og kan dermed sammenligne den enkeltes besvarelser og se på eventuell utvikling hos den enkelte. Som forsker i mitt eget klasserom vil jeg være pålitelig i den forstand at jeg ikke ønsker å behandle noen elever fordelaktig, men gi alle samme muligheter og samme hjelp. Tilpasset opplæring er noe annet og må ikke blandes sammen med å favorisere enkelte elever. Det handler ikke om å gi noen utvalgte elever fordeler eller mer hjelp, men om å tilpasse og å hjelpe på det nivået med det behovet den enkelte elev har. Utfordringer knyttet til det å forske i egen klasse er jo de to rollene som læreren som forsker da innehar i tillegg til utfordringen knyttet til personvern.

I lys av det nære forholdet som er mellom læreren som forsker og informanten som elev, kan en utfordring være faren for at forskeren kan påvirke informanten. I min oppgave vil jeg samle inn elevtekster og påvirkningen vil kanskje være mindre enn ved intervju i form av samtale med informanten. Formålet med teksten eleven skriver, kan påvirke resultatet av elevtekstens utforming. Oppgave 2 er en oppgave som er gitt på en prøve og som det gis karakter på. Det kan tenkes at eleven er opptatt av å formulere en skriftlig tekst slik eleven tror læreren vil ha teksten. Oppgave 3 er en oversiktsoppgave som eleven skriver til seg selv. Det kan tenkes at eleven skriver annerledes til seg selv enn til læreren, for eksempel fordi elevene har noe av kunnskapen i hodet og ikke synes det er nødvendig å skrive denne ned for seg selv.

3.2.3 Overførbarhet

Overførbarhet handler om at resultatene en kommer frem til gjennom forskningen kan overføres til å gjelde andre situasjoner enn kun den situasjonen som undersøkes. Resultatene jeg kommer frem til i denne studien, kan ha overføringsverdi til andre matematikkfag som for eksempel 1P og 1T, fordi emnet funksjoner er også en del av de fagene. Det kan jo tenkes at en finner noen av de samme elementene i elevbesvarelsene i disse fagene. Studien kan også ha overførbarhet til andre fag siden skriving er en grunnleggende ferdighet, skriving i alle fag er noe som skjer og fokus på skriveprosessen og skriveproduktet er vel noe som skjer i alle klasserom selv om det skrives litt ulikt i forskjellige fag.

3.2.4 Etiske betraktninger

Etikk i forbindelse med forskning dreier seg om mange ting, spesielt når forskningen berører andre mennesker (Johannessen et al., 2011, s. 93). Det er etiske dilemmaer knyttet til blant annet lærerens to roller (forsker og lærer) og hensyn til eleven (Hoel, 2000). Alle som deltar i et prosjekt skal samtykke og det innebærer at de er informert om hva prosjektet går ut på, formålet, hva opplysninger skal brukes til, hva som skjer med opplysninger når prosjektet er slutt (Norsk Senter for Forskningsdata, 2016, 28.12). Dersom informanter er under 16 år må det innhentes samtykke fra foresatte og dersom man skal samle inn/oppbevare personidentifiserende opplysninger (navn, alder, kjønn og så videre) skal dette informeres spesielt om (Norsk Senter for Forskningsdata, 2016, 30.12). Dersom en skal samle inn informasjon digitalt må dette søkes om og godkjennes av NSD (Norsk Senter for Forskningsdata, 2016, 29.12). I min oppgave samler jeg inn informasjon digitalt og da må jeg søke om godkjenning fra NSD. Godkjenningen ligger vedlagt. Informasjonen jeg samler inn (elevtekster) vil elevene levere via læringsplattformen skolen bruker eller i papirform i klasserommet. Når elevene har levert inn sine besvarelser, blir de anonymisert. Deltagelse i forskningsprosjekt er frivillig og informanter kan når som helst uten grunn trekke seg fra prosjektet. Prosjektet mitt påvirker ikke elevene eller fremdriften i faget. Oppgavene som elevene besvarte, var en naturlig del av opplegget i emnet. Oppgavene var enten øvingsoppgaver, repetisjonsoppgaver, prøveoppgaver eller innleveringsoppgaver. Dette er spesifisert senere i denne oppgaven. For meg som forsker betyr det ingenting hvilken elev som har levert hva. Jeg ønsker bare å se på variasjonen i materialet og sammenligne dette med kategorier som er utarbeidet ut i fra forventingene om hvordan elevene vil besvare matematikkoppgaver i 2P. Disse kategoriene har jeg bearbeidet i annen kapittel i oppgaven min. Jeg trenger ikke samtykke fra foresatte da mine informanter er over 16 år.

3.3 Metode i undervisningen

3.3.1 Bakgrunn for valg av undervisningsopplegg

I mitt arbeid med denne masteroppgaven vil jeg i undervisningen jobbe gjennom emnet på en slik måte at det legges opp til både styrte og mindre styrte oppgaver og elevaktiviteter innen et matematisk emne som er relevant for undervisningen i videregående skole. Jeg har valgt å fokusere på faget 2P og emnet funksjoner som er et av læreplanmålene i faget.

Matematikkunnskap kan deles i ulike typer (Schoenfeld, 2009, s. 47). I forhold til videregående skole kan matematikkfagene deles i to typer matematisk utdanning. Den ene typen er utdanning i forhold til å forstå den matematikk elevene blir presentert til daglig, privat, i arbeidslivet og ikke minst i media. Elevene i denne kategorien har matematikk over 2 år, matematikk 1P og matematikk 2P. Det er denne gruppen jeg fokuserer på i min oppgave. Den andre gruppen er de elevene som kommer til å arbeide videre med matematikk etter videregående skole (eksempel ingeniørstudie, andre realfagsstudier). Ut i fra mitt inntrykk har disse elevene ofte talent og interesse for matematikk og de velger gjerne fordypning i faget, altså 1T og så R1/R2.

Min erfaring som lærer har vist meg at i videregående skole i fagene 1P og 2P kan det vært et heuristisk fokus på læring (fokus på å lære arbeidsmetoder og regler), mens bevisføring og undersøkende matematikk har hatt mindre plass i undervisningen. I gjeldende læreplan er det nevnt at elevene blant annet skal arbeide med å undersøke og analysere praktiske problemstillinger.

Uansett hvilken kategori matematikkelevene er i, så kan matematikkfagene oppfattes omfattende og krevende for elevene. For de fleste av elevene har matematikk i videregående skole gått ut på å arbeide med teori og oppgaver som er laget av andre, uten å bli oppfordret til selvstendig matematisk aktivitet eller matematisk utforskning (Schoenfeld, 2009, s. 43). Det har vært fokus på å lære seg matematiske metoder og å øve seg på å løse ulike matematiske problemer. En oppfatning er altså at elevene trenger å modellers eller drilles i samme type oppgave for å lære metoden (Schoenfeld, 2009, s. 49).

I mitt opplegg vil jeg fokusere på at elevene skal bruke kunnskap de har tilegnet seg tidligere i faget, for å løse matematiske problemer og å utvikle «egen» matematikk eller gjøre matematikken ”til sin egen” kunnskap. Å jobbe med en problemstilling og å se logikken i den, er veldig tilfredsstillende for elevene (Schoenfeld, 2009, s. 43). I min studie vil jeg altså fokusere på ulike typer oppgaver og se om elevene benytter seg av selvstendig tenking og arbeid. Jeg vil prøve å la elevene selv komme frem til løsninger og selv gjøre valg i forbindelse med hvordan de vil løse oppgaver og hva de vil vektlegge. Tilsvarende er gjort med stort hell av blant annet Kjersti Wæge i hennes arbeid i forbindelse med doktoravhandlingen om undersøkende matematikk (Wæge, 2007).

Jeg har i forbindelse med denne oppgaven laget et ”bokmerke”, et regelark som skal hjelpe elevene å avkode tekstoppgaver samt huske på hva som er viktig når de løser tekstoppgaver. Dette bokmerket har elevene fått sitt eget laminerte eksemplar av. På ”bokmerket” har jeg tatt utgangpunkt i Polyas metode, tilpasset det til situasjonen i min undervisning og skrevet noen punkter som elevene kan bruke når de skal avkode en problemstilling eller løse en oppgave. Målet med mitt arbeid er å gjøre elevene i stand til å løse sammensatte oppgaver de møter i matematikkfaget. Disse oppgavene er ofte store med mye tekst og med en praktisk problemsstilling og tentamen/eksamensoppgavene består i stor del av slike oppgaver. Eksempel på en slik oppgave ligger i vedleggene i min oppgave. Polya har 4 trinn i sin metode: 1) Forstå problemet, 2) Bearbeide problemstillingen, 3) Gjennomføre problemløsning og 4) Kontrollere løsning. Her er en oversikt som viser tanken bak ”bokmerket” og koblingen til Polyas metode:

Bokmerket:

Ting å Tenke på ved Tekstoppgaver

HVA HANDLER OPPGAVEN OM?
→ forstå det som står i oppgaven (forstå problemet).

Hva handler oppgaven om?
Hvilke opplysninger får du?
Hva skal du finne?
Skal du bruke noen metode?
Hva trenger du? Formler?
Hjelpemidler?

HVA GJØR DU?
→ vise hvordan du gjør det. (finne, beregne, løse det oppgaven spør etter)

Hvilke formler vil du bruke?
Må du regne ut noe annet før du kan regne ut det du skal?
Hvordan regner du det ut?
Må du tegne graf?
Må du skrive forklaring?

Vis det du gjør.
Skriv det du tenker.
Bevis det du skal finne.

HVA FANT DU?
→ fortelle hva du fant. (konklusjon)

Svar på det oppgaven spør om.
Hva fant du?

Knyttet til Polyas metode:

HVA HANDLER OPPGAVEN OM?
Polya trinn 1.
Her må elevene lese oppgaven i teksten nøye, de må hente ut nødvendig informasjon, sortere opplysningene som er i teksten, velge passende symboler som kan bruke, gjerne tegne en skisse. Elevene må få en oversikt over situasjonen slik Polya beskriver det i trinn 1.

HVA GJØR DU?
Polya trinn 2 og 3.
Jeg har valgt å la trinn 2 og 3 gå over i hverandre. Trinn 3 går også litt inn i min fase 3.Her må elevene bruke informasjonen fra fase 1. De må finne flere forbindelser, velge brukbare formler for å regne ut det de trenger å regne ut, velge modell. Ofte er det slik at elevene må gjøre noen beregninger før de kan begynne på beregningene det spørres etter. De må ofte se på tilsvarende eksempler/oppgaver og overføre dette til problemstillingen som skal løses nå. De må bearbeide problemstillingen. Det er naturlig at elevene samtidig undersøker om det de finner ut kan stemme, altså at de gjennomfører problemløsning. Eksempel er at de har valgt en formel de skal bruke, så beregner de det de skal med det samme.

HVA FANT DU?
Polya trinn 3 og 4.
Jeg har valgt å la trinn 3 og 4 går over i hverandre fordi når elevene har foretatt en beregning, er det ønskelig at elevene gjør en vurdering av svaret med det samme. Det er ønskelig at de reflekterer rundt om det de kom fram til i delberegningen kan stemme selv om dette ofte er fraværende i elevbesvarelser. I fase 3 har jeg i tillegg fokusert på at elevene må fremheve hva de er kommet frem til som en konklusjon på problemstillingen. Dette punktet er viktig for at elevene skal få vist at de forstår hva de har beregnet eller kommet frem til. Når en løser tekstoppgaver i matematikk kan en tenke at en bruker deler av IMRAD-metoden. Jeg nevner ikke IMRAD på bokmerket, men jeg forutsetter at metoden er kjent og at elevene gjerne bruker deler av denne i oppbyggingen i sin besvarelse. Siden matematikk er i en særstilling blant realfagene hadde det kanskje vært naturlig å minne elevene på bruken av denne metoden.

3.3.2 Kompetansemål knyttet til undervisningopplegg

Jeg har valgt å lage et undervisningsopplegg innen et konkret læreplanmål i faget matematikk 2P, funksjoner. Kompetansemålene jeg har valgt ut fra læreplan for matematikk 2P inneholder mål som gir rom for mer selvstendig arbeid og utforsking. Erfaringsmessig legges det ikke stor vekt på disse målene, fordi tidspress i faget gjør at det prioriteres å forelese og å anbefale oppgaver for elevene. I læreplanen for matematikk 2P står det følgende om den grunnleggende ferdigheten skriving:

Å kunne skrive i matematikk inneber å beskrive og forklare ein tankegang og setje ord på oppdagingar og idear. Det inneber å bruke matematiske symbol og det formelle matematiske språket til å løyse problem og presentere løysingar. Vidare vil det seie å lage teikningar, skisser, figurar, grafar, tabellar og diagram som er tilpassa mottakaren og situasjonen. Skriving i matematikk er ein reiskap for å utvikle eigne tankar og eiga læring. Utvikling i å skrive i matematikk går frå å bruke enkle uttrykksformer til gradvis å ta i bruk eit formelt symbolspråk og ein presis fagterminologi. Vidare går utviklinga frå å beskrive og systematisere enkle situasjonar med matematikkfagleg innhald til å byggje opp ein heilskapleg argumentasjon omkring komplekse samanhengar.

(Utdanningsdirektoratet, 2016 a).

Med bakgrunn i dette tar jeg utgangspunkt i hovedmålet *Modellering* og *Funksjonar i praksis* i læreplanen for matematikk 2P i når jeg skal lage undervisningsopplegg.

Modellering

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- *gjere målingar i praktiske forsøk og formulere matematiske modellar på grunnlag av observerte data*
- *analysere praktiske problemstillingar knytte til daglegliv, økonomi, statistikk og geometri, finne mønster og struktur i ulike situasjonar og beskrive samanhengar mellom storleikar ved hjelp av matematiske modellar*
- *utforske matematiske modellar, samanlikne ulike modellar som beskriv same praktiske situasjon, og vurdere kva for informasjon modellane kan gje, og kva for gyldigheitsområde og avgrensingar dei har*
- *bruke digitale verktøy i utforsking, modellbygging og presentasjon*

Funksjonar i praksis

Mål for opplæringa er at eleven skal kunne

- *bruke digitale verktøy til å undersøkje kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, potensfunksjonar og eksponentialfunksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjeringspunkt og finne gjennomsnittleg vekstfart og tilnærmingsverdiar for momentan vekstfart*
- *bruke funksjonar til å modellere, drøfte og analysere praktiske samanhengar*

(Utdanningsdirektoratet, 2016 b).

I løpet av bearbeidingen av dette emnet, gjennomgås alle kompetansemålene for elevene. Dette gjøres fordi elevene på denne måten får oversikt over ulike typer funksjoner og modeller samt innblikk i hvordan nyttige verktøy kan brukes og det er nødvendig med visse innslag av gjennomgang. Dersom elevene selv skulle funnet ut av hvordan for eksempel GeoGebra kan brukes, ville det gått uhensiktsmessig mye tid vekk. I denne gruppen elever kreves det også ofte litt god klasseledelse for å sørge for en fremdrift. Det er viktig at elevene kan det grunnleggende innenfor bruken av hjelpemidler slik at de slipper å bruke mye tid på å lære seg verktøyet. I første del av undervisningsforløpet skal elevene jobbe med metode og læreren leder elevene gjennom ulike problemstillinger knyttet til emnet funksjoner. Elevene vil også lære seg å bruke digitalt hjelpemiddel slik at de kan bruke verktøyet når de skal jobbe mer selvstendig med problemstillinger senere. Digitalt verktøy er helt nødvendig for elevene å lære seg i denne sammenhengen. Ikke bare er det et nyttig verktøy for elevene, men det er også et kompetansemål i emnet og en grunnleggende ferdighet.

3.3.3 Oppgavene til elevene

Elevene fikk fem oppgaver i løpet av perioden som det ble jobbet med emnet funksjoner. Disse oppgavene var grunnlag for tekstene som ble analysert. Oppgavetypen på de fem oppgavene varierte og hadde ulike hensikter. Tradisjonelt kan det gjerne være noe pugg og drill i matematikk, men å jobbe med problemstillinger som innebærer at elevene må lage modeller for tankene, formulere regnestykker, sammenhenger og representere opplysningene i form av for eksempel graf eller tabell, danner grunnlag for forståelse (Enge & Valenta, 2012). Denne typen oppgaver er mer tidkrevende å jobbe med og ved å velge noen slike oppgaver får elevene anledning til å gå mer i dybden og å utvikle strategiene sine (Enge & Valenta, 2012). Tanken bak valg av oppgavene i denne studien er at oppgavene skal dekke både pugg, drill og litt valgfrihet. Oversikt over de ulike oppgavene følger under.

Oppgave 1 var en innledende oppgaver om modeller. Hensikt med disse oppgavene var å se hvilken kunnskap elevene hadde om modeller før emnet var gjennomgått. På denne oppgaven fikk elevene bruke hjelpemidler og skrive opp det de synes var sentralt i forhold til ulike modeller og funksjoner. De fikk bruke hjelpemidler for samtidig å aktivere mest mulig av bakgrunnskunnskapen til elevene slik at de ved å bruke hjelpemidlene ble påminnet om hva som var viktig i dette emnet. Elevene har selv valgt hva de vil trekke ut og skrive ned. Oppgaven var laget av læreren.

Oppgave 2 var en kontrolloppgave uten hjelpemidler. Hensikt med denne oppgaven var å se hva elevene kunne om funksjoner uten å bruke hjelpemidler. Med denne oppgaven håpte jeg å se igjen det elevene har trukket frem som viktig på den innledende oppgaven. Oppgaven var opprinnelig en eksamensoppgave, men er omformet av læreren.

Oppgave 3 var en oversiktsoppgave om funksjoner. Hensikt var å se hva elevene kunne om ulike typer funksjoner og hva de syntes var viktig i forbindelse med ulike typer. Med denne oppgaven håpte jeg å se at elevene kunne skille mellom de ulike typene funksjoner, hva som var karakteristisk for hver og om de kunne gå mellom ulike representasjoner (tekst-tabell-uttrykk-graf). Oppgaven var en tabell i A4-format som de skulle fylle inn i. De fikk bruke hjelpemidler og ble også opplyst om at dette kunne de bruke som et regelark for funksjoner senere. Oppgaven var laget av læreren.

Oppgave 4 var en sammensatt oppgave der elevene får presentert en problemstilling. Hensikt var å se om eleven kan bearbeide opplysninger og fremstille dette på en hensiktsmessig måte i dette emnet. Oppgaven var hentet fra elevenes lærebok.

Oppgave 5 var en åpen oppgave der elevenes valgfrihet er stor. Hensikt med denne oppgaven er å se hvilke valg elevene gjør i forbindelse med åpne oppgaver i emnet. Elevene fikk selv velge tallmateriale som passer til en slik problemstilling, bearbeide dette og fremstille det på hensiktsmessig måte. Oppgaven var laget av læreren. Tanken bak oppgave 5 var at de skal bruke deler av Polyas metode. En slik oppgave som dette er kan gjerne være en oppgave som vil hjelpe elevene til å se en større sammenheng i det de har lært i matematikktimene, og det kan også gi rom for kreativitet og engasjement på den måten at eleven har mulighet for å velge problemstillinger eleven selv er opptatt av og trekke dette inn i matematikken. I denne oppgaven måtte elevene foreta valg og bruke kunnskapen sin i en problemstilling som gir elevene utfordringer og muligheter med hensyn til hvordan oppgaven gripes an og løses. Elevene måtte bruke sin forkunnskap og gjøre valg i forhold til hva som er hensiktsmessig fremgangsmåte. Det er ikke alle elever som liker slike oppgaver like godt, og noen synes det er vanskelig å komme i gang med slike åpne oppgaver. Det var ønskelig at flest mulig av elevene klarer å komme i gang med og å løse slike oppgaver, men noen elever trenger litt starthjelp. Som lærer var jeg derfor være tilgjengelig og hjalp elevene med å velge utgangspunkt for oppgaven sin. I tillegg er det nyttig for elevene at det lå eksempler på tallmateriale vedlagt i oppgaven. I oppgaveteksten har jeg prøvd å sette elevene i best mulig stand til å starte med oppgaven uten å legge for mange føringer for dem og har skissert en fremgangsmåte slik at de skal bli drevet fremover uten at de er blitt diktert hvordan det skal gjøres. De må velge selv.

3.4 Kategorisering av elevenes besvarelser

Jeg er ute etter å få et inntrykk av hva elevene skriver og hvordan de synliggjør kunnskap i sin skriving, så jeg vil ikke evaluere i form av karakterer slik elevenes arbeid ofte evalueres i skolen. Jeg vil analysere tekstene basert på ulike kategorier og på den måten studere fagspråket. Resultatene presenterer jeg i kapittel 4.

For å kategorisere elevens tekster vil jeg bruke ulike koder for ulike kategorier i besvarelsene. Ved kategorisering av elevtekstene må en se på hva som kjennetegner de ulike besvarelsene, fellestrekk og forskjeller. Av erfaring har jeg sett at elevene skriver mye forskjellig når oppgaver besvares i matematikk. I min studie vil jeg se etter følgende forekomster i mitt materiale:

1. Faglig innhold
2. Multimodalitet i besvarelsen
3. Ordrik besvarelse
4. Tallrik besvarelse
5. Selvmotsigelser
6. Sammenhenger

Kategori 1 kjennetegnes ved at det er faglig innhold og besvarelsen kan være preget av matematisk innhold med eller uten sammenheng. Dette kan tyde på at eleven har forståelse for sammenhenger mellom ulike metoder og algoritmer. Besvarelsen kan også være preget av faglig innhold som ikke nødvendigvis hører med til den aktuelle problemstillingen, noe som kan tyde på at eleven ikke har forståelse for regnemetode som skal benyttes. Fagbegrep og fagspråk er også en del av faglig innhold. Dette kjennetegnes ved bruk av fagbegrep og fagspråk som enten er brukt på korrekt måte eller som er feilaktig brukt. Korrekt bruk av fagbegrep og fagspråk kan tyde på at eleven har kontroll på det matematiske innholdet i besvarelsen. Feilaktig bruk kan tyde på at eleven har misforstått eller kanskje gjetter eller prøver å huske hva som skal brukes i gjeldende problemstilling.

Kategori 2 kjennetegnes av en besvarelse som kan være rik på mangfoldighet og ulike representasjonsformer i en matematisk sammenheng. Dette kan dreie seg om symbolbruk, funksjonsuttrykk, tabell, graf og tekst. En slik besvarelse er ofte det som er ønskelig at elevene leverer, og det kan tyde på at eleven har forståelse for matematikkens sammensatthet. Det kan også være at en besvarelse er preget av ensidig type representasjon eller at en representasjon ofte mangler. Dette kan da tyde på at eleven ikke har forstått eller ikke ser betydningen av hva de ulike representasjonen forteller og det helhetlige bildet ulike representasjoner til sammen gir.

Kategori 3 er kjennetegnet med at elevene bruker mange ord i besvarelsen sin. Ordene som brukes er ikke nødvendigvis fagord så besvarelsen kan bære preg av hverdagsspråk eller den kan bære preg av fagspråk (fagspråk kommer inn i kategori 4). Kategori 1 kan altså være en ordrik tekst med manglende fagspråk, bruk av hverdagsspråk for å beskrive matematiske sammenhenger.

Kategori 4 er kjennetegnet ved bruk av mange tall i besvarelsen. Tallene kan være del av utregninger og tallene kan ha tilhørighet til oppgavens innhold. Besvarelsen kan også være tallrik fordi eleven har prøvd seg frem med ulike tallkombinasjoner. En tallrik besvarelse trenger ikke nødvendigvis å være rett besvart selv om elevene har skrevet mange tall i ulike kombinasjoner. Det kan ligge mye hoderegning bak en tallfattig besvarelse fordi enkelte elever besvarer kun med det som er svaret på oppgaven uten å vise til noe mer. Disse elevene har da foretatt en eller annen beregning i hodet og kommet frem til et resultat som de presenterer uten mer forklaring.

Kategori 5 kjennetegnes av selvmotsigelser i form av at eleven presenterer en formel eller en løsning som ikke stemmer med konklusjonen som gis eller svaret eleven kommer frem til. Det kan også være selvmotsigelser eleven bruker som en sannhet underveis i en algoritme. Dette kan en finne flere eksempler på blant annet innen regning med potenser. Det kan være snakk om påstander/beregninger som ikke brukes konsekvent i en utregning. Det kan være snakk om en konkusjon som ikke stemmer med beregningene eller en mistolking av en verdi.

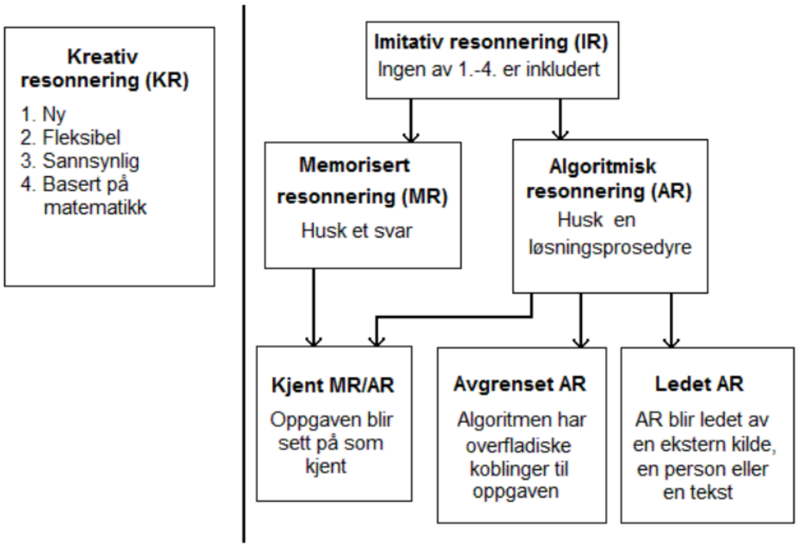
Kategori 6 kjennetegnes av sammenhenger, oversikt og forståelse. Eleven viser matematisk kompetanse ved å bruke logikk og algoritmer på en korrekt måte. En besvarelse kan være preget av sammenheng, men allikevel ha feil i det matematiske grunnlaget for eksempel hvis en elev bruker en formler eller tall på ukorrekt måte eller gjør et feilvalg i forhold til modell (lineær, polynom mfl) eller representasjon (tabell, diagram, graf mm).

Andre måter å jobbe med koding på har Jakobsson-Åhl vist i sin doktoravhandling om matematisk kommunikasjon (Jakobsson-Åhl, 1999). Niss har også jobbet med inndeling i kategorier og har fokusert på ulike kompetanser i matematikk (Niss, 2002). Leer har også benyttet koding sitt arbeid om vurdering av matematisk problemløsning. Leer sin koding er basert på Lithner sitt arbeid (Leer, 2009). I forhold til materialet i min studie har jeg funnet det mest passende å kategorisere elevenes besvarelser ut fra egenlagde kategorier. Sammenhenger og overganger til både Jakobsson-Åhl og Leer sine kategorier var ikke så enkelt med mitt materiale. Det var for eksempel litt vanskelig å finne en passende overgang for eksempel for en ordrik besvarelse fordi en ordrik besvarelse var være flere ting og ikke nødvendigvis kreativ besvarelse eller en besvarelse med høyt faglig innhold. Kanskje er det slik i matematikk at en genial besvarelse faktisk kan være kort. Det var litt vanskelig å avgjøre om disse ulike kategorisystemene faktisk korresponderer så bra, men det var inspirerende å lese om andre måter å kategorisere elevene sine besvarelser selv om det var problematisk å plassere mine funn i disse kategoriene. Jeg vil allikevel nevne andre måter å kategorisere på selv om jeg ikke bruker disse ved kategorisering av besvarelsene i min studie.

