Forståelse av matematiske tekstoppgaver

Hva bør man som lærer ha tenkt gjennom når man ønsker at elevene skal jobbe med tekstoppgaver i matematikk?

Kjetil Kjellesvik Stordrange

Veileder

Mette Andresen

Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Matematisk institutt

Det matematisk-naturvitenskaplige fakultet

Universitetet i Bergen, 2018

Forord

Med denne oppgaven runder jeg av mitt sjuende år som student og det femte ved Universitetet i Bergen. Årene på den integrerte lektorutdanninga ved UiB har virkelig bidratt til at jeg har fått øynene opp for det didaktiske aspektet ved undervisning. Både gjennom fag og i diskusjoner med medstudenter. I arbeidet med denne masteroppgaven, har jeg virkelig fått innblikk i at det finnes veldig mange områder i skolen det går an å fordype seg i for å forbedre sin undervisningskompetanse. Hadde man bare hatt tid til alt!

Først og fremst vil jeg takke alle lærerne som lot meg tre inn i klasserommene sine og teste ut tekstoppgaver på elevene. Dere valgte bort annet opplegg for å la meg få dataene jeg trengte. Det setter jeg umåtelig pris på og gjør meg samtidig bevisst på viktigheten med å være imøtekommende for andre i min situasjon når jeg en gang skal bli lærer selv.

Videre vil jeg takke guruene i å lage tekstoppgaver som gledelig stilte opp til intervju for å fortelle om prosessen ved å konstruere tekstoppgaver. Deres bidrag settes like stor pris på!

I tillegg må jeg rette en stor takk til min veileder Mette Andresen! Din kunnskap innenfor faget har gitt meg flere gode tilbakemeldinger og ideer til utprøving. Du har latt meg handle selvstendig, noe som har gitt meg en stor eierfølelse til oppgaven. Takk skal du ha!

Gjennom å være del av den integrerte lektorutdanninga, har jeg møtt mange likesinnede. Til tross for at dere ikke nødvendigvis har studert matematikk, viser det seg at dere er veldig kjekke å være med! Jeg ser frem til å holde kontakt og hjelpe hverandre inn i arbeidslivet!

Til slutt vil jeg takke familien min for gjennom hele livet å dyrke gode samtaler og diskusjoner rundt middagsbordet. Det har hjulpet meg til å ha et åpent sinn og å være tolerant i møte med nye ideer! I tillegg vil jeg takke Elin som er min største støtte i alt jeg foretar meg!

Livet som student har vært helt supert, men nå kaller den harde hverdagen!

#Lektorlove

Bergen, 01.06.2018

Kjetil Kjellesvik Stordrange

Sammendrag

Denne studien tar for seg matematiske tekstoppgavers oppbygning og ser på ulike typer utfordringer elever kommer over i møte med tekstoppgaver. Utfordringene handler i stor grad om det å oversette teksten i tekstoppgaver til matematikk som man kan regne med.

Studien baserer seg på elevers besvarelser på noen utvalgte matematiske tekstoppgaver. Oppgavene ble gitt til en spesifikk skole og var forsøkt tilpasset skolens sosiomatematiske normer.

I tillegg blir det i studien utført to intervjuer med personer med erfaring i å konstruere matematiske tekstoppgaver.

Resultatene vitner om mange misforståelser i elevenes besvarelser, noe som viser seg i elevenes løsningsforslag. Dermed dukker det opp flere forhåndsregler man som lærer eller oppgavekonstruktør må ta hensyn til når det kommer til matematiske tekstoppgaver. Viktige begrep i denne sammenheng er presisjon, realisme og sosiomatematiske normer.

Innhold

1 Introduksjon

Hva bør man som lærer ha tenkt gjennom når man ønsker at elevene skal jobbe med tekstoppgaver i matematikk? I denne studien har jeg testet ulike, matematiske tekstoppgaver på ungdomsskoleelever og i en påbyggklasse, dvs. elever som har gått yrkesfaglig linje i to år på videregående skole før de det tredje året går studiespesialiserende. I tillegg har jeg intervjuet to personer med erfaring i å konstruere tekstoppgaver om både fremgangsmåte og visse forhåndsregler som må tas i konstruksjonsprosessen. Temaet for oppgaven er utfordringer elever kommer overfor i møte med matematiske tekstoppgaver.

1.1 Bakgrunnen for studien

Matematiske tekstoppgaver skiller seg fra rene aritmetiske oppgaver i at oppgaven som skal løses ikke står klar til å opereres med. I tillegg inneholder oppgaven tekst som må tolkes og prosesseres før arbeidet med løsningen i det hele tatt kan begynne. Dette er i alle fall utgangspunktet, men som vi skal se senere i teksten finnes det tilfeller hvor tekstoppgavene prosesseres og tolkes feil og dermed gjør at oppgaven løses på feil grunnlag. I disse situasjonene spiller det ikke noen rolle om hvor god man er til å regne matematikk. Hvis teksten er brutt ned feil, vil man uansett ende opp med et kvasisvar.

Min nysgjerrighet overfor matematiske tekstoppgaver vokste i arbeid med det adaptive, digitale matematikkprogram ABaCus hvor oppgavene ble delt inn i nivåer etter hvor vanskelige de var. Registeret av oppgaver i dette programmet var i hovedsak tekstoppgaver. I arbeidet med å konstruere tekstoppgaver som skulle inn i programmet, kom jeg over flere utfordringer. Først og fremst var det en utfordring å skulle bestemme hvilket vanskelighetsnivå en oppgave skulle ligge på ut fra det matematiske i oppgaven. I tillegg ble jeg spesielt urolig ved det følgende: Forstår elevene oppgaven jeg lager slik jeg gjør det? Hva bør jeg ta hensyn til utenom det matematiske? I tillegg til fokuset på det matematiske, ble jeg nå enda mer klar over den tekstlige dimensjonen i slike oppgaver. Det er dette som danner grunnlaget for denne studien.

1.2 Tekstoppgaver i matematikkundervisningen

Selv om tekstoppgaver finnes i matematikkprogram, har man som person nok mest erfaring med tekstoppgaver fra matematikkundervisningen. Verschaffel, Greer & de Corte (2000) poengterer at det er hensiktsmessig å la elever arbeide med tekstoppgaver, blant annet som en trening i problemløsning. Nå har det seg slik at Utdanningsdirektoratet snart skal fornye læreplanene i skolen. I det de kaller «fagfornyelsen» (Utdanningsdirektoratet, 2018) foreslår de nye endringer i læreplanen hvor man introduserer kjerneelementer innenfor hvert fag. «Med kjerneelementer mener vi både det viktigste innholdet, og det elevene må lære for å kunne mestre og bruke faget.» (Utdanningsdirektoratet, 2018). Et av de flere foreslåtte kjerneelementene i matematikk er problemløsning. Selv om dette fremdeles er en prosess, så kan det virke som om problemløsning i alle fall vil få et større fokus i den nye læreplanen. Tekstoppgaver i matematikkundervisningen er derfor aktuelt og vil fortsette å være aktuelt i årene fremover.

1.3 Om denne studien

Fokuset i denne studien vil være på prosessen elevene bruker i å oversette teksten om til matematikk. Denne prosessen kaller man gjerne matematisering (Freudenthal, 2002). Dette handler om å lete i den gitte konteksten i tekstoppgaven etter vesentlige holdepunkt slik at man til slutt kan utføre regneoperasjoner og finne svar på oppgaven. Hovedfokuset kommer til å være på misforståelser som dukker opp i elevers møte med matematiske tekstoppgaver. For å se på dette vil vi se på forskjellige besvarelser elever gjør på oppgaver. Jeg har valgt å avgrense oppgaven til prosessen hvor elevene oversetter matematikken (matematisering), selv om utregningene elevene gjør på sin måte også kan gi svar på hvordan elevene har forstått oppgaven.

Da denne studien blir gjort på elever ved en bestemt skole, kan man selvsagt ikke kunne konkludere med at utfordringene vi kommer over gjelder generelt for alle elever i den norske skolen. Den kan derimot gi et innblikk i noen typer utfordringer man bør ta hensyn til i møte med tekstoppgaver.

1.4 Forskningsspørsmål

Jeg vil altså se på elevers besvarelser i møte med tekstoppgaver. I tillegg vil jeg intervjue to personer med erfaring i å lage tekstoppgaver om deres tanker rundt det å lage tekstoppgaver. For å forsøke å finne utfordringer, vil jeg se på forskjellige egenskaper ved tekstoppgaver som kan gjøre oppgavene mer eller mindre forståelige. Hovedvekten vil bli lagt på elevenes besvarelser. Forskningsspørsmålene blir som følger:

1. Hvilke moment må man tenke på ved konstruksjon av tekstoppgaver?
2. Hvilke utfordringer kan elever komme over i møte med tekstoppgaver?

Spørsmålene henger på mange måter sammen, men har forskjellige perspektiv. Målet blir å kunne finne forhåndsregler man må ta ved å bruke tekstoppgaver i matematikkundervisningen.

Strukturen vil være som følger: I kapittel 2 vil jeg nevne aktuell litteratur for emnet og som vil være grunnlaget for resten av oppgaven. I kapittel 3 utdyper jeg hvordan dataene ble samlet inn og forhåndsregler som ble gjort i denne sammenhengen. Intervjuene og besvarelsene til elevene vil bli presentert i kapittel 4. Her vil vesentlige bidrag bli trukket frem for å kunne bli diskutert. I kapittel 5 vil jeg diskutere intervjuer og besvarelser i lys av teori. Her vil altså oppgavekonstruktørenes, oppgaveløsernes og teoriens bidrag bli diskutert og det vil forsøkes å finne sammenhenger mellom dem. I kapittel 6 kommer konklusjonen og svar på forskningsspørsmålene. Kapittel 7 gir implikasjoner av studien. Til slutt kommer referanseliste og vedlegg. Intervjutranskripsjoner, intervjuguide, oppgaver og evalueringsskjema brukt i studien vil alle bli lagt ved i vedleggsdelen.

2 Teoretisk bakgrunn

I dette kapittelet vil jeg gjøre rede for hva litteraturen forteller om utfordringer ved å løse tekstoppgaver og modelleringsprosessen som skjer i møte med dem.

I utdypingen av de forskjellige utfordringene som oppstår i møte med tekstoppgaver kunne det ha vært fristende å gå nærmere inn på *hvorfor* utfordringene i det hele tatt forekommer. Denne studien begrenser seg dog kun til kategorisering av utfordringer, men vi vil se litt på forslag til bakenforliggende utfordringer i diskusjonsdelen.

Seksjon 2.1 vil gi en definisjon av tekstoppgaver som det vil bli brukt i denne oppgaven. Herunder vil også viktighet av språket i tekstoppgaver poengteres. Videre vil seksjon 2.2 handle om når elever gir svar som ikke gir mye mening relatert til oppgaven som gis. Seksjon 2.3 tar opp *sosiomatematiske normer* som tydeliggjør det sosiale aspektet i analysen av både teksten i tekstoppgaver og svar som gis. Seksjon 2.4 gir enn inndeling av vanskelighetsgrader for tekstoppgaver ved bruk av *Blooms taksonomi*. Til slutt vil seksjon 2.5 se på prosesser som forekommer i løsningsarbeidet av tekstoppgaver. Her vil viktigheten av å forstå problemet bli ekstra vektlagt.

Det kan virke påfallende at teorien i dette kapitlet samsvarer godt med funnene i analysekapitlet, men her må det presiseres at mye av teorien i kapitlet er søkt opp etter at funnene ble gjort. Dette presiseres kun for å tydeliggjøre at funnene som ble gjort ikke kommer fra teorien jeg allerede hadde lest, men er gjort på eget grunnlag.

2.1 Matematiske tekstoppgaver

2.1.1 Definisjon

I denne oppgaven vil matematiske tekstoppgaver være definert som Verschaffel et al. (2000) definerer dem: «Word problems can be defined as verbal descriptions of problem situations.» (Verschaffel et al., 2000, s. ix). Altså verbale beskrivelser av oppståtte problem. Inkludert som tekstoppgaver blir derfor oppgaver som «Ole har 15 kroner, hvor mange kjærligheter kan han kjøpe hvis hver kjærlighet koster fem krone?», mens oppgaver som «Hvis du tar 15 og deler på fem, hva får du da?» ikke kan inkluderes. Det må nemlig eksistere en omgivelse man kan relatere til. «A word problem should refer to an existent or imaginable meaningful context, excluding the context of doing a purely numerical calculation» (Verschaffel et al., 2000, s. ix).

I slike tekstoppgaver får elevene altså noen utfordringer som vi skal komme nærmere inn på. Dette handler først og fremst om å måtte «oversette» teksten til en matematisk setting og forstå hvilken informasjon som blir gitt. I tillegg må elevene tenke over hvordan de skal løse problemet de står ovenfor før de til slutt starter løsningsprosessen.

2.1.2 Tekstoppgavens struktur

Tekstoppgaver finnes i utallige former, men et hovedprinsipp er at det kan deles inn i to strukturer, nemlig overflatestrukturen og den dype strukturen (Chi, Feltovich & Glaser, 1981). Her er overflatestrukturen det man møter når man leser oppgaven, selve konteksten. Oppgaveteksten kan være en fortelling eller en beskrivelse av et problem og kan være med på å enten skjule eller fremme det matematiske som finnes i oppgaven. Den dype strukturen er selve kjernen i oppgaven, gjerne et matematisk uttrykk som det kreves at man kommer frem til for å løse oppgaven. Denne dype strukturen ligger gjemt i overflatestrukturen, men den kan være både godt og dårlig skjult. For eksempel vil oppgaven «Sannsynligheten er p = 0,5 for at en tilfeldig person vinker med venstre hånd. Hva er sannsynligheten, når du møter tre tilfeldige personer, for at to av dem vinker med venstre hånd?» avsløre en del av en formel siden verdien «p» er nevnt. Hadde man skjult denne informasjonen med for eksempel å si at en av to personer vinker med venstre hånd, ville koblingen til sannsynlighetsformelen blitt enda mer skjult.

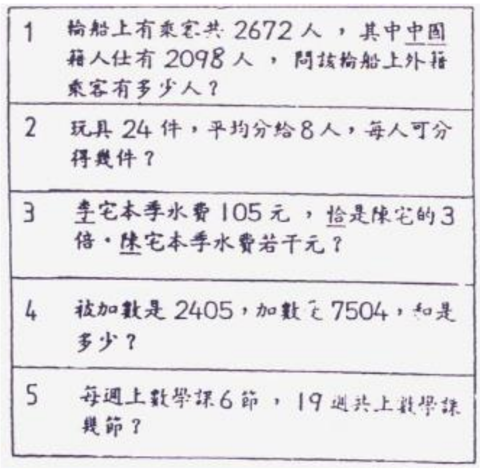
I tillegg kan elevens erfaring med å løse tekstoppgaver blant annet være til hjelp hvis overflatestrukturen og den dype strukturen harmonerer. De dype strukturene har nemlig ofte røtter i forskjellige matematiske temaer. For eksempel har vi formler innenfor statistikk, geometri og sannsynlighet som alle kan være en dyp struktur i en oppgave. Lar vi for eksempel Pythagoras' læresetning være den dype strukturen, kan vi se for oss at en overflatestruktur som handler om rettvinklede trekanter eller diagonaler i rektangler vil gjøre koblingen til Pythagoras' læresetning lettere. Handler overflatestrukturen om en biltur derimot som for eksempel «Per kjører 3 kilometer sørover før han kjører 3 kilometer vestover. Hvor langt har han kjørt i luftlinje?», tenker man kanskje først på bevegelseslikninger før man etter hvert kanskje kommer inn på at det må handle om Pythagoras' læresetning. Man forsøker altså å finne en direkte kobling mellom overflatestrukturen og den dype strukturen. Denne direkte koblingen blir utført med det man gjerne kaller «problem schemata», altså et problemskjema

(Reimann & Chi, 1989). Når man skal gå i gang med en tekstoppgave, så kan man ta utgangspunkt i tidligere, lignende oppgaver man har løst for å finne et mulig løsningsforslag. Skjemaet er da samlingen av like type oppgaver inn i samme «gruppe». Man kan da sortere oppgaver i grupper etter overflatestruktur eller dyp struktur. Her skiller nybegynnerne seg fra ekspertene (Ross & Kennedy, 1990). Nybegynnere plasserer gjerne oppgaver i grupper etter overflatestruktur, altså etter hvordan oppgaveteksten ser ut. Da kan det være oppgaver om reiser i en egen gruppe og for eksempel andre grupper om rente, alder og blanding. Når man så får en oppgave om en reise, husker man på hvordan andre oppgaver av samme gruppe har blitt løst og starter løsningsprosessen deretter. Problemet blir da når man får en oppgave som omhandler reise som ikke korrelerer med de andre oppgavene man har løst som omhandler reise. Spesielt gjelder dette altså når oppgavens overflate- og dype struktur ikke harmonerer.

Blessing og Ross (1996) eksperimenterte blant annet med dette. Her ga de matematiske tekstoppgaver til avgangselever i den videregående skolen i Illinois i USA med oppgaver hvor den dype strukturen og overflatestrukturen harmonerte godt, nøytralt og dårlig. Her kom det tydelig frem at oppgavene hvor det var harmoni mellom strukturene ble løst av flest personer. Videre spilte det ingen rolle om det var faglig sterke eller faglig svake elever som gjorde oppgavene, alle elever mestret slike harmoniske oppgaver best.

2.1.3 Regning uten forståelse

Et vesentlig premiss for i hele tatt å kunne løse tekstoppgaver er at teksten, altså overflatestrukturen, er på et forståelig språk. Mangel på forståelse av tekst kan nemlig medføre en overflatisk løsningsprosess som jeg senere i teksten kommer til å omtale som «rett frem-løsningen». Botten (1999) forteller at han har latt elever, studenter og lærere løse oppgavesettet i figur 1. Oppgavene er fra en kinesisk lærebok og følgelig uforståelige på norsk. Det tar dog ikke lang tid før oppgavene er løst og det er de samme svarene som går igjen. I diskusjonsprosessen i etterkant av oppgaveløsingen, kommer det frem noen viktige moment. Det går på at hvis det er store tall, så er det oftest addisjon eller subtraksjon. Er det to små tall, er det oftest multiplikasjon eller divisjon. Her er i tillegg rekkefølgen viktig, står det minste



1	輪船上有乘客共 2672 人，其中中國籍人仕有 2098 人，問該輪船上外籍乘客有多少人？
2	玩具 24 件，平均分給 8 人，每人可分得幾件？
3	李宅本季水費 105 元，恰是陳宅的 3 倍，陳宅本季水費若干元？
4	被加數是 2405，加數是 7504，和是多少？
5	每週上數學課 6 節，19 週共上數學課幾節？

Figur 2.1 - Oppgaver på kinesisk

tallet først, utelukker det ofte subtraksjon og divisjon. Botten kommenterer: «Mange elever løser tekstoppgaver der teksten er norsk, akkurat på den samme måten som de løser den kinesiske. De skummer vekk teksten, finner fram tallene og gjør det de finner mest naturlig med tallene.» (Botten, 1999, s. 80).

Dette støttes av Reed (1999) som i tillegg legger vekt på at visse ord i teksten gir elever hint om hvilke operasjoner som skal gjøres. Denne strategien kaller han «key-word strategy» (Reed, 1999, s. 47), altså en nøkkelordsstrategi. Dette går ut på å lete gjennom teksten etter ord som impliserer en regneoperasjon. Her vil ord som «mer» og «mindre» henholdsvis implisere addisjon og subtraksjon. Mayer & Hegarty (1995) nevner denne strategien som en av to strategier elever bruker i møte med tekstoppgaver. Strategien blir sett på som løsningsmetoden til mindre vellykkede problemløsere. Den andre handler for øvrig om å lage en mental modell av situasjonen i tekstoppgaven før man løser den.

2.2 Suspension of sense-making

Man skulle tro at med en strategi som nevnt over, vil besvarelser ende opp med et feil svar. Riktignok vil strategien gjøre at man får riktig svar i blant (Reed, 1999), men det er ikke nødvendigvis slik at elevene da vurderer hva de har svart på. Reusser (1988) ga 1. og 2. klassinger oppgaven «There are 26 sheep and 10 goats on a ship. How old is the captain?» (Reusser, 1988, s. 324). Oppgaven i seg selv gir ingen mening, men likevel er det omtrent to tredjedeler av eleven som gir svar på problemet. Med andre ord overser elevene hvor absurd oppgaven egentlig er og bruker tallene i oppgaveteksten til å finne et svar.

Schoenfeld (1991) kaller dette for «suspension of sense-making», nemlig at man gjerne ser bort fra hva oppgaven forteller til fordel for effektive prosedyrer. Schoenfeld nevner NAEP-oppgaven (USAs NAEP-oppgaver tilsvarer i stor grad Norges nasjonale prøver) «An army bus holds 36 soldiers. If 1128 soldiers are being bussed to their training site, how many buses are needed?». Her poengterer han at det i en studie ble funnet at det kun var en tredel som rundet svaret til 32 av alle elevene som regnet riktig. Dette beskriver «suspension of sense-making» på en god måte, nemlig at elevene ikke relaterer oppgavene til virkeligheten.

