Samtaletrekk i forbindelse med progresjon i forståelse i matematikk

Ove Antvord Haugereid

Erfaringsbasert master i undervisning
med fordypning i matematikk
Matematisk institutt
UNIVERSITETET I BERGEN

Vår 2020

Forord

For nesten seks år siden startet jeg på mitt studie: Erfaringsbasert master i undervisning med fordypning i matematikk. De første to årene gikk som normalt, og jeg var innstilt på å fortsette med studiene. Men det viste seg umulig for meg, en kombinasjon av full jobb og ny tilværelse som far førte til en treårig pause fra masterstudiet. Jeg fikk lov til å gjennomføre de siste to årene på ett år da jeg fikk permisjon fra arbeidet som lærer i et år. Dette gjorde at jeg kunne fullføre min mastergrad som fulltidsstudent.

I arbeidet med masteroppgaven har jeg lært utrolig mye om det å drive god undervisning. Derfor er jeg glad for at jeg nå til høsten får mulighet til å undervise matematikk igjen og forhåpentligvis bli en bedre lærer. Jeg har tro på at utdanning hjelper.

Jeg vil rette en stor takk til min veileder Christoph Kirfel som har vært svært god å samarbeide med. Du har svært mange gode tanker og ideer. I tillegg er du alltid positiv og nysgjerrig.

Jeg setter også pris på de fine diskusjonene jeg har hatt i mine studieår i masterutdanningen. Et nært samarbeid mellom studenter og lærere på studiet gjør at studiet anbefales for andre som er interesserte i å bli bedre lærere. Spesielt masterseminarene har vært utviklende, med gode og spennende framlegg.

Jeg fikk raskt godt innpass i 1T-klassen jeg gjorde observasjoner i. Takk til både dere elever og lærere ved skolen! Jeg fikk mange gode samtaler å analysere.

I korrekturfasen har jeg fått god hjelp av min bror Petter og av min samboer Sofie. Jeg er takknemlig for at jeg har slike gode samarbeidspartnere.

Hamar, juni 2020

Ove Antvord Haugereid

Innholdsfortegnelse

Figuroversikt

Tabelloversikt

1 Innledning

Muntlige ferdigheter er en av de fem grunnleggende ferdighetene i læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2020). I det ligger det at elever skal skape seg forståelse gjennom å lytte og samtale om matematikk. Utdanningsdirektoratet (2020) poengterer at elever skal læres opp i å kommunisere ideer og være med å drøfte matematiske problemer med andre. En overgang i forståelse skjer blant annet ved å gå fra et enkelt matematisk språk til å bruke presis fagterminologi. Det jeg finner mest nærliggende i matematikkundervisningen er den formen som kalles undersøkende undervisning (på engelsk ofte brukt *inquiry based learning*). I det ligger det at elevene i hovedsak må utvikle en forståelse for prosedyrene og kunne anvende dem effektivt, nøyaktig og fleksibelt (Wæge & Nosrati, 2015).

I en slik undervisningsform er ofte kommunikasjonen mellom elever og mellom elever og lærer viktig for å sørge for at læring skjer. Som lærer er det viktig å få elevene til å se sammenhenger mellom de utsagnene de har. Her har flere forskere kommet med forslag til hvordan man kan gå fram for å hjelpe elevene til å komme dit man ønsker i en undervisningssituasjon. Jeg ønsker å se på to hovedmodeller, de to heter *I(nquiry)C(o-operation)-modellen* og *åpen strategideling*. *IC-modellen* til Alrø og Skovsmose (2002) er en av de mest kjente og brukte modellene for å beskrive kommunikasjon mellom elever og lærer i arbeid med oppgaveløsning i undersøkende undervisning. Den fungerer også godt som en analysemodell mellom elever uten at nødvendigvis lærer er tilstede. *Åpen strategideling* er utviklet av flere ulike forskere. Jeg ønsker å ta utgangspunkt i modellen til Kazemi og Hintz (2019). *Åpen strategideling* består av 7 ulike samtaletrekk for hvordan en kan få i gang gode samtaler med elever. Den går også an å anvende som analysemodell i samtaler mellom elever.

I matematikkfaget er det mange begrep, men enkelte begrep er mer sentrale for elevers utvikling av matematisk forståelse. Disse begrepene bør en elev kunne beherske godt, da de er sentrale for videre matematisk forståelse. Meyer og Land (2005) har introdusert begrepet *terskelbegrep* for dem. Et terskelbegrep er ofte vanskelig å lære for de fleste elever, men har man lært seg et terskelbegrep godt, har man større mulighet til å forstå andre områder i matematikken. På vei mot å oppnå god forståelse for et begrep beveger en elev seg i «Liminal Space» (overgangsfasen) der kunnskapen varierer naturlig. Har en elev nådd en viss terskel i innlæringen, det vil si at eleven har en del egenskaper i forståelse, kan man si at man har oppnådd *terskelforståelse* for et begrep. I læreplanen som er gjeldende fra høsten 2020 er dybdelæring tatt inn som et hovedelement, jeg ser klare likhetstrekk mellom terskelforståelse og dybdelæring. *Derivasjon* er et eksempel på et slikt terskelbegrep. Det gjør det mulig å forstå funksjoners egenskaper.

Jeg ønsker i min oppgave å se på hvordan elever får en progresjon i forståelse i samtaler. Enten ved å drøfte med seg selv, med en medelev eller med lærer. Det å få innblikk i om det er en sammenheng i samtalebruk hos elever og forståelse, vil være et nyttig verktøy for lærere å kunne anvende i sin undervisning. Problemstillingen er følgende:

- Hvilke samtaletrekk er med på å skape en progresjon i forståelsen for elevene?
    - Kan vi se tendenser til terskelforståelse i samtaletrekkene i et ukes langt introduksjonskurs i derivasjon?

1.1 Egen motivasjon for oppgaven

Av egen erfaring kjenner jeg meg godt igjen i betegnelsen tradisjonell undervisning. En slik type undervisning har også jeg bedrevet i mine 10 år som lærer i ungdomsskolen. Harmonien i et klasserom hvor elevene sitter stille for seg selv og grubler over matematiske oppgaver, har passet meg godt som lærer. Utfordringen har vært at elevene ikke forstår det de gjør. Jeg har lært dem en framgangsmåte, som gjerne står på tavla, og som de anvender ved å bytte om på noen tall og verdier slik at de får rett svar. Nettopp det å ha rett svar vil da være det viktigste. Eller stemmer det? I løpet av mine år som lærere har nok svaret på spørsmålet gått fra et klart *ja*, til et *tja kanskje*.

Etter hvert som jeg har modnes som lærer, har det alltid vært et sug etter å utfordre elevene på andre måter, slik at jeg kan få dem til å forstå bedre hva og hvorfor de skal lære. Målet har forandret seg, jeg er ikke lenger så opptatt av de rette svara, men veien dit. Som lærer må man tilrettelegge med godt gjennomtenkte oppgaver, noen ganger kan læreboka være god å ha. For elevene kan det være trygt å ha noe fast å forholde seg til. Andre ganger kan det være mer fristende å legge læreboka vekk og heller fokusere på å skape god læring ved å lage oppgaver på egen hånd som krever mer dybdekunnskap. Hvordan kan man løse og forklare en oppgave elevene eller lærer ikke nødvendigvis vet svaret på i forveien? Er det mulig å lage oppgaver som krever at elever må samhandle og utnytte hverandres potensiale for å kunne lære bedre?

De siste årene jeg har arbeidet som lærer, har jeg kost meg mest i klasserom hvor elever summer og utforsker omgivelsene sine. Det kan være å lage en oversikt over hva de har i sekken og presentere dette i et diagram. Hvordan plassere gjenstander i en boks slik at man optimaliserer plassen? Det kan være å lage en modell for hvor lange neglene blir over tid og når de må klippes, eller å finne ut hvor raskt bilene kjører på gata utenfor.

Jeg har selv lagt merke til at elevene gleder seg mer til matematikktimene når de vet de ikke bare skal løse oppgave 2.13-2.21 i løpet av timen, men heller ha muligheten til å gå i dybden i en oppgave som krever samhandling mellom elever. Det å kunne ta seg tid til å forstå matematikken som skaper bro mellom de ulike temaene i faget, skaper glede og forståelse hos elevene. Ved å gi elever ansvar for å komme med egne løsninger på oppgaver du som lærer ikke vet det nøyaktige svaret til på forhånd, gir også læreren en ekstra spennende hverdag. Gleden elever har når de kommer fram til egne regnemåter, egne strategier, egne regler og evnen til å forklare til medelever, kan ikke måles i karakterer, men i mestringsopplevelser. Selv om fokus er på at elever får en slik mestringsopplevelse, vil de ha gode muligheter for også å få en god karakter og forståelse i faget.

2 Teori

I min oppgave har jeg et ønske om å utvikle min kunnskap om det å drive undervisning i matematikk. Jeg har selv tro på en undervisning som krever at elever er aktive lærende, og er delaktige i å skape læring selv. Ved å tilrettelegge undervisningen på en måte som gjør at elever har økt muntlig aktivitet i timene, tror jeg at det vil lede til en dypere forståelse for faget.

Jeg kommer i min teoridel til å gå gjennom hvordan matematikkundervisning gjennomføres i Norge, hva de ulike hovedtypene kalles, og hva deres styrker og svakheter er. Deretter retter jeg meg mer spesifikt inn mot samtalebruk i undervisningen, altså samtaler mellom elever og mellom lærer og elev(er). Samtalepreget undervisning er utfordrende å gjennomføre i et klasserom der ikke nødvendigvis alle er kjent med en slik type undervisning fra før. I hovedsak tar jeg for meg ulike typer av kommunikasjonsformer i et klasserom. Til slutt ønsker jeg å forklare terskelbegrepet og dybdelæring. I hvert av delkapitlene går jeg inn for å framstille hvert tema med ulike perspektiver og forklare de valgene jeg har valgt å gjøre.

2.1 Matematikkundervisning

God matematikkundervisning er hovedmålet for alle lærere. Det er flere forslag til hva god matteundervisning er, og jeg vil her presentere noen funn:

PISA-undersøkelsen (Kjærnsli & Olsen, 2013) viser til 3 sentrale kjennetegn på god undervisning:

- Den har en tydelig struktur med god og effektiv klasseledelse
- Den ledes av en støttende lærer som har klare mål for undervisningen
- Den er utfordrende og kognitivt aktiverende

I rapporten (Kjærnsli & Olsen, 2013) refereres det til Klette (2013), som gir følgende oversikt over hva som defineres som god undervisning basert på klasseromsforskning: «*Kort oppsummert forteller denne forskningen oss at god undervisning ikke er knyttet til én eller noen få effektive undervisningsmetoder. Det gir derfor liten mening å dele undervisning inn i motpoler som elevstyrt/lærerstyrt, konstruktivistisk/tradisjonell o.l. I stedet er det sentrale å ha en balanse i undervisningen som gir elevene muligheter til å sette seg inn i nytt fagstoff (tilegnelsessituasjoner), få øvelse i å bruke dette faglige innholdet (utprøvingssituasjoner) og* *få mulighet til å synliggjøre og bekrefte sin læring (konsolideringssituasjoner)»* (Kjærnsli & Olsen, 2013).

Det er altså en balanse i undervisningen som er sentralt, og ikke minst den støtten som læreren kan gi elevene, som er viktig. Det holder ikke bare å ha en lærer som gir kognitive utfordringer til elevene, men også en lærer som gir tilbakemeldinger, og som strukturerer undervisningen. Dette kommer selvsagt i tillegg til at lærer skal etablere relasjoner med elevene, skape et godt arbeidsmiljø og gode elev-elev relasjoner.

2.1.1 Tradisjonell lærebokstyrt undervisning

Alrø og Skovsmose (2002) definerer en tradisjonell undervisningsøkt i to deler. Første del handler om at lærer presenterer noen matematiske ideer og framgangsmåter. Disse er normalt tatt fra det læreverket som følges. Del to av en time innebærer arbeid med oppgaver fra læreboka, og disse løses gjerne med de teknikkene som allerede er vist. Lærer sin oppgave er i hovedsak å gå rundt å se om oppgavene løses.

Undervisningen i Norge følger ofte en tradisjonell, lærebokstyrt undervisningsform hvor læreren introduserer dagens tema, viser eksempler på tavlen og deretter ber elevene om å løse oppgaver som står i boken (Alseth, Breiteig, & Brekke, 2003). Blomhøj (1994) skriver om den *didaktiske kontrakt.* I det legger han rammene for klassen som helhet, men også samspillet mellom lærer og de enkelte elever, og elever seg imellom. Han viser til at den tradisjonelle undervisningen er trygg og har klare rammer for elevene, han har også typiske kjennetegn på hva som karaktiserer en slik didaktisk kontrakt:

- Læreren går grundig gjennom metoder og algoritmer som læreboken presenterer
- Læreren lager kun oppgaver som elevene har fått verktøy for å løse
- En oppgave er løst når det spørsmålet er besvart
- De svarene man ønsker, kan gis f.eks. med korte svar, som tall, figurer eller en kort setning
- At elevene har krav på oppmerksomheten til læreren når oppgavene er løst
- At elevenes læring kun kan bedømmes ut i fra hvordan de regner de ferdigoppstilte oppgavene
- At elevene gjør sitt beste i løse oppgavene de har fått

Selv om Blomhøj (1994) sier at undervisningen er trygg for elevene, klarer allikevel ikke elevene å utvikle den kunnskapen som kreves. Blant annet utvikler de ikke evnen til å anvende kunnskap på et område som er nytt for dem. Det ser man i dialogen mellom elev og lærer, der elevene arbeider med en oppgave gitt av lærer. Jo vanskeligere elevene har for å delta i oppgaveløsningen, jo mer må lærer gi av konkrete og detaljerte forklaringer på hvilke handlinger han/hun må gjøre. I en slik situasjon er elevene i den didaktiske kontrakten mest opptatt av å blidgjøre læreren ved å oppfatte og tolke lærerens signaler, både verbale og ikke-verbale for å kunne forutsi hvordan eleven skal skrive svaret mest mulig korrekt. De er mindre opptatt av å forstå selve problemet i oppgaven (Blomhøj, 1994).

Lærere støtter seg mye til lærebøker i deres daglige undervisning, og de definerer gjerne hva som skal undervises, og hvilke oppgaver som skal løses (Lepik, Grevholm, & Viholainen, 2015). Til tross for at læreplanene vektlegger undersøkende, eksperimenterende og utforskende tilnærminger, er dette ikke blitt en alminnelig del av skolens praksis. Den reflekterende samtalen er fraværende (Johnsen Høines, et al., 2007). Det er gjennomført noen studier på norske matematikklasserom. Spørsmål – svar-sekvenser er, ved siden av individuell hjelp og instruksjon, en av de tre hyppigst forekommende klasseromsaktivitetene i Klette (2003) sitt materiale. Klette (2003) skriver videre at de i undersøkelsene sine har observert både ren lærerstyrt helklasseundervisning, såkalt IRE-mønster, men også spørsmål – svar-situasjoner hvor målet er mer felles forståelse. Dysthe & Igland (2001) har også funnet mange monologiske klasserom, altså hvor lærer styrer ordet og snakker, til tross for at det viste seg at læringsutbytte var størst i klasserom som var preget av «dialogiske» timer, spesielt når det gjelder å ha forståelse og når ikke reproduksjon av fakta er målet.

2.1.2 Undersøkende undervisning

En undersøkende matematikktime har ofte en tredelt struktur. I starten av timen presenterer gjerne læreren en ny og kognitivt krevende oppgave eller aktivitet for elevene. Deretter får elevene god tid til å arbeide med aktiviteten. Lærer går rundt og observerer arbeidet og oppmuntrer dem gjerne til å finne nye løsninger eller beskrive hva de tenker. Timen avsluttes gjerne med at lærer leder en diskusjon om aktiviteten og de forskjellige løsningsmetodene som er brukt. Lærer har i oppgave å lede diskusjonen på en slik måte at elevene blir oppmerksomme på hvordan løsningene henger sammen, og hvordan løsningene er relatert til læringsmålet for timen. Elevene må både utvikle en forståelse for prosedyrene, og kunne benytte seg av dem effektivt, nøyaktig og fleksibelt (Nosrati & Wæge, 2015). Begrepet *undersøkende undervisning* er oversatt fra det engelske *inquiry-based learning*. Dette er i tråd med Nosrati og Wæge (2015). Både Andreassen (2017) og Carlsen og Fuglestad (2010) ønsker å bruke det engelske ordet. Jeg føler allikevel at det er greit å benytte seg av *undersøkende*, som er et samlebegrep for både *undersøkende* og *utforskende* undervisning.

«Inquiry er et vidt begrep som omfatter å stille spørsmål, å undre seg, å undersøke, å eksperimentere, å utforske og å søke etter kunnskap. Å forstå og å kunne matematikk er mer enn å lære en del regler og prosedyrer. Det innebærer å kunne oppdage mønstre og sammenhenger, systematisere og å finne måter å representere disse på med tabeller, grafer eller matematiske uttrykk og formler. En spørrende og utforskende arbeidsmåte er typisk for matematikk og passer for slike utfordringer. Inquiry er ikke en bestemt metode eller noen prosedyrer, men heller en tilnærming og holdning til arbeidet preget av undring og utforsking for å finne svar» (Fuglestad, 2010, s. 2). En slik type matematikkundervisning har røtter langt tilbake, blant annet Polya (1945). Undersøkelseslandskapet er Skovsmose (1998) sin betegnelse for en måte å drive lignende undervisning på. Han fremhever elevenes engasjement som viktig for at et *undersøkelseslandskap* skal oppstå. Lærerens oppgave blir i hovedsak å legge til rette for elevene, og elevene må godta tilretteleggingen og selv ønske å delta. Et *undersøkelseslandskap* blir raskt forstyrret når klasseromsnormene ikke tillater det, det som Alrø og Skovsmose kaller «The ghost of classsroom absolutism» (2002, s. 13). I et slikt *undersøkelseslandskap* kan man benytte seg av IC-modellen til Alrø og Skovsmose (2002) for å analysere samtalebruk. Denne kommer jeg tilbake til i kapittel 2.3.2.

Det har også vært kritikk mot denne formen for undervisning, Andreassen (2017) skriver at lærere mener denne undervisningen er tidskrevende, fører til motstand hos elevene og mindre kontroll hos lærere. Hattie og Yates (2014) påpeker at blant svake elever vil læringseffektene svekkes betraktelig, spesielt om det ikke er klare prosedyrer og hyppige tilbakemeldinger. De frykter dermed at nivåspredningen på sterke og svake elever vil bli større.

I min masteroppgave har jeg i utforskningsperioden lagt til rette for undersøkende undervisning. Jeg har derfor mulighet til å fange opp hvordan elevene opplever en slik type undervisning. Både gjennom lydopptak av klasseromssamtaler og ved intervju av elever og lærere i etterkant. I tillegg gjennomfører jeg en spørreundersøkelse i etterkant hvor elevene blir bedt om å vurdere undervisningen som er gitt i perioden. Det er nettopp muligheten til å la elevene få eierskap til egen læring som jeg tror kan være veien å gå for at de skal få god forståelse i matematikkfaget. Det *å undre* seg over sammenhenger og kunne oppdage disse, er sentrale trekk både i undersøkende matematikk og i min utforskningsperiode. Det har vært spennende å se de stedene hvor jeg fant at undringen skapte situasjoner hvor progresjon kom til syne i samtaler mellom elever. Dette skjer også når elever snakker for seg selv, en måte å tenke høyt på.

2.2 Kommunikasjon i klasserommet

Kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnement (Utdanningsdirektoratet, Nye læreplaner 1T, 2020). Jeg ønsker i min oppgave å ta for meg tre hovedtyper av kommunikasjon i klasserommet; IRE-modellen, IC-modellen og åpen strategideling.

2.2.1 IRE-modellen

(I) Lærer tar *initiativ* til et spørsmål, (R) eleven *responderer* med det han eller hun vet, (E) lærer *evaluerer* svaret eleven kommer med. IRE-modellen blir ofte forbundet med den tradisjonelle undervisningen som foregår i det norske klasserommet (Alseth, Breiteig, & Brekke, 2003). I forskningslitteraturen kan IRE-modellen få et litt dystert stempel, ofte fordi den legger opp til en rutinemessig prosess hvor lærer vet veien og elevene svarer det de tror læreren ønsker de skal svare.

Andresen og Dahl (2018) har skrevet en artikkel om *medrivende dialog.* Her kommer de med flere positive sider ved denne dialogformen. Det kan være at elever blir motivert av å kunne svaret på spørsmål lærer stiller. Elever får rask tilbakemelding på egen kunnskap, og de opplever en forutsigelig hverdag og rutiner. Andresen og Dahl (2018) er mer fokusert på hvordan dialogen er tenkt, og den enkelte situasjon. Læreren har en svært sentral rolle i elvenes utvikling, og det er lærerens rolle å lede elevene i riktig retning. Wells (1993) kommenterer også i en artikkel at det er lærerens oppgave å sikre seg at elevene får utfordrende oppgaver, inkludert spørsmål som initierer ny læring hos elevene. Da kan engasjement skapes, og elevene kan skape sine egne forståelser for en oppgave. Deretter vil det være mulig for lærer å følge opp elevene på en måte som vil inkludere akkurat det eleven trenger der og da. Ifølge Wells (1993) er IRE-modellen godt egnet til å lede elevene i utforskende og problemløsende oppgaver. Læreren har mulighet til å bruke evaluering (E) på ulike måter for å inkludere og utvide elevenes svar. Graden av suksess avhenger helt av i hvilken hensikt den brukes, av målene som ligger bak handlingen, og hva man ønsker å oppnå i situasjonen (Streitlien, 2009).

Måten IRE-modellen får dominere klasserommet har likevel fått kritikk (Alseth, Breiteig, & Brekke, 2003; Nosrati & Wæge, 2015). Det er som oftest bare ett riktig svar på spørsmålene som blir stilt. En slik organisering fører til at samtalen er forutsigbar, og det er lett å se hva som kommer til å bli utfallet. Elevsvarene blir ofte korte og instrumentelle, og elevene tar lite ansvar for egen læreprosess. Elevene slipper å reflektere, og det er vanskelig å vite med sikkerhet om elevene har forståelse for prosessen de har gjennomført for å komme frem til svaret (Johnsen-Høines & Alrø, 2013).

Jeg ser på IRE-modellen som en motpol til de to samtaletrekkmodellene *IC-modellen* og *åpen strategideling* som jeg presenterer i 2.2.2 og 2.2.3, og jeg mener at den passer dårlig som grunnlag for undersøkende undervisning. Derfor har jeg ikke rettet fokus mot IRE-modellen videre i oppgaven.

2.2.2 IC-modellen

IC-modellen (Inquiry Cooperation Model) er Alrø og Skovsmose (2006, s. 112) sitt forslag for hvordan lærere og elever kan drive dialogisk samarbeid i undervisningen. Ikke bare har IC-modellen fokus på lærer-elev-samtaler, men fungerer også godt til å studere samtaler mellom elever uten lærer tilstede. Modellen er i dag svært mye brukt, og jeg vil derfor også anvende denne modellen på mitt materiale. Alrø og Skovsmose har fokus på undersøkende dialog. En slik dialog er *uforutsigelig* (Alrø, Skovsmose, & Skånstrøm, 2003). Det er ikke noen gitte svar på forhånd, de dukker opp gjennom en felles nysgjerrig undersøkelse og refleksjon, som har læring som mål. Uforutsigbart kan man kalle det, da man ofte tar en risiko i undervisningen. Det er ikke sikkert at man oppnår målet med timen, man kan havne på villspor og sette seg i fare for å bli usikker på undervisningens mål og mening. Blir denne usikkerheten for stor, kan man risikere at elever gir opp og ikke utvikler dialogen. Her er lærerens jobb sentral med å veilede, støtte og utfordre elevene slik at de kommer på rett kjøl. I en undersøkende dialog har lærer en undrende og nysgjerrig væremåte. Noen ganger må allikevel lærerautoriteten gripe inn og markere slik at noen ideer får større oppmerksomhet.

IC-modellen gir elever og lærere muligheter til å være undersøkende sammen. Dette gjør at IC-modellen er god å anvende i en undersøkende undervisning.

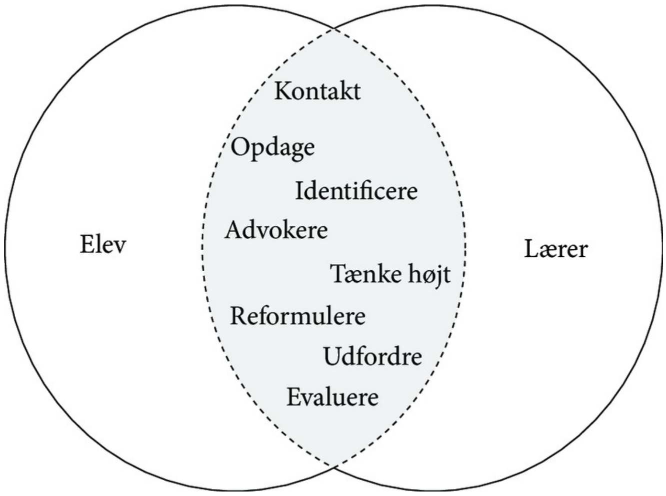
De 8 elementene som IC-modellen består av er:

- Å kontakte
- Å oppdage
- Å identifisere
- Å advokere (å forsvare)
- Å tenke høyt

- Å reformulere
- Å utfordre
- Å evaluere

(Alrø & Skovsmose, Dialogue and learning in mathematics education: Intension, reflection, critique, 2002)

Modellen er ikke satt opp som et krav til hva som må gjennomføres, men som elementer som kan forekomme i en samtale. Derfor er gjerne ikke alle punktene med i løpet av en time. Figuren under viser tydelig at elev og lærer er sammen om å skape en god ramme for samtaler i timene.



Figur 1: IC-modellen (Alrø & Skovsmose, 2006, s.112)

Jeg vil her gi en kort forklaring til hvert av samtaletrekkene til Alrø og Skovsmose (2002), som er det første rammeverket jeg anvender i min oppgave:

Å kontakte: Handler om å være oppmerksom og tilstede i samtalen, det er viktig å kunne sette seg inn i hverandres tanker. Det å kunne inneha en felles respekt for hverandre, være støttende og bidra til at samarbeidet mellom gruppemedlemmene er bra. Av og til må en på gruppa ta initiativet i en samtale eller oppgave, gjerne med et kort oppstartsord eller spørsmål. Som medelev er det viktig å kunne bekrefte og stille undersøkende spørsmål, for ikke å glemme god humor og det å kunne le sammen.

Å oppdage: Ofte kan det være vanskelig å uttrykke seg matematisk eller finne ut av ting man oppfatter som et problem. Det er gjerne slik når man er i en undersøkende situasjon, at man skal finne ut av noe man ikke kjente til fra før. Her er det viktig for elever eller lærer å kunne stille de rette spørsmålene, gjerne undrende, undersøkende og oppklarende. Det er viktig å kunne forstå elevens måte å oppfatte problemet på. Eleven er her i sin nærmeste utviklingssone (Vygotsky, 1978), og medhjelperne hjelper eleven til å gå videre i utforskning av oppdagelser. Typiske spørreord kan være «Hva om..?», «Hvis du..?» eller «Hvorfor tenkte du slik?»

Å identifisere: Etter å ha oppdaget og utforsket ulike perspektiver vil det nå være mulig å finne et matematisk språk. Det å kunne skrive ned eller fortelle sine tanker med matematisk innhold er viktig i prosessen for å vise at man har forstått emnet læreren har som mål for dagen. Ved å identifisere et innhold i faget danner man en grunnmur for videre utforskning. Her kan et spørsmål som starter med «Hvorfor», være sentralt, gjerne med en undrende undertone fra elevens side.

Å advokere: Et mer passende norsk uttrykk kan være «å forsvare». Det innebærer å komme med ideer eller synspunkter som kan undersøkes. Hver og en deltaker i en gruppe har ulik kunnskap å bidra med, det er viktig at alles bidrag får en betydning. Altså, man må både ha egne ideer, samt kunne ta inn over seg andres ideer, for deretter å revurdere sin egen kunnskap om et emne. Målet er å enes som gruppe om en felles forståelse. Typiske spørreord som kan igangsette er: «Er det ikke?», «Tror du ikke?» eller «Jeg tror».

