

En overlappende generasjonsmodell for norsk  
økonomi

Kurt Aksel Andersen

September 2011



# Innhold

<b>Sammendrag</b>	<b>vii</b>
<b>1 Innledning</b>	<b>1</b>
<b>2 Pensjonssystemet</b>	<b>3</b>
2.1 Behovet for en ny pensjonsreform . . . . .	3
2.2 Bakgrunnen for den nye pensjonsreformen . . . . .	4
2.3 Utformingen av den nye pensjonsreformen . . . . .	5
2.3.1 Inntektpensjonen . . . . .	5
2.3.2 Regulering av alderspensjon . . . . .	6
2.3.3 Pensjonsbeholdningen . . . . .	6
2.3.4 Beregning av delingstall . . . . .	6
2.3.5 Uttak av pensjon . . . . .	8
<b>3 Statens Pensjonsfond - Utland</b>	<b>9</b>
3.1 Anslag på fremtidig utvikling i SPU . . . . .	10
<b>4 Modellering av økonomien</b>	<b>13</b>
4.1 Befolkningen . . . . .	13
4.2 Produksjonssektoren . . . . .	14
4.3 Konsumentene . . . . .	16
4.3.1 Budsjettvilkåret . . . . .	16
4.3.2 Optimeringsproblemet . . . . .	16
4.3.3 Effektiv lønn . . . . .	17
4.3.4 Løsning av optimeringsproblemet . . . . .	18
4.3.5 Sparing og formue . . . . .	21
4.4 Offentlig sektor . . . . .	22
<b>5 Parametervalg og løsningsmetode</b>	<b>23</b>
5.1 Parametrisering . . . . .	23
5.1.1 Konsumentenes preferanser . . . . .	23
5.1.2 Produksjons- og offentlige parametre . . . . .	24
5.1.3 Resterende parametre . . . . .	25
5.2 Løsning av modellen . . . . .	26
5.2.1 Justering og estimering av forventet levealder . . . . .	26
5.2.2 Omgjøringen fra SSBs tall . . . . .	27
5.2.3 Seks representative individ . . . . .	28
5.2.4 Optimalt pensjonsuttak . . . . .	29
5.2.5 Andelen av hver gruppe pr kohort . . . . .	30
5.2.6 Kohortstørrelser . . . . .	32
<b>6 Resultater fra simuleringene</b>	<b>35</b>
6.1 Individenes tilpasning . . . . .	35
6.1.1 Arbeidstilbudet . . . . .	35
6.1.2 Budsjettet . . . . .	36
6.1.3 Inntekt, konsum og sparing . . . . .	38

6.1.4	Formuesutvikling . . . . .	40
6.2	Offentlige finanser . . . . .	41
6.2.1	Pensjonsutgiftene . . . . .	41
6.2.2	Det oljekorrigerte overskuddet . . . . .	43
6.2.3	Samlet overskudd . . . . .	43
6.2.4	Pensjoner relativt til overføringene fra SPU . . . . .	44
6.3	Ett vs seks representative individ . . . . .	45
6.3.1	Pensjonsutgiftene . . . . .	46
6.3.2	Pensjonsgraden . . . . .	47
6.3.3	Det oljekorrigerte overskuddet . . . . .	47
6.3.4	Samlet overskudd . . . . .	48
6.3.5	Pensjoner relativt til SPU . . . . .	49
6.3.6	Oppsummert . . . . .	49
6.4	Inkludert netto innvandring . . . . .	49
6.4.1	Resultater . . . . .	51
6.5	Realrente lik 2 prosent . . . . .	53
6.5.1	Oppsummert . . . . .	57
6.6	Begrensninger og forslag til utvidelser . . . . .	57
<b>7</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>59</b>
<b>8</b>	<b>Litteraturliste</b>	<b>61</b>

# Takk

Jeg vil gjerne rette en stor takk til min veileder Bjørn Sandvik. Han har alltid hatt tid til å hjelpe og har vært oppriktig interessert gjennom hele oppgaveskrivingen. I det hele tatt har han vist et enormt engasjement og stilt opp langt utover hva man kan forvente av en veileder.



---

Kurt Aksel Andersen, Bergen 1. september 2011



# Sammendrag

Denne masteroppgaven tar for seg Norge og de utfordringer vi står ovenfor de kommende årene i forhold til den ventede eldrebølgen. Vi ønsker å finne svar på hvordan Norge på lang sikt vil kunne betjene underskuddene i fastlandsøkonomien ved hjelp av overføringer fra Statens pensjonsfond - Utland (SPU). Dette gjør vi ved hjelp av en numerisk overlappende generasjonsmodell for norsk økonomi hvor vi har inkludert inntektspensjonsdelen i den nye pensjonsreformen samt forventede overføringer fra SPU. Vi har seks grupper individ med ulik forventet levealder basert på kjønn og utdanningsnivå. Med seks representative individ får vi tydeligere frem kostnadene forbundet med pensjonene da disse vil velge et pensjoneringstidspunkt som vil maksimere inntekten deres.

Vi finner at overføringene fra SPU er tilstrekkelig for å betjene underskuddene i fastlandsøkonomien frem til 2082. Den estimerte produksjonsstansen i petroleumssektoren i 2070 fører til at overføringene slutter å vokse slik at veksten i utgiftene til slutt blir så store at vi ender opp med vedvarende underskudd. Ved å inkludere nettoinnvandringen ender vi opp med et samlet budsjettunderskudd allerede i 2067. Siden vi kun ser på inntektspensjonsdelen i folketrygden, og utelater andre pensjonsordninger som AFP, offentlige og private tjenstepensjoner kan det være grunnlag for bekymring.





# Kapittel 1

## Innledning

Norge står ovenfor betydelige utfordringer i årene som kommer. De store fødselskullene fra etterkrigstiden nærmer seg pensjonisttilværelsen, noe som betyr at flere enn noensinne vil heve pensjoner samtidig. Kombinert med at vi stadig blir eldre, ble det klart at statens pensjonsutgifter ble større og større med det tidligere pensjonssystemet. Den nye pensjonsreformen skal ta hensyn til nettopp dette. Med blant annet levealderjustering og fleksibelt uttak som skal gjøre kombinasjon av pensjonsuttak og arbeid lettere, håper man at budsjettutfordringene skal bli lettere å møte. Siden andelen yrkesaktive per pensjonist synker i årene fremover, er det ikke tvil om at vi står ovenfor betydelige finansielle utfordringer. Heldigvis for oss nordmenn er vi i en særstilling få andre land kan vise til. Med olje- og gassinntekter som stadig overføres til Statens pensjonsfond – Utland (SPU) har vi en stor økonomisk fordel. Vi kan tillate oss betydelige underskudd i fastlandsøkonomien, som kan dekkes ved overføringer fra SPU.

Men en gang tar oljen slutt. Så mens pensjonsutgiftene relativt til statens inntekter stadig øker vil økningene i overføringene fra SPU stoppe opp.