2.3 Sosiomatematiske normer

Et annet moment som må tas hensyn til i analyse av tekstoppgaver er det sosiale aspektet. Yackel & Cobb (1996) innførte begrepet «sosiomatematiske normer». Under dette begrepet faller semantisk nok det man innenfor et samfunn ser på som forventet oppførsel innenfor matematikk. Dette kan fort overføres til skolen og klasserommet og innebærer at det innenfor hvert klasserom finnes normer over hvordan matematikken skal være og se ut. De utdyper at «normative understandings of what counts as mathematically different, mathematically sophisticated, mathematically efficient, and mathematically elegant in a classroom are sociomathematical norms. Similarly, what counts as an acceptable mathematical explanation and justification is a sociomathematical norm.» (Yackel & Cobb, 1996, s 461). Her handler det i stor grad om at hvilket forhold man har til matematikk gjenspeiler seg i forholdet læreren og hele klassen har til matematikk. Dette kan derfor variere fra klasserom til klasserom.

2.4 Taksonomi

Man skulle tro at kunnskap kunne differensieres inn i forskjellige vanskelighetsgrader, følgelig også kunnskap rundt emnet tekstoppgaver. Det finnes flere forskjellige taksonomier som kategoriserer kunnskap. En av de mest kjente er dog Blooms taksonomi (Anderson & Krathwohl, 2001). Denne taksonomien er delt inn i seks forskjellige kategorier med økende abstraksjonsnivå. De seks kategoriene er:

1. Memorisering av kunnskap, det vil si at man husker hva man har hørt eller lest og kan gjenfortelle dette.
2. Forståelse, det vil si at man i tillegg til å gjenfortelle kunnskapen, kan gjøre det med egne ord.
3. Anvendelse, det vil si at man kan bruke det man har lært til å utføre visse handlinger.
4. Analyse, det vil si at man kan stille informasjonen om emnet opp mot annen informasjon og finne sammenhenger.
5. Syntese, det vil si at man kan evaluere informasjonen man har og trekke egne slutninger.
6. Vurdering, det vil si å kunne drøfte noe ut fra gitte kriterier.

Her ser vi at det i de to første nivåene kun handler om å kunne gjenfortelle kunnskap. For eksempel kunne det ha vært at man har lest Pytagoras' læresetning og husker at $k_1^2+k_2^2=h^2$, men kanskje ikke helt vet hva de forskjellige bokstavene og tallene står for.

Videre handler de neste nivåene om å kunne bruke kunnskapen man har til å løse problemer. For eksempel kan man så bruke Pytagoras' læresetning til å finne lengden til enten en katet eller hypotenusen i en rettvinklet trekant. Følgende kommer også kunnskapen om å vite når man eventuelt skal bruke bestemt informasjon. «Burde jeg bruke Pytagoras her eller kanskje cosinussetningen?».

Til slutt kommer nivåene som krever høyt abstraksjonsnivå. Dette handler om å kunne forklare hvorfor man kan bruker det man gjør, drøfte og trekke konklusjoner. For eksempel kunne kunnskap på dette nivået være å skjønne at Pytagoras' læresetning har andre bruksområder enn kun rettvinklede trekanter. For eksempel til å regne i rommet og finne diagonaler til prismer.

Overfører vi dette til å handle om matematiske tekstoppgaver, får vi en grei inndeling av vanskelighetsgrader. Merk at dette vil være en inndeling etter den dype strukturen (Chi, Feltovich & Glaser, 1981), det vil si selve matematikken i oppgaven. Man kan få oppgaver hvor den dype strukturen krever forskjellige nivåer av abstraksjon. Overflatestrukturen vil selvfølgelig kunne påvirke vanskelighetsgraden til oppgavene også, men som nevnt tidligere er overflatestrukturen til for å kamuflere den dype strukturen og vil derfor ikke ha noe å si på om oppgaven kategoriseres høyt eller lavt i taksonomien.

2.5 Matematisk modellering

Hittil har vi sett på hva en tekstoppgave er, utfordringer og hensyn man må tenke på i møte med tekstoppgaver og også kommet inn på hvordan tekstoppgaver kan ha forskjellig vanskelighetsgrad. Videre vil vi se litt på prosessen hos oppgaveløseren når man først skal løse en tekstoppgave.

Det finnes mange modeller over hvordan problemløsningsprosessen er, eller mer riktig, burde være. Giardano & Weir (1985); Pólya (2009); Reed (1999) og Verschaffel et al. (2000) presenterer alle lignende modeller over hvilke steg elever går gjennom i arbeid med tekstoppgaver. Stegene skjer stort sett lineært, det vil si at man starter med første steg og beveger seg gjennom alle før man ender opp på siste steg. Det legges dog vekt på at man til tider snur seg tilbake og ser om steget man er i passer med tidligere steg for å unngå at man ender ut i et feil svar.

Pólyas (2009) modell fra 1945 legger til grunn fire steg.

1. Først må eleven forstå problemet. Da handler det om å forsøke å finne den ukjente, de kjente og sammenhengen mellom dem. Videre vil det være til hjelp å kunne spørre seg «er det mulig å bruke sammenhengen til å finne den ukjente?».
2. Dette leder videre til neste steg som handler om å legge en plan. Planen er konstruert når man vet hva man skal gjøre for å finne den ukjente. Her vil gode ideer komme av erfaring innenfor emnet, og et passende spørsmål kan være «do you know a related problem?» (Pólya, 2009, s. 9).
3. Videre handler det om å utføre planen. Her gjelder det kun å fullføre planen og sjekke hvert steg at man ikke glemmer noe vesentlig.
4. Til slutt skal man se seg tilbake. Passer svaret vi har funnet til spørsmålet som ble stilt?

Merk at de øvrige forfatternes problemløsningsmodeller har forskjellige modifikasjoner, men at det samme stort sett går igjen. Pólyas modell er også en generell modell for alle typer problemer, mens de andre modellene spesifiserer seg mot tekstoppgaver. Ettersom jeg i denne oppgaven kun er opptatt av visse deler av prosessen, velger jeg å gå ut fra Pólyas modell.

Viktig å merke seg er at modellen uttrykker den ønskede prosessen i arbeidet med å finne en løsning på problemet, men det går selvfølgelig an å løse problemer uten å gå dypt inn i hvert steg. Dette anbefaler Pólya dog ikke og han forteller «The worst may happen if the student embarks upon computations or constructions without having *understood* the problem.» (Pólya, 2009, s. 6). Altså er det vesentlig først å forstå problemet. Viktigheten med stadig å se seg tilbake og vurdere om man er på rett vei poengteres også.

2.5.1 Å forstå problemet

Ved å forstå problemet, skal man kunne lage en mental modell av situasjonen (Mayer & Hegarty, 1995; Verschaffel et al., 2000). Hvis man kan danne seg en mental modell, betyr det at teksten er forståelig og at man har kunnet tolke teksten og gjort den om til noe kjent. I prosessen må man vite hva i teksten man skal legge vekt på. Pólya (2009) poengterer at eleven må se på og vurdere de viktige delene av problemet. Problemet her vil oppstå hvis det finnes mye å forholde seg til. Cook & Rieser (2005) og Cook (2006) legger vekt på at man må kunne skille relevant informasjon fra irrelevant informasjon. Dette bør kanskje være det første man gjør. I tillegg bør man vurdere om det i hele tatt går an å besvare oppgaven (Pólya, 2009). Hvis man ikke vurderer om oppgaven er løsbar, kan man risikere å få en løsning i kategorien «suspension of sense-making» (Schoenfeld, 1991) som nevnt tidligere.

I skolesammenheng kan man diskutere hvorvidt elever legger like mye i å forstå oppgaven som det legges vekt på her. Verschaffel et al. (2000) poengterer at elever i skolen har visse antakelser om hvordan tekstoppgaver er utformet. Blant flere er det verdt å nevne tre av dem. Først og fremst skal man anta at oppgavene er løsbare og gir mening. Videre skal man anta at det kun er én løsning til hver oppgave og at det skal være et pent tall. I tillegg må man anta at løsningen må finnes ved å bruke matematiske operasjoner på alle tallene i oppgaveteksten. Disse antakelsene minimaliserer elevenes bruk av forståelsessteget i møte med tekstoppgaver. Behovet for å vurdere om oppgaven i det hele tatt er løsbar vil fravike. I tillegg vil det å skille viktig fra uviktig informasjon også bli mindre viktig da alle tall skal opereres med.

Videre følger stegene om å legge en plan og å utføre den som i seg selv er viktige steg, men som nevnt tidligere i oppgaven ikke vil bli sett på her.

2.5.2 Evaluere prosessen

Til slutt i modellen kommer evalueringssteget. Pólya (2009) poengterer her at dette ikke nødvendigvis er det siste man gjør. Evaluering er noe man kontinuerlig må gjøre for å sikre at man ikke forhaster seg inn i gale løsninger. I tillegg må man til slutt vurdere svaret man har kommet frem til opp mot oppgaveteksten. Man må også spørre seg «kunne jeg ha kommet frem til svaret på en annen måte?» og «kan jeg bruke dette i møte med andre oppgaver?». På denne måten utvider man problemskjemaet (Reimann & Chi, 1989) og oppgaven blir ikke bare «en i mengden», men en bidragsyter til fremtidige løsninger.

3 Metode

3.1 Tilnærming

Jeg har sett på utfordringer elever i ungdomsskolen har hatt i arbeid med tekstoppgaver. Datainnsamlingen ble gjort på en bestemt ungdomsskole hvor oppgavene skulle være sosiomatematisk (Yackel & Cobb, 1996) tilpasset elevene på nettopp denne skolen. Her har jeg tolket Yackel & Cobb i den grad at det elever godtar som matematikk er avhengig av flere instanser. Skolemessig vil det antakeligvis finnes en norm over hvordan oppgaver bør skrives og hva man forventer av elevene på skolen. Derfor fant og brukte jeg oppgaver fra heldagsprøver på skolen de siste to årene i håp om at elevene ville finne matematikken både kjent og akseptabel. I tillegg ble det lagt til to oppgaver fra nasjonale prøver på ungdomstrinnet som ble forsøkt tilpasset skolen. Elevene ble valgt etter hvilke lærere som var villige til å delta i prosjektet. I tillegg til å løse tekstoppgavene som ble gitt, fikk de også et evalueringsskjema om oppgavene som ble løst. Undersøkelsen ble utført over tre dager gjennom besøk på skolen.

I forkant av denne uttestingen av oppgaver hadde jeg også intervju med personer som har erfaring med å lage tekstoppgaver. Dette for å bli oppmerksom på om det var noen moment innenfor tekstoppgaver jeg ikke var kommet inn på i teoridelen og som jeg burde ta hensyn til videre i prosessen. I og med det hovedvekten skulle legges på oppgaveløsingen, ble det her gjort et bekvemmelighetsutvalg av deltakere (Tjora, 2017). Intervjuobjektene var personer jeg gjennom studiene hadde fått kjennskap til. De representerer dog hvert sitt fagfelt og ville antakeligvis derfor kunne komme inn på forskjellige moment ved tekstoppgaver hvis det i det hele tatt er noen.

3.2 Deltakere

Deltakerne i intervjuene var altså to personer med erfaring i å lage tekstoppgaver. Vi kaller dem Arne og Bernt. Arne er med på å utvikle et adaptivt matematikkprogram som baserer seg på ungdoms- og videregående skole. I denne sammenheng er han med på å lage mange tekstoppgaver både for læringens skyld, men også oppgaver som forberedelse til eksamen.

Bernt er lærer i den videregående skolen, noe han har vært i over 20 år. I den forbindelse har han bred erfaring med å lage tekstoppgaver både for egne klasser og i forbindelse med vurderingssituasjoner. I tillegg har Bernt erfaring med tekstoppgaver som gis ved eksamener.

Totalt var det 65 elever som gjorde tekstoppgavene og leverte evalueringsskjemaet. Av disse var det 12 elever fra en påbyggklasse. 8., 9. og 10. trinn er alle representert. Da det er hele klasser vil det trolig være besvarelser fra elever i hele måloppnåelsesspekteret. I analysen vil det bli pratet om bestemte elevers besvarelser. Disse elevene vil få fiktive navn, men det vil spesifiseres hvilket klassetrinn de er fra.

3.3 Intervjuene

Intervjuet med Arne ble gjort over telefon da avstanden gjorde det vanskelig å få møtes. Det ble i tillegg gjort på engelsk da Arne ikke pratet norsk. Bernt fikk jeg møte på skolen hvor han jobber og intervjue ham der. Transkripsjonene av intervjuene finnes i vedlegg B.1.2 og B.1.3.

3.3.1 Intervjuguide

Ettersom jeg var på jakt etter nye, uventede vendinger, ble det laget en intervjuguide for å holde en struktur gjennom intervjuet. Det ble her tatt utgangspunkt i Tjoras (2017) anbefalte struktur med oppvarmingsspørsmål, refleksjonsspørsmål og avrundingsspørsmål. Selve guiden ligger som vedlegg **B.1.1.** I intervjuene ble det spurt om fremgangsmåte og utfordringer knyttet til det å lage tekstoppgaver. På denne måten fikk intervjuobjektene prate om egne erfaringer i stedet for å synse om hvilke utfordringer elever står overfor i møte med tekstoppgaver.

3.3.2 Transkripsjonsnøkkel

Transkripsjonene av intervjuene er gjort på engelsk og bokmål. Ettersom det er én-til-én-intervju, kommer transkripsjonene sekvensielt, det vil si intervjuers spørsmål og oppfølginger kommer på oddetallsplass. For enkelthets skyld er disse i fet skrift. Ved referering og sitering til transkripsjonene vil jeg benytte '…' for å symbolisere utelating av tekst.

Bruken av '(…)' symboliserer et lite stopp i samtalerytmen. Dette kan være en liten tenkepause, men også når intervjuobjekt plutselig kommer på noe nytt og endrer rytme:

> 2. Jeg er utdannet (…) har et hovedfag i matematikk, altså en master i matematikk, ren matematikk

Videre forteller bruken av '«»' at man har et lokalt ord eller et fremmedord som ikke kan oversettes direkte.

> 70. Ja, jeg pleier alltid (…) jeg tenker mest mulig slik. Kanskje en først, en tekst (…) i en sammenheng som er, vil funksjonen f gitt ved «dududu» være …

Til slutt vil bruken av '[]' tilsi at det er noe som skjer fysisk i intervjuet. Dette vil da stå i klammeparentesene. Dette gjelder også hvis samtalen ikke lar seg høre fra opptakeren, dette vil da symboliseres med '[uhørt]'.

> 74. Jaja, det skjer [latter] …

3.4 Oppgavene

Da det var ønskelig å teste spesifikke momenter ved tekstoppgaver, var det viktig å holde flest mulig variabler stabile. Derfor fikk jeg tilsendt heldagsprøver i 8., 9. og 10. trinn for de to siste årene fra skolen jeg besøkte, slik at jeg kunne ta utgangspunkt i matematikk elevene på denne skolen var vant med og ville føle var kjent (ref. sosiomatematiske normer). Fra disse heldagsprøvene ble mange tekstoppgaver plukket ut som aktuelle, men for å kunne velge ut de jeg ville teste, tok jeg utgangspunkt i Blooms taksonomi (Anderson & Krathwohl, 2001). Det jeg gjorde var å forsøke å dele nivåene i taksonomien inn i tre deler, det vil si en lett, en middels og en vanskelig del. Her var det ønskelig å velge oppgaver som kunne treffe innenfor de forskjellige delene.

I tillegg var det ønskelig å velge oppgaver som ikke krevde formler, slik at de kunne løses av alle. I det ferdige oppgavesettet på elleve oppgaver, er det kun to som krever memorisering av formler. Dette er formlene for areal av trekant og areal av kvadrat, noe som elever på ungdomsskolen burde være kjent med, men dette kan likevel skape et ekstra usikkerhetsmoment og er noe som må tas hensyn til senere. Man kunne argumentert for at begrepet «prosent» også er noe å ta hensyn til. Dette er dog et begrep som man får kjennskap til enda tidligere i matematikkutdannelsen (Utdanningsdirektoratet, 2006). For ordens skyld vil jeg presisere at alle lærerne som deltok med klassene sine i forsøket så gjennom oppgavene og presiserte at elevene burde ha godt nok grunnlag til å løse dem. Dette betyr selvfølgelig ikke at elevene faktisk har grunnlag til å løse dem, men de har i alle fall vært innom temaene.

3.4.1 Oppgavesettet

De elleve oppgavene fikk plass på to ark. De var unummererte, men har blitt nummererte i vedleggsdelen for ordens skyld. De er i tillegg plassert i tilfeldig rekkefølge (i forhold til vanskelighetsgrad), men oppgaver som bygger på hverandre (4) og (5) ble plassert etter hverandre.

Nummer	Tema	Referert til som i denne oppgaven	Kilde
1	Salg av sko	Skooppgaven	Heldagsprøve 8. trinn
2	Maleri i Tromsdalen kirke	Glassmalerioppgaven	Nasjonale prøver 2017
3	Tidsbruk på togtur	Togturoppgaven	Heldagsprøve 9. trinn
4	Bordsammensetning	Bordoppgaven	Heldagsprøve 10. trinn
5	Bordsammensetningsformel	Bordformeloppgaven	Heldagsprøve 10. trinn
6	Kjøp av reker	Rekeoppgaven	Heldagsprøve 9. trinn
7	Kjøp av chipsposer	Chipsoppgaven	Heldagsprøve 8. trinn
8	Balansering på ett ben	Balanseoppgaven	Heldagsprøve 9. trinn
9	Bretting av kvadratisk ark	Arkoppgaven	Heldagsprøve 9. trinn
10	Kjøp av druer	Drueoppgaven	Heldagsprøve 10. trinn
11	Tilpasning av problem med deling	Divisjonsoppgaven	Nasjonale prøver 2016

Oppgavene i sin helhet kan finnes som vedlegg B.2.1. Enkelte oppgaver blir nevnt i sin helhet i analysedelen. I tillegg til oppgavene, fikk elevene utlevert et evalueringsskjema. Dette ligger også ved i sin helhet som vedlegg B.2.2.

Som nevnt ble oppgavesettet gitt til elever helt ned i 8. klasse. Man kan derfor sette spørsmålstegn med hvorfor oppgaver fra heldagsprøver i 9. og 10. trinn er med i settet, men igjen må det påpekes at oppgavene ble vurdert som egnede og at de ikke krevde noen spesifikk matematikk som først læres på høyere trinn.

Evalueringsskjemaet ble forsøkt laget på et så grunnleggende nivå at elever ville føle det enkelt å kunne besvare spørsmål. Samtidig oppmuntrer skjemaet til metakognisjon, noe som ikke nødvendigvis er noe som sitter lett for ungdomsskoleelever å skrive om.

3.4.2 Gjennomføring

I forkant av gjennomføringen ble oppgavene testet på en 10. klasse på den samme skolen. Dette ble gjort for å finne et passende tidskrav og for å se om det var noen av oppgavene som bemerket seg med positivt eller negativt fortegn.

Evalueringsskjemaet burde selvfølgelig også ha blitt testet på samme måte, men det ble ikke laget før senere. Det ble dog laget på grunnlag av besvarelsene fra denne testkjøringen.

Undersøkelsene ble gjennomført i elevenes egne klasserom på starten av timen. Elevene fikk 25 minutter til rådighet og ble anmodet om å vise utregning eller andre måter å komme frem til svaret på. Videre ble de anmodet om å forsøke å komme seg gjennom alle oppgavene før tiden gikk ut. Oppgavene var som nevnt plassert på to A4-ark, og det var nok plass på arkene til å utføre regningen på arkene. Elevene løste oppgavene alene, kalkulator var tillatt.

Etter hvert som elevene ble ferdige, fikk de utdelt evalueringsskjema som de måtte fylle ut før de kunne levere alle tre ark samlet. På denne måten kunne de se gjennom oppgavene og reflektere rundt dem mens de hadde dem foran seg.

3.5 Generaliserbarhet

Generalisering er noe man stadig ønsker å oppnå i forskning. Spørsmål som «gjelder dette i alle sammenhenger?» er viktige, men ofte vanskelige å svare på. Man vil at undersøkelsen skal være gyldig utover tilfellene som har blitt utforsket (Tjora, 2017).

Som det ble nevnt i innledningen, så ble denne studien utført på en bestemt skole. I tillegg var ikke hele skolen representert, kun en liten del. Dermed er det først og fremst ikke sikkert at funnene som fremstilles gjelder generelt for skolen. Videre vil det derfor være vanskelig å anta at funnene gjelder for andre skoler. I tillegg må eventuelle forsøk på andre skoler tilpasses skolene slik som det er gjort her (jamfør sosiomatematiske normer). På dette grunnlaget vil resultatene av denne studien ikke kunne sies å være generelle.