Leer deler matematisk resonering deles inn i to hovedtyper, kreativ resonering og imiterende resonering (Boesen, 2006, s.17, Leer, 2009, s. 28). Kreativ resonnering (KR) kan deles inn i lokal kreativ resonnering (LKR) og global kreativ resonnering (GKR). Med kreativ resonering (KR) menes at eleven legger en plan for løsning av oppgaven. Ulike tilnærminger kan brukes og metode for løsning av oppgaven tilpasses til situasjonen og eleven bruker argumenter for å støtte strategien. Argumenter baseres på matematiske sammenhenger og sannheter. Det er flere krav som må være oppfylt for at resonneringen skal regnes som kreativ. Resonneringen er ikke en imitasjon av et svar eller en løsningsprosedyre og er heller ikke basert på gjetting eller vage antagelser, men er preget av oversikt og kreativitet (Leer, 2009, s. 26-29, Boesen, 2006, s. 20):

1. Ny: Resonneringen må være ny eller en glemt sekvens må bli gjenskapt.
2. Fleksibel: Det må være snakk om flere mulige tilnærminger og tilpasninger til problemet.
3. Sannsynlig: Argumenter som brukes for å støtte at konklusjonen er sannsynlig og riktig.
4. Basert på matematikk: Grunnleggende, matematiske egenskaper er tatt med i resonneringen.

Lokal kreativ resonnering (LKR) er en blanding av imiterende resonering (IR) med innslag av kreativ resonering (KR). Hovedvekten er altså imiterende, men eleven viser evne til kreativitet. Global kreativ resonnering (GKR) er en blanding av kreativ resonering (KR) med innslag av imiterende resonering (IR). Imitativ resonnering (IR) kan deles inn i memorisert resonnering (MR) som er å pugge svar på oppgaver, huske svaret og skrive dette ned og algoritmisk resonnering (AR) som går ut på å huske en algoritme som gir rett svar og bruke denne algoritmen for å løse oppgaven og finne svaret. MR og AR kan igjen deles inn i underkategorier som Leer kaller kjent MR/AR, avgenset AR, og ledet AR. Med avgrenset AR menes løsningsmetode eller algoritme eleven velger å bruke blir hentet fra ett sett med algoritmer som kan passe til denne typen oppgave. Eleven velger ut en formel tilfeldig av de som kan passe til situasjonen i oppgaven. Med ledet AR menes at en ekstern kilde ledere elevens resonnering. Ekstern kilde kan være tekst eller person. Ved imitativ resonnering (IR) kopieres/etterlignes løsningsprosedyrer fra tilsvarende oppgaver. Det konstrueres altså ikke egne måter å løse oppgaven på, kopiering av løsningsprosedyrer for lignende oppgaver og egen måte å resonnere på konstrueres ikke. Med minnebasert resonnering (kjent MR/AR) menes at elevens løsning på oppgaven huskes for eksempel ved pugging av bestemt metode, og svaret på oppgaven skrives ned. Elevene kjenner igjen oppgavetypen og husker hvordan denne kunne løses, undersøker om oppgaven ligner andre oppgaver hvor eleven har fullstendig svar eller algoritme til å løse den. Med avgrenset algoritmisk resonnering (avgrenset AR) har eleven memorert algoritmer og bruker disse som strategi for å løse oppgaven. Algoritmisk resonnering kan også deles inn i ledet AR som beskriver en løsningsstrategi der eleven får hjelp av en utenforstående (lære/medelev/annen) til å løse oppgaven. En oversikt over de ulike kategoriene er gitt i figuren under.



Figur 3.1: Oversikt over ulike typer resonering basert på Boesen (Leer, 2009 s. 28)

Det er flere sammenhenger mellom dette systemet og de kategoriene jeg har valgt å bruke og jeg vil påpeke noen . Kreativ resonnering (KR) er vel den kategorien som stiller størst krav til en besvarelse. En slik besvarelse kan en tenke at inneholder faglig innhold (1) og multimodalitet (2). Korrekt faglig innhold medfører gjerne at besvarelsen ikke inneholder selvmotsigelser (5), men har sammenhenger (6). En god besvarelse som oppfyller KR kan en altså tenke at også oppfyller kategoriene 1, 2 og 6 som brukes i denne studien. Kategoriene ordrik (3) og tallrik (4) kan nok variere fordi det er ulikt hvor mange ord og tall som kreves for at en besvarelse skal være fullstendig.

Algoritmisk resonnering (AR) kan en tenke at er en besvarelse bestående av kun et skjermbilde fra GeoGebra uten nærmere forklaringer. Å besvare en oppgave ved å vise til et skjermbilde fra GeoGebra, forteller lite om forståelsen eleven innehar. Dette kan bære mer preg av at eleven husker hvordan en løser den type oppgave. En slik besvarelse vil uten mer forklaring ikke dekke kategoriene 1, 3, 4 og 6 som er brukt i denne studien.

I denne studien kan memorisert resonnering (MR) og algoritmisk resonnering (AR) gå litt over i hverandre ved at en elev gjerne husker at svarformen på oppgaver som dreier seg om funksjoner skal være i form av noe bearbeidet i GeoGebra.

Avgrenset algoritmisk resonnering (Avgrenset AR) kjennetegnes ved at elevens besvarelse har noen trekk som passer med algoritmen som kan brukes for å løse oppgaven. En besvarelse vil da kanskje delvis eller ikke oppfylle kategoriene som er brukt i denne studien.

4. Resultater og analyse

4.1 Spørreundersøkelse - Tilbakemeldinger fra elevene

Underveis i bearbeidingen av fagstoffet, bruker jeg tilbakemeldinger fra elevene som en liten styring for hvordan undervisningen legges opp og tilpasses. Etter min mening er undervisning dynamisk og behov endrer seg underveis. For å få elevenes tilbakemeldinger, bruker jeg små og anonyme undersøkelser som elevene besvarer på læringsplattformen. Tilbakemeldingene fra elevene bruker jeg til å styre hvordan veien videre i faget blir. Jeg har allerede lagt en plan, men endrer på denne dersom tilbakemeldingene fra elevene tilsier at jeg bør det. I denne spørreundersøkelsen kikket jeg blant annet etter om elevene foretrakk noen bestemt måte å arbeide skriftlig på i faget i det spørsmålet som dreide seg om hvordan elevene foretrakk å jobbe i faget. Ellers gikk tilbakemeldingene på opplevd arbeidsmengde, foretrukken arbeidsmetode, opplevd læringsutbytte, hva som er vanskelig, ønske om hvordan en skal jobbe, arbeidsro med mer.

Hva svarte elever på spørsmålet: Hvordan foretrekker du å jobbe med dette faget? Hvilke arbeidsmåter skal vi bruke i faget for at du lærer mest?

- *Jeg foretrekker at vi først går igjennom hva vi skal jobbe med, deretter får vi oppgaver knyttet til det vi har gått gjennom som vi skal jobbe med.*
- *Gruppearbeid og oppgaver på tavlen.*
- *Foretrekke å jobbe med oppgaver å felles på tavla.*
- *Jeg liker at lærer viser og forklarer på tavla. Da får jeg med meg mest, og jeg føler jeg lærer bedre når jeg får det vist og forklart før jeg gjør oppgaver.*
- *Jeg jobber helst med faget i timene på skolen. Men bør nok begynne å jobbe mer med faget hjemme også.*
- *Jeg foretrekker å løse ulike oppgaver for meg selv og tavleundervisning*
- *arbeid med oppgaver i timen individuelt.*
- *Gjennomgang*
- *Gjøre oppgaver*
- *I timene og litt lekser*
- *Kan egentlig jobbe hvor som helst, det eneste som spiller inn er om det er mulig å konsentrere seg.*
- *Jeg synes det er greit når vi går gjennom emnet, og så jobber med oppgaver.*
- *Veldig glad for lekser.*
- *Jeg foretrekker at du gir oss oppgaver i begynnelsen av timen slik at vi kan jobbe litt med det før du går gjennom det. På denne måten er jeg mer med, for når du gjennomgår først blir konsentrasjonen min dårlig og jeg får ikke med meg alt. Jeg forstår ting bedre når jeg*

jobber med oppgave og spør deg ansikt til ansikt istedenfor å gjennomgår det på tavla. Vi burde få 2 oppgaver å jobbe med til neste mattetime.

Dette forteller meg at elevene foretrekker å jobbe med oppgaver og gjerne samarbeide i par. Elevene foretrekker å avgrense jobbingen til det stoffet som er på planen i øyeblikket. Det er nyttig at læreren går gjennom lærestoffet felles på tavlen, viser noen oppgaver og at elevene så jobber selv med oppgaver til gjennomgått lærestoff. Det oppleves også som nyttig at læreren går gjennom litt vanskeligere oppgaver felles på tavlen etter at elevene har forsøkt å gjøre dem selv. I forhold til skriving forteller disse tilbakemeldingene meg at elevene foretrekker at læreren skriver på tavlen. Det kan altså tenkes at det er nyttig for elevene å se hva læreren skriver og hvordan læreren skriver dette. Det læreren skriver på tavlen oppleves kanskje som en form for modelltekst for elevene. Tilbakemeldingene forteller meg også at elevene foretrekker å skrive selv i form av oppgavebesvarelser. Flere elever svarer at de ønsker å jobbe med oppgaver og i den forbindelse er det snakk om skriftlig arbeid.

Hva svarte elever på spørsmålet: Hva forventer du at du skal lære om funksjoner? Hva må du lære deg mer om?

- *Kan mye fra før. Tror ikke jeg må lære så mye, men jeg må repetere.*
- *Alt*
- *Kap 4 (min kommentar: altså det som står i læreboken)*
- *Jeg må friske opp ting, og lære det enda bedre*
- *Hadde T-matte i fjor, så jeg føler jeg har ganske god kontroll på dette.*
- *Det var noe av det jeg slet med i 1. Klasse. Hvordan jeg skal tenke.*
- *Kan en del om dette fra 1T i fjor*
- *Har hatt om funksjoner, men lærte det aldri skikkelig! ALT.*
- *Repetere fra i fjor*

Dette forteller meg at elevenes forventning om å lære noe nytt er ikke kjempestor. Mitt inntrykk er at de skal vedlikeholde kunnskap de allerede har. I 2P er det mye repetisjon fra tidligere fag. Området funksjoner utvides noe, men ellers er mye kjent for elevene. Mitt inntrykk er også at elevene velger 2P fordi det regnes som enkelt å ha ved siden av tunge programfag samt at det er enklere å få god karakter i 2P, noe som drar opp snittet på karakterene. Noen elever kan mye, andre kan lite. Noen elever opplever at det er mange kjente begrep, men ofte så viser det seg at de ikke husker så godt som de trodde. Når elevene besvarer dette spørsmålet, nevner de ikke noen fagbegrep. Det hadde kanskje vært naturlig at de nevnte noe de kunne godt i emnet, men det er altså helt fravær av fagbegrep. Dette forteller meg at det kanskje ikke er naturlig for elevene å bruke fagbegrep. Flere av elevenes svar kan gi inntrykk av at de kan litt om emnet, men de unnlater allikevel å nevne fagbegrep. Elevene nevner for eksempel at de trenger å lære "alt", men de nevner ikke at de trenger å lære om stigningstall eller om skjæringspunkt eller lære å tegne en graf osv. Dette forteller meg altså at elevene ikke klarer å utrykke seg så presist om hvilken kunnskap de mangler eller hvilken kunnskap de har.

Hva svarte elever på spørsmålet: Hvorfor skal du lære om dette?

- *Få gode karakterer*
- *Bestå i matte*

Dette forteller meg at det er stor forskjeller i forhold til motivasjonen i faget. Motivasjonen svinger fra å bestå matematikken til å få god karakter i matematikk. Både å bestå i faget og å få gode karakterer kan være et uttrykk for instrumentell læring i faget. Dette forteller meg at elevene kanskje ikke er ute etter den store forståelsen, men heller å lære nok til å bestå eller å få den karakteren de har lyst på.

Hva svarte elever på spørsmålet: Hvordan foretrekker elevene å jobbe?

- *Gjøre masse oppgaver.*
- *Bruke læreboka*
- *Bruke GeoGebra*
- *Bli flinkere til å bruke GeoGebra*
- *Snakke med deg (red: lærer) om det er ting jeg lurer på*

Dette forteller meg at elevene er ansvarsbevisste og innstilt på at det er de som må jobbe med matematikken. Læreren er en veileder som de kan spørre om hjelp ved behov. Dette forteller meg også at elevene ser på skriving som et redskap for å jobbe med faget. Det er underforstått at "gjøre oppgaver" i denne sammenheng betyr å gjøre oppgaver skriftlig. "Bruke GeoGebra" omfatter også skriving digitalt. Ut fra dette kan det se ut som elevene synes at skriving er et nyttig verktøy for å jobbe med et fag.

4.2 Hva må til for å løse en oppgave?

Elevene må avkode tekstoppgavene for å kunne besvare oppgavene. Avkoding av tekstoppgaver er av erfaring vanskelig for mange elever. De må lære seg å lese oppgavene på en slik måte at de klarer å skille ut vesentlig informasjon i de ulike formene informasjonen er gitt. Tekstoppgavene bør leses mens en noterer og markerer det som er viktig informasjon. En må også klare å skille ut den informasjonen en ikke trenger. "Bokmerket" jeg beskrev i kapittel 3 i oppgaven min kan være et hjelpemiddel for elevene å avkode tekstoppgavene og å komme frem til nødvendig informasjon for å løse oppgaven. For å besvare en oppgave må elevene finne ut hva oppgaven handler om. De må finne ut hva som er nødvendig og nyttig informasjon og så velge egnet metode for å løse oppgaven. Å skrive på oppgavearket kan nok være nyttig ved flere oppgaver, men det er ikke sikkert at det er særlig vanlig å gjøre blant elever. For å avkode tekstoppgaver har jeg anbefalt mine elever å bruke "bokmerket" jeg har beskrevet i kapittel 3.

Oppgaver kan besvares på mage måter, for eksempel ved å bruke en bestemt algoritme eller metode. For å klare dette bør elevene forstå grunnleggende begrep og beherske enkle, standardiserte fremgangsmåter. Eksempel på en slik oppgave er å tegne grafen. Noen ganger må oppgavene løses ved å sammenligne med tilsvarende situasjoner i andre oppgaver, kjenne igjen sammenhenger og ut fra dette velge fremgangsmåte. Elev må vise forståelse for sammenhenger og begrep. Eksempel på tema i en slik oppgave kan være modell for befolkningsutvikling eller modell for konsentrasjon av medisin i blodet. Utfordringer her kan være dersom elev er ukjent med tema i oppgaven, så kan overføringen bli vanskelig. Av erfaring har jeg sett at en problemstillinger som ofte gir elevene utfordringer er når oppgaven er knyttet til radioaktive stoffer, halveringstid, bakterievekst eller trykk slik jeg nevnte innledningsvis i oppgaven min.

Elevene bør også beherske å gå mellom ulike representasjoner slik at de klarer å representerer datamateriale på ulike måter som tekst, funksjonsuttrykk, graf og tabell. Dette forutsetter at elevene forstår problemstillingen i oppgaven og sammenhengen mellom de ulike representasjonsformene. Utfordringene for elevene kan også her være at dersom de er ukjent med tema i oppgaven, kan overføringen bli vanskelig. Fordeler med ulike representasjoner er at det også kan være en hjelp for elevene til å kjenne igjen/huske hvordan dette er gjort i andre oppgaver og dermed velge fremgangsmåte på bakgrunn av det. Av og til er oppgaven formulert slik at det står hint i oppgaven hvordan oppgaven kan løses eller det gis en antydning om en fremgangsmåte som kan benyttes. Eksempel på dette kan være at det står i oppgaven at det skal brukes polynomfunksjon for å finne en modell for et tallmateriale. Enkelte oppgaver er formulert slik at det er oppgitt i oppgaven hva svaret kan være enten i form av svaralternativer eller konkret svar. Eksempel på dette er at det står i oppgaven vis at antall bakterier etter 4 timer etter modellen er 200 000. Når oppgaven er slik formulert kan elevene velge passende strategi enten i form av å prøve seg frem, få bekreftet et svar de har kommet frem til etter at de har valgt en løsningsmetode eller de kan gjette. Siste metode er selvfølgelig ikke den foretrukne, men det kan nok tenkes at denne også benyttes av elever. En fordel med slike oppgaver er kanskje at elevene kan jobbe seg frem til et løsningsalternativ og så justere på beregningene sine dersom det ikke stemmer med svaret eller alternativene. Det kan ligge mye god læring og refleksjon i en slik fremgangsmåte.

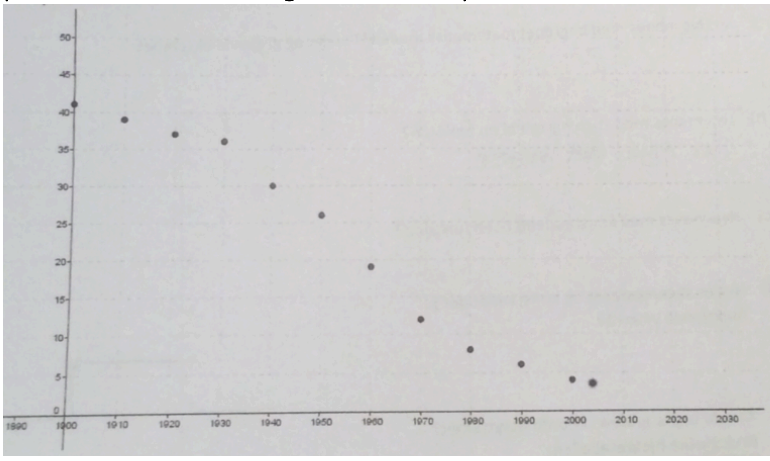
4.3 Hva skriver elevene?

Her har jeg samlet noen elevbesvarelser som er representative for det elevene leverer inn av besvarelser på ulike oppgaver. Jeg har gjengitt ulike elevbesvarelser på oppgave 1-4 fra ulike elever. Hvert eleveksempel er det jeg oppfatter som typisk for den type elevbesvarelse. Jeg har gitt flere alternative besvarelser der jeg synes det er interessant. Det som er skrevet i *kursiv* er elevers besvarelse. Oppgave 5 har jeg behandlet for seg da både oppgave og besvarelse skiller seg litt fra de andre oppgavene elevene har jobbet med. Jeg bruker begrepet funksjon om lineære funksjoner i oppgave 1 og 2, og det er underforstått at det er en rett linje siden vi hittil kun har snakket om rette linjer i funksjonssammenheng i 2P. Senere ut i emnet utvides funksjonsbegrepet til å omfatte flere typer funksjoner, dette gjelder fra oppgave 3 og utover.

4.3.1 Oppgave 1 Innledende oppgaver om funksjoner

Oppgaven:

a) Hva forteller stigningstallet til en funksjon?
b) Hva forteller konstantleddet til en funksjon?
c) Hva er stigningstall og konstansledd til y=2x+1?
d) Hva slags graf vil du tegne for å lage en best mulig modell av situasjonen punktene beskriver? Tegn i koordinatsystemet

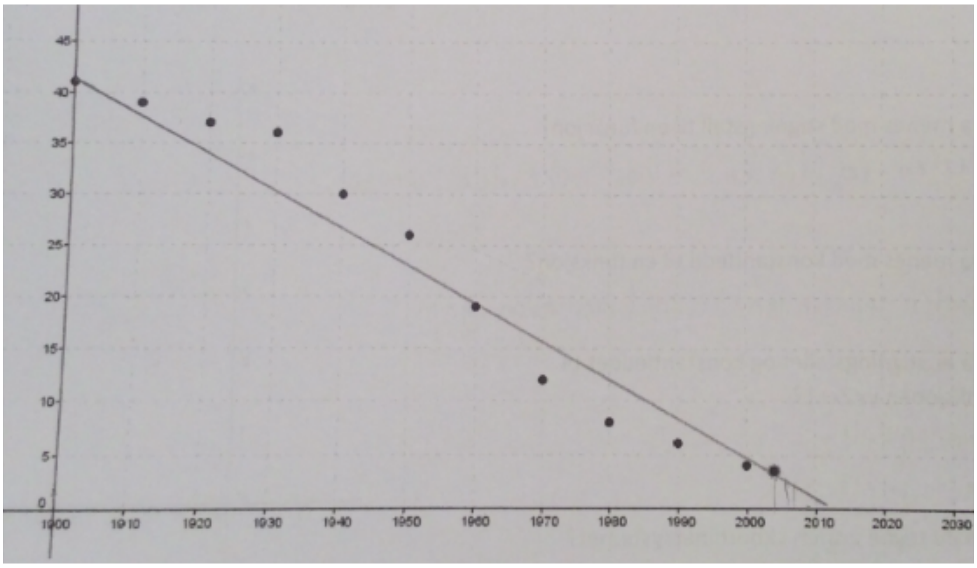


Elev 1 oppgave 1

a) *Når tallet stiger, minsker/øker prisen.*
b) *Konstantleddet er der det skjærer y-aksen*
c) (Ikke besvart)
d) (Ikke besvart)

Elev 2 oppgave 1

a) *Vinkelen på linjen. Hvor mye den stiger*
b) *Vinkelen på linjen. Viser hvor linjen går ved siden*
c) *Stigningstallet = 2x*
Konstant = 1
d) *Lineær modell*

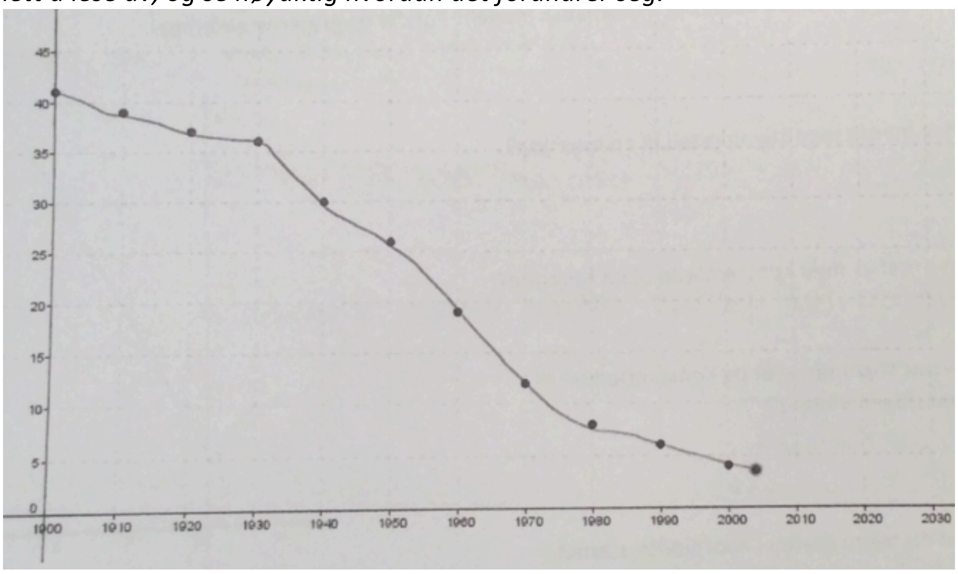


Elev 3 oppgave 1

a) *Stigningstallet til en funksjon forteller hvor mange ganger tallet stiger*
b) *Konstantleddet er hvor det skjærer i y-aksen*
c)

$$y = \underbrace{2}_{st.\,tall}x \underbrace{+\ 1}_{konstantledd}$$

d) *Jeg har tegnet en kurve som sånn følger prikkene for å få en presis graf som gjør at det er lett å lese av, og se nøyaktig hvordan det forandrer seg.*



Elev 4 oppgave 1

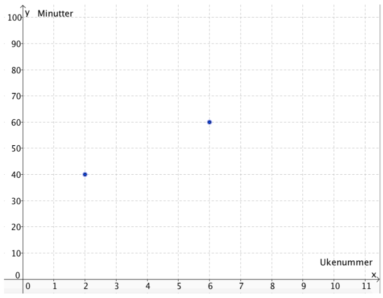
a) Det sier hvor mye en graf øker eller synker.
b) Der linja skjærer y-aksen
c) Stigningstall : 2
Konstantledd : 1
d) Linjediagram
(Elev tegner tilsvarende som elev 3)

4.3.2 Oppgave 2: Kontrolloppgave uten hjelpemidler.

Oppgaven:

I koordinatsystemet er det markert hvor mange minutter en person trente i uke 2 og i uke 6. Personen har som mål at antall minutter hun/han trener, skal øke lineært for hver uke.

a) Bestem en modell som kan brukes for å regne ut hvor mange minutter vedkommende må trene hver uke framover.



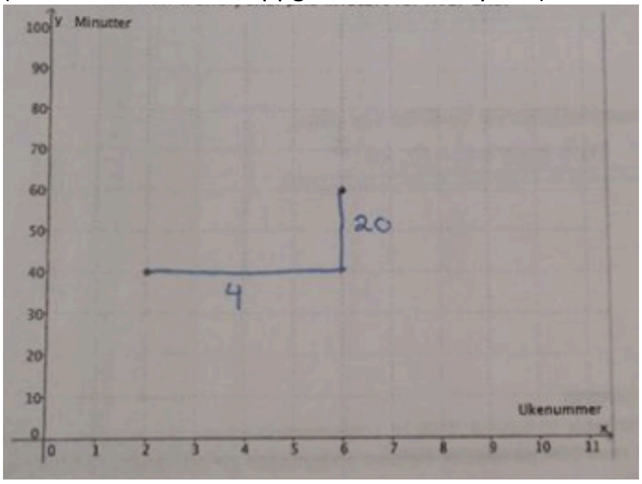
a) Et mosjonsløp var 15 km langt. En person løper med jevn fart og følgende modell beskriver hvor mange kilometer personen har igjen å løpe (x er minutter og y er kilometer):

$$y = 15 - 0{,}25\,x$$

Hvor langt er det igjen å løpe når personen har løpt i 10 minutter?

Elev 1 oppgave 2

a) (elev har avmerket i oppgitt koordinatssytem)



$y = ax + b$ $\underline{\underline{y = 5x + b}}$ funksjonsuttrykket

$b = 40$

$a = \frac{20}{4} = 5$

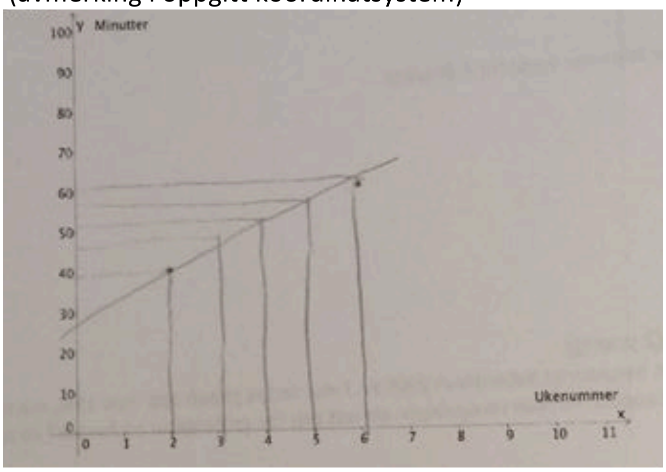
Elev 2 oppgave 2

a) $Y = x + 4$

b) (ikke besvart)

Elev 3 oppgave 2

a) (avmerking i oppgitt koordinatsystem)



(besvart oppgave a med en tabell)

Y	40	45	50	55	60
X	2	3	4	5	6

Elev 4 oppgave 2

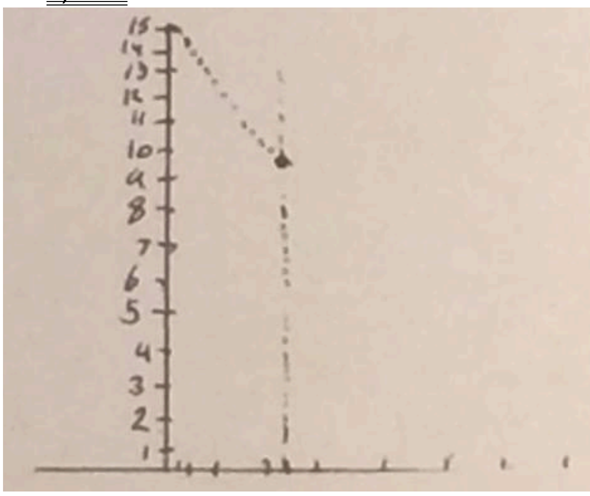
a)

~~F(x) =~~

~~2x + 13~~ ~~2x + 10~~

Y = 10 + 2x

b) Ca. 9,5 km



Elev 5 oppgave 2

a) $y = ax + b$ $a = stigningstall$

$b = konstantledd$

$y = 0{,}5x + 30$

b) $15km - 0{,}25 \cdot 10 = 15km - 2{,}5km = 12{,}5km$

Når han har sprunget 10 minutter er det 12,5 km igjen

Elev 6 oppgave 2

Elever med ganske tilsvarende besvarelser på oppgaven har løst denne oppgaven på forskjellige måter. Jeg viser her to eksempler:

a) Eksempel 1:

$$y = ax + b \qquad\qquad \underline{\underline{y = 5x + 30}}$$

stigningstall

$$a = \frac{yslutt - ystart}{xslutt - xstart} = \frac{60 - 40}{6 - 2} = 5$$

konstantledd

b *30*

Eksempel 2:

Uke 2:
x = 2
y = 40

Uke 6:
x = 6
y = 60

$$6 - 2 = 4$$
$$60 - 40 = 20$$
$$20/4 = 5$$

$$\underline{\underline{y = 5x + 30}}$$

b) Eksempel 1:

$$y = 15 - 0{,}25x$$
$$y = 15 - 0{,}25 \cdot 10$$
$$y = 15 - 2{,}5$$
$$\underline{\underline{y = 12{,}5\ km}}$$

Det er 12,5 km igjen å løpe etter at han har løpt i 10 minutter.