Å tenke høyt: Dette er en naturlig fortsettelse av forrige punkt. Her skal elevens tanker og ideer komme ut. Her blir det da tydelig om eleven har forstått emnet som diskuteres, eller om han eller hun trenger mer veiledning. I tillegg begir også elevene seg inn i et hypotetisk univers der man drøfter ideer sammen.

Å reformulere: Her kan enten lærer eller medelever komme med det de har oppfattet som elevens ide eller synspunkter. Med egne ord kan da medhjelperne se om de da forstår hva eleven har sagt. Eleven har da mulighet til å se om hans perspektiv virker fornuftig, og har da anledning til å endre sin egen forståelse etterpå. Medelever eller lærer kan også velge å utfylle med den kunnskapen de ville ønske, på bakgrunn av de ideene som har blitt luftet.

Å utfordre: Her vil det være fornuftig å se om det finnes alternativer til det eleven allerede vet. Lærer har her mulighet til å stille spørsmål hvor målet er at eleven får mulighet til å finne nye løsninger. Det er viktig at utfordringen tilpasses elevens nivå og oppfattelse av problemet. Eleven har også mulighet til å stille lærer utfordrende hypotetiske spørsmål som han eller hun ikke nødvendigvis vet svaret på.

Å evaluere: Her kan lærer og medelever gå gjennom utfordringen sammen og se om de har kommet fram til de samme ønskelige løsninger. Fokuset bør ikke være på hva som er rett eller galt. Vel så viktig er det å evaluere selve prosessen med å løse en utforskende oppgave. Drøfting rundt hva man har lært, er også viktig. Som lærer har man ofte et større perspektiv på læringsprosessen, og det kan være en fin måte å utvide horisonten også for eleven som gjerne er låst i det mer spesifikke.

Jeg ønsker i min oppgave å se om jeg kan finne igjen noen av samtaletrekkene i mine opptak underveis i timene, ved å presentere disse i analysekapitlet. I tillegg ønsker jeg å belyse noen sammenhenger jeg har funnet med det andre rammeverket jeg anvender, *åpen strategideling*. Det rammeverket kommer jeg tilbake til i kapittel 2.2.3.

2.2.3 Fire prinsipper for klasseromssamtaler og åpen strategideling

Boken til Kazemi & Hintz (2019) «Målrettet samtale» presenterer prinsipper for hvordan en kan planlegge og utforme diskusjoner på en meningsfull måte. Prinsippene er beskrevet som selve hjertet av gode klasseromssamtaler. Det er få ting som kan måle seg med gleden en lærer eller elev har, når elever stolt forteller hva de har funnet ut av. Utfordringen for lærere er deretter å kunne bruke de gjennombruddene som elever har i sin utforskning, til videre arbeid i faget. For å kunne være best mulig forberedt til å lede samtaler med elever har altså Kazemi & Hintz (2019) kommet med fire prinsipper som kan hjelpe (som vist i tabell 1):

Tabell 1: 4 prinsipper for klasseromssamtaler (Kazemi & Hintz, 2019, s. 12)

1	Samtalene skal bidra til å oppnå matematiske mål, og ulike typer mål krever ulik planlegging og ulik ledelse av diskusjonen.
2	Elevene må få vite hva de kan ta opp, og hvordan de kan dele ideene sine, slik at ideene blir hørt, og det kan være nyttig for andre.
3	Læreren må orientere elevene mot hverandre og mot de matematiske begrepene, slik at alle i klassen er involvert i å nå det matematiske målet.
4	Læreren må fortelle og vise at alle elevene er med på å skape forståelse, og at deres innspill er verdifulle.

Jeg ønsker å gå dypere inn i prinsipp 1. Det er her jeg finner mitt rammeverk som jeg vil bruke for å analysere setninger senere i oppgaven min. De andre prinsippene skal jeg ikke gå i dybden i, men presenterer hvert av dem kort i slutten av dette delkapittelet. I denne oppgaven spiller de en mindre rolle, selv om jeg er fullt klar over at også de er involvert i rammeverket *åpen strategideling*.

> 1. *Samtalene skal bidra til å oppnå matematiske mål, og ulike typer mål krever ulik planlegging og ulik ledelse av diskusjonen.*

Det matematiske målet fungerer som et kompass som man navigerer klasseromssamtalen etter. Målet hjelper deg å avgjøre hva en skal lytte etter, hvilke ideer en skal følge opp, og hvilke man skal gi ekstra oppmerksomhet (Kazemi & Hintz, 2019). Av og til kan målet være at elevene skal dele så mange ideer som mulig. Dette kalles *åpen strategideling* og har som mål at elevene skal kunne se det store spekteret av løsninger. Elevenes mål i slik deling av ideer er å bygge opp et repertoar av strategier. Når elevene er med i en slik deling, vil lærer få et arbeid med å samle begreper, prosedyrer, representasjoner og forklaringer, for så å skape diskusjoner rundt disse.

Åpen strategideling er en typisk måte å starte en matematisk samtale på i et klasserom. Det er som å ha en god grunnoppskrift på en suppe som du kan lage alle mulige variasjoner av (Kazemi & Hintz, 2019). I en åpen strategideling stiller læreren spørsmål som «Hvordan tenkte du?» og «Hvem har løst oppgaven på en annen måte?». Læreren forsøker også å orientere elevene mot hverandres ideer, ved for eksempel å be elevene om å repetere en annens elevs strategi (Klaveness, Karlsen, & Kverndokken, 2019).

For å kunne delta i et klasserom preget av *åpen strategideling* er elevene nødt til å være være vant til en del klasseromsregler. Kazemi og Hintz (2019) introduserer ulike regler som kan bidra til å fremme et støttende og trygt klasseromsmiljø og gode matematiske diskusjoner. Noen eksempler på slike regler er:

- Matematikk skal være et fag som de må forstå.
- Ikke gi opp selv om problemet er utfordrende, ha utholdenhet i arbeidet ditt.
- Det er greit å gjøre feil og revurdere tenkningen, en bør å være i stand til å endre måten en tenker på.
- Lytte til andres ideer. Å lytte er like viktig som å snakke selv, og være i stand til å bygge videre på andres tanker.

Kazemi og Hintz er inspirert av forfatterne bak boken «Classroom Discussions» av Suzanne Chapin, Catherine O`Connor og Nancy Anderson (2009). De har selv lagt til to ekstra samtaletrekk i tillegg til de fem opprinnelige. Jeg vil nå komme inn på de syv samtaletrekkene som er presentert i Kazemi og Hintz (2019) under *åpen strategideling*. Dette vil altså være det andre rammeverket jeg ønsker å ha i min analysedel. Trekkene er opprinnelig laget for barnetrinnet, men samtaletrekkene kan også brukes oppover i alder.

De syv samtaletrekkene i *åpen strategideling* er:

- Gjenta
- Repetere
- Resonnere
- Tilføye
- Tenketid
- Snu og snakk
- Endre

Som med *IC-modellen* jeg forklarte i 2.2.2, er også *åpen strategideling* et forslag til lærer for å etablere normer og øve på grunnleggende samtale- og lyttetrekk (Kazemi & Hintz, 2019). Ved å ha fokus på ett eller flere av disse samtaletrekkene vil elever lære seg å snakke om sine ideer og hvordan de kan engasjere seg i hverandres ideer. Kort om hvert samtaletrekk:

Gjenta: Elever kan ha utfordringer med det å uttale seg korrekt matematisk. Lærer eller medelever kan dermed hjelpe hverandre til å tenke og resonnere matematisk ved å gjenta det en elev allerede har sagt, og få det bekreftet. En typisk spørresetning kan starte med «Så du sier..». Eleven vil da få mulighet for å oppklare, forsterke eller tydeliggjøre en ide. I helklassesamtaler vil det være med på å skape klarhet i hva som ble sagt, og gi elevene mulighet til å følge med på hverandres innspill.

Repetere: En naturlig fortsettelse av *gjenta*-trekket er at andre elever gjentar hva en elev har sagt. Dette kan elever gjøre med hverandres utspill om det er ting de ikke helt forsto, men ønsker å få bekreftet. En lærer har ofte gode muligheter for å fange opp gode ideer fra elevene og kan fra det be andre elever om *å repetere* det som har blitt sagt for å forsterke forståelsen og vise at ideen var god hos eleven. Et typisk spørreord fra lærer kan være «Kan du gjenta hva hun/han sa med dine egne ord?».

Resonnere: Dette samtaletrekket er gjerne tilstede når en drøfting av ideer skjer. Har en elev kommet med en påstand i en gruppe eller i helklassesamtale, har andre elever mulighet til å tenke over om påstanden virker god eller om den kan endres. Typiske spørreord fra lærer kan være: «Er du enig eller ikke, og hvorfor?» og «Hvorfor virker dette riktig?». Et typisk samtaletrekk er når elever engasjerer seg i hverandres ideer.

Tilføye: «Vil noen legge til noe her?» kan være et utsagn lærer kommer med ved bruk av dette samtaletrekket. Elever kan her velge å delta i samtalen og utdype sine ideer. Elever seg imellom kan velge å ta utgangspunkt i noe som er sagt, og legge til det som naturlig kommer videre. Ifølge Chapin et al. (2009) oppmuntrer dette trekket elevene til å dele egne ideer og tanker.

Tenketid: Det å la elevene sitte å gruble etter å ha blitt bedt om å si noe, er et tegn på *tenketid*. I helklassesamtaler er det gjerne nødvendig etter at lærer har spurt et spørsmål, å la alle elevene få tid til å tenke på spørsmålet. Et typisk spørreord kan være: «Ta den tiden du trenger!» Ofte kan det være enkelte elever som ønsker å svare med en gang. Dette vil ta vekk fokuset hos de elevene som gjerne trenger tid til å ta inn over seg oppgaven de har fått.

Snu og snakk: Innebærer at elevene aktivt oppsøker en medelev og drøfter et spørsmål eller en påstand. Elevene får dermed mulighet til å dele og forklare ideene sine, i tillegg til at de får mulighet til å forstå og engasjere seg i hverandres ideer. En lærer kan bruke informasjonen han eller hun får ved å gå rundt i klasserommet, til å velge hvilke elever som bør drøfte sammen. Et typisk spørsmål fra lærer kan være: «Snu og snakk med læringspartneren din». Lærer kan også på bakgrunn av informasjonen han eller hun får ved å gå rundt, velge hvilke elever som skal si noe i helklassesamtaler.

Endre: Når elever velger *å endre* måten de først har uttrykt seg på, etter hvert som de oppdager noe nytt, er de i samtaletrekket *endre*. Elever kan gjerne gå tilbake til det de har gjort tidligere i en time, og ville ønske å gi en ny forklaring eller besvarelse på en oppgave. Lærer kan også være aktiv med å spørre: «Har noen endret måten de tenkte på?» eller «Vil du endre måten du tenkte på?».

Andre ganger ønsker man i stedet å fokusere på en bestemt ide i en diskusjon eller samtale. Dette kalles *«målrettet samtale»*. Denne mer fokuserte samtaleformen involverer kun bestemte mål, som å definere og bruke begrepene korrekt, å endre en strategi som ikke er korrekt, eller å forstå en bestemt representasjon. Elevene bidrar med sine ideer slik at de kan bli enige (Kazemi & Hintz, 2019). De ulike strukturene med mål er gjengitt i tabell under.

Tabell 2: Målrettet samtalestruktur (Kazemi & Hintz, 2019, s. 14)

Målrettet samtalestruktur	**Mål**
Sammenligne og knytte sammen	Å sammenligne likheter og ulikheter mellom strategiene
Hvorfor? La oss begrunne	Å gi begrunnelser for hvorfor en bestemt matematisk strategi fungerer
Hva er best og hvorfor?	Å bestemme de beste (mest effektive) løsningsstrategiene i en bestemt kontekst
Definere og oppklare	Å definere og diskutere passende måter å bruke matematiske modeller, verktøy, språk eller notasjoner på
Utforske feil og endre	Å resonnere seg frem til hvilken strategi som gir en korrekt løsning, og finne ut hvor en strategi kom skeivt ut

2. *Elevene må få vite hva de kan ta opp, og hvordan de kan dele ideene sine, slik at ideene blir hørt, og det kan være nyttig for andre.*

For å igangsette samtaler i klasserommet trenger elevene hjelp til å vite hvordan de kan bidra. Når lærer går rundt blant elever, fanger lærer opp hva de forstår, og hva de ikke behersker. Læreren kan også se hvor de står fast, og hvor de eventuelt er forvirret. Når lærer klarer å ha tydelige rammer for hva en forklaring skal inneholde, lærer elevene hvordan de kan formidle viktige deler av sin forklaring. Lærer kan bruke setningsstartere som gir elevene hint om hvordan de kan begynne. «Forklar meg hva du mente med…», eller «Hva ville du gjort hvis tallene var….?» og «Hvordan er din måte å tenke på annerledes enn…?» (Kazemi & Hintz, 2019). Andre gode ord som kan brukes, kan være knyttet til å vise til hva andre har fått til, eller be dem tenke etter om de forsto måten de andre gjorde det på.

3. *Læreren må orientere elevene mot hverandre og mot de matematiske begrepene, slik at alle i klassen er involvert i å nå det matematiske målet.*

En av utfordringene i et klasserom er å sørge for at alle deltar i samtaler. Ofte er det noen elever som rekker opp hånda og vil si noe eller lurer på noe. Hva så med de andre? Hvis vi alltid lar noen få slippe til i samtalen, er det lett for de andre å forbli passive eller føle at de ikke har noe å bidra med. Hvis elevene rekker opp hånden bare for å si noe, kan vi risikere at vi får mange ideer som ikke bygger på hverandre og dermed ikke driver diskusjonen fremover. Læreren har da en sentral rolle i å orientere elevene mot hverandres ideer og matematikken generelt (Kazemi & Hintz, 2019).

4. *Læreren må fortelle og vise at alle elevene er med på å skape forståelse, og at deres innspill er verdifulle.*

Dette er det viktigste prinsippet å bruke, da elvene må være villige til å ta sjanser og dele ideene sine. I en samtalesituasjon er det selvsagt mulig at elever kommer med ufullstendige og ukorrekte løsninger. Måten lærer responderer på disse og spiller videre på deres ideer, er viktig med tanke på hvilke signaler som gis på det med å ta sjanser. Det er ikke enkelt for elever om de oppfatter det som viktigst med rett svar og at de bør forstå med en gang (Kazemi & Hintz, 2019).

Elevene har alltid en mening bak det de tenker. Det er viktig at vi som lærere ikke får frem at enkelte er mer «smarte» enn andre. I matematikk er det mange måter å være smarte på. Det kan være som Kazemi og Hintz (2019) peker på:

- Se sammenhenger mellom matematiske begreper
- Forklare innholdet i en oppgave
- Finne feil løsning
- Finne mønstre
- Å anta
- Være utholdende i løsning av oppgaver
- Å jobbe seg gjennom feil
- Lete etter mer effektive løsninger

Det kan tenkes at det er litt feil fokus som skjer fra tidlig alder av. Barn skal lære raskt og svare raskt. Det å sitte å grunne og gruble er ikke alltid prioritert i skoleverket, en kjent utfordring for en lærer i sin hverdag er hvor lang *tenketid* som gis elever før lærer selv svarer. Virkemidlet *tenketid* kan ofte være gull verdt for de elevene som gjerne vil knytte forståelse fra ulike begreper i matematikkfaget.

Samtaletrekkene som Kazemi og Hintz (2019) har i sin bok «Målrettet samtale» er i utgangspunktet best egnet som en ramme for å lede samtaler mellom lærer og elev. Utgangspunktet er å planlegge på forhånd hvordan man ønsker at undervisningstimen skal foregå. I boken sin har Kazemi og Hintz (2019) en oppskrift på hvordan en lærer kan planlegge og tilrettelegge for samtalen.

- Velg en oppgave som kan løses på mer enn én måte. Prøv å forutse hvordan elevene vil løse oppgaven.
- Bestem deg for om du vil at elevene skal jobbe for seg selv, i par eller i grupper for å løse oppgaven.
- Presenter oppgaven og sørg for at elevene forstår den og har en måte å komme i gang på. Ta notater mens de jobber.
- Få elevene til å dele med hverandre to til fire måter å løse oppgaven på. Bruk samtaletrekkene og tydelige representasjoner for å hjelpe elevene med å forstå hva de hører.
- Avslutt med å vise de ulike måten elevene tenkte rundt oppgaven.

I min oppgave har jeg tenkt å se på om jeg finner igjen samtaletrekkene som Kazemi og Hintz (2019) viser til. Ettersom jeg i min oppgave har fokus på hva som gjorde at elevene faktisk forsto et emne, vil jeg se på hvordan forståelsen forekom. Har lærer eller medelever brukt noen av samtaletrekkene som er i modellen. Jeg er fullt klar over at *åpen strategideling* er tenkt som et planleggingsverktøy. Jeg ønsker allikevel å kunne bruke det som et analyseredskap, noe mine undersøkelser også viser er fullt mulig.

Jeg har nå utførlig forklart to ulike samtaleanalysemodeller, *IC-modellen* og *åpen strategideling*. De er begge kjente, og de overlapper noe med hverandre. Jeg ønsker derfor å se hvordan de i forhold til hverandre egner seg til å belyse hvilke samtaletrekk som tydeligst kommer frem i hver dialog som viser en progresjon i forståelse. Ved kun å anvende et rammeverk kunne jeg eventuelt risikere at et trekk i et annet rammeverk var tydeligere i den dialogen. Jeg ønsker også å se om muligens det ene rammeverket passer bedre for samtaler mellom lærer-elev og den andre i samtaler elev-elev.

Derfor ønsker jeg å ha begge modellene tilgjengelig for meg i selve analysen. Jeg vil i introduksjonen til analysedelen komme nærmere inn på hvordan jeg gjennomfører analysen.

2.3 Begreper

For hver reform kommer det også nye begreper og ord inn i læreplaner og i forskningslitteraturen. Jeg har valgt å se litt ekstra på to begreper, *terskelbegrepet* og *dybdelæring*, som er interessante for min oppgave.

Ideen bak *terskelbegrep* (på engelsk *threshold concept*) kom fra et engelsk statlig forskningsprosjekt (Cousin, 2006). Målet var å sikre sterkere undervisning og læringsomgivelser for grunnutdanningen. Det var i arbeid med dette Erik Meyer og Ray Land (2003) fant at enkelte begreper er mer sentrale enn andre i matematikkundervisningen. Disse begrepene ble kalt for *terskelbegrep* fordi de har en del fellestrekk. Begrepene kan representeres på ulike måter, gjennom ord, bilder og symboler. Et terskelbegrep har mulighet til å endre en elevs kunnskap om et fagområde. Ofte vil det kunne skje spontant gjennom en «a-ha»-opplevelse.

Dybdelæring er et ny-ord som for alvor kom inn med utredningen til regjeringen som hadde i oppdrag å se på ny læreplan for skoleverket (NOU, 2014). Det er i utgangspunktet vanskelig å motsi at fokus på *dybdelæring* og ikke *overflatelæring* skal være i fokus for undervisningen. Utfordringen for lærer er ikke bare nødvendigvis å legge til rette for at dybdelæring skal opptre i eleven, men også å sikre seg at elevene har *dybdelært*. Det er viktig at også de testene, som for eksempel eksamen og andre avsluttende prøver, legger til rette for dybdelæring. Dette blir spennende å se ved innføringen av den nye læreplanen til sommeren 2020.

2.3.1 Terskelbegrepet

I matematikkfaget møter vi på mange begrep, og noen av begrepene kan oppfattes som mer avgjørende i utviklingen av matematisk forståelse. Meyer og Land (2003) introduserte begrepet *terskelbegrep* om dem. Det de legger i terskelbegrepet, forklares kort med de som klarer «å se verden på en ny måte» og de som ikke klarer dette. *It makes sense* er et uttrykk som blir brukt for å forklare begrepet, det vil altså si at du nå forstår mer av både det du holder på med nå, men at du også kan forstå begreper du tidligere ikke helt hadde forstått. Dette blir nå tydelig for deg, faktisk innlysende. En slik «aha»-opplevelse har vi opplevd i mange ulike situasjoner før, de opptrer ikke bare i matematikkfaget, men i alt vi opplever i hverdagen.

Meyer og Land (2003) har et eksempel knyttet til varmeoverføring. En kan tenke seg at vi tømmer i varmt vann til te i to kopper, i den ene tømmer vi også i melk med en gang. Etter en stund finner vi ut at vi ikke har mer tid å vente på at teen kjølner. Vi tømmer da i like mye melk i den andre koppen. Hvilken kopp bør man drikke fra om man ønsker den kaldeste teen? Noe av denne aha-opplevelsen finner man igjen i Piaget (Lillemyr, 1999) sine tanker.

Ifølge Lillemyr (1999) mener Piaget at kognitiv utvikling skjer gjennom to prosesser, adapsjon og organisering. Adapsjon er en prosess hvor en øker og forandrer kunnskapen og erfaringene sine, mens organisering er en prosess der en knytter sammen ny og gammel viten. Disse prosessene viser seg i den kognitive strukturen, også kalt *skjemaer*. Disse skjemaene endrer seg etter hvert som elever gjør seg nye erfaringer, og tar til seg kunnskap. Alle disse utviklingene skjer stegvis. Et eksempel er gjerne at man lærer seg først å krype, så å gå, for så å lære seg å hoppe. Når et barn først har lært seg å hoppe, husker det ikke med en gang tilbake til når man skulle lære seg å krype, da dette er automatisert nå. Dette blir ganske likt forståelsen for terskelbegrepet. Piaget delte deretter adapsjonsprosessen i to underdeler, assimilasjon og akkomodasjon. Assimilering vil si at ungdommene tolker en situasjon uti fra sin gjeldende kunnskap og den nye kunnskapen tilpasses gamle skjemaer. Akkomodasjon vil si at den nye kunnskapen krever at du må endre på skjemaene. Det er en viss balanse mellom disse to prosessene, da etter at assimilasjon har opptrådd, vil elever ha behov for akkomodasjon og motsatt.

Terskelbegrep er for de fleste elever vanskelige å lære seg, men når man først har lært seg et terskelbegrep, har man gode muligheter til å se andre sammenhenger innenfor matematikkfaget. Det å forstå derivasjonbegrepet er en slik terskel, som blant annet gjør det mulig å forstå funksjoners egenskaper (Petterson & Brandell, 2017). Mye av dette er svært likt det Skemp (1976) kalte for relasjonell forståelse.

Skemp (1976) definerer relasjonell forståelse som det å forstå matematiske sammenhenger mellom ulike deler av matematikken, det å forstå både hva man skal gjøre, og hvorfor man gjør det. Den instrumentelle forståelsen, som er den relasjonelles motsetning, handler om å kunne bruke en del algoritmer og regler uten å nødvendigvis vite hvorfor man gjør som man gjør. De elevene som da innehar den instrumentelle forståelsen, vil aldri kunne få den dype innsikten i faget. Det å inneha instrumentell forståelse for derivasjon vil være å kunne derivere ved å bruke derivasjonsreglene i lærebøkene uten å se for seg hva det faktisk innebærer. Det å ha en relasjonell forståelse kan hjelpe til med å se for seg hva svaret i derivasjonen kan være og en forståelse for vekstfartbegrepet.

Så hvorfor underviser noen med fokus på instrumentell læring. Jo, Skemp (1976) nevner 3 grunner for det og 4 grunner for hvorfor en bør undervise med fokus på relasjonell læring.

Tabell 3: Viser fordeler med instrumentell og relasjonell læring

Instrumentell læring	**Relasjonell læring**
Det er enklere å forstå	Kunnskapen er lettere overførbar til andre emner
Belønningen er umiddelbar	Enklere å huske
Kommer raskere fram til svaret. Dette er fordi det trengs mindre kunnskap om emnet	Et mål i seg selv
	Skaper interesse for å tilegne seg mer kunnskap, forstå hvordan ting henger sammen.

Skemp (1976) og Meyer og Land (2003) har mange likhetstrekk i sin tankegang rundt relasjonell læring og arbeid med terskelbegrepet. I tillegg kommer jeg i kapittel 2.3.2 inn på *dybdelæring*. I dybdelæring er relasjonell forståelse en grunnmur. Det å kunne trekke sammenhenger mellom ulike emner i matematikkfaget er sentralt i både relasjonell forståelse, terskelbegrepet og i dybdelæring.

Meyer og Land (2003) kom fram til fem hovedkarakteristikker som skiller terskelbegrepet fra andre kjernekonsepter.

- Terskelbegrepet er transformativt: Når ny forståelse har opptrådt, er den potensielle effekten et betydelig skifte i oppfatningen innenfor et emne. Elevene kan få et helt annet syn på seg selv og atferden kan også endres.
- Terskelbegrepet er irreversibelt: Har du først fått ny forståelse for et matematisk emne, er det svært vanskelig å gå tilbake til den forståelse du hadde før. Terskelbegrepene kan oppfattes som opplagte når en terskel har blitt passert. Et eksempel som alle barn opplever er tellemåten de har ved å passere 30. I starten teller ofte barn *tjueåtte-tjueni-tjueti-tjueelleve osv.* Etter hvert lærer de seg at man skal si *tretti* i stedet for *tjueti*. Når de innser det, klarer de ikke å se seg tilbake igjen til hva de kunne før.
- Terskelbegrepet er integrativt: Da synliggjør seg flere sammenhenger som man tidligere ikke visste om. Men hver for seg kjente man dem godt. Ofte får man en følelse av at *ting faller på plass*.

- Terskelbegrepet er vanskelig å lære: Innebærer at det krever en del anstrengelse for å kunne tilegne seg kunnskaper.
- Terskelbegrepet kan involvere «unødvendig kunnskap» (Troublesome knowledge): For å bestå fag i skoleverden trengs det ofte ikke mye kunnskap. En kan ofte bestå fag bare ved å pugge enkelte regler og øve godt på enkelte tidligere oppgaver. Dette er ikke det samme som forståelse for et emne, og en elev vil eventuelt også inneha kunnskap han eller hun da ikke vil få bruk for senere. En typisk *unødvendig kunnskap* kan være at folk husker elver i Kina eller byer i Belgia. En slik type kunnskap vil kunne oppfattes som en slags unødvendig kunnskap for enkelte.

Det finnes lite forskning rundt selve ordet *terskelbegrepet og terskelforståelse*, selv om begrepet *forståelse* i seg selv er mye omtalt i forskningslitteraturen. Anne-Mari Jensen (2018) har gjort en refleksjon rundt begrepet i emnene brøk og sannsynlighet. Hun har konkludert med at lærere må være spesielt oppmerksomme når elevene arbeider med terskelbegrep. Det er krevende for elevene å komme over terskelen fra den enklere og mer umodne forståelsen elevene hadde før. Det som for læreren gjerne er selvfølgelig, er gjerne ikke det i elevenes hode, så det er viktig for læreren å kunne å se de overgangene som viser forståelse og læring hos elever. Arbeid med terskelbegrep tar tid, elevene trenger mange og varierte erfaringer med begrepene. «Det må brukes nok tid til å arbeide med terskelbegrepene, slik at når man kommer tilbake til begrepet og skal utvide innholdet og forståelsen, kan man bygge på en forståelse som allerede er etablert» (Jensen, 2018, s. 12). En dypere forståelse vil hjelpe til med å lage bro mellom tidligere kunnskap og følelsen som en elev sitter igjen med, vil gjerne være en opplevelse av selvfølgelighet.

Innføringen av de nye læreplanene sommeren 2020 (Utdanningsdirektoratet, Nye læreplaner 1T, 2020) har som nevnt dybdelæring som et svært sentralt tema. Terskelbegrepet vil her være et slik punkt hvor man kan vurdere om en elev har dybdelæring eller ikke.