4 Funn

Jeg vil i dette kapitlet se på likheter og ulikheter både når det kommer til intervjuene og oppgaveløsingen. Disse vil bli sett på hver for seg før jeg i diskusjonen vil forsøke å flette det hele sammen.

4.1 Intervjuene

Arne lager altså tekstoppgaver i anledning et matematikkprogram for ungdoms- og videregående skole, mens Bernt lager oppgaver til klassen sin som innledning til nye emner i tillegg til vurderingssituasjoner.

Bernt mener at oppgavene må kunne ses på som en praktisk situasjon. Han forteller videre at det finnes to måter å lage oppgaver på, det han kaller «bottom-up» og «top-down». Det vil si at i de fleste tilfeller begynner han med likningen/matematikken i bunn (bottom-up) og bygger opp en praktisk situasjon rundt likningen. Med andre ord kan man si det er den dype strukturen (Chi, Feltovich & Glaser, 1981) som velges først før overflatestrukturen konstrueres for å dekke til den dype strukturen. Senere forteller han også at måten han endrer vanskelighetsgrad på oppgavene er når han enten skjuler informasjon bedre i teksten eller gjør likningen i bunn vanskeligere.

> **45. Så hvis jeg forstår deg rett, så er det altså enten å gjøre noe med teksten for å skjule eller å gjøre ligningen i bunnen vanskeligere?**
>
> 46. Nettopp, det er de to måtene du kan gjøre det på, tenker jeg. Og jeg har jo egentlig (…) begge deler har noe for seg, men det er hele tiden hva du ønsker å teste ut …

Arne forteller at måten han endrer vanskelighetsgrad på er å gjøre om oppgaver fra å være lik det elevene er vant med i skolebøker til å bli litt uvant. Matematikken i oppgaven ønsker han at skal være den samme slik at elevene i bunn og grunn har kunnskapene som trengs for å løse oppgavene, men ordlyden må være annerledes slik at eleven føler det er noe helt nytt. Likedan foreslår han også å gjøre motsatt, å la matematikken i oppgaven endre seg litt, men la ordlyden være den samme.

> 20. … so a lot of the times [uhørt] about finding a way to describe the math problem in another way, so they basically have to do the same thing, but if you make them think

> they have to do something completely different, … it makes it a lot more difficult for people to kind of look through what actually [uhørt] in the problem and what you have to do.
>
> … so as well as you have a normal task that you've seen in text books and stuff, you can ask for something with a twist, so asking for something they've kind of seen before, but it's not really the same thing.

Dette tyder på at begge to mener mye likt om hvordan man kan endre vanskelighetsgraden. Arne, som er ute etter å lage oppgaver som skal veilede elevene frem mot eksamen, er også ute etter å lage oppgaver som elevene ikke er vant med. Hvis vi husker tilbake til de sosiomatematiske normene (Yackel & Cobb, 1996), så er det jo forskjellige normer alt etter hvor vi befinner oss. Det kan være forskjellige normer fra klasserom til klasserom, fra skole til skole og fra lærebok til lærebok. Arne vil derfor antakeligvis utvide horisontene til elevene slik at de i stedet for å være vante til bestemte former for oppgaver, vil være klare for eksamen som kanskje i seg selv har sine egne normer? Det kan også virke som om han tenker elevene har et problemskjema (Reimann & Chi, 1989) som må utvides før eksamen.

I spørsmål om de gjør forskjell ved å lage oppgaver i forskjellige sammenhenger, er de samstemte i at det stemmer. Spesielt nevner de at de gjør forskjeller hvis de skal lage oppgaver til vurderingssituasjoner. I spørsmål om konstruksjon av eksamensoppgaver forteller Bernt:

> 48. jeg må oppleve at jeg er trygt innenfor rammen av hva kompetansemålene sier fordi det er lærere rundt omkring som gjør ting veldig forskjellig, mens når jeg gjør det til mine egne elever, så kjenner jeg elevene på en helt annen måte …

På samme måte forteller Arne:

> 22. I want to replicate the exams questions as much as possible, without of course doing the same questions, because when it's all about like exercising to do better at exams, I can not really like do any special ways of describing stuff …

Med andre ord er vurderingssituasjoner en arena hvor man ikke kompliserer for mye, men lager oppgaver som er generelle. De beskriver altså her en tydelig distinksjon mellom vurderingsoppgaver og oppgaver beregnet for læring.

Det vanskeligste når man lager tekstoppgaver er ifølge dem begge å få til presisjon i teksten. Det handler om at elevene som leser oppgaven skal forstå teksten på samme måte som dem selv.

> 62. Så, det er viktig at man har elevenes perspektiv på hvordan de leser teksten og hvordan de forstår den. Også er det også typisk at tekstoppgavene lett kan tolkes ulikt, så presisjon på tekst er viktig også er det også ofte når du skal gjøre situasjonen så reell som mulig, hvis du ønsker det, så er det så lett at du havner litt utforbi det som elevene har av matematikk. Så da må du gjøre (…) du må liksom kutte ned på noe (…) ta noen forbehold.

> 24. So for me, like, the difficult part of it, of this, the most time, is … like trying to figure out how will the student think when he reads this question. What kind of ways can she kind of try to go through this question.

Her kan det se ut som om begge to er oppmerksomme på det første steget i Pólyas problemløsningsmodell, nemlig at løseren skal forstå problemet. Her forteller de videre at en av måtene å unngå misforståelser er å ha en person som ser over oppgavene i ettertid for å kontrollere at de er forståelige. Å se misforståelser i oppgaver man har laget selv poengterer de nemlig at er vanskelig. Bernt forteller at pilotering er en effektiv måte å teste oppgavene på og som ofte blir brukt i vurderingssammenheng. Pilotering i denne sammenheng vil si å teste ut oppgaver på elever for å forsøke å finne svakheter i oppgavene som videre kan lukes bort. Det er derimot dyrt å få gjennomført og derfor sjelden brukt i andre sammenhenger enn nasjonale vurderinger som eksamener og nasjonale prøver. Han forteller videre at han også piloterer på egen hånd.

> 66. Så (…) i den grad jeg (…) bare for å si det, så (…) i den grad jeg piloterer så er det det at når du har hatt et fag med omganger, så piloterer du jo blant de oppgavene du har prøvd på elever tidligere også bare bytter du litt, endre bittelitt, men du vet hva som fungerer og hva som ikke fungerer.

Ellers forteller Bernt at ved oppgaver som flere elever har misforstått, så er det veldig lett å se hva det er i oppgaven som forårsaker misforståelsen.

> 76. Ja, om jeg skal si noe helt konkret om det, men det er veldig ofte slik at når du ser at en oppgave ikke fungerer, eller at det er noen som misforstår sin oppgave, da er det

veldig ofte opplagt. Det er veldig ofte veldig lett å se etterpå. Når du har rettet ti besvarelser, så ser du med en gang. Da er det veldig lett å komme med en ide om hva skulle jeg har gjort for å få den til å fungere.

Til slutt i spørsmål om tips de ville gitt seg selv idet de startet å lage oppgaver, svarer de litt forskjellig. Arne ville gjerne gitt tips om problembanker hvor man kan finne realistiske tall til problemer, mens Bernt ville ha gitt tips om teori om det han kaller prosessen. Her nevner han Pólya og Schoenfeld som bidragsytere. Begge to nevner at tipsene kunne blitt gitt til flere da de antar at det kan være poeng som flere burde tenke på i konstruksjon av tekstoppgaver.

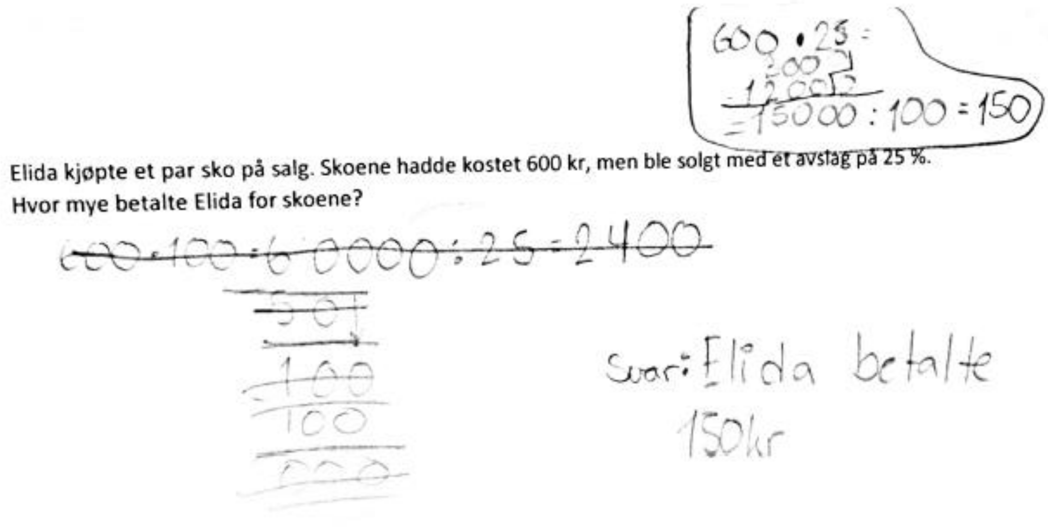
4.2 Oppgavene

Jeg vil i dette avsnittet se på oppgavene som er løst og begynne med skooppgaven. Her vil jeg forsøke å trekke ut utfordringer elever kan ha kommet over i denne oppgaven og forsøke å finne liknende utfordringer i andre oppgaver. Videre vil jeg forsøke å poengtere andre utfordringer ved oppgavene som blir analysert og oppsummere hvilke som ble funnet. Til slutt vil jeg forsøke å finne en sammenheng mellom oppgavene som har felles utfordringer.

4.2.1 Vanskelige begrep

Den første oppgaven elevene stod overfor var oppgaven om sko på salg. Dette var den oppgaven som flest klarte, over 80% fikk til denne oppgaven. Denne ble karakterisert som en lett oppgave da det ikke krevde høyt abstraksjonsnivå (Anderson & Krathwohl, 2001). Oppgaven lyder som følger: *«Elida kjøpte et par sko på salg. Skoene hadde kostet 600 kr, men ble solgt med et avslag på 25 %. Hvor mye betalte Elida for skoene?»*

Hva med oppgaven kan ha forårsaket at elever svarte feil? Hvis vi ser på noen av de gale svarene, er det en type som går igjen, nemlig at svaret som regnes ut er selve avslaget og ikke det resterende beløpet som må betales. Se for eksempel på besvarelsene til Elisabeth og Fredrik i 8. klasse, hvor begge besvarelsene forteller at Elida måtte betale 150 kr:



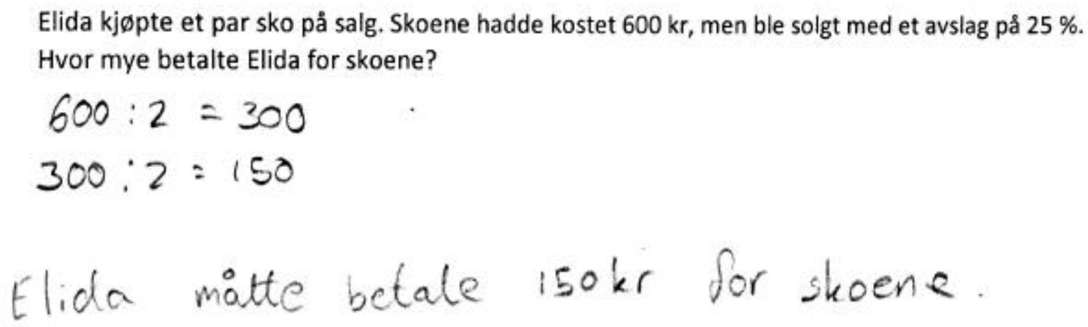
Elida kjøpte et par sko på salg. Skoene hadde kostet 600 kr, men ble solgt med et avslag på 25 %.
Hvor mye betalte Elida for skoene?

600 · 25 = 15000 : 100 = 150

~~600 · 100 = 60000 : 25 = 2400~~

Svar: Elida betalte 150kr

Figur 4.1 - Elisabeth (8.) sin besvarelse på oppgaven om salg av sko



Elida kjøpte et par sko på salg. Skoene hadde kostet 600 kr, men ble solgt med et avslag på 25 %.
Hvor mye betalte Elida for skoene?

600 : 2 = 300

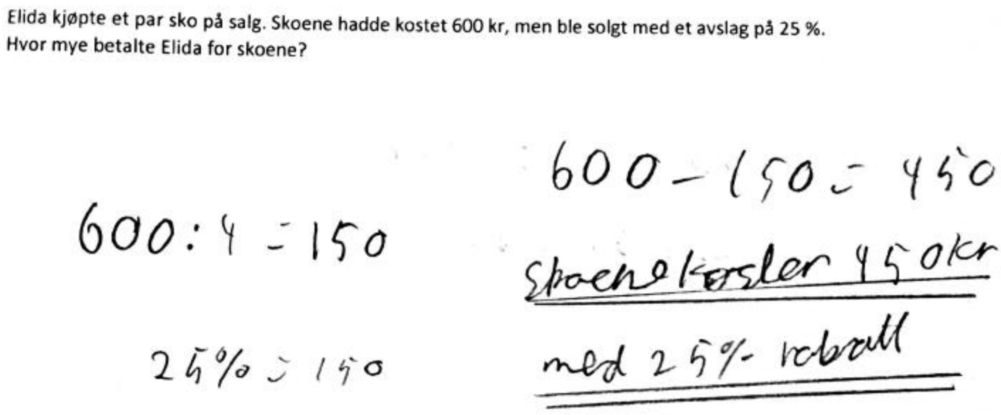
300 : 2 = 150

Elida måtte betale 150kr for skoene.

Figur 4.2 - Fredrik (8.) sin besvarelse på oppgaven om salg av sko

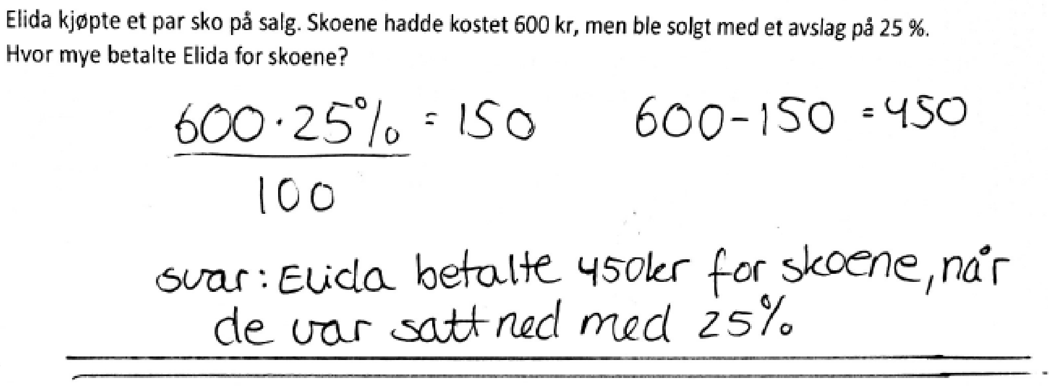
Elisabeth og Fredrik har altså fått med seg essensen av oppgaven, nemlig at skoene var billigere enn førprisen. Her kan det være minst tre forklaringer på hvorfor elevene regnet feil. Det kan være (1) at begrepet «avslag» har blitt tolket feil, (2) at elevene har hastet seg gjennom oppgaven og ikke sett seg tilbake eller (3) at elevene ikke kjenner seg igjen i konteksten og vet at et salg med 25% avslag ikke kan redusere skoene såpass mye som de har funnet ut. Videre kan man utelukke at elevene ikke har ferdigheter til å klare oppgaven da de tydeligvis har forstått begrepet prosent og klarer å finne 25% av et gitt tall.

Ser vi på forklaring (1), at «avslag» har blitt tolket feil, kan vi få støtte fra andre besvarelser. Georg (8. klasse) og Harald (10. klasse) bruker nemlig andre ord i besvarelsen sin.



Figur 4.3 - Georg (8.) sin bruk av ordet "rabatt"

Georg velger å ikke bruke begrepet «avslag» i det skrevne svaret, men bruker heller begrepet «rabatt». Hvorvidt Georg tok et bevisst valg om å bytte begrep er usikkert, men antakeligvis er «rabatt» mer nærliggende for Georg å bruke.



Figur 4.4 – Harald (10.) sin omgjøring av begrepet «avslag»

Harald velger også å la være å bruke begrepet «avslag». I stedet forklarer han hva avslag egentlig handler om.

Forklaring (2) «at elevene har hastet seg gjennom oppgaven og ikke sett seg tilbake» og (3) «at elevene ikke kjenner seg igjen i konteksten» henger her litt sammen da begge handler om å vurdere svaret sitt med det oppgaven spør om. (2) utelukker eller begrenser en slik vurdering, mens (3) gjør en slik vurdering vanskelig.

Hvis vi studerer disse to forklaringene, så er det lett å foreslå og se på hvordan de eldre elevene gjorde det på samme oppgave. Hvis de også gir samme type svar, vil det kunne svekke forklaring (3) ettersom man burde kunne regne med at erfaring med kjøp og salg og kompetanse innenfor matematiske begrep kommer med alder.

I besvarelsene fra 9. og 10. klasse samt påbyggklassen på oppgaven var det kun én besvarelse med samme type feil. Det vil si at det i de resterende besvarelsene enten ble regnet på riktig måte eller at oppgaven ikke var besvart. Dermed er det ikke mulig å konkludere med noe her.

Det kunne ha vært fristende å se videre på hvordan Elisabeth og Fredrik gjorde det på resten av oppgavene, for å lete etter mønstre, men det er dessverre ikke mange oppgaver de har besvart. Det samme gjelder dessverre for andre elever som gjorde samme type feil. Enten har de ikke vist utregningene og dermed gitt lite informasjon om hvor feilen har skjedd, eller så har de ikke besvart oppgavene (Fredrik forteller at han «hoppet over noen jeg ikke skjønte!»).

Med andre ord kan man anta at begrepet «avslag» var for fjernt og uforståelig for noen av elevene og dermed forårsaket noen misforståelser. Hadde man i stedet brukt begrepet «rabatt» som virker mer hverdagslig og mer brukt i dagligtalen, kan det være at man hadde fått flere riktige svar. Samtidig må man ikke utelukke muligheten for at «rabatt» kanskje ville ført til at noen av de som svarte riktig ville ha svart feil. Vi kommer til å komme litt tilbake til dette temaet litt senere i teksten.

4.2.2 Overseelser

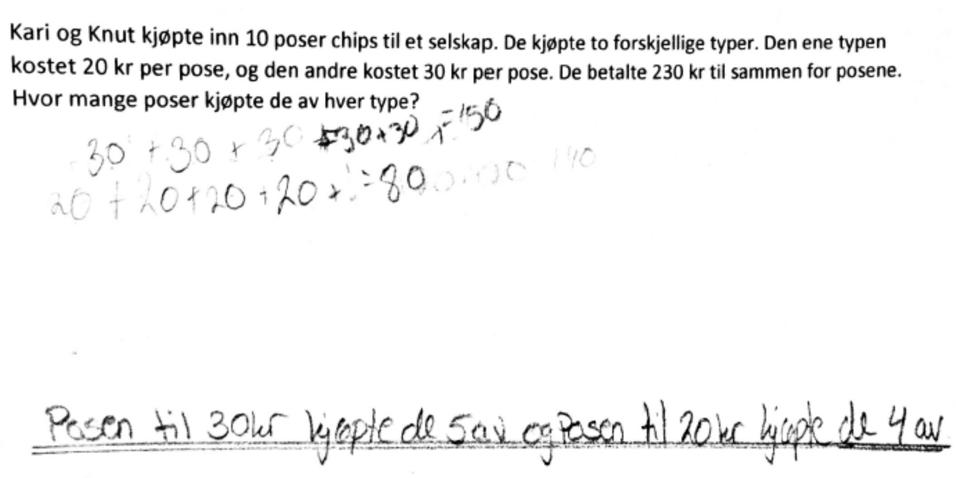
Hvis vi ser videre på forklaring (2) og leter etter tilfeller hvor elevene kan ha hastet seg av gårde, så finnes det flere eksempler på nettopp dette. Her er det tre oppgaver som skiller seg ut, nemlig togturoppgaven, arkoppgaven og chipsoppgaven. Disse oppgavene har mange svart feil på og det virker som om oppgaveteksten er lest for raskt.