Eksempel 2:

$$y = 15 - 0{,}25 \cdot 10 =$$
$$15 - 2{,}5 = 11{,}5$$

$$\begin{array}{r} 15^{\ 10} \\ \underline{-13{,}5} \\ = \ 1{,}5 \end{array}$$

Etter at han har løpt i 10 min
har han igjen 1,5 km

4.3.3 Oppgave 3: Oversiktsoppgave om funksjoner. Kjennetegn på funksjoner

<u>Utdrag av oppgaven:</u>

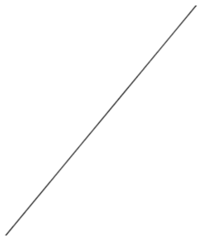
Denne oppgaven gikk ut på å lage en oversikt over kjennetegn på ulike funksjoner. Denne oversikten kunne elevene bruke som et hjelpeark på prøver senere. Mottaker av denne teksten er altså eleven selv.

Hva kjennetegner ulike funksjoner?

Funksjon og kjennetegn
Rette linjer (lineær funksjon)
Andregradsfunksjon (parabel)
Tredjegradsfunksjon
Potensfunksjon
Eksponentialfunksjon

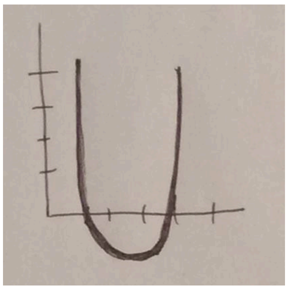
Elev 1 oppgave 3

Lineær funksjon:
En rett linje er alltid rett. a og b punktene kan være både positiv og negativ.

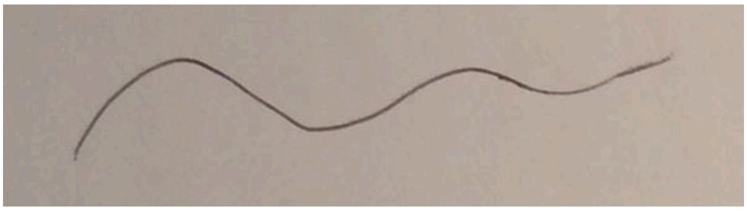


Andregradsfunksjon:
Andregradslinje ligner på en U.

Har enten toppunkt eller bunnpunkt, og det er alltid skjæring mellom to objekter.

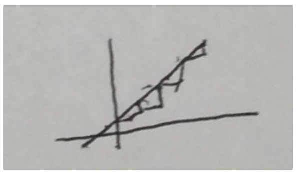


Tredjegradsfunksjon:
En tredjegradsfunksjon ser ut som en bølge.

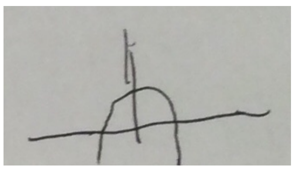


Elev 2 oppgave 3

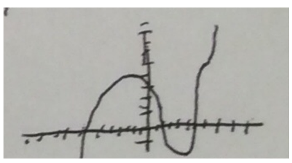
Lineær funksjon:
Alltid en rett linje
b = er på yaksen
A = følger xaksen oppover



Andregradsfunksjon:
Har alltid ett toppunkt eller bunnpunkt
Ligner på en bølge

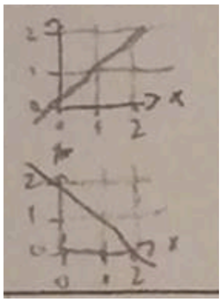


Tredjegradsfunksjon:
Kan ha både toppunkt og bunnpunkt

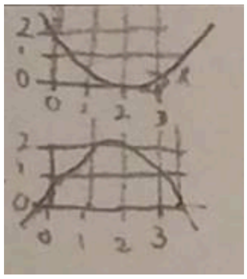


Elev 3 oppgave 3

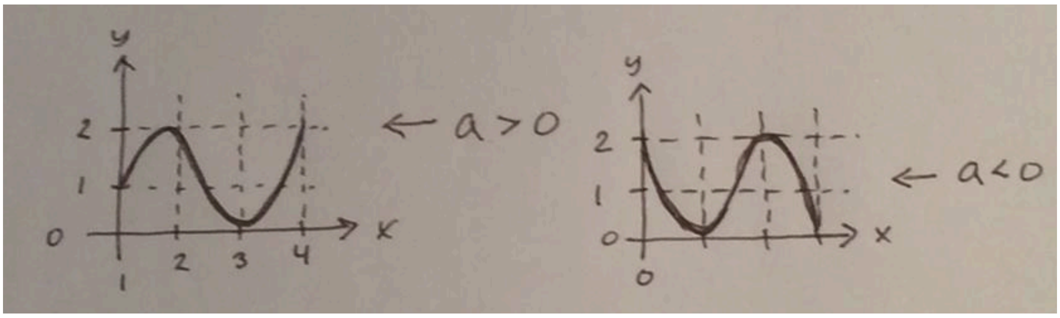
Lineær funksjon:
Linja går rett
Hva for en vei linja gå, varierer fra om stigningstallet (a) er negativt eller positivt.



Andregradsfunksjon:
Linja går i en bue
Viss a>0 ser buen slik ut
Viss 0>a ser buen slik ut
Stigningstallet er opphøyd i 2



Tredjegradsfunksjon:
Linja vil gå i en bølge
Her får linja både et toppunkt og et bunnpunkt

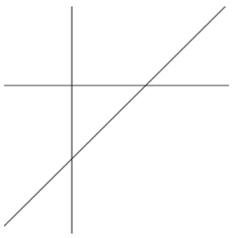


Elev 4 oppgave 3

Elev 4 har tegnet ganske svake figurer på arket som ble dårlige i overføringen til digital versjon, så jeg har tegnet nøyaktige illustrasjoner av elevens figurer digitalt.

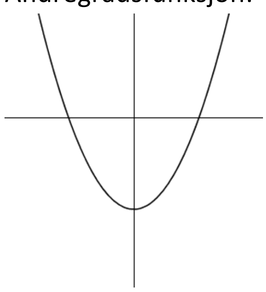
Elevens besvarelse:

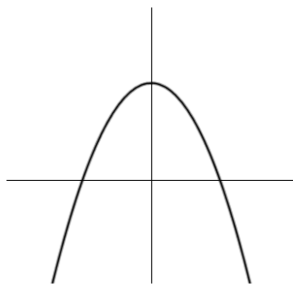
Lineær funksjon:



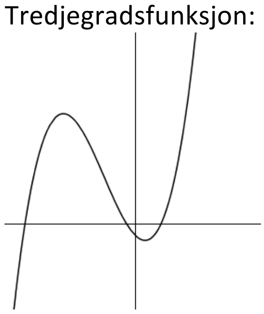
Rett linje $\frac{yslutt - ystart}{xslutt - xstart} = a$

Andregradsfunksjon:





Tredjegradsfunksjon:



4.3.4 Oppgave 4: Sammensatt oppgave, elevene får presentert problemstilling.

Oppgaven:

Gjør følgende oppgave:
Du får tilbakemelding på føringen din, siden tekst er viktig i matematikk-oppgaver.
Følgende skal med i besvarelser på tekstoppgaver:

- nødvendig forklarende tekst
- kommando du bruker i GeoGebra
- merk av på graf dersom nødvendig
- skriv svaret tydelig.
- ikke skriv unødvendig tekst i koordinatsystemet.

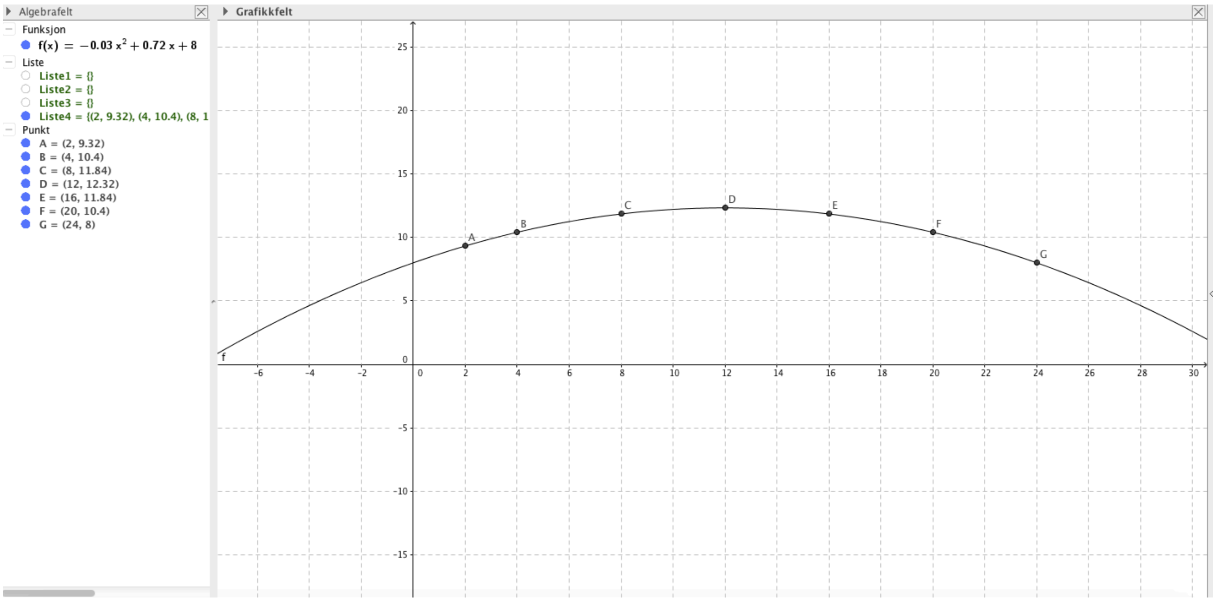
1.170 s.219 i læreboken Sinus 2P:
På grunn av snøsmelting om våren kan vannføringen i Lillevik-elva bli stor. Under en flom et år ble vannstanden i elva målt med jevne mellomrom på et bestemt målepunkt. Tabellen viser noen måleresultater for vannstanden målt i meter noen dager i april. La x være datoen i april.

x	2	4	8	12	16	20	24
V(x) (m)	9,32	10,40	11,84	12,32	11,84	10,40	8,0

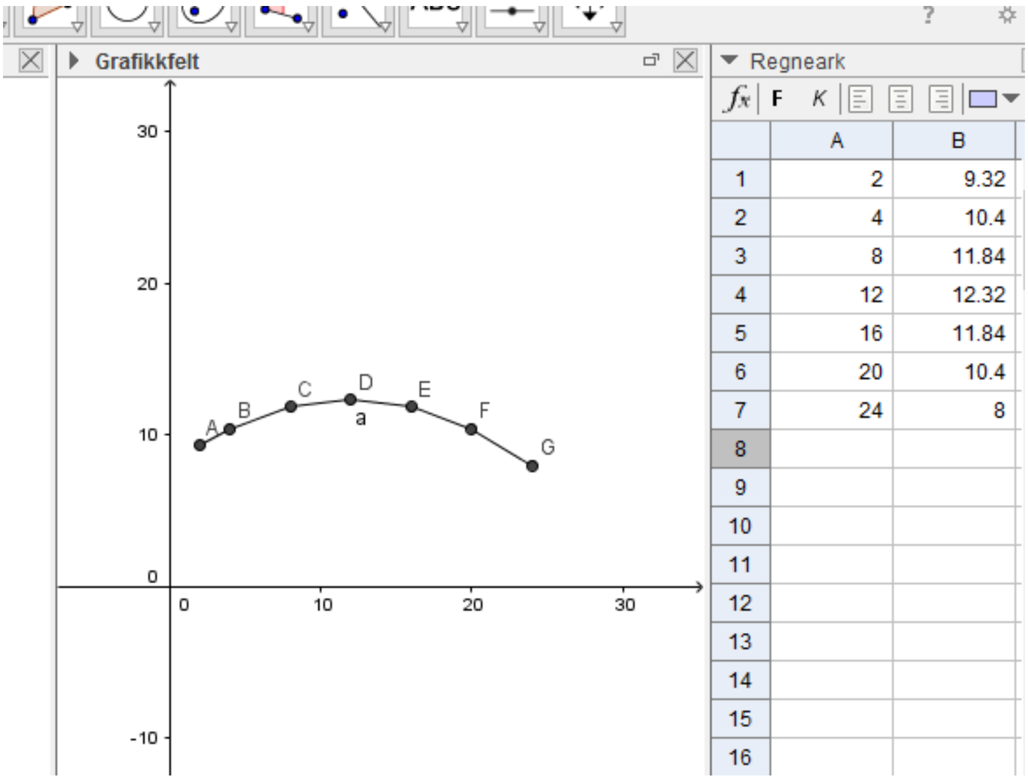
a) Bruk et digitalt verktøy og finn ved regresjon funksjonsuttrykket V(x) til den andregradsfunksjonen som passer best med tabellverdiene.
b) Tegn grafen til V.
Når var vannstanden på det høyeste?
Hva var vannstanden da?
c) Finn grafisk når vannstanden i elva var 10,4 m.
d) Finn ved regning når vannstanden i elva var 10,4 m.

Elev 1 oppgave 4

Elev 1 har besvart denne oppgaven uten ord, kun med et bilde fra GeoGebra:



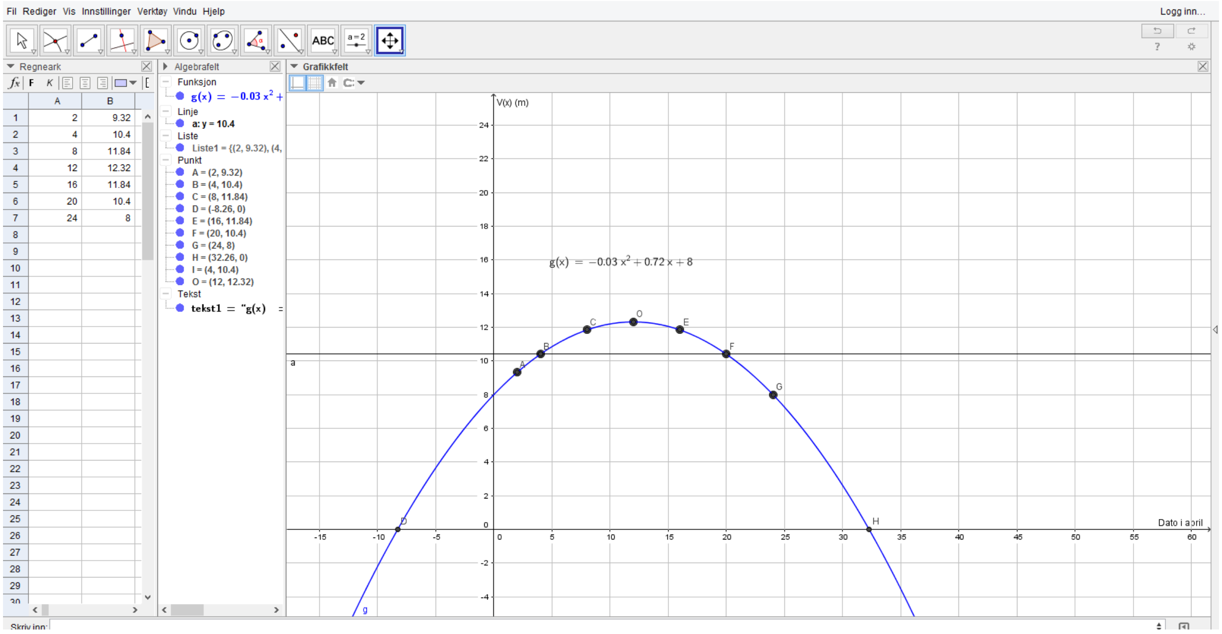
Elev 2 oppgave 4



B Vannstanden er høyest den 12. da var vannføringen på litt over 12. punkt d.

C

Elev 3 oppgave 4



a og b) Fremgangsmåte:

1. Tar tallene inni et regneark og velger Lag ⟹ Liste med punkt

2. Analyserte tallene og valgte Polynoms regresjonsmodell fordi det passet best, så overførte jeg funksjonen til grafikkfeltet

3. For å finne ut når vannstanden var på sitt høyeste, velger man Ekstremalpunkt[<Polynom>
Vannet var på sitt høyeste 12.april, og vannstanden var 12,35 meter

c) Fremgangsmåte:

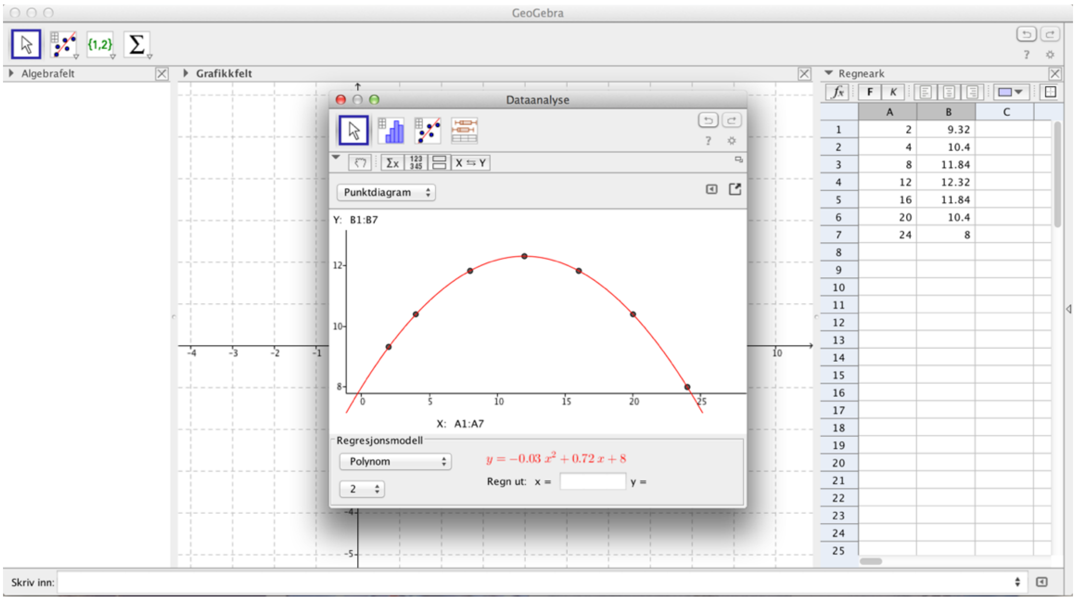
Grafisk: Skrive y=10,4 i inntastingsfeltet for å finne ut hvor linja krysser modellen, for så å velge skjæring mellom to objekt for å finne det nøyaktige skjæringspunktet

Ved regning: Bruke 10.4 som x i funksjonen g(x), og da ble regnestykket:
$-0{,}03*10{,}4^2+0{,}72*10{,}4+8$, og svaret ble 12,2432 som blir rundet ned til 12, som betyr 12.april

Usikker på hvorfor jeg har fått to ulike svar.

Elev 4 oppgave 4

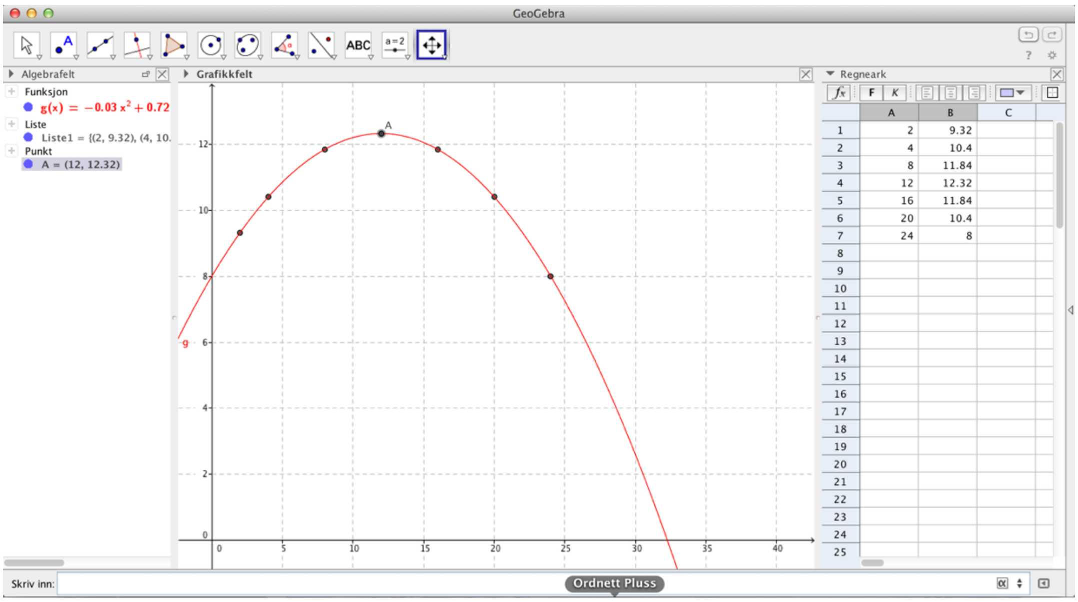
a)



- *Skrev inn dataene i regnearket.*
- *Markerte dataene.*
- *Brukte kommandoen "Analyse av variabel" og valgte kommandoen "polynom"*
- *Fikk opp ligningen Y=-0.03x²+0.72x+8.*

Svar: $Y=-0.03x^2+0.72x+8$

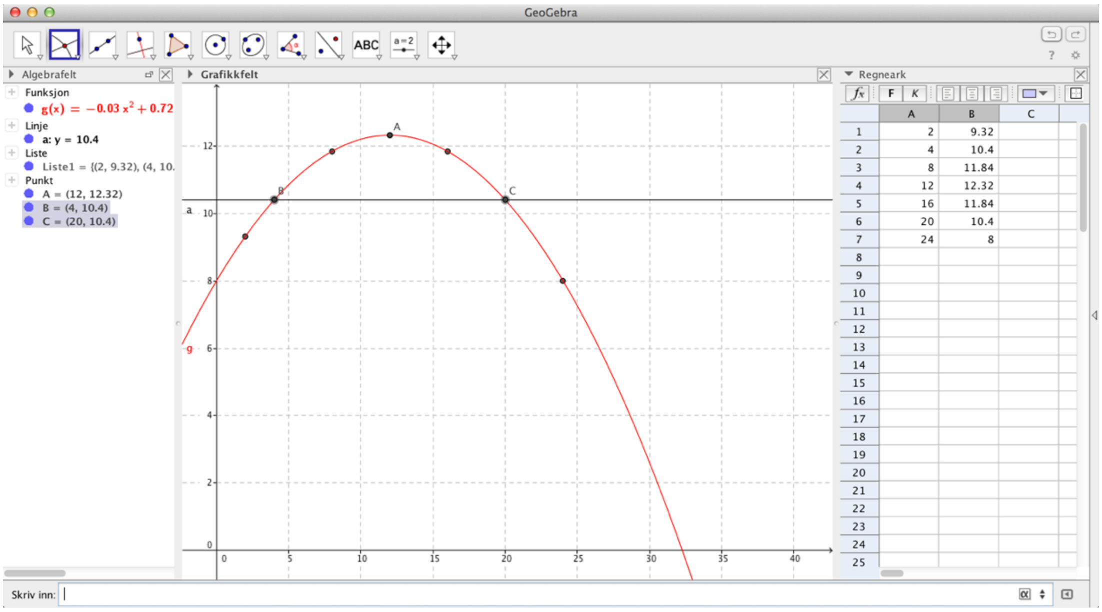
b)



- *Brukte kommandoen "koble til grafikkfelt" og fikk modellen inn i grafikkfeltet.*
- *Brukte kommandoen "Ekstremalpunkt(<g>)" og fikk toppunktet "A".*

Svar: Vannstanden var på det høyeste 12. April, da var den på 12,32 meter.

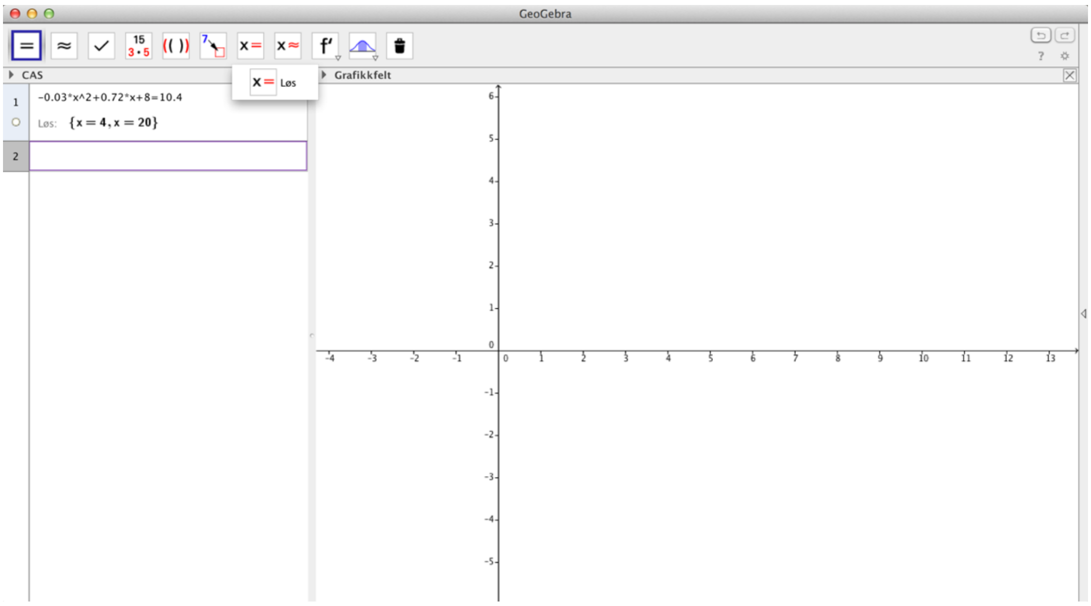
c)



- *Skrev inn "y=10,4".*
- *Fikk opp punkt "B" og "C".*
- *Brukte kommandoen "skjæring mellom to objekt" og fikk linje "a".*

Svar: Vannstanden var 10,4 meter den 4. Og 20. April.

d)



- *Brukte "CAS".*
- *Skrev inn formelen "-0.03*x^2+0.72*x+8=10.4".*

Brukte kommandoen "Løs" og fikk svaret x=4 og x=20.

4.3.5 Oppgave 5: Undersøkende oppgave der elevenes valgfrihet er stor

Utdrag av oppgaveteksten:

Hensikt *med oppgaven er at du skal vise at du kan bearbeide tallmateriale knyttet til dagligdags situasjon og fremstille og tolke dette på hensiktsmessig måte ved å bruke digitalt hjelpemiddel. Du skal bruke navn og begreper knyttet til dette emnet. Du skal bearbeide den praktiske situasjon du har valgt ut ved å omforme problemstillingen som tallmaterialet viser til en matematisk modell, løse den og tolke resultatet.*

Fremgangsmåte:

1. *Velg deg et tallmateriale fra internett eller fra læreboken (oppgi kilde).*
   Det er tillatt å samtale med andre elever og å utveksle ideer og tips, men oppgaven besvares individuelt. Det er lurt å velge et tallmateriale som viser en utvikling over tid.