Vi ønsker å undersøke hva som skjer med den norske økonomien i årene som kommer. For å gjøre dette utvikler vi en numerisk overlappende generasjonsmodell for norsk økonomi. For å få et relativt realistisk bilde på befolkningssammensetningen opererer vi med seks representative individ, basert på kjønn og tre utdanningsnivåer. Med dette vil noen individ i modellen leve kortere enn gjennomsnittet og noen lengre. Ved å samtidig la individene optimere sitt pensjonsuttak basert på forventet levealder får vi en mer realistisk utvikling i pensjonsutgiftene enn i tidligere oppgaver som Gautesen (2010) og Husabø (2009). Mens man med ett representativt individ stort sett fikk at det var lønnsomt å ta ut pensjon så tidlig som mulig vil de ulike gruppene velge ulike pensjoneringsstidspunkt og vi får et mer realistisk og variert bilde på befolkningen. Dette vil øke pensjonsutgiftene til staten. Vi implementerer både alderspensjonene fra Folketrygden basert på den nye pensjonsreformen og en fremskrivning av statens netto kontantstrøm fra petroleumssektoren basert på fremskrivninger i Nasjonalbudsjettet 2011. På denne måten får vi et mer realistisk bilde på den norske økonomien.

Kapittel 2 tar for seg bakgrunnen til den nye pensjonsreformen før vi formaliserer inntektpensjonsdelen i Folketrygden. Kapittel 3 tar for seg historien til Statens pensjonsfond - Utland og fremtidsutsiktene for petroleumssektoren. Deretter fremskriver vi statens netto kontantstrøm fra petroleumssektoren og beregner fremtidige overføringer fra SPU. I kapittel 4 bygger vi opp den overlappende generasjonsmodellen med utviklingen i SPU fra kapittel 3 og pensjonssystemet fra kapittel 2. Parametervalg og løsningsmetode blir presentert i kapittel 5. Her presiserer vi også hvordan de seks representative individene behandles. Kapittel 6 presenterer resultatene fra modellen for både individenes tilpasning og utviklingen i de offentlige finansene. Vi sammenligner så modellen med seks representative individ med en modell med ett representativt individ før vi utfører et par ”eksperiment” ved å inkludere nettoinnvandringen og å undersøke

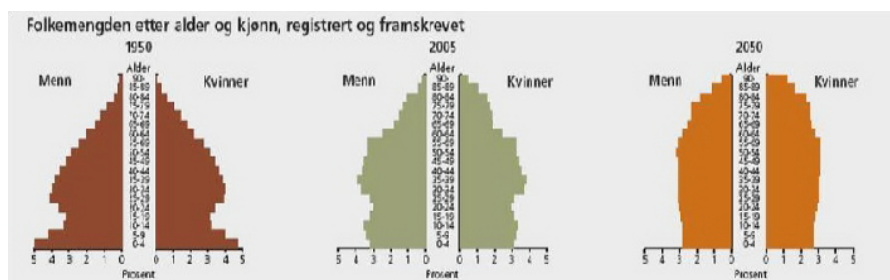
effekten av å senke realrenten fra 4 til 2 prosent.

## Kapittel 2

# Pensjonssystemet

### 2.1 Behovet for en ny pensjonsreform

Tidlig på 2000-tallet ble det klart at det var et behov for en ny pensjonsreform, og i 2001 fikk Pensjonskommisjonen under ledelse av Sigbjørn Johnsen i oppdrag å "utrede hovedmål og prinsipper for en reform av det samlede pensjonssystemet i Norge" (Arbeidsdepartementet 2011). Dette resulterte i "NOU 2004:1 Modernisert folketrygd - Bærekraftig pensjon for fremtida", og til slutt kom lovforslaget frem i "Ot.prp. nr. 37 (2008-2009) Om lov og endringer i folketrygdloven (ny alderspensjon)". Årsakene til at den nye pensjonsreformen var nødvendig er mange, og vi skal kort gå igjennom de viktigste. Den forventede levealderen øker stadig, slik at det blir mer kostbart å finansiere pensjonistene. Det er enkelt å forstå at hvis pensjoneringstidspunktet til individer i lang tid er uendret samtidig som man lever lenger, vil staten måtte betale mer og mer for hvert år som går. Forventet levealder for kvinner og menn var i 1961 på hhv. 76 og 71 år, mens i 2010 forventes de å leve i hhv. 83 og 79 år. Dette forventes også å fortsette å stige i fremtiden, og når det vil stoppe (og i det hele tatt om det vil stoppe) er vanskelig å si. Samtidig som levealderen øker, synker fødselstallene. Frem til midten av 1960-tallet var det mange fødsler i Norge, som følge av de gode årene i etterkrigstiden. Etter dette falt fødselstallene igjen, før de tok seg opp i starten av 1980-tallet, og det ser nå ut til å ha stabilisert seg med et fruktbarhetstall på 1,9 (SSB 2009 s.1). Med dette menes at en norsk kvinne pr i dag (2011) føder 1,9 barn i gjennomsnitt. SSB (2009 s.1) skriver at om fruktbarhetstallet er under 2,1 (sett bort fra inn- og utvandring) vil folketallet synke på lengre sikt. Dette betyr altså at vi nå står ovenfor en situasjon som vil gi oss flere og flere pensjonister i forhold til yrkesaktive i lang tid fremover. Da folketrygden ble etablert i 1967 var det 3,9 yrkesaktive per registrerte pensjonist. I 2007 var dette tallet redusert til 2,6, og alt annet likt antas det at dette tallet vil synke til 1,8 i 2050 (Ot. prp. nr. 37 (2008-2009) s.10). Som vi ser fra figur 1.1 vil dette endre befolkningssammensetningen drastisk.

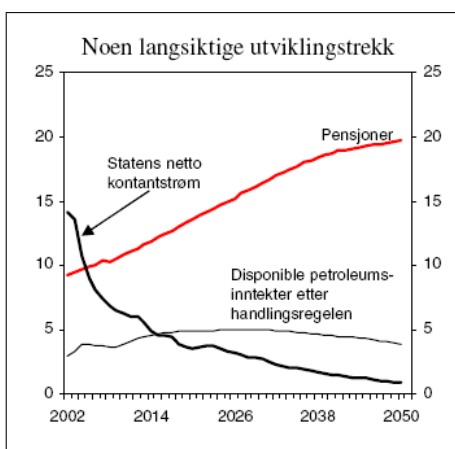


Figur 1.1 Kilde: NOU 2004:1

Med dette øker altså isolert sett kostnadene kraftig fremover, og Arbeidsdepartementet (2008) skriver at utgiftene til alderspensjoner alene vil øke fra 6 prosent

av verdiskapningen i fastlandsøkonomien i 2008 til hele 14 prosent i 2050 med uendret politikk.

I Ot. prp. nr. 37 (2008-2009) legges det opp til at pensjonene fortsatt skal være finansiert gjennom årlige bevilgninger over statsbudsjettet. Det innebærer at det ikke avsettes midler til forhåndsfinansiering av pensjonsforpliktelsene gjennom oppbygging av kapital. Med andre ord legges det opp til et pay-as-you-go pensjonssystem, hvor dagens yrkesaktive finansierer pensjonene til dagens pensjonister. Her støter man på store utfordringer i fremtiden. Staten må da normalt sett enten øke skattene eller redusere velferdsordningene i samfunnet for at systemet skal forbli bærekraftig. Heldigvis har vi en "buffer" for dette i Norge, nemlig Statens Pensjonsfond - Utland (SPU). Spørsmålet er om dette er nok med tanke på utfordringene vi står ovenfor de neste årene når vi skal forholde oss til handlingsregelen på 4 prosent, da vi vet at oljen en gang vil ta slutt, slik at fondet slutter å vokse.