2.3.2 Dybdelæring / terskelforståelse

Som nevnt i delkapitlet over er dybdelæring et nytt begrep som kommer med de nye læreplanene. Det å ha dybdelæring går utover det å bare kunne beherske et emne i for eksempel matematikk. Med dybdelæring skal du lære så godt at du forstår sammenhenger og kan bruke det du har lært i nye sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, Dybdelæring, 2019). Det å gradvis utvikle sin egen forståelse av begreper og sammenhenger innenfor et fagområde er likevel sentralt. I en dybdelæringsprosess skal elevene lære seg å analysere, løse problemer og reflektere over egen læring for å skape en helhetlig og varig forståelse (NOU - Norge offentlige utredninger, 2014). Dette er med på å tydelig skille eksperter fra nybegynnere. Eksperter vil raskt kunne tolke og trekke slutninger fra ny informasjon, siden de knytter ideene sine til allerede kjente begreper og prinsipper. Jeg har valgt å sette et likhetstegn mellom det å ha dybdelæring og terskelforståelse, siden jeg ser at de er overlappende begreper. Har man dybdelæring så har man også en terskelforståelse, med bakgrunn i hvordan begrepene er definert. Dette gjør at jeg kan se sammenhenger mellom det utdanningsdirektoratet kommer med, og den forskningslitteraturen som er knyttet til terskelbegrepet. Dette vil jeg anvende videre i oppgaven.

I en artikkel skrevet av Ludvigsen, Gilje og Landfald (2018) framheves fokuset på at elever skal lære i samspill med hverandre, slik at de i større grad skal sitte igjen med en kompetanse som gjør elevene til aktive og reflekterte deltagere i hverdagslivet. Dialoger er framhevet som et sted hvor læring skjer mellom elever og mellom lærer og elev. Fokuset på dybdelæring gjør at kravet til lærere også blir skjerpet. Lærer må både besitte en dyp fagdidaktisk forståelse, hvor god, faglig innsikt i innhold, metoder, struktur og kjerneelementer er sentralt. Lærere må også vite hvordan elever lærer, og hva som gjør at elever lærer godt.

Ludvigsenutvalget, som har fått i oppgave å fornye læreplanene, har brukt figur 2 under som utgangspunkt for å klargjøre forskjellen mellom dybdelæring og overflatelæring.

Dybdelæring	Overflatelæring
Elever relaterer nye ideer og begreper til tidligere kunnskap og erfaringer.	Elever jobber med nytt lærestoff uten å relatere det til hva de kan fra før.
Elever organiserer egen kunnskap i begreps-systemer som henger sammen.	Elever behandler lærestoff som atskilte kunnskaps-elementer.
Elever ser etter mønstre og underliggende prinsipper.	Elever memorerer fakta og utfører prosedyrer uten å forstå hvordan eller hvorfor.
Elever vurderer nye ideer og knytter dem til konklusjoner.	Elever har vanskelig for å forstå nye ideer som er forskjellige fra dem de har møtt i læreboka.
Elever forstår hvordan kunnskap blir til gjennom dialog og vurderer logikken i et argument kritisk.	Elever behandler fakta og prosedyrer som statisk kunnskap, overført fra en allvitende autoritet.
Elever reflekterer over sin egen forståelse og sin egen læringsprosess.	Elever memorerer uten å reflektere over formålet eller over egne læringsstrategier.

Figur 2: Dybdelæring og overflatelæring. Hentet fra NOU (Norge offentlige utreninger, 2014)

Nosrati og Wæge (2018) har med bakgrunn i figuren over trukket ut fem sentrale komponenter for å forklare dybdelæring. Disse fem komponentene er ikke sentrale i min undersøkelse, men er bakgrunnsinformasjon som er god å ha i tilnærmingen til å forstå *dybdelæring* som begrep.

1) Begrepsmessig forståelse: Handler om mer enn bare å kunne isolerte fakta og regler. Innebærer å forstå hvorfor en matematisk ide er viktig, og knytte nye ideer til matematiske ideer man har møtt på fra før. Forståelsen er rik på relasjoner som kan knytte fakta og regler sammen, slik at man kan lettere huske og gjenbruke dem i en gitt situasjon. Har man god forståelse kan man representere en type oppgave gjerne med illustrasjon og med en regnefortelling.

2) Prosedyrekunnskap: «Handler om å ha kunnskap om ulike matematiske prosedyrer og å kunne utføre dem nøyaktig, fleksibelt og hensiktsmessig» (Nosrati & Wæge, Dybdelæring i matematikk, 2018). Elever som har god prosedyrekunnskap, velger altså metode og veksler etter hva som er mest hensiktsmessig i en gitt situasjon. Det er viktig å presisere at prosedyrekunnskap bør følges av begrepsmessig forståelse, slik at elever vet hvordan den framgangsmåten de velger, er konstruert. Det å kunne ha en viss form for prosedyrekunnskap er effektivt, en automatisering av egenskaper sparer kapasitet i arbeid med matematiske problemstillinger. Det kan av og til være kjekt å bare *kunne det*.

3) Anvendelse: Eller strategisk tankegang, vil si å kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer. Deretter å kunne velge strategi og vurdere hvor god løsningen er. Matematiske problemer kan være fra hverdagslivet og mer abstrakte spørsmål. For å være effektive matematikere er det å danne seg mentale representasjoner av utfordringene man skal løse, viktig. Fra den kunnskapen man innehar, skal man kunne lage seg nye løsningsmetoder når det er nødvendig. Et eksempel kan være om eleven møter på salg i butikk. Er det 10 % på en vare, kan en elev finne ut av det. Blir det plutselig 20 % på samme vare, kan en elev som har god anvendelse, raskt bruke sitt svar tidligere til å finne 20 % ved å doble. En elev med liten grad av anvendelseskunnskap vil måtte starte helt på nytt ved muligens prøve å dele hele beløpet på 5 eller gå via 1 %.

4) Resonnering: Handler om å kunne forklare hva man tenker. De å kunne se og begrunne sammenhenger mellom begreper, egenskaper og framgangsmåter. Det

handler også om å kunne argumentere for gyldigheten for en framgangsmåte man ikke vet svaret på. En kan ta utgangspunkt i noe man vet fra før, og bygge på det på veien mot det ukjente. Her kan eleven forklare i det foregående eksemplet på salg at 20 % er det dobbelte av 10 %, og derfor vil oppgaven være enkel å løse uten å måtte starte på nytt.

5) Metakognisjon og selvregulering: Handler om å kunne ha evnen til å ta et *mentalt* steg tilbake i arbeidet sitt. For bevisst å tenke og reflektere over det man lærer, har lært og hvordan man lærer. Det å kunne ta tak i de situasjonene man kommer i, når man ikke vet helt hva man skal gjøre. *Hvor skal jeg finne informasjon som kan hjelpe meg videre?* Når en elev begynner å bli bevisst på sine egne læringsprosesser og strategier, er han i en god posisjon til å gå inn og påvirke dem.

I en læringsprosess må de fem komponentene jeg har presentert, støtte hverandre. Det vil være viktig for både lærere og elever å ha fokus på å utvikle sine kunnskaper og ferdigheter i hver komponent. På hver sin måte kan de bidra til det som vi kaller for *dybdelæring*.

Progresjon er et ord som ofte blir brukt knyttet til *dybdelæring*. Det er nevnt som 1 av 4 premisser (Ludvigsen, Landfald, & Gilje, 2018) for at *dybdelæring* skal kunne skje. De tre andre er: mindre fagstoff, kjerneelementer og læring i og på tvers av fag. Her er ordet progresjon knyttet til at elevene må bruke den kunnskapen de allerede har, til å forstå ny informasjon. Dette kan skje når man endrer antagelser (Landfald, 2016). Alle elever innehar en viss form for forståelse for matematikkfaget. Det er først i kontakt med en ny innsikt at antagelsene blir utfordret. Eleven har da mulighet i en slik konflikt til å velge om man ønsker å endre sin forståelse eller avvise den. Det er i slike tilfeller vi kan oppleve *nøkkelutsagn* (Varhol, 2017). Det er de tilfeller hvor elever viser at det har skjedd en progresjon i forståelse gjennom bruk av samtaler eller muntlig aktivitet.

Jeg har her prøvd å forklare litt av bakgrunnen for begrepet *dybdelæring* og den rike muligheten det gir for lærer i å fokusere på god læring. Dagens samfunn har ikke det samme kravet til faktakunnskaper som tidligere, vi har alltid informasjonen kun et tastetrykk unna. Derimot setter det å vurdere gyldigheten av all informasjonen og se mulighetene kunnskapen gir oss, større krav til dybdelæring. I min oppgave vil jeg også rette fokuset på det med å se på hvordan forståelsen endrer seg. Vil jeg kunne se noen av kjennetegnene på dybdeforståelse i samtaler mellom elever eller mellom elev og lærer? I tillegg vil jeg anvende ordet progresjon der jeg opplever at elevene viser fremskritt i forståelse og man kan si at elevene beveger seg i retning av terskelforståelse av derivasjon. Elevene gjør av og til små hopp i forståelse, gjerne i form av «a-ha»-opplevelser, og disse kommer gjerne til uttrykk gjennom at elever enten bruker sitt dagligdagse språk for å forklare kort hva det er de ser, eller at de gjør om språket sitt og tar opp mer matematiske termer. Disse hoppene, som jeg kaller «a-ha»-opplevelser, er sentrale i å oppnå dybdelæring.

2.4 Matematisk område

Da jeg bestemte meg for å forske på undervisningen på 1T (de som velger teoretisk matematikk 1.året på videregående) på videregående skole, var min intensjon at temaet som det skulle undervises i, ikke skulle være det sentrale. Uansett hvilket tema man underviser, bør man kunne drive undersøkende undervisning hvor dialog og samtaler er i fokus. I mitt tilfelle viste det seg at det i årsplanen for 1T lå undervisning i derivasjon i perioden jeg skulle observere. Dette gjorde at jeg hadde mulighet til å ta for meg kanskje det mest spennende emnet på videregående. Derivasjon er nok det første møtet elevene har med tanke på «avansert matematikk», og et emne elevene har liten kunnskap om fra før.

2.4.1 Derivasjon

Derivasjon er et spennende konsept ettersom det er noe av det mest sentrale i videregående matematikk. Det er også et av konseptene som inkluderer grenseprosessen og som er et vendepunkt til mer abstrakt matematikk (Tall, The transition to advanced mathematical thinking; functions, limits, infinity and proof, 1992). Derivasjon handler om å beskrive forandring, om differanser og lineær tilnærming (Petterson & Brandell, Realfagsløyper, 2017).

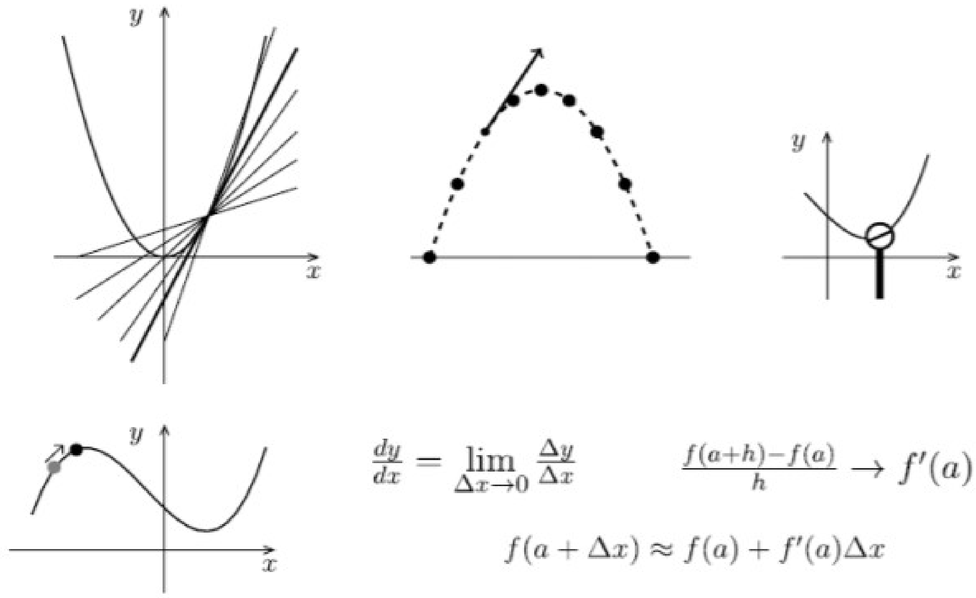
Begrepet *begrepsbilde* brukes om hele den kognitive strukturen som eleven assosierer ved et emne (Tall & Vinner, 1981). Det vil si det eleven forbinder med et matematisk emne, i dette tilfellet funksjoner og derivasjon. Hele tiden endrer begrepsbildet seg etter den erfaringen eleven gjør seg. Ny forståelse bygger på gammel kunnskap.

En begrepsdefinisjon, derimot, er en presis definisjon av det aktuelle begrepet (Tall & Vinner, 1981). En slik definisjon må være allment godkjent, og er gjerne det læreboka framviser. Tall og Vinner (1981) viser til ulike måter å tilnærme seg korrekt oppfatning av begrepet derivasjon. Det finnes flere definisjoner av den deriverte. Den kan ses ved en formel for grenseverdi, grafisk som stigningstallet til en tangent eller verbalt som momentan endringsrate.

Når lærer velger å introdusere et nytt emne i matematikk, er han med på å påvirke hvordan en elevs begrepsbilde blir. Ved å fokusere på eksempler der man har fokus på formler, vil dette få stor plass i elevens begrepsbilde. I derivasjon er utfordringen gjerne knyttet til hvordan elevene møter stigningen til en funksjon. Velger lærer å la elevene se på det som en gjennomsnittlig stigning over et gitt intervall, eller velger lærer å la elevene se på momentan endringsrate. Man kan, ved først å introdusere derivasjon over et gitt intervall (hvor man gjør dette intervallet mindre og mindre), risikere at elever henger seg opp i dette begrepsbildet og ikke henger med på momentan endringsrate. Dette kan skape et begrepsbilde hos elevene som ikke samsvarer med teori. Det kan føre til at eleven avviser begrepsdefinisjonen (Tall & Vinner, 1981). I sin doktorgrad presenterer Markus Hähkiöniemi (2006) en studie fra en finsk videregående. Han konkluderer med at elever forsterker forståelsen for begreper ved å arbeide med funksjonsgrafer og representasjoner av funksjoner før derivasjon innføres.

Ifølge David Tall (Petterson & Brandell, 2017) kan man bevege seg i tre ulike *verdener* når man tenker og kommuniserer om matematikk. Den første verdenen bygger på sanseinntrykk. Her representeres matematikken av visualiseringer og kommuniseres i tillegg til språk, også med gester og handlinger. Sammenhenger motiveres med at man faktisk ser at det stemmer. Tall bruker ordet *embodied* (kroppsliggjort) for den første verden. Ofte handler det om visualisering og konkretisering. I den andre verden, den symbolske, bruker man matematiske symboler og språk. Sammenhenger motiveres med manipulasjoner av symboler etter bestemte regler. I den tredje verden, den formelt-aksiomatiske, bygges matematikken opp som en logisk sammenhengende teori. De matematiske begrepene defineres ut fra sine egenskaper. Sammenheng motiveres ut fra aksiomer, definisjoner og setninger.

I derivasjon på 1T beveger elevene seg innenfor Talls to første verdener. I figur 4 vises noen billedlige og symbolske representasjoner for den derivertes iboende grenseverdi i den første og andre verden. Hvis elevene lykkes i å knytte sammen uttrykk for den derivertes iboende grenseverdi i den første verden med representasjoner og regler i den andre verden, skapes et grunnlag for en velutviklet begrepsforståelse (Petterson & Brandell, 2017).



Figur 3: Uttrykk for Talls første og andre verden, den kroppsliggjorte og den symbolske. Formlene kan også gi mening til Talls tredje verden. Hentet fra: http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T3.P1.M2A%20-A%CC%8A%20utvikle%20elevers%20begrepsfors

2.5 Sammendrag av teori

Jeg har nå presentert grundig to ulike hovedretninger, tradisjonell lærebokstyrt undervisning og undersøkende undervisning, når det gjelder gjennomføring av en undervisningstime. Disse blir presentert litt som ytterpunkter, men en lærer vil underveis i en time ofte variere sin gjennomføring og benytte seg av begge undervisningsformene i ulik grad. Det er likevel viktig å få frem hvilke positive sider en mer *undersøkende* undervisning kan ha, i gjennomføringen av en time. Det er i tillegg mer i tråd med både den gjeldende læreplan fra 2006, og den nye som innføres nå fra sommeren 2020.

I møte med elevene er det viktig å forberede seg på hvordan man møter dem og gjør dem gode i faget. Her kommer spesielt dialogen læreren legger til rette for, inn. Jeg har presentert to samtalemodeller, IC-modellen og åpen strategideling, som kan være behjelpelige for å planlegge for gode samtaler i en time. I min studie har jeg valgt å analysere de samtalene som viser en positiv endring i forståelse, altså de samtalene hvor jeg merker at det har skjedd en positiv endring i den matematiske forståelsen hos eleven(e). Dette kan være svært utfordrende å bedømme, men ved å høre gjennom samtale for samtale vil man på et eller annet tidspunkt se en endring. Det er nettopp disse små øyeblikkene som viser glimt av små steg, som er interessante for meg å finne. Disse øyeblikkene kaller jeg for «a-ha»-opplevelser i min analysedel. De stedene slike «a-ha»-opplevelser skjer, vil jeg framheve de aktuelle situasjonene.

Jeg har i *IC-modellen* presentert 8 ulike samtaletrekk og fra *Åpen strategideling* er det 7 ulike samtaletrekk, som alle er med på å støtte klasseromssamtaler. Begge disse rammeverkene gir meg analyseringsmuligheter for å se etter sammenhenger mellom samtaletrekk og forståelse hos elever gjennom «a-ha»-opplevelsene de har. Grunnen til at jeg har valgt *IC-modellen* og *åpen strategideling* forklarer jeg under:

- *IC-modellen* er mye anvendt i andre masteroppgaver og gjør at jeg enkelt kan sammenligne mine resultater med andre resultater. Den er også den modellen som jeg har funnet er mest dekkende for arbeidet med samtaleanalyse i matematikktimer.
- *Åpen strategideling* er en nyere analysemodell. Den er derfor ikke anvendt i særlig grad i analyser av samtaler, og det er interessant å se i hvordan den fungerer sammenlignet med IC-modellen. Den har, før den ble oversatt til norsk i 2019, blitt anvendt med utgangspunkt i den engelske versjonen, som kom i 2014, av bl.a. Kjersti Wæge ved matematikksenteret i Trondheim.

Jeg håper at jeg i min studie vil finne at den undersøkende undervisningen er gjennomført etter de retningslinjer som ligger innenfor en slik undervisningspraksis. Det vil være interessant å se på om elevene og lærer også oppfatter en slik undervisning som givende og med gode muligheter for å skape *dybdelæring*. Det å måle *dybdelæring* etter bare 3 økter kan være utfordrende, men forhåpentligvis vil jeg, etter å ha anvendt mine modeller, kunne analysere øktene og finne tilfeller av elever som er på vei mot en forståelse, i en *liminal space*.

3 Metode

I min studie har jeg undersøkt samtaler i et klasserom til en 1.-klasse videregående i matematikk 1T. Undervisningsmetoden som er brukt, er undersøkende undervisning hvor jeg har fokusert på hvilke samtaletrekk som gir en progresjon i forståelse. Jeg har i min observasjonsuke observert tre undervisningstimer på 90 minutter hver. I datainnsamlingen ble det brukt lydopptak av elever og i helklassesamtaler. I tillegg ble det notert feltnotater underveis i timene.

I kapitlet om metode vil jeg presentere de metodene som er anvendt i forbindelse med datainnsamling både før, under og etter observasjonsuken. Deretter vil jeg komme inn på troverdigheten i min undersøkelse før jeg også går inn på hvilke analyseverktøy som er anvendt. Først vil jeg repetere problemstillingen min og begrunne metodevalget mitt på bakgrunn av denne.

- Hvilke samtaletrekk er med på å skape en progresjon i forståelse for elevene?
    - Kan vi i samtaletrekkene se tendenser til terskelforståelse for derivasjon i et ukes langt introduksjonskurs?

Ettersom jeg i min problemstilling er interessert i samtaler og ulike samtaletrekk som foregår i samtalene, var det best for meg å få tilgang til flest mulig samtaler. Dette kan gjøres ganske enkelt med lydopptak og mer avansert med videopptak. For at mitt nærvær i klasserommet skulle være minst mulig merkbart, brukte jeg kun lydopptak. Thagaard (2007) påpeker at både video og lydopptak kan påvirke forskningsdeltakerne, men lydopptak er i mindre grad forstyrrende for elevene enn bruk av video. Kanskje kunne bruk av video ført til at enkelte av elevene i 1T klassen ikke ønsket å delta i undersøkelsen. Anvendelse av lydopptak var jeg helt avhengig av, da jeg ikke kunne notere ned underveis i timen samtaler i klasserommet, dette var jeg avhengig av å høre gjennom flere ganger for å bestemme når jeg hørte progresjon i forståelse hos elevene gjennom «a-ha»-opplevelser. Jeg ønsket også å observere selv slik at jeg kunne notere ned om jeg observerte samtaler som var interessante. Dette gjorde at jeg som forsker ble en passiv deltager i klasserommet. De få feltnotatene jeg gjorde underveis i timene, fokuserte på enkelte tidspunkt hvor jeg da trodde at jeg kunne høre antydning til «a-ha»-opplevelser for elevene. Dette viste seg bare delvis å stemme i etterkant, derfor utgjorde feltnotatene en liten støtte til det lydopptakene kunne gi. I forkant av observasjonsuka, var jeg innom i klasserommet og observerte undervisningen. Hensikten med dette var at elevene skulle bli vant til å se meg, og at de i selve observasjonsuka ikke skulle reagere på at jeg plasserte meg anonymt bak i klasserommet.

I metodedelen har jeg også lagt inn en del bakgrunnsinformasjon i form av resultater fra spørreundersøkelsene jeg gjennomførte i både pilotundersøkelsen og i observasjonsuken. Denne bakgrunnsinformasjonen er med på å gi et bilde av hvordan klassen er satt sammen. Mine hovedfunn kommer jeg tilbake til i senere kapitler.

3.1 Forskningsdesign

Når jeg bestemte meg for å se på samtaler i klasserommet, var det naturlig for meg å velge kvalitative metoder. For mye fokus på kvantitative data ville ikke gitt den nærheten jeg har ønsket til materialet.

Generelt kan man si at kvalitativ forskning er at vi søker forståelse for sosiale fenomener, enten via en nær relasjon til informantene ved intervju eller observasjon eller ved analyse av tekster og opptak. Kvantitativ forskning baserer seg på metoder som innebærer større avstand, og hvor man kan trekke statistiske slutninger (Thagaard T. , 2018). «Kvalitative problemstillinger er imidlertid også rettet mot å utvikle en analytisk basert forståelse av sosiale fenomener. På basis av analysen kan vi argumentere for at forståelsen av sosiale fenomener utviklet innenfor et prosjekt har overførbarhet til tilsvarende situasjoner» (Thagaard T. , 2007, s. 18). Dette passer bra med det jeg har gjennomført i min studie. Jeg er interessert i de sosiale koblingene elevene gjør med hverandre eller med lærer som kan skape grobunn for forståelse i matematikkfaget.

For å kunne svare på forskningsspørsmålene mine er jeg avhengig av å ha lydopptak av elever i tillegg til feltnotater. Jeg har i tillegg valgt å gjøre korte intervju (vedlegg 7) parvis med elever for å besvare spørsmål om undervisningen etter timene. Selv om jeg har valgt å observere og bruke kvalitative metoder, har måten jeg har analysert innholdet på, skapt kvantitative data. Disse kvantitative dataene er basert på kvalitative data. De kvantitative dataene har jeg anvendt for å telle opp antall samtaletrekk i analysedelen.

Thagaard (2018) bruker betegnelsen case-studie om en slik gjennomføring, da den baseres på kvalitative metoder. Thagaard (2018) anbefaler case-studie når det skal samles mye informasjon om få enheter. Det er vanlig at studien fokuserer på personer eller grupper. Målet med en slik studie er å oppnå rikholdig og dyp informasjon om enheten eller enhetene som studien fokuserer på. I en slik studie er det vanlig å bruke flere metoder for å samle data, både observasjon, deltakende observasjon og intervju. En *case-studie* er god når man ønsker å samle inn data i så naturlige situasjoner som mulig, i min sammenheng i undervisningstimene og direkte etter.

Et fellestrekk for både kvalitativ og kvantitativ forskning er påvirkningen en forsker har i arbeidet sitt i forskningsprosessen. Forskeren har hele tiden et mål for øye og dermed kan også forskeren påvirke resultatet av forskningen. Thagaard (2007) anbefaler at forskeren forholder seg reflektert og kritisk til de beslutninger og resultater som gjøres i forskningsprosessen.

3.2 Datainnsamlingsprosessen

For å kunne svare best mulig på forskningsspørsmålene har metoden for innsamling av data blitt vurdert på to måter. Den ene var kun lydopptak, den andre var lydopptak med video i tillegg. I tillegg var et krav fra meg at jeg skulle være observatør for å sørge for at timene gikk som planlagt, og at de lydopptakene som ble gjennomført, var pålitelige. Observasjon gir forskeren mulighet til å notere ned underveis i timene når interessante punkter av timene opptrer og det gir forskeren oppfattelse av hvordan samtalene faktisk skjedde i undervisningen. Dette gjør det lettere for forskeren å se for seg stemningen i klasserommet når lydopptakene blir gjennomgått og transkribert i ettertid.

Jeg skal videre i dette punktet forklare hvordan gangen har vært i gjennomføringen av innhentingen av data til min forskningsperiode. Under i tabell 4 er en grov oversikt.

Tabell 4: Viser grov skisse over forberedelse til observasjon

Tidspunkt	Hva	Reaksjon
August 2019	Forhørte meg om skole og klasse å aksjonere i	Fikk godkjent
September 2019	Gjennomførte en spørreundersøkelse i klassen	Fikk interessante svar
September 2019	Gjennomførte en pre-test i klassen	Lærte en del om hvordan lage undersøkende oppgaver
Oktober 2019	Informerte elever og gav ut informasjonsark som skulle signeres	Godkjent av alle

Oktober 2019	Søkte NSD	Godkjent uka før jeg skulle starte
25.november 2019	Første observasjonsdag	
28.november 2019	Andre observasjonsdag	
29.november 2019	Tredje observasjonsdag	

3.2.1 Valg av skole og trinn

Det naturlige valget av skole var en videregående skole i nærområdet mitt. Her kjenner jeg delvis til fagmiljøet, siden jeg har møtt flere av de som arbeider der, før. Dette gjorde det enkelt for meg å få innpass på skolen, og etter å ha fått godkjennelse fra avdelingsleder ble faget 1T (de som har valgt teoretisk matematikk på videregående) valgt for min undersøkelse. Jeg presenterte deretter mitt forslag til opplegg for alle 1T-lærere, og de ble gjort oppmerksomme på at jeg ønsket å følge en klasse spesielt, men også observere i de andre klassene. I september 2019 ble det så gjennomført en pilotundersøkelse (se 3.2.2) sammen med et kort spørreskjema (vedlegg 9) hvor jeg ønsket å kartlegge hvilke typer undervisningsformer de kjenner til, og i hvor stor grad undersøkende undervisning har vært brukt på ungdomsskolen. I forkant av hovedundersøkelsen ble undervisningsopplegget delt og diskutert sammen med kollegaer på den videregående skolen. Etter å ha lagt fram endelig opplegg for alle 1T-lærerne, var flere positive til å prøve ut undervisningsopplegget, og jeg fant raskt en klasse jeg kunne følge. I den klassen ble det sendt ut et infoskriv som de måtte godkjenne. Det ble i tillegg søkt NSD for godkjennelse (se vedlegg 4.1).

3.2.2 Pilotundersøkelsen

Som nevnt gjennomførte jeg i september 2019 en liten pilotundersøkelse (se vedlegg 2) i klassen jeg senere skulle følge. Undervisningsopplegget ble laget over to økter, med temaet *førstegradsuttrykk*. Jeg konfererte med faglærere ved den videregående skolen før gjennomføringa. Elevene i den aktuelle klassen gjennomførte deretter opplegget med faglærer. Jeg som forsker forholdt meg passiv i klasserommet, og det var ikke gitt noen ekstra beskjed om at det var jeg som hadde laget opplegget. Det ble ikke gjennomført noen lydopptak her, siden jeg enda ikke hadde søkt NSD om tillatelse. Det ble bare fortalt i forkant av pilotundersøkelsen at det skulle være et forskningsprosjekt senere.