2. *Bearbeid materialet digitalt. I besvarelsen din skal du ha med følgende:*

   a) *Materialpresentasjon.*
   Her beskriver og presenterer du den praktiske situasjonen med tilhørende tallmateriale du har valgt. Tips til hva tallmaterialet kan dreie seg om ligger vedlagt.

   b) *Matematisk beskrivelse av tallmaterialet ditt.*
   Her presenterer du tallmaterialet fremstilt på en oversiktlig og passende måte og beskriv sammenhenger i tallmaterialet ved hjelp av matematiske modeller. Bruk digitalt verktøy og beskriv den praktiske situasjonen ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjæringspunkt. De funksjonene det er behov for å sette opp, skal enten være av type lineære, potens, polynom eller eksponential.

   c) *Drøfting og analyse av tallmaterialet ditt.*
   Drøft og analyser hva tallmaterialet fra den praktiske situasjonen viser.

Det er viktig at du viser at du behersker følgende i innleveringen din:
evne til å kunne tolke tallmateriale i fra praktiske sammenhenger og fremstille dette på en matematisk måte

evne til å analysere, tolke og forstå informasjon som kan hentes ut fra den matematiske modellen du presenterer

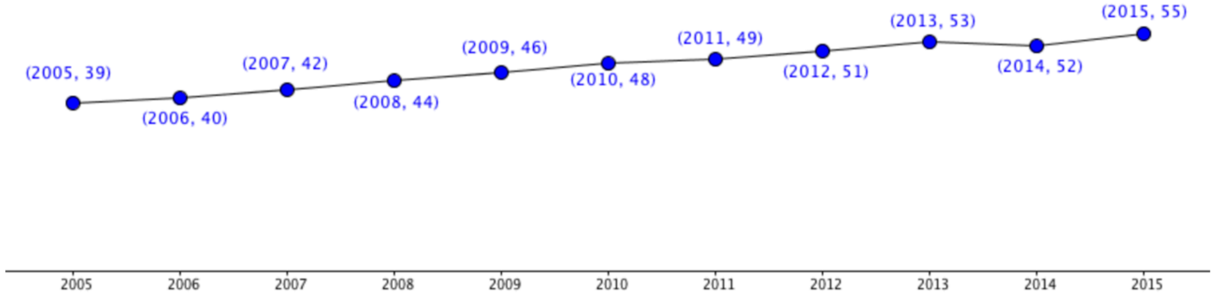
evne til å bruke digitale hjelpemidler til å presenterer materiale oversiktlig og forståelig

vise forståelse for sammenhengen mellom den konkrete situasjonen, ulike måter tallmateriale fra denne situasjonen kan fremstilles og forløpet av tilhørende graf

Elev 1 oppgave 5

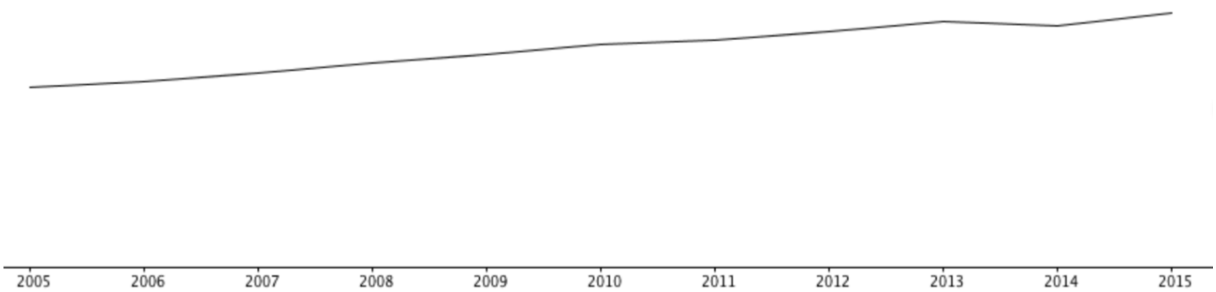
Tilgang på rent vann (2005 til 2015).

Som eksempel har jeg brukt prosentandel av befolkning i et land som har tilgang på rent vann fra 2005 til 2015. Her er grafen i GeoGebra:



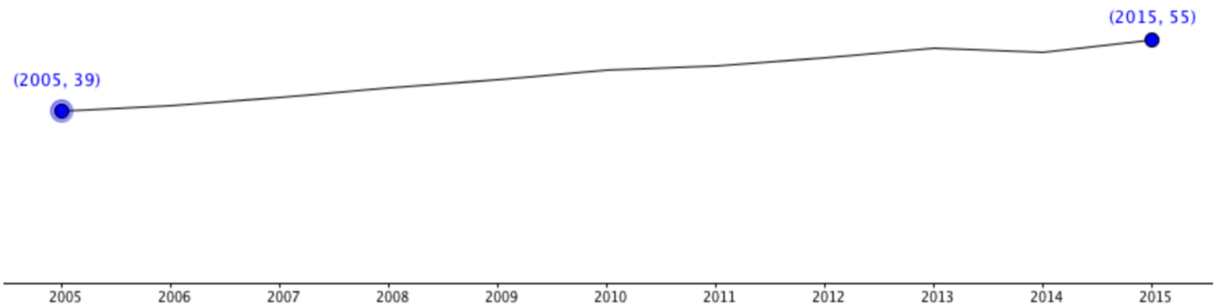
Her er tallene skrevet inn som en ikke-lineær linje. Den både stiger og synker. Det finnes altså en eksponentiallikning for linja.

Her er et bilde som viser det litt bedre:



Denne linja har altså ingen førstegradsfunksjon, ettersom linja ikke har kontinuerlig stigningstall.

Ekstremalpunktene på linja ligger på begynnelsen (bunnpunktet) og slutten (toppunktet) av linja.



Denne linja har ingen nullpunkt fordi ingen av koordinatene har x=0.

Vi kan tydelig se at landet har hatt en økning i andel av befolkning med tilgang til rent vann.

Elev 2 oppgave 5

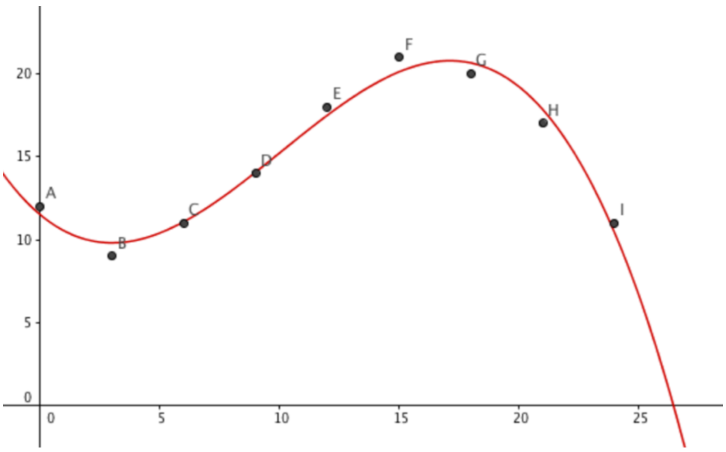
Temperaturer en kveld etter midnatt

I denne oppgaven ser jeg nærmere på hvordan temperaturen utvikler seg i løpet av 24 timer etter midnatt.

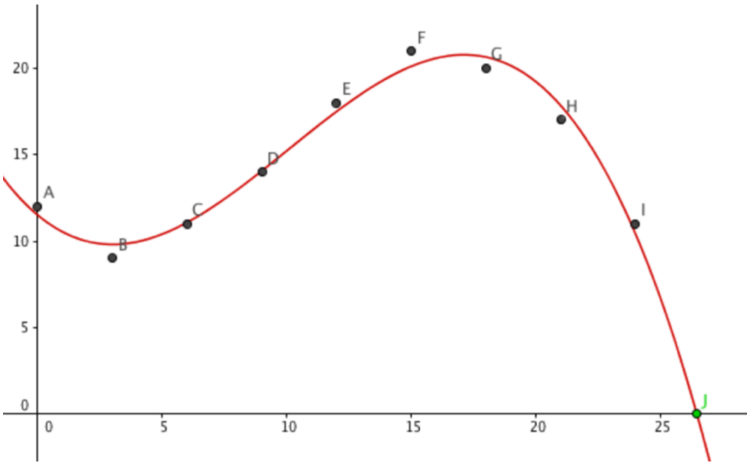
Timer	Grader celsius
0	12
3	9
6	11
9	14
12	18
15	21
18	20
21	17
24	11

Her kan vi se hvordan temperaturen endret seg hver tredje time etter midnatt. Målingen startet på 12 grader og endte på 11 grader. Inni mellom har den både steget og sunket

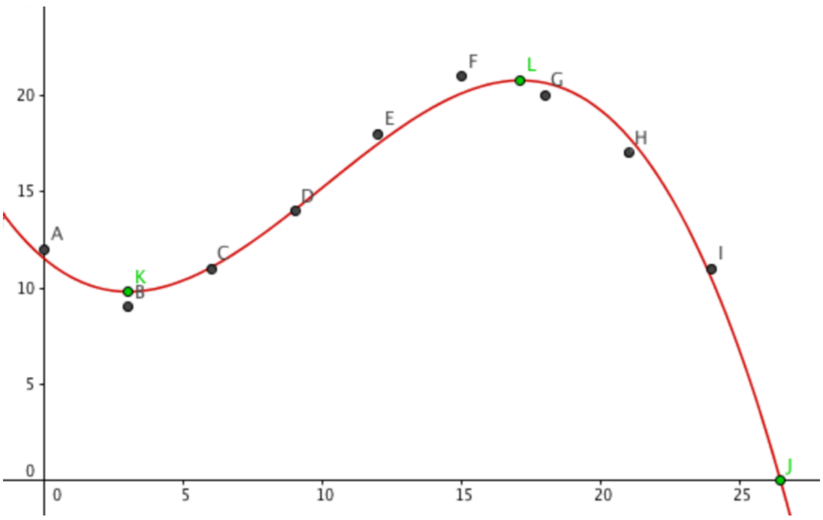
Modellen under stemmer ikke helt overens med tallene i tabellen. Skal man få den helt lik må man bruke en 7.gradslikning, så jeg valgte heller å bruke en 3.gradslikning og regne ut ifra modellen jeg fikk.



Vi kan se at temperaturen først steg, og etter 15 timer (punkt f) begynte den å synke igjen. Man kan også tydelig se at temperaturen har en gradvis stigning oppover og så en gradvis stigning nedover igjen.

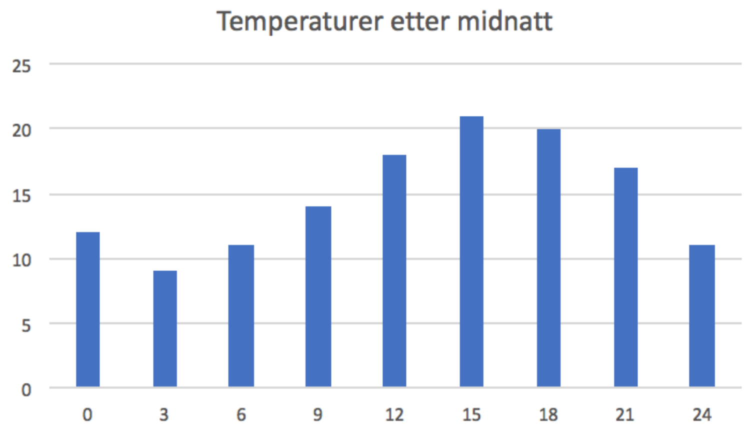


Her kan vi se at om temperaturen fortsetter å synke like fort vil den være på null etter 26,46 timer (punkt J).

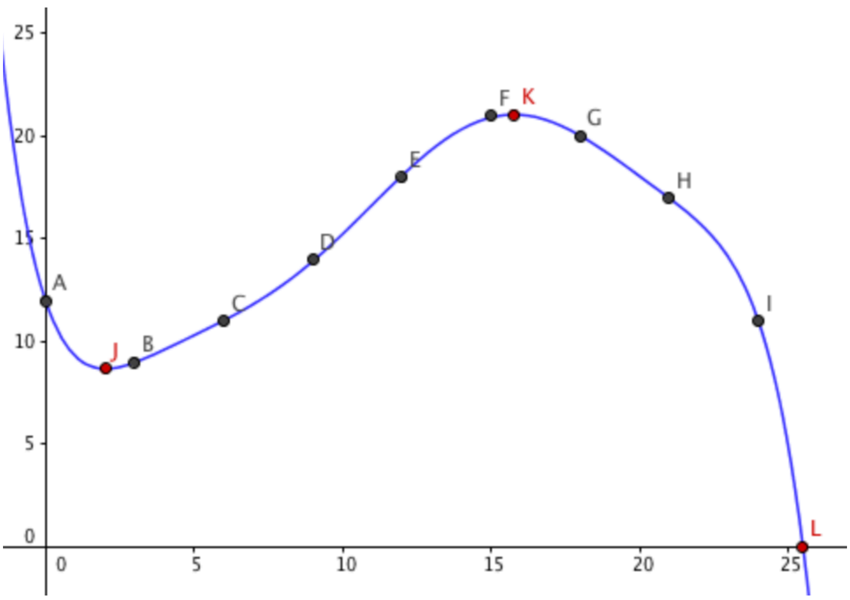


Ved hjelp av å finne ekstremalpunktene kan vi se hvor temperaturen er lavest og høyest. I følge modellen er temperaturen lavest ved punkt K som er på 3 grader, og høyest ved punkt L som er på 17,12 grader.

Skal vi bruke på de eksakte tallene fra tabellen for å finne ut når temperaturen var lavest og når den var høyest kan vi stille dem opp i et søylediagram:



Her ser vi at den laveste søylen er etter det har gått 3 timer, da er temperaturen på 9 grader. Den høyeste søylen er etter 15 timer, da er temperaturen på 21 grader.



Om vi bruker en 7.gradslikning får vi mer nøyaktige tall. Her blir ekstremalpunktene og nullpunktet mer nøyaktige i forhold til tallene i tabellen. Her ser vi at det vil bli 0 grader etter 25,5 timer (punkt L). Den laveste temperaturen ligger på 2 grader (punkt J), og den høyeste temperaturen ligger på 15,7 grader (punkt K).

I oppgaven har jeg sett på hvordan temperaturen har forandret seg i løpet av 24 timer etter midnatt. Ved hjelp av å bruke en 3.gradslikning fant jeg ut at temperaturen først steg, og sank igjen etter 15 timer. Jeg fant også ut at om temperaturen fortsetter å synke like mye videre, vil det bli 0 grader etter 26,46 timer. Ekstremalpunktene brukte jeg til å se hvor temperaturen var lavest og høyest i forhold til modellen min. Da fant jeg ut at 3 grader var den laveste temperaturen, og 17,12 grader var den høyeste temperaturen. Jeg satte opp de eksakte tallene fra tabellen inn i et søylediagram for å se helt nøyaktig når temperaturen var høyest og lavest. Til slutt så jeg på hvordan tallene hadde blitt om jeg hadde gjort det mer nøyaktig, med å bruke en 7.gradlikning.

Kilde: Sinus 2P, s. 128 oppg. 4.73

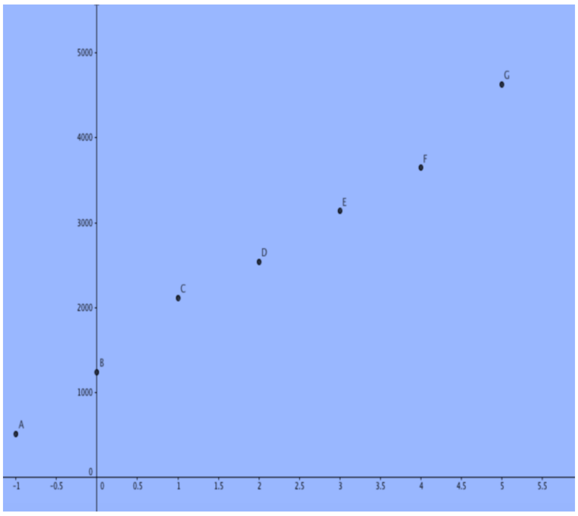
Elev 3 oppgave 5

I denne oppgaven skal jeg se på tallene for hvor mange tekstmeldinger som ble sendt i Norge i løpet av en tidsperiode. Det er mange faktorer som har påvirket utviklingen av antall SMS, men jeg skal se på den matematiske framstillingen av tallmaterialet.

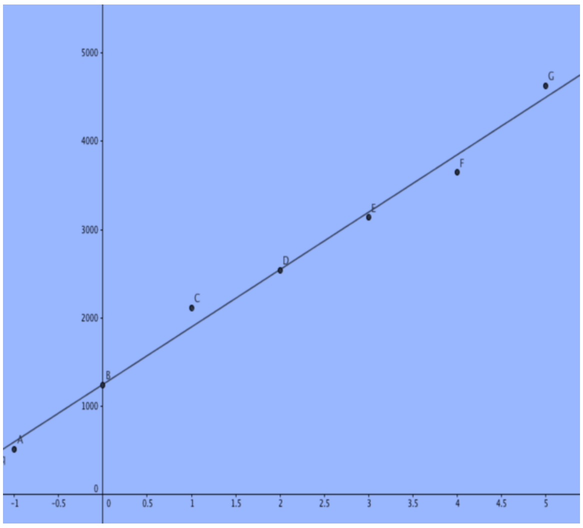
Her ser vi en oversikt over hvor mange millioner tekstmeldinger som ble sendt per år i Norge, i årene 1999 til 2005.

Årstall	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
SMS	515	1241	2117	2541	3137	3649	4630

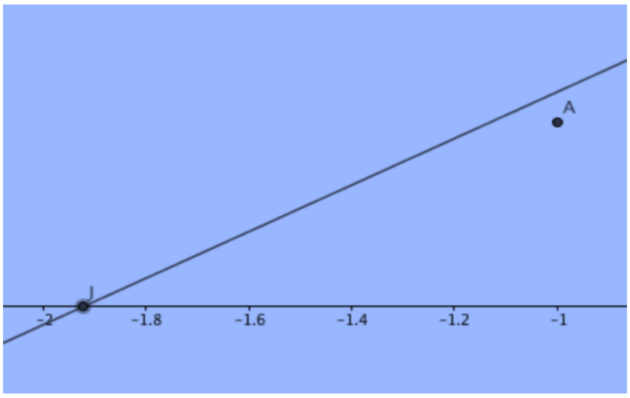
Bruken av SMS har hatt en strek utviklingen de årene oversikten viser. I denne perioden var også utviklingen av mobiltelefoner veldig stor. Etter 2005 har vi fått smarttelefonener som er på internett hele tiden og mye av kommunikasjonen foregår nå på snapchat, Messenger og andre internett tjenester. Derfor har utviklingen i antall SMS mest sannsynlig flatet ut, eller stoppet opp.



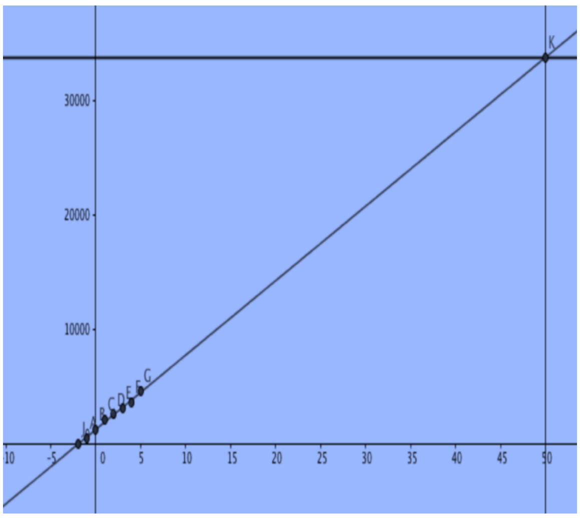
Her ser vi tallene satt inn i et koordinatsystem.



I denne perioden har antall tekstmeldinger steget jevnt. Vi kan se at punktene går i en ganske rett linje, med positivt stigningstall. Da jeg sammenlignet med eksponential-funksjonen, passet ikke denne. Jeg har satt inn en rett linje (regpoly,1) for å vise stigningen.



Hvis vi følger linjen bakover vil nullpunktet være litt før 1998. Da skulle det i følge denne framstillingen blitt sendt null tekstmeldinger.



Her har jeg regnet ut hva antallet tekstmeldinger vil bli i år 2050. Hvis denne utviklingen fortsetter med samme økning, så vil det bli sendt over 33,7 milliarder tekstmeldinger i følge denne framstillingen.

*Vi bruker formelen: (Ny verdi-opprinnelig verdi)/opprinnelig verdi*100= <u>prosent</u>*

2005= 4630 SMS

2050= 33714.57 SMS

33714.57-4630= 29084.57

29084.57/4630= 6.2818

*6.2818*100= <u>628.18%</u>*

<u>Antall SMS fra år 2005 til 2050, har altså steget med 628.18%.</u>

Alt i alt kan vi konkludere med at bruken av mobiltelefon og antall sendte SMS per år har økt kolossalt. Ifølge oppgaven fra "Sinus 2P" har antallet økt fra 515 millioner SMS i 1999 til 4630 millioner SMS bare 6 år senere. Et spørsmål vi kan stille derimot, er om tallene er realistiske. Ifølge grafen er nullpunktet av antall sendte SMS per år i 1998, men dette virker ikke helt realistisk. Vi kan uansett konkludere med at antall sendte SMS per år har økt, og kommer mest sannsynlig til å fortsette å øke.

Kilde: Sinus 2P, s.157, oppg. 5.51

Elev 4 oppgave 5

Menneskehandel - statestikk

Menneskehandel/trafficing, og hva går det ut på? Ulovlig migrasjon og opphold, er å reise inn i og oppholde seg i et land uten oppholdstillatelse. Menneskehandel skjer over hele verden. Menneskehandel er organisert handel med mennesker. Å utnytte barn, kvinner og menn til å arbeide og gjør tjenester gjennom vold, tvang, trusler, forledelse eller ved å utnytte personens sårbare situasjon, er det menneskehandel går ut på. Menneskehandel kan både forekomme innad i et land eller over landegrenser. I denne teksten skal jeg framstille hvor mange mennesker som har blitt utsatt for menneskehandel fra 2012 til 2016 i USA og litt globalt.

Dette er et bilde som viser menneskehandel i 2016 i de ulike statene i USA.

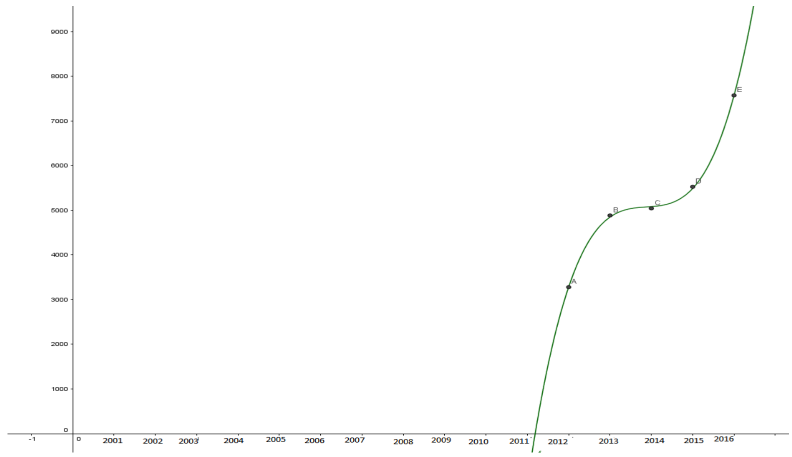
2012: 3279 rapporterte saker

2013: 4884 rapporterte saker

2014: 5042 rapporterte saker

2015: 5526 rapporterte saker

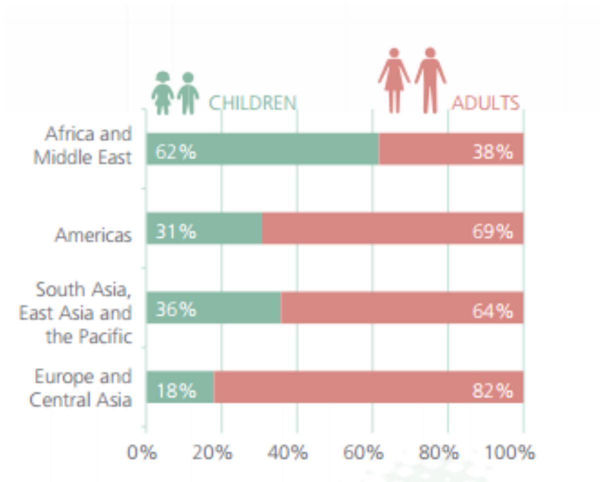
2016: 7572 rapporterte saker



Bildet over viser hvor mange mennesker som har vært ofrer for menneskehandel fra 2012-2016. Grafen viser at fra 2012 har ofrer for menneskehandel økt. Det var en veldig liten økning fra 2013 til 2014, men så tok den seg opp igjen i 2015 og en kraftig økning til 2016. Grafen er misvisende, for det var ikke null menneskehandel i 2011, det var upålitelig data på tall under 2012, så jeg valgte å ikke ta de med. Selv om grafen er litt misvisende, viser det at menneskehandel vil stige, om det ikke snart finnes en løsning.

Funksjonsuttrykk: RegPoly[Liste1, 3]

Det er vanskelig å finne pålitelige kilder til menneskehandel. Jeg tok utgangspunkt i en statistikk som viste ofrer for menneskesmugling fra 2012 til 2016 i USA. Det er en kilde som virker pålitelig. Det er omtrent 20 millioner mennesker internasjonalt som er ofrer for menneskehandel hvert år. Tidligere statistikk er vanskeligere å finne, for det var ikke så opplyst om menneskehandel. Ofte blir statistikken presentert slik at en tar utgangspunkt i prosent av antall. Her er et eksempel:



Her vises hvor mange prosent av x antall personer som ble utsatt for menneske handel, som var barn og voksne på ulike kontinent i verden. Statistikken er fra 2009 til 2011, og det er lite/ingen konkret statistikk på global menneskehandel. Grunnen til dette er nok at det var mindre opplyst om menneskehandel, og ingen hadde oversikt over hvor mange mennesker som ble utsatt for dette. Nå i dagens samfunn er vi mye mer opplyst om dette, og prøver fremdeles å få det mer i lyset, sånn at det kan bli satt en stopper for.

https://humantraffickinghotline.org/states

4.4 Analyse av elevens besvarelser

I de tre første oppgavene som elevene fikk, var målet mitt å se hva elevene vektla når de jobbet med funksjoner. Jeg ønsket å se hvordan de brukte multimodaliteten i det matematiske språket, hvordan de gikk mellom ulike representasjoner i form av tekst, funksjonsuttrykk, tabell og graf, og om dette var en naturlig del av den matematiske fremstillingen til elevene. I oppgave 1 var det mest hensiktsmessig å analyser besvarelsene etter deloppgaver og ikke etter elever slik jeg gjør i de andre oppgavene.

4.4.1 Analyse av oppgave 1

Oppgave 1a)

I oppgave 1 på spørsmålet *"Hva forteller stigningstallet til en funksjon?"* har elevene stort sett besvart spørsmålet med enkel setning som omhandler at noe minker eller øker. Elevene har ikke behov for å forklare dette nærmere med en annen representasjon enn denne forklarende teksten. Eksempel på elevsvar ser en i besvarelsene til elevene i kapittel 4.3.1-4.3.3. Foruten disse formuleringene, var det også andre interessante formuleringer knyttet til hva stigningstallet forteller. Her følger noen eksempler med en kommentar:

- *Det er hvor mye y-verdien stiger per x-verdi*
- *Hvor mye y-verdien stiger på hver x-verdi*
- *Det er et tall som forteller oss hvor mye en graf stiger/synker*
- *Stigningstallet er hvor mye verdien/grafen øker/minker når x-verdien øker med 1.*
- *Stigningstallet sier hvor mye en linje i en graf stiger*.

Alle disse formuleringene går på det samme. Det handler om en endring på x-akse og en endring på y-akse. Det gis ikke noen nærmere forklaring eller vises på noen annen måte hvordan dette forløpet med med hensyn på stigning og synking.