Figur 1.2 Kilde: NOU 2004:1

Figur 1.2 er hentet fra NOU (2004) og viser folketrygdens fremtidige utgifter til alders- og uførepensjon, statens netto kontantstrøm fra oljevirksomheten og disponible petroleumsinntekter etter handlingsregelen som prosent av BNP for Fastlands-Norge. Her ser vi tydelig hva slags utfordringer vi står ovenfor i fremtiden. Det skal legges til at denne figuren er noe foreldet og ikke er inkludert de gode årene mot slutten av 2000-tallet hvor petroleumsinntektene var svært høye, noe man ikke forventet i 2004. Derfor vil i realiteten kurven for statens netto kontantstrøm og disponible petroleumsinntekter ligge noe høyere, men figuren gir likevel et godt bilde på den fremtidige forventede utviklingen.

Når vi nå og videre utover i oppgaven snakker om *eldrebølgen* mener vi de store fødselskullene født i etterkrigstiden som nå snart trer inn i pensjonisttilværelsen. Dette må ikke forveksles med utfordringene knyttet til den *generelle aldringen* i befolkningen, altså det at vi stadig blir eldre, som gjør at pensjonsutgiftene blir større ved at man er pensjonist i flere år grunnet økning i levealderen.

Vi forklarer først kort bakgrunnen til det nye pensjonssystemet. Deretter viser vi hovedtrekkene i den nye pensjonsreformen, og hvordan dette systemet skiller seg ut fra det gamle. Dette implementeres så i en simuleringsmodell i kapittel 4.

## 2.2 Bakgrunnen for den nye pensjonsreformen

Oljefondet kommer ikke til å vokse evig, og siden den populært kalte eldrebølgen nå vil treffe oss med full kraft var det behov for endringer for å sikre et bærekraftig pensjonssystem. Som det fremgår av figur 1.1 vil vi i fremtiden få en betydelig større andel av pensjonister.

De viktigste endringene i den nye pensjonsreformen kan oppsummeres i seks hovedpunkter:

- Ny opptjeningsmodell der alle år teller like mye
- Innføring av levealderjustering
- Ny regulering av pensjon, der pensjon under utbetaling reguleres med lønnsveksten og deretter fratrekkes 0.75 prosent.
- Innføring av fleksibelt uttak som skal gjøre det lettere å kombinere arbeid og pensjonsuttak fra fylte 62 år
- Ingen avkorting av pensjon mot løpende inntekt
- Fra fylte 67 år vil alle være sikret en garantipensjon. Denne skal være på samme nivå som den tidligere minstepensjonen. Enslige får 2 ganger grunnbeløpet,  $G$ , mens individ som bor med ektefelle får 1.85 ganger grunnbeløpet.
- Garantipensjonen avkortes med 80 prosent av arbeidsinntekten, slik at alle som har arbeidet får en alderspensjon som er over minstepensjonen.

Tidligere var kun de 20 beste årene i arbeidslivet avgjørende for pensjonsutbetalingene. Dette ble oppfattet som urettferdig og kunne gi uheldige insentiver. Hadde man 20 gode år bak seg, kunne man enklere pensjonere seg tidlig. Nå skal alle årene telle like mye, samtidig som aldersintervallet for opptjeningen er blitt utvidet i begge ender. Tidligere var det kun inntekt opptjent fra man var 17 år til man var 69 år som skulle telle, mens dette nå er utvidet til fra og med 13 og til og med 75 år. Av dette skal 18.1 prosent gå til pensjonsbeholdningen, som vi skal forklare nærmere i avsnitt 2.3.3.

Levealderjustering betyr at den enkeltes pensjon med gitt uttaksalder justeres for endringer i befolkningens levealder. De første årskullene som kan ta ut pensjon etter 1. januar 2011 vil i noen grad skjermes for effekten av den sterke økningen i levealderen de senere årene ved at levealderjusteringen fases gradvis inn. I vår modell antar vi at levealderjusteringen er faset helt inn.

## 2.3 Utformingen av den nye pensjonsreformen

Før vi begynner å utforme modellen skal vi redegjøre for noen sammenhenger. Vi skal bygge opp en overlappende generasjonsmodell, slik at personer i modellen stadig vil dø og fødes. Vi definerer da ofte begrepene med fotskrift  $k$  og  $t$ , der  $k$  står for kohort og  $t$  står for tidspunkt (år). Vi identifiserer en kohort med tidspunktet individene blir født. Disse vil så leve til sin respektive forventede levealder. Vi kommer også til å skille mellom menn og kvinner, og tre ulike utdanningsnivåer; grunnskole, videregående skole, og høyere utdanning. Enkelte størrelser er faste innenfor hver kohort, mens noen størrelser varierer fra hvilken type individ vi har med å gjøre.

Når vi nå skal formalisere pensjonssystemet gjør vi noen forenklinger. Vi ser utelukkende på utgifter til alderspensjoner fra folketrygden. Andre pensjonsordninger som AFP, offentlige og private tjenstepensjoner og lignende vil holdes utenfor. Vi ser også bort fra garantipensjonen og minstepensjonister. Dette gjøres for å holde det enkelt, men samtidig realistisk.

### 2.3.1 Inntektspensjonen

Som nevnt tidligere tjener man opp pensjonsbeholdningen ved å ta 18,1 prosent av arbeidsinntekten hvert år fra man er 13 til man er 75 år gammel. Vi lar  $\Psi_{k,t}$  være andelen av det et individ fra kohort  $k$  tjener på tidspunkt  $t$  som blir avsatt

til fremtidig pensjon. Dette hjelper oss med å implementere det at man ikke har pensjonsrettigheter etter fylte 75 år, som vil hjelpe oss senere:

$$\Psi_{k,t} = \begin{cases} 0.181 & \text{for } k + 13 \leq t \leq k + 75 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}. \quad (2.1)$$

Når man er mellom 13 og 75 år går altså 18,1 prosent av arbeidsinntekten til pensjonsbeholdningen. Det er mulig å tjene opp pensjonsrettigheter opp til 7,1 ganger *folketrygdens grunnbeløp*,  $G_t$ , hvert år, som pr 1. mai 2011 er satt til 79 216 kroner. Tjener man over  $7.1G_t$  vil man få pensjonsrettigheter tilsvarende 18.1 prosent av  $7.1G_t$ . Formalisert er da *pensjonsbidraget* til individ  $i$  på tidspunkt  $t$ :

$$b_{i,t} = \Psi_{k,t} \min(i_{i,t}, 7.1G_t). \quad (2.2)$$

der  $i_{i,t}$  er arbeidsinntekten til individ  $i$  på tidspunkt  $t$ .

### 2.3.2 Regulering av alderspensjon

For å sikre verdien av pensjonsrettighetene under opptjening regulerer man dem med lønnsutviklingen i samfunnet. Pensjonsbeholdningen blir dermed regulert ved at man gir den en avkastning lik lønnsveksten. La  $R_t^W$  være den relative reallønnsveksten i samfunnet fra tidspunkt  $t$  til tidspunkt  $t+1$ . Under utbetaling av pensjon skal det trekkes fra en fast faktor lik 0,75 prosent, og dermed vil den relative avkastningen på pensjonsbeholdningen fra periode  $t$  til periode  $t+1$  under utbetaling være gitt ved

$$R_t^U = 0,9925R_t^W \quad (2.3)$$

Følgelig er realavkastning (per krone i pensjonsbidrag) fra tidspunkt  $t$  til tidspunkt  $t'$  gitt ved

$$R_{t,t'}^W = R_t^W \cdot \dots \cdot R_{t'-1}^W \quad (2.4)$$

under opptjening, og

$$R_{t,t'}^U = R_t^U \cdot \dots \cdot R_{t'-1}^U \quad (2.5)$$

for pensjon under utbetaling.