I forbindelse med pilotundersøkelsen gjennomførte jeg og faglærer en frivillig spørreundersøkelse (se vedlegg 9). Dette gav noen interessante funn, spesielt knyttet til hvilke undervisningsformer de var kjent med. I klassen var det på den tiden 15 elever. Én elev var ikke tilstede ved gjennomføringa av spørreundersøkelsen. Ettersom jeg gjorde denne undersøkelsen anonymt, er det altså 14 tilgjengelige svar jeg forholder meg til.

Av svar på spørreundersøkelsen var det mest interessante knyttet til hvordan en typisk matematikktime fra ungdomsskolen er. Her svarte samtlige stort sett det samme. Et typisk svar er «*På ungdomsskolen startet læreren ofte med å fortelle hva vi skulle ha om, og vise noen oppgaver på tavla og løse disse. Etter det fikk vi oppgaver som vi skulle gjøre selv. Til slutt gjennomgikk han oppgavene.*» Elevene fikk i oppgave å fordele tidsbruken på en time, det er veldig gjennomgående 1/3 av tiden i den første delen, ½ av tiden til eget arbeid og til slutt 1/6 av tiden til fellesgjennomgang av oppgavene. Dette viser at elevene er godt kjent med den undervisningsformen jeg har kalt for *tradisjonell lærebokstyrt undervisning* (se delkapittel 2.1.1).

På spørsmål om hvor gode kunnskaper de innehar i matematikk, svarer de i gjennomsnitt 6,7 på en skala fra 1-10. På spørsmål om sin interesse for faget svarer de 6,8 i snitt på skala 1-10. Til slutt i undersøkelsen spør jeg om deres kjennskap til undersøkende undervisning, og her viser det seg at ingen har kjennskap til det begrepet. Det trenger allikevel ikke å bety at de ikke har hatt den type undervisning før. Elevene kommer fra forskjellige ungdomsskoler i nærområdet, og det er derfor feil av meg å trekke bastante slutninger fra undersøkelsen. Av egenopplevd erfaring har elever en tendens til å «glemme» tidligere undervisningsmetoder.

En slik pilotundersøkelse var nyttig å gjennomføre på forhånd, da jeg ville sikre meg om at opplegget jeg lagde, faktisk var utforskende, og at det la opp til gode dialoger mellom elevene og lærer. Av erfaringer jeg tok med meg, var spesielt det at man som lærer enkelt faller i en «fallgruve» og leder elevene litt for mye på det sporet man ønsker. Deretter man lager oppgaver som blir for konkrete og forutsigbare. Det å lage gode undervisningsopplegg over en 3-økters periode, krever god tålmodighet og utprøving. Her fikk jeg nyttig dialog med de andre lærerne på den videregående skolen jeg besøkte.

3.2.3 Hovedundersøkelsen

Hovedundersøkelsen ble gjennomført i slutten av november 2019. På forhånd var både informert samtykkeskjema (se vedlegg 3) levert ut til elevene og godkjent av alle elever i den aktuelle klassen, samt godkjennelse av NSD (se vedlegg 4.2) for gjennomføring av innsamling av data. Undervisningsopplegget (se vedlegg 1) ble gjennomført med meg som observatør i en 1T-klasse, mens tre andre 1T-klasser også gjennomførte opplegget i sine klasser. Her var jeg bare sporadisk innom og observerte. Opplegget som ble gjennomført, ble gjennomgått både med kollegaer ved den videregående skolen og med andre fagpersoner i matematikk. Dette var med på å sikre at opplegget skulle være undersøkende, og i passe progresjon fagmessig. Ettersom undersøkelsen markerte oppstarten på temaet rundt derivasjon, var det nødvendig å sikre at opplegget ikke ble for vanskelig eller for enkelt. Elevene hadde dermed få forkunnskaper i emnet fra før og stilte dermed «på bar bakke» i undervisningen. Fordelen med å starte fra begynnelsen av et tema er at elevene kan komme med et bredere spekter av løsninger og tenkemåter. De har på forhånd ingen innlærte metoder for å finne den deriverte av et funksjonsuttrykk.

I forskningsstudien min var jeg interessert i å se hvordan elevene skaper progresjon i forståelse i samtaler med hverandre eller med lærer. Jeg ønsket derfor at elevene skulle sitte to og to sammen. En gruppe ble på tre for å få 15 elever til å gå opp. Hensikten med oppgavene var at de skulle skape muntlig aktivitet mellom gruppemedlemmene. Elevene hadde på dette tidspunktet gått 3 måneder i klasse sammen og var etter hvert trygge på hverandre. Dette gjorde arbeidet med å sette dem sammen i grupper enklere. Det var også ikke ønskelig å konstruere grupper som skulle være mer aktive for oppgavens del. Forskningsmessig ønsket jeg meg et mest mulig representativt utvalg av elever i gruppene som skulle følges med lydopptak. Kvalitativ forskning fokuserer også på et lite utvalg av elever, og dermed blir dataene mer detaljerte enn ved kvantitativ studie (Thagaard, 2007).

Før hver time ble det klargjort 3 lydopptaksbord hvor jeg fikk tatt opptak av den gruppa som ble plassert der. Jeg og faglærer valgte ut før hver time hvilke grupper som skulle sitte hvor. Jeg bestemte at en av gruppene skulle følges hver gang. De andre to gruppene som skulle følges, ble tilfeldig bestemt av meg og faglærer rett før hver time. Jeg var her opptatt av at det skulle være likt for alle. Ettersom alle i klassen hadde bekreftet at de kunne være med på opplegget, var det fint at de selv også oppfattet det som mer eller mindre tilfeldig hvem som ble valgt til lydopptak hver gang. I etterkant kan man si at det nok hadde vært best å følge tre grupper fast hver gang, eller i det minste to. Da ville det vært mulig å følge «a-ha»-opplevelsene tydeligere fra gang til gang, ettersom progresjonen er noe av det sentrale i min oppgave. Det viste seg i ettertid at opptaket av de som var på den faste gruppa ikke ble gjennomført teknisk korrekt, ved at den ble kryptert på ei datalagringsmappe som ble opprettet feil. Dette gjorde at samtalene fra denne gruppa ikke har latt seg transkribere. Jeg oppfatter likevel at det materialet jeg sitter igjen med, er godt.

Under viser tabellen hvordan tidsbruken ble fordelt underveis i undervisningstimene.

Tabell 5: Viser fordeling i tidsbruk i de 3 undervisningsøktene som ble fulgt

Hva	Økt 1	Økt 2	Økt 3
Oppstart av timen	0-12 min	0-3 min	0-9 min
Gruppearbeid	13-66 min	4-62 min	10-63 min
Felles gjennomgang	67-92 min	63-91 min	64-93 min

Første time etter hovedundersøkelsen i klassen fikk elevene på nytt et spørreskjema (se vedlegg 10). Dette ble nå besvart av de 15 elevene som gjennomførte opplegget i timene. Det gav også noen interessante funn.

Første spørsmål var at elevene skulle komme med 2 positive og 2 negative opplevelser med perioden de hadde med fokus på undersøkende undervisning. Her svarte 10 elever at de syntes timene var annerledes enn vanlig, mens 5 elever opplevde ingen forskjell fra «vanlig» undervisning. 8 elever har kommentert at de syntes det var vanskelig å henge med ettersom det var lite forklarende informasjon i starten av øktene. 9 elever har kommentert at de syntes det var gøy og at det skjønte litt etter hvert.

3.2.4 Intervju med elever og lærere

Etter hver undervisningsøkt gjennomførte jeg et intervju med et av parene som var med i et av lydopptakene (vedlegg 7), i tillegg til faglærer (vedlegg 8). Jeg hadde et fast intervjuskjema som jeg brukte hver gang. I tillegg ble de andre lærerne som gjennomførte undervisningsopplegget, intervjuet. Her var målet mitt å høre hvordan de opplevde den muntlige aktiviteten i timene, gjerne sammenlignet med en «vanlig» time. Jeg hadde også mulighet til å komme med oppfølgingsspørsmål til noen av utsagnene de kom med. Det var interessant å be elevene sette ord på erfaringene de hadde med undervisningsformen, rett etter timene. I tillegg var det fint i ettertid når jeg hørte gjennom opptakene at jeg fikk det korrekte inntrykket av det de opplevde i timen. Thagaard (2007) anbefaler intervju for å bekrefte eller avkrefte, gjennom ord, det som er blitt observert i timene. Intervjuguidene ble laget ganske strukturerte, slik at jeg kunne få svar på det jeg ønsket på forhånd. I ettertid ser jeg muligens at dette kunne vært gjort annerledes og bedre. Jeg vil i kapittel 6.3, under feilkilder, diskutere hva jeg kunne tenkt meg å ha gjort annerledes.

Elevene ble intervjuet sammen parvis, da jeg ønsket å skape trygghet hos dem. En situasjon alene med meg som forsker kunne fort føltes fremmed for dem, og i tillegg ville jeg legge til rette for en eventuell samtale mellom elever i intervjuene. Lærerintervjuet ble også gjennomført direkte etter timene på samme måte hver gang. Jeg som forsker var opptatt av at spørsmålene skulle ha matematikkforståelsen i fokus og ikke lærerens prestasjon i timen.

I min forskningsoppgave har jeg brukt intervjuene med elever eller lærer i mindre grad. De ble mest brukt som dokumentasjon for meg som forsker på at undervisningen foregikk som forventet, og at det ikke var nødvendig med endringer av opplegget underveis. Enkelte elevutsagn kommer jeg med senere i oppgaven. Lærerutsagnene gav lite data, og jeg har valgt å ikke ta dem med i oppgaven.

3.3 Bearbeiding og transkripsjon

Gjennom en transkripsjonsprosess prøver forskeren å være så nøytral som han kan. Ettersom jeg har bearbeidet mitt eget datasett vil det likevel ha en påvirkning hvilket verdisyn jeg har, og hvilket resultat som er ønsket. Det å kunne transkribere slik at de muntlige poengene kommer fram, er en stor utfordring. «Et velformulert muntlig uttrykk kan virke usammenhengende og preget av gjentakelser når det transkriberes direkte» (Kvale & Brinkmann, 2015). Kvale og Brinkmann (2015) går så langt som å sammenligne med det man i den hermeneutiske tradisjonen kaller oversettere: *taduttori tradiore* – det betyr oversettere er forrædere. Jeg har også merket i min vei fra lyd til tekst utfordringen med å få skrevet ned slik at flere får oppleve de små glimtene av «a-ha»-opplevelser som forekommer i samtaler mellom eller hos elever. Kroppsspråk, holdninger og ironi er vanskeligere å få med. Gjerne er det *fakter* hos elevene som er med på å bidra til forsterkning av det øyeblikket når elevene opplever et steg på veien mot bedre forståelse. En samtale er et sosialt samspill hvor stemmeleie og kroppsspråk fremtrer umiddelbart for deltakerne i samtalen, men ikke for dem som leser utskriften av det transkriberte (Kvale & Brinkmann, 2015). Lydopptak blir en abstraksjon fra den virkeligheten opptaket var fra. Derfor har jeg i de situasjonene som jeg har beskrevet i kapittel 4, prøvd å gjenskape de elementene for leseren. Dette gjør at leser også kan få et innblikk i de «a-ha»-opplevelsene som elevene har.

Jeg transkriberte alle 6 opptakene fra timene som var tilgjengelige. Som nevnt ble 3 av opptakene utilgjengelige etter kryptering, noe som gjorde at materialet ble litt tynnere enn håpet. I tillegg transkriberte jeg 3 opptak med lærer og 3 opptak med elever etter hver økt. Jeg transkriberte i programmet NVivo som egner seg godt for transkripsjon. NVivo har gode muligheter for å kode underveis i transkriberingen, slik at man raskt kan få oversikt over de stedene som i mitt tilfelle har vært interessante.

I transkriberingen har jeg prøvd å skrive mest mulig ordrett det elever har sagt. Mitt mål er at det skal være så likt som mulig det som oppleves i situasjonen. Hvor elever snakker og tar en liten pause i teksten, har jeg valgt å bruke (…). For lengre pauser (>5sek) har jeg valgt å la det være nytt utsagn.

Etter den første delen hvor jeg bare transkriberte, begynte prosessen med å velge ut de samtalene som kunne vise tegn til positiv endring i forståelse. Etter å ha gjennomført den første utvelgelsen hørte jeg gjennom alt materialet på nytt og markerte for meg selv de stedene hvor jeg opplevde progresjon. Det ble til slutt det materialet jeg har tatt utgangspunkt i, korrelasjonen mellom de to gjennomgangene ble svært god. Til slutt endte jeg opp med totalt 74 steder hvor jeg har funnet det jeg kaller for «A-ha»-opplevelser i mitt materiale.

3.4 Reliabilitet og Validitet

Det å kunne bestemme troverdigheten i forskningsmaterialet er svært viktig. Jeg tar utgangspunkt i et materiale som bare jeg som forsker har tilgang til. Jeg er derfor avhengig av å presentere godt den tilnærmingen jeg har gjort til materialet mitt og gjøre rede for de valgene jeg har gjort i forskningsprosessen. Begrepet reliabilitet karakteriserer Thagaard (2007) med utgangspunkt om en annen forsker ville fått det samme resultatet, ved de samme metodene. Altså at mine svar kan la seg reprodusere, det kan allikevel vise seg at to forskere som hører det samme merker seg ulike ting. Validitet er et mål på gyldigheten til forskningen. Det omhandler om resultatene som vises til er troverdige og er datamaterialet og metodene som er anvendt gode for å finne svar på forskningsspørsmålet.

3.4.1 Reliabilitet

Reliabilitet handler om hvor godt og nøyaktig arbeid forskeren har gjort i forbindelse med undersøkelsen. Er observasjonene som er gjennomført presise og er de dataene jeg har kommet fram til etterprøvbare. Datainnsamlingen av data ble planlagt og gjennomført så naturlig som det lot seg gjøre, for hver økt. Uten noen form for opptak ville jeg ikke hatt mulighet til å gå i dybden på samtaleanalysebiten og ikke kunne besvart forskningsspørsmålet. Jeg valgte med utgangspunkt i minst mulig inngripen i elevenes vanlige skoletime en diskre lydopptaker på enkelte bord. Min opplevelse av timene var at elevene ble raskt vante med lydopptakeren. Med de opptakene og feltnotatene jeg gjorde, føler jeg at det materialet jeg har endt opp med, er godt dekkende for det som skjedde i timene. Jeg vil i oppgaven min være åpen om datainnsamlingen og beskrive tydelig de valgene jeg har gjort.

Mitt datamateriale baserer seg altså på tre økter som er gjennomført av faglæreren som har klassen. Undervisningen i observasjonsuka har vært lik den vanlige undervisningen som elevene er vante med i faget 1T fra før. I forkant har jeg kommunisert mye med faglæreren for å forsikre meg om at det blir drevet samme type undervisning som i selve innsamlingsøktene. Opplegget som er laget for *observasjonsuka* har altså vært på bakgrunn av å videreføre undervisningen som faglærer allerede har drevet i den aktuelle klassen. Jeg har selv laget undervisningsopplegget til de tre øktene med tilbakemeldinger fra både faglæreren og andre 1T-lærere ved skolen. I tillegg har fagpersoner jeg kjenner til, fått opplegget og diskutert undervisningen med meg.

Selve utvelgelsen av hvilke steder elever får en «a-ha»-opplevelse er utfordrende. Det er selvsagt ikke enkelt å gjøre det på et skriftlig materiale, men man må ha lyden av elevene for å bekrefte dette. I hovedsak mener jeg at det materialet jeg har endt opp med, faktisk stemmer godt overens med virkeligheten. Etter å ha valgt ut de stedene jeg opplevde at elevene fikk en positiv endring i forståelse, var arbeidet med kategoriseringen av samtaltrekkene i gang. Her har jeg gått gjennom materialet mitt flere ganger og har dermed fått god bekreftelse av at mitt valg av kategorier er det rette. Jeg har med hjelp av en ekstern fagperson på området fått hjelp til å komme fram til hvilke kategorier som passer for de ulike «A-ha»-opplevelsene. Dette øker min reliabilitet. Prosessen med å velge kategorier, i mitt tilfelle både i *IC-modellen* til Alrø og Skovsmose (2002) og *åpen strategideling* til Kazemi og Hintz (2019), har vært lærerik. Det er ofte slik at enkelte samtaler nok havner innenfor flere kategorier. Her har da arbeidet gått ut på å velge den mest dominerende i den aktuelle situasjonen. I kapittel 4 kommer en utdypende analysedel hvor jeg går gjennom de ulike samtaletrekkene og viser til eksempler i hver av de ulike samtaletrekkene.

I flere andre lignende studier har jeg lest om forskere som har valgt ut enkelte elever på grunnlag av nivå, eller plukket ut kun deler av klassens elever på egen gruppe for å være skjermet. En slik utvelgelse har ikke jeg ønsket og har heller ikke gjennomført det i min studie. Her har hele tiden ønsket om en mest mulig troverdig elevsituasjon vært utgangspunktet. Når det gjelder utvelgelsen av elever som skulle på lydopptak, var disse ikke basert på hverken nivå fagmessig eller sosiale ferdigheter. Ønsket var et mest mulig bredt spekter av en vanlig skoleklasse i en mest mulig normal skoletime uten spesielt fokus på at de var informanter for meg. En slik målsetting skaper også en bedre reliabilitet i mine data.

3.4.2 Validitet

Validitet går ut på å vurdere materialets gyldighet (Kvale & Brinkmann, 2015). Kan resultatene jeg har funnet, representere den virkeligheten jeg har observert. Jeg har i mitt materiale et utvalg som jeg kan trekke enkelte slutninger fra. Det finnes også andre som har forsket på lignende situasjoner, tre av dem, Risa (2019), Varhol (2017) og Wittek (2019), kommer jeg til å sammenligne en del med. Kvale & Brinkmann (2015) framhever at validitet i en transkripsjonsprosess kan være svært utfordrende. To ulike transkribenter kan legge vekt på helt ulike momenter i en samtale. Forskeren kan allikevel styrke validiteten ved å være åpen om hvordan forskningen er praktisert og hvordan forskeren har valgt ut de ulike samtalene for «a-ha»-opplevelsene. For å styrke validiteten har jeg i hvert delkapittel i analysedelen med utdrag av elevsamtalene der jeg viser eksplisitt hvordan jeg har analysert samtalene. Dette vil slik bidra til transparens og en troverdig forståelse av forskningen.

Jeg har i tillegg valgt å se på om «a-ha»-opplevelsene blir bekreftet i form av en bekreftende setning som viser at eleven faktisk har hatt en progresjon i forståelse. Dette både øker oppgavens reliabilitet og validitet.

3.4.3 Utfordringer

En ting jeg har måttet ta stilling til, er hvordan min tilstedeværelse og bruk av lydopptaker har påvirket elevene i sin oppførsel i timene. Jeg føler, etter å ha hørt gjennom materialet og opplevd hvordan elevene var i timene, at de raskt «glemte» at de var under oppsyn. Jeg tror nok at bruk av videokamera ville skapt dårligere data for meg. Jeg som person forholdt meg stille og var ikke tilgjengelig som medlærer i timene. Dette gjør at timene mest mulig foregikk med mest mulig realistisk lærertilgang. Jeg kunne nok flere ganger ha grepet inn og bedt elever om å konsentrere seg om faget og ikke nødvendigvis latt de diskutere hva de skulle gjøre på kvelden, eller hva de skal gjøre i kroppsøvingstimen senere på dagen. Som forsker har jeg ikke tilknytning til noen av elevene som er undersøkt i observasjonsuka.

3.5 Metodekritikk

En av de største utfordringene som jeg møtte på, var knyttet til at jeg ikke hadde gjennomført lydopptak i klasserommet før og lagt det korrekt inn i datamaskinen jeg brukte til transkribering. Hadde jeg gjennomført dette på forhånd, hadde jeg nok hatt et større repertoar av samtaler å analysere.

Selve oppgaveformuleringene har nok også vært utfordrende å treffe nøyaktig med. Selv med veiledning av eksterne fagpersoner har elevene fortsatt hatt utfordringer med å forstå oppgavene på nøyaktig den måten jeg som forsker hadde håpet. Mye av utfordringen her var også at jeg muligens hadde sett for meg at elevene i større grad skulle arbeide først hver for seg og deretter sammen om oppgavene. Det ble ofte slik at når elevene skulle velge funksjonsuttrykk (se vedlegg 1, oppgave 2), så valgte begge to på gruppa den samme. Dette gjorde at drøftingen om likheter og ulikheter ikke ble helt optimalisert.

Utvalg av gruppe kan også være kritikkverdig. Jeg har valgt de som ønsker teoretisk matte og som dermed kan tenke seg å fortsette med matematikk. Det kunne vært spennende å se på de som har valgt praktisk matematikk på studieforberedende eller på yrkesfaglig retning i stedet.

I arbeidet med å kategorisere samtalene har jeg gått gjennom de 74 stedene hvor jeg opplever «a-ha»-opplevelser flere ganger. Selv i tredje og fjerde gjennomgang flyttet jeg enkelte samtaler mellom ulike samtaletrekk. Jeg har fått gjennomgått alle stedene med en ekstern fagperson, men kunne nok styrket dette med flere fagpersoner på området.

Feilkildene som jeg har, er ganske vanlige i et kvalitativt materiale. Jeg ønsker å legge fram det jeg har, så presist som det fremstår for meg, som mulig. Det vil allikevel ikke være til å unngå at det kan forekomme feil i et slikt forskningsarbeid.

4 Analyse

Jeg har, etter å ha hørt gjennom alle samtalene og transkribert det materialet jeg har, valgt å dele analyseringen i to. Den første delen og den delen jeg vektlegger mest, er den hvor elevene kommer med sine «a-ha»-opplevelser, det skjer spontant og gjerne i en kort setning. Jeg er opptatt av å se på i hvilke sammenhenger disse «a-ha»-opplevelsene dukker opp. Her har jeg valgt å kun se på samtaletrekk fra *IC-modellen*. Dette gjorde jeg fordi jeg etter første gjennomgang ikke fant samtaletrekkene fra *åpen strategideling* like tydelige som de fra IC-modellen i den delen. Det å velge IC-modellen som analyseverktøy for «a-ha»-opplevelsene gjør at jeg også kan sammenligne de resultatene jeg har, med det Varhol (2018) gjorde i sin masteroppgave hvor hun fant *nøkkelutsagn* med å anvende IC-modellen. I hennes analyse kom hun fram til at kategoriene *å advokere* og *å oppdage* var de mest framtredende. Jeg synes derfor det var interessant å se om jeg fikk tilsvarende resultater. Jeg har i mitt materiale funnet de to nevnte i tillegg til *å identifisere* og *å evaluere* oftest blant «a-ha»-opplevelsene.

Et tillegg som jeg ønsker å gjøre i min første del, er å markere de utsagnene som blir *bekreftet*. Dette er et nytt element som jeg ønsker å få inn i min analyse. Dette innebærer ikke bare at elevene kommer med en «a-ha»-opplevelse, men bekrefter også denne med ord eller setninger som viser at eleven faktisk har forstått. Det kan være i mitt materiale at elever «later som» de forstår, og at det dermed blir registrert som en «a-ha»-opplevelse. Jeg vil derfor legge til elementet *bekrefte*, da jeg oppfatter disse «a-ha»-opplevelsene sterkere enn de ville vært uten en bekreftende setning eller ord etterpå.

Den andre delen av analysen vil være det samtaletrekket som jeg oppfatter kommer i forkant av selve «a-ha»-opplevelsen. Her er det gjerne noe som utløser «a-ha»-opplevelsen. Det er ofte en lærer eller medelev som kommer med et ord eller en setning, men kan også være at eleven oppdager noe på egenhånd. I denne delen opplevde jeg faktisk at modellen hos Kazemi og Hintz (2019) *åpen strategideling* passet bedre enn IC-modellen til Alrø og Skovsmose (2002). Jeg prøvde først ut IC-modellen i forkant av «a-ha»-opplevelsen, men følte at det var vanskelig å plassere korrekt i kategorier. Det ble mer ryddig for meg å anvende to atskilte rammeverk. Dette gjør at jeg enklere kan skille mellom de to ulike delene i analysen. Jeg kommer mer tilbake til hva jeg tenker om dette i drøftingen i kapittel 5.

Jeg ser det som en styrke i min oppgave at jeg både ser på samtaletrekk forut for selve «a-ha»-opplevelsen og i selve «a-ha»-opplevelsen. Dette kan kanskje gjøre at lærere og elever enklere kan hjelpes til å få slike opplevelser. Det er allikevel ikke mitt mål at dette skal være en rask guide til hvordan en skal oppnå forståelse i faget. Det er svært mange andre momenter og samtaletrekk som ligger til grunn for forståelse og framgang i faget. Dette vil jeg diskutere mer i kapittel 5. og 6.

I underkapitlene til 4.2 og 4.3 vil jeg gjennomgå gode eksempler som jeg har fra de samtalene jeg har i mitt materiale. Jeg vil der vise til hvor mange av hvert samtaletrekk som jeg finner i det materialet jeg har. Jeg har i prosessen med å finne rett samtaletrekk hørt igjennom og transkribert materialet først. Deretter har jeg markert de stedene jeg har opplevd en «a-ha»-opplevelse, med spesielt å høre på tonefallet hos elevene. Når man hører igjennom samtalene, vil man høre forskjeller i tonefall hos elever når de plutselig oppdager et framskritt i forståelse. Dette tonefallet vil ikke bli like tilgjengelig når det er skriftliggjort. Jeg vil prøve å sette leseren inn i den aktuelle situasjonen i de eksemplene jeg har, jeg vil også markere innhold som er viktig i forhold til «a-ha»-opplevelsene i samtalene.

4.1 Forekomster av samtaletrekk

I det følgende gis en oversikt over de samtaletrekkene som er registrert i min analyse. Den første tabellen (se tabell 6) viser fordelingen av samtaletrekk fra IC-modellen til Skovsmose og Alrø (2002) i forbindelse med en «a-ha»-opplevelse. I mitt materiale har jeg registrert totalt 74 slike «a-ha»-opplevelser. Av de 74 «a-ha»-opplevelsene er 39 det jeg vil kalle for bekreftende. Det vil si at eleven som har en «a-ha»-opplevelse, bekrefter ved hjelp av et ord eller en setning at han/hun har hatt en progresjon i forståelse.

Tabell 6: Viser forekomsten av samtaletrekk fra IC-modellen i «a-ha»-opplevelsene

Hva	Antall	Bekreftelse
Å kontakte	1	0
Å oppdage	17	9
Å identifisere	13	5
Å advokere	13	10
Å tenke høyt	8	4
Å reformulere	8	5
Å utfordre	3	0
Å evaluere	11	6
Totalt	74	39

Jeg vil i kapittel 4.2 gå gjennom hvert enkelt samtaletrekk og vise eksempler på hvordan de opptrer i samtaler mellom elever og mellom elever og lærer. Det er viktig å merke seg at de samtaleregistreringene jeg har gjort her, alle er knyttet til «a-ha»-opplevelser og på ingen måte symboliserer hvor mange av de ulike samtaletrekkene som foregår totalt i undervisningstimene.

Risa (2019) har i sin masteroppgave registrert samtlige samtaletrekk i undervisningstimene og han fant blant annet at *å kontakte* var hyppigste samtaletrekk med 38 % av tilfellene. I mitt datasett opptrer det *å kontakte* kun 1 av 74 ganger (1,4 %). Det motsatte kan man se for *å identifisere* som i Risa (2019) sitt datasett opptrer kun 1 % av tilfellene, mens i mitt representerer det 13 av 74 ganger (17,6 %). Det viser altså at enkelte samtaletrekk ikke nødvendigvis er koblet direkte til progresjon i forståelse, men er allikevel ofte representert i undervisningstimene. Her skal det nevnes at Risa (2019) ikke har brukt den samme undervisningsmetoden som meg. Det er allikevel likheter mellom hans materiale og mitt som gjør at jeg ønsker å sammenligne våre resultater.