Et annet eksempel er følgende:

- *Stigningstallet til en funksjon er hvor mye noe stiger med. Hvis du har et diagram over hvor mye julebrus folk kjøper hvert år og linjen stiger med 2,5 for hvert år, vil 2,5 være stigningstallet til en funksjon.*

Her har elevene tatt utgangspunkt i en forklaring/definisjon på hva stigningstallet er og så videre utdypet dette med et eksempel. Begrepet diagram er i matematikk 2P mest knyttet til emnet statistikk. Det ville vært mer naturlig å snakke om graf når det nevnes stigningstall, men ellers har eleven gitt et greit eksempel. For å vise enda mer forståelse kunne eleven ha gitt eksempel på hvordan et funksjonsuttrykk med stigningstall 2,5 kunne sett ut og hvordan grafen/tabellen ville sett ut.

Her følger et eksempel der eleven har forklart omkring stigningstallet og utseende til grafen:

- *Stigningstallet forteller hvor raskt grafen vokser/avtar. Jo større stigningstall → brattere graf*

Her kunne eleven illustrert dette ved å tegne graf som viste dette, men eleven har holdt seg til tekstrepresentasjonen.

I følgende eksempler har elevene tatt utgangspunkt i representasjonen funksjonsuttrykk:

- *Tallet foran x*

Eleven viser forståelse for leddene i funksjonsuttrykket, men forklarer ikke noe nærmere og gir ikke noe eksempel. Dette er ganske mekanisk og pugget måte å vise kunnskap på.

Et annet eksempel der eleven har tatt utgangspunkt i representasjonen funksjonsuttrykk er følgende:

- *Stigningstall: feks y= $\underline{1{,}5\ x}$ + 2*
  forteller at for hver +2, stiger det med 1,5

Hva har eleven tenkt her? Innimellom så har jeg observert at elever faktisk knyttet konstantleddet i et funksjonsuttrykk til endringen på x-aksen, mens stigningstallet eller tallet foran x knyttes til endringen på y-aksen. Det er forståelig at eleven ønsker å "plassere" de ulike tallene i en slags logisk ramme. Kanskje denne misoppfatningen er et eksempel på professor Dodsons matematikregler som jeg nevner i kapitel 1:

> *Regel nr. 6:*
> *Dersom det synes som om oppgaven krever en formel, velg da en som inneholder like mange bokstaver som der er tall i oppgaven.*

<u>Oppgave 1b)</u>

På spørsmålet *"Hva forteller konstantleddet til en funksjon?"* bruker elevene samme type representasjon som på spørsmålet knyttet til stigningstallet.

- *Det er et ledd som alltid er det samme uavhengig av x og y. Konstantleddet er der funksjonen skjærer i y-aksen der x=0*
- *Der grafen/linja skjærer y-aksen*
- *Konstantleddet forteller hvor grafen skjærer andreaksen*
- *Hvor grafen krysser gjennom y linja. Skjæringspunkt.*
- *Tallet som ikke endres av noe. Det står der hele tiden.*

Igjen har en elev utdypet forklaringen med å knytte et praktisk eksempel til tallene:

- *Konstantleddet viser hvor på y-aksen linjen skal begynne. Hvis en ligning ser slik ut: y=1,5x + 2 så er 1,5 stigningstallet og 2 er konstantleddet som vil si at skjæringspunktet mellom y-aksen og linjen skal være på 2 tallet på y-aksen.*

Med denne formuleringen kan det se ut som eleven har en forestilling om at en funksjon skal begynne et sted, og at dette stedet er der x=0 og der linjen krysser y-aksen altså i verdien til konstantleddet på y-aksen. Ordet begynner kan fortelle mye om elevenes forståelse for funksjoner og at funksjonen ikke skjærer y-aksen i verdien til konstantleddet, men at den faktisk begynner der. Dette kan jo kanskje henge sammen med at en av og til har tolkninger som ikke tillater negative x-verdier for eksempel problemstillinger knyttet til penger.

Det er også noen upresisheter og misoppfatninger knyttet til dette spørsmålet:

- *Det er der linja treffer 0 på y-aksen*

Hva har eleven tenkt her? Det eleven beskriver er linjen treffer 0 på y-aksen, altså vil linjen gå gjennom origo. Jeg har flere ganger sett at elevene har problemer med å se hva som skjer når x = 0. Det kan jo være at eleven mener x = 0, men ikke klarer å formulere det presist.

En annen elev tar utgangspunkt i representasjonen funksjonsuttrykk og bruker det eleven husker til å skrive opp et uttrykk:

- $a^3 + b^2 + c$ *c er konstantleddet fordi det er ikke noe som påvirker det*

Her bruker nok eleven hukommelsen til å formulere et uttrykk knyttet til funksjoner. Det kan se ut som eleven tenker på 2.grads uttrykk eller 3. grads uttrykk og x er ikke tatt med. Eleven oppgir c som konstantleddet og ofte i generelle formler så skrives konstantleddet sist i uttrykket i dette faget.

<u>Oppgave 1c)</u>

På spørsmålet *"Hva er stigningstall og konstansledd til y=2x+1?"* viser elevene at de kan hente ut informasjon fra et funksjonsuttrykk:

- *Stigningstallet er 2. Konstantleddet er 1*

Følgende eksempel illustrerer hvordan veldig mange elever velger å vise hva stigningstall og konstantledd er:

$$y = \underbrace{2x}_{st.\,tall} + \underbrace{1}_{konstantledd}$$

Følgende eksempel viser at det ikke er helt klart hva som er stigningstall, men at stigningstallet iallfall er knyttet til leddet med x:

- *Stigningstaller = 2x. Konstantleddet = 1*

<u>Oppgave 1 d)</u>

På spørsmålet *"Hva slags graf vil du tegne for å lage en best mulig modell av situasjonen punktene beskriver?" Tegn i koordinatsystemet.* viser det seg at elever besvarer oppgaven med å tegne linjestykke mellom hvert punkt uten å tenke på at det skal være en lineær modell som passer for alle punktene. Oppgave 1 elev 3 og elev 4 illustrerer dette. Dette synes jeg er ganske overraskende. Dette viser at elevene ikke har forståelse for hva som menes med modell i sammenheng med emnet funksjoner og at de muligens blander dette sammen med linjediagram som de har møtt i emnet statistikk. Dette forteller meg at eleven har en del momenter på plass, men at eleven antagelig ikke har fått med seg hovedpoenget. I oppgaven opplyses det at man har mange målinger fra virkeligheten og en ønsker å bruke en lineær modell som omfatter alle målingene. Eleven lager små linjestykker mellom punktene og lager dermed mange lineære modeller, men ikke en modell som omfatter alle punktene. Dette ser jeg også igjen i oppgave 5 og kommer mer tilbake til dette når jeg ser på elevenes resultater på oppgave 5.

<u>Oppsummering oppgave 1</u>

Flere av disse formuleringene og informasjon som elevene ikke tar med, er i grunnen ganske overraskende siden eleven har fått bruke hjelpemidler når de har jobbet med oppgavene. Elevene bruker lite multimodalt språk og få representasjonsformer. Dette går ikke klart frem av oppgaven at dette forventes. Det er ikke uvanlig at læreren ikke sier ikke alt, men tror elevene vet det allerede. Det er ikke helt opplagt at elevene har fått med seg at en god besvarelse inneholder flere representasjoner. Dette forteller meg at jeg som lærer nok ikke har vært nok siden elevene ikke har fått dette med seg. Dette er kanskje er en god grunn for å jobbe med modelltekster. Dette tyder også på at elevene ikke ser viktigheten eller betydningen av de ulike representasjonene. Forklaringene til elevene er relativt enkle og mangelfulle iallfall fra mitt syn som lærer. Jeg hadde ønsket at elevene så behovet for en fyldigere og en mer variert fremstilling av dette for å understreke hva det er de vil fortelle og vise.

4.4.2 Analyse av oppgave 2

I oppgave 2 *"Kontrolloppgave uten hjelpemidler"* ønsket jeg å se hvordan elvene løste oppgaver knyttet til rette linjer uten hjelpemidler og om de brukte det de viste i oppgave 1. På spørsmålet om å finne et funksjonsuttrykk for den praktiske situasjonen i oppgaven, har flere elever valgt å bruke oppgitt koordinatsystem og merke av i det som en hjelp til seg selv.

Elev 1

Hos elev 1 i oppgave 2 ser vi at han/hun har tatt utgangspunkt i det generelle uttrykket for en rett linje og markert endringer for stigningstallet i oppgitt koordinatsystem. Oppgitt koordinatsystem er altså en hjelp for eleven. Videre har eleven brukt formelen for stigningstallet a for å finne dette og kommet frem til rett stigningstall. Eleven har også oppgitt hva b er (b=40), men har ikke ført dette inn i funksjonsuttrykket som oppgis som svar. Eleven har altså ikke oppgitt fullstendig funksjonsuttrykk, men har vist forståelse for stigningstall og hvordan en finner dette. Eleven har ikke vist forståelse for hvordan konstantleddet finnes eller oppgis. I oppgave 1 har eleven oppgitt at konstantleddet er skjæring med y-aksen, men altså ikke vist det her i oppgave 2. Vi ser fra besvarelsene i oppgave 1 at elevenes formuleringer er vage med hensyn til konstantleddet og at skjæring med y-aksen nok er litt upresist. Hva er det som skjærer y-aksen? Her har eleven oppgitt b=40, 40 er x-koordinaten til det første punktet som er oppgitt, men elevene har ikke ført opp b=40 i funksjonsuttrykket. Kanskje eleven ser at det er noe som ikke stemmer i forhold til den verdien, men klarer ikke helt å se hva det er. Det forteller meg at det må fokuseres mer på definisjonen av b i de ulike formene for representasjoner.

Elev 2

I oppgave 2 elev 2 ser vi at eleven ikke har beregnet noe stigningstall, men har oppgitt endringen på x-aksen som konstantleddet. Kan eleven ha tenkt at det er en økning på 4 og at det må legges til og at uttrykket derfor blir x + 4. Eleven har ikke sett noe på endringen på y-aksen mellom de to oppgitte punktene. Dette forteller meg at eleven muligens knytter endring på x-aksen til x-verdien i funksjonsuttrykket. Dette forteller meg videre at eleven ikke helt har fått forståelsen for hva linjen i koordinatsystemet forteller og sammenhengen mellom denne linjen, den praktiske situasjonen og punktene som er oppgitt, altså sammenhengen mellom de ulike representasjonene.

Elev 3

I oppgave 2 elev 3 har eleven nyttiggjort seg av koordinatsystemet og punktene som er oppgitt der. Eleven har tegnet linje gjennom punktene og markert ulike punkt på linjen. Disse punktene har eleven overført til en tabell så eleven har altså brukt representasjonene graf og tabell. Overgangen til funksjonsuttrykk har eleven ikke brukt.

Elev 4

I oppgave 2 elev 4 har eleven prøvd seg frem for å finne et funksjonsuttrykk som han/hun synes gir mening og passer. Eleven har imidlertid kommet frem til feil funksjonsuttrykk, og har heller ikke underveis vært innom rett uttrykk. For stigningstallet har eleven brukt 2, x-koordinaten til det første punktet, i alle forsøkene. Det kan tyde på at eleven er rimelig sikker på at dette er stigningstallet. For konstantleddet har eleven brukt verdiene 10 og 13. Hvor disse tallene er hentet fra er ikke godt å si, kanskje fra oppgave 2b) selv om ikke samme betingelser gjelder i b).

Elev 5

I oppgave 2 elev 5 viser eleven forståelse for det generelle uttrykket for en rett linje, men eleven gir ikke noe nærmere forklaring på hvordan eleven kommer frem til a) og b) i uttrykket.

I oppgave b) er besvarelsen ganske grei, men eleven er noe upresis i bruken av enhet gjennomgående.

Elev 6

I oppgave 2 elev 6 ser vi at eleven har tatt i bruk litt mer av symbolbruken i matematikk for å komme frem til stigningstallet. I alternativ 2 har eleven brukt både formel med symboler/bokstaver og med tall for å komme frem til stigningstallet. Eleven har også tatt i bruk piler med forklarende tekst for å fortelle hva som er stigningstall og konstantledd. Eleven viser her god forståelse for bruken av formler. Eleven kunne i tillegg vist hvordan dette gjenspeilet seg i de andre representasjonene. Kanskje eleven synes det er tilstrekkelig å vise en representasjon og at det er derfor elever veldig ofte kun viser det? Jeg er ikke overbevist om at eleven har kontroll på de andre representasjonene eller overgangen til disse. Dette forteller meg at det må jobbes mer med hvordan en går i mellom ulike representasjoner og hva dette gir av informasjon.

I oppgave 2a) elev 6 har jeg vist to eksemplene som i prinsippet er ganske like. Eksempel 1 viser at elevene har valgt å bruke det generelle uttrykket til en rett linje og formelen for stigningstallet, for å finne uttrykket til linjen. Eleven har påpekt hva konstantleddet er, men ikke gitt noen forklaring på hvordan dette er funnet. Eksempel 2 viser at eleven har satt opp en oversikt over situasjonen ved å å samle informasjonen knyttet til det første punktet på ett sted og informasjonen knyttet til det andre punktet smalet på sted ved siden av – nesten som en tabell der uke 2 er første kolonne og uke 6 er andre kolonne. Eleven har videre regnet ut Δx og Δy uten å nevne noe generelle uttrykk. Videre har eleven beregnet stigningstallet og kommet frem til rett uttrykk for linjen. Eleven har ikke presentert noen forklaring på konstantleddet, men bare skrevet opp +30 i uttrykket.

Hos elev 6 eksempel 2 på oppgave 2 b) har eleven skrevet feil av sin egen utregning. Eleven fyller inn i uttrykket og regner ut 15-2,5=11,5 men skriver -13,5 i regnestykket ved siden av. Dette er har eleven gjort dobbelt feil, først regnet ut feil og fått 11,5 og så skrevet feil av sin egen utregning -13,5. Det er ikke uvanlig at elever skriver av feil tall selv om tallene står ganske nærme. Eksempelet viser også at eleven tror at en må regne ut hvor langt det er igjen å løpe selv om formelen er et uttrykk for dette. Dette forteller meg at eleven ikke har forståelsen for hva funksjonsuttrykket forteller og heller ikke har reflektert over den faktiske situasjonen.

Dersom eleven hadde tenkt over hva som faktisk skjedde i oppgaven, ville kanskje eleven oppdaget at svaret var feil. Løpet er 15 km langt (altså 1,5 mil) og personene løper i 10 minutter. Eleven får restlengden til å bli 1,5 km – noe som betyr at personen har løpt 13,5 km på 10 minutter. Det kan tenkes at hvis eleven hadde reflektert slik over svaret så ville eleven oppdaget at svaret ikke kunne stemme, men det kan virke som det er uvanlig å reflekterer slik.

Oppsummering oppgave 2

Analyse av oppgave 2 kan tyde på at elevene er usikre på stigningstall, konstantledd og funksjonsuttrykk. Det er ikke uvanlig at elever finner stigningstallet, men sliter mer med konstantleddet. I slike oppgaver er det mange trinn eleven må gjennom for å finne alt som skal finnes. Det er faktisk en ny operasjon som må til for å finne konstantleddet. Eleven kunne gjort dette ved å tegne linjen gjennom punktene som er oppgitt, og så lest av hva skjæringspunktet med y-aksen er. Men eleven gjør ikke dette. Det er heller ikke mye bruk av multimodale tekster, og det er lite bruk av ulike representasjoner og lite bruk av fagbegrep. Elevene kan altså besvare oppgaver uten å bruke særlig mange ord, symboler, figurer, formler og så videre. Det forteller meg at eleven får presentert det han/hun ønsker uten å bruke egenskapene som ligger i fagspråket. Det forteller meg videre at eleven ikke har behov for å uttrykke en funksjon på flere måter for å presentere det de vil ha frem.

4.4.3 Analyse av oppgave 3

I oppgave 3 skulle elevene med hjelpemidler lage en oversikt over hva som kjennetegner ulike funksjoner. Oversikten de skulle lage, kunne de bruke som et regelark for denne delen av emnet. I besvarelsen på denne oppgaven ser jeg for meg at eleven har behov for å vise sammenhengene mellom ulike representasjoner. I besvarelsene sine tegnet de fleste elevene graf på denne oppgaven. Ulike representasjoner ble altså ikke benyttet av elevene. Dette forteller meg at grafen er elevenes oppfatning av kjennetegn på funksjoner.

Elev 1

Hos elev 1 i oppgave 3 ser vi at eleven har tegnet en strek som kjennetegn på lineær funksjon. Funksjonsuttrykk til en lineær funksjon skiller seg fra andre funksjoner, så det ville kanskje vært naturlig og påpeke dette også. Mye kan også sies om tabellen til en lineær funksjon.

Dette er vel den typen funksjon som er enklest å knytte en dagligdags eller praktisk situasjon til å forstå sammenhengen mellom uttrykk og situasjon. Eksempel kan være lønn basert på antall timer en jobber eller kjøp av smågodt. Begge disse eksemplene er virkelighetsnære for elevene. Uansett faglig nivå har ikke elevene sett behov for å vise kjennetegn på annen måte enn i form av grafen.

Elev 3

Hos elev 3 i oppgave 3 kan det se ut som han/hun overfører kunnskap om rette linjer til også å gjelde for parabler. Eleven beskriver at andregradsfunksjon er en linjen som går i bue og hvordan buen påvirkes av a ved å illustrere hvordan buen går hvis a > 0 eller a < 0. Eleven skriver også at stigningstallet er opphøyd i 2 og det kan jo tenkes at eleven husker i det generelle uttrykket til en andregradsfunksjon $ax^2 + bx + c$ står a sammen med x^2. Dette forteller meg at det kan se ut som eleven husker igjen at det er blitt jobbet med stigningstallet a, at de ulike funksjonene har generelle uttrykk der en blant annet bruker bokstaven a, at a er stigningstallet og at ved en andregradsfunksjon er noe opphøyd i 2. Det kan altså virke som eleven husker igjen deler, men ikke har klart å plassere det i forhold til hverandre. Eleven har en forståelse for a som stigningstall, men mangler forståelse knyttet til a i uttrykket til en andregradsfunksjon og at en ikke snakker om a som stigningstall i andregradsfunksjoner eller parabler. Dette kan tyde på en instrumentell innlæring og en noe ukritisk overføring av kunnskap knyttet til a som stigningstall. Eleven bruker flere fagbegrep som stigningstall, toppunkt og bunnpunkt. Eleven har også tydelige illustrasjoner av de ulike typene funksjoner. Dette forteller meg at eleven har fått med seg mye av det som funksjoner handler om , men også trenger å jobbe litt til for å få det hele bildet. Funksjonsuttrykk har eleven ikke skrevet opp. Av elevens figur for parabel kan vi se at eleven har markert stigningstallet nær bunnpunktet i den øverste figuren sin. Dette kan stemme i et lite område av grafen, men hvis eleven hadde tegnet en slik illustrasjon av stigningstallet andre steder på grafen, ville eleven sett at det ikke hadde blitt likt. Ved tredjegradsfunksjonen henviser igjen eleven til a uten å nevne den generelle likningen til en slik funksjon. Dette tenker jeg kan bety at eleven ikke synes det er nødvendig å skrive ned uttrykket for tredjegradsfunksjon, eller at eleven ukritisk overfører kunnskap fra a som stigningstall til en lineær funksjon til også å gjelde for tredjegradsfunksjon. Eleven lager også en illustrasjon av hvordan tredjegradsfunksjonen vil gå når a>0 og når a<0. Disse illustrasjonene stemmer, men dette er ikke nevnt for elevene under gjennomgang av temaet. Det står heller ikke i læreboken. Mulige tolkninger av dette kan være at eleven enten har en dypere forståelse for hvordan a påvirker forløpet til en tredjegradsfunksjon eller at eleven overfører ”sur-munn” og ”smile-munn” fra andregradsfunksjonen. Det er ikke alltid lett å forstå hva elevene tenker i besvarelsene når en gjerne kunne tenke seg at de fortalte mer hvorfor det er slik eller hvordan de kom frem til sitt resultat. I denne oppgaven skrev elevene med seg selv som mottaker og det kan jo påvirke hva de skriver. Det kan tenkes at elevene ikke har samme behovet for å utdype når de selv skal være mottaker av teksten, som hvis de skulle skrevet dette til en annen mottaker.

Elev 4

Elev 4 er en elev med høy måloppnåelse, men har ikke skrevet mye på denne besvarelsen. Dette forteller meg at eleven kanskje har informasjonen i hodet og velger å ikke skrive ned annet enn en figur av de ulike grafene. At elevene velger å tegne en figur for å vise kjennetegn på de ulike figurene forteller meg at for eleven så sier en figur antagelig mer enn en tabell og et funksjonsuttrykk. Dette er i grunnen litt overraskende at det er grafen eleven tegner på denne oppgaven som en hjelp til å huske hva som kjennetegner ulike funksjoner. Det kan være ganske komplisert å tegne en nøyaktig graf basert på en skisse av en graf uten å vite noe om skjæringer med aksene og så videre, mens ved hjelp av et funksjonsuttrykk så kan en tegne en graf nøyaktig i et hvilket som helst område og skjæringen med aksene er mye enklere å finne nøyaktig. Det kan også være ganske komplisert å finne et funksjonsuttrykk ut fra en graf eller å beregne andre funksjonsverdier ut fra en graf. Dette forteller meg at et funksjonsuttrykk kanskje ikke gir eleven så mye informasjon som en som lærer skulle tro, men at eleven kanskje heller ikke har forstått hvilken informasjon som kan trekkes ut av et funksjonsuttrykk.

Oppsummering

I denne oppgaven er det stort potensial for en multimodal tekst. Fagbegrep som er tatt med er stort sett toppunkt, bunnpunkt og stigningstall. Det brukes dagligdagse ord for å forklare rundt formen på grafen, eksempel bue, ”ser ut som en U”, bølge. Oppgave 3 elev 4 er besvart av elev med høy måloppnåelse i faget, og vi ser at besvarelsen kun består av illustrasjon av grafene uten noe nærmere forklaringer. Alt dette forteller meg at elevene ikke er vant med å forklare i form av ulike representasjoner og at de heller ikke er vant med å forklare ved å bruke fagbegrep. Mangelfull bruk av fagspråk forteller meg at elevene er usikre i forhold til begrepsbruk. De er mer komfortable med dagligdagse ord. De har vanskeligheter med å forklare presist i en enkel formulering. Eksempler tas ikke med selv om en kanskje ville tro at det var greit å illustrere i form av et eksempel. Påpeking av negativt og positivt stigningstall gir en fin mulighet til å illustrerer forskjellen i et koordinatsystem og beskrive hvordan linjen gikk ved hvert av tilfellene, men det gjøres ikke av elevene. Dette som går igjen er at det ikke er behov for å utdype i matematikk, kun behov for å gi en kort, enkel og mangelfull forklaring. Når en ser på elevenes besvarelse er ord ikke alltid nødvendig. Det er nok å vise med en enkel figur/tegning. Det kan altså se ut som elevene ikke benytter seg av mulighetene fagspråket gir og at de benytter seg lite av ulike modaliteter. Elevene benytter seg heller ikke mye av å gå mellom ulike representasjoner for å vise oversikt og forståelse knyttet til funksjoner. Elevene benytter seg heller ikke av mangfoldigheten i form av tekster som kan variere i innehold med tabeller, diagrammer, figurer, modeller, grafer, bilder, verbaltekst. Elevene velger lite verbaltekst men bruker mer visuelle elementer, spesielt på oppgave 3.

4.4.4 Analyse av oppgave 4

Forventninger til besvarelsene på oppgave 4

Oppgave 4 var en sammensatt oppgave der elevene fikk presentert en problemstilling. I besvarelsen på denne oppgaven ser jeg for meg at elevene vil presentere en løsning der elevene går mellom ulike representasjoner, velger en fremgangsmåte, beskriver og begrunner valgene de gjør og presenterer en løsning av oppgaven i form av en tekst som er rik på fagbegrep og multimodalitet.

Elev 1

I oppgave 4 elev 1 leverer eleven en besvarelse som består av et skjermbilde fra GeoGebra. Elevene har ikke forklart noe om sine valg eller sin fremgangsmåte, men har brukt representasjonen tabell og tekst i oppgaven til å fremstille informasjonen i representasjonen graf. Dette er ikke en uvanlig måte å besvare en slik oppgave på. Elevene har vist at han/hun kan fremgangsmåten for å tegne en graf i GeoGebra, men ikke vist forståelse for hva denne grafen forteller noe om. Det kan være vanskelig å si noe om elevens forståelse ut i fra en slik besvarelse, kanskje har eleven full kontroll eller kanskje eleven har lært seg en fremgangsmåte for å løse slike oppgaver. Ved å bruke GeoGebra og regresjon har eleven vært innom det som kan kjennetegner en mulitmodal besvarelse med representasjonene tabell, funksjonsuttrykk og graf. Det er altså bare tekst-representasjonen som er fraværende. Dette forteller meg at det kanskje er i teksten og valgene av ord at elevens forståelse gjerne kommer frem, men samtidig kan jeg ikke konkludere med at eleven ikke har forståelse for hva han/hun har gjort og funnet. Det kan jo være at eleven synes det er så elementært at det ikke er nødvendig å nevne det en gang til når det allerede står i algebrafeltet i GeoGebra.

Elev 2

I oppgave 4 elev 2 har eleven tatt med noe tekst i besvarelsen. Eleven har også begrenset grafen til å vises i kun det området som er oppgitt i tabellen. I likhet med eleven i oppgave 4 elev 1 kan eleven gå fra tabellrepresentasjon til grafrepresentasjon. For å finne når vannstanden er på sitt høyeste har eleven brukt øyemål og ikke passende verktøy i GeoGebra. Med passende verktøy er det mulig å finne nøyaktig verdi for denne høyden og oppgi svaret som en nøyaktig høyde med 2 desimaler slik tallene er oppgitt med i tabellene i oppgaven.

Elev 3

I oppgave 4 elev 3 bruker eleven mer verbalspråk i sin besvarelse og forklarer både hva en skal finne, hvordan en gjør det og hva en har funnet. På spørsmålet om når vannstanden var 10,4 m har eleven løst dette både grafisk og ved regning slik det står i oppgaven. Eleven har gjort prosedyren ved grafisk løsning korrekt og brukt y = 10,4 for høyden på 10,4 m, men ikke skrevet opp hva løsningen ble. Ved regning har eleven valgt å skrive x = 10,4 for høyden på 10,4 m. Eleven har gjort seg en refleksjon rundt svaret eleven har fått. Eleven er usikker på hvorfor eleven har fått to svar: ett ved regning og ett ved grafisk avlesning. Bruker y=10,4 ved grafisk , mens x=10,4 ved regning. Dette kan være et eksempel på en selvmotisgelse hvor eleven har motstridene bruk av 10,4. Eleven reflekterer rundt svaret og ser at det ikke stemmer, men klarer ikke å finne feilen. Dette forteller meg at eleven ikke har helt forståelse for hva x og y forteller og har en misoppfatning knyttet til dette. Dette er ikke en uvanlig måte å løse slike oppgaver på. Kanskje eleven hadde klart det hvis eleven hadde hatt bedre tid siden dette var fra en prøvesituasjon.

Elev 4

I oppgave 4 har elev 4 i likhet med elev 3 levert en besvarelse med mye verbalspråk. Besvarelsen til elev 4 gir inntrykk av at eleven har en større forståelse fordi eleven er veldig tydelig på hva som er løsningene på de enkelte spørsmålene. Eleven har skrevet en tydelig fremgangsmåte og presisert det en skulle frem til tydelig. Jeg får inntrykk av at elev 4 har mer forståelse enn elev 3 på grunn av måten han/hun bruker verbalspråket sammen med skjermbildene fra GeoGebra. Han/hun fremhever det deloppgaven etterspør med et skjermbilde fra GeoGebra og understreker dette med verbalspråk. Eleven forteller meg med besvarelsen sin at han/hun har kontroll og håndterer både verktøyet og fagstoffet i dette emnet selvom eleven ikke kommer med noen tolking i oppgave 4. Løsningen har instrumentelt preg. Elevene har skrevet en tolking av svaret i c) og gjør det ikke på nytt i d). Eleven ser kanskje ikke behovet for å skrive forklaringen en gang til. Dette forteller meg at det kanskje ikke er naturlig å skrive om igjen samme tolkingen siden dette allerede er gjort i oppgaven før.