Togturoppgaven: «*Tonje tok toget som gikk fra hennes stasjon kl. 13.23. Toget var framme dit hun skulle kl. 16.07. Hvor lang tid tok togturen?*»

Arkoppgaven: «*Vi har et kvadratisk ark hvor arealet er 16 cm^2. Vi bretter arket dobbelt slik at de to halvdelene dekker hverandre og får en firkant. Hva blir omkretsen av den nye firkanten?*»

Chipsoppgaven: «*Kari og Knut kjøpte inn 10 poser chips til et selskap. De kjøpte to forskjellige typer. Den ene typen kostet 20 kr per pose, og den andre kostet 30 kr per pose. De betalte 230 kr til sammen for posene. Hvor mange poser kjøpte de av hver type?*»

Spesielt arkoppgaven og chipsoppgaven har mange svar som virket preget av hastverk. Her er deler av oppgaveteksten oversett. La oss se på Ingrid (10. klasse) og Josefines (påbyggklassen) svar:



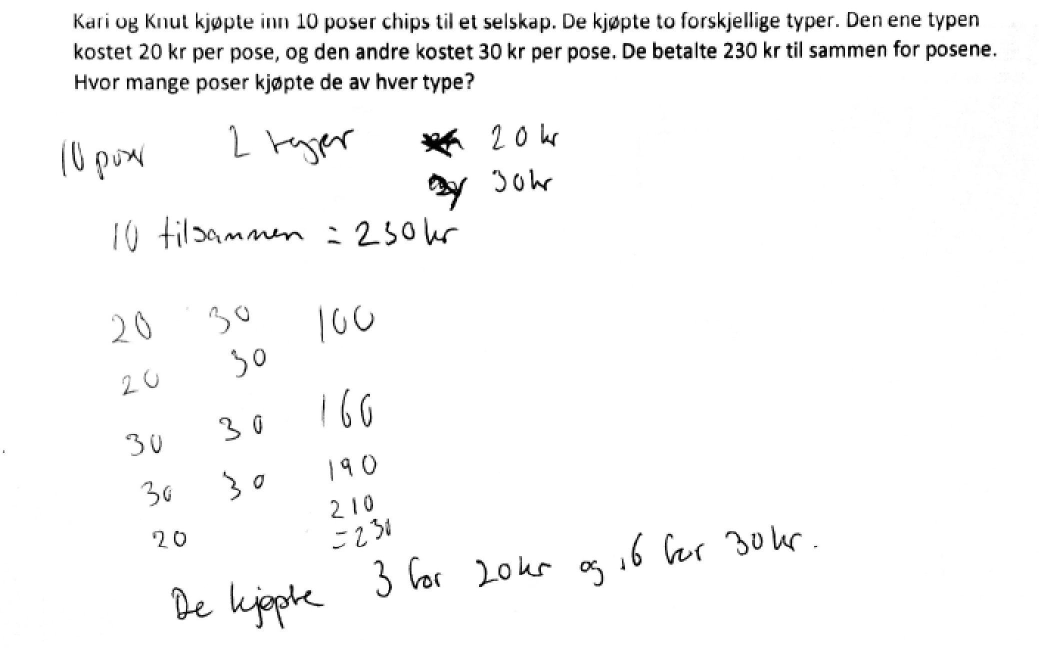
Kari og Knut kjøpte inn 10 poser chips til et selskap. De kjøpte to forskjellige typer. Den ene typen kostet 20 kr per pose, og den andre kostet 30 kr per pose. De betalte 230 kr til sammen for posene. Hvor mange poser kjøpte de av hver type?

30 + 30 + 30 ~~30+30~~ + = 150

20 + 20 + 20 + 20 + = 80 ... 140

Posen til 30kr kjøpte de 5 av og Posen til 20kr kjøpte de 4 av

Figur 4.5 - Ingrid (10.) sitt svar på chipsoppgaven



Kari og Knut kjøpte inn 10 poser chips til et selskap. De kjøpte to forskjellige typer. Den ene typen kostet 20 kr per pose, og den andre kostet 30 kr per pose. De betalte 230 kr til sammen for posene. Hvor mange poser kjøpte de av hver type?

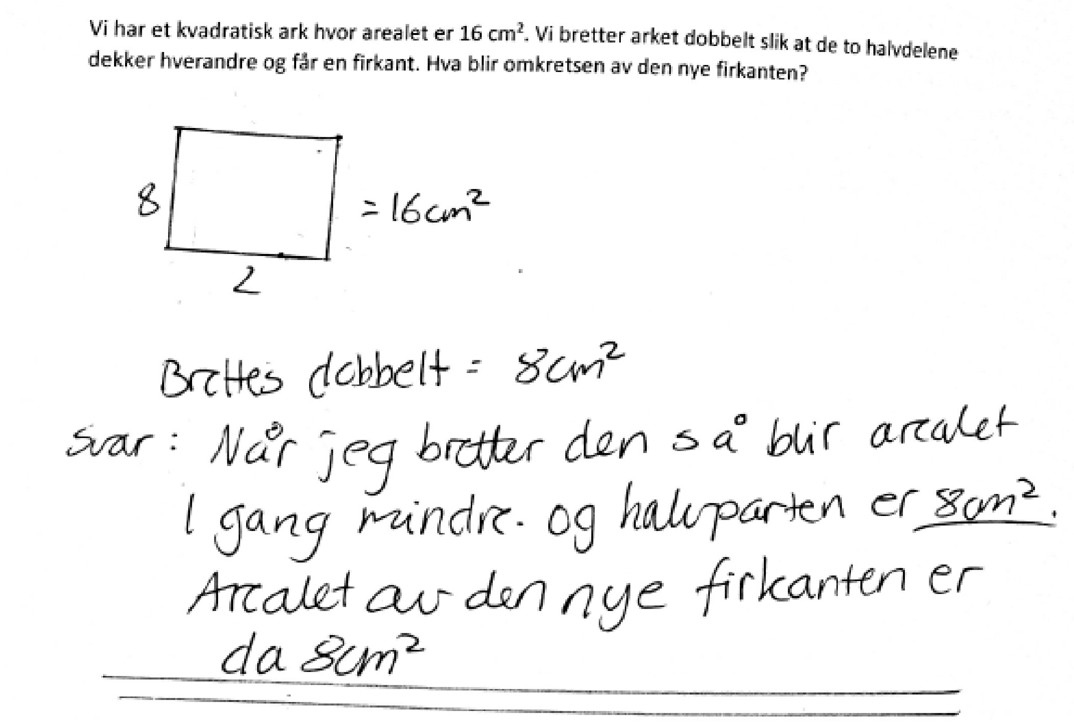
10 poser   2 typer   20 kr
og 30kr
10 tilsammen = 230kr

20 30 100
20 30
30 30 160
30 30 190
20 210
= 230

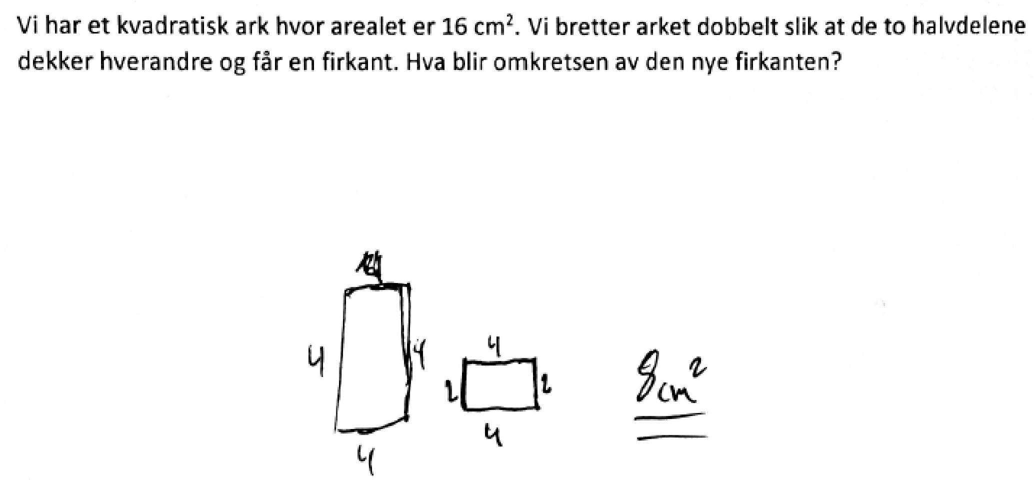
De kjøpte 3 for 20kr og 6 for 30kr.

Figur 4.6 - Josefine (påbygg) sitt svar på chipsoppgaven

Hvis vi ser på oppgaveteksten her, så står det presisert veldig tidlig at totalt antall chipsposer er ti. Denne informasjonen tar verken Ingrid eller Josefine hensyn til. Slik er det også i flere av andre elevers besvarelser. Hos Josefine ser vi at hun i besvarelsen har spesifisert at det er 10 chipsposer, men ender likevel opp med å gi et svar hvor totalt antall chipsposer er 9. Dette blir en overseelse av et annet kaliber enn Ingrids overseelse, men fremdeles en overseelse. Videre finner vi lignende funn hos Karl (10. klasse) og Louise (påbyggklassen) på arkoppgaven.



Figur 4.7 - Karl (10.) sitt svar på arkoppgaven



Figur 4.8 - Louise (påbygg) sitt svar på arkoppgaven

Her ser vi altså et lignende fenomen. Oppgaveteksten spør tydelig etter omkretsen av den nye firkanten, likevel velger både Karl og Louise å oppgi et areal til svar. Hos Karl er det i tillegg vanskelig å skjønne om han har fått med seg at vi begynner med et kvadratisk ark eller ikke. Louise poengterer ikke at det er arealet hun gir svaret til, men det kan virke slik på benevningen. Merk dog at i mange besvarelser oppga elevene svar på formen «omkretsen er 12 cm^2» hvor benevningen ikke samsvarer med benevningen til omkrets. Dette gjør at vi for Louise ikke med sikkerhet kan si at det er arealet hun sikter til, men med tanke på svaret «8» tyder det på det.

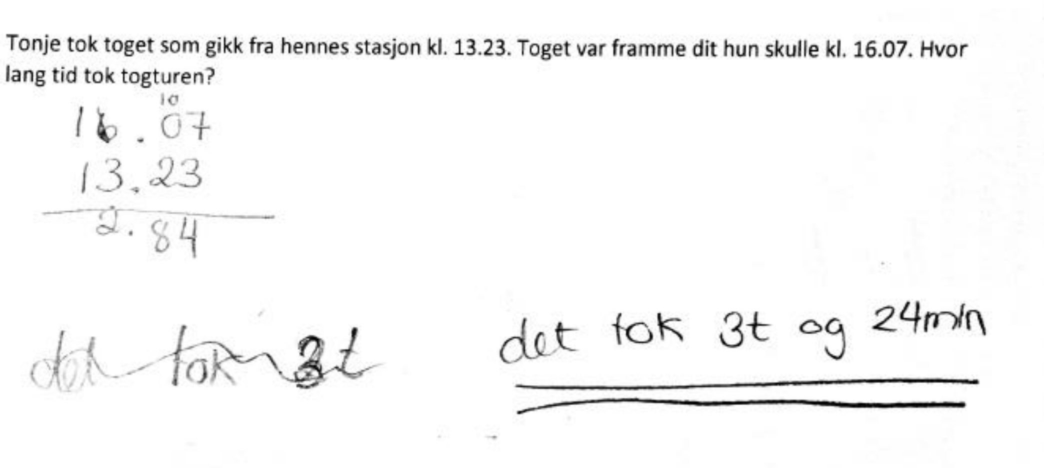
Det bemerkelsesverdige her er at i alle besvarelsene hvor begge disse oppgavene er besvart, er det kun én som har gjort denne type feil på begge oppgavene. Det vil si at de som har oversett at det er ti poser chips, ikke har oversett at det er omkretsen som blir spurt om og motsatt! I tillegg må det nevnes at denne type feil ikke bare forekom for en bestemt gruppe elever. De ble gjort av elever på alle alderstrinn og av både de som stort sett svarte rett på alle oppgaver og de som stort sett svarte feil eller ikke besvarte oppgavene.

For disse to oppgavene som er spesifisert her, kan vi legge merke til at informasjonen som er oversett finnes på forskjellige plasser i oppgaveteksten. I chipsoppgaven står den oversette informasjonen i den aller første setningen, mens den i arkoppgaven står aller sist. Det ville ha vært interessant å studere dette fenomenet videre, men ingen av de andre oppgavene byr på samme type overseelsesfeil som i disse oppgavene. Dette gjør det vanskelig å konkludere med noe, men det kan virke som om posisjonen til vesentlig informasjon i oppgaveteksten har en betydning.

4.2.3 Forkunnskaper

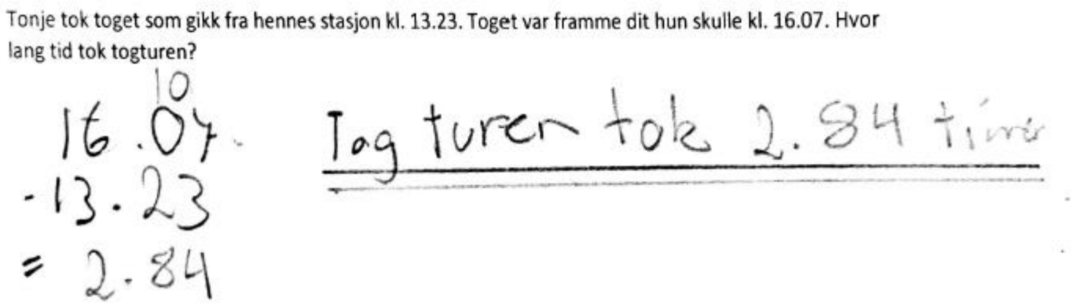
I avsnittet over nevnte jeg også togturoppgaven som en oppgave hvor det ble gjort overseelser. «*Tonje tok toget som gikk fra hennes stasjon kl. 13.23. Toget var framme dit hun skulle kl. 16.07. Hvor lang tid tok togturen?».* Disse overseelsene handler stort sett bare om at elevene antakeligvis ville oppdaget feil hvis de hadde sett gjennom oppgaveteksten en gang etter å ha funnet et svar. Feilaktige svar som ofte forekommer her er 2t 30 min, 2t 50 min, 3 t 30 min og 3 t 44 min. Ved å sjekke oppgaveteksten en ekstra gang etter å ha funnet disse svarene, er det rimelig å anta at noen av elevene ville ha endret mening. Det er dog to momenter som må tas hensyn til ved denne oppgaven, nemlig overslag og forkunnskaper.

Det har seg nemlig slik at overslag er et hyppig brukt fenomen i heldagsprøvene jeg fikk tildelt fra skolen. Med andre ord er det antakeligvis noe elevene er svært vante med å bruke i regning med tid. I tillegg er overslag noe læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2006) forteller at elevene skal kunne bruke i møte med problemer med tid. I oppgaveteksten her blir det dog ikke nevnt noe om overslag og man kan anta enten at elevene har oversett dette eller at de i det hele tatt ikke vet med sikkerhet hvordan de skal løse slike oppgaver. Ser vi for eksempel på besvarelsene til Margrete (8. klasse) og Nils (8. klasse), viser utregningen deres at de ikke behersker å regne med tid.



Figur 4.9 - Margretes (8.) løsning av togturoppgaven

Både Margrete og Nils regner på tid som om tallsystemet er titallssystemet. I tillegg velger Margrete å benytte seg av 60-tallssytemet i omregning fra «2.84» til «3t og 24 min». Her mangler det altså noen kunnskaper om hvordan slike oppgaver skal regnes.

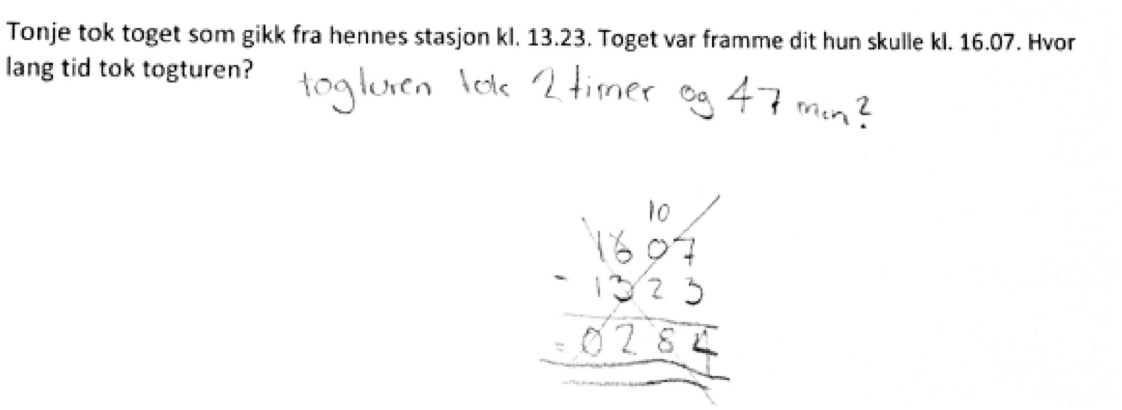


Figur 4.10 - Nils' (8.) løsning av togturoppgaven

Dette bringer oss inn på temaet forkunnskaper som jeg egentlig ikke vil gå inn på i denne oppgaven, men som ble vesentlig i analysen av denne oppgaven. Poenget blir at besvarelsene bare delvis støtter overseelsesavsnittet da man i denne oppgaven som nevnt må ta høyde for overslag og forkunnskaper. Dermed vil det ikke nødvendigvis være slik at elever med svar som 2t 30min, 3t 30min og 3t 44min ville kunne se at svaret var feil ved å se gjennom oppgaveteksten en ekstra gang. Dette fordi de enten vil godta et omtrentlig svar siden de gjør nytte av overslag eller fordi de ikke enkelt kan se at disse svarene ikke vil passe inn i oppgaveteksten som følge av for lite kunnskap innenfor emnet. Igjen er det verdt å merke seg at denne type feil gjaldt i alle alderstrinn og både for de som klarte mange og få oppgaver.

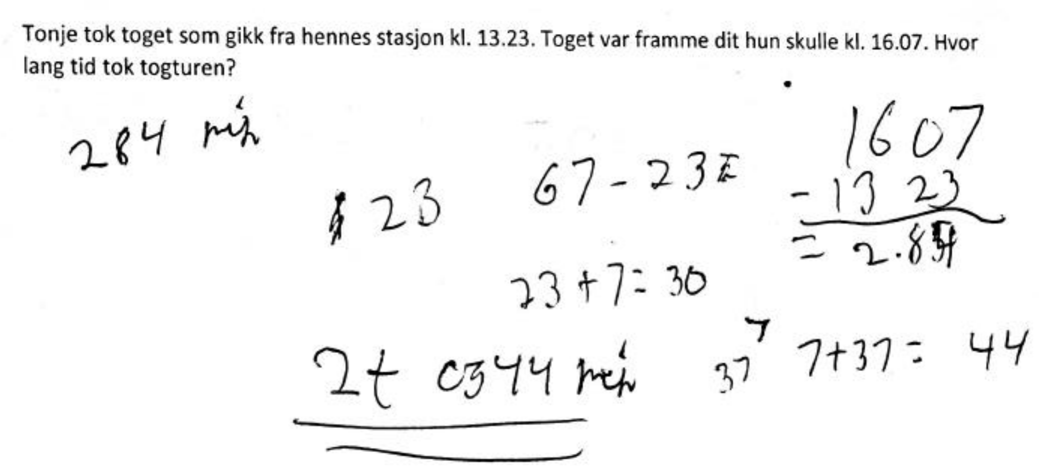
4.2.4 Rett frem-løsning

Et annet poeng man kan hente fra togturoppgaven er at det virker som om mange har registrert tallene 16.07 og 13.23 og kommet til konklusjonen om at de skal subtrahere det ene fra det andre. Typiske utregninger ville være som Olav (8. klasse) og Pål (9. klasse) her viser:



Figur 4.11 – Olavs (8.) forsøk på å regne ut et svar på togturoppgaven

Olav har her gjort et forsøk på å komme frem til et svar ved å subtrahere 1607 med 1323. På en eller annen måte har han skjønt at svaret «284» ikke fungerer eller i alle fall ikke forstått hvordan han skal bruke det. Det virker som om han derfor har gjettet løsningen 2t og 47 min i stedet. Pål ser ut til å ha strevet litt mer, men han har også forsøkt å subtrahere på samme måte som Olav gjorde. I tillegg har han forsøkt flere forskjellige addisjoner og subtraksjoner. Hvordan han kom frem til det endelige svaret kommer ikke tydelig frem, men poenget blir at det virker som både Pål og Olav henter ut tall fra oppgaven og forsøker å finne løsninger som passer.


Tonje tok toget som gikk fra hennes stasjon kl. 13.23. Toget var framme dit hun skulle kl. 16.07. Hvor lang tid tok togturen?