I tabellen under (se tabell 7) ser vi fordelingen av samtaletrekk fra Kazemi og Hintz (2019) sine *Samtaletrekk for å støtte klasseromssamtaler* i forkant for selve «a-ha»-opplevelsen til elevene.

Tabell 7: Viser forekomster av samtaletrekk fra åpen strategideling i forkant av «a-ha opplevelsen»

Hva	Antall
Gjenta	6
Repetere	3
Resonnere	27
Tilføye	9
Tenketid	3
Snu og snakk	15
Endre	6
Totalt	69

Denne registrerer totalt 69 slike foranledninger til «a-ha»-opplevelsen. Det er altså 5 færre enn hva jeg fant i tabell 6. Grunnen er at flere «a-ha»-opplevelser kom i samme situasjon, altså har samme foranledning. Jeg har valgt å ikke se på hvor mange av de samtaletrekkene som har blitt bekreftet i etterkant av «a-ha»-opplevelsene, dette har jeg forbeholdt IC-modellen. Alle samtaletrekkene til Kazemi og Hintz (2019) er registrert i datasettet. Wittek (2019) gjennomførte en analyse etter samme samtalemodell.

Wittek (2019) har sett på en 5.-klasse i grunnskolen i 3 etterfølgende matematikktimer. Det er derfor ikke helt korrekt å sammenligne våre resultater, uten tanke på at hun har sett på en 5.-klasse som nok har mer fokus på helklassesamtaler enn nødvendigvis elever på videregående skole, hvor det er mer fokus på elevsamtaler. Hun har også kun sett på tilstedeværelsen av samtaletrekk i timene og ikke knyttet dem til progresjon i forståelse. Hun har funnet totalt 43 samtaletrekk i sin analyse av timene, hvor *gjenta* (10), *repetere* (4), *resonnere* (17), *tilføye* (6), *vente* (1), *snu og snakk* (4) og *endre* (1) er representert. Det er tydelig i hennes analyse at også der er *resonnere* det mest brukte trekket. Det er allikevel liten grunn til å sammenligne for mye de resultatene jeg og Wittek (2019) har funnet, siden sammenligningen med Risa (2019) med IC-modellen viste at det var lite samsvar mellom antall tilstedeværende samtaletrekk og de samtaletrekkene som er i forbindelse med «a-ha»-opplevelser. Det er allikevel interessant å ha med flere forskningsarbeid i drøftingen om dette i kapittel 5. og 6.

Jeg har i de følgende kapitlene anonymisert alle navn på elever i klassen. Gutter har fått nye guttenavn og jenter nye jentenavn.

4.2 Progresjon i forståelse i «a-ha»-opplevelsene

Det er spennende de gangene man føler elevene tar steg på vei mot forståelse. Der de kommer med «Aj, det forstod jeg», «Åh, er det så enkelt» eller «Nå ga det mening». Slike utbrudd er de en lærer leter etter i sin undervisning, og som bidrar med både selvtillit til lærer og til elev. Jeg skal under vise eksempler på slike samtaler som bidrar til å belyse slike framsteg i forståelse.

4.2.1 Forståelse med å kontakte

Det å kontakte i ei gruppe er gjerne det første steget man gjør i en samtale eller oppgave (Alrø & Skovsmose, 2002). Det handler om å gjøre seg klar for en undersøkende oppgave, mer enn selve det å vise progresjon i forståelse. Derfor er det kanskje den kategorien som lettest blir underrepresentert i et slikt datasett som jeg har. Jeg har bare funnet et sted hvor jeg har ment at selve kontakten oppleves som «a-ha»-opplevelse.

I eksemplet under arbeider elevene med å lage et generelt uttrykk for en lineær funksjon på formen h(x) = cx+d.

> Lærer: *Så c er det tallet i stedet for bokstaven c da. Når det står et tall. Det forteller hvor mye det stiger for hver x verdi.*
>
> Julie: *Åja. Åja, da skjønte jeg det.*

Her benytter lærer seg av å kontakte når han trer støttende til, og bidrar til at eleven får en kort og grei forklaring. Her får Julie forklart overgangen fra det generelle uttrykket de gjerne møter som f(x) = ax+b, til et mer «ukjent» h(x) = cx+d. Skovsmose og Alrø (2002) viser til *å komme i kontakt* når elever eller lærere går inn i hverandres perspektiver for å lage en forutsetning for å kunne samarbeide. Her klarer lærer å løfte Julie opp på et slikt nivå at hun nå kan samarbeide godt med de andre på gruppa si. De var ikke i stand til å få Julie til å forstå godt nok, da de selv ikke hadde god nok forståelse.

4.2.2 Forståelse med å oppdage

Ofte vil man oppleve som lærer at elever svarer bare det som kommer raskest til dem uten å reflektere noe særlig over det man sier. Skovsmose og Alrø (2002) viser til at *å oppdage* gjerne er situasjoner hvor vi har en undrende stemning, elevene arbeider med spørsmål hvor oppgavene ikke er gitt noe svar på forhånd. Elevene skal uttrykke sitt perspektiv og gjøre perspektivet sitt tilgjengelig til diskusjon i gruppa. I arbeidet med *å oppdage* undersøker elever muligheter og prøver ut ting. Varhol (2017) valgte i sin masteroppgave å dele opp *å oppdage* i underkategoriene *spørsmål* og *forslag*. Jeg har selv ikke sett behovet for denne oppdelingen.

Under ser vi et eksempel hvor Anders *oppdager* en sammenheng i en oppgave hvor de skal undersøke hvordan stigningstallet til funksjonen h(x) = 0.25 x^2 utvikler seg med stigende x-verdi.

> Anders: *Stigningstallet endrer seg jo*
>
> Birger: *Ja*
>
> Anders: *Da bør vi også forklare hvorfor egentlig*

Her ser vi at Anders får en «a-ha»-opplevelse i det han *oppdager* at stigningstallet til en andregradsfunksjon faktisk endrer seg. Tidligere har elevene kun sett på lineære funksjoner, og dermed er det en ny verden som Anders trer inn i. Skovsmose og Alrø (2002) viser til at situasjoner hvor elever *oppdager,* skaper eierskap til prosessen, da elevene selv finner sammenhenger. Dette står i motsetning til situasjoner hvor lærer forklarer for elevene, noe som er mer vanlig i den tradisjonelle lærerbokstyrte undervisningen.

Skovsmose og Alrø (2002) viser til at læreren kan få elevene inn i en undrende og oppklarende situasjon ved å stille «hva om»-spørsmål. Et eksempel på en slik situasjon som skaper en «a-ha»-opplevelse har jeg under. Her har elevene og lærer kommet til fellesdelen av timen. Elevene har arbeidet godt med lineære funksjoner og navn som konstantledd og stigningstall er kjente. Nå er lærer mer opptatt av vekstfarten i et punkt på grafen.

> Lærer: *Hva kan dere si om vekstfarten der?* (spør ut i klasserommet)
>
> Per: *Den øker og så treffer den toppunktet, og da er det ikke vekstfart og deretter synker den*
>
> Anders: *Synker ganske kraftig ja.*
>
> Per: *Ja*
>
> Anders: *Så den øker ganske kraftig, den er ganske bratt og så slakker den og så synker den*
>
> Per: *Ja*
>
> Anders: *Så det er det som er vekstfart, ja da forstår jeg*

Her viser det seg at Per har en god ide om hva vekstfart er og han får formulert det slik at også Anders forstår og henger seg med i resonneringen til Per. Anders bekrefter at han har gjort en *oppdagelse* i sin siste kommentar her ved å bekrefte at han har nå har forstått hva vekstfart er. Dette stemmer godt med punktet *oppdage*, eleven beveger seg i sin nærmeste utviklingssone (Vygotsky, 1978) og får hjelp av medelever til å ta det neste steget i forståelse.

4.2.3 Forståelse med å identifisere

Steget videre fra *å oppdage* er *å identifisere*. Her anvender man de oppdagelsene man har gjort, til å finne det matematiske innholdet. Her har gjerne fokuset endret seg fra «hva» til «hvorfor» hos elevene. Gjerne blir det som er *identifisert* brukt som en ressurs for videre undersøkelser, ofte ved en endring av det dagligdagse språket til mer matematiske termer (Alrø & Skovsmose, 2002).

I mitt første eksempel er situasjonen at to elever har laget seg hver sin lineære funksjon, de skal deretter drøfte likheter og ulikheter mellom deres funksjoner. Her har tydeligvis de to elevene valgt to eksempler med likt stigningstall.

> Julie: *Vi tok de jo helt parallelle, så b ble litt vanskelig.*

Her har Julie identifisert en utfordring underveis i oppgaven, og hun uttrykker det med matematiske termer. Dette er i samråd med Alrø og Skovsmose (2002) sine tanker rundt *å identifisere*, Julie har tydeligvis fått et klart perspektiv på det hun har foran seg. Selv om det å finne parallelle linjer ikke er et av målene for timen, er det allikevel sentralt i oppbygningen av forståelse for funksjoner.

I neste situasjon kommer vi inn mot slutten av 3. økt. Her har det etter hvert begynt å bli klart for Even hvordan derivasjon fungerer for enkle funksjoner. Utgangspunktet har vært at han på sin gruppe har sett sammenhenger flere ganger, men har ikke helt klart å ordlegge seg korrekt. Etter at lærer spør ut i klasserommet om det er noen som vil forklare, peker en medelev på Even og sier at han nok har forstått. Dette gjør at Even stotrer i starten noe usikkert, før han blir tryggere underveis i snakkingen for hele klassen.

> Even: *Det første tallet, for eksempel ja vi tar den minus tre x i annen. Vi tar minus tre x gange med det den er opphøyd i. Så blir det minus seks x, så fjerner man den ene potensen. Og på den andre er det den samme. Da fjerner man bare en potens.*

Her er det tydelig å se at Even har *identifisert* en matematisk sammenheng som gjelder ved derivasjon. I utgangspunktet har Even et dagligdags språk, men det endrer seg her ved at han skifter til matematiske termer, både opphøyd i og potens er slike. Dette er også et tegn på en progresjon i matematisk forståelse.

4.2.4 Forståelse med å advokere

Det å være med på å skape en felles forståelse på ei gruppe er nok noe av det mest spennende en lærer er med på. Gjerne når elever bidrar til hverandre slik at de kan få det samme perspektivet når utgangspunktet har vært at elever har hatt helt forskjellige meninger. I en *advokerende* situasjon kommer gjerne en elev eller lærer med et utsagn som skaper diskusjon og klargjør for en undersøkelse.

Først har jeg et eksempel fra helt i starten av en gruppeoppgave. Her skal elevene velge seg to punkter på den samme lineære grafen $f(x) = 2x + 5$. Elevene skal deretter se på stigningen mellom to etterfølgende x-verdier.

Pernille: *Hvilke to tok du?*

Julie: *To de*

Pernille: *Ja*

Julie: *Fint*

Pernille: *Det er det samme, for det er jo den samme økninga*

Julie: *JA, JA, for der jo på en måte*

Pernille: *For når x øker med en, så øker y med det samme hver gang.*

Julie: *Den øker **jo** med det samme, det ser jeg nå.*

I dette eksempelet ser vi at Pernille raskt ser at en lineær funksjon har lik økning hele tiden. Julie blir utfordret og oppdager denne også. Hun har dermed *advokert*. Hun bekrefter det samme mot slutten av samtalen. Et slik typisk ord er blant annet «jo». Et annet typisk ord er «fordi». Slike ord er med på å åpne opp for at også de andre på gruppa skal kunne forstå hvordan de tenker selv, og for å få de med i tankeprosessen som er i gang (Varhol, 2017).

4.2.5 Forståelse med å tenke høyt

Det å tenke høyt er altså det å uttrykke sine tanker, ideer eller følelser underveis i en undersøkende oppgave. Ofte i form av hypotetiske spørsmål som inviterer til videre undersøkelse (Alrø & Skovsmose, 2002).

I mitt første eksempel er Arne og Birger i gang med å se på funksjonen $y=0.25x^2$. Her er Arne i sin egen lille verden, mens Birger prøver å bidra. Oppgaven går ut på å se på hvordan stigningstallet endrer seg med stigende x verdi. Arne leter i utgangspunktet etter en fast verdi på stigningstallet, noe elevene er vant til i lineære funksjoner.

Arne: *Grafen blir enten lavere eller høyere når x tallet endrer seg*

Birger: *Ja*

Arne: *Når x går en til høyre så blir den dobbelt*

Arne: *Når x går en opp så går den, **eller den gjør ikke det**. Her går den mer og mer.*

Birger: *Mhm*

Her lufter Arne side ideer underveis i oppgaven sin. Han leter etter sammenhenger samtidig som han drøfter på gruppa. Et lite vendepunkt i forståelsen til Arne ser vi i den markerte delen, hvor han sier «eller den gjør ikke det». Her ser Arne en tydelig sammenheng underveis mens han *tenker høyt.* Birger har en passiv rolle underveis i dialogen her, uttrykker kun et muntlig «Ja» og «Mhm».

Mitt andre eksempel er fra en situasjon hvor Lene og Kajsa undrer seg over sammenhengen mellom en tegnet graf og funksjonsuttrykket som står utenfor, i dette tilfellet $f(x) = 2x + 5$. I forkant har Lene og Kajsa vært usikre på akkurat hva de ulike koeffisientene uttrykker.

Lene: Så den derre der, 2 ern der er på en måte y?

Lene stiller altså et hypotetisk spørsmål som viser at hun har oppdaget en sammenheng. Dette er i tråd med hva Alrø og Skovsmose (2002) plasserer i *å tenke høyt*. Risa (2019) viser i sin masteroppgave til at det gjerne er *avbrutte og oppstykkede setninger* som tydelig viser at det tenkes høyt. Dette stemmer godt med mitt siste eksempel, hvor Lene stopper opp og avbryter sin setning, før hun fullfører den etterpå med en spørresetning. I mitt datasett opptrer ikke *å tenke høyt* så ofte i tilfeller av direkte «a-ha»-opplevelser i tilknytning til progresjon i forståelse. Det *å tenke høyt* i seg selv opptrer derimot svært ofte i de par gruppene jeg har hørt samtaler fra, uten at det nødvendigvis fører til en progresjon i forståelse.

4.2.6 Forståelse med å reformulere

Det å kunne reformulere det en annen har sagt, bare med egne ord, er et tegn på at en medelev har vært en god lytter. Ved å gjerne omformulere andre sine tanker og forståelse kan dette være et steg videre for elevene. En *reformulering* kan også være initiert av et «sjekke-spørsmål» for å se om en har forstått det en selv har sagt eller en annen har sagt (Alrø & Skovsmose, 2002)

I det første eksemplet diskuterer Lene og Kajsa grafen til funksjonsuttrykket $f(x) = 2x + 5$. Jentene er usikre på hvordan de skal finne stigningstallet. Kajsa er den første til å komme med et forslag:

Kajsa: *2?*

Lene: *Ja er det ikke det? For hver en den øker så går den 2 opp*

Kajsa: *For hver x?*

Lene***: Det er jo, X'n er bortover, Y'n er oppover. Så for hver en bort så går den to opp***

Her er det tydelig at Lene stiller et «sjekke-spørsmål» for å se om de har forstått det korrekt. Lene velger også å gjenta det den andre sier og *omformulerer* det til mer matematiske begreper. Hun *reformulerer* seg i siste setningen sin, ved å inkludere forklaring på aksene. Avslutter der med en gjentakelse av det hun sa i sin første setning, da er det større grunn til å tro at jentene her oppnår en felles forståelse.

I mitt andre eksempel drøfter Arne og Birger hvordan en andregradsfunksjon de har tegnet, utvikler seg med stigende x-verdi. I utgangspunktet tenker Arne at stigende x-verdi vil si at funksjonen hele tiden øker i verdi, uten å nødvendigvis tenke på at det er y-verdien som er interessant.

Arne: *Så stiger den, til hva da. Stiger til her da?*

Birger: *Den synker vel?*

Arne: ***Ja! Den synker til minus en!***

Birger: *Til minus en ja, stiger etterpå.*

Her er det tydelig at Birger kommer med et godt innspill til Arne som med en gang ser dette lille knepet og *reformulerer* sin egen forståelse for stigningen til funksjonen. Han starter med å bekrefte det Birger sier, med et tydelig *Ja*!. Deretter endrer han sin egen forståelse ved å utfylle den observasjonen Birger gjorde. Dette er hva Alrø og Skovsmose (2002) legger til grunn for *å reformulere*.

4.2.7 Forståelse med å utfordre

Det å kunne gå videre med svar og løsninger på oppgaver er sentralt innenfor *å utfordre*. Det å kunne sette seg inn i et nytt perspektiv er et grunnprinsipp for *å utfordre* (Alrø & Skovsmose, 2002). Gjerne er vendepunkt i den undersøkende prosessen. Her kan det være muligheter for å se om «terskelforståelsen» er på gang.

I mitt første eksempel er det Birger og Arne som diskuterer om det er mest interessant med veksten mellom to etterfølgende punkter eller veksten i et enkelt punkt. I forkant har de arbeidet med å finne stigningstallet til tangenter til punkter underveis i en funksjon. De er litt usikre på om stigningen til en funksjon beskrives best i punktet eller som en linje mellom to punkter.

Birger: *Du må se på tangenter vel?*

Arne: *Stigningstallet er vel viktigere det?*

Birger: ***Nei, du må finne for punktene, ikke mellom punktene, da tar du tangenten i punktet.***

Arne: *Okei*

Her gjør Birger først en antagelse om at tangentene i punktet er viktigst. Arne *utfordrer* Birger med å tro at det er stigningstallet mellom to punkter som er tilstrekkelig for å få vekstfarten. Her kontrer Birger raskt med å bekrefte sin egen undersøkelse av perspektiver som tidligere er tatt for gitt, i dette eksemplet at vekstfarten finnes mellom to punkter. Dette er i tråd med hva Alrø og Skovsmose (2002) skriver om *å utfordre*.

I mitt andre eksempel er det lærer som tar initiativ til en videre undersøkelse av sammenhengen mellom et funksjonsuttrykk og dens deriverte. Arne og Birger arbeider med et funksjonsuttrykk på formen $f(x) = x^5+x^3$ og ser også på dens deriverte. Lærer har hørt at de har kommet fram til gode fornuftige ideer tidligere og kommer i denne situasjonen innom gruppa og spør.

Lærer: *Er det noen likheter med tankegangen din og det som er det der?*

Birger: ***Å, jeg ser det. Man ganger med fem og med tre med den andre***

Arne: *Det gjør man. Det står opphøyd i tredje der.*

Her blir Birger *utfordret* til å se sammenhenger. Birger ser det med engang og blir jublende glad og uttrykker seg med enkle hverdagslige begreper, dette er en typisk tegn også på «a-ha»-opplevelser. Risa (2019) viser til at kategorien kan være et vendepunkt i en utforskende prosess.

4.2.8 Forståelse med å evaluere

Det *å evaluere* er siste samtaleelementet til Alrø og Skovsmose (2002). Her kan elever vurdere om utsagn som er kommet er korrekte eller feil. Det å kunne påpeke andres feil og gjøre en forandring i en besvarelse krever god oversikt og god forståelse

I den første situasjonen min kommer vi inn når Lene og Kajsa skal sammenligne hver sin tangent til et punkt på en andregradsfunksjon de har laget selv. Begge to har ikke tidligere vist noe forståelse for funksjonsuttrykket. Her er det Lene som starter med å se på sin graf.

Lene: *Se på stigningstallet ditt, hvordan har det endret seg. (leser) Endret seg fra hva?*

Kajsa: *Jeg vet ikke*

Lene: *Jeg skjønner det, men se på stigningstallet ditt, hva har det endret seg fra*

Kajsa: *Endret seg mellom de to funksjonene*

Lene: *Åja, hvordan endret seg*

Kajsa: *Men vi har jo ikke stigningstall, hehe*

Lene: ***Å, det stemmer. Vi har ikke det.***

Her har Lene og Kajsa tilfeldigvis valgt å ta utgangspunkt i et bunnpunkt på sin andregradsfunksjon. Kajsa *identifiserer* først at de ikke har noe stigningstall i sine funksjoner. Deretter *evaluerer* Lene svaret til Kajsa og svarer kontant med «Å, det stemmer. Vi har ikke det». Her har Lene gjort en rask bedømming av Kajsa sin påstand. Kajsa hjelper til med å utvide horisonten for Lene som er litt for låst i det å finne et stigningstall og nok ikke er helt sikker på hvordan hun skal uttrykke seg når hun ikke ser noen stigning i punktet. Dette er i tråd med Alrø og Skovsmose (2002) sin plassering i *å evaluere*.

I min andre sammenheng er det fellesgjennomgang i klasserommet. Lærer har pekt ut Karl fra en annen gruppe enn Arne og Birger som jeg har fulgt. På tavla er det flere funksjonsuttrykk og deres deriverte. Oppgaven til Karl går ut på å forklare overgangen til de andre i klassen, han skal først bare velge en han ønsker å forklare.

Karl: *Den blå på midten*

Lærer: *Den ja*

Karl: *Da er det minus tre x og så ganger med det som det er opphøyd i*

Arne: ***Det var det vi sa jo!*** (sier det høyt for Birger)

Karl: *Så da blir det minus seks x, så fjerner man den ene potensen, og den andre er bare det samme*

Her er det tydelig at Karl har en god forståelse for hvordan man kommer seg fra det ene uttrykket til dens deriverte. Samtidig sitter Arne og fokuserer på det som blir sagt, og gjør en rask *evaluering* til at «*Det var det vi sa jo*!». Han bekrefter ganske tydelig og sier seg enig i det Karl kommer med. Det stemmer godt med hva Alrø og Skovsmose (2002) legger i kategorien *å evaluere*. Det er fint at Arne får denne bekreftende drøftingen rundt det han selv har sett før. Det er med på å forsterke hans egen forståelse for overgangen i derivasjonsprosessen.

4.2.9 Oppsummering

I min gjennomgang av samtaletrekkene som viste «a-ha»-opplevelser ble det registrert 74 tilfeller. Det er helt klart at det er fire samtaletrekk som går oftest igjen, det er *å oppdage, å identifisere, å advokere* og *å evaluere*. To av samtaletrekkene *å kontakte* og *å utfordre* er svært lite observert i mitt materiale (se tabell 6). I punkt 5.3 vil jeg drøfte litt rundt andelen bekreftelse i hver samtalekategori.

Tabell 8: Viser forekomsten av samtaletrekk fra IC-modellen i «a-ha»-opplevelsene

Hva	Antall	Bekreftelse
Å kontakte	1	0
Å oppdage	17	9
Å identifisere	13	5
Å advokere	13	10
Å tenke høyt	8	4
Å reformulere	8	5
Å utfordre	3	0
Å evaluere	11	6
Totalt	74	39

Varhol (2017) fant i sin studie 34 *nøkkelutsagn*, hvorav 18 av dem var *å advokere*, 7 var fra *å oppdage,* 5 fra *å reformulere*, 2 fra å *tenke høyt*, og 1 fra både *å identifisere* og 1 fra *å evaluere*. Hun fant ingen samtaletrekk fra *å kontakte* og *å utfordre*. Jeg ønsker å drøfte dette videre i punkt 5.3.

4.3 Progresjon i forståelse i forkant av selve «a-ha»-opplevelsen

I min andre del av analysen ønsker jeg altså å se på de samtaletrekkene som kommer i forkant for selve «a-ha»-opplevelsen, det jeg ønsker å kalle en *utløser*, altså det som kan trigge en siste setning/oppdagelse over kanten til forståelse. I arbeidet med dette fant jeg analysemodellen til Kazemi og Hintz (2019) *åpen strategideling* hensiktsmessig. Dette har jeg begrunnet i både teoridelen og i introduksjonen i kapittel 4. Jeg ønsker å ha fokus på de utløsende trekkene i hovedsak og kommer ikke inn så mye på selve «a-ha»-opplevelsene i eksemplene.

4.3.1 Gjenta

Elever tenker og resonnerer ofte på en fornuftig måte. Det kan allikevel være vanskelig for dem å uttrykke seg muntlig. Da kan gjerne lærer eller medelever hjelpe til, slik at elevene får sagt det de sitter inne med (Nosrati & Wæge, 2015). Her vil gjerne en elev *gjenta* det han allerede har sagt for å oppklare, forsterke eller tydeliggjøre ideen sin.

I mitt eksempel kommer vi inn i en situasjon hvor lærer er på besøk og diskuterer med Line. Line er uenig med de andre på gruppa si i forhold til hvordan man skal angi veksten i en graf. Enten mellom to etterfølgende punkter (en i avstand i x-verdi) i en lineær graf eller mellom to ikke etterfølgende punkter.

> Lærer: *Men, når du valgte to her så fant du en endring i verdi og den var?*
>
> Line: *Ja, det var to*
>
> Lærer: ***Og så valgte du to andre punkter, så fant du at endringa var?***
>
> Line: *6*
>
> Lærer: *Ja?*
>
> Line: *Det er det jeg ikke skjønner, for der trodde jeg, at det, at de spør etter liksom om stigninga er den samme**, altså økninga er jo den samme**. Fordi for hver x verdi så vil den jo øke med 2.*
>
> Lærer: *Ja.*
>
> Line: *Det er akkurat det samme, bare at det er større avstand mellom punktene.*

I den første markeringa jeg har gjort, ser vi at lærer bruker en forsterkning og tydeliggjøring av Line sin ide. Dette er ifølge Kazemi og Hintz (2019) gode tegn på *å gjenta*.

4.3.2 Repetere

Det å få andre elever til å gjengi det som er allerede sagt, er et fint virkemiddel for lærer eller medelever for å se om forståelsen er på plass. *Å repetere* er et naturlig steg videre fra *å gjenta*. «Samtaletrekket gir elevene tid til å fordøye en ide, de får høre den på en annen måte. Læreren får bekreftet at andre elever har hørt ideen til eleven, og hun viser elevene at ideene deres er viktige (Nosrati & Wæge, 2015, s. 24). Når elever *repeterer* tar de gjerne det en annen elev har allerede sagt og omformulerer det til sitt eget.

I mitt eksempel drøfter Julie hvordan en tangent endrer seg når man følger grafen til en andregradsfunksjon. Hun er nok ikke helt trygg på spørsmålsformuleringen i oppgaveteksten.

> Julie: *Tangenten treffer vel her, og nå her?*
>
> Julie: *Men jeg skjønner, forklar kort hvordan tangenten endrer seg* (leser).
>
> Julie: ***Den endrer seg med at den treffer forskjellige punkter da*** *(tar seg liten pause), fordi den treffer bare et punkt om gangen, det er det eneste som skjer,* ***den treffer forskjellig****, fordi jeg flytter på den.* «Ler litt»

Her er Julie i gang med å tolke oppgaveteksten etter hva hun tror. Hun *repeterer* det hun selv sier og dette er i tråd med Kazemi og Hintz (2019) legger i *å repetere*. I tillegg dveler hun med sin første antagelse ved at hun stopper opp 5 sekunder før hun fortsetter på sin egen drøfting.

4.3.3 Resonnere

I det *å resonnere* ligger det å gi elever tid til å tenke gjennom det som har blitt sagt. Kazemi og Hintz (2019) framhever viktigheten med å la elevene engasjere seg i hverandres ideer. Jeg har allerede nevnt undring i min teoridel, og her får virkelig undringen fritt spillerom. Gjerne skal elevene besvare et «hvorfor»-spørsmål. Hovedhensikten med *resonnere*-trekket er å be elevene forklare hvordan de tenker.

Resonnere er det trekket som jeg har registrert har skjedd oftest i mine samtaler i forbindelse med «a-ha»-opplevelser.

I mitt eksempel kommer vi inn i en situasjon hvor Arne har sittet og grublet på sammenhengen mellom et funksjonsuttrykk og dens deriverte.