Oppsummering

Hvordan viser elever kontroll og forståelse når de besvarer slike oppgaver? De må fortelle hva de skal finne, hvordan de gjør det og presisere hva de har funnet. Dette kan de gjøre ved å bruke ulike representasjoner ved hjelp av verktøy som GeoGebra, bruke nødvendige fagbegrep som ekstremalpunkt/toppunkt og forklare hva dette gir informasjon om. Det er ikke uvanlig at elevers besvarelse er mangelfull på verbalspråk og forklaringer knyttet til det de har kommet frem til. Det er ikke uvanlig at elevene har løst oppgaven i GeoGebra, men ikke forklarer rundt hva de har funnet. Dette kan nok henge sammen med usikkerhet knyttet til hva de har funnet og hva det forteller. Hvis vi ser på resultatene fra oppgave 1-3 så er det ikke overraskende at elevene ikke kan hente ut kunnskap knyttet til grafisk avlesning når de går mellom ulike representasjoner. Dette forteller meg at elevene faktisk har for liten kunnskap knyttet til å tolke informasjonen i en tabell, graf, funksjonsuttrykk og teksten knyttet til dette.

4.4.5 Analyse av oppgave 5

Forventninger til oppgave 5

Oppgave 5 var en undersøkende oppgave der elevenes valgfrihet var stor. I besvarelsen på denne oppgaven så jeg for meg at eleven ville presentere en løsning der de har valgt et passende tallmateriale, fremstille dette på en oversiktlig måte og bearbeide dette ved å gå mellom ulike representasjoner, velge passende fremgangsmåte, beskrive og begrunne valgene de gjør og presentere en løsning av oppgaven i form av en tekst som er rik på fagbegrep og multimodalitet. Oppgave 5 er en innleveringsoppgave og i denne innleveringsoppgaven forventes det at det tas med en innledning, en hoveddel og en avslutning, en IMRAD–forventning som jeg ikke har beskrevet for elevene men som det altså viser seg at jeg burde beskrevet for elevene. Denne forventingen er uskreven og usagt for elevene og mer en forventning jeg som lærer har. Dette kommer inn under sosiomatematiske normer som jeg ikke kommer inn på i denne studien (Ånestad, 2011). Som en hjelp til oppbyggingen kan elevene bruke ”bokmerket” jeg har nevnt tidligere i oppgaven min sammen med deler av Polyas metode. I innledningen ser jeg for meg at elevene gir en oversikt over hva oppgaven handler om, hvilke opplysninger/tallmateriale de bruker, hvilken metode de velger, hjelpemidler som trengs, formler og så videre. Innledningen er ikke nødvendigvis så lang, men en introduksjon for å sette leseren i stand til å forstå hva oppgaven dreier seg om. I hoveddelen gjennomføres det som ble skissert i innledningen, forklarende tekst, resultater, grafer, tabeller, bevis, begrunnelser, tolking av resultater og så videre. Denne delen er i lengde mer omfattende enn innledningen. I avslutningen gis en liten oppsummering eller konklusjon der funnene fra det en skulle undersøke presenteres. Med en slik oppgave som dette i denne sammenhengen er det altså meningen at elevene skal sette de ulike delene de har jobbet med i emnet i en større sammenheng. En slik oppgave som dette vil kanskje hjelpe elevene til å se en større sammenheng i det de har lært i matematikktimene, og det vil også gi rom for kreativitet og engasjement på den måten at eleven har mulighet for å velge problemstillinger eleven selv er opptatt av og trekke dette inn i matematikken. Problemstillingene som elevene valgte i denne oppgaven var ganske spesifikke. Jeg har derfor valgt å bare ta med utdrag av enkelte oppgaver for å ivareta anonymitet.

Elev 1

I oppgave 5 hos elev 1 har eleven valgt en viktig problemstilling som er knyttet til tilgangen på rent vann i et krigsherjet land. Elevene har presentert dataene i en oversikt i form av å plotte punktene i et koordinatsystem antagelig i GeoGebra og leseren får her informasjon om både årstall og prosentandel av befolkningen som har rent vann. Eleven har reflektert rundt tallene og en modell som kan representere dem ved å påpeke at det ikke er snakk om en rett linje, men at det finnes en eksponentiallikning for linjen. Eleven har tegnet linjestykker mellom hvert punkt og har altså laget mange lineære modeller for perioden som er presentert. Dette forteller meg at eleven ikke har helt forståelse for hva en modell eller et funksjonsuttrykk forteller. Det kan kanskje tenkes at eleven blander dette sammen med linjediagram i statistikk.

Eleven nevner at det kan finnes en eksponentiallikning for materialet, men presenterer ikke noe uttrykk eller noe forklaring på hva et eksponentialuttrykk beskriver annet enn at det er et uttrykk for linjen. Dette forteller meg at eleven kanskje ikke helt har oversikt over de ulike kjennetegnene på funksjoner og hvordan disse ser ut. En eksponentialfunksjon er vanligvis ikke en rett linje, men beskrives heller som en krum kurve. Elevens refleksjon rundt stigningstall som noe som er kontinuerlig er også interessant. Kontinuerlig er ikke et ord som er nevnt i forbindelse med stigningstall i undervisningen, men kan nok være nevnt i forbindelse med at funksjoner er sammenhengende eller kontinuerlige. I 2P jobbes det kun med kontinuerlige funksjoner, så eleven har nok ikke et annet forhold til funksjoner enn at de er sammenhengende. I forbindelse med stigningstall kan vanlige ord som brukes i undervisningen være økning, nedgang, stiger jevnt, endring i x- og y-verdier. En lineær funksjon er kontinuerlig, men det er vel kanskje ikke det ordet en ville valgt først for å beskrive stigningstallet. Dette forteller meg at eleven nok kan ord som brukes i matematikk, men at elevene kanskje ikke har helt oversikt over rett bruk av ordene. Eleven har flere fagbegrep som førstegradsfunksjon, ikke-lineær, ekstremalpunkt, bunnpunkt og toppunkt med i teksten. Elevens bruk av begrepene som at bunnpunkt er der linjen begynner og toppunkt er slutten av linjen forteller meg at eleven nok har forståelse for størrelsen på verdiene linjen representerer, men at eleven kanskje ikke legger det samme i disse begrepene som det forventes at eleven skal vite om ekstremalpunkt i 2P. I sin besvarelse bruker ikke eleven regresjonsverkøyet i GeoGebra, et verktøy som kunne vært godt egnet til å bruke for å lage en modell av elevens tallmateriale. I sin besvarelse presenterer eleven vel egentlig det samme flere ganger med og uten tall og punkter. I forbindelse med jobbing med grafer og funksjoner i 2P er det nok slik at en fremhever ulike sentrale punkter på en graf, men at en gjerne har samme bilde av grafen hele tiden. Kan det da tenkes at eleven ikke ser forskjellen på det som det snakkes om i forbindelse med grafen og at det kan være lett å blande. Eksempel: en graf brukes først til å fremheve et ekstremalpunkt i form av et toppunkt for videre å bruke grafen til å fremheve et punkt nær toppunktet som kanskje forteller når f(x) er større enn en bestemt x. Dette forteller meg at eleven kanskje ikke har forstått hva en graf forteller om den faktiske situasjonen og at det kanskje kan være vanskelig å gi en praktisk tolking av de ulike punktene på grafen. I oppgaven konkluderer elevene med at ”landet har hatt en økning i andel av befolkning med tilgang til rent vann” uten noen videre forklaring. Dette er ikke uvanlig og forteller meg at elevene kanskje ikke ser betydningen av å poengtere og begrunne de viktigste funnene, men at det kanskje sier seg selv når grafen er presentert. Når en ser på elevens besvarelse så kan en vel egentlig slå fast at eleven har presentert det samme flere ganger bare med og uten de opprinnelige punktene representert. Dette forteller meg at det kanskje kan være vanskelig og forvirrende for elevene å vite hva som skal presenteres og hva som representerer ny informasjon i forbindelse med grafiske fremstillinger selv om eleven gjerne kan mange av fagbegrepene. Oppgaven var med hjelpemidler, men det kan se ut som eleven ikke har benyttet seg av muligheten til å for eksempel slå opp i læreboken. Dette forteller meg også at lærebøkene og hjelpemidlene kanskje ikke er så nyttige verktøy for elevene som en skulle tro. En annen mulig forklaring kan kanskje være at eleven ikke synes matematikk er videre interessant og derfor ikke setter seg særlig grundig inn i stoffet, men presenterer etter hukommelsen det som kan si noe om materialet.

Besvarelsen bærer preg ikke preg av å være en tallrik besvarelse og heller ikke en særlig ordrik besvarelse. Faglig sett så inneholder besvarelsen en del fagbegrep, men fagbegrepene er ikke nødvendigvis korrekt brukt. I forhold til multimodalitet i besvarelsen så er besvarelsen preget av tekst og graf mens funksjonsuttrykk er fraværende.

Elev 2

Elev 2 oppgave 5 har valgt å presentere en oppgave fra læreboken, noe som er helt greit i denne sammenhengen. Dette forteller meg at eleven kanskje synes det er vanskelig å finne egnet tallmateriale eller at eleven ønsker å komme raskt i gang og derfor velger en litt enklere måte å finne tallmateriale på. Det kan også fortelle meg at eleven er fornøyd med læreboken, liker oppgavene der eller synes at det er forutsigbart å jobbe med denne typen oppgaver som det er enkelt å finne løsningseksempler til i læreboken. Kanskje eleven foretrekker å jobbe med noe som eleven kan kontrollere svarene på. Dette kan igjen fortelle meg at eleven kanskje er litt usikker på sin egen matematikkunnskap og derfor synes det er greit å ha en viss kontroll. Oppgave 4.73 i læreboken handler om å finne den polynomfunksjonen som passer best til tallmaterialet og videre bruke denne til å lese av en temperatur når et tidspunkt (x-verdi) blir oppgitt. Svaret som oppgis i fasiten er en tredjegradsfunksjon. I elevens besvarelse har eleven prøvd seg frem med hvilken polynomfunksjon som passer best til tallmaterialet og nevnt tredjegradsfunksjon og syvendegradsfunksjon. Eleven bestemte seg for å bruke tredjegradsfunksjon slik fasiten i boken oppgir som funksjonsvalg selv om syvendegradsfunksjon beskriver situasjonen mer nøyaktig. Dette forteller meg at eleven kanskje synes at fasiten er en støtte og at det gjerne i matematikk søkes etter en rett løsning. Dette forteller meg også at eleven kanskje er usikker på sin egen kunnskap og kanskje ikke helt stoler på sin egen dømmekraft når det strider mot det læreboken sier. Eleven har brukt mange ord i sin besvarelse og beskrevet forløpet til grafene ganske nøye. Eleven har ikke beskrevet fremgangsmåte eller oppgitt funksjonsuttrykk. Dette forteller meg igjen at det kan virke som om det er grafen i koordinatsystemet som gir eleven mest informasjon og et best bilde av situasjonen. Eleven har i dette tilfellet kommet frem til to alternative uttrykk for funksjonen, men valgt å ikke oppgi noen av dem. Eleven fremstiller tallmaterialet sitt både i tabell, grafisk og med en forklarende tekst. Av besvarelsen kan en se at eleven har forståelse for ekstremalpunkt og hva disse betyr ved at eleven gir en forklaring på fagbegrepet, en tolking av resultatet og en markering på grafen. Dette forteller meg at eleven kanskje kan se en sammenheng mellom ulike representasjoner når det gjelder sentrale punkt som ekstremalverdier. Det at eleven har et god forståelse for sammenhengen mellom grafen og den praktiske situasjonen, kan gjerne bekreftes av beskrivelsene eleven gir av forløpet i grafen. Dette forteller meg videre at eleven kanskje ikke har sett betydningen av funksjonsuttrykket siden dette ikke oppgis i besvarelsen. Eleven har også i sin besvarelse tatt med et søylediagram, noe som forteller meg at det kanskje for eleven ville være like naturlig å fremstille dataene i et slikt diagram fremfor ved hjelp av en graf. Dette kan gjerne bekrefte at et funksjonsuttrykk forteller eleven lite om den praktiske situasjonen og at et bilde i form av graf eller søylediagram gjerne forteller eleven mer. På spørsmål om avlesning av gradtall leser eleven av gradtall flere ganger og får forskjellig svar flere ganger. Eleven leser av korrekt gradtall på søylediagram, men ikke korrekt når han/hun leser av grafen. Dette kan væe eksempel på en selvmotsigelse. Eleven oppdager ikke selvmotsigelsen i samme tallmateriale selv om han/hun leser av forskjellige verdier. Eleven leser altså av feil på 3. grads polynomet, rett i søylediagram og igjen feil i 7. grads polynomet.

Besvarelsen er ordrik med god bruk av multimodalitet, men ikke noe funksjonsuttrykk er oppgitt. Faglig sett så inneholder besvarelsen noen fagbegrep og eleven viser grei forståelse av hva disse fagbegrepene omfatter.

Elev 3

Elev 3 har i likhet med elev 2 valgt å ta utgangspunkt i tallmateriale fra en oppgave i læreboken. Oppgaven i læreboken går ut på å finne en eksponentialfunksjon som passer best til tallmaterialet og deretter undersøke hvordan tall gjort i nyere undersøkelser (altså tall utenfor det opprinnelige definisjonsområdet i oppgaven) passer med modellen. Eleven har ikke oppgitt noe funksjonsuttrykk, men valgt å fremstille en rett linje i koordinatsystemet med begrunnelse at eksponentialfunksjon ikke passet like godt. Eleven nevner at den rette linjen har positivt stigningstall, men oppgir ikke hva dette er. Det at eleven velger å fremstille tallmaterialet i besvarelsen med en annen modell enn det som blir foreslått i læreboken forteller meg at kanskje er eleven mer opptatt av at funksjonen skal stemme best mulig til oppgitte punkter uten at dette gjerne stemmer i et lengre perspektiv. Dette forteller meg også at elevene kanskje ikke har oppfattet hva en funksjon uttrykker og at en funksjon kan forutsi noe om det som skjer fremover. Dette kan altså bety at eleven er mer opptatt av at funksjonen skal stemme best mulig for perioden tallmaterialet gjelder enn at det også kan være en modell som gjelder fremover en periode. Eleven nevner at eksponentialfunksjon ikke passet like godt, og dette får meg til å anta at eleven har prøvd med eksponentialfunksjon. Ved å prøve dette i GeoGebra på tallmaterialet, fremkommer en eksponentialfunksjon som stiger mye brattere enn den rette linjen eleven synes passer bedre til tallmaterialet. Eleven har også valgt å beregne prosentvis endring i hele perioden. Dette forteller meg at eleven kanskje har reflektert endel over hva som kan være en realistisk utvikling knyttet til denne problemstillingen og at eleven kanskje synes en ”moderat” endring på 618,18% er mer realistisk enn den eksplosive veksten en eksponentialfunksjon ville gitt. Ved å ta med prosentregningsdelen i besvarelsen sin, vil kanskje eleven fortelle at han/hun ser at det er snakk om noe som dreier seg om prosentvis endring siden læreboken nevner eksponentialfunksjon, men at eleven gjerne synes at dette gir en voldsom høy vekst i bruken av tekstmeldinger. Eleven nevner også andre kommunikasjonsformer på internett som kan ta over for kommunikasjon via tekstmeldinger på smarttelefon. Dette forteller meg at kanskje har eleven et realistisk syn på digital utvikling fremover og at han/hun kanskje stiller reflekterende spørsmål til det som står i kilder som matematikklæreboken.

Besvarelsen er ordrik med god bruk av multimodalitet, men i likhet med andre eleveres besvarelser er ikke noe funksjonsuttrykk oppgitt. Faglig sett så inneholder besvarelsen noen fagbegrep, eleven viser grei forståelse for hva disse fagbegrepene betyr.

Elev 4

Elev 4 i oppgave 5 har valgt et alvorlig, viktig og aktuelt tema. Eleven har valgt å presentere problemstillingen med informasjon og beskrivelse knyttet til temaet samt bilder som belyser temaet med kilder. Elevene har også tatt med tall og statistikk som dekker noen år. Presentasjonen er ryddig med godt formulert tekst. Statistikk som er tatt med viser fordeling i ulike land og fordeling voksne/barn. Det er også noen bilder som kan understreker maktforholdet i situasjonen temaet gjelder. Bilden kan gjerne se arrangert ut og er fylt med kontraster som kan understreke budskapet knyttet til elevens tema. Dette forteller meg at eleven kanskje har valgt bildene med omhu for å understreke alvorligheten i temaet, noe elevens valg knyttet til statistikk kanskje også gjør. Sett i fra en matematikklærers syn kan nok denne besvarelsen bære preg av å formidle noe annet enn matematikkens budskap. Dette forteller meg også at det kanskje er snakk om en samfunnsengasjert elev som muligens er opptatt av rettferdighet og gjerne vil sette fokus på et handlingsmønster som er veldig feil. Det kan altså se ut som matematikken forsvinner litt i temaet. Eleven har gjort noen beregninger og kommet frem til en funksjon som han/hun presenterer i form av en graf. Eleven reflekterer en del rundt påliteligheten til dataene som han/hun har basert besvarelsen sin på, men de matematiske betraktningene er gjerne ikke like tydelige. Dette forteller meg at eleven nok er opptatt av å formidle problemstillingen, men gjerne ikke like opptatt av å presentere de matematiske betraktningene som kan knyttes til dette.

Besvarelsen er ordrik med god bruk av multimodalitet, men heller ikke i denne besvarelsen er funksjonsuttrykk oppgitt. Faglig sett så inneholder besvarelsen noen fagbegrep, men elevens fokus er ikke så tydelig på det matematiske innholdet.

Oppsummering oppgave 5

Felles for noen av besvarelsene var at elevene valgte tallmateriale som gikk over få år, eksempelvis 2 år eller 3 år. Dette er en noe kort periode for å danne seg et bilde av utviklingen over tid. Noen av de valgte tallmaterialene viste til øyeblikksbilder og kunne vært bearbeidet i form av statistikk i stedet. Dette forteller meg at eleven ikke har full forståelse for hva en graf kan representere og ikke kan skille mellom statistisk fremstilling og grafisk fremstilling, altså at eleven kan være usikre i forhold til når det er hensiktsmessig å fremstille informasjon i statistikk og hva som passer å fremstille grafisk. Det er ikke uvanlig at elever i stedet for å analysere tallmaterialet ved hjelp av funksjoner og modeller, velger å fremstille materialet i form av statistikk som søylediagram og linjediagram. I andre av besvarelsene har elevene valgt datamateriale som går over flere år eller et lengre tidsrom. Det gir godt grunnlag for en utvikling og analyse over tid. Flere av besvarelsene bar preg av bilder av graf og lite verbalspråk. Eleven viste i liten grad ulike representasjoner. Elevene presenterte ikke noe funksjonsuttrykk for tallmaterialet selv om de påpekte at det kan være en bestemt type funksjon. Elevene kom med noen påstander som ikke ble bevist slik en gjerne gjør i matematikk. Hos elev 1 i oppgave 5 så vi at ordbruken knyttet til ekstremalverdier, kunne tyde på at eleven hadde misoppfatninger knyttet til dette. Konklusjonen eleven avslutter med er ikke begrunnet annet enn ved at det blir sett på den grafiske fremstillingen.

Dette forteller meg at elevene ikke ser betydningen av å gi ulike fremstillinger av materialet for å øke troverdigheten og tydeliggjøringen. Elevene har holdt seg til få representasjonsformer (tekst og graf). Elevene benyttet seg lite av det som kjennetegner det matematiske språket med symbolbruk og fagterminologi. Det var få eksempler på normalisering av ord, i oppgave 5 hos elev 2 finner vi *stigning.* Språket til elevene er preget av dagligdagse ord. Fagbegrepene som ble benyttet var de som er spesifikke for analyse av en funksjon som toppunkt, bunnpunkt og så videre. Elevene benyttet seg ikke av konstruerte ord som en gjerne kan gjøre i matematiske tekster. Abstraksjonsnivået i tekstene var ikke stort. Problemstillingene som ble valgt var virkelighetsnære og lette å relatere seg til. I flere av eksemplene fortalte elevene virkelighetsnært om problemstillingen og det de viste underveis. Ingen av eleven har presentert et funksjonsuttrykk som en modell for problemstillingen. Dette forteller meg at elevene synes det var tilstrekkelig å presentere tallmaterialet i form av en graf og at funksjonsuttrykket ikke var viktig. Dette stemte med inntrykket fra oppgave 1-3 og oppgave 4 der resultatene også viste at funksjonsuttrykket var av underordnet betydning for elevene. Dette kan tyde på at for elevene så er en tegning viktigere enn et funksjonsuttrykk av for eksempel typen y=5x+3. Det kan tenkes at elevene kan bruke funksjonsuttrykket i de sammenhenger hvor samme informasjonen ikke kan leses av en graf, men at dersom elevene har en graf tilgjengelig foretrekker de å lese av denne fremfor å beregne. I oppgave 4b) der elevene skal lese av når tid vannstanden er høyest, valgte for eksempel elev 2 å lese av grafen som var tegnet uten å bruke noen kommando for dette i GeoGebra. Dette førte nok til en mer unøyaktig avlesning. Det er ikke uvanlig å se at elever velger denne løsningen. Dette forteller meg at elever foretrekker å lese av graf fremfor å beregne når det er mulig og at elevene dermed kanskje ikke har helt forståelse for viktigheten av nøyaktighet og usikkerhet i avlesninger. Dette forteller meg også at elevene kanskje ikke har forstått hvilken informasjon som ligger i et funksjonsuttrykk og at de heller velger å benytter seg av det visuelle bildet av situasjonen i form av grafen.

Innleveringsoppgave i matematikk og det å skrive matematiske tekster i den sammenhengen er nok ikke dagligdags for elevene, men å besvare oppgaver hentet fra læreboken eller oppgaver som er tilsvarende lærebokoppgavene er dagligdags og kanskje den foretrukne arbeidsmetoden i følge tilbakemeldinger fra elevene som jeg har skrevet om tidligere i dette kapitlet. Det er derfor litt overrasende at ikke elevene benytter seg mer av noe som ligner på IMRAD-metode når de løser en slik oppgave som oppgave 5. Gjennom arbeidet med oppgaver i matematikkfaget skulle en tro at de nærmest var drillet i å løse oppgaver etter denne metoden, men resultatene fra oppgave 5 i likhet med resultatene fra oppgave 1-4, viser at eleven ikke har forstått betydningen av de ulike representasjonene for å underbygge det de vil vise/bevise og å skrive forklarende tekst til hva de gjøre og finner. I følge Kunnskapsløftet er skrivemåter i matematikk slik jeg har skrevet om i kapittel 2 i oppgaven min: planlegge, vurdere, beregne, drøfte, presentere, analysere, utforske, beskrive, undersøke. I elevenes besvarelser ser vi at elevene bruker ”oppskriftsmessig” fremgangsmåte og de søker å løse oppgaven slik de løser oppgaven i læreboken. Dette forteller meg at for veldig mange er matematikk et oppskriftsfag og at kreativitet og logikk ofte må vike for ”oppskrifter”. Dette hindrer elevene i å vise matematisk kompetanse i besvarelsene sine fordi de gjerne ikke blir trent i å bruke problemløsning og modellering til å analysere og omforme et problem til matematisk form , løse det og vurdere gyldigheten av løsningen slik Utdanningsdirektoratet beskriver at matematisk kompetanse er.

4.4.6 Kategorisering av elevene

Jeg har brukt egne kategorier fordi det har vært enklere å klassifisere elevenes besvarelser etter disse. Kategoriene jeg har jobbet med er operasjonelle i form av at de er observerbare og målbare. Eksempelvis er det enklere å si at en besvarelse er ordfattig enn at den er kreativ og det blir på den måten enklere å kategorisere etter bestemte kategorier. De kategoriene jeg har brukt er derimot tegn på kategoriene som er nevnt hos Boesen. En ordrik besvarelse med bruk av multimodalitet kan en tenke er det samme som kreativ resonnering. En ordfattig besvarelse kan en tenke er det samme som imitativ resonnering. Dersom en besvarelse inneholder en løsningsmetode som bærer preg av oppramsing og er ordfattig kan en sammenligne den med algoritmisk resonnering. Dersom besvarelsen er ordfattig med lite algoritimiske løsninger til stede, kan en sammenligne den med memorisert resonnering. Men koblingen mellom kategoriene som er brukt i denne studien og Boesens kategorier er kanskje ikke så tydelige. Det kan jo være slik i matematikk at en ordfattig besvarelse kan være en genial besvarelse og i følge Boesens kategorier et eksempel på kreativ resonnering. Det er ikke sikkert at en ordfattig besvarelse i denne studien ville havnet i den kategorien til Boesen.

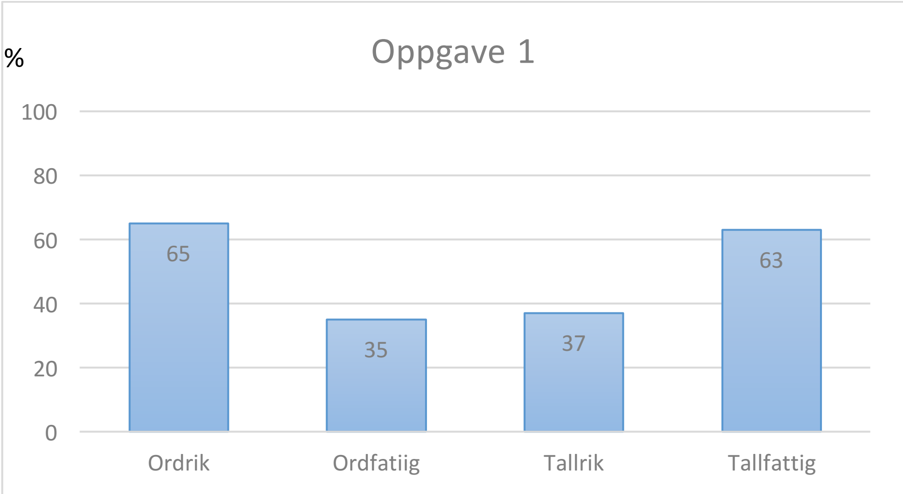
Jeg har fremstilt deler av materialet i denne studien i diagrammer som viser fordeling i de ulike kategoriene. Dette har jeg gjort for å få et inntrykk av hva elevene skriver og hva som kan være en tendens i de utvalgte oppgavene. Jeg har ikke tatt for meg alle kategoriene siden denne fremstillingen kun var ment for å gi ett inntrykk av om det kun var den ene utvalgte eleven som besvarte oppgaven slik jeg har vist i analysedelen, eller om det var flere elever som svarte tilsvarende.

Hvilke kjennetegn har jeg tenkt når jeg har kategorisert elevene? Jeg har tenkt følgende:

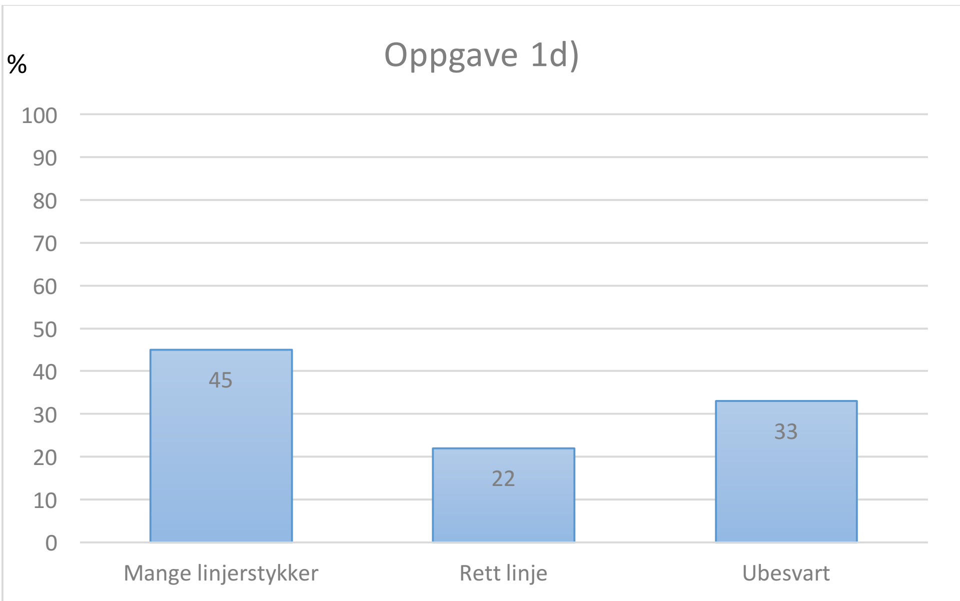
Ordrik	besvart med tekst i form av en/flere setning
Ordfattig	svart med ingen/ett/to ord uten hele setninger
Tallrik	brukt flere tall i besvarelsen. Produsert egen tall for eksempel i et funksjonsuttrykk eller i et eksempel eleven lager for å vise prinsippet sitt
Tallfattig	ett/to tall eller fravær av tall i besvarelsen
Multimodaltitet	brukt minst to representasjoner, eksempel tekst og funksjonsuttrykk
Fravær av multimodalitet	brukt en type representasjon som for eksempel kun ord eller funksjonsuttrykk

Alle tall er oppgitt i prosent og basert på det tallmaterialet jeg har hatt til rådighet.