### 2.3.3 Pensjonsbeholdningen

Pensjonsbeholdningen er en tenkt størrelse som er lik pensjonsrettighetene man har tjent opp. På tidspunkt  $t^{P_i}$ , altså ved inngangen til året man velger å ta ut pensjon første gang, er *pensjonsbeholdningen* til et individ  $i$  i kohort  $k$  på tidspunkt  $t$  gitt som

$$pb_{k_i,t^{P_i}} = \sum_{t=k_i}^{t^{P_i}} b_{i,t} R_{t,t^{P_i}}^W \quad (2.6)$$

hvor vi har pensjonsbidraget fra ligning (2.2) og reallønnsveksten fra ligning (2.4). Pensjonsbeholdningen i de påfølgende periodene kommer vi tilbake til senere.

### 2.3.4 Beregning av delingstall

I dette avsnittet følger et sammendrag av hvordan delingstallene faktisk blir beregnet ihht. Ot.prp 37 (2008-2009). Dette brukes ikke i modellen, men viser hvordan tallene vi bruker fra NAV (2011) beregnes.

I Ot.prp 37 står det at utgangspunktet for delingstallene er statistikk over observert dødelighet og at statistikken brukes til å beregne de enkelte årskullenes sannsynlighet for å dø i en bestemt alder. Videre står det at sannsynligheten for å overleve benyttes til å beregne forventet gjenstående levetid, og for å sikre at forventet sum av pensjonsutbetalinger tilsvarer en gitt pensjonsbeholdning, må det i beregningene av delingstallene tas hensyn til reguleringen av pensjon under utbetaling. Et viktig moment ved den nye pensjonsreformen er arvegevinsten. Denne arvegevinsten gjør at pensjonsbeholdningen til de som dør før de fyller 62 år fordeles på de gjenlevende i samme kohort. Kort fortalt betyr dette at hvis relativt få dør i en kohort før de fyller 62 år, vil personer i denne kohorten måtte jobbe relativt lengre for å oppnå full pensjon. Dette tiltaket alene vil spare staten for ca 5 milliarder kroner i pensjonsutgifter i 2050 (Dagens Næringsliv 2008). Arvegevinsten virker gjennom at den er integrert i beregningen av delingstallene.

Bruker i det følgende metoden beskrevet i Ot.prp 37 for å vise hvordan delingstallene beregnes:

Delingstallene for hvert årskull  $k$ , på et tidspunkt  $t$  fastsettes endelig det kalenderåret kohorten fyller 61 år på grunnlag av observert dødelighet ( $d$ ) for alder ( $A$ ) målt i hele år i hvert kalenderår ( $t$ ). Fra og med 60 år beregnes *sannsynligheten for å dø* ved en gitt alder som gjennomsnittet av dødelighet ved denne alderen de ti siste kalenderårene før kohorten er 61 år gammel.

$$q_{k,A} \equiv \begin{cases} \frac{1}{2} (d_{k+A,A} + d_{k+A+1,A}) & \text{for } A \in \{0, \dots, 59\} \\ \frac{1}{10} \sum_{t=k+51}^{k+60} d_{t,A} & \text{for } A \in \{60, \dots, \infty\} \end{cases} \quad (2.7)$$

Sannsynligheten for å dø i en gitt alder benyttes deretter til å beregne *overlevningssannsynligheten* for en person i årskull  $K$  fra alder 17 år til alder  $A$  på følgende måte:

$$l_{k,A} \equiv \begin{cases} 1 & \text{for } A = 17 \\ l_{k,A-1} (1 - q_{k,A-1}) & \text{for } A \in \{18, \dots, \infty\} \end{cases} \quad (2.8)$$

*Forventet gjenstående levetid* til kohort  $k$  ved alder  $A$ :

$$L_{k,A} = \frac{1}{l_{k,A}} \sum_{x=A}^{\infty} \frac{l_{k,x} + l_{k,x+1}}{2} = \sum_{x=A}^{\infty} p_{k,A,x} \quad (2.9)$$

Delingstallene tar også høyde for dødelighet før pensjonsuttaket ved hjelp av en arvegevinstfaktor som uttrykker sannsynligheten for å være i live ved uttaksalder i forhold til gjennomsnittlig sannsynlighet for å være i live i alder 27 til 66 år. Nevneren i arvegevinstfaktoren korrigerer for dødelighet før pensjonsuttak og er uavhengig av uttaksalder. *Arvegevinstfaktoren* til kohort  $k$  ved alder  $A$  uttrykker årskulllets gjennomsnittlige opptjeningsprofil:

$$AG_{k,A} = \frac{l_{k,A}}{\frac{1}{40} \sum_{A=27}^{66} l_{k,A}} \quad (2.10)$$

*Delingstallet* for årskull  $k$  ved en uttaksalder mellom 62 og 75 år får vi ved å multiplisere arvegevinstfaktoren med uttrykket for forventet gjenstående levetid, tatt hensyn til reguleringen fra 2.3:

$$DT_{k,A} = AG_{k,A} \left( \sum_{x=A}^{\infty} 0,9925^{x-A} p_{k,A,x} \right) \quad (2.11)$$

Når vi skal ta bruke delingstallene i modellen bruker vi publiserte tall fra NAV (2011) og en forenklet utvikling for årstallene vi ikke har verdier for. Dette gjør vi da det ikke eksisterer tall på overlevelsessannsynligheter for gruppene vi bruker i modellen.

### 2.3.5 Uttak av pensjon

Individene står fritt til å velge hvor stor grad av pensjonen de vil ta ut i enhver periode etter de har fylt 62 år, frem til de fyller 75. For å forenkle litt forutsetter vi at individene velger å ta ut full pensjon ved pensjonerings tidspunktet. Vi får dermed tre uttrykk for disponibel pensjon. Et før man når pensjonsalderen, et for det året man velger å pensjonere seg og et for perioden man tar ut pensjon. Etter fylte 75 år mister man retten til videre opptjening av pensjonsrettigheter. Vi lar så  $t^{P_i}$  stå for pensjonerings tidspunktet til individ  $i$ , hvor kravet er at  $k + 62 \leq t^{P_i} \leq k + 75$ . Dermed vil *pensjonsuttaket*,  $pu_{i,t}$ , for individ  $i$  på tidspunkt  $t$  være gitt ved

$$pu_{i,t} = \begin{cases} 0 & \text{for } t < t^{P_i} \\ \frac{pb_{k_i,t}}{DT_{k_i,t}} & \text{for } t = t^{P_i} \\ pu_{i,t-1}R_{k_i,t-1}^U + \frac{b_{i,t-1}R_{k_i,t-1}^W}{DT_{k_i,t}} & \text{for } t > t^{P_i} \end{cases} . \quad (2.12)$$