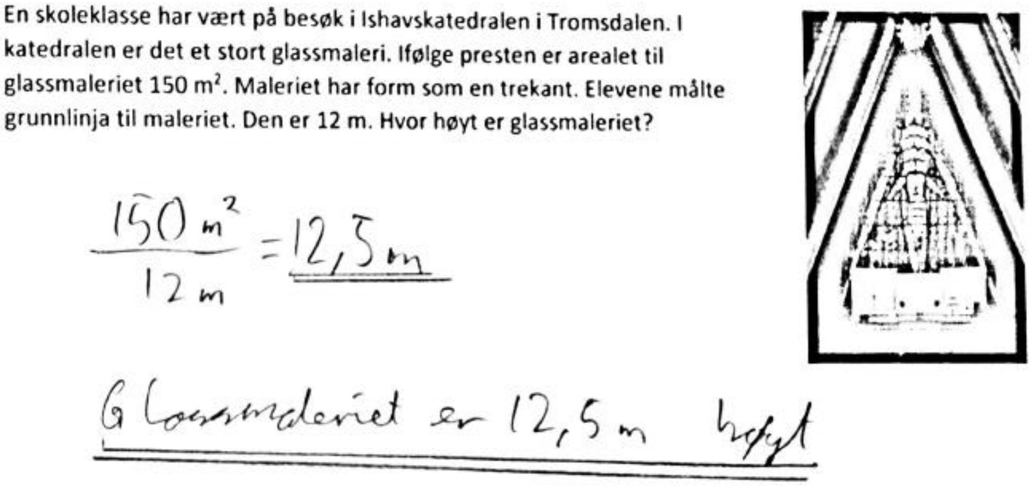
Figur 4.12 – Påls (9.) utregning på togturoppgaven

Slike typer fremgangsmåter har jeg her valgt å kalle rett frem-løsninger. Altså at man finner informasjon i oppgaven man kan utføre regneoperasjoner på og gjør nettopp dette. Lignende moment finner vi i andre oppgaver i oppgavesettet, la oss for eksempel se på glassmalerioppgaven:

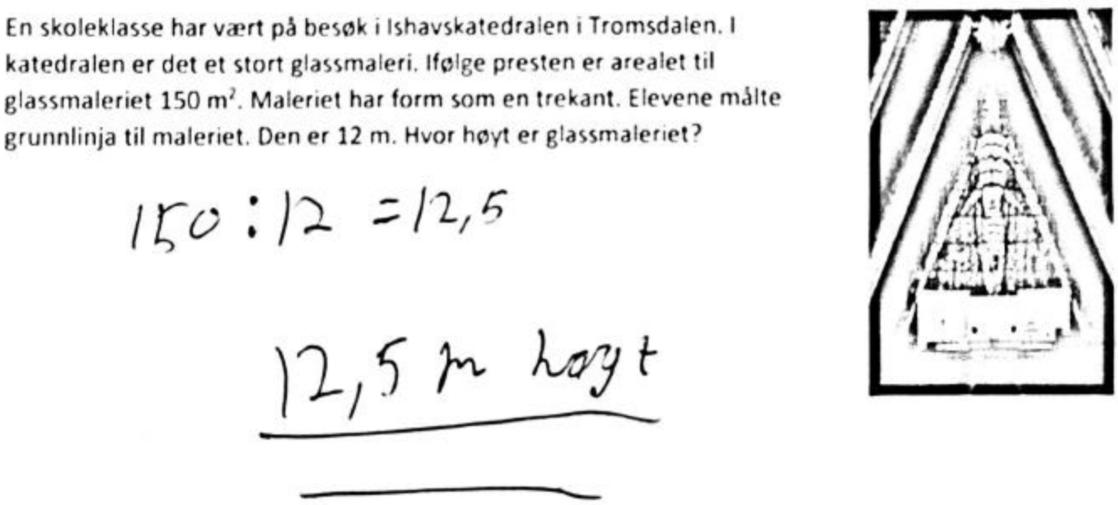
En skoleklasse har vært på besøk i Ishavskatedralen i Tromsdalen. I katedralen er det et stort glassmaleri. Ifølge presten er arealet til glassmaleriet 150 m^2. Maleriet har form som en trekant. Elevene målte grunnlinja til maleriet. Den er 12 m. Hvor høyt er glassmaleriet?

Ser vi for eksempel på Ragnhild (10. klasse) og Sonjas (9. klasse) løsningsforslag på denne oppgaven finner vi nye rett frem-løsninger.

Figur 4.13 - vedlegg til glassmalerioppgaven



Figur 4.14 Ragnhilds (10.) løsning på glassmalerioppgaven



Figur 2.15 Sonjas (9.) løsning på glassmalerioppgaven

Både Ragnhild og Sonja velger å dividere 150 på 12. Her er det ingen begrunnelse til hvorfor nettopp denne regneoperasjonen blir valgt. Videre er det heller ingen henvisninger til noen formler som kunne ha blitt brukt.

Dette kan også gjelde for de besvarelsene fra skooppgaven hvor man skulle regne ut hvor mye skoene kostet etter et avslag på 25%. Besvarelsene hvor det endelige svaret ble 150 kr kan tyde på en rett frem-løsning. Rekeoppgaven («*Olav betalte 200 kr for 2,5 kg reker. Hvor mye kostet 1 kg reker?*») og drueoppgaven («*1,5 kg druer koster 45 kr. Hvor mye koster 2,5 kg av de samme druene?*») er oppgaver hvor informasjonen lett kunne ha blitt plukket ut og løst rett frem. Gjør man dette risikerer man dog å få riktig svar, og for disse to oppgavene vil det derfor ikke være lett å peke ut rett frem-løsninger i den forstand som er ment i begrepet.

Altså virker det som om noen oppgaver blir utsatt for det jeg her kaller rett frem-løsninger. Elevene ser gjennom teksten og finner noen tall det går an å utføre regneoperasjoner med. Det virker nødvendigvis ikke som om elevene som gjør dette ikke vet hva oppgaven handler om. Ragnhild svarer tydelig at «glassmaleriet er 12,5 m høyt». Altså er ikke rett frem-løsninger entydige med at man ikke vet hva oppgaven handler om eller ikke har lest gjennom oppgaven.

4.2.5 Unødvendig eller for mye informasjon

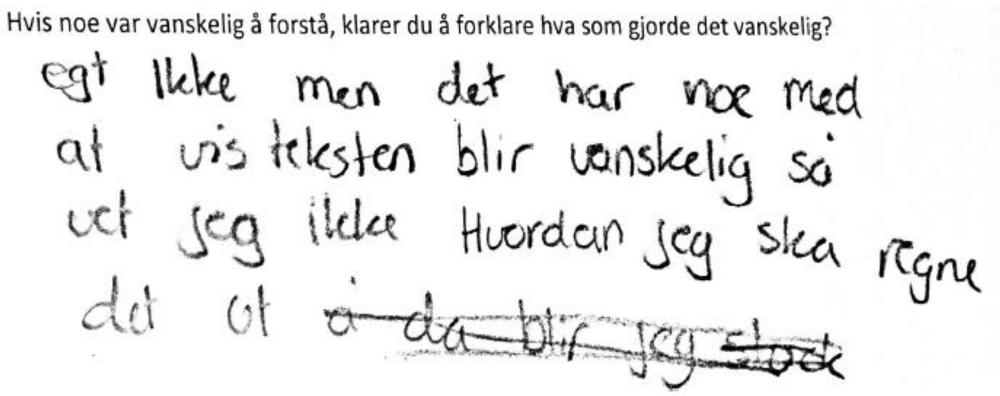
I avsnittet over kommer vi så vidt inn på glassmalerioppgaven. Et annet moment enn rett frem-løsninger kommer vi over når vi ser på besvarelsen til Tora (8. klasse):

[redacted] arealet til glassmaleriet 150 m^2. Maleriet har form som en trekant. [redacted] grunnlinja til maleriet. Den er 12 m. Hvor høyt er glassmaleriet?

Figur 4.16 – Toras (8.) besvarelse på glassmalerioppgaven

Tora har riktignok ikke gitt noe svar på oppgaven, men hun har strøket ut unyttig informasjon slik at informasjonen som står igjen er nok til å kunne løse oppgaven. Informasjonen som er strøket ut er selve historien bak oppgaven, noe som i seg selv er unødvendig for å kunne løse oppgaven. Dette poengterer Tora her uten kanskje å ane det selv.

Glassmalerioppgaven er oppgaven hvor færrest i det hele tatt har forsøkt å gi et svar. Det er mye mulig at det kan handle om den veldig lange teksten med mye unyttig informasjon. I evalueringsskjemaene ble elevene stilt spørsmålet om hva som gjorde oppgavene vanskelige å forstå. Her ble det ofte kommentert «mye tekst». Noen kommenterte også at teksten «distraherte» og gjorde det vanskelig å fokusere. Vegar (8.) skriver følgende:


Hvis noe var vanskelig å forstå, klarer du å forklare hva som gjorde det vanskelig?

egt Ikke men det har noe med at vis teksten blir vanskelig så vet jeg ikke Hvordan jeg ska regne det ut ~~å da blir jeg stuck~~

Figur 4.17 - Vegars (8.) forklaring på hva som gjorde oppgaver vanskelige

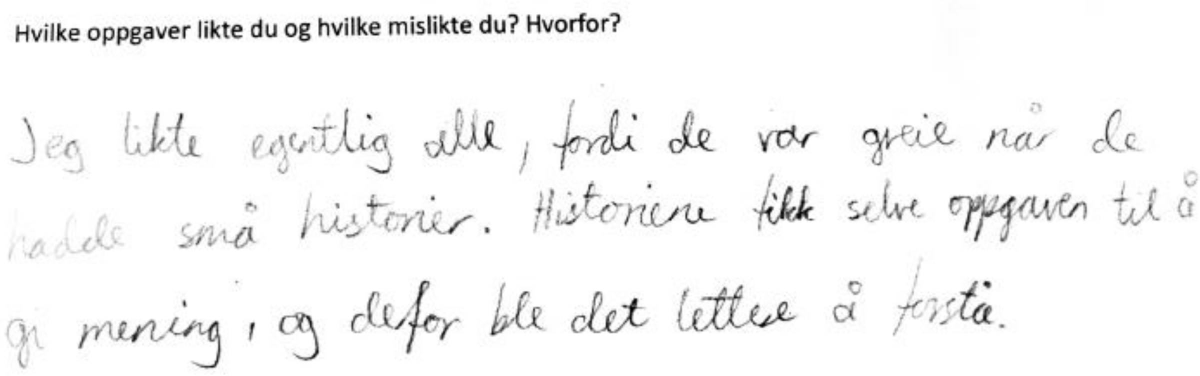
Her poengterer Vegar at når teksten blir «vanskelig» kommer usikkerhetsmomentet. Hva «vanskelig» vil si i denne settingen er usikkert, men man kan anta at unødvendig mye tekst vil ligge innenfor denne kategorien.

En annen oppgave som mange elever har latt stå ubesvart er divisjonsoppgaven: «*Regnesuttrykket 6 / 0,5 gir deg svaret på én av oppgavene nedenfor. Hvilken? (sett ring rundt det riktige)*

- *Isak kjøper en sekspakning med 0,5 L brus. Hvor mye brus kjøper han til sammen?*
- *Julie har to pakker med egg. I hver pakke er det seks egg. Hver pakke har masse 0,5 kg. Hvor stor masse har pakkene til sammen?*
- *Seks venner skal dele 0,5 kg smågodt likt. Hvor mye smågodt får hver av dem?*
- *Einar har laget 6 L jordbærsyltetøy. Det skal han fordele på beger som hver rommer 0,5 L. Hvor mange beger trenger han?*»

Her er det ingen utregninger som skal gjøres, man skal kun bestemme hvilken oppgave regneuttrykket gir svar til. Likevel er det mange som har valgt å la oppgaven stå ubesvart. Dette kan fort være fordi det også her er veldig mye tekst. Riktignok er det fire forskjellige oppgavetekster i én oppgave, men som en helhet er det oppgaven med desidert mest tekst. Denne oppgaven er for øvrig sist i oppgavesettet, noe som også kan påvirke svarprosenten.

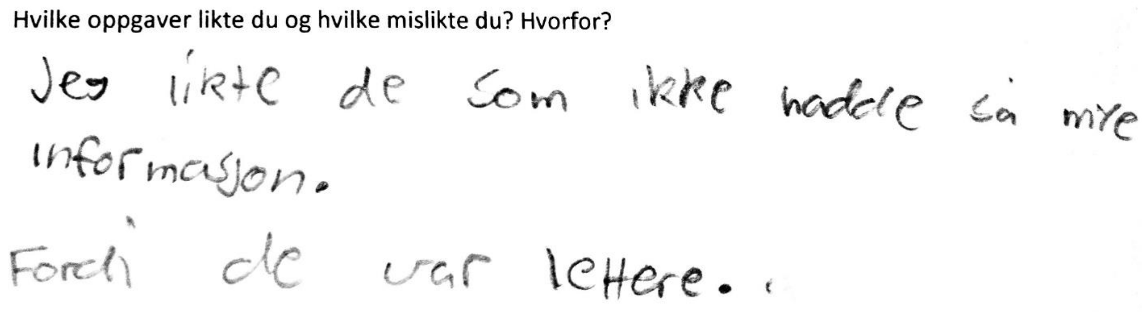
Selv om det kan virke som om mye tekst gjorde oppgavene vanskeligere å forstå, var det likevel delte meninger blant elevene. Øystein (10. klasse) mener at historier i oppgavene gjorde dem mer meningsfulle og lettere å forstå.


Hvilke oppgaver likte du og hvilke mislikte du? Hvorfor?

Jeg likte egentlig alle, fordi de var greie når de hadde små historier. Historiene fikk selve oppgaven til å gi mening, og defor ble det lettere å forstå.

Figur 4.18 Øysteins (10.) tanker rundt tekst

Åse (8. klasse) derimot uttrykker at oppgavene som ikke hadde så mye informasjon var lettere.


Hvilke oppgaver likte du og hvilke mislikte du? Hvorfor?

Jeg likte de som ikke hadde så mye informasjon.
Fordi de var lettere..

Figur 4.19 Åses (8.) tanker rundt informasjon i oppgaveteksten

Med andre ord kan vi tolke dette som at overflatestrukturen (Chi, Feltovich & Glaser, 1981) kan moderere oppgavenes vanskelighetsgrad på flere måter. Som nevnt i teorikapitlet kan man gjøre oppgaven vanskeligere ved å skjule bestemte verdier, men her viser det seg at det å bruke mange ord på å lage en spesifikk historie kan være med på å moderere vanskelighetsgrad. For Øysteins del kan man anta at det i disse tilfellene blir lettere, mens for Åse virker det som om det da blir vanskeligere.

Spørsmål rundt hvorfor man i det hele tatt skal gjøre oppgavene mer realistiske med å gi dem bakgrunnshistorier man kan sette seg inn i er noe som bør diskuteres. Ut fra funnene i dette delkapitlet kan det virke som om slike oppgaver blir sett på som oppgaver med unødvendig mye informasjon og dermed gjør oppgaven vanskeligere. Diskusjon rundt dette vil komme i diskusjonsdelen.

4.2.6 Oppsummering

Gjennom analyse av bestemte oppgaver har vi kommet frem til spesifikke utfordringer som dukker opp i elevers møte med tekstoppgaver. Viktig å poengtere her er at det selvfølgelig kunne gått an å finne flere funn med mer analysering av datamaterialet, men jo mer snevre funnene blir, desto verre blir det å kunne konkludere med noe. Funnene som er nevnt så langt er funn som virker som gjeldende for hele elevgruppen i studien. Hvis vi tar for oss utfordring for utfordring, vil vi kunne finne oppgavene som byr på samme utfordring. Kanskje vi kan se på likheter mellom disse oppgavene?

Vanskelige begrep kom vi inn på i analyse av skooppgaven. Her ble det konstatert at det ikke fantes andre oppgaver hvor denne typen feil forekom. Dette står jeg fast ved, men det finnes en annen oppgave hvor flere har tolket et ord feil. Dette gjelder arkoppgaven hvor det presiseres at et ark skal «brettes dobbelt». Flere elever har her regnet ved å brette arket to ganger i stedet for å brette det én gang som egentlig er meningen. Begrepet «dobbelt» er i seg selv ikke et vanskelig begrep, men det kan virke som om elevene i møte med «dobbelt» automatisk tenker på «ganger 2».

Videre så vi på overseelser som ble gjort. Dette forekom i chipsoppgaven og arkoppgaven. Felles for oppgavene er at det som blir oversett er i enden av oppgaveteksten og at oppgavene er forholdsvis lange. Den interessante påpekningen var her at de som overså informasjon i den ene oppgaven ikke overså informasjon i den andre oppgaven og motsatt.

Rett frem-løsninger kom vi også inn på og her ble togturoppgaven, glassmalerioppgaven, skooppgaven nevnt. Felles for alle disse oppgavene er at det i oppgaveteksten er to tall blant mye tekst. I tillegg er det ikke nødvendigvis enkle oppgaver å forstå.

Til slutt nevnes utfordringen med å ha oppgaver med unødvendig mye tekst. Her blir glassmalerioppgaven og divisjonsoppgaven nevnt. Felles for disse er at det er veldig mange ord i oppgaveteksten og det er de oppgavene hvor færrest har avgitt svar. I tillegg har oppgavene opptil flere kontekster å ta stillinger til som ikke nødvendigvis er lette å kjenne seg igjen i for elevene.

5 Diskusjon

I funnene ovenfor har vi sett på utfordringer elever kommer over i møte med tekstoppgaver. I tillegg har vi sett på hvordan to personer med erfaring i å lage tekstoppgaver tenker når de skal konstruere tekstoppgaver. Funnene samsvarer i stor grad med tidligere litteratur. Vi har blant annet sett på hvordan de sosiomatematiske normene må tas hensyn til i konstruering av tekstoppgaver. I tillegg har vi erfart viktigheten med at oppgaveteksten er forståelig for elevene slik at man unngår at elever starter oppgaveløsningen på feil grunnlag. Videre kommer vi til å gå inn på spesielle moment som kan drøftes i lys av teori, intervjuer og elevenes løsningsforslag.

5.1 Sosiomatematiske normer

I analysekapitlet poengterer både Arne og Bernt viktigheten med å se an hvem det er man lager tekstoppgaver til. Arne legger vekt på at elever gjerne følger én type matematikkbok, mens Bernt legger vekt på at elevene hans er hans egne og at han derfor kjenner deres matematikkunnskaper og -behov. Begge disse måtene å kjenne elever på gjør at man for eksempel vet hvilke tegnsettinger for regneoperasjoner elevene er vant med. Dette er derimot ikke nødvendigvis så lett for en utenforstående å sette seg inn i, noe jeg selv fikk erfare.

I arbeidet med å lage oppgavesettet til forsøket, valgte jeg i stor grad å bruke oppgaver fra heldagsprøver på skolen som derfor burde inneholde tegnsettinger elever var komfortable med. I tillegg hentet jeg to oppgaver fra nasjonale prøver som jeg forsøkte å tilpasse skolen. Dette viste seg å være vanskeligere enn forventet. Divisjonsoppgaven viste seg å by på utfordringer jeg ikke så komme. Ved spørsmålet «*Regnesuttrykket 6 / 0,5 gir deg svaret på én av oppgavene nedenfor. Hvilken? (sett ring rundt det riktige)*» dukket det nemlig opp spørsmål fra elever i flere klasser om et spesielt moment. Det viste seg nemlig at tegnet elevene var vant med å bruke til divisjon var ':' og ikke '/'. Dette dukker også opp i evalueringen av oppgaven. Én elev skriver «6 / 0,5 var også litt vanskelig å forstå, regnet med streken var et deletegn, men var ikke sikker. Vi pleier å bruke deletegnet ':' så det var litt forvirrende». Da det samme spørsmålet dukket opp fra flere forskjellige hold, understreker dette at de sosiomatematiske normene (Yackel & Cobb, 1996) står sterkt også blant disse elevene og er noe som må tas hensyn til.

Dermed er det forståelig at både Arne og Bernt legger vekt på dette i sine besvarelser. I tillegg forteller Arne at når han lager oppgaver som skal forberede elevene til eksamen, så forsøker han å lage oppgaver som kan vippe dem litt av pinnen. Altså oppgaver som er litt utenfor det elevene er vante med. Dette kan virke positivt i lys av problemskjemaene (Reimann & Chi, 1989) som er nevnt tidligere. Hvis det er slik at vi som problemløsere har mentale skjemaer vi tar utgangspunkt i når vi møter nye problemer, vil en stadig utvidelse av disse hjelpe oss i møte med nye problemer.

5.2 Oppgaver for læring eller testing?

Dette leder oss til et nytt spørsmål. Gjennom oppgaven har vi latt tekstoppgaver være tekstoppgaver og ikke hatt noen særlig inndeling på disse, men burde vi kanskje det? Er det for eksempel forskjell på oppgaver som gis til elever for læringens skyld og de som gis for å vurdere elevene? I intervjuene kommer det tydelig fram at både Arne og Bernt mener det. De impliserer dermed at eksamensoppgaver er en spesifikk type oppgaver som må følge spesifikke regler for å kunne brukes ved en eksamen.