Oppgave 1

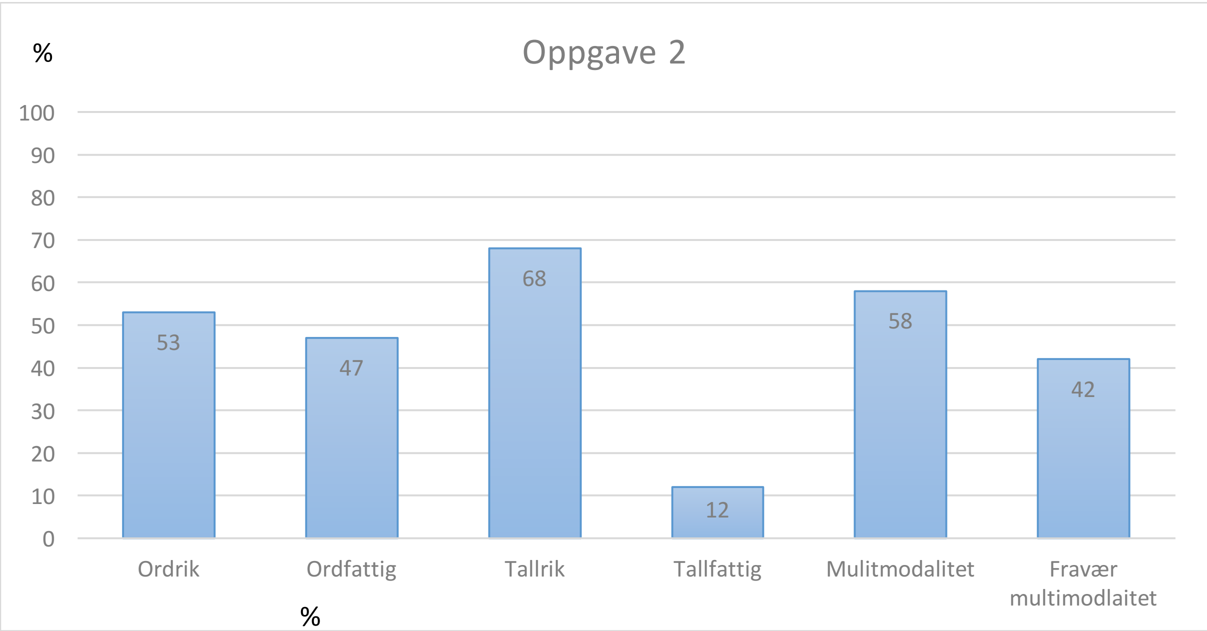


I oppgave 1 som var en innledende oppgave der elevene skulle beskrive faguttrykk med egne ord og nødvendige representasjoner, ser vi at det kan være en tendens til at elevene besvarer ordrikt og tallfattig. I oppgave 1 d) skulle elevene tegne i oppgitt koordinatsystem den modellen som beste beskriver punktene som var oppgitt. Det kan se ut som hovedtendensen er at elevene ikke tegner en lineær modell som gjelder for alle punktene, men mange lineære modeller fra punkt til punkt. Denne oppgaven var det også mange som unnlot å besvare.



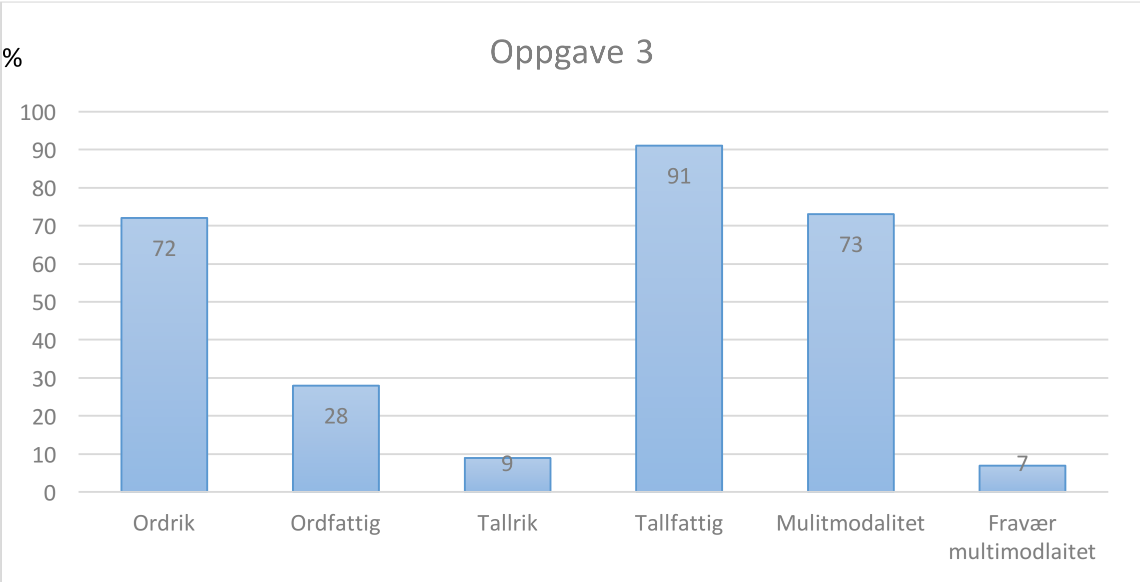
Oppgave 2:

Oppgave 2 var en kontrolloppgave der elevene skulle vise at de kunne bruke kunnskap tilsvarende det de presenterte i oppgave 1. I oppgave 2a) skulle elevene komme frem til en rettlinjet modell, altså en representasjon som inneholdt blant annet tall, og i 2 b) skulle de bruke en rettlinjet modell og finne en y-verdi, altså ett tall. Dette var altså en oppgave som etterspurte et konkret svar. I besvarelsen av denne oppgaven kan det se ut som det er jevnere fordelt i forhold til bruk av ord og multimodalitet. Bruk av tall skiller seg ut og det kan se ut som hovedtendensen er at det brukes mer tall i en slik besvarelse.



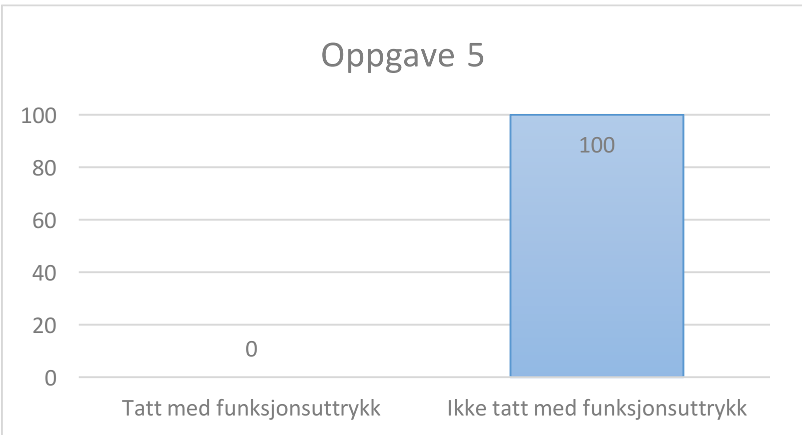
Oppgave 3

I oppgave 3 skulle elevene lage en oversikt over kjennetegn på funksjoner. Det ble ikke skissert i oppgaven hva som ble forventet at elevene skulle ta med i besvarelsen sin. Av diagrammet under kan det se ut som det er en tydelig tendens til at elevene utelater tall i besvarelsene sine, men at ord og multimodalitet er med.



Oppgave 5

I oppgave 5 skulle elevene blant annet finne et uttrykk for en modell, altså et funksjonsuttrykk. Det ble skissert i oppgaven hva som ble forventet at elevene skulle ta det med i besvarelsen sin. Av materialet jeg hadde til rådighet var det faktisk ingen av elevene som hadde tatt dette med. Dette vises i diagrammet.



5. Avslutning og konklusjon

5.1 Konklusjon

I forrige kapittel ble det beskrevet hvordan jeg i denne studien har jeg gitt forskjellige oppgaver til elever i faget matematikk 2P, og hva jeg har funnet i analyser av elevers skriftlige besvarelser på disse oppgavene. Jeg har sett etter faglig innhold, multimodalitet, ordrikhet, tallrikhet, selvmotsigelser og sammenhenger. I forbindelse med denne studien kan det se ut som det er flere ting som går igjen hos flere elever ved skriftlig besvarelse av disse oppgavene.

Ved analyse av de skriftlige besvarelsene som er analysert i denne studien kan det se ut som det er flere eksempler på at elevbesvarelser nok har noe begrenset faglig innhold. Besvarelsene på oppgave 1 der elevene skal beskrive ulike fagbegrep knyttet til rett linje, preges elevenes svar av korte setninger og dagligdagse ord. I forhold fagbegrep som for eksempel stigningstall til rette linjer kan resultater i denne studien tyde på at flere elever ikke helt har fått med seg overgangen mellom stigningstallet til en linje i et koordinatsystem og stigningstallet i et funksjonsuttrykk. I oppgave 2 ved utregning av stigningstall til en linje mellom to oppgitte punkt, viser flere elever usikkerhet knyttet til dette. Dette kan bekreftes av elev 2 som ser at det er en sammenheng mellom endringen på x-aksen og stigningstallet, men som ikke klarer å komme videre etter å ha funnet endringen på x-aksen. Elev 3 har benyttet seg av representasjonene graf og tabell, men ikke representasjonen funksjonsuttrykk. Elev 4 har på samme oppgave prøvd seg frem for å finne et stigningstall og et funksjonsuttrykk som kan passe, men har ikke lykkes i dette. I grunnen er det litt overraskende at flertallet av elevene har problemer med å komme frem til rett stigningstall for en linje og heller ikke klarer å komme frem til rett funksjonsuttrykk for en linje når en tenker på at det nok jobbes en god del med dette i skolen på flere nivå. Besvarelsene av oppgave 2 preges av utregninger og tall uten særlige forklaringer og uten særlig bruk av definisjoner og generelle uttrykk som for eksempel uttrykk for rett linje $y = ax + b$. Besvarelsene i oppgave 3 preges av lite fremheving av faglige sammenhenger og preges mest av enkle skisser av graf i koordinatsystem. Besvarelsene i oppgave 4 er preget av lite tekst med faglig innhold i form av sammenhenger, forklaringer, utregninger og begrunnelser. Besvarelsene av oppgave 5 er preget av sammenhengende tekstbesvarelse, men uten særlig fokus på matematiske sammenhenger mellom materialet og utviklingen i materialet. Besvarelsene i oppgave 5 preges for eksempel av at i flertallet av besvarelsene bærer preg av presentasjon av problemstillingen og diskusjon rundt denne mens det matematiske aspektet som representerer det faglige innholdet i denne sammenhengen er mangelfullt. Det kan altså tyde på at elevene ikke legger særlig vekt på å skrive en besvarelse med faglig innhold som belyses ved hjelp av sammenhenger og mulitmodalitet slik en gjerne tenker at en matematisk tekst skal være formulert.

I oppgaver der det gis mulighet for å skrive multimodale tekster kan resultater i denne studien tyde på at elevene gjerne ikke ser betydningen av å benytte seg av ulike representasjoner. På besvarelser knyttet til oppgave 3 (kjennetegn på ulike funksjoner), kan det se ut som elevene oppfatter at grafen representerer funksjonen best. Det kan også se ut som at grafen alene er tilstrekkelig for å gi eleven et inntrykk av funksjonen og at tall, ord, symboler eller tabeller er overflødig. Besvarelsene til elev 2, 3 og 4 på oppgave 3 er eksempler på dette. Dette kan tyde på elevene kan trekke mest informasjon ut av en graf siden det er representasjonen graf flest elever for eksempel tegner når de skal oppgi kjennetegn på en funksjon. Det er også representasjonen graf eleven tar med på oppgave 5 der et tallmateriale skal presenteres og analyseres. Det kan se ut som funksjonsuttrykket har liten verdi for elevene og at funksjonsuttrykket kanskje gir elevene lite informasjon. På besvarelse av oppgave 5 er faktisk funksjonsuttrykket fraværene selv om elevene skal presentere en modell av materialet de har valgt. Dette kan kanskje tyde på at elevene oppfatter det slik at det er grafen som er modellen og ikke funksjonsuttrykket. Det kan se ut som elevene benytter seg av funksjonsuttrykket for å *tegne* en graf i GeoGebra, og i den sammenhengen kan kanskje funksjonsuttrykket ha verdi for elevene. Men utover det kan det se ut som det kanskje er grafen som har størst informasjonsverdi for elevene og som kan brukes for å finne informasjon om ekstremalpunkt og så videre. Det kan altså se ut som elevene gjerne ser på funksjonsuttrykket som et verktøy for å tegne grafen, men at de kanskje ikke kan hente noe mer informasjon ut av dette uttrykket. Det kan videre se ut som at det er grafen som gir elevene informasjon og at det kanskje er denne som gir elevene mest informasjon knyttet til praktisk tolking av situasjonen som beskrives. Det kan se ut som det kanskje er mangelfulle kunnskaper hos elevene knyttet til det å gå i mellom ulike representasjoner, og det kan se ut som de ulike representasjonene tilsammen ikke gir elevene mer informasjon enn representasjonen graf gir alene. Dette kan nok forklare at flere elever gjerne ikke ser behovet for å ta med flere representasjoner i sine besvarelser.

I forhold til selvmotsigelser så fant jeg i mitt materiale få eksempler på dette. På besvarelse av oppgave 5 hos elev 3 så jeg at eleven leste feil av på grafen, leste rett av på søylediagram og ikke reflekterte over de forskjellige verdiene han/hun leste av. Det kan altså se ut som at eleven kanskje ikke ser at det er sammenheng i mellom ulike måter å fremstille data på og at de ulike måtene representerer det samme eller at eleven kanskje er fornøyd med ett svar og derfor ikke reflekterer videre over det.

I forhold ordrikhet, tallrikhet og tekstene elevene velger å besvare oppgavene med så kan det se ut som det ikke er samsvar mellom elevenes svar og lærerens forventning til besvarelsene. Det kan kanskje se ut som lærerens forventning om at elevene skal ha oppfattet at en oppgave besvares med en tekst som omfatter en innledning, en hoveddel med utregninger og begrunnelser og til slutt en konklusjon der resultatet tydeliggjøres, altså slik at deler av IMRAD-metoden tas i bruk, ikke er tilfelle. Det kan altså se ut som noen usagte forventinger fra lærerens side med fordel kan nevnes for elevene og på den måten kanskje kan gjøre elevene oppmerksomme på enkelte punkter som hjelper elevene til å levere mer komplette og helhetlige besvarelser. Her kan kanskje også modelltekster gi et viktig bidrag som hjelp til å besvare oppgaver mer helhetlig, dekkende og litt mer etter IMRAD-mal. Kanskje er det slik at læreren har forventinger til elevenes besvarelser som elevene kanskje ikke er klar over fordi læreren ikke har nevnt disse forventingene. Kanskje det er slik at læreren tror at elevene er klar over forventingene som er knyttet for eksempel til en besvarelse av tekstoppgave uten at elevene er det. Hvis dette er tilfelle kan informasjon til elevene være viktig samt kanskje arbeid med modelltekster også kan være lærerikt og være en god hjelp i forbindelse med besvarelser i matematikk. I forhold til å begrunne og å konkludere kan det se ut som den faktiske situasjonen er slik at elevene kanskje ikke ser behovet for å gjenta ting som oppgis i oppgaveteksten eller å skrive på nytt det som er skrevet i tidligere deloppgaver slik besvarelsen til elev 4 oppgave 4 c) og d) kan være eksempel på. I denne besvarelsen har eleven skrevet en tolking av svaret i c) og gjentar ikke dette på nytt i deloppgave d). Det kan altså se ut som elevene besvarer oppgaver med kort tekst uten å gjenta opplysninger. Det kan også se ut som elevene svarer kort og ensidig. Det kan se ut som at i oppgaver som spør om utregninger skriver elevene tall mens i oppgaver som ikke direkte etterspør tall skriver elevene lite tall. Dette kan oppgave 3 (kjennetegn på ulike funksjoner) gjerne være eksempel på. Ved besvarelser av denne oppgaven kan det se ut som flertallet av elevene velger å tegne grafen uten å gi noe nærmere forklaring rundt denne. Det kan altså se ut som elevene ikke skriver ordrike besvarelser slik besvarelsene av oppgave 3 kan være eksempel på. Elevene skriver lite forklarende tekst, med unntak av oppgave 5. Oppgave 5 var en innleveringsoppgave der elevene skulle velge seg et tema og presentere talmateriale knyttet til dette. Ingen av elevene tok med funksjonsuttrykket i sin besvarelse av denne oppgaven. Denne oppgave-typen kan minne litt om innleveringsoppgaver som også gis i andre fag og som elevene nok er kjent med og kanskje litt vant til å jobbe med i forbindelse med fag som samfunnsfag eller norsk. I besvarelsene i forbindelse med denne studien kan det se ut som at elevene besvarer en slik oppgave med en ordrik tekst, men at matematikkaspektet kan være mangelfullt. Det kan altså se ut som elevene ikke har problemer med å besvare en slik oppgave med nok ord, men at koblingen til matematikk kanskje kan være vanskelig å få med. Det kan kanskje tyde på at elevene ikke ser på matematikkaspektet som et viktig aspekt ved slike oppgaver og at dette kanskje er et aspekt som gir elevene lite anvendbar eller nyttig informasjon.

Det kan se ut som den representasjonen av tekst, tabell, graf og funksjonsuttrykk som gir elevene mest informasjon er graf og at det gjerne er denne som elevene ser på som funksjonens modell. Samlet inntrykk er at funksjonsuttrykket oppleves nyttig når grafen skal tegnes, men utover det er det grafen i koordinatsystemet som gir elevene informasjon de kan tolke som for eksempel et toppunkt eller den høyeste verdien noe kan ha. Det kan også se ut som elevene oppfatter en kobling mellom søylediagram og graf, og at begge deler kan brukes til å lese av verdier knyttet til grafen. Når det kommer til oppgaver der elevene skal tolke et tallmateriale knyttet til en praktisk situasjon hvor de gjerne også skal sette leseren inn i den praktiske situasjonen, kan fort problemstillingen overskygge matematikken i besvarelsen. Studien viser også at elever ikke alltid er så opptatt av å å reflektere rundt svaret de er kommet frem til, men at de kan være fornøyd med et svar selv om svaret ikke stemmer. Det er heller ikke alltid at eleven ser at svaret ikke stemmer eller stiller spørsmål ved dette, selv om eleven gjerne har lest av forskjellige resultater for samme informasjon. Samlet sett kan det se ut som elevene foretrekker å besvare oppgaver som etterspør tallsvar med tall og ellers med tekstsvar uten bruk av flere ulike representasjoner.

5.2 Kritisk blikk

I et klasserom er det forskjellige forventinger fra lærer og fra elev og det kan være forskjellige sett med normer og regler. Noen av disse forventingene og normene kan være usagte eller uskrevne. Sosiomatematiske normer kan være eksempel på dette. Dette er blant annet undersøkt av McClain og Cobb i 2001 (Ånestad, 2011) der det blant annet ble undersøkt hva elevene mente om ulike løsningsmetoder på matematikkoppgaver. Ulike klasserom kan preges av ulike sosiomatematiske normer. Ved såkalt tradisjonell og lærebokstyrt undervisning er de sosiomatematiske normene preget av å løse oppgaver for å klargjøre elevene til eventuell eksamen (Ånestad, 2011). Elevenes handlingsrom blir begrenset og tanken er at en skal oppnå størst mulig læringsutbytte med tydelig pedagogisk styring. Matematisk arbeid kan foregår både med og uten styring. I artikkelen til Ånestad står det følgende (Ånestad, 2011, s. 17):

> *"Det er ... ikke det å høre på lærere som er avgjørende for læringsutbyttet ..., men hva lærer sier og hvordan elever responderer på dette."*

Dette kan overføres til skriftlig matematisk arbeid i forbindelse med faget, og en kan gjerne tenke det er hvordan elevene responderer på arbeidet og gjennomfører arbeidet som er avgjørende for et godt læringsutbytte. I den forbindelse er kanskje modelltekster og utarbeiding av gode modelltekster sammen med elevene, et nyttig arbeid å gjøre for å øke elevenes læringsutbytte. Forskning viser også at det kan være utfordrende for elever som har jobbet mye lærebøker å overføre kunnskapen til nye situasjoner (Ånestad, 2011, s. 18). Å prøve å bruke matematikk i andre sammenhenger enn i de oppgavene som presenteres i læreverk, kan kanskje også være nyttig for å øke læringsutbytte. Jeg bearbeider ikke temaet sosiomatematiske normer noe videre i denne oppgaven siden det er en vinkling jeg har kommet over sent i mitt arbeid, men det kunne vært undersøkt videre.

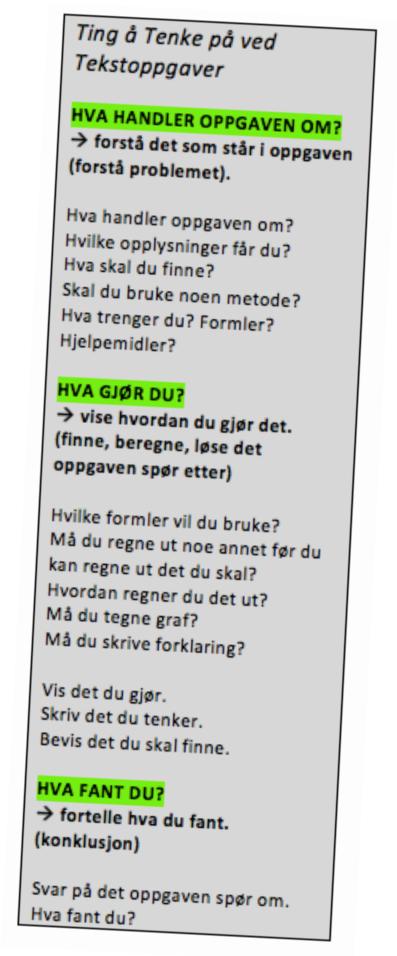
Jeg har viet tekstanalyse liten oppmerksomhet, men ser for meg at det er noe jeg kommer til å jobbe med videre i klasserommet. Jeg har også viet lite oppmerksomhet til 1. og 2. ordens språk i denne oppgaven. Det er noe som jeg fremover vil vie mer oppmerksomhet når jeg blant annet skal jobbe med emnet funksjoner i klasserommet. Det kan være ganske interessant å se nærmere på Høines sitt arbeid med dette og hvordan en kan jobbe med det dagligdagse språket i matematiske sammenhenger (Høines, Reinert, Selvik, 1999, s. 112).

Andre kritiske betraktninger kunne vært at utvalget kunne vært utvidet og det kunne vært sett på et større utvalg av tekster. Andre typer tekster kunne også vært sett på. Det kunne vært valgt ut andre typer oppgaver. Det kunne vært jobbet med mønstertekster eller modelltekster. Det kunne vært andre mulige måter å analysere tekstene på og det kunne vært brukt andre kategorier som for eksempel kategoriene til Lithner.

5.3 Veien videre

Erfaringene jeg har fått gjennom å jobbe med denne oppgaven og det eleven har vist meg gjennom sine besvarelser, vil jeg jobbe videre med i min praksis som lærer. Jeg vil være bevist på at det er utfordringer knyttet til blant annet emnet jeg har sett på i denne studien, og at det kan by på problemer for elevene å jobbe med ulike representasjoner. Det er også knyttet vanskeligheter til det å løse tekstoppgaver for elevene. Jeg vil forsøke å finne metoder som hjelper elevene i dette arbeidet og som gjør det enklere for elevene å vite hva de skal gjøre ved løsing av slike oppgaver.

I mitt arbeid i klasserommet vil jeg fremover blant annet forsøke å bruke modelltekster for å se om dette kan være nyttig for elevene i forhold til å ha med nødvendige elementer i sine skriftlige besvarelser. Jeg vil også ta med meg at elevene skal jobbe med innleveringsoppgaver.


Ting å Tenke på ved Tekstoppgaver

HVA HANDLER OPPGAVEN OM?
→ forstå det som står i oppgaven (forstå problemet).

Hva handler oppgaven om?
Hvilke opplysninger får du?
Hva skal du finne?
Skal du bruke noen metode?
Hva trenger du? Formler?
Hjelpemidler?

HVA GJØR DU?
→ vise hvordan du gjør det. (finne, beregne, løse det oppgaven spør etter)

Hvilke formler vil du bruke?
Må du regne ut noe annet før du kan regne ut det du skal?
Hvordan regner du det ut?
Må du tegne graf?
Må du skrive forklaring?

Vis det du gjør.
Skriv det du tenker.
Bevis det du skal finne.

HVA FANT DU?
→ fortelle hva du fant. (konklusjon)

Svar på det oppgaven spør om.
Hva fant du?

En annen spennende innfallsvinkel kan være å jobbe ut i fra for eksempel kategorier som Leer, Boesen eller Lithner beskriver og lage kriterier som elevene skal jobbe etter. Kanskje det kan være en måte å få elevene til å uttrykke kunnskap på en annen måte eller være en hjelp til å få vist kunnskap på en annen måte.

I forhold til funksjonsuttrykk og ulike representasjoner, har arbeidet med denne studien vist meg at der er det en stor jobb å gjøre i forbindelse med forståelsen og nytten av de ulike representasjonene. For å prøve å forbedre enkelte sider ved elevenes besvarelser knyttet til emnet funksjoner i 2P, kan det kanskje være nyttig å prøve ut modelltekster som en hjelp for elevene til å vite hvilke fokus en skal ha i en slik besvarelse. Informasjon om forventninger knyttet til en tekstbesvarelse, kan kanskje også være nyttig å gi elevene som en hjelp for å vite hva en tekstbesvarelse skal inneholde. I forhold til multimodalitet i tekstbesvarelsene, kan det se ut som det trengs mer fokus på hva de ulike representasjonene forteller og hvordan en kan gå imellom de ulike representasjonene.