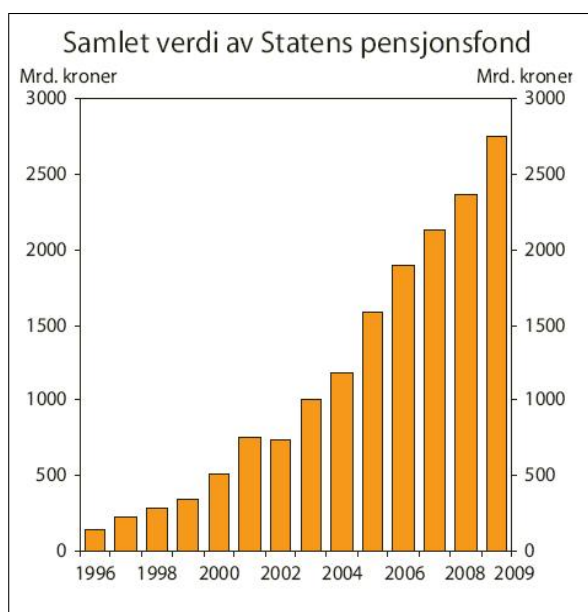
hvor  $pb_{k_i,t}$  er pensjonsbeholdningen fra (2.6). I den tredje ligningen har vi inkludert et ledd som sier at man kan tjene opp pensjonsrettigheter ved å fortsatt stå i arbeid. Dette leddet forsvinner etter fylte 75 år, se (2.1), siden retten til videre opptjening faller bort. Mer presist sier den siste ligningen oss at etter man har startet pensjonsuttaket får man den samme utbetalingen man fikk året før,  $pu_{i,t-1}$ , regulert med faktoren for pensjon under uttak,  $R_{k_i,t-1}^U$ . Det andre leddet gir oss eventuelle pensjonsrettigheter på arbeidsinntekt under pensjonsutbetalingene frem til man er 75 år gammel. Som tidligere forklart kan man fortsatt tjene opp pensjonsrettigheter etter pensjonerings tidspunktet frem til 75 år.



## Kapittel 3

# Statens Pensjonsfond - Utland

I det følgende skal vi kort greie ut om verdiene i Statens Pensjonsfond - Utland (SPU), og hvordan det er forventet at fondet vil vokse i fremtiden. Finansdepartementet (2010) skriver at Statens petroleumsfond ble etablert i 1990 som et finanspolitisk instrument for å underbygge langsiktige hensyn ved anvendelse av statens petroleumsinntekter. At fondet skiftet navn i 2006 til Statens Pensjonsfond - Utland signaliserte at rollen til fondet i all hovedsak skulle være å ivareta statlig sparing for finansiering av den sterke veksten i folketrygdens pensjonsutgifter i årene som kommer. Fondet er ikke er øremerket pensjoner eller andre formål, slik at det kan brukes som en slags buffer mot uventede sterke nedgangstider, slik som ved finanskrisen i 2008.



Figur 3.1: Samlet verdi av Statens Pensjonsfond – Utland

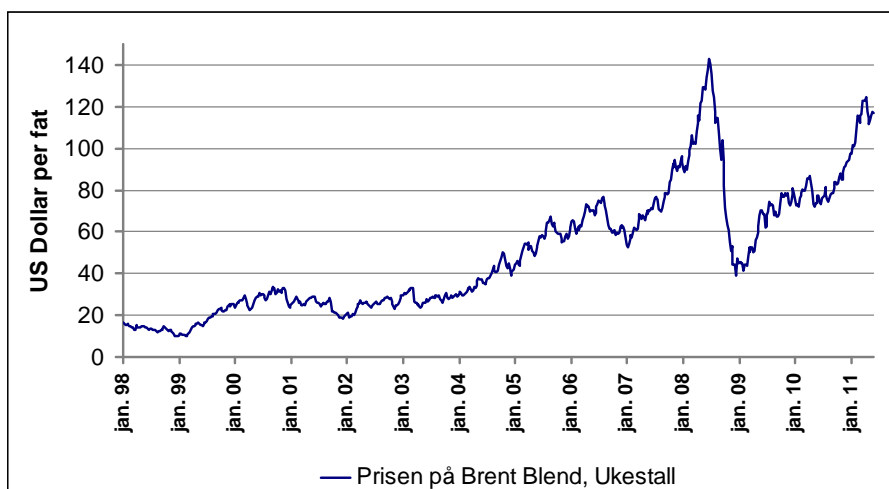
Som vi kan se av figuren over har fondet har vokst kraftig siden den første nettooverføringen til fondet ble foretatt i 1996, og 19. oktober 2010 passerte fondet 3000 milliarder NOK. I forbindelse med statsbudsjettet 2010 anslo Finansdepartementet at fondet ville doble sin verdi innen 2020.

Nåverdien av den fremtidige årlige kontantstrømmen fra petroleumssektoren er i følge Statsbudsjettet 2011 på 4118 mrd 2011-kroner (det legges til grunn en realrente på 4 prosent i beregningene), noe som er vesentlig lavere enn anslagene fra det forrige Statsbudsjettet. Dette skyldes i stor grad nedjusteringer på anslaget på utvinnbare gassressurser fra Victoria og Ormen Lange. Statens an-

del av formuen er nåverdien av netto kontanstrøm, som er beregnet til å være 3569mrd 2011-kroner. Ifølge Oljedirektoratets Ressursrapport fra 2009 antas det at de totale utvinnbare ressursene ligger på 13,4mrd  $Sm^3$  o.e. (standard kubikkmeter oljeekvivalenter). Av disse er 40% produsert, mens 24% er ferdig utbygd eller vedtatt utbygd. Av de 13,4mrd  $Sm^3$  o.e. er:

- 5,1 mrd  $Sm^3$  o.e. produsert
- 5,0 mrd  $Sm^3$  o.e. påvist, men ikke produsert
- 3,3 mrd  $Sm^3$  o.e. fortsatt ikke funnet (forventningsverdi på gjenværende utvinnbare ressurser)

Det er altså en viss usikkerhet når det gjelder hvor mye olje som er tilgjengelig for utvinning. Ved hjelp av ny teknologi kan ressurser som tidligere ble sett på som ulønnsomme/umulige å utvinne bli lønnsomme/mulige å utvinne. Problemet er at slikt er svært vanskelig å forutse. I tillegg til dette er det alltid en usikkerhet om oljeprisen i fremtiden. Når oljeprisen nådde sin foreløpige toppnotering rett før finanskrisen var det få som hadde tro på at oljeprisen ville nå dette nivået i nær fremtid etter krisen. Likevel ser vi av figur 3.2 at oljeprisen er på god vei opp igjen, blant annet som følge av all uroen i midtøsten og Nord-Afrika. Ved hvert statsbudsjett fra og med 2002 har regjeringen trodd at toppen var nådd hva gjelder inntekter fra petroleumsvirksomheten, på tross av at en ny topp ble nådd året etter stort sett hver gang. Også i Statsbudsjettet for 2011 tror vi at toppen er nådd.