I synet på tekstoppgaver som kun er for læringens skyld, kommer de frem til ganske lignende fortellinger. Arne har som nevnt ovenfor en metode hvor han forsøker å la elevene bli utsatt for matematikk som er litt ukjent slik at de har noe å jobbe med og hele tiden noe å strekke seg etter. På samme måte forteller Bernt at han gjerne introduserer nye emner ved å bruke tekstoppgaver. I disse tekstoppgavene starter han med matematikk som er kjent, men ender opp i noe som for elevene er ukjent og som de trenger et nytt redskap for å finne ut av. Ved da å innføre en ny formel eller et nytt begrep, vil elevene straks se nytten av denne nye matematikken. Bernt legger vekt på at oppgavene han opererer med her bør være mulige å relatere seg til, gjerne en praktisk situasjon nettopp slik at nytten av den nye matematikken blir fremhevet.

Med andre ord ser vi her at tekstoppgavene ikke bare blir brukt for å skulle kunne se nytten i matematikken i dagliglivet, men også for å utvikle nye begrep og konstruere nye matematiske teknikker og konsept. Dette poengterer Verschaffel et al. (2000) at er en av hovedgrunnene til nettopp å bruke tekstoppgaver i matematikkundervisningen. Så gjenstår det bare å se om elevene har forstått matematikken før de står i en vurderingssituasjon! Hvis de forfrisker problemskjemaene sine med den nye matematikken og kategoriserer den riktig, burde de i alle fall være et skritt nærmere.

5.3 Meningsløse besvarelser

Vi har allerede sett mange eksempler på besvarelser hvor løsningene er rent overfladiske. Overfladisk i denne sammenhengen vil si at det ikke finnes noen begrunnelse til hvorfor svaret er som det er og ofte kan svarene som gis være tatt ut som lyn fra klar himmel. I disse tilfellene kan det være vanskelig å finne ut av hva som har gått galt. For eksempel har vi fått se besvarelser hvor det virker som om elevene bare har funnet to tall i oppgaveteksten og begynt å operere på dem. Dette er riktignok ikke et nytt fenomen (Botten, 1999; Reed, 1999), men det er derimot ikke en ønskelig prosess i løsningsprosessen. Bruken av slike rett frem-løsninger vil i stor grad kun føre til gale svar og meningsløse besvarelser som vist i denne studien. Spørsmålet blir hvorfor elevene tillater seg selv å svare meningsløst.

Om oppgavene har mening vil antakeligvis være en subjektiv bedømmelse og vil trolig variere fra person til person. Fra en lærers perspektiv vil meningsfulle svar blant annet være svar som kan ses på som realistiske og som faktisk svarer på det elever spør om. Det er ikke uten grunn at tekstoppgaver som stilles oftest tar utgangspunkt i reelle situasjoner i skolen. Verschaffel et al. (2000) nevner at bruk av tekstoppgaver i skolen har en funksjon som trening i praktisk problemløsning. Ved bruk av tekstoppgaver skal man kunne se at matematikken er et verktøy i hverdagen og yrkeslivet. Det er dog ikke alltid slik at bruken blir oppfattet slik for elevene (Gravemeijer, 1997), men mer som noe spesielt som hører hjemme i skolen. Verschaffel et al. (2000) forteller også at elevers antakelser om tekstoppgaver er at de alltid er løsbare, gir mening og har én løsning. Blant annet kan man da anta at for elever handler det ikke om å bedømme om oppgaven gir mening eller ikke, men å finne den ene løsningen. Tar vi i betraktning Mellin-Olsens (1996) beskrivelse av matematikkundervisningen som en transportetappe mot eksamen, har elevene ikke mye tid til å skulle bedømme om det er mening eller ikke i oppgavene.

Heldigvis er det ikke sikkert det kun er den subjektive mening om oppgavene som har noe å bety for om det kommer meningsløse svar. Vi har sett på oppgaver både hvor det har forekommet vanskelige begrep og hvor oppgaveteksten har vært fylt med mange ord og vært vanskelig å forstå. Elever har påpekt vanskeligheter i å forstå oppgaven når det dukker opp mange ord og teorien (Cook & Rieser, 2005) støtter dette. Dermed er det rimelig å anta at i oppgaver med vanskelig tekst, vil elevene få vanskeligheter. Spørsmålet er hvordan de løser dette. Her har vi sett at flesteparten av elevene unngikk å svare på oppgavene med mye tekst, og blant de som faktisk svarte, var det mange rett frem-løsninger. Disse løsningene blir også presentert på en meningsløs måte. Dette er dog forståelig siden teksten gjør det for vanskelig for elevene å sette seg inn i konteksten.

6 Konklusjoner

Forskningsspørsmålene for denne studien var som følger:

1. Hvilke moment må man tenke på ved konstruksjon av tekstoppgaver?
2. Hvilke utfordringer kan elever komme over i møte med tekstoppgaver?

I intervjuene nevnte Arne og Bernt flere viktige moment som de tenkte var vesentlige å tenke på ved konstruksjon av tekstoppgaver. Først og fremst handlet det om presisjon i teksten. Klarer man å formidle oppgaveteksten på så bra at elevene forstår oppgaven på den måten man ønsker at de skal gjøre det? Her er det vesentlig at man kjenner elevmassen som skal løse oppgavene for å kunne reflektere rundt nettopp dette. Videre bør man spørre seg hvorfor man lager oppgaven. Skal det være for å vurdere elevene eller for at elevene skal utvide problemskjemaene sine? I tillegg må man vurdere hvorvidt elevene klarer å sett seg inn i konteksten. Er overflatestrukturen noe elevene kjenner til eller burde man ha innledet med noe som styrker kjennskapen til konteksten?

Som lærer vil det være vesentlig å reflektere rundt måten man fremstiller tekstoppgaver på. Handler det om å løse problemer som kan relateres til virkeligheten, eller er det bare noen problemer som må løses for å terpe på matematikkferdighetene til elevene? Fremmer man det kontekstuelle og ser på hvert problem som om det var betydelig, kan det være at elever i møte med nye tekstoppgaver vil finne det lettere å sette seg inn i situasjonen.

I elevers møte med tekstoppgaver kan det fort hende at matematikken (forhåndskunnskapen) som kreves er noe man ikke er i besittelse av. Med andre ord kan matematikken i oppgaven være for vanskelig for eleven å løse. Det kan være formler man ikke har kjennskap til eller regneoperasjoner som man ikke har algoritmer for å løse. Ellers kan det være vanskelig for elever å prosessere mye tekst. Som vi har sett i denne oppgaven kan dette medføre at elevene overser viktige detaljer eller rett og slett ikke besvarer oppgaven.

6.1 Implikasjoner av studien

Målet med denne oppgaven har altså vært å finne utfordringer som følger matematiske tekstoppgaver. I intervjuet med Bernt som har vært lærer i over 20 år, forteller han at han aldri har fått noen spesiell opplæring eller at han har tatt noen utdanning hvor tekstoppgaver har vært et gjeldende tema. Kunnskapen om tekstoppgaver har han måttet tilegne seg selv. Han utdyper at det kun er de siste ti årene han har vært spesielt reflektert rundt emnet.

Antar vi at det samme gjelder for lærere i skolen i dag, altså at kompetansen og oppmerksomheten rundt tekstoppgaver for nyutdannede er lav, finnes det et stort potensiale for å promotere viktigheten av tekstoppgaver. Som vi har vært inne på tidligere er tekstoppgaver linken mellom klasserommet og virkeligheten. Hvis det derimot blir sett på som noe egenartet for skolen og «bare noe som kommer på eksamen», vil nytten forsvinne.

Det ville derfor ha vært interessant å se på læreres holdninger til matematiske tekstoppgaver og hvorvidt de ser nytten av dem eller ikke. Dette kan videre ha mye å si for elevers holdninger.

A Referanser

Anderson, L., & Krathwohl, D. (2001). *A Taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's Taxonomy of educational objectives*(Complete ed.). New York: Longman.

Blessing, S. B., & Ross, B. H. (1996). Content effects in problem categorization and problem solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, *22*(3), 792.

Botten, G., & Tronshart, B. (1999). *Meningsfylt matematikk: Nærhet og engasjement i læringen*. Landås: Caspar forlag.

Chi, M. T. H., Feltovich, P. J. & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science, 5*, 121-152.

Cook, J. (2006). College Students and Algebra Story Problems: Strategies for Identifying Relevant Information. *Reading Psychology*, *27*, 95(3), p.95-125.

Cook, J., Rieser, J., & Harris, Karen R. (2005). Finding the Critical Facts: Children's Visual Scan Patterns When Solving Story Problems That Contain Irrelevant Information. *Journal of Educational Psychology*, *97*(2), 224-234.

Freudenthal, H. (2002). *Revisiting Mathematics Education* (Vol. 9, Mathematics Education Library). Dordrecht: Springer Netherlands.

Giordano, F., & Weir, M. (1985). *A first course in mathematical modeling*. Monterey, Calif: Brooks/Cole

Gravemeijer, K. (1997). Solving word problems: A case of modelling? *Learning and instruction, 7*(4), s. 389-397

Hegarty, M., Mayer, R., Monk, C., & Levin, Joel R. (1995). Comprehension of Arithmetic Word Problems: A Comparison of Successful and Unsuccessful Problem Solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), 18-32.

Mellin-Olsen, S. (2009). Oppgavediskursen i matematikk. *Tangenten, 20*(2), 2-7.

Pólya, G. (2009). *How to solve it : a new aspect of mathematical method* (2nd ed. ed.). New York: Ishi Press International.

Reed, S. K. (1999). *Word problems : research and curriculum reform*. Mahwah, N.J: Lawrence Erlbaum.

Reimann, P. & Chi, M. T. H. (1989). Human expertise. I K. J. Gilhooly (Ed.), *Human and machine problem solving* (s. 161-191). New York.

Reusser, Kurt. (1988). Problem Solving beyond the Logic of Things: Contextual Effects on Understanding and Solving Word Problems. *Instructional Science, 17*(4), 309-38.

Ross, B. H. & Kennedy, P. T. (1990). Generalizing from the use of earlier examples in problem solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 16*, 42-55.

Schoenfeld, A. (1991). On Mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal Mathematics. I: J.F.Voss, D.N. Perkins & J. W. Segal (Red.), *Informal Reasoning and Education*, s. 311-343. London: Routledge.

Tjora, A. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3. utg. ed.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Utdanningsdirektoratet (2006). Læreplan i matematikk fellesfag (Mat1-04), Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget

Utdanningsdirektoratet (2018). Fagfornyelsen. Hentet 21. mai 2018 fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems.* Lisse: Swetz & Zeitlinger B.V.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-77.

B Vedlegg

B.1 Intervjuer

B.1.1 Intervjuguide

Hva legger man til grunn når man skal lage tekstoppgaver til elever?

Bakgrunn

1. Introduksjonsspørsmål
    a. Hva slags utdanning har du?
        i. Har du tatt noe ekstra utdanning med tanke på laging av tekstoppgaver?
    b. Hva jobber du med nå?
    c. Hvor lenge har du holdt på med å lage tekstoppgaver i betalt arbeid?
        i. Og ellers?
    d. Hvilke klassetrinn opererer du med?
    e. Har du undervist på skole?
        i. I hvilke trinn?

Oppgavelaging

2. I hvilke sammenhenger lager du tekstoppgaver?
    a. Skole
    b. Eksamen
    c. Konkurranser
    d. Dataprogram
    e. Ved forespørsel
3. Hva tar du utgangspunkt i når du skal lage en tekstoppgave? Fortell.
    a. Læreplan
    b. Sosiomatematiske normer
    c. Tidligere gitte oppgaver
    d. Likninger
4. Hvordan går du frem for å bestemme/endre vanskelighetsgrad?
    a. Ordlegging

b. Variablene i oppgaven
c. Bevege seg bort fra «klassisk» eller «vanlig» spørsmålsstilling
d. Åpne/lukkede spørsmål
e. Legge til irrelevant informasjon

5. Hvilke forskjeller gjør du hvis du skal lage tekstoppgaver til en bestemt skole i stedet for til større sammenhenger?
   a. Sosiomatematisk
   b. Vanskelighetsgrad
6. Hva mener du er mest krevende når du skal lage tekstoppgaver?
7. Gjør man noen kontrollsjekker for å kontrollere at oppgavene er optimale?
   a. Hvilke?
8. Gjør du noen overveiinger om hvor selve spørsmålet skal plasseres i oppgaveteksten?
   a. Hvilke?
   b. Hvor plasserer du spørsmålet?

Evaluering av egne oppgaver

9. Hender det at oppgaver du har laget ikke treffer blink?
   a. Hvordan merker du det?
10. Hva går man gjennom i evalueringen for å finne ut hva som gikk galt?
    a. Hva pleier å være hovedårsaken?
    b. Er dette noe som pleier å gå igjen ofte?

Tips til deg selv

11. Du begynte en gang å lage tekstoppgaver. Hvis du hadde hatt mulighet, hvilket tips ville du gitt deg selv i den begynnelsesfasen?
12. Er dette noe som gjelder generelt, tror du?
    a. På hvilken måte?

Eventuelt:

B.1.2 Intervju med Arne

1. **What's your education up to now?**
2. Okay, up to now I've been through High School and (…) I've been studying High School studying like Physics and Mathematics and now I'm studying at the university in Denmark for DTU the technical university where I study Mathematics and Technology, so more or less Computer Science.
3. **I see (…) and do you have any (…) what kind of Mathematics subjects do you have in these (…)**
4. Oh, right now it's (…) I'm doing a lot of basic courses at the moment, I'm only in the second semester so I'm not specified into anything specific subjects yet, but I enjoy doing more discrete mathematics and programming so it's more like computer science more than pure maths.
5. **What is your profession right now? What are you working with?**
6. I'm working for a firm making word problems for an adaptive Mathematics data programme and I also work at MentorDanmark what is basically (…) it's a mentor job for some people in elementary school, but I'm looking forward to do some for students in High School as well. When making word problems for the Mathematics programme, I'm doing all kinds of jobs ranging from reading-through other assignments that other people have done so like looking through errors like spelling errors (…) like answer (…) like math-related errors and I'm also making (…) assignments and tasks myself. So you've probably heard from my employer that I'm doing (…) like exam-related questions.
7. **Okay, and for how long have you done this? The programme.**
8. For the math programme, I've been working since last summer.
9. **Okay, and what are the (…) klassetrinn (…) grades you operate with? Age?**
10. Ah, class grades. They range from the lower mathematics level in high school to the highest mathematics levels in high school.
11. **And have you ever been teaching at school?**
12. I've never been teaching at school, no, but I've been doing the mentoring jobs, so I have some experience with more than just [uhørt].
13. **Yeah, I see, okay. Over to just about word problems and making them. In what occasions do you make word problems? You mentioned the mathematic programme, but are there other occasions you do that?**

14. No, I don't do it else then with the programme. I do it a little bit with the mentoring jobs, but that's more like (…) coming up with (…) task related questions in the moment when working with the students.

15. When you are about to make a word problem, what do (…) where do you start? What do you start with?

16. So basically, I think that (…) like first of all it's job, so I can't really take too much time making my mind into what kind of task I want to focus on because (…) like (…) I can't use too much time because it will make me do my job a little bit worse. But first of all I (…) I kind of have experience from my own high school science like doing math questions and stuff so I kind of have an idea of what people of my age or high school age, you know, think of math questions like (…) as far as I remember, there are a lot questions which are out of context. You have a lot of questions that's just all about the same kind of subject, all the time, for example you look at the experimental growth, you always hear about bacteria and stuff because it is one of the very common examples and easy example to understand how the bacteria's growth is. For me I kinda enjoy when I do the work of finding other subjects that you normally don't see because it makes it a little bit more (…) I won't say exciting, because a lot of people don't think mathematics is that exciting, but at least a bit more related to real life. So I use a statistic bank from Denmark, it's like a lot of statistics from all kinds of subjects in Denmark, and that's one of my main resources when I log in to find life related or real life event related tasks and stuff, so (…) finding numbers that actually come from real life, and try and see if I can find like, it does really need to be a very on-point example that, it doesn't need to be the most perfect example on exponential growth or whatever, but trying to find some that actually kind of is the same type of task that I want.

17. So you start with looking at real-life situations?

18. I start at looking at real-life situations, it really depends on what kind of task I want, sometimes I find an example that is more or less on bacteria growth, a really common example, and use that for some, but if I have to make say thirty tasks about exponential growth, I can't do them all on bacterial growth, that would make no sense (…) so finding examples from real-life, using especially that website, but also my mom is a high school teacher, so she has a lot of like

ideas and like (…) she has a lot of sites and stuff she has found which has similar math related numbers and like (…) yeah.

19. **Yeah, I see (…) But if you've made or you've got a word problem, and you decide (…) I want to change the difficulty, I want to make it easier or more difficult, I don't know if you ever do this, but if you would, how would you redo the word problem to change the difficulty?**
20. I think first of all it depends on how you talk about the subject, because for a lot of high school students, I know that you have a lot of common like examples from text books and stuff, so if you manage to write your word problem or math problem as they do in the text books, it makes it a lot more easy for people to kind of know the process of how to do the task, because they've seen this kind of writing before, so a lot of the times [uhørt] about finding a way to describe the math problem in another way, so they basically have to do the same thing, but if you make them think they have to do something completely different, because they don't really know what the problem is all about, they only know the process of how to do the problem, it makes it a lot more difficult for people to kind of look through what actually [uhørt] in the problem and what you have to do. That's one of the things I guess, the other thing is of course you can ask about other like types of questions, so as well as you have a normal task that you've seen in text books and stuff, you can ask for something with a twist, so asking for something they've kind of seen before, but it's not really the same thing. Finding a math problem that lies in between what they normally would do. It's still something they should be able to solve and stuff, but make them think a little bit more in (…) think like a mathematician. Rather than just doing the kind of robotic solving and going through the process.
21. **And (…) well you said you made some problems in the mentoring and for the programme, but if you (…) are there any differences in how you make those problems? If you ever made some for the mentoring, do you know if you think differently when making those problems? Or do you think the same?**
22. I guess it depends on what kind of tasks I've been said to do for the programme, because sometimes if I want to do tasks, math problems, that is related to what you want to see in exams, I kind of go with the same (…) I want to replicate the exams questions as much as possible, without of course doing the same

questions, because when it’s all about like exercising to do better at exams, I can not really like do any special ways of describing stuff, because it’s all about like for people when they want to study for the exam, to get this feeling that okay it’s kind of the same questions that is asked all the time. But the difference from when I do normal math-related tasks when you just want to get better at math, because if they want to get better at maths, they want to see like questions that not necessarily look like the ones they can solve, because that won’t like pressure you to [uhørt] so yes, definitely, definitely thinking differently when I do different kind of tasks, but more or less it’s kind of the same for me (…) same process I go through, like I kind of figure out what kind of task do I want to do, what kind of problems do I need the students to solve, and then it depends on the level of the question, you kind of describe the question differently.

23. **Yes, thank you, you’re giving me so much here, it’s very nice (…) but over to the next (…) what do you think is the most challenging when making word problems?**
24. Err (…) for me I’m doing a lot of math problems where I also have to make solutions, so I also have to think like I don’t know the answer. So for me, like, the difficult part of it, of this, the most time, is of course not solving the question, because I always can do that, but like trying to figure out how will the student think when he reads this question. What kind of ways can she kind of try to go through this question. I can’t really give you an example right now, but like, going through a question and you (…) I know what I want them to do, because that’s kind of the purpose of doing this question, but a lot of the students think or do a lot of common errors, and I have to figure out what kind of common errors that goes with this question and write them down. [uhørt] otherwise they won’t figure out what they did wrong, so especially when doing (…) for the programme (…) a good thing about the programme is that the teacher can see what the students answer and therefore if she sees that a lot of students choose b, which is a wrong answer, she can find out they’re doing this kind of mistake, so we need to practice this when, the next time when we have classes or whatever. That’s one of the really challenging parts. Especially when you do say if you have thirty questions and in the end run out of ideas of how students can misread this question or what kind of math they’re not [uhørt] really good at because for you it just gets easier and easier for each task of course. That’s one of the things,

another one is when you do real-life questions you can say like that's from the real life, it's really difficult sometimes to come up with new numbers like finding [uhørt] there's a lot of coincidences in real life that you can put into like exponential growth or whatever, but when you've been doing a lot of the same questions, you kind of run out of ideas, so, yeah, difficulty finding these coincidenses in the real life, that's definitely also something.