6. Litteraturliste

- Alseth, B. (2003). Hvilke uttrykksformer bør vi bruke i matematikkundervisningen? *Tangenten* (2). Hentet fra http://www.caspar.no/tangenten/2003/alseth203.html
- Boesen, J. (2006). *Assessing mathematical creaticity: Comparing national and teachermade tests, explaining differences and examining impact.* (Doktoravhandling, Umeå Universitet). Hentet 15.02.2017 fra http://umu.diva-portal.org/smash/get/diva2:144670/FULLTEXT01.pdf
- Botten, G. (2011). *Meningsfylt matematikk.* Bergen: Caspar Forlag.
- Brandslet, S. (2016). Slik skal skriving styrkes i skolen. *Gemini,* (1). Hentet fra http://gemini.no/2016/01/slik-skal-skriving-styrkes-i-skolen/
- Bråten, I. (2012). *Vygotsky i pedagogikken.* Oslo: Cappelen Akademiske Forlag as.
- Creswell, John W. (2014). *Educational Reasearch: Planning, Conducting and Evaluating Quantivtative and Qualitativ reasearch*. USA: Pearson Education.
- Datatilsynet (2016, 30.12). Personvern. Hentet fra https://www.datatilsynet.no/personvern/
- Dysthe, O., Hertzberg, F. & Løkensgard, T. H. (2010). *Skrive for å lære – Skriving i høyere utdanning.* Oslo: Abstrakt Forlag AS.
- Enge, O., Valenta, A. (2012). *Varierte tenkemåter og regnestrategier. Tangenten* (1). side 8-13.
- Gjone, G. (1997) *Veiledning til funksjoner.* Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter. Hentet fra http://home.hit.no/~panderse/KIMhefter/kimgammelfunk.pdf
- Haugan, I. (2015). Fem forskningsfunn som skolepolitikerne bør kjenne til. *Gemini,* (8). Hentet fra https://gemini.no/2015/08/fem-forskningsfunn-som-skolepolitikerne-bor-kjenne-til/
- Hertzberg, F. (2010). Nadderud-prosjektet. Et eksempel på lærersamarbeid om fagskriving i videregående skole. *Norsklæraren* (4), side 25-30.
- Hoel, T. L. (2000). Forskning i eget klasserom. Noen praktiske-metodiske dilemma av etisk karakter. *Norsk pedagogikk,* (3), side 160-170.
- Høines, M. J., Rinvold, R., Selvik, B. K., (1999). *Matematiske sammenhenger: Algebra og funksjonslære.* Bergen: Caspar forlag AS.
- Imsen, G. (2001). *Elevens verden. Innføring i pedagogisk psykologi.* Oslo: Universitetsforlaget.
- Imsen, G. (2002). *Lærerens verden. Innføring i generell didaktikk.* Oslo: Universitetsforlaget

- Jakobsson-Åhl, T. (1999). *Coomunicating Mathematically.* (Doktoravhandling, Luleå university og Technology). Hentet fra http://ltu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1019072/FULLTEXT01.pdf
- Jakobsson-Åhl, T. (2012). En lærers refleksjoner rundt sine elevers matematiske resonnementer. *Tangenten,* (4), side 12-16. Hentet fra http://www.caspar.no/artikkel_pdf/t-2012-4-4.pdf
- Johannessen, A. , Christoffersen, L., Tufte, P. A. (2011). *Forskningsmetode for økonomiske – administrative fag.* Oslo: Abstrakt forlag.
- Kildekompasset (2016, 07.06). Referansestiler APA 6th. Hentet fra http://kildekompasset.no/referansestiler/apa-6th.aspx.
- Kringstad, T., Kvithyld, T. (2013). Fem prinsipp for god skriveopplæring. *Bedre skole* (2), side 71-79.
- Kringstad, T., Kvithyld, T., Melby, G. (2014). *Gode skrivestrategier – på mellomtrinnet og ungdomstrinnet.* Oslo: Cappelen Damm.
- Leer, L. G. (2009). *Vurdering av matematisk problemløsning. En studie av sammenheng mellom fokuset på problemløsning i læreplanen i matematikk og oppgavene som gis på eksamen.* (Masteravhandling, Norges teknisk-vitenskaplige universitet, Institutt for matematiske fag, NTNU). Hentet fra https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/258617/350712_FULLTEXT01.pdf?sequence=2&isAllowed=y
- Lekaus, S. , Askevold, G. A. (2014). Matematisk argumentasjon gjennom "imaginære dialoger*". Tangenten,* (4). Hentet fra http://www.caspar.no/artikkel_pdf/t-2014-4-4.pdf
- Lesesenteret (2017, 10.04*).* Leseprosjekt. Hentet fra http://lesesenteret.uis.no/article.php?articleID=82514&categoryID=13440
- Lovdata (2016, 30.12). Personopplysningsloven. Hentet fra https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2000-04-14-31 .
- Madsbjerg, S., Friis, K. (2013). *Skrivelyst i fagene.* Danmark: Dansk Psykologisk Forlag A/S
- Matematikksenteret (2016, 08.06). Rike oppgaver. Hentet fra http://www.matematikksenteret.no/content/2216/Rike-oppgaver
- Maagerø, E., Skjelbred, D., (2010). *De mangfoldige realfagstekstene – Om lesing og skriving i matematikk og naturfag*. Bergen: Fagbokforlaget
- Naturfag (2016, 08.07). Logg og rapportskriving. Hentet fra http://www.naturfag.no/artikkel/vis.html?tid=1996615
- ndla (2009, 08.06). Sjanger. Hentet fra http://ndla.no/nb/node/67667

- Niss, M., Højgaard, T. J. (2002). Kompetancer og matematikklæring. Ideer og inspirasjon af matematikundervisning i Danmark. *Uddannelsensstyrelsens temahæfteserie* (18). Hentet fra http://static.uvm.dk/Publikationer/2002/kom/hel.pdf
- Norsk landrapport til OECD (2011, 02.01). Vurdering. Hentet fra http://www.udir.no/Upload/Rapporter/2011/5/Udir_OECD_landrapport_NO.pdf
- NSD Norsk Senter for Forskningsdata (2016, 28.12). Nsd. Hentet fra http://www.nsd.uib.no
- NSD Norsk Senter for Forskningsdata (2016, 29.12). Meldeplikt. Hentet fra http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/ .
- NSD Norsk Senter for Forskningsdata (2016, 30.12). Informert samtykke. Hentet 30.12.2016 fra http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/samtykke.html .
- Olafsen, A. R. og Maugesten, M. (2015). *Matematikkdidaktikk i klasserommet.* Universitetsforlaget, Oslo.
- Oldervoll, T., Orskaug, O., Vaaje, A., Hanisch, F., Hals, S. (2011). *Sinus matematikk 2P.* Oslo: Cappelen Damm
- Polya, G. (2009). *How to solve it. A new aspect og mathematical method.* Reprint av originalbok (1957). USA: Ishi Press International.
- Regjeringen (2016, 26.04). NyGIV: løfter de faglig svakeste elevene. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/ny-giv-lofter-de-faglig-svakeste-elevene/id708821/
- Regjeringen. (2016, 08.06). Skole og videregående opplæring. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/tema/utdanning/grunnopplaring/id1408/
- Schoenfeld, A. H. (2009). *Mathematical Thinking and Problem Solving.* USA: Routledge.
- Sjøberg, S. (2010). Forskerblikk på realfagstekstene. *Bedre skole*, (4), side 85-90.
- Skrivehjulet. [Bilde] (2014). Hentet fra http://norm.skrivesenteret.no/wp-content/uploads/2014/03/videnom_15_8.pdf
- Skrivesenteret (2015, 25.08). Skriving i matematikk. Hentet fra http://www.skrivesenteret.no/ressurser/skriving-i-matematikk/
- Skrivesenteret (2015, 26.04). Skrivestrategier. Hentet fra http://skrivestien.skrivesenteret.no/uploads/docs/Videregående/Skjema_for_skrivestrategier.pdf
- Skrivesenteret (2017, 22.03). Normprosjektet. Hentet fra http://norm.skrivesenteret.no/wp-content/uploads/2014/03/videnom_15_8.pdf
- Skrivestrategier i ulike skrivefaser. [Bilde] (2013). Hentet fra http://www.skrivesenteret.no/uploads/files/Skrivestrategier.pdf

- Smedbråten, T. L. & Kvithyld, T. (2011) *I skrivende stund.* Trondheim: Skrivesenteret. Hentet fra http://www.skrivesenteret.no/uploads/files/i_skrivende_stund_tipshefte_nygiv.pdf
- Solheim, R., Matre, S. (2014). *Forventninger om skrivekompetanse. Perspektiver på skriving, skriveopplæring og vuderinger i "Normprosjektet".* Hentet fra http://norm.skrivesenteret.no/wp-content/uploads/2014/03/videnom_15_8.pdf
- Tunstad, H. (2012, 22.07). Effektiv metode for mattelæring brukes lite. Hentet fra http://forskning.no/matematikk-pedagogiske-fag-skole-og-utdanning/2012/07/effektiv-metode-mattelaering-brukes-lite
- Tunstad, H. (2014). Gemini. Matte bestemmer frafall i skolen. *Gemini,* (1). Hentet fra http://gemini.no/2014/01/matte-bestemmer-frafall-i-skolen/
- Utdanningsdirektoratet. (2016 a, 21.12.). Grunnleggende ferdigheter. Hentet fra http://www.udir.no/kl06/MAT5-03/Hele/Grunnleggende_ferdigheter
- Utdanningsdirektoratet. (2016 b, 21.12.). Kompetansemål etter 2P. Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT5-03/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-2p
- Vygotskij, L., Kozulin, A. (revidert), Bielenberg, T. J. og Roster, M. T (oversatt). (2014). *Tenking og tale.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning.* (Doktorgradsavhandling), Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektronikk, NTNU, Trondheim.
- Øgrim, Bakken, Pettersen, Skindo, Dypbukt, Mustaparta, Thorstensen og Thorstensen, (2014) *Sigma 2P-Y matematikk*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS
- Ånestad, G. (2011). Hvorfor endre klasseromspraksis? *Tangenten,* (1). side 15-19. Hentet fra http://www.caspar.no/tangenten/2011/t-2011-1.pdf

7. Vedlegg

7.1 Godkjenning fra Norsk Samfunnsvitenskaplige datatjeneste

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Christoph Kirfel
Matematisk institutt Universitetet i Bergen
Johannes Bruns gt. 12
5008 BERGEN

Vår dato: 23.11.2015 Vår ref: 44962 / 3 / LB Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 01.10.2015. Meldingen gjelder prosjektet:

44962	*Skriving i matematikk*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Bergen, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Christoph Kirfel*
Student	*Hilde Lehtinen*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 01.07.2017, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Vigdis Namtvedt Kvalheim

Lene Christine M. Brandt

Kontaktperson: Lene Christine M. Brandt tlf: 55 58 89 26
Vedlegg: Prosjektvurdering

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Avdelingskontorer / District Offices:
OSLO: NSD. Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. kyrre.svarva@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD. SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36. nsdmaa@sv.uit.no

7.2 Informasjonsskriv

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"Skriving i matematikk"

Bakgrunn og formål

Dette er et prosjekt knyttet til undervisningsforskning hvor jeg i løpet av det kommende skoleåret skal studere egen praksis i klasserommet. Jeg er lærer ved [redacted] videregående skole og skriver masteroppgave i forbindelse med studiet *Master i undervisning med fordypning i matematikk* ved Universitetet i Bergen. Tema for masteroppgaven min er *Skriving i matematikk,* og den er inspirert av skolens prosjekt *Skriving i alle fag*. Tidligere har blant annet Nadderud videregående skole gjennomført et tilsvarende prosjekt om skriving i alle fag med gode resultater. I Kunnskapsløftet er skriving i alle fag en grunnleggende ferdighet. Dette sammen med skolens prosjekt er bakgrunnen for min oppgave. Målet med oppgaven min er derfor å undersøke hvordan skriving kan brukes i matematikk for å gi elever økt læring og hvordan fagbegrep kan brukes for å utvikle et bedre fagspråk.

Hva innebærer deltakelse i studien?

I forbindelse med studien vil jeg å bruke elevarbeid (eksempelvis oppgaveløsninger, innleveringsoppgaver), vektlegge skriving i enkelte undervisningsøkter og gjennomføre små spørreundersøkelser i løpet av skoleåret. Det blir ikke innhentet opplysninger om elevene fra andre kilder enn dette.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er kun undertegnede som vil ha tilgang til personopplysninger. Alt forskningsmateriale lagres avidentifisert i papirform i egen mappe i undertegnedes varetekt. Navnelister og koblingsnøkler lagres adskilt fra øvrige data. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjoner.

Prosjektet skal etter planen avsluttes juni 2017. Etter prosjektets slutt vil alle innsamlede opplysninger til forskningsformål anonymiseres. Elevarbeid som er levert digitalt vil imidlertid behandles videre etter skolens prosedyrer.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert. Studien påvirker ikke fremdriften i faget.

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med undertegnede Hilde Lehtinen på telefon eller mail. Veileder ved universitet i Bergen er Christoph Kirfel. Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Jeg håper flest mulig vil delta i denne studien. På forhånd tusen takk!!

Med vennlig hilsen

Hilde Lehtinen

7.3 Informert samtykke

Informert samtykke

Jeg gir herved tillatelse til at arbeid jeg har skrevet kan brukes av Hilde Lehtinen i hennes masteroppgave i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Bergen.

Jeg har mottatt skriftlig informasjon og er villig til å delta i studien.

______________________________	______________________________
Sted og dato	Underskrift

7.4 Oppgaver gitt til elevene

Oppgave 1: Innledende oppgaver om modeller

Innledende oppgaver om modeller. Hensikt med disse oppgavene var å se hvilken kunnskap elevene hadde om modeller før emnet var gjennomgått. På denne oppgaven fikk elevene bruke hjelpemidler og skrive opp det de synes var sentralt i forhold til ulike modeller og funksjoner. De fikk bruke hjelpemidler for samtidig å aktivere mest mulig av bakgrunnskunnskapen til elevene slik at de ved å bruke hjelpemidlene ble påminnet om hva som var viktig i dette emnet. Elevene har selv valgt hva de vil trekke ut og skrive ned.

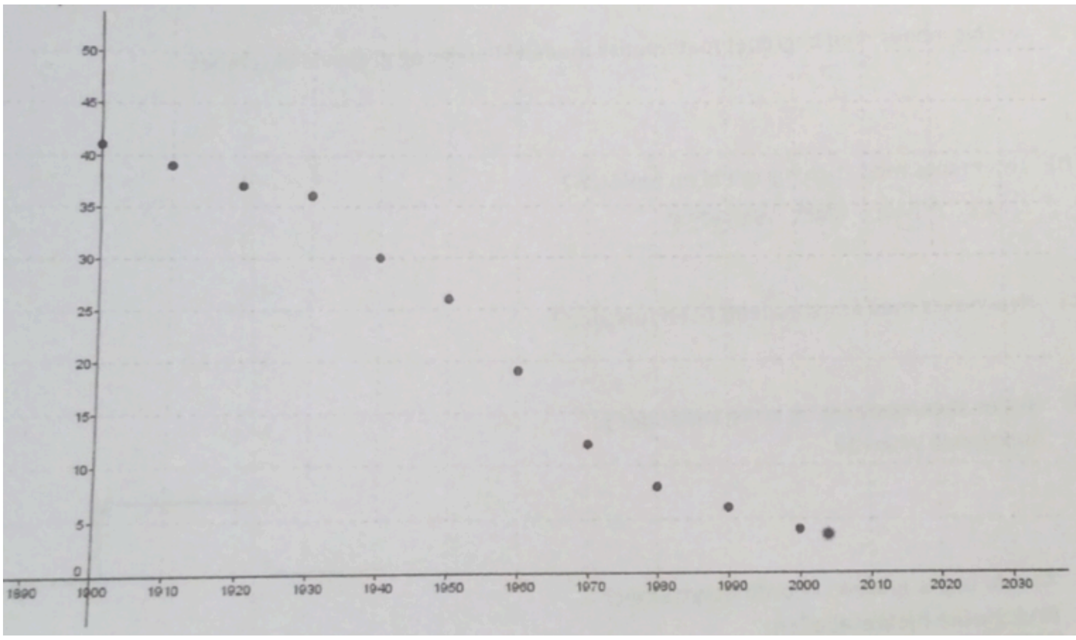
Spørsmål i oppgaven:

a) Hva forteller stigningstallet til en funksjon?

b) Hva forteller konstantleddet til en funksjon?

c) Hva er stigningstall og konstansledd til y=2x+1?

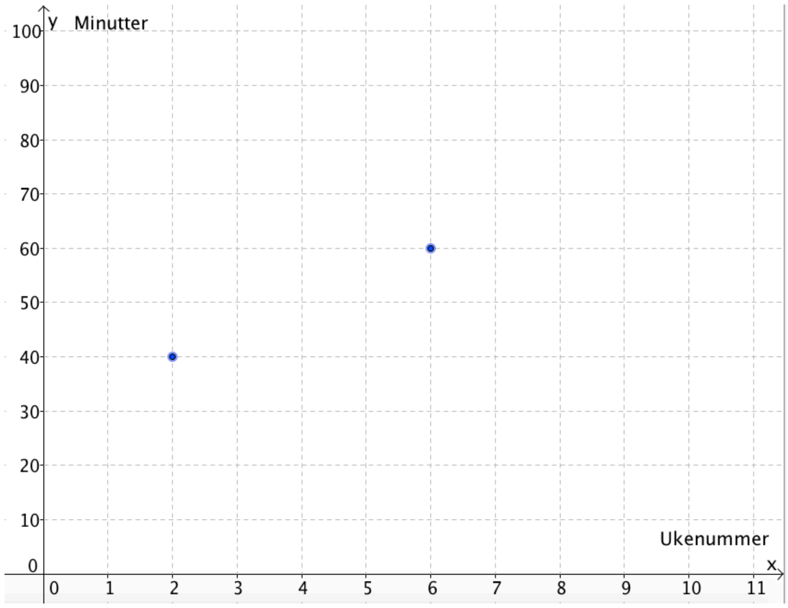
d) Hva slags graf vil du tegne for å lage en best mulig modell av situasjonen punktene beskriver? Tegn i koordinatsystemet.



Oppgave 2: Kontrolloppgave uten hjelpemidler

I koordinatsystemet er det markert hvor mange minutter en person trente i uke 2 og i uke 6. Personen har som mål at antall minutter hun/han trener, skal øke lineært for hver uke.

a) Bestem en modell som kan brukes for å regne ut hvor mange minutter vedkommende må trene hver uke framover.



b) Et mosjonsløp var 15 km langt. En person løper med jevn fart og følgende modell beskriver hvor mange kilometer personen har igjen å løpe (x er minutter og y er kilometer):

$$y = 15 - 0{,}25\,x$$

Hvor langt er det igjen å løpe når personen har løpt i 10 minutter?

Oppgave 3: Oversiktsoppgave om funksjoner

Oppgave: Hva kjennetegner ulike funksjoner?

Funksjon og kjennetegn
Rette linjer (lineær funksjon)
Andregradsfunksjon (parabel)
Tredjegradsfunksjon
Potensfunksjon
Eksponentialfunksjon

Oppgave 4: Sammensatt oppgave der elevene får presentert en problemstilling

Gjør følgende oppgave:
Du får tilbakemelding på føringen din, siden tekst er viktig i matematikk-oppgaver.
Følgende skal med i besvarelser på tekstoppgaver:

- nødvendig forklarende tekst
- kommando du bruker i GeoGebra
- merk av på graf dersom nødvendig
- skriv svaret tydelig.
- ikke skriv unødvendig tekst i koordinatsystemet.

1.171 s.219 i læreboken Sinus 2P:
På grunn av snøsmelting om våren kan vannføringen i Lillevik-elva bli stor. Under en flom et år ble vannstanden i elva målt med jevne mellomrom på et bestemt målepunkt. Tabellen viser noen måleresultater for vannstanden målt i meter noen dager i april. La x være datoen i april.

x	2	4	8	12	16	20	24
V(x) (m)	9,32	10,40	11,84	12,32	11,84	10,40	8,0

e) Bruk et digitalt verktøy og finn ved regresjon funksjonsuttrykket V(x) som passer best med tabellverdiene.
f) Tegn grafen til V.
Når var vannstanden på det høyeste?
Hva var vannstanden da?
g) Finn grafisk når vannstanden i elva var 10,4 m.
h) Finn ved regning når vannstanden i elva var 10,4 m.

Oppgave 5: Undersøkende oppgave der elevenes valgfrihet er stor

Innleveringsoppgave 2P

Emne: Funksjoner

Tidsforbruk: 4 undervisningstimer + hjemmearbeid.
Innlevering: leveres innen tidsfristen på Its learning i form av et word-dokument.

Hensikt med oppgaven er at du skal vise at du kan bearbeide tallmateriale knyttet til dagligdags situasjon og fremstille og tolke dette på hensiktsmessig måte ved å bruke digitalt hjelpemiddel. Du skal bruke navn og begreper knyttet til dette emnet. Du skal bearbeide den praktiske situasjon du har valgt ut ved å omforme problemstillingen som tallmaterialet viser til en matematisk modell, løse den og tolke resultatet.

Hjelpemidler:
GeoGebra, lærebok, internett (tallmateriale hentes fra internett). Lærer er tilgjengelig for veiledning.

Fremgangsmåte:

1. Velg deg et tallmateriale fra internett eller fra læreboken (oppgi kilde).
   Det er tillatt å samtale med andre elever og å utveksle ideer og tips, men oppgaven besvares individuelt. Det er lurt å velge et tallmateriale som viser en utvikling over tid.

2. Bearbeid materialet digitalt. I besvarelsen din skal du ha med følgende:
   a) Materialpresentasjon.
      Her beskrives og presenteres du den praktiske situasjonen med tilhørende tallmateriale du har valgt. Tips til hva tallmaterialet kan dreie seg om ligger vedlagt.
   b) Matematisk beskrivelse av tallmaterialet ditt.
      Her presenterer du tallmaterialet fremstilt på en oversiktlig og passende måte og beskriv sammenhenger i tallmaterialet ved hjelp av matematiske modeller. Bruk digitalt verktøy og beskriv den praktiske situasjonen ved å bestemme nullpunkt, ekstremalpunkt og skjæringspunkt. De funksjonene det er behov for å sette opp, skal enten være av type lineære, potens, polynom eller eksponential.
   c) Drøfting og analyse av tallmaterialet ditt.
      Drøft og analyser hva tallmaterialet fra den praktiske situasjonen viser.

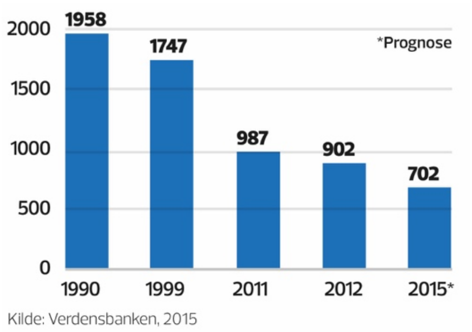
Det er viktig at du viser at du behersker følgende i innleveringen din:

- evne til å kunne tolke tallmateriale i fra praktiske sammenhenger og fremstille dette på en matematisk måte
- evne til å analysere, tolke og forstå informasjon som kan hentes ut fra den matematiske modellen du presenterer
- evne til å bruke digitale hjelpemidler til å presenterer materiale oversiktlig og forståelig
- vise forståelse for sammenhengen mellom den konkrete situasjonen, ulike måter tallmateriale fra denne situasjonen kan fremstilles og forløpet av tilhørende graf.

Lykke til!

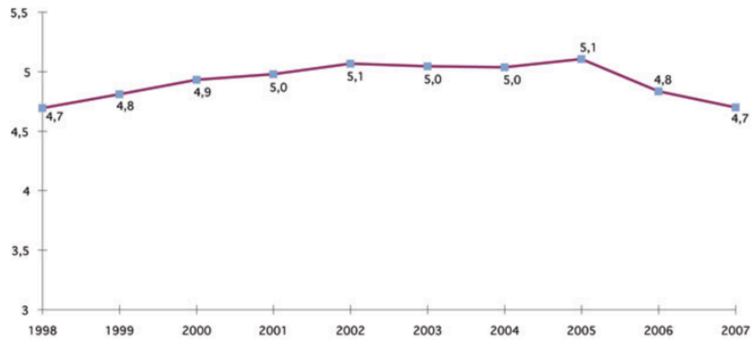
Eksempler på tallmateriale

Bekjempelse av fattigdom i verden:
Det blir færre fattige i verden. Her er en oversikt fra Verdensbanken som viser millioner ekstremt fattige over en periode:



Besøk på biblioteket:

Her er en oversikt fra Stortingsmelding nr 23 2008 som viser besøk per innbygger på folkebiblioteket over en periode:



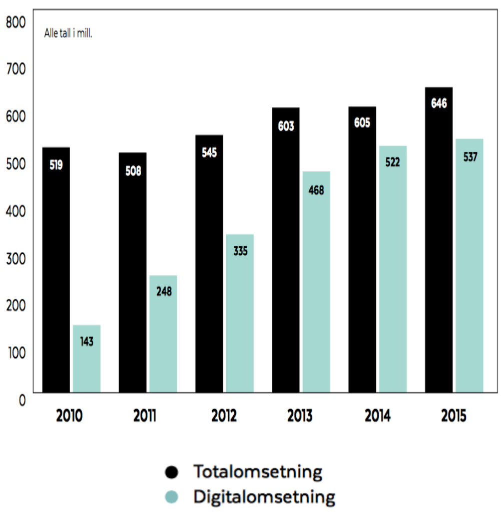
Figur 4.8 Folkebibliotek. Besøk per innbyggjar 1998–2007

Kjelde: ABM-utvikling/Bibliotekstatistikk 2007

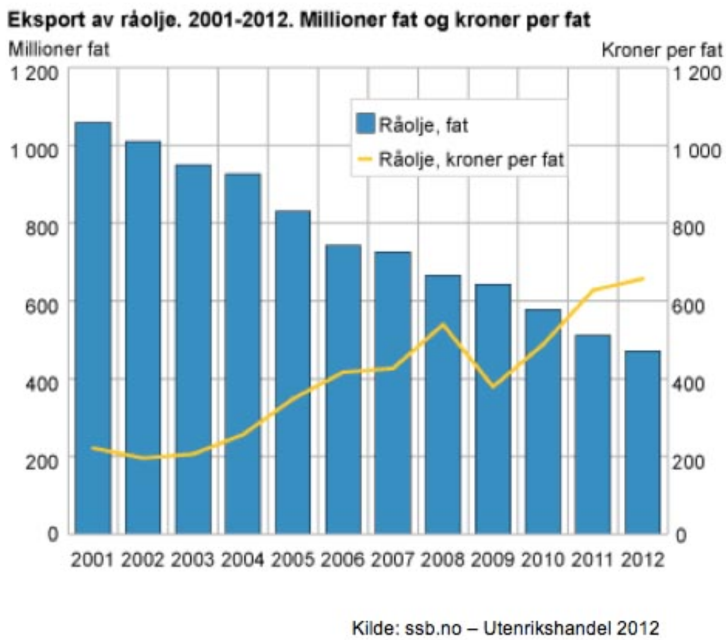
Musikkomsetning:
Her er en oversikt fra IFPI Norges årsrapport for musikkåret 2015 som viser en salg av musikk over en periode:

Totalomsetning og digitalomsetning

2010-2015



Eksport av råolje fra Norge:
Eksporten av råolje fra Norge har gått ned. Her er en oversikt fra Statistisk sentralbyrå som viser dette over en periode:



Oppgave 6: Eksempel på oppgave til avkoding

Oppgave 2 fra eksamen i 2P våren 2015:

http://matematikk.net/res/eksamen/2P/kort/2P_V15.pdf

Tabellen nedenfor viser antall kvinnelige studenter i Norge noen utvalgte år.

År	2001	2003	2005	2007	2009	2011	2013
Antall kvinnelige studenter	53553	58237	59562	63292	62957	68391	73332

La $x = 0$ svare til år 2000, $x = 1$ til år 2001, og så videre.

a) Bruk opplysningene i tabellen til å bestemme en lineær modell som viser hvordan antall kvinnelige studenter har utviklet seg i denne perioden.

b) Hvor stor har økningen i antall kvinnelige studenter vært i gjennomsnitt per år i denne perioden?

Anta at denne utviklingen fortsetter i årene som kommer.

c) I hvilket år vil antall kvinnelige studenter passere 85 000?

7.5 Eksempel på eksamensoppgave

Eksempel på oppgave i 2P-faget. Eksamen 2P våren 2014, oppgave 9 på del 1 (uten hjelpemidler).

Oppgave 9 (4 poeng)

Lufttrykk kan måles i bar eller psi. Lasse har en racersykkel der det anbefalte lufttrykket i dekkene er oppgitt både i bar og i psi. Se bildet ovenfor.

a) Tegn et koordinatsystem med lufttrykk målt i psi langs x - aksen og lufttrykk målt i bar langs y - aksen. Marker verdiene fra dekket på bildet som punkter i koordinatsystemet, og tegn en rett linje gjennom punktene.

Lasse har kjøpt ny terrengsykkel. På dekkene står det at lufttrykket bør være mellom 35 og 65 psi. Han lurer på hva dette tilsvarer målt i bar.

b) Bruk linjen i oppgave a) til å finne ut hvor høyt lufttrykk målt i bar Lasse bør bruke i dekkene på terrengsykkelen.