> Arne: ***Hva? 4 ganger 5 er 20, 3 ganger 3 er 9, det ser ut som man ganger med det som det er opphøyd i.***
>
> Birger: *Åhh. Det ser ut som det er et firetall*
>
> Arne: ***JA! Man ganger med det som det er opphøyd i.***
>
> Birger: *Ja. Man gjør det*
>
> Arne: *Det er sinnsykt, er det det!*

I tilfellet her ser vi at Arne drøfter mest med seg selv og gjør en vurdering, som blir bekreftet, på om det han har kommet fram til, er riktig. Dette er i tråd med hva Kazemi og Hintz (2019) kategoriserer under *å resonnere*. Arne blir veldig engasjert når han oppdager dette lille gjennombruddet. Det fine med *resonnere*-trekket er at elevene forklarer hvordan de tenker (Nosrati & Wæge, 2015).

4.3.4 Tilføye

Det å komme med flere ideer, i tillegg til at man utfyller det som allerede er sagt, kommer i kategorien *å tilføye*. Et nyttig trekk spesielt for lærer er det å be andre om å komplettere andre sine ideer.

I mitt eksempel kommer vi rett inn i en situasjon hvor Line drøfter med seg selv en ide hun har kommet fram til. Det er i arbeidet med å finne økningen i stigningstall i den deriverte av en lineær funksjon. I utgangspunktet ser dette helt vilkårlig ut. Etter litt målinger med linjal kommer Line med et forslag.

> Line: Jeg tror det kan være 2.
>
> Lene: ***Er det 2 akkurat?***
>
> Line: ***Ja er det ikke det? For hver en den øker så går den 2 opp***

Her ser vi at Line sitt første forslag blir vurdert av henne selv, før hun utdyper seg med «akkurat» i andre setning, før hun til slutt bestemmer seg og legger til en mer matematisk forklaring i siste setning. Dette er hva Kazemi og Hintz (2019) plasserer i *tilføye* kategorien. Wæge (2015) viser til at det å benytte *tilføye* kan føre til at elever etablerer seg en norm med å se sammenhenger mellom ideer og bygge videre på dem. Presisering som vi ser her, kan også være et tegn på at man bekrefter sin forståelse.

4.3.5 Tenketid

Som lærer handler dette om å gi elevene god tid til å forstå. I en typisk klasseromssituasjon er det gjerne de impulsive og raske som først får mulighet til å svare. Om lærer klarer å oppmuntre til dette over tid, vil det gjøre at elevene blir mer villige til å komme med egne tanker og ideer i diskusjoner (Nosrati & Wæge, 2015). Gjerne vil her en elev selv også be om mer tid, hvis han føler han trenger det for å uttrykke seg mer korrekt eller i det hele tatt ordlegge seg forståelig.

I mitt eksempel skal Julie og Pernille se på sammenhenger og ulikheter for hver sin lineære funksjon. Her har Julie strevd med å finne en klar ulikhet. Man kan tenke seg at Julie er opptatt av å finne ulikheter ettersom oppgaven spør etter det.

Julie: ***Vent litt, jeg skal finne noe****.*

Pernille: *Ok*

Julie: ***Vi tok de jo helt parallelle****, så b ble litt vanskelig.*

Her ser vi tydelig at Julie ber om mer tid til å søke etter svar på oppgaven sin. Dette er i tråd med Kazemi og Hintz (2019) sin plassering i *tenketid*. Hun avslutter med sin identifisering av at linjene de har valgt, er parallelle. Det er ikke så ofte i mitt materiale at elever faktisk ber selv om å få mer tid. Dette var et av få tilfeller.

4.3.6 Snu og snakk

Lærer har mange muligheter, det å be elever snakke sammen er et av de enkleste knepene lærer kan bruke, og er gjerne en nødvendighet i en undersøkende undervisning (Alrø & Skovsmose, 2002). Elevene vil gjerne komme med ideer til hverandre, slik at de kan drøfte ideene sammen og dermed komme fram til en felles enighet.

Jeg har først et eksempel hvor lærer initierer en *snu og snakk*-sekvens med elever på ei gruppe. Her er det tydelig at det er Per som dominerer med sin forståelse. Lena har ikke helt forstått spørsmålet i oppgaven som går ut på å se på punkter etter hverandre på grafen. Hun har en tendens til å ignorere oppgaven når hun ikke forstår oppgaven med en gang. Derfor trenger hun nok mer hjelp til å komme i gang.

Lærer: ***Hva menes med det? Hvordan har Lena og Per tenkt da?***

Lena: *Nei, jeg har ikke tenkt heller*

Per: ***Ja, det er ganske enkelt****. Hvis vi følger alfabetet. De har jo at…..*

Her ser vi tydelig at lærer benytter seg av et åpent spørsmål først, før hun lukker det til Lena og Per, dermed føler også Lena og Per at de må svare. Dette er et godt knep av læreren som lar elevene få være med å få eierskap til sin egen undersøkelse. Lærer gir elevene her mulighet til å dele og forklare ideene sine, dette er hva Kazemi og Hintz (2019) plasserer i *Snu og snakk*.

4.3.7 Endre

I det siste samtaletrekket til Kazemi og Hintz (2019) framheves muligheten elevene selv har til å uttale at de ønsker å endre det de har kommet fram til. I tillegg kan lærer spørre om det er noen som har lyst til å «revurdere og endre tankemåtene sine etter nye innspill» (Nosrati & Wæge, 2015, s. 26).

I mitt første eksempel kommer vi tilbake til et eksempel jeg hadde under *å tenke høyt* i 4.2.5.

> Arne: *Grafen blir enten lavere eller høyere når x tallet endrer seg*
>
> Birger: Ja
>
> Arne: *Når x går en til høyre så blir den dobbelt*
>
> Arne: *Når x går en opp så går den,* ***eller den gjør ikke det****. Her går den mer og mer*
>
> Birger: *Mhm*

Her ser vi si Arne velger *å endre* sin opprinnelige forståelse fra først å tro at grafen bare *blir lavere eller høyere* til så å forklare hvordan x-verdien påvirker y-verdien, før han til slutt i sin «a-ha»-opplevelse oppdager at det ikke stemmer det heller. Dette er i tråd med Kazemi og Hintz (2019) som plasserer de gangene elvene har mulighet til å endre sine tanker etter hvert som de oppdager noe nytt, i *å endre*-kategorien. Her gjør Birger til slutt en forsiktig bekreftelse.

4.3.8 Oppsummering

Det viser seg altså at samtaletrekket *resonnere (27)* er det klart mest anvendte samtaletrekket i forkant for selve «a-ha»-opplevelsen (se tabell 7). Samtaletrekkene *tilføye (9)* og *snu og snakk (15)* er også godt representert med mer enn 10 % hver av de totalt 69 samtaletrekkene. Samtaletrekkene *repetere (3)* og *tenketid (3)* er de samtaletrekkene som opptrer mest sjeldent i forkant av «a-ha»-opplevelsen.

Tabell 9: Viser forekomster av samtaletrekk fra åpen strategideling i forkant av «a-ha opplevelsen»

Hva	Antall
Gjenta	6
Repetere	3
Resonnere	27
Tilføye	9
Tenketid	3
Snu og snakk	15
Endre	6
Totalt	69

Jeg har ikke kunnet sammenligne disse resultatene med andre forskeres funn knyttet til selve «a-ha»-opplevelsen.

5 Resultat og diskusjon

Selv om undersøkelsen har klart å identifisere «a-ha»-opplevelser og kategorisert disse er det ikke bare å tro at man som lærer og medelev bare kan *trykke på en knapp* for å igangsette forståelsesprosessen. Det handler vel så mye om hva lærer og medelev legger opp til i forkant. Det gjelder valg av undervisningsopplegg og opplæring i bruk av samtaler som verktøy for å lære og forstå. I tillegg ser jeg kun på enkelte småhendelser som peker seg ut som spesifikt interessante rundt selve «a-ha»-opplevelsen eleven opplever. I forkant kan gjerne en elev ha gått gjennom andre vel så viktige sekvenser av både samtaletrekk og egen refleksjon på veien til mitt datamateriale.

5.1 Resonnering skiller seg ut

I mitt materiale tyder mye på at kategorien *å resonnere* skiller seg markant ut som et utløsende samtaletrekk i forbindelse med «a-ha»-opplevelser (39 % av tilfellene) (se tabell 7). Resonnering er et trekk som krever at elever engasjerer seg i hverandres ideer, og dermed er jeg ikke overrasket over utfallet. Jeg presenterte i teoridelen i kapittel 2.3.3 eksempler på regler som må til i for å sikre et støttende læringsmiljø. Det er tydelig i mitt datasett at det faktisk er et godt læringsmiljø i klasserommet. *Å resonnere* kommer tydelig fram gjennom:

- Det å ha utholdenhet i arbeidet, ikke gi opp om problemet er utfordrende
- Det er greit å gjøre feil og revurdere tenkningen, det å endre måten en tenker på
- Lytt til andres ideer. Å lytte er like viktig som å snakke selv, bygg videre på andres tanker

Fuglestad (2010) framhever det å kunne oppdage mønstre og sammenhenger som sentralt innenfor den undersøkende undervisningen. Det å skape undring hos elever gjennom *resonnering* gjør at elevene kan se tilbake på arbeidet de har gjort, og dermed reflektere over andres forslag og ideer. «*Sammen med andre*» har også Varhol (2017) kommet fram til som konklusjon i sin masteroppgave. Hun har også sett på samtaleanalyse og viser til at elever dro nytte av å arbeide i interaksjon med hverandre. Det å la elever bygge videre på andre elevers utsagn er svært sentralt i det *å resonnere*.

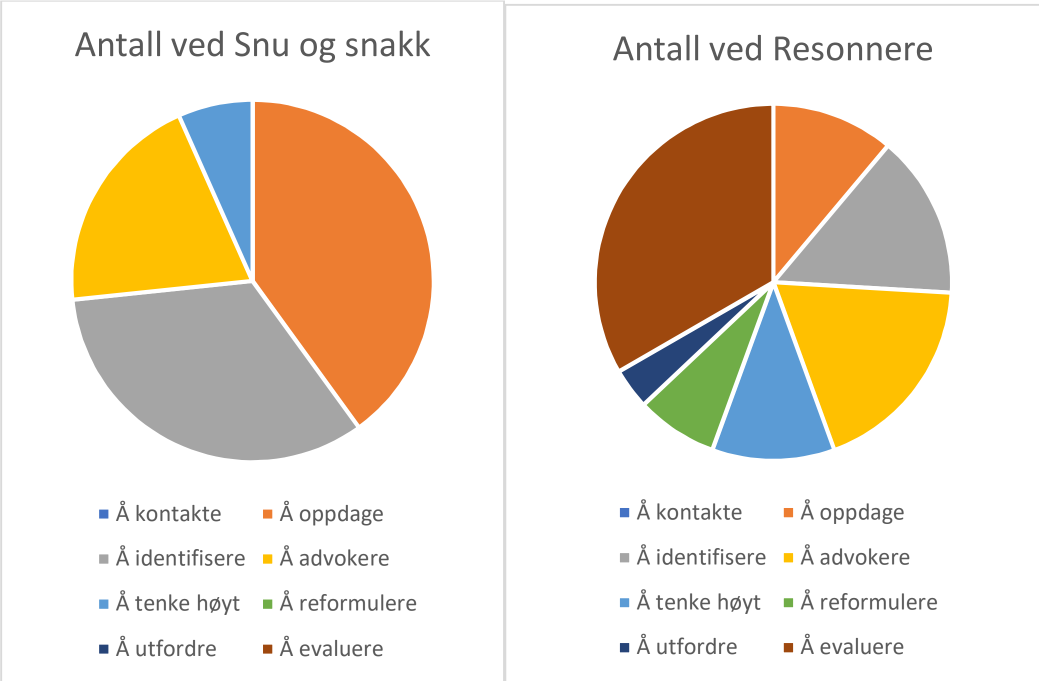
I min teoridel kom jeg inn på en kort beskrivelse av det *å resonnere*, her påpekte jeg at det i prosessen med å løse en utforskende oppgave er viktig å evaluere underveis. Derfor er det fint å se at det trekket fra IC-modellen som oftest kommer etter *resonneringen* i selve «a-ha»-opplevelsen, er nettopp *evaluere*. Her tyder det altså på at teori stemmer med praksis.

Dette vil si at når elever *resonnerer* i sin samtale, så kan det tyde på at de kan være klare for en forbedring av forståelse. Når det er sagt, er jeg klar over at det ikke er noe likhetstegn mellom det å resonnere i seg selv og en «a-ha»-opplevelse. I mitt materiale er det allikevel tydelig at *resonnering* er et fruktbart samtaletrekk som ofte fører med seg en «a-ha»-opplevelse, som igjen fører til økt forståelse for faget. I mitt materiale har jeg sett at elever som benytter seg av *å resonnere* bruker flere ulike samtaletrekk fra IC-modellen i selve «a-ha»-opplevelsen. Jeg har faktisk registrert funn fra alle samtaletrekkene i min studie.

Resonnering kommer også inn som et av kjerneelementene (Utdanningsdirektoratet, 2020) i den nye læreplanen for matematikk. Dette gjør at *resonnering* blir svært aktuelt å fokusere på for lærere. Kjerneelementene skal ifølge Ludvigsen m.fl. (2018) formidle fagets dype strukturer (dybdelæring). Kjerneelementene skal legge premisser for utarbeiding av nye læreplaner og være viktige for bevisstgjøring av hva faget handler om, og hva som er viktig å lære. Igjen påvirker dette hvordan elevene utvikler forståelse av fagstoffet og tilegner seg dyp forståelse for faget. For at *resonnering* skal kunne være med på å kunne skape dybdeforståelse i faget, er lærer avhengig av å kunne arbeide over lengre tidsperioder. Det er viktig at undervisningen tilrettelegges slik at elever settes gradvis inn i fagstoffet, og at stoffet blir presentert for elevene på forståelig måte. Derfor har nå Utdanningsdirektoratet (2020) kommet med klare føringer for hvordan undervisningsforløpet skal være, og derfor vil resonnering og argumentasjon være et slik punkt lærere nå skal legge til rette for i undervisningen (Ludvigsen, Landfald, & Gilje, 2018).

5.2 Hva utmerker seg i forbindelse med de to analysemodellene?

Jeg ønsker i denne delen å se på en spennende sammenlikning mellom de to analysemodellene jeg har brukt i forbindelse med «a-ha»-opplevelsene til elevene. Med utgangspunkt i *åpen strategideling* og *IC-modellen* har jeg sett på henholdsvis samtaletrekkene før selve «a-ha»-opplevelsen og det samtaletrekket som er i selve «a-ha»-opplevelsen. En spennende sammenlikning er ved å se på hva de to største utløsertrekkene *snu og snakk* og *resonnere* i *åpen strategideling* førte til av «a-ha» samtaletrekk i *IC-modellen.* Under er fordelingen av de ulike utløsertrekkene vist i et diagram.



Figur 4: Viser hvilket samtaletrekk som kommer etter henholdsvis snu og snakk og resonnere

Et spennende funn var at det var stor forskjell mellom de to utløsende samtaletrekkene *snu og snakk* og *resonnere* og hvilket samtaletrekk som ble registrert i selve «a-ha»-opplevelsen. *Snu og snakk* førte i 73 % av tilfellene til at elever havnet i kategoriene *identifisere* og *oppdage,* mens når *resonnering* var utløsende faktor førte kun 26 % av tilfellene til at elevene opplevde «a-ha»-opplevelse i kategoriene *identifisere* og *oppdage*.

I tilfellet med at *å resonnere* var utløsende samtaletrekk førte dette i 33 % av tilfellene til at eleven brukte *å evaluere* som «a-ha»-samtaletrekk. Ved snu og snakk som utløsende faktor opplevde ingen elever *å evaluere* som «a-ha»-samtaletrekk.

En likhet er det også for «a-ha»-opplevelseskategoriene *å advokere* og *å tenke høyt*. Her kommer de to utløserkategoriene *snu og snakk* og *resonnere* ut relativt likt.

5.3 Bekreftelse

For å sikre seg at en elev faktisk har forstått noe nytt, viser mitt materiale at det kan være smart å få en ekstra bekreftelse ved å enten be eleven gjenta eller å vente å se om eleven bekrefter selv. De samtaletrekkene som sjeldent (≤50%) fører med seg bekreftelse er; *å identifisere, å utfordre* og *å evaluere.* Jeg har valgt å ikke ta med *å kontakte*, da det skjedde bare én gang. Ettersom de nevnte tre samtaletrekkene opptrer med mindre grad av bekreftelse, gjør det at resultatene med disse samtaletrekkene ikke blir like sikre. De samtaletrekkene som ofte (≥50%) fører med seg bekreftelse er; *å oppdage, å advokere, å tenke høyt* og *å reformulere*. Disse samtaletrekkene vil derfor være sterkere i den grad at de blir bekreftet gjennom en ekstra setning som viser at eleven virkelig har hatt en «a-ha»-opplevelse og har forstått noe nytt.

Elevene bør oppmuntres til ikke bare å si det de tenker, men utdype det og forklare det (Johnsen-Høines & Alrø, 2013). I dette ligger det at elever bør få læring i det å bekrefte sin egen forståelse. Det er gjerne i en slik utdyping at medelever og lærer også har mulighet til å se om forståelsen er korrekt. Erfaringsmessig viser det seg gjennom dette forskningsprosjektet at «a-ha»-opplevelsene kommer brått, og dermed er ikke medelever og lærer helt årvåkne og klare for å ta inn over seg den virkeligheten eleven er i. Det er derfor svært fint at eleven som har forstått noe nytt, gjentar seg selv i en bekreftende setning. Dette gjør at tilhørerne rekker å fordøye forståelsen som kommer fram.

En spennende sammenligning med de bekreftende samtaletrekkene i IC-modellen er tilstede når jeg ser mine funn sammen med funnene til Varhol (2017). Hun har kommet fram til ganske like resultater i sin studie. I likhet med meg har hun også funnet at *å advokere* og *å oppdage* er det mest brukte samtaletrekket i forbindelse med «a-ha»-opplevelsene. Begge studiene viser også ingen trekk av det *å utfordre* og *å kontakte*. Dette kan tyde på at dette er to samtaletrekk som i mindre grad er tilstede i forbindelse med å få en progresjon i forståelse. Når det gjelder *å utfordre* er min antagelse at elever og lærere kanskje er for dårlige til å utnytte potensialet i dette samtaletrekket. Det å bruke spørreordene «hvordan?» og «hvorfor?» hører gjerne hjemme her.

Jeg ønsker allikevel ikke å avfeie de samtaletrekkene som ikke blir registrert så hyppig i mitt materiale. Det kan tenkes at ved å ha sett på foranledningen til de samtalene jeg har, så er andre samtaletrekk viktige. Derfor ønsker jeg ikke å konkludere at noen samtaletrekk er sterke og svake. Det jeg kan si er at enkelte samtaletrekk går oftere igjen blant dem som direkte er utløsende for «a-ha»-opplevelsen.

5.4 Undervisningsmetode

Det er gjennomgående i alle de tre øktene jeg har hørt på, at det er et undersøkende læringsfelleskap som foregår. Lærer har ledet timen uten innblanding av meg som forsker.

Dette gjør at jeg kan registrere om undervisningen er gjennomført slik jeg hadde intensjon om. Jeg har i mitt materiale registrert en tydelig tredeling av undervisningsøkten. Den første perioden varierer fra 3 til 12 minutter. Her er temaet hver gang kort intro til det som skal komme og også en presisering av hva som skal skje i lekse eller senere i perioden. Deretter varer den andre perioden med utforskning gruppevis med lærer vandrende rundt i klasserommet på 53-58 minutter. Her har elevene god tid til å arbeide med den utfordrende oppgaven de har blitt tildelt. De siste 25-29 minuttene ble brukt på plenumsdiskusjon ledet av lærer basert på elevsvar. Her var det tydelig at lærer hadde fokus på å få frem flest mulig løsningsforslag og drøfting rundt hvordan løsningene kunne henge sammen.

I samtale med elever etter undervisningstimene kom det tydelig fram at elevene var reflekterte rundt undervisningen og satte pris på det undersøkende fokuset. Arne og Bjarne oppsummerer hvordan de opplevde oppgavene, slik:

> Birger: *Det er slike oppgaver som vi kunne gruble på da, og snakke sammen når vi ikke skjønte det.*
>
> Arne: *Vi løste de sammen og fant ut av ting selv. Jeg følte jeg skjønte litt mer*.

Skovsmose (1998) brukte betegnelsen *undersøkelseslandskap* for timer hvor elevenes engasjement er viktig. Lærerens oppgave blir i et slikt *landskap* å tilrettelegge for at elevene selv vil delta i en slik undervisning.

I elevintervju om hvordan de opplevde undervisningen svarte gruppa med Bjarne og Anette:

> Bjarne: *Det er litt tungt i starten, før man finner ut av hva man skal gjøre. Før man vet hva oppgavene vil at man skal gjøre.*
> Anette: *Jeg skjønner ikke alltid sammenhengen mellom tingene, bare ved å tenke selv så blir det vanskelig. Det er vanskelig når begge ikke vet.*

Dette er nok ganske representativt for hvordan elevene oppfattet oppgavene de arbeidet med i perioden. De fleste elevene hadde ifølge spørreundersøkelsen jeg gjennomførte i pilotperioden (se punkt 3.3), en annen erfaring med typiske undervisningstimer fra ungdomsskolen. I undersøkelsen bar det mer preg av at undervisningen på ungdomsskolen var mer det som kommer under *tradisjonell lærerbokstyrt undervisning*. Jeg har allikevel innsikt i hvordan undervisningen har foregått i den 1T-klassen jeg her har fulgt, og vet at den type undervisning som er gjennomført i observasjonsuka, er lik den de har hatt resten av høstsemesteret i sin 1T-klasse. Kazemi og Hintz (2019) kom med forslag til klasseromsregler som trenger tid for å innarbeides godt, for å stimulere til best mulig læringsmiljø. To av de viktigste er at elevene selv tar ansvar for å forstå, og ikke bare følge prosedyrer fordi lærere, foreldre eller medelever sier at de skal gjøre det. I tillegg er det viktig at de skal kunne ta sjanser, tørre å presentere uferdige ideer som er under utvikling. Mestringsgleden over å finne ut av ting sammen er gjerne større enn om man klarer å løse ting alene.

På videre spørsmål til Anette og Bjarne om det positive med den undersøkende undervisningen de gjennomførte i timen, svarte de:

> Anette: *Det er jo fint at man kan se sammenhenger, selv om det er vanskelig å se de selv, det er derfor fint å sitte i hvert fall sammen med noen.*
> Bjarne: *Ja, det er jo også fint å få hjelp til å se de sammenhengene da. Når læreren kommer og hjelper oss med å se de sammenhengene.*

Anette og Bjarne framhever her ordet *sammenhenger* gjennom intervjuet. Dette er spennende ettersom jeg som intervjuer ikke nevner ordet i mine spørsmål eller kommentarer. Dette kan være som et resultat av de spørsmålene de har blitt vant med å besvare i oppgavene de har arbeidet med i timene. Der er det gjennomgående mye fokus på sammenhenger. Dette gjør at elevene er godt plassert inne i *undersøkelseslandskapet*. Arne framhevet mot slutten av sitt elevintervju ganske tydelig hva han syntes om undervisning generelt:

> Arne: *Jeg syntes det her var morsomt ihvertfall. Det gjør det morsomt å lære liksom. Det å jobbe med oppgaver i boka alene er så kjedelig liksom. Det får du litt lite ut av føler jeg, du sitter og skriver av, gjør noe liksom bare for å gjøre det. Her skal du komme fram til noe og skjønne noe.*

Motivasjon er ikke et tema jeg har fokusert på i oppgaven min, det er allikevel nærliggende å anta at også fokus på *dybdeforståelse* ved undersøkende oppgaver gir større lyst til å lære og dermed grobunn for bedre forståelse for faget.

Nosrati og Wæge (2015) har skrevet at elever som driver aktiv matematisk utforskning og diskuterer egne løsningsstrategier for hverandre, skaper en nærhet til oppgavene som gjør faget spennende og aktivt. Dette gjør at faget blir på elevenes egne premisser. Det får elever til å finne egne mønstre og systemer i stedet for at faget blir å huske hva læreren sa eller gjorde. Nosrati og Wæge (2015) henviser også til en økende mengde forskning de siste 30 årene som fremhever bruken av undersøkende arbeidsmetoder. Lærerne må ta utgangspunkt i elevenes tenking og la undervisningen baseres på elevenes resonnering, språk og argumenter for å fremme læring.

5.5 Terskelforståelse?

Fuglestad (2010) kommenterte at det å forstå matematikk er mer enn bare regler og prosedyrer. Det innebærer vel så mye å oppdage sammenhenger, systematisere disse og representere dem matematisk. I mitt materiale har jeg oppdaget flere tilfeller der elever har kommet videre i sin forståelse, et godt tilfelle er når elever går fra «a-ha»-opplevelse ved *å identifisere* til en senere «a-ha»-opplevelse ved *å oppdage*.

Jeg ønsket i min delproblemstilling å se på om jeg fikk elevene til å oppnå terskelforståelse i løpet av de undervisningsøktene jeg fulgte. Gjennom arbeid med terskelbegrepet *derivasjon* kan jeg se at tidligere oppdelt kunnskap kobles sammen i løpet av perioden jeg har observert, altså er begrepet integrativt. Jeg gjennomgikk teorien bak terskelbegrepet i kapittel 2.4.1. Det er mange små steg elevene må gjøre på veien mot en god forståelse for *derivasjon*. I starten av perioden var det mange elever som hadde utfordringer med å forstå hvordan man kunne finne funksjonsuttrykket til en rett linje, og hva både stigningstall og konstantledd var. Dette er forståelse som må være på plass, om man skal ha mulighet for å kunne ta inn over seg forståelsen for derivasjon.

I prosessen med å forstå et terskelbegrep er ofte kunnskapen i en fase ustabil. Det innebærer at det som i et tilfelle er helt klart, i neste tilfelle er ukjent igjen (Petterson & Brandell, 2017). Det er her vi beveger oss i *liminal space*. Jeg har i flere tilfeller observert at elever er i en slik fase i min observasjon av samtalene.

Vi går inn i en samtale mellom Anders og Beate hvor de er nysgjerrige på å finne funksjonsuttrykket til en graf de har tegnet på bakgrunn av punkter avsatt i et koordinatsystem.

> Anders: *Jeg tror det blir to x minus en på den derre.*
>
> Beate: *Åhh. Jeg får ikke det, min linje treffer linja (mener y-aksen) på minus to*
>
> Anders: *Da har jeg kanskje vært litt unøyaktig her da.*

Rett etterpå diskuterer Anders og Beate igjen, på en ny funksjon de har tegnet, nå virker det som at Beate helt har glemt det hun kunne for kun 5minutter siden.

> Beate: *Jeg hadde ikke klart å se det egentlig, fire x pluss fem eller?*
>
> Anders: *Stigningstallet er fire ja, og da er det 4x*
>
> Beate: *Hvor kommer den pluss femmen fra egentlig?*
>
> Anders: *Det er der linja treffer y aksen, der er konstantleddet*
>
> Beate: *Ahh, der ser jeg.*

I min første sekvens er det tydelig for leseren at Beate har en god forståelse for hvor konstantleddet kommer fra, derimot i den andre sekvensen er dette helt ukjent, og hun spør hvor den «pluss femmen» kommer fra. Det skal allikevel ikke så mye til av forklaring fra Anders før hun replisserer at hun forstår det. En slik variasjon av forståelse er helt vanlig når Beate er i en *liminal space*, da er det helt normalt å gå fra å kunne alt helt klart til å ikke forstå det i neste situasjon igjen. Petterson (2017) viser til andre forskninger som er gjort at elever som er for lenge i en *liminal space*, skaper seg et sett å klare seg på uten å ta seg over terskelen. Det kan være at elever lærer seg prosedyrer eller regler som kobles til begrepet. Hvis ikke elever får hjelp til å komme seg over terskelen, får elevene utfordringer senere i kunnskapsutviklingen.

Ved å bruke både tid og kraft på en slik type undervisning vil det gi resultat. Petterson (2017) påpeker at elever er avhengige av å utvikle sin forståelse for derivasjon fra et intuitivt utgangspunkt. Dette for å unngå at derivasjon kun blir en teknisk oppgave hvor man kun baserer seg på formler. Blant annet har Markus Hähkiöniemi (2006) kommet fram til i sin doktoravhandling at elever bør arbeide med funksjonsgrafer og deres forandring før derivasjon innføres. Poenget hans er å forsterke forståelsen. Petterson (2017) er klar på at i arbeidet med å lære seg derivasjon kan undervisning som fokuserer på resonnement og utledninger om hvorfor teknikkene fungerer, gi elevene evne til å forstå hvordan derivasjon foregår.