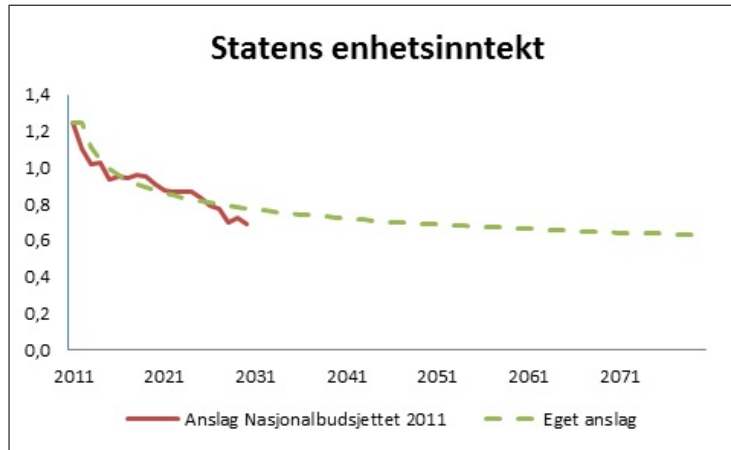


Figur 3.2: Prisen på Brent Blend, Ukestall. Kilde: SSB (2011a)

### 3.1 Anslag på fremtidig utvikling i SPU

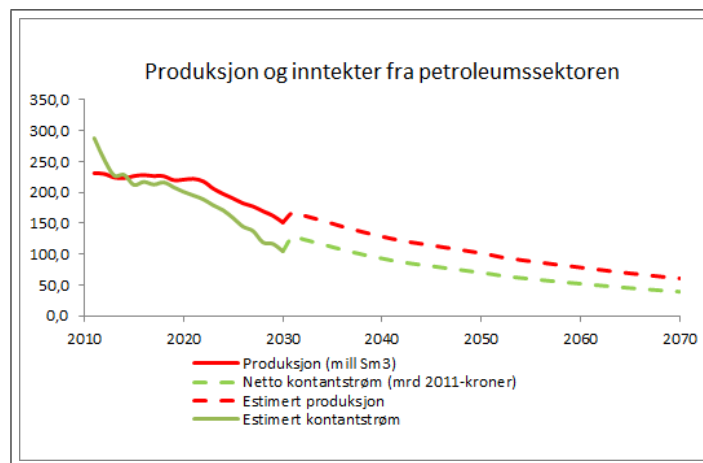
Selv om det er en viss usikkerhet rundt fremtidige prognoser tar vi utgangspunkt i anslagene gjort i Nasjonalbudsjettet 2011 for den fremtidige utviklingen til SPU. I Nasjonalbudsjettet 2011 er det gjort anslag på produksjon av petroleum samt statens netto kontantstrøm fra petroleumssektoren frem til og med 2030. Siden vi i denne oppgaven har et lengre tidsperspektiv er vi nødt til å gjøre anslag på disse størrelsene også etter 2030.

Det første vi gjør er å finne et uttrykk for hvor mye Norge har tjent pr produsert kvantum. Vi har som nevnt anslag på produsert kvantum (millioner  $Sm^3$  o.e.) samt statens netto kontantstrøm (i milliarder 2011-kroner), slik at vi definerer *statens enhetsinntekt* som antall tusen kroner pr  $Sm^3$  o.e. Dette gir en indikasjon på hvor mye Norge har tjent pr kvantum produsert, samt at den gir oss et bilde på hvordan oljeprisen forventes å utvikle seg.



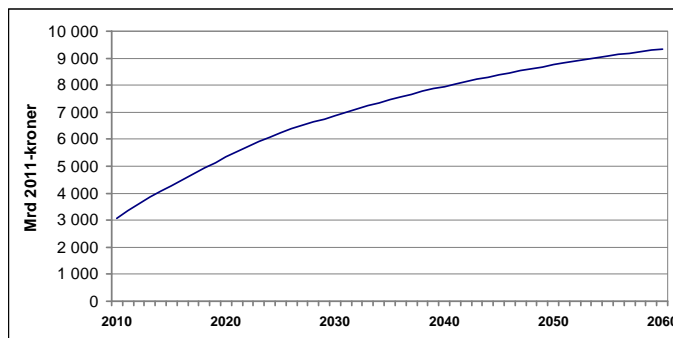
Figur 3.3 Kilde: Nasjonalbudsjettet 2011

Anslaget er gjort som en enkel potensregresjon i Excel 2010. Mer presist ser regresjonen slik ut:  $\ln(\text{mrd}/\text{Sm}^3 \text{ o.e.}) = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln(t - 2011)$ . Formelen for linjen i figur 2.3, som representerer anslaget, er gitt fra regresjonen ved  $y_t = 1,246 + (t - 2011)^{-0,1613}$ , hvor 1,246 er den observerte enhetsinntekten i 2011. Deretter legger vi inn en eksponensiell vekst-trend basert på den anslåtte produksjonen i årene 2011 til 2030. Ved så å bruke resultatene fra enhetsinntekten og produksjonen kan vi enkelt regne ut statens netto kontantstrøm hvert år ved hjelp av sammenhengen om enhetsinntekten. I Nasjonalbudsjettet 2011 anslås nåverdien av statens netto kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten til 3569 mrd 2011-kroner. I våre fremskrivninger er dette anslaget på 3472 mrd 2011-kroner med bruk av en realrente på 4 prosent, slik det er gjort i Nasjonalbudsjettet 2011. Dette gir et avvik på ca 2,7 prosent.



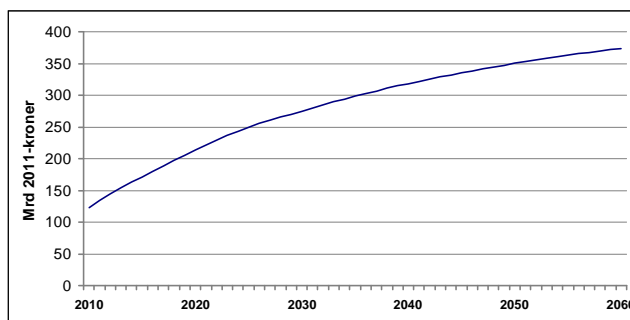
Figur 3.4 Kilde: Nasjonalbudsjettet 2011

Figur 3.4 viser utviklingen i produksjon og statens netto kontantstrøm fra petroleumsvirksomheten fra 2011 til 2070. I følge de beregningene som er gjort finner vi at produksjonen stopper opp og alle ressurser er utvunnet i løpet av 2070 hvis vi legger til grunn at det er 8,3 mrd  $\text{Sm}^3$  o.e. som ikke er produsert ved inngangen til 2011.



Figur 3.5: Anslag på utvikling i SPU

Dette gir oss utviklingen i SPU som vist i figur 3.5. Hvis disse beregningene skulle vise seg å stemme vil fondets verdi (i 2011-kroner) passere 9 000 milliarder kroner i 2054. Når vi nå skal over til å se på modellen vi skal bruke vil det være av spesiell interesse å vite hva de årlige overføringene fra fondet vil ligge på. Antar vi at handlingsregelen overholdes vil 4 prosent av fondets verdi overføres hvert år.