25. **I see (…) but when you've done a word problem, do you ever do any checks to see if the problems are optimal or (…) you say, well you just told me that you can see in the programme that many people do this mistake or this mistake**
26. Yeah
27. **But do you have any other control checks or is this the preferable?**
28. Basically (…) we have a control system in the programme so that if I do some of these, let's say set of questions or tasks, some other guy has to read it through and check that the solutions are correct and stuff. I have nothing personally involved in how the answer, how [uhørt] I'm the task inventor in some way. But definitely I can (…) too difficult (…) normally too difficult for yourself to see your own errors. Because you know how you thought about this question, so always good to have some other eyes looking at the questions and read it through and see if it actually makes sense.
29. **Yeah, okay (…) I have some questions about word problems (…) missing, but you already say that you have a lot of control checks (…) but what's the main cause in the evaluation of word problems that went wrong, what is usually the main cause?**
30. Say again.
31. **Do you have (…) when you have a word problem and you see that many students do this wrong,**
32. Yeah
33. **What do you (…) do (…) are you able of finding the problem to why they answer it wrong?**
34. You know (…) I'm really, I don't really have a [uhørt] on that one, I think. One of the things is (…) basically it's all about making it easier for the teachers to know what kind of mistakes their students are doing wrong. For what I know, my employers in the programme have a lot of contact with high school teachers

throughout the country so they always keep in contact with them if there's any problems with the website or with the (…) you know (…) if there's any problem with anything at all, but basically there's also having (…) getting to know what kind of things they want the teachers (…) what kind of subjects the teachers want to teach the students more. Because if they always keep up with the teachers answers and wishes, the country is really good. So basically (…) we, I don't think that we do much about students making wrong answers, we'll have the teachers implement that in their teaching. If the teachers want specific like tasks of subjects (…) which they can like (…) have between their students a little bit more, we can make those kinds of tasks and stuff. If that makes any sense at all.

35. **Yeah, sure (…) So just two more questions. (…) You once started making word problems, you started your job and you started making word problems, and if you had the opportunity to go back to yourself then and give yourself some tips, what would you tell yourself?**
36. Err (…) that's a pretty good one (…) I would probably say that (…) First of all give a lot of good advice of where you can find information about real-life subjects, real-life maths and subjects and stuff. Because that would make it a lot easier when I was still a rookie doing this because, like to start with when I started the job I first of all did a lot of (…) I did a lot of reading to see if the question made sense and just to get into the subject, but I would say get a good, for me it was to getting a good process of how to think about the questions, so basically I do the same thing when I make a question, like I have my kind of thought going through the question, what do I want to ask the student and how do I come up with a good explanation of how get to that kind of math problem, so basically coming up with the real-life set, real-life (…) yeah, it's basically all about getting it, making yourself a good process of how to think through the question. It's all about that for me. Getting (…) thinking kind of the same way all the time, because when you find something that works for you, okay this is how I make, my best questions and in the fastest time, because when I started doing the job and I had all kinds of different ways to do it. I was kind of experimenting a little bit of how to (…) how the process worked best for me (…) so I guess (…) I don't really know, just go with the flow, okay, like, experimenting is a good thing, because if you do the same thing from the start, you never really know

what's best for you, so yeah, go with the flow, try a lot of different stuff, see what's best for you and (…) yeah (…) If I had the best work process from the start, it would have been great, but you need to experiment to find what's best for you.

37. **I see, I see (…) and do you think this goes generally or is it just for you? So you think everybody should do this?**
38. Err (…) I think it depends on the person. For me it worked because I really enjoy all as well, like finding my way through experiments. I'm (…) I don't think if one (…) a lot of people wouldn't settle with one way of thinking, they would experiment all life, which in some way is a sign of will, but at some point you always need the consistency as well, that you keep experimenting and keep getting, like, not improving on the way you were good at, you won't improve at all. So (…) but for some people, they don't need to [uhørt], they just need to be told the process, I suppose, like this is how you do it, think like this, think like that, look through all of these tasks, look how these guys wrote the task, how they constructed the math problem and do it the exact same way, and they would be fine with that, I suppose, like they would just, all right, fair enough, I will do that. Like [uhørt], some people enjoy that because they just like to get told what to do, they will be like, fine I will do that, it's the best for me, like that's the way I want to work, but I don't want to do that, that's not how I want to work. I like finding my own ways of doing stuff.
39. **Yeah, I see. Well, okay thank you. Do you have any comments or anything you would like to add. Is there anything you think I should have asked you about or that you expected?**
40. Not really, no. But I will give you a write if I find something.
41. **Okay, well, thank you very much!**

B.1.2.1 Mailkorrespondanse med Arne i etterkant av intervju

Hvordan velger dere ut hvilket nivå de forskjellige oppgavene er på? Det vil si: hvordan bestemmer dere at oppg. 1 skal være på nivå 5, oppgave 2 skal være på nivå 7 og oppgave 3 skal være på nivå 3?

Det kommer meget an på, hvilke typer opgaver vi snakker om. Hvis vi laver eksamenssæt, som elever skal kunne træne med inden deres eventuelle eksamen, så er niveauet af opgaverne typisk bestemt ved en standard, som der sættes fra undervisnings-ministeriet. Vi prøver så vidt som muligt at replikkere, hvordan opgaverne kommer til at se ud, når de kommer op til eksamen, således at eleverne kan forberede sig bedst muligt på det niveau, som der stilles krav til.
Her bestemmer vi altså ikke selv, hvilket niveau opgaverne skal være på, men vi følger derimod, hvordan undervisningsministeriet vurderer sværhedsgraden af opgaverne.

Når vi i stedet selv laver opgaver, altså rene træningsopgaver, så følger vi i kort udstræk den samme vurdering af opgaver, som man ser til eksamen - men de letteste og sværeste opgaver i vores "træningspulje" skulle gerne være en smule lettere/sværere end dem, som man ser til eksamen. På den måde kan vi nemlig udfordre de kloge elever en smule mere, og hjælpe de svagere elever, så de ikke bare sidder og laver opgaver, som er alt for svære for dem i øjeblikket. Det lærer de nemlig ikke noget af. Så hellere give dem nogen successoplevplser med opgaver, som de faktisk kan lave og på den måde får dem bedre med.

Mht. hvordan vi vurderer sværhedsgraden af opgaver, så er det typisk et spørgsmål om, hvor "kryptisk" spørgsmålet er stillet. Hvor meget krav sættes der til eleven ift. selv at vurdere, hvordan opgaven skal løses. Hvis det er en ren type-opgave, så bliver niveauet ikke stillet så højt - idet de fleste elever nemt kan slå "metoden" op, når de skal løse en typeopgave.
Selvfølgelig kan nogen typeopgaver også være svære, fordi de kræver at man bruger noget svært matematik for at løse problemet. Her er det jo tit op til den enkelte elev, hvad han/hun synes er svært - vi prøver i så vidt omfang at vurdere sværhedsgraden af den benyttede matematik neutralt, og derfra sætte et niveau af opgaven.

B.1.3 Intervju med Bernt

1. **Hva slags utdanning har du?**
2. Jeg er utdannet (…) har et hovedfag i matematikk, altså en master i matematikk, ren matematikk
3. **Mhm**
4. Ifra 1996
5. **Ja**
6. Fra Bergen, UiB
7. **UiB (…) Men har du noen ekstra utdanning da med tanke på det å lage tekstoppgaver, eller har du vært innom det i utdanningen eller (…) bare spesifikt tekstoppgaver?**
8. Nei, egentlig ikke, så jeg har jo mye erfaring med å lage tekstoppgaver da i og med at jeg har vært lærer i 20 år og i ulike sammenhenger der jeg lager vurderinger så har jeg laget tekstoppgaver men det er bare gjennom den erfaringen jeg har tilegnet meg og det samarbeidet jeg har hatt med andre lærere og også i (…) der jeg har jobbet litt på UiB har vi utviklet en del oppgaver sammen.
9. **Ja, for du har erfaring ja, men hva jobber du med akkurat nå?**
10. Nå jobber jeg som lærer, matematikklærer og jeg jobber også med videreutdanning av lærere på UiB.
11. **Ja, og du nevnte at du har erfaring med å lage tekstoppgaver (…) og du (…) hvor lenge har du vært med på å lage tekstoppgaver? Du nevnte 20 år. Gjaldt det også å lage tekstoppgaver?**
12. Ja, altså det er klart at du lager det på prøvene dine men jeg har også i nasjonal sammenheng vært med på å lage oppgaver og det er sånn ca. 10 år hvor jeg spesifikt har tenkt på (…) vært mer reflektert i forhold til det (…)
13. **Hvilke klassetrinn er det du har mest med å gjøre?**
14. Nå er det mest med de som går på programfag, R1, R2, men jeg har også hatt en god del med (…) matematikk fellesfag P og T da.
15. **Videregående i alle fall?**
16. Videregående, videregående ja.
17. **Så du underviser per dags dato på skole?**
18. Det gjør jeg, ja, og har gjort de siste 20 årene.

19. **Flott, og så litt over til det å lage oppgaver. I hvilke sammenhenger er det du lager tekstoppgaver?**
20. Ja, jeg tenker jo (…) at det er (…) veldig ofte når jeg skal introdusere nye emner når jeg underviser, så synes jeg det er veldig fint å begynne egentlig med en form for tekstoppgave for å motivere elevene til å når du oversetter, når du prøver da å matematisere tekstoppgaven, så kommer du kanskje frem til en type matematikk som er det emnet du skal jobbe med
21. **Mhm**
22. Så det å starte eller introdusere et nytt emne i matematikken med en tekstoppgave som da matematiseres, og du kommer (…) da står du ovenfor et matematisk problem, et rent matematisk formulert problem der du kanskje må lære deg en metode eller hvordan klarer vi å komme vi oss videre herfra. Og det er kanskje det som er emnet i boken eller emnet i det som du skal ha. Så det synes jeg er en veldig viktig måte fordi det er med på å motivere og det forteller hvorfor det er viktig å lære seg denne matematikken, jo fordi det er (…) du kan finne kontekster hvor denne matematikken er løsningen på det.
23. **Så du tenker reelle problemstillinger?**
24. Reelle problemstillinger, eller (…) eller, om det er relle eller ikke reelle. Ofte når du lager sannsynlighetsoppgaver er de ikke så reelle, men de kan i alle fall forstås som en praktisk situasjon. Så det er den ene tingen, den andre tingen er jo i møte med prøver, vurderingsgrunnlag både i egne klasser og i større sammenhenger, da er de viktige å lage (…)
25. **Ja, flott, og når du skal lage en tekstoppgave, hva er det du tar utgangspunkt i da?**
26. [stillhet]
27. **Det er et veldig stort spørsmål, men ja (…) hva tenker du intuitivt? Hvor begynner du når du skal lage en tekstoppgave?**
28. Det er egentlig veldig forskjellig da (…) Sannsynlighetsregning er et veldig aktuelt tema når jeg skal lage tekstoppgaver i, i hvert fall i programfagsmatematikken, og da er det nesten slik at jeg begynner med at jeg nå skal jeg ha laget (…) noe som faller ut til å bli noe binomisk eller noe hypergeometrisk også jobber du rundt en situasjon rundt dette da.
29. **En ligning eller?**

30. Ja (…) altså (…) det kan være altså (…) du begynne altså (…) binomisk er det noen formler du skal frem til, og du må gjenkjenne situasjonen og du må kunne klare å beskrive hva slags typer sannsynlighetsvurderinger man har også kommer du fram til på en måte den formelen som du arbeider videre med da. Men da begynner du kanskje med at du skal gjøre ti like forsøk og sannsynligheten er null komma tre for at det skal skje i hvert forsøk hva er sannsynligheten for at det skjer minst fire ganger. Også må jeg lage en situasjon hvor dette er (…) så da begynner du kanskje med ligningen eller oppsettet først også går du andre veien, så det er «bottom-up» da [beveger høyrehånd fra bordplate og oppover]. Andre ganger så er det veldig naturlig at du finner problemer som er formulert og (…) der jeg også ser å, hvordan skal jeg løse dette også detter det motsatt vei ned [beveger høyrehånd ovenfra og ned mot bordplata]. Hvis jeg skal ta et lite eksempel da, i fjor påske så hadde (…) jeg har en sønn og han sa til meg: «pappa når du triller seks terninger, hvor mange forskjellige måter kan de lande på?» og da er ikke terningene skilt fra hverandre. Du kan få seks seksere, seks femmere, seks firere eller du kan få fem seksere og en ener eller fem seksere og en toer også videre. Så sa jeg til ham, du må telle opp, tell opp og prøv å systematiser det sa jeg til ham, se hva du får. Og da ble jeg gående og grunne på den og så sier jeg plutselig at dette er fantastisk, dette er jo uordnet med tilbakelegging da, som er den delen du ikke har på videregående men som jeg jobber mye med med lærerne mine på videreutdanningen. Så da ble det en oppgave av det. Så der startet det med konteksten også så jeg at den passet til den matematikken vi har.
31. **Ja**
32. Så (…) så for å si det (…) det som veldig ofte er (…) i matematikkfaget nå så har vi liksom strengt avgrenset kompetansemål. [kremting] Og nesten alle kontekstuelle oppgaver, hvis du har sånne problemer som er gøye i matematikk, de passer liksom ikke så godt med kompetansemålene. Ikke bare det at de overlapper to eller tre av kompetansemålene du har, men du trenger noe utenfor. Og det gjør at veldig ofte så er disse klassiske, litt spennende problemene som du kan bygge (…) som har tekst. De (…) det er så vanskelig å presse de inn slik at de passer inn i rammene til faget og derfor er den der «bottom-up» veldig ofte mer brukt. For da vet du at de oppgavene du kommer frem til kommer til å passe inn.

33. **Skjønner**
34. Men oppgavene blir ofte bedre når du begynne med kontekst og går nedover. Så du blir alltid glad når du finner gode oppgaver den veien da.
35. **Joda, men det er ikke den veien du ofte begynner da?**
36. Nei, begynner nok ofte den andre veien da. Så (…)
37. **Også med tekstoppgaver, så fins det jo vanskelige, lette, alt mulig, men hvis du har en tekstoppgave og tenker at nå skal jeg gjøre den litt vanskeligere eller nå skal jeg gjøre den litt lettere,**
38. Mhm
39. **Kan du gjøre det? Hvordan gjør du eventuelt det, da?**
40. Ja det (…) det som er (…) tingen med tekstoppgaven i seg selv, den (…) det handler jo om en praktisk situasjon eller en kvasi-praktisk situasjon eller bare en rent matematisk oppgave formulert med ord da, så er det klart at før du skal gjøre noe matematikk på den, så skal den oversettes til matematikk. Også er spørsmålet om du kan lage oppgaven vanskeligere og da kan du si at ja skal du lage matematikken vanskeligere eller skal du lage teksten slik at den skjuler matematikken mer. Det er jo liksom det som er spørsmålet her da. Og jeg tenker at (…) at du kunne jo lage en tekstoppgave hvis du tenke sannsynlighetsregning igjen da der man forteller de at vi har sju like forsøk hvor p er lik null komma tre i hvert forsøk, da har du lagt opp i hendene på dem at dette er binomisk.
41. **Mhm**
42. Da kunne du likeså godt bare sagt til dem at dette er en binomisk situasjon med p er lik null komma sju. Finn ut, sant?
43. **Ja**
44. Bruk formelen, så (…) og noen ganger så legger man den lille p er lik noe og dette er et lite signal om at dette er binomisk. Mens andre ganger skjuler du dette i teksten slik at selve oversettelsen, matematiseringen, blir vanskeligere. Slik at hvilket nivå man legger matematiseringen på, altså hvor godt skjult er selve det matematiske som ligger bak i teksten. Og det handler ikke (…) det handler om at de skal være i stand til å faktisk sortere opplysninger og kunne matematisere og det står veldig lite beskrevet i læreplan, kompetansemålene, sånn spesifikt, det kommer til å komme mye mer inn tror jeg i de nye kjerneelementene for der kommer det typisk problemløsing som et eget kjerneelement og problemløsing inneholder veldig, veldig ofte det å forstå

problemet, finne ut hva slags matematikk du skal bruke, og da er type tekstoppgaver viktige. Så det (…) så jeg tenker det at, ja du kan gjøre det vanskeligere eller enklere med hvor «dulg» du gjør teksten, eller du kan gjøre selve den matematiske problemstillingen vanskeligere ved å slenge på en ekstra vanskelighetsgrad i teksten uten at du skjuler den, men det er vanskeligere å regne det ut, så du kan gjøre begge deler.

45. **Så hvis jeg forstår deg rett, så er det altså enten å gjøre noe med teksten for å skjule eller å gjøre ligningen i bunnen vanskeligere?**
46. Nettopp, det er de to måtene du kan gjøre det på, tenker jeg. Og jeg har jo egentlig (…) begge deler har noe for seg, men det er hele tiden hva du ønsker å teste ut. Hva ønsker du å teste ut.
47. **Ja. Skjønner. Også er det en ting til her. Hvis du skal lage en tekstoppgave til en bestemt skole, for eksempel den du jobber på, eller du skal gjøre det til noen større sammenhenger: er det noen forskjeller på hvordan du utformer oppgaver da?**
48. Ja, helt klart. Jeg tenker (…) hvis jeg skulle lage en oppgave til en eksamen for eksempel hvis jeg fikk i oppdrag å lage en eksamensoppgave, så er det klart at jeg må (…) jeg må oppleve at jeg er trygt innenfor rammen av hva kompetansemålene sier fordi det er lærere rundt omkring som gjør ting veldig forskjellig, mens når jeg gjør det til mine egne elever, så kjenner jeg elevene på en helt annen måte og det er lettere for meg å vite hva det er de kan gjenkjenne og da er det også lettere når jeg skal vurdere dette her, for da kan jeg ta høyde for hva jeg vet at de kan. Så i en tekstoppgave som skal lages i et format som skal brukes av flere må man helt klart ha dette med seg at man er trygt innenfor kompetansemålene i læreplanen, det kan godt være (…) altså problemløsning eier jo det i seg at (…) noen sier det at du skal bruke kjente verktøy i en for deg ukjent situasjon, da er det problemløsning
49. **Ja**
50. Og (…) så situasjonen, teksten rundt kan godt være ukjent, men det må være rimelig at de skal kunne tolke den (…) det skal være rimelig om de ikke har hatt meg som lærer, altså, det skal være rimelig bare de har gått gjennom fagstoffet. Binomisk sannsynlighet eller funksjoner og modellering, regresjon, så skal det være greit for de å kunne oversette situasjonen. Det må jeg ta høyde for når jeg

skal lage prøver for elever eller skal lage oppgaver til (…) som skal vurderes der du ikke kjenner elevene sjøl.

51. **Ja, men ja (…) ja, skjønner.**
52. Så det, og det er veldig viktig at det ikke er en bok som bestemmer dette, jeg kan ikke gå inn i Aschehoug eller Cappelen og se hva de har gjort, jeg må rett og slett tenke på hva sier kompetansemålene, uavhengig av hva bøkene egentlig sier, det er kompetansemålene som er viktig.
53. **Ja, men går du litt ned i nivå på teksten da, tenker du og heller opp på ligningen hvis vi fremdeles har den (…)**
54. Det som
55. **Sammenhengen**
56. Det som veldig ofte skjer det er jo at hvis du ser på oppgaver som (…) tenk deg hvis du går inn i en eksamensoppgave hvis du ser den eksamensoppgaven så er det som regel når du ser en slik oppgave så tenker du at du kunne bare ha spurt etter d. Du kunne bare ha spurt om d-oppgaven. Så hadde det vært en veldig god oppgave, en god problemløsningsoppgave. Men så lager du en a, b og c og disse oppgavene har mer (…) du senker risikoen for at de ikke skal komme inn i oppgaven, så du gir de på en måte liksom (…) du leier de litt på veien mot det som er det egentlig målet, nemlig d. Men så er det slik (…) når jeg ser slike eksamensoppgaver, så tenker jeg det at i mitt klasserom så er det ikke så farlig om de bommet på denne oppgaven her, jeg skal kunne vurdere det ut fra situasjonen og se hvordan dette går og det er veldig spennende å gi dem bare d-oppgaven, for det handler om (…) da blir det mer problemløsning.
57. **Ja, da må de finne veien sjøl?**
58. Da må de finne veien litt sjøl, ja. Og det er egentlig en (…) Eksamen er ikke stedet der det bør eksperimenteres for mye med dette, du skal teste ut noe, men (…) kanskje når den nye læreplanen trer i kraft slik at problemløsning får et større fokus antakeligvis, så må man ha noen oppgaver der man bare spør om d. Mens foreløpig så tenker jeg at når elevene ikke (…) eller det ville være unfair for elevene å oppleve for mye av det nå da, overfor elevene for de er ikke trent på det
59. **Skjønner**
60. Dessverre egentlig, for jeg tenker at det er en veldig viktig kompetanse i matematikk, problemløsning

61. **Absolutt (…) vi går litt videre, hva syns du er det mest krevende når du skal lage en tekstoppgave?**

62. Ja, jeg tenker det (…) presisjon i teksten er jo veldig viktig. Det skal så veldig lite til før ting misforstås da. Jeg husker en gang (…) jeg så en tekstoppgave der det var laget en slik (…) det var to taxiturer hva de kostet og hvor mange kilometer det var, også stod det at du skulle plotte punktene (…) plotte punktene i et koordinatsystem der det var kilometer langs x-aksen og pris langs y-aksen, så da, de to taxiturene de ga opphav til to punkt. Også stod det trekk en linje mellom punktene. Og da var det mange som trakk en linje mellom punktene, ikke gjennom punktene. Så de trakk bare en vilkårlig linje som gikk mellom de to punktene da. Og da (…) da skjønner man at dette var en eksamensoppgave som var gitt, jeg var med på å rette her, og da skjønner man at presisjon på tekst (…) det var ingen, det var ikke en eneste lærer som tenkte at dette var et problem, for de skjønte hva det var, men for elevene var det ikke så naturlig da. Så, det er viktig at man har elevenes perspektiv på hvordan de leser teksten og hvordan de forstår den. Også er det også typisk at tekstoppgavene lett kan tolkes ulikt, så presisjon på tekst er viktig også er det også ofte når du skal gjøre situasjonen så reell som mulig, hvis du ønsker det, så er det så lett at du havner litt utforbi det som elevene har av matematikk. Så da må du gjøre (…) du må liksom kutte ned på noe (…) ta noen forbehold. Og det (…) det kan ofte virke unaturlig, men du er nødt til å gjøre det for å komme inn. Så det er ofte to slike typiske problemstillinger når du lager tekstoppgaver.