Mot slutten av min observasjonsuke opplevde jeg flere ganger at elever var på vei mot terskelforståelse i arbeidet sitt. Jeg opplevde både når jeg var i klasserommet selv som observatør og i lydopptak i etterkant å få den opplevelsen av at elever kan se for seg hvordan den deriverte av et funksjonsuttrykk vil se ut.

Vi ser tilbake på et av tilfellene vi så for oss i punkt 4.3.3 under *å resonnere*. Vi går inn i dialogen fra start:

> Arne: *Hva, fire ganger fem er 20, tre ganger tre er ni, det ser ut som man ganger med det som det er opphøyd i*
>
> Birger: *Å, det ser ut som der er et firetall*
>
> Arne: *JA! Man ganger med det som det er opphøyd i.*

Her er det tydelig at Arne har sett en god kobling mellom det opprinnelige funksjonsuttrykket og den deriverte, og klarer uten å bruke regler å se for seg overgangen. Her får i tillegg Arne en skikkelig euforisk opplevelse med å uttrykke «JA! Man ganger med det som det er opphøyd i».

Arne opplever en forsterkning senere i åpen klasseromssamtale, hvor Arne fortsetter på Karl sin forklaring (se intro i 4.2.9):

> Karl: *Så da blir det minus seks x, så fjerner man den ene potensen, og den andre er bare det samme*
>
> Arne: *Det går en x, det går an å dele på x, det stemmer her og.*

Her er det klart for Arne at han også har sett en kobling hvor han overfører det Karl sier om å «fjerne» til det mer matematisk korrekte «dele på x». Her er det tydelig at Arne ser for seg en annen og mer korrekt matematisk tilnærming til derivasjon.

I min teoridel om terskelbegrepet beskrev jeg 5 hovedkarakteristikker som skiller terskelbegrepet fra andre. Jeg ønsker å gå gjennom dem her og vise hvor jeg mener Arne er på slutten av den observasjonsuka. Terskelbegrepet er:

Transformativt: Arne har tydelig endret adferd og har fått virkelig tro på at han har forstått hvordan man kan derivere et funksjonsuttrykk. Han har arbeidet gjennom perioden med å forstå hvordan tangenten til punktene representerer vekstfarten til grafen. Ved de emfatiske utsagnene som jeg har nevnt i eksemplet ovenfor, viser det at Arne har god selvtillit på området og også har evnen til å forklare videre til andre.

Irreversibelt: Arne er nok ikke så sikker på å finne funksjonsuttrykket til en graf. I en samtale jeg presenterte i 4.2.6, er det tydelig at Arne er noe usikker på nettopp det. Dette er typisk opplevelse av å være i *liminal space*. I dialog med Birger underveis misforstår han delvis hvordan man utrykker et funksjonsuttrykk. Derimot har han klart for seg hvordan man kan se for seg den deriverte av et funksjonsutrykk. Jeg opplever ikke Arne sin forståelse så god at han har fått en irreversibel opplevelse av derivasjon.

Integrativt: Arne har fått opplevelsen av at *ting faller på plass* i løpet av de samtalene jeg refererte til ovenfor. Her er det tydelig at Arne ser sammenhengen mellom et funksjonsuttrykk og dens deriverte. Disse sammenhengene som Arne ser her er helt nytt for han, da derivasjon og analyse av funksjoner på den måten de har arbeidet med i observasjonsuka, er helt nytt for han.

Vanskelig å lære: Det krever en god del arbeid, både fysisk og mentalt for å kunne sette seg inn i den virkeligheten som kreves av elevene i arbeidet med å forstå derivasjonsprinsippet. Arne har anstrengt seg godt i perioden, og jeg har i mine transkripsjoner sett at han flere ganger har tatt kontakt med lærer eller medelev for å bekrefte eller få hjelp til å forstå de oppgavene han har arbeidet med.

«Unødvendig kunnskap»: I hvor stor grad Arne kommer til å bruke denne kunnskapen han nå besitter, er ukjent. Han har lært seg enkle framgangsmåter for å se på den deriverte til en enkel funksjon. Forhåpentligvis vil han dra nytte av den intuitive forståelsen jeg opplevde Arne var på vei til å få senere i faget.

I forhold til David Tall (Petterson & Brandell, 2017) sine *verdener* kan jeg se at Arne og de andre elevene beveger seg inn i en god forståelse for den første *verden*. Elevene har arbeidet med visualisering og konkretisering i undervisningen sin. Elevene har kun fått en kort introduksjon til bruk av symboler av lærer mot slutten av perioden. Det ligger inne i periodeplanen at de skal jobbe videre med det senere i perioden med derivasjon.

6 Avslutning

6.1 Konklusjon

I min oppgave har jeg prøvd å komme fram til et svar på mine problemstillinger. Derfor er det naturlig å dra inn dem her på slutten for å evaluere hvor godt jeg har kommet fram til funn som kan påpeke gode svar.

- Hvilke samtaletrekk er med på å skape en progresjon i forståelsen for elevene?
    - Kan vi se tendenser til terskelforståelse i samtaletrekkene i et ukes langt introduksjonskurs i derivasjon?

Mitt hovedforskningsspørsmål har altså vært om jeg kan se hvilke samtaletrekk som er med på å skape en progresjon i forståelse for elevene. Jeg har altså i mitt materiale funnet belegg for å si at alle samtaletrekk i *IC-modellen* til Alrø og Skovsmose (2002) og *åpen strategideling* hos Kazemi og Hintz (2019) er tilstede i mitt datamateriale. Det som skiller seg ut, er hyppigheten de forekommer i. Jeg valgte i mitt materiale modellen til Kazemi og Hintz (2019) i forkant av selve progresjonstidspunktet, det jeg har valgt å kalle for «a-ha»-opplevelsen. Her fant jeg at samtaletrekkene *resonnere*, *snu og snakk* og *tilføye* opptrådte oftest. I selve progresjonstidspunktet valgte jeg å anvende modellen til Alrø og Skovsmose (2002). Her var samtaletrekkene *oppdage*, *identifisere*, *advokere* og *evaluere* oftest tilstede.

Mitt delspørsmål hele tiden har vært om jeg kan se tendenser til terskelforståelse i løpet av et undervisningsforløp over en uke i derivasjon. Jeg har i punkt 5.5 prøvd å vise til arbeidet knyttet til terskelforståelse i faget. Det er klart at jeg har sett tendenser til terskelforståelse i samtaletrekkene jeg har observert, i observasjonsperioden hos enkelte av elevene. Det å ha fokus på terskelforståelse i faget har jeg stor tro på. Det er viktig at elevene får god tid til å gå i dybden i faget og da spesielt de emnene som ofte er omtalt som mer tekniske, som altså involverer mindre grad av intuitiv forståelse.

Jeg håper at funnene og refleksjonene jeg har gjort rundt samtaletrekkene i undervisningssammenhengen, kan gi gode tips til lærere i måten de organiserer sine timer. Det å kunne legge til rette for gode faglige og utviklende samtaler i undervisningen, er ikke enkelt, men kan være en svært god opplevelse både for elever og lærere når det fungerer.

6.2 Feilkilder og svakheter

I arbeidet med oppgaven har jeg identifisert enkelte feilkilder og svakheter.

Min største feilkilde er at tre av opptakene av den gruppa jeg ønsket å følge hele perioden med opptak, ble kryptert feil på en harddisk. Det viste seg umulig selv for dataleverandøren å åpne opp filene som ligger lagret der. Dette skulle vært mine viktigste data og bevis for progresjon i timene. Det er derfor leit å måtte se at de samtaleloggene er utilgjengelige for meg. I tillegg ville dette forsterket den totale mengden av «a-ha»-opplevelser fra 74 som jeg har endt opp med i mitt materiale, jeg kan anta at den totale mengden hadde vært over 100 og jeg kunne sannsynligvis kunne vist til tydeligere sammenhenger i materialet mitt.

I mitt arbeid med å klassifisere hvilke samtaletrekk som er gjeldende, har jeg konferert med en annen fagekspert på området. Det er allikevel jeg som har bestemt hvilke samtaler som skal tas med. Det kan være at andre som hadde hørt gjennom materialet, hadde lagt merke til andre samtaletrekk og andre samtaler som viser progresjon i forståelse som jeg har gått glipp av. Noen av samtaletrekkene er ganske overlappende, og derfor kan andre tolke samtalene ulikt. Jeg har i hvert fall analysert uten tanke på hva sluttresultatet skulle vise seg å bli. Det er først etter å ha gjennomført analyseringen jeg har gått i dybden på hva andre forskere har kommet fram til i sine undersøkelser.

I observasjonsuka hadde jeg, sett i ettertid, en dårlig plan for selve intervjuene (se vedlegg 7 og 8) jeg gjorde med elever og lærere. Ved å ha vært mer aktiv i de samtalene kunne jeg fått interessante tilbakemeldinger fra elever om de virkelig hadde «a-ha»-opplevelser på de stedene jeg har markert. Hadde jeg i tillegg hatt med samtalelogger, så kunne de vært med på å bekrefte eller avkrefte de funnene jeg har gjort, med det de selv opplever. I tillegg kunne jeg brukt samtaleloggene med lærer for å høre om det var bevisst samtalebruk i forkant av de samtalene som førte fram til «a-ha»-opplevelser. Jeg utnyttet ikke denne muligheten og ser selv at det hadde vært veldig fint å kunne fått elevenes egne oppfattelser av «a-ha»-opplevelsene og hatt dem med i datamaterialet mitt.

Jeg ønsket som kjent å følge en gruppe spesielt med tanke på å se progresjon i forståelse hos dem, men som jeg forklarte i delkapittel 3.2.3 fikk jeg ikke utnyttet de lydopptakene som var brukt hos den gruppen som hver gang ble gjort lydopptak av. Dette gjør at jeg også i arbeidet med å dokumentere terskelforståelse ikke kan vise til de gode eksemplene jeg hadde håpet å kunne vise i min oppgave. Ved å kunne vise tydeligere den utviklingen elever går gjennom i et undervisningsforløp, hadde min oppgave blitt sterkere. Her kunne man gjerne også fulgt elevene i et lengre perspektiv og gjerne frem til en avsluttende prøve.

6.3 Videre studier

Når min studie nå er over, er det selvsagt mange interessante spørsmål som dukker opp for meg som kunne vært spennende å sett mer på. Det første er tidsrommet. Min studie foregikk over kun en uke. Det kunne vært interessant å se hvordan forståelsen hadde vært over et lengre tidsperspektiv. En videre innarbeiding av undersøkende undervisning hos elevene ville forhåpentligvis kunne avdekket spennende resultater i forståelse hos elevene både etter temaperioden og etter skoleårets slutt.

Jeg var i min studie så uheldig å ikke få brukt resultatene jeg hadde tenkt, fra en enkelt gruppe gjennom hele aksjonsperioden. Det ville derfor vært spennende å se hvordan det hadde vært om man kunne fulgt en gruppe over et gitt tidsperspektiv. Dette for å se om man på et tidspunkt kunne si at forståelsen er så god at man kan si at man har terskelforståelse for derivasjon.

Et annet punkt jeg så vidt har vært innom, er samtaleanalyse i forkant av de setningene jeg har brukt i mitt materiale knyttet til «a-ha»-opplevelsene. Det kunne vært interessant å se følger av samtaletrekk. I mitt materiale har jeg kun tatt utgangspunkt i to samtaletrekk etter hverandre i forbindelse med «a-ha»-opplevelsen. Ved å kunne se på mønster av samtaletrekk etter hverandre kunne man sett om samtalene følger spesielle mønster i klasserommet, og hvilke følger som fører fram til «a-ha»-opplevelser, og hvilke følger som muligens ikke fører noen vei. Dette kunne hjulpet lærere til å lede elever tydeligere i rett retning.

I min studie har jeg sett på samtalebruk blant elever i en innføringsperiode av temaet derivasjon ved bruk av utforskende undervisning. De resultatene jeg har funnet her, kunne vært spennende å sett opp i mot andre temaer og andre undervisningsformer. Jeg har i min oppgave sammenlignet noe med Risa (2019), Varhol (2017) og Wittek (2019). En antagelse jeg har, er at det er en sammenheng mellom undervisningsform og samtalemåter. Dette er en antagelse som hadde vært fin å undersøke.

Jeg kom i min oppgave fram til at *resonnering* er et sentralt samtaletrekk som ofte er utløser i forbindelse med «a-ha»-opplevelser i faget. Det kunne vært interessant og gått mer i dybden på resonneringskompetansen til elevene i faget. Hvordan kan man få elever til å oppnå best mulig *resonnering* i faget, og hvordan kan fokus på resonnering få elever til å oppnå terskelforståelse.

7 Litteraturliste

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: Intension, reflection, critique.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisning - udvikling av IC-Modellen. I O. Skovsmose, M. Blomhøj, & H. Alrø, *Kunne det tænkes? : om matematikklæring* (ss. 110-126). Albertslund: Forlag Malling Beck.

Alrø, H., Skovsmose, O., & Skånstrøm, M. (2003). Læring gennem samtale. I O. Skovsmose, & M. Blomhøj, *Kan det virkelig passe?* (ss. 25-38). København: Forlag Malling Beck.

Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering.* Notodden: Telemarksforskning.

Andreassen, H. (2017). *Utivkling av inquiry-basert undervisning i matematikk.* Kristiansand: Universitetet i Agder.

Andresen, M., & Dahl, B. (2018, 3). Medrivende dialog som fransk fletting. *Tangenten*, ss. 39-47.

Blomhøj, M. (1994). Ett osynligt kontrakt mellan elever och lärare. *Nämnaren nr 4*, ss. 36-45.

Carlsen, M., & Fuglestad, A. (2010, 4(3)). Læringsfelleskap og inquiry for matematikkundervisning. *TIdsskriftet FoU i praksis* , ss. 39-60.

Chapin, S., O'Connor, C., & Anderson, N. (2009). *Classroom Discussions; Using Math Talk to Help Students Learn.* Sausalito, CA.: Math Solutions.

Cousin, G. (2006). An introduction to threshold concepts. *Planet No. 17*.

Dysthe, O., & Igland, M. (2001). Mikhail Bakhtin og sosiokulturell teori. I O. Dysthe, *Dialog, samspel og læring* (ss. 107-128). Oslo: Abstrakt forlag.

Fuglestad, A. (2010, 4). Læringsfellesskap og inquiry. *Tangenten*, ss. 2-6.

Hattie, J., & Yates, G. (2014). *Synlig læring : hvordan vi lærer.* Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Jensen, A.-M. (2018, Mars). *Realfagsløyper.* Hentet fra Realfagsløyper: http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-09/T3.P1.M3A%20%20%C3%85%20gripe%20terskelbegrepene_0.pdf

Johnsen Høines, M., Herheim, R., Lilland, I., Lode, B., Mosaker, G., & Alrø, H. (2007). *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis.* Bergen: Høgskolen i Bergen.

Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2013). Læringssamtalen som grep og begrep. I M. Johnsen-Høines, & H. Alrø, *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis Bok 2* (ss. 43-55). Bergen: Caspar Forlag.

Kazemi, E., & Hintz, A. (2019). *Målrettet Samtale.* Oslo: Cappelen Damm.

Kjærnsli, M., & Olsen, R. (2013). *Fortsatt en vei å gå - Norske elevers kompetanse i matematik, naturfag og lesing i PISA 2012.* Oslo: Universitetsforlaget.

Klaveness, E., Karlsen, L., & Kverndokken, K. (2019). *101 grep for å aktivisere elever i matematikk.* Bergen: Fagbokforlaget.

Klette, K. (2003). *Evaluering av Reform 97.* Oslo: Pedagogisk forskningsinstitutt.

Klette, K. (2013). Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen. I R. Krumsvik, & R. Säljö, *Praktisk-pedagogisk utdanning: en antologi* (ss. 173-201). Bergen: Fagbokforlaget.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju.* Oslo: Gyldendal akademisk.

Landfald, Ø. F. (2016). *Dybdelæring - Masteroppgave i pedagogikk.* Oslo: Universitetet i Oslo.

Lepik, M., Grevholm, B., & Viholainen, A. (2015). *Using textbooks in the mathematics classroom - the teachers`s view.* Hentet fra Resarcgate: https://www.researchgate.net/publication/287994658_Lepik_Grevholm_Viholainen_2015

Lillemyr, O. (1999). *Lek, læring og opplevelse, i barnehage og skole.* Trondheim: Tano Aschehoug.

Ludvigsen, S., Landfald, Ø. F., & Gilje, Ø. (2018, November 29). Dybdelæring – historisk bakgrunn og teoretiske tilnærminger. *Utanningsnytt.no*.

Mellin-Olsen, S. (1990, 2). Oppgavediskursen i matematikk. Rekostruksjon av en diskurs. *Tangenten*, ss. 9-15.

Meyer, J., & Land, R. (2003). *Threshold Concepts and Troublesome Knowledge.* Edinburgh: ETL project.

Nosrati, M., & Wæge, K. (2015). *Matematikksenteret.* Hentet fra https://www.matematikksenteret.no/nettbutikk/sentrale-kjennetegn-p%C3%A5-god-l%C3%A6ring-og-undervisning-i-matematikk

Nosrati, M., & Wæge, K. (2018, April). *Dybdelæring i matematikk.* Hentet fra Realfagsløyper.no: http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/MN%20KW%20dybdel%C3%A6ring%2015.04.18_0.pdf

NOU - Norge offentlige utredninger. (2014, 7). *Regjeringen.no.* Hentet fra https://www.regjeringen.no/contentassets/e22a715fa374474581a8c58288edc161/no/pdfs/nou201420140007000dddpdfs.pdf

Petterson, K., & Brandell, G. (2017, April). Att utveckla elevers begreppsförmåga. *Skolverket*, ss. 1-8.

Petterson, K., & Brandell, G. (2017, April). *Realfagsløyper.* Hentet fra Matematikksenteret: http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T3.P1.M2A%20-A%CC%8A%20utvikle%20elevers%20begrepsforsta%CC%8Aelse%20Oversatt_0.pdf

Polya, G. (1945). *How to solve it?* London: Oxford University Press.

Risa, O. (2019). *Samtalekvalitet, strategier og forståelse i arbeid med Elevgenererte eksempler.* Bergen: Universitetet i Bergen.

Streitlien, Å. (2009). *Hvem får ordet og hvem har svaret?* Oslo: Universitetsforlaget.

Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking; functions, limits, infinity and proof. I D. Grouws, *Handbook of reserach on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (ss. 495-511). New York: Macmillan.

Tall, D., & Vinner, S. (1981, 12). Concept Image and Concept definition in Mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, ss. 151-159.

Thagaard, T. (2007). *Systematikk og Innlevelse : en innføring i kvalitative metoder, 3 utg.* Bergen: Fagbokforlaget.

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder.* Bergen: Fagbokforlaget.

Utdanningsdirektoratet. (2019, 03 13). *Dybdelæring*. Hentet fra Utdanningsdirektoratet: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/

Utdanningsdirektoratet. (2020, Februar 10). *Nye læreplaner 1T*. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat09-01

Varhol, A. (2017). *"Jeg hadde aldri fått til dette om jeg skulle gjort det alene" - Å lære gjennom samtale.* Trondheim: Universitetet i Trondheim - NTNU.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Sociey.* Cambridge: Harvard University Press.

Wells, G. (1993, 5). *Reevaluating the IRF sequence: A proposal for the articulation of theories of activity and discourse for the analysis of teaching and learning in the classroom.* Hentet fra Linguistics and Education: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0898589805800014?via%3Dihub

Wæge, K., & Nosrati, M. (2015, 04 30). *Utanningsforskning.no.* Hentet fra Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk: https://utdanningsforskning.no/artikler/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk/

8 Vedlegg

Vedlegg 1: Hovedundersøkelsesoppgaver

Vedlegg 2: Pilotoppgaver

Vedlegg 3: Informasjonsskriv og samtykke til elever

Vedlegg 4.1: Søknad til NSD

Vedlegg 4.2: Godkjenning fra NSD

Vedlegg 5: Godkjenning fra skolen (er delvis blanket ut)

Vedlegg 6: Samtykkeerklæring lærere

Vedlegg 7: Intervjuskjema elever

Vedlegg 8: Intervjuskjema lærer

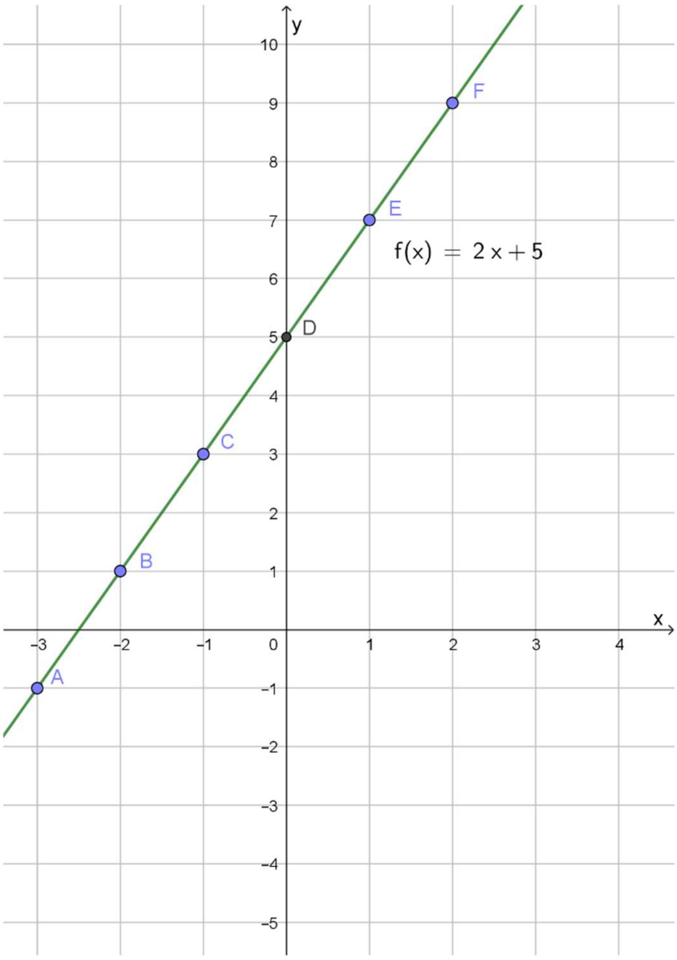
Vedlegg 9: Spørreskjema i forkant av pilotperioden

Vedlegg 10: Spørreskjema i etterkant av observasjonsuka

Vedlegg 1: Hovedundersøkelsesoppgaver

Vekstfart – en introduksjon

1) Se på funksjonen $f(x) = 2x + 5$ under



a) Velg 2 punkter på funksjonen som har forskjell 1 i x-verdi. Noter også ned koordinatene.

b) Hvor mye endring i y-verdi er det mellom punktene dine?

c) Velg 2 punkter som ikke har forskjell 1 i x-verdi. Finn endringen i y-verdi nå

d) Vil du si at endringen i verdi har vært større, mindre eller den samme. Forklar kort.

e) Diskuter nå med læringspartneren hva dere har kommet fram til.

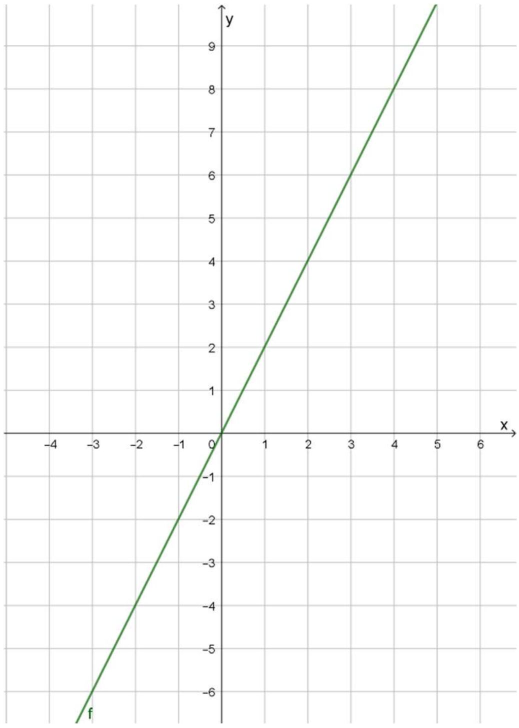
2) Velg selv a og b i funksjonen $y = ax +$ og tegn denne inn i diagrammet over
   a) Gjenta deretter punkt a og b fra oppgave 1.

   b) Hvilke likheter og ulikheter kan du se mellom oppgave 1 og 2?

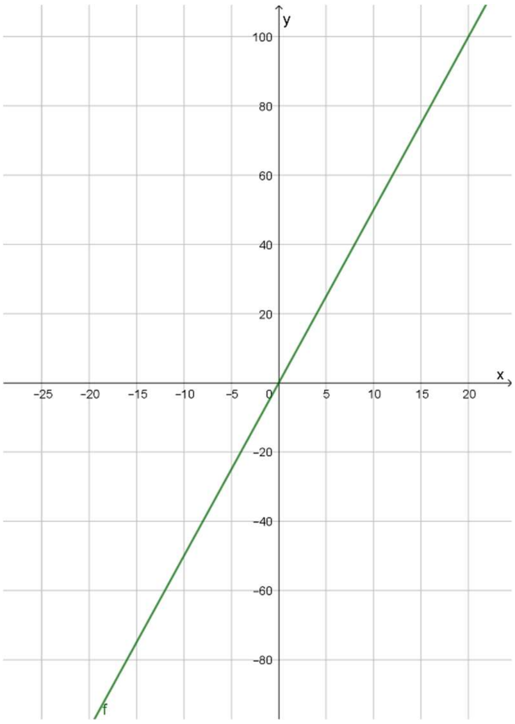
3) Hvis du nå skulle finne endringen i y verdi i funksjonen h(x) = cx+d når du har 1 i avstand i x-retning. Hvilket tips ville du gitt en usikker matematikkelev

9)

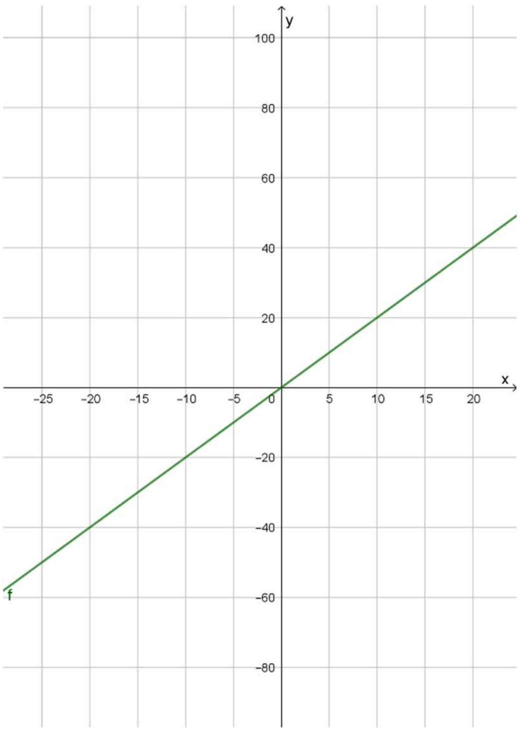
4) Under ser du 4 funksjoner tegnet i Geogebra



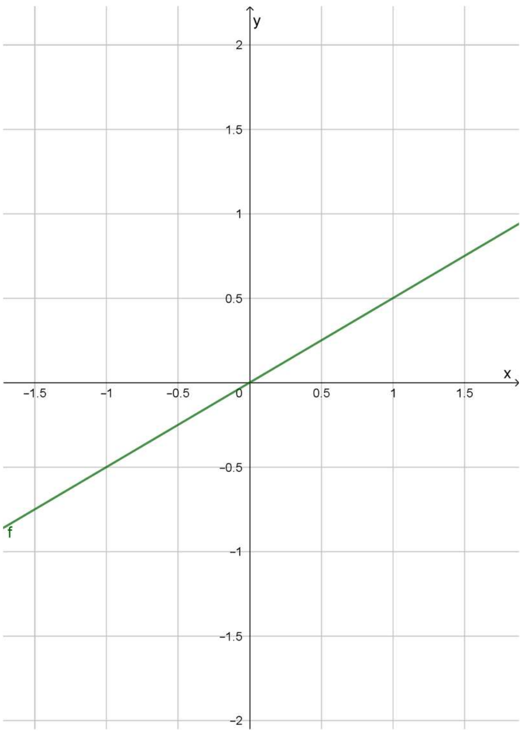
Figur 1



Figur 2



Figur 3



Figur 4

a) Sammenlign de 4 funksjonene. Hva finner du av likheter og forskjeller. Begrunn funnene dine.

b) Forklar hvordan man finner funksjonsuttrykket til en graf

c) Bruk matematiske uttrykk for å finne stigningstallet til en funksjon

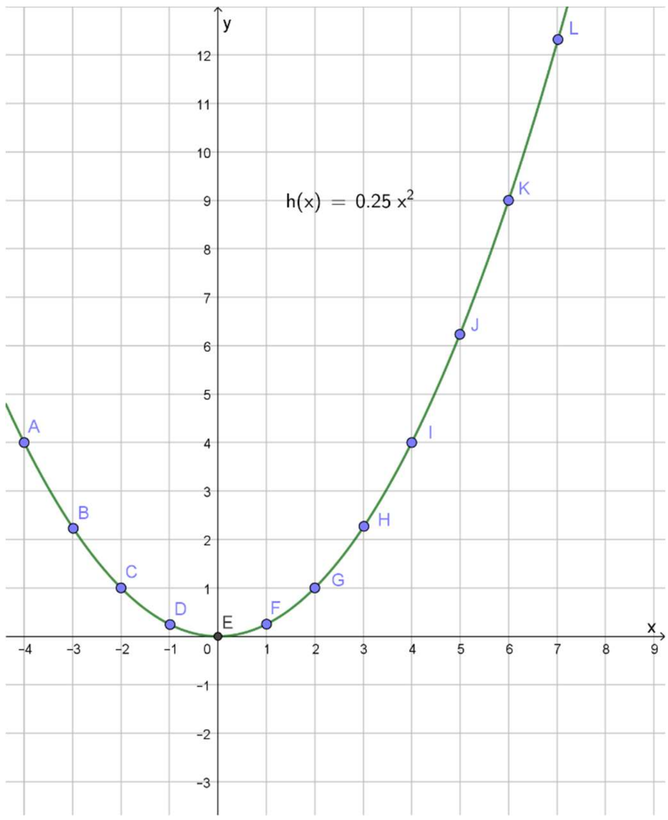
d) Tegn inn selv en ny funksjon i en av figurene over. Bytt deretter ark med læringspartneren, kom fram til hverandres funksjonsuttrykk. (Lag selv fasit et aller annet sted)

e) Gå gjennom oppgave a-c med læringspartneren din. Prøv å finn ut en felles strategi og matematisk forklaring.