Figur 3.6: Anslag på årlige overføringer fra SPU dersom handlingsregelen overholdes

Ser vi på figur 3.6 ser vi hvordan utviklingen i overføringene fra fondet ser ut. Hvis vi lar  $SPU_t$  angi verdien til fondet på ethvert tidspunkt som vist i figur 3.5 vil overføringene fra fondet,  $OV_t$ , være en fast andel av fondet dersom vi antar at handlingsregelen overholdes på alle tidspunkt. Handlingsregelen sier at overføringene skal tilsvare forventet realavkastning av Statens pensjonsfond - Utland, noe Finansdepartementet anslår til å være 4 prosent. Det tillates imidlertid at dette kan overskrides i perioder hvor økonomien er under hardt press, med andre ord ved lavkonjunkturer. Over tid skal allikevel overføringene helst ligge nær 4 prosent, slik at vi ved høykonjunkturer skal være mer restriktive. Vi antar at handlingsregelen overholdes på alle tidspunkt slik at overføringene følger følgende sammenheng:

$$OV_t = r^h SPU_t \quad (3.1)$$

hvor  $r^h$  står for realavkastningen til fondet og tilsier at handlingsregelen overholdes på ethvert tidspunkt. Størrelsen på disse overføringene vil ha stor betydning for hvordan landets finansielle situasjon vil utvikle seg de nærmeste årene. Vi kan se at overføringene naturlig nok øker i perioden 2010-2060 siden vi har antatt at produksjonen vil vedvare til 2070. Det interessante spørsmålet vil være om økningen er nok til å demme opp for de ventelige økende pensjonsforpliktelsene staten vil stå ovenfor i de neste årene, og hvordan økonomien utvikler seg når overføringene ikke lenger øker i verdi når produksjonen stopper opp.

## Kapittel 4

# Modellering av økonomien

Modellen vi skal bruke bygger på den overlappende generasjonsmodellen i Gautesen (2010). Arvemotivet droppes da dette ga urealistiske verdier i Gautesen (2010), og vi utvider modellen ved å se på ulike typer individ basert på kjønn og utdanningsnivå. Vi skal også løse optimalitetsvilkåret analytisk for å forenkle de numeriske beregningene. I tillegg lar vi individene optimere sitt pensjonsuttak basert på kunnskap om egen forventet levealder. Den mer detaljerte demografien brukt i Gautesen (2010) droppes, siden vi skal se på ulike representative individer, da det ikke eksisterer tall på overlevelsessannsynligheter for disse gruppene. Eksakt hvordan demografien og levealderen behandles kommer vi tilbake til i avsnitt 5.2.1. Vi antar videre at individene er fullstendig opplyste om hvor lenge de kommer til å leve og hva slags lønn de vil stå ovenfor i arbeidslivet i det de trer inn i modellen. Konsekvensene av dette kommer vi nærmere inn på i avsnitt 6.6. Som tidligere nevnt har vi ulike kohorter i modellen, der hver kohort  $k$  består av seks representative individ. Enkelte av variablene i modellen vil ha ulike verdier innenfor kohortene, og disse variablene vil få fotskrift  $k_i$ , mens de verdiene som er uendret innenfor kohortene får fotskrift  $k$ . Når vi snakker om et enkelt individ, som kan være en hvilken som helst av de seks representative individene vil variabelen få fotskrift  $i$ .

### 4.1 Befolkningen

La antall personer i kohort  $k$  som lever på tidspunkt  $t$  være  $N_{k,t}$ . Da er det totale antall personer som lever ved tidspunkt  $t$  gitt ved:

$$N_t = \sum_k N_{k,t} \quad (4.1)$$

og vekstraten for befolkningen i periode  $t$  gitt ved:

$$n_t = \frac{N_{t+1} - N_t}{N_t} \quad (4.2)$$

Arbeidsproduktiviteten til individene i modellen avhenger av to forhold. Først og fremst varierer den over livsløpet til alle individ, typisk er man svært produktiv i starten av arbeidslivet, mens denne er avtakende frem mot slutten av livsløpet. Vi lar faktoren  $\Lambda_{i,t}^L$  angi livsløpsproduktiviteten til individ  $i$  på tidspunkt  $t$ . Nøyaktig hvordan utviklingen i produktiviteten ser ut vil bli nærmere forklart i avsnitt 5.1.1. Vi har ikke differensiert mellom de ulike representative individene<sup>1</sup>. For det andre avhenger produktiviteten av den teknologiske fremgangen i økonomien. På tidspunkt  $t$  vil denne være gitt ved  $A_t$  og vi lar den

<sup>1</sup>Det hadde vært interessant å differensiere livsløpsproduktiviteten mellom de ulike individene vi har. Dette ble ikke gjort av mangel på tid, men er absolutt noe som bør vurderes i en utvidelse av denne modellen, som vi også nevner i avsnitt 6.6.

vokse med den konstante raten  $a$  hvert år. Således kan den teknologiske fremgangen i økonomien beskrives ved  $A_{t+1} = (1 + a)A_t$ . Denne er uavhengig av kohortene og stiger på ethvert tidspunkt. Dermed er *arbeidsproduktiviteten* til individ  $i$  på tidspunkt  $t$ :

$$\Lambda_{i,t} = \Lambda_{i,t}^L A_t \quad (4.3)$$

Vi lar så  $l_{i,t}$  stå for hvor mye fritid individ  $i$  konsumerer på tidspunkt  $t$ . Hvis tilgjengelig tid er 1, vil  $1 - l_{i,t}$  være tiden individene bruker på å arbeide. Vi pålegger så restriksjonen at fritid ikke kan overstige tilgjengelig tid slik at  $l_{i,t} \leq 1$ . Dermed uttrykker vi individ  $i$  sitt *tilbud av effektiv arbeidskraft* på tidspunkt  $t$ :

$$L_{i,t}^E = \Lambda_{i,t}(1 - l_{i,t}) \quad (4.4)$$

Da er det totale tilbudet av effektive arbeidsenheter på tidspunkt  $t$  i økonomien

$$L_t^E = \sum_i L_{i,t}^E \quad (4.5)$$

## 4.2 Produksjonssektoren

I produksjonssektoren produseres det én makrovare av mange små bedrifter ved hjelp av kapital,  $K_t$ , og effektiv arbeidskraft,  $L_t^E$ . Det er såpass mange små bedrifter at ingen kan utøve markedsrett slik at vi har perfekt konkurranse. Prisen på den homogene makrovaren normaliseres til 1 på hvert tidspunkt. Produksjonsteknologien har konstant skalaavkastning, og produksjonsfunksjonen er gitt ved:

$$Y_t = F(K_t; L_t^E) = K_t^\eta (L_t^E)^{1-\eta} \text{ hvor } 0 < \eta < 1. \quad (4.6)$$

Her er  $\eta$  inntektsandelen til kapitalen, og  $1 - \eta$  inntektsandelen til effektiv arbeidskraft. Vi ser av funksjonen at elastisitetene summeres til 1 slik at vi har konstant skalaavkastning. Det vil si at en prosentvis lik økning av begge faktorene øker produksjonen like mye som innsatsen. Vi definerer så  $y_t = \frac{Y_t}{L_t^E}$  og  $k_t = \frac{K_t}{L_t^E}$  som hhv. produksjon og kapital pr. effektive arbeidsenhet. *Produksjon pr effektive arbeidsenhet* kan da skrives som:

$$y_t = F\left(\frac{K_t}{L_t^E}, \frac{L_t^E}{L_t^E}\right) = F(k_t, 1) \equiv f(k_t) = k_t^\eta \quad (4.7)$$