63. **Ja, det fører meg litt til neste spørsmål, for hvordan kontrollsjekker du da at oppgavene er optimale, altså at det kanskje ikke er misforståelser da eller (…) går det an å gjøre det?**

64. Ja, altså (…) jeg tenker jo at i skolesammenheng i min egen klasse vil jeg jo alltid (…) vil ikkje alltid (…) jeg gjør det ikke alltid (…) men det er veldig lurt å prøve det på kollegaer som regner gjennom det, som ser gjennom at man bruker tid sammen for å regne på oppgavene og at de ikke regner på de også sitter du over og sier du gjør sånn og gjør sånn eller nei men at de får tenke på de alene (…) i en type sammenheng hvor det er (…) jeg kan si at for eksempel i Sverige når de lager eksamener i Sverige er de veldig opptatt med at de piloterer oppgaver, det gjør man for så vidt i Norge også når de lager nasjonale prøver. Som er på skolen her, har vært med på pilotering flere ganger hvor

elevene regner oppgaver, gjør oppgaver og så blir svarene tolket og ut fra det så blir oppgaver selektert, altså valgt ut, og blir gitt på nasjonale prøver ett eller to år senere. Så da driver man med det som kalles pilotering ofte i to omganger for å se hvilke oppgaver (…) det handler ikke om lett og vanskelig, men hvilke oppgaver misforstår elevene, er egentlig ikke godt nok bearbeidet til at elever skal forstå de. Norske eksamenssystemet kan jeg jo si bygges ikke på pilotering. Det er en veldig dyr ting å gjøre, der bruker man konsulenter, det regnes av mange og det er veldig sånn (…) det er mange som er inne i systemet for å teste, men hvem er det som er inne i systemet, jo det er lærere og andre kyndige personer og vi (…) veldig ofte, selv om teksten er uklar, så har du bestemt deg nesten før du har lest halve teksten hva oppgaven handler om og det er litt av problemet når du ikke ser det fra elevperspektivet da. Så derfor er pilotering en veldig god ting, men det gjøres i veldig, veldig liten grad da.

65. **Skjønner**
66. Så (…) i den grad jeg (…) bare for å si det, så (…) i den grad jeg piloterer så er det det at når du har hatt et fag med omganger, så piloterer du jo blant de oppgavene du har prøvd på elever tidligere også bare bytter du litt, endre bittelitt, men du vet hva som fungerer og hva som ikke fungerer.
67. **Absolutt (…) Gjør du noen gang noen overveiinger om hvor spørsmålet skal stå i teksten, eller er det noe som bare (…) det står ofte sist eller først eller, altså i forhold til resten av teksten.**
68. Ja, jeg tenker (…) hvis du ser på en eksamen, du kan se veldig tydelig på eksamen det er (…) jeg kjører nok den modellen da i min undervisning, eller i mine prøver og sånt. Det er det at (…) der får du alltid en ingress (…) også får du at (…) når du kommer til spørsmålet så består a kun av spørsmålet, b består kun av spørsmålet og hvis du før c-en vil fortelle noe mer som skal gjelde kun for c-en, så lager du en ingress til det. Også kommer spørsmålet. Sånn at du så godt som mulig skjærer ned sånn at det kun er spørsmålet som står for seg selv. Også lager du ingresser og prøver å tydeliggjøre. Det er veldig viktig, tenker jeg, at (…) teksten må jo være så klar som mulig sånn at problemet skal ikke være å forstå hva man spør etter, men det kan godt være at det skal være vanskelig å matematisere det. Det er en del av kompetansen de skal vise. Matematisering i slike typer oppgaver.

69. **Ja, skjønner (…) for det med (…) slik som du gjør det med eksamensoppgaver, det er slik du pleier å gjøre til vanlig også?**
70. Ja, jeg pleier alltid (…) jeg tenker mest mulig slik. Kanskje en først, en tekst (…) i en sammenheng som er, vil funksjonen f gitt ved «dududu» være en god modell for dette. a, tegn grafen til f, b (…) når er befolkningen høyest hvis det var befolkning, når synker befolkningen med ti tusen personer per år. Sant, og da kan du tenke deg er det så vanskelig da, synke det har med nedgang, det har med vekst og nedgang, de må derivere, finne hva den deriverte er lik, sant, da er det en matematisering, sant, og det kan lages på et lettere og vanskelig nivå.
71. **Ja**
72. Og veldig ofte er jo tekstoppgaver slik at matematiseringen, det blir litt sånn, at de har gjort det mange ganger, de kjenner igjen situasjonene og det, det vil det være i de fleste eksamensoppgavene du ser vil stort sett, så vil de ikke kjenne igjen hvordan de skal matematisere. Det er ord som vekst, synke, vokser mest (…) med funksjoner, så det, og er det på sannsynlighet så vet de at er det binomisk eller hypergeometrisk og det har blitt liksom så innarbeidet slik at når du ser på eksamener der så er elevene (…) de lære i for liten grad, tenker jeg å argumentere for hvorfor de bruker binomisk eller hvorfor de bruker hypergeometrisk, de bare kaster seg ut i det og regner uten å begrunne, og det tenker jeg er litt dumt da, og vi mister ofte det, det har med en kultur blant lærere å gjøre.
73. **Absolutt (…) ja, nå er det bare to emner altså, evaluering av egne oppgaver, for du nevnte det at av og til så får man ikke oppgavene til å bli slik at elevene forstår det (…) at det var noe av det som var vanskeligst (…) men merker du noen ganger at oppgavene ikke helt treffer blink? At kanskje det er noen misforståelser?**
74. Jaja, det skjer [latter]. Altså jeg kan si det at på oppgaver som jeg lager til mine egne klasser, der skjer det ofte (…) det som jeg (…) tenker er, som i hvert fall for min del har blitt viktigere og viktigere, det er at jeg prøver å lage et godt løsningsforslag for meg selv, regner gjennom både (…) det har jo ikke noe med tekstoppgaver å gjøre, men både for å få det tidsmessige, men også for å sjekke ut om det er noen uklarheter i oppgavene. Men da er det på en måte, det er jeg som har laget de, jeg vet hvor jeg vil og det er veldig ofte vanskeligere å avsløre

sine egne feil selv. Man tror de er bra sjøl, vet du. Men, så det oppdager man som regel når man begynner å rette, oi her har elevene misforstått. Og da er spørsmålet om man evaluerer seg selv og tar dette med. Veldig ofte blir jo prøver gjenbrukt eller i alle fall ideer i oppgaver blir gjenbrukt. Det skjer jo (…) det er ikke så vanskelig å se at det også skjer med eksamensoppgaver også da, at ideer som fungerer som blir gjenbrukt. Mens på et nasjonalt nivå, når man retter eksamen, når man sitter sammen og retter eksamener, så, man har jo det man kaller for sensorskolering, det er jo noe som har kommet mer og mer inn nå i realfag, der man etter eksamen kommer sammen alle sensorene, nesten alle sensorene, jeg har vært med på det i flere år og der man da går gjennom noen besvarelser og ser hvordan har elevene tolket oppgavene, og da er det veldig ofte tekstoppgaver det er snakk om og på hvilken måte er det (…) og da er det slik at man blir enige om hvordan skal jeg ta høyde for dette i (…) når man vurderer eksamenene også er det jo da sånn at det blir skrevet rapporter og kommer tilbakemeldinger til utdanningsdirektoratet slik at en nemnd kan ta det videre i videre arbeid med eksamener, det er liksom, den meldingen gis hele veien, så man skulle tro at det blir bedre fra år til år, men skal ikke si at det blir det, men i alle fall prøver man alltid, tenke det at det er veldig viktig å lære av sine feil, og tar med (…) ikke minst å se når ting fungerer også i eget klasserom, hvis det er noe som fungerer og hva vil det si? Det vil jo ikke si at elevene nødvendigvis får det til, men hvis oppgaven tester det du ønsker å teste og elevene skjønner det slik at de som kan dette emnet faktisk er i stand til å få det til og de som ikke kan det får det ikke til. At den tester det (…) at den er valid kalles det, tror jeg. Altså det er validiteten på oppgaven. At den (…)

75. **Ja, skjønner (…) men (…) for du nevnte at dere gikk sammen og så på besvarelser, men går dere noen gang spesifikt altså (…) hva er det som er årsaken til misforståelsen her eller hva er det som er årsaken til misforståelsen her? Er det liksom noe som går igjen? Eller blir det veldig vanskelig å si noe på?**
76. Ja, om jeg skal si noe helt konkret om det, men det er veldig ofte slik at når du ser at en oppgave ikke fungerer, eller at det er noen som misforstår sin oppgave, da er det veldig ofte opplagt. Det er veldig ofte veldig lett å se etterpå. Når du har rettet ti besvarelser, så ser du med en gang. Da er det veldig lett å komme med en ide om hva skulle jeg har gjort for å få den til å fungere.

77. **Okei**
78. Det er veldig lett. Det er ikke sånn at du tenker åh, det er jo en helt umulig situasjon. Så når du sitter og (…) retter eller kommer i sammen to sensorer, så ser du med en gang, her skulle det vært skrevet slik eller gjort slik da. Så det ser man med en gang, det er veldig ofte lett å se det da. Eller noen ganger ser du at dette ble for vanskelig eller at dette ble for «infløkt». Det kan det også være. Men ellers hvis du ser at de bommer på den og de har misforstått den så er det veldig lett å se hva man burde ha gjort for å unngå det. Så sånn er det.
79. **Skjønner (…) Ja, også begynte du en gang på studie og ble lærer og sånt, og en gang så begynte du å lage tekstoppgaver selv. Og hvis du nå kunne dra tilbake til da du begynte med det (…) hva slags tips ville du gitt til deg selv for at du skulle komme godt i gang eller en god erfaring du ville fortalt deg selv.**
80. Åja, fantastisk. Det var jo en vanskelig oppgave, jeg tror jeg forstår tekstoppgavene nå da, men (…) ja, hvis jeg skal dvele litt med slik jeg var da jeg var ung, så (…) når jeg lagte prøver når jeg lagt oppgaver var jeg veldig matematisk i oppgavene og veldig «infløkt» matematisk. Ofte med litt slik vanskelig hver eneste oppgave og en plage å ha hatt meg som lærer med tanke på det da. Men veldig slik (…) jeg tenkte at jo mer matematikk og mindre ord, jo bedre. Jeg har nok utviklet meg til å være mye mer slik å være med slik at både det at elevene bruker språk, viser resonnement og viser begrunnelser, at jeg er mer opptatt av det og også (…) at dette med å matematisere, problemløsningsoppgaver er mye mye viktigere da. At det er en viktig kompetanse. Og det er nok noe jeg har utviklet med årene. Den her forståelsen, viktigheten av det da. Så hvis jeg skulle gitt et godt råd til meg selv så var det å prøve å forstå litt hva (…) bli litt bedre til å forstå og tenke litt gjennom hva er problemløsning. Kanskje lest Polya. How to solve it for eksempel. Ikke fordi at nødvendigvis (…) Schoenfeld har vel kanskje ikke skrevet om dette da, men han har også (…) how to think mathematically tror jeg den heter (…) en artikkel. Vet ikke om du har lest den. Men kanskje jeg hadde bedt meg om å lese den og å lese litt Polya for å få mer innsikt i viktigheten av hele prosessen bak matematikk for det hadde gitt meg mer ideer i forhold til å tenke viktigheten av tekstoppgaver da.
81. **Prosessen?**

82. Prosessen ja rett og slett.
83. **Skjønner (…) Tenker du at det er noe som kan gjelde generelt. Altså at det er flere som burde hatt det tipset?**
84. Ja, det vil jeg tro. Jeg ser jo det at når jeg snakker med kollegaer rundt omkring, jeg har jo et brukende stort nettverk nå og når jeg ser også i forbindelse med kjerneelementene og det som kommer rundt nå så er det, så hører du når folk snakker og (…) dette med at veldig mange kvier seg litt med tanke på når det blir for (…) når tekst blir litt (…) tekstoppgaver for da er det ikke regningen, da er det ikke algebraen, mange forbinder matematikk mest mulig med algebra. De sier elevene må bli bedre i algebra, bedre i algebra, de «tyter» alltid på å bli bedre i algebra. Men jeg tenker på at det at algebra bare er et sett med regler og det dreper kanskje også både kreativitet og evne til å tenke, for enten følger du de reglene, så er dårlig i matematikk, blir det samme da, men det er mange som er veldig smart i matematikk men som ikke nødvendigvis er så (…) behersker disse reglene så godt da. Det er mange andre ting du skal utvikle, så (…) det er mange flere som kunne ha oppdaget og sett det vakre i det og de vakre samtalene du kan få i klasserommet rundt tekstoppgaver og rundt tolkningen av dem og hvordan de vil (…) veldig ofte så er jo slike oppgaver veldig rike i forhold til hvilken type matematikk du vil tilnærme deg med, ikke sant?
85. **Mhm**
86. Type f av x er lik. Løs likningen f av x er lik sju grafisk. Da har du jo på en måte sagt nøyaktig hva elevene skal gjøre, de må bare huske hvordan de skal gjøre det
87. **Ja, ja**
88. Sant, mens hvis det er formulert mer sånn, når var antallet dyr i skogen over hundre, så må de jo på en måte. Du ser hvor vanskelig det er for elever selv for oss er det veldig lett, det er bare å løse likningen f av x er lik hundre,
89. **Mhm**
90. Men bare den lille overgangen der, den stoppe mange. Det er en viktig bit i det å kunne matematikk. For hvis du bare kan løse oppstilte likninger så har du et lite problem.
91. **Ja, så du ville gitt tipset til alle, egentlig?**
92. Ja, jeg ville gitt det til alle.

93. **Det er bra, da har ikke jeg noen flere spørsmål, men hvis du har noe du tenker jeg burde spurt om eller en kommentar, så (…) tar du ordet nå, hvis ikke så (…)**
94. Ja, jeg tenker jo, jeg skal ikke si så mye, vi har vært innom det med problemløsning. Og jeg tenker det at nesten enhver tekstoppgave har et problemløsningsperspektiv i seg. Nå er det slik at man sier at det som karakteriserer en problemsløsningsoppgave, det er mange som har skrevet om det da, det er at (…) at oppgaven er aktuell, at du er i stand til å løse den fordi du har kjennskap til de ulike matematiske komponenetene som inngår, men at den på en måte for deg er ukjent, ikke slik at du har løst sju liknende i boken, men at situasjonen er ny for deg.
95. **Mhm, ja**
96. Trenger ikke være praktisk, kan være kvasi-praktisk, det kan også være tekstformulert eller det kan også være en rent matematisk formulert, men du har ikke sett akkurat den type oppgaven slik at du har en metode, men du har nok matematikk til å klare det hvis du er smart. Og det er veldig ofte slik at den er rik, den inneholder flere muligheter til hvordan man går frem når man skal løse den. Så, og dette kjennetegnes, jeg tenker det at tekstoppgaver i stor grad faller ned i kategorien prolembløsningsoppgaver, selv om ikke det bare er tekstoppgaver, så er de en delmengde av problemløsningsoppgavene. I hvert fall, hvis du tar snittet, så vil de fleste falle innenfor det. Og jeg tenker det er vel verdt å la elever jobbe med sånne ting og det utfordrer også evnen til å kunne forstå, evnen til å kunne matematisere. Og det gjør også at du kan jobbe mer i par, skape diskusjoner, evne til å klare å formulere matematikk. Så jeg har tro på at det å jobbe med tekstoppgaver, utvikle tekstoppgaver, utvikle en tradisjon for å lage tekstoppgaver, det er faktisk veldig, veldig viktig. Det er viktig for at elevene skal bli gode i matematikk. Hva vil det si å være god i matematikk, og da tenker jeg at det ikke bare handler om å kunne mange formler, og snu på dem og gjøre algebra, det handler ikke minst om å kunne skape egne strategier, det å kunne oversette, det å kunne velge litt selv, Det å ha liksom litt arsenal. Tekstoppgaver er en viktig del av å kunne utvikle dette da. Ja (…)
97. **Flott**
98. Det får være min sluttkommentar

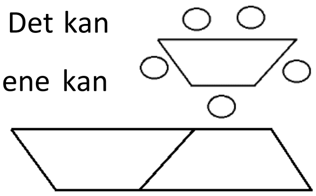
99. **Takk skal du ha, joda, nei men det er bra med et lite tilskudd. (…) da runder jeg bare av her.**

B.2 Oppgavene til utprøving

B.2.1 Oppgavene

1. Elida kjøpte et par sko på salg. Skoene hadde kostet 600 kr, men ble solgt med et avslag på 25 %. Hvor mye betalte Elida for skoene?
2. En skoleklasse har vært på besøk i Ishavskatedralen i Tromsdalen. I katedralen er det et stort glassmaleri. Ifølge presten er arealet til glassmaleriet 150 m^2. Maleriet har form som en trekant. Elevene målte grunnlinja til maleriet. Den er 12 m. Hvor høyt er glassmaleriet?

3. Tonje tok toget som gikk fra hennes stasjon kl. 13.23. Toget var framme dit hun skulle kl. 16.07. Hvor lang tid tok togturen?
4. I et selskapslokale har bordene form som i figuren til høyre. Det kan sitte 5 personer rundt ett bord når bordet står alene. Bordene kan settes sammen til langbord som vist i den neste figuren. Hvor mange personer er det plass til hvis man lager et langbord av fire bord?



5. Lag en formel som viser hvor mange personer det er plass til når man lager et langbord av *n* bord.
6. Olav betalte 200 kr for 2,5 kg reker. Hvor mye kostet 1 kg reker?

7. Kari og Knut kjøpte inn 10 poser chips til et selskap. De kjøpte to forskjellige typer. Den ene typen kostet 20 kr per pose, og den andre kostet 30 kr per pose. De betalte 230 kr til sammen for posene. Hvor mange poser kjøpte de av hver type?
8. Elevene i 8C konkurrerte om hvem som kunne balansere lengst på ett bein i blinde. De fem som sto lengst var Mons, Børge, Muri, Sara og Karianne. Plasser dem i riktig rekkefølge når du vet at:
   - Muri kom på plassen etter Mons.
   - Karianne sto lengre enn Mons.
   - Sara kom tre plasser bak Børge.

9. Vi har et kvadratisk ark hvor arealet er 16 cm^2. Vi bretter arket dobbelt slik at de to halvdelene dekker hverandre og får en firkant. Hva blir omkretsen av den nye firkanten?
10. 1,5 kg druer koster 45 kr. Hvor mye koster 2,5 kg av de samme druene?
11. Regnesuttrykket 6 / 0,5 gir deg svaret på én av oppgavene nedenfor. Hvilken? (sett ring rundt det riktige)
   - Isak kjøper en sekspakning med 0,5 L brus. Hvor mye brus kjøper han til sammen?
   - Julie har to pakker med egg. I hver pakke er det seks egg. Hver pakke har masse 0,5 kg. Hvor stor masse har pakkene til sammen?
   - Seks venner skal dele 0,5 kg smågodt likt. Hvor mye smågodt får hver av dem?
   - Einar har laget 6 L jordbærsyltetøy. Det skal han fordele på beger som hver rommer 0,5 L. Hvor mange beger trenger han?

B.2.2 Evalueringsskjema

Evaluering av oppgavene du nettopp gjorde:

Hadde du nok tid?

Var oppgavetekstene lette å forstå? (sett ring)

Veldig forståelige Litt forståelige Hverken eller Litt uforståelige Uforståelige

Hvis noe var vanskelig å forstå, klarer du å forklare hva som gjorde det vanskelig?

Løste du oppgavene i den rekkefølgen som de stod på arket eller hoppet du litt rundt?

Var det noen oppgaver hvor du stod helt fast? Hvilke?

Hvordan kom du deg i så fall videre med oppgaven?

Hvilke oppgaver likte du og hvilke mislikte du? Hvorfor?