5) Felles i klassen. To av læringsparene skal komme på tavla og forklare for de andre i klassen sine ideer på oppgave 4. Kan godt bruke eksempelet dere lagde i oppgave 4d.
   a. Diskusjon rundt vekstfart eller stigningstall?
   b. Hvordan finne en tangent?
   c. Hvordan kan funksjoner se ut?

Vekstfart - en videreføring

1) Under er det en litt annerledes funksjon fra forrige gang



a) Skriv kort hvordan funksjonen utvikler seg når x- verdien endrer seg.

b) Marker også her 2 punkter med 1 i avstand i x-retning. Finn stigningstallet

c) I figuren til venstre er det kun tatt ut et lite skjermklipp. Forklar kort hvordan du tror funksjonen endrer seg utenfor skjermklippet.

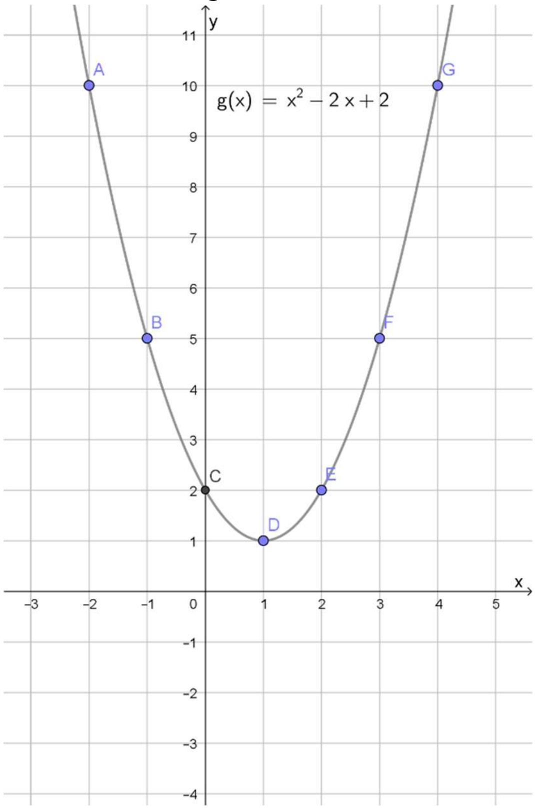
d) Velg deg nå 2 nye punkter. Finn stigningstallet mellom punktene.

e) Sammenlign svarene dine i 1b og 1d. Hva er sammenhengen? Tror du man kan forutsi stigningstallet mellom 2 punkter gitt en funksjon, evt. Hvordan?

f) Utforsk med linjalen langs grafen. La linjalen være tangenten til punktene som gir grafen. Gi en forklaring på hva som skjer med stigningen til punktene.

g) Diskuter gjennom oppgavene a-f med læringspartneren din

2) Under er funksjonen $g(x) = x^2 - 2x + 2$.



a) Bruk også her linjalen til å følge grafen som en tangent. Forklar kort hvordan tangenten endrer seg

b) Tegn tangenten til 2 punkter som har 1 i avstand i x-retning.

c) Finn funksjonsuttrykket til de 2 tangentene. Se på stigningstallet ditt, hvordan har det endret seg?

d) Sammenlign med læringspartneren din. Hvilke likheter og forskjeller har dere.

3) 2 og 2 av læringsparene skal nå sette seg sammen. Dere har i oppgave å finne sammenhenger og forskjeller i oppgave 2

4) Alle læringsparene skal vise fram 1 av funksjonene de fant i 2c på tavla samtidig. Sorter inn i lærers tabell (Forhåpentligvis har ikke alle valgt den samme)

   a. Lærer leder en drøfting om vi kan se sammenhenger i endring i stigningstall ettersom vi beveger oss langs grafen.

   b. Forhåpentligvis kan vi lage en forutsigbar plan for hvordan funksjonene endrer seg langs grafen, sammen som en gruppe.

Vekstfart – Overgangen til derivasjon

1) Denne gangen skal dere få lage funksjonen i Geogebra. Det kan være greit med noen begrensninger, så vi holder a, b og c mellom -5 og 5 og bruker hele tall. (Nærme 0 er alltid smart 😉)

   a. Tegn inn din funksjon $f(x) = ax^2 + bx + c$ i Geogebra. Fint om du og læringspartneren bruker to forskjellige.

   b. Skriv ned kort hvordan funksjonen din utvikler seg med stigende x-verdi.

   c. Marker i grafen hvor (0, f(0)), (1, f(1)) og (2, f(2)) er. Finn tangenten til disse 3 punktene og noter ned stigningstallet du får ut i tabellen til høyre:

   d. Er ikke læringspartneren helt ferdig. Hjelp hverandre, det er gjerne utfordrende med det tekniske i Geogebra.

Hvilken X-verdi	Stigningstall
0	
1	
2	

   e. Lag nå et nytt Geogebra ark. Her skal du plotte inn punktene til høyre, vi lar stigningstallet være y-verdi nå.

   f. Trekk linje gjennom punktene og finn funksjonsuttrykket til linja.

2) Nå skal vi sammenligne
    a. Se på den opprinnelige funksjonsuttrykket ditt i 1a og den du har funnet i 1f. Hva er forskjellen og hva er likheten? Tror du det går an å forutsi svaret i 1f utifra 1a? I så fall hvordan. Lag en hypotese eller et forslag, gjerne matematisk.

    b. Sammenlign funnene dine i a) med læringspartneren din.

3) Nå skal alle skrive sine opprinnelige funksjoner i 1a og den du har funnet i 1f på tavla. Skriv gjerne 1a) og 1f) foran de ulike funksjonene

4) Er ikke alle ferdige skal du nå teste ut din hypotese eller forslag på en ny funksjon.

5) Sammen med lærer skal dere nå drøfte hva dere har gjort og hva for sammenhenger dere har funnet.

Vedlegg 2: Pilotoppgaver

Paroppgave 1 – *Kast ivei*

Dere får utdelt 2 terninger. Disse skal hver gang kastes sammen og summen av øyne på de 2 terningene registreres som verdi på et kast.

Kast nr	Frekvens	Kumulativ frekvens
1		
2		
3		
4		
5		

Kumulativ betyr oppsamlende

1) Finn den gjennomsnittlige økningen i kumulativ frekvens fra kast 1 til kast 5
2) Kan dere på bakgrunn av dette finne funksjonsuttrykket som viser økning i kumulativ frekvens i terningkast
3) Hvor lang tid vil det ta før dere når opp til 100 i kumulativ frekvens?

Paroppgave 2 – Gambleren

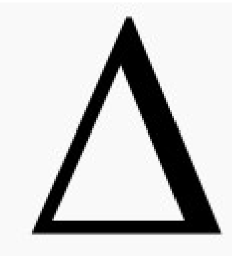
Er et enkelt spill som gjøres av 2 personer og 2 terninger. Begge starter med 100 poeng som startverdi. Dere veksler på hvem som kaster. Det konkurransen går ut på er å ha høyest differanse mellom de 2 terningene. Man har 2 muligheter på seg, etter første kast kan man velge enten å ta differansen som ble da eller å gamble på neste kast. Differansen skal ganges med 10. Fyll ut i felles tabell. Best etter 6 kast vinner.

Kast nr	Spiller 1	Spiller 2
1		
2		
3		
4		
5		
6		
Sum		

a) Finn gjennomsnittlig poeng for hver runde.
b) Lag deretter en funksjon som viser utviklingen i poeng per kast hos begge.
c) Hvis dere setter inn x=2 i deres uttrykk skal dere i utgangspunktet få samlet verdi etter 2 kast. Gjør dere det? Hvorfor?
d) Hvor mange poeng kan dere forvente å få etter 20 kast?

Del 2: Er dere ferdig skal dere si fra til lærer som skal sette dere med et annet par.

1) Gå gjennom oppgave 1. Har dere gjort oppgavene på samme måte. Finn 2 ting dere har gjort likt og 2 ting dere har gjort ulikt.
2) Gå deretter gjennom oppgave 2.
   a. Hvor stor forskjell har dere i stigningstall?
   b. Hva betyr egentlig stigningstallet?
   c. Har begge gruppene brukt 100 som konstantledd? Hvorfor?
3) Dere skal som gruppe komme fram til 4 funksjoner. De fire funksjonene skal alle passere gjennom punktet (10,100). Ingen av funksjonene skal være like.
4) Sett 2 av funksjonene dere fant i 3) lik hverandre. Regn ut og forklar svaret deres

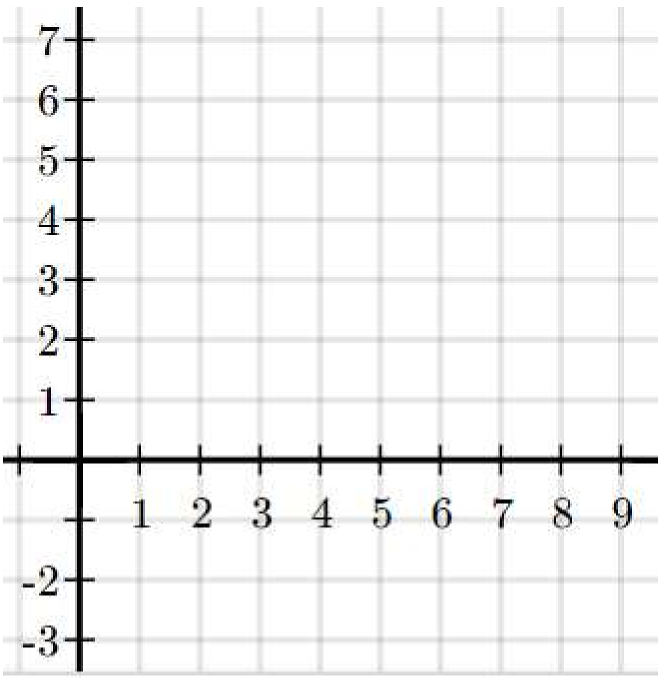


Figuren til venstre heter «delta», og betyr her forandring. Dere har allerede brukt tegnet uten å reflektere over det. Kort fortalt finner man «delta» ved å ta differansen i y-verdi eller differansen i x-verdi.

Ved å dele delta y på delta x finner man gjennomsnittlig endring hos en funksjon.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

5) Under er et lite utsnitt av koordinatsystemet. Her skal hver og en av dere markere 2 punkter.



a) Finn først Δy.
b) Finn deretter Δx
c) Til slutt skal du da finne gjennomsnittlig endring hos en funksjon.
d) Trekk en stråle som går gjennom begge punktene dine.
e) Finn funksjonen til linja du nå har tegnet
f) Lag en kort forklaring hvor du forklarer hvordan man kan komme fram til likningen for ei linje ved regning.
g) Forklar for hverandre på gruppa hvordan dere løste a-f. Kom deretter fram til en av forklaringene i f) som gruppas forklaring.

Vedlegg 3: Informasjonsskriv og samtykke til elever

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Samtaletrekk ved undersøkende matematikkundervisning"?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å *se på hvilke samtaletrekk som gjøres i forbindelse med en undervisningssekvens hvor bruk av undersøkende undervisning er gjeldende*. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Formålet med studien er å se på hvilke samtaletrekk som gjøres mellom dere som elever og mellom elev og lærer i en undervisningsperiode. Tema for perioden er derivasjon i 1T matematikk. Undervisningsmetoden som ønskes gjennomført er undersøkende matematikk.

Jeg ønsker å se på hvordan dere samhandler i matematikktimene, hvilke typer samtaler dere fører med samarbeidspartner og sammen med lærer. Jeg ønsker å se om undervisningsopplegget gjør at dere får en mer aktiv time og en dypere forståelse i emnet.

Studien som gjennomføres er et masterstudie ved matematisk institutt ved Universitetet i Bergen.

Utvalget som blir valgt til utforskning blir gjort i samsvar med faglærer.

Hva innebærer det for deg å delta?

Deltakelsen innebærer å være med på et undervisningsopplegg over 3 ganger der det vil bli gjort lydopptak, notater og innsamling av skriftlig arbeid. Etter hver gang vil 2 av dere bli tatt ut til muntlig intervju, der fokuset vil være refleksjon over egen kommunikasjon i timen.

Lydopptakene gjøres med mobiltelefoner. Rett etter opptak overføres lydfilene til PC hvor de krypteres og kan slettes fra mobiltelefon.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Informasjonen vil ikke knyttes til navn eller klasse. Det vil i masteroppgaven stå at utvalget er gjort via matematikklærere i faget. Klassen blir omtalt som en vanlig 1T klasse. Deltagerne vil ikke kunne gjenkjennes i en publikasjon.

Prosjektet skal etter planen være ferdig 31. mai 2020 og datamaterialet anonymiseres ved prosjektslutt.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med Ove Haugereid på tlf. 976 67 655 eller veileder Christoph Kirfel på tlf. 915 10 728.
Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD – Norsk senter for forskningsdata AS

Med vennlig hilsen

Ove Haugereid
Masterstudent Universitetet i Bergen

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *"Samtaletrekk ved undersøkende matematikkundervisning"* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i *pargruppe med lydopptak*
- ☐ å delta i *intervju med forsker*

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles anonymt frem til prosjektet er avsluttet, ca. 30.Mai 2020

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 4.1: Søknad og godkjenning NSD

NSD MELDESKJEMA FOR BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER   Norsk   Ove Antvord Haugereid

Meldeskjema 431615

Skriv ut

Sist oppdatert
14.11.2019

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer

Type opplysninger

Skal du behandle særlige kategorier personopplysninger eller personopplysninger om straffedommer eller lovovertredelser?
Nei

Prosjektinformasjon

Prosjekttittel
Erfaringsbasert master i matematikk

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene
Jeg vil etter perioden sitte igjen med en god del samtalelogg og intervjulogg. Jeg trenger dette for å gjennomføre mine undersøkelser. Jeg vil kryptere disse.

Ekstern finansiering

Type prosjekt
Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student
Ove Antvord Haugereid, ovehaug@hotmail.com, tlf: 97667655

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Bergen / Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet / Matematisk institutt

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)
Christoph Kirfel, Christoph.Kirfel@uib.no, tlf: 55584873

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?
Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget
Videregående elever 1 året i programfag 1T matematikk

Rekruttering eller trekking av utvalget
[redacted]

Alder
16 - 18

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?
Nei

Personopplysninger for utvalg 1

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1?

Gruppeintervju

Vedlegg

Spørreskjema ver 1.0.docx

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger
Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?
Ungdom

Deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger
Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?
Ungdom

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?
Ja

Hvordan?
Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv

Informasjon til elever ver 1.0.docx

Utvalg 2

Beskriv utvalget
Faglærere i 1T matematikk [redacted]

Rekruttering eller trekking av utvalget
[redacted]

Alder
27 - 60

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?
Nei

Personopplysninger for utvalg 2
- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 2?

Personlig intervju

Vedlegg

Spørsmål å stille faglærer.docx

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger
Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger
Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Informasjon for utvalg 2

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?
Ja

Hvordan?
Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv
Informasjon til faglærer ver 1.0.docx

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?
Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?
- Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?
Ved at eleven tar kontakt med sin faglærer eller meg og gir beskjed om at samtykket trekkes.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?
De enkelte vil få lov til å se det jeg har notert eller høre lydopptak av intervju av seg selv. I tillegg vil jeg slette alle opptak ved endt oppgaveskriving.

Totalt antall registrerte i prosjektet
1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?
- Annen godkjenning

Annen godkjenning
[redacted]

Godkjenninger
[redacted] masteroppg.pdf

Behandling

Hvor behandles opplysningene?
- Maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon
- Mobile enheter tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?
- Student (studentprosjekt)
- Interne medarbeidere
- Prosjektansvarlig

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?
Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (kodenøkkel)?
Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Opplysningene anonymiseres
- opplysningene krypteres under lagring
- Adgangsbegrensning

Varighet

Prosjektperiode
02.12.2019 - 16.06.2020

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?
Nei, data vil bli oppbevart uten personopplysninger (anonymisering)

Hvor oppbevares opplysningene?
Internt ved behandlingsansvarlig institusjon

Hvilke anonymiseringstiltak vil bli foretatt?

- Lyd- eller bildeopptak slettes

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?
Nei

Tilleggsopplysninger

Spørreskjema til faglærer.

Andre vedlegg

Spørsmål å stille faglærer.docx

Vedlegg 4.2: Godkjenning fra NSD

NSD MELDESKJEMA FOR BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Norsk   Ove Antvord Haugereid

NSD sin vurdering

Skriv ut

Prosjekttittel
Erfaringsbasert master i matematikk

Referansenummer
431615

Registrert
18.10.2019 av Ove Antvord Haugereid - antvord@gmail.com

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Bergen / Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet / Matematisk institutt

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)
Christoph Kirfel, Christoph.Kirfel@uib.no, tlf: 55584873

Type prosjekt
Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student
Ove Antvord Haugereid, ovehaug@hotmail.com, tlf: 97667655

Prosjektperiode
02.12.2019 - 16.06.2020

Status
15.11.2019 - Vurdert

Vurdering (1)

15.11.2019 - Vurdert
Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet den 15.11.19 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 16.06.20.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).
NSD vurderer at informasjonen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Silje Fjelberg Opsvik
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 5: Godkjenning fra skolen (er delvis blanket ut)

[redacted]

Ove Haugereid,
Stensvevegen 24B,
2320 Furnes

[redacted] 20.09.19

<u>Godkjenning</u>

Det vises til søknad datert 11.06.19, i forbindelse med forestående masteroppgave.

Vi godkjenner og gir tillatelse til at Ove Haugereid deltar i klassesammenheng, undervisningsøkter for en klasse som har faget matematikk og programmet 1T.

Den foreløpige problemstillingen presentert i søknaden «Hvordan oppleves undersøkende undervisning for elevene», ser vi frem til å høre mer om underveis og når oppgaven er ferdig skrevet.

Vi ønsker lykke til med arbeidet.

Med hilsen

[redacted]

Vedlegg 6: Samtykkeskjema lærer

Vil du delta i forskningsprosjektet - *"Samtaletrekk ved undersøkende matematikkundervisning"*?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å *se på hvilke samtaletrekk som gjøres i forbindelse med en undervisningssekvens hvor bruk av undersøkende undervisning er gjeldende*. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg og dine elever.

Formål

Formålet med studien er å se på hvilke samtaletrekk som gjøres mellom dere som elever og mellom elev og lærer i en undervisningsperiode. Tema for perioden er derivasjon i 1T matematikk. Undervisningsmetoden som ønskes gjennomført er undersøkende matematikk, studiet skal ikke være et alternativt opplegg, men følge den progresjonen som er tenkt med de kompetansemålene som er lagt for perioden.

Jeg ønsker å se på hvordan dere samhandler i matematikktimene, hvilke typer samtaler dere fører med samarbeidspartner og sammen med lærer. Jeg ønsker å se på hva dere gjør for tiltak når dere evt. står fast på en oppgave i matematikk. Her vil målet være å se på om samtaler elever imellom er noe som må øves mer på.

Studien som gjennomføres er et masterstudie ved matematisk institutt ved Universitetet i Bergen.

Dette prosjektet skal i utgangspunktet kun gjennomføres i en klasse, det gjelder lydopptak, men ønsket er at flere 1T klasser også gjennomfører dette slik at det kan være mulig å få flere lærerinnspill i samtaler.

Hva innebærer det for deg å delta (lydopptakklassen)?

Deltakelsen innebærer å være med på et undervisningsopplegg over 3 ganger der det vil bli gjort lydopptak, notater og innsamling av skriftlig arbeid. Etter hver gang vil 2 av elevene bli tatt ut til muntlig intervju, der fokuset vil være refleksjon over egen kommunikasjon i timen.

Etter hver økt vil også faglærer bli bedt om å svare på noen spørsmål knyttet til hvordan han/hun opplevde timen.

Faglærer vil være med på å avgjøre hvilke 6 elever som er med på lydopptak for hver gang. Det gjelder også parsammensetning i perioden.

Lydopptakene gjøres med mobiltelefoner eller lydopptaker. Rett etter opptak overføres lydfilene til PC hvor de krypteres og kan slettes fra mobiltelefon/lydopptaker.

Hva innebærer det for deg å delta (kun intervju etter time)?

Deltakelsen innebærer at klassen din gjennomfører et undervisningsopplegg over 3 ganger. Etter hver økt vil det være interessant å gjennomføre intervju med lærere som har gjennomført opplegget. Man kan selvsagt gjennomføre opplegget uten å føle behov for intervju, da sier man selv ifra eller ikke samtykker dette skjemaet.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Informasjonen vil ikke knyttes til navn eller klasse. Det vil i masteroppgaven stå at utvalget er gjort via matematikklærere i faget. Klassen blir omtalt som en vanlig 1T klasse. Deltagerne vil ikke kunne gjenkjennes i en publikasjon. Lærer sitater blir bare omtalt som lærer.

Prosjektet skal etter planen være ferdig 31. mai 2020 og datamaterialet anonymiseres ved prosjektslutt.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

I den uka vi har lydopptak i klassen vil de elevene som ikke ønsker å delta kunne være i en parallell klasse i 1T. Dette for å sikre at ikke stemmer fra de elevene vil være på lydopptak fra klassen. Alle klassene i 1T følger parallell undervisning, så det vil ikke medføre at du går glipp av fagstoff i perioden.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er kun jeg, Ove, som har tilgang til lydopptakene. Disse vil være lagret på sikker datamaskin.
- Datamaterialet vil være lagret kryptert på datamaskin.
- I min publikasjon vil jeg transkribere en god del utsagn, her vil jeg oppgi fiktivt navn på de som blir sitert.
- Lærere blir kun referert til som lærer.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Bergen har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- *Universitetet i Bergen* ved *førsteamenuensis Christoph Kirfel på tlf 915 10 728. Student Ove Haugereid på tlf 976 67 655*
- Vårt personvernombud: Janecke Helene Heim tlf 555 82 029 eller 930 30 721.Universitet i Bergen
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Ove Haugereid
Masterstudent Universitetet i Bergen

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *"Samtaletrekk ved undersøkende matematikkundervisning"* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i *undervisning med lydopptak (hvis aktuelt)*
☐ å delta i *intervju med forsker*

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles anonymt frem til prosjektet er avsluttet, ca. 30.Mai 2020

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 7: Intervjuskjema elever

Spørsmål å stille elever (enten intervjuer i par eller alene)

- Hvordan opplevde du opplegget i timen?
    - Trives du best med tradisjonell undervisning eller mer åpne som i dag?
        - Hvorfor?
- Fortell om hva du syntes var spesielt bra
    - Hvorfor var det spesielt bra?
- Gi et eksempel på hva du gjorde når dere sto fast på en oppgave?
    - Fikk du hjelp?
        - Forsto du da, eller var du fortsatt usikker?
- Opplevde du at lærer var tilgjengelig for hjelp?
    - Hva kunne lærer gjort annerledes i sin tilgjengelighet
- Hvem vil du helst ha hjelp av når du står fast?
    - Hvorfor det?
        - Får du den hjelpen du trenger
- I klasserommet sitter dere veldig tett, hvilke forstyrrelser opplevde dere i timen?
    - Hva gjorde det med ditt eget utbytte av timen?
- Opplevde du selv å hjelpe andre i timen?
    - Hva følte du da?
    - Opplevde du at den du hjalp forstod?

Vedlegg 8: Intervjuskjema lærer

Spørsmål å stille faglærer

- Hvordan opplevdes opplegget i timene?
    - Hva var spesielt bra?
    - Hva var utfordrende for deg som lærer?
- Hvordan var den muntlige aktiviteten i timene?
    - Opplevde du at elevene snakket matematikk sammen
        - Virket det som elevene lyttet til hverandre?
    - Opplevde du flere muntlige aktive i timene?
- Hvordan gikk det for deg som lærer å ikke kunne gi svar direkte, men heller utfordre ved å stille hypotetiske spørsmål

Vedlegg 9: Spørreskjema i forkant av pilotperioden

Matematikk 1T – Et forskningsprosjekt

For en bedre skolehverdag

Fortell om en tradisjonell undervisningstime fra ungdomsskolen. Bruk tidsramme 60min og noter ned med minutter cirka hvor lang tid hvert element av undervisning utgjorde.

På en skala fra 1-10 hvor gode vil du si at dine egne matematiske kunnskaper er?

På en skala fra 1-10 vil du si din interesse for matematikkfaget er?

Hva er din kunnskap om undersøkende matematikk? Noter ned punktvis om du kommer på noe.

Takk for ditt bidrag, sammen skaper vi god undervisning! Mvh mastergradstudent Ove.

Vedlegg 10: Spørreskjema i etterkant av observasjonsuka

Matematikk 1T – Et forskningsprosjekt

For en bedre skolehverdag

Kjønn (ring rundt): Gutt Jente

Du har de siste 2 matematikktimene fått undervist med metoden undersøkende matematikk. Kom med 2 positive opplevelser og 2 mer utfordrende/mer negative opplevelser med de 2 timene.

På en skala fra 1-10 hvor godt føler du at du har lært i timene

På en skala fra 1-10 vil du at slik undervisning skal være framtredende framover

Har du noe du vil fortelle meg eller faglæreren om undervisningen, kommenter gjerne under:

Takk for ditt bidrag, sammen skaper vi god undervisning! Mvh mastergradstudent Ove.