Vi har så at *endringen i kapitalbeholdningen*,  $K_{t+1} - K_t$ , fra tidspunkt  $t$  til  $t + 1$ , skal være lik realinvesteringer,  $I_t$  trukket fra kapitalslitet,  $\delta_K$ , som vi antar er konstant i hver periode:

$$K_{t+1} - K_t = I_t - \delta_K K_t \quad (4.8)$$

Rydder vi litt får vi uttrykket for *realinvesteringer* på tidspunkt  $t$ :

$$I_t = K_{t+1} - (1 - \delta_K)K_t \quad (4.9)$$

Vi tenker oss så at konsumentene eier kapitalen, slik at bedriftene må leie den kapitalen de behøver av konsumentene. Dermed er profittmaksimeringsproblemet på tidspunkt  $t$  gitt som:

$$\max_{K_t, L_t^E} F(K_t; L_t^E) - (r + \delta_K) K_t - w_t L_t^E \quad (4.10)$$

hvor aktørene maksimerer profitt på hvert tidspunkt  $t$ . Her er  $r + \delta$  prisen på kapital (renta de betaler til konsumentene, som er antatt konstant, pluss

kapitalslitet), og  $w_t$  er prisen på effektiv arbeidskraft. Av dette får vi følgende to førsteordensbetingelser:

$$F_{K_t}(K_t, L_t^E) = r + \delta_K \quad (4.11)$$

$$F_{L_t^E}(K_t, L_t^E) = w_t \quad (4.12)$$

Bruker vi definisjonen av  $k_t$  fra (4.7) får vi:

$$f_{K_t}(k_t) = r + \delta_K \quad (4.13)$$

$$f(k_t) - k_t f_{L_t^E}(k_t) = w_t \quad (4.14)$$

Her har vi altså uttrykkene for marginalproduktiviteten, hvor høyresiden i ligningene er gitt som marginalkostnadene til hhv. kapital og effektivt arbeid. Vi antar at prisen på kapital er konstant og gitt fra det internasjonale kapitalmarkedet, og dermed vil også marginalkostnadene og marginalproduktiviteten til kapital og effektive arbeidsenheter være konstante. Ved hjelp av uttrykkene vi har utledet vha produktfunksjonen kan vi nå uttrykke den optimale *kapitalintensiteten*,  $k$ , og *reallønnen*,  $w$ , slik:

$$k_t = k \equiv \left( \frac{\eta}{r + \delta_K} \right)^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (4.15)$$

$$w_t = w \equiv (1 - \eta) \left( \frac{\eta}{r + \delta_K} \right)^{\frac{\eta}{1-\eta}} \quad (4.16)$$

Vi lar så det generelle reallønnsnivået i økonomien på tidspunkt  $t$  være produktet av den effektive lønnen per arbeidsenhet,  $w$ , og det teknologiske nivået i økonomien på det samme tidspunktet,  $A_t$ . Vi definerer så det generelle reallønnsnivået på tidspunkt  $t$ :  $w^r = wA_t$ . Dermed vil den årlige veksten i reallønnen være gitt ved  $g_t^{w^r} = \frac{w_{t+1}^r - w_t^r}{w_t^r} = \frac{w_{t+1}A_{t+1} - w_tA_t}{w_tA_t} = a$ . Reallønnsveksten er altså lik veksten i den teknologiske vekstraten. Dette er et nyttig resultat vi vil få bruk for når vi skal bestemme parameterverdier senere. For å så finne et uttrykk for *reallønnen* til individ  $i$  på tidspunkt  $t$  justerer vi med livsløpseffektiviteten,  $\Lambda_{i,t}$ , fra (4.3):

$$w_{i,t}^* = \Lambda_{i,t} w \quad (4.17)$$

For å finne et litt enklere uttrykk for realinvesteringene enn (4.9), bruker vi først at kapitalbeholdningen må ha samme vekstrate som den effektive arbeidsinnsatsen med konstant kapitalintensitet,  $k$ :

$$\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}^E} = \frac{K_t}{L_t^E} = k \Leftrightarrow K_{t+1} = \frac{L_{t+1}^E}{L_t^E} K_t = (1 + g_t^{L^E}) K_t \quad (4.18)$$

Setter vi inn i det opprinnelige uttrykket for realinvesteringene får vi nå følgende uttrykk:

$$I_t = K_{t+1} - (1 - \delta_K) K_t = (1 + g_t^{L^E}) K_t - (1 - \delta_K) K_t = (g_t^{L^E} + \delta_K) K_t \quad (4.19)$$

### 4.3 Konsumentene

Vi lar konsumentenes nytte avhenge av konsum og fritid, representert ved en standard CES-funksjon:

$$U(x_{i,t}) = \frac{x_{i,t}^{1-\theta} - 1}{1-\theta}, \text{ hvor } \theta_i > 0 \quad (4.20)$$

Her er  $x_{i,t} = c_{i,t}^\alpha l_{i,t}^\beta$  *samlet konsum* på tidspunkt  $t$  for individ  $i$ , hvor  $c_{i,t}$  står for varekonsum,  $l_{i,t}$  for konsum av fritid, og  $\theta_i$  er en parameter som sier noe om hvor villige man er til å fordele samlet konsum,  $x_{i,t}$ , over tid. Mer presist er  $\theta_i^{-1} \equiv \epsilon_i$  den intertemporale substitusjonselastisiteten. En høy  $\theta_i$  vil si at individet foretrekker konsum i dag fremfor i fremtiden, eller en lavere intertemporal substitusjonsvilje. Som Barro og Sala-i-Martin (2004 s.91) forklarer det; Jo høyere  $\theta_i$  er, jo raskere er den forholdsmessige nedgangen i nytte som svar på økt konsum, dvs at konsumentene er mindre villige til å akseptere avvik fra et jevnt mønster i konsumbanen over tid.

#### 4.3.1 Budsjettvilkåret

For å forenkle antar vi at det representative individet i modellen hverken har lån eller formue når det entrer modellen. Inntektene til individene kommer fra arbeidsinntektene og pensjonsytelser etter skatt. Videre antar vi at skattesatsen  $\tau$  er konstant og lik for alle individ. Den *disponible inntekten* til individ  $i$  på tidspunkt  $t$  er gitt ved

$$di_{i,t} = (1-\tau)[w_{i,t}^*(1-l_{i,t}) + pu_{i,t}] \quad (4.21)$$

Her er  $\tau$  skattesatsen,  $w_{i,t}^*(1-l_{i,t})$  er arbeidsinntekten og  $pu_{i,t}$  er pensjonsuttaket fra ligning (2.12).

Utgiftene til individene kommer utelukkende fra varekonsum. Dermed må det *intertemporale budsjettvilkåret* være slik at alle utgifter til varekonsum i løpet av livet må tilsvare opptjening av arbeidsinntekt samt pensjonsytelsene:

$$\sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} c_{i,t} \leq \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} (1-\tau)[w_{i,t}^*(1-l_{i,t}) + pu_{i,t}] \quad (4.22)$$

Her er  $\delta_{k,t} = \frac{1}{(1+r)^{t-k}}$  diskonteringsfaktoren som forteller oss at å utsette konsum fra periode  $t$  til periode  $t+1$  vil gi en avkastning på  $1+r$ .  $T_{k_i}$  står for det siste året individ  $i$  i kohort  $k$  er i live.

#### 4.3.2 Optimeringsproblemet

*Livsløpsnytt*en til det representative individet  $i$  i kohort  $k$  kan uttrykkes som:

$$U_i = \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \left[ \frac{1}{(1+\rho_i)^{t-k}} \frac{x_{i,t}^{1-\theta_i} - 1}{1-\theta_i} \right] \quad (4.23)$$

hvor  $x_{i,t}$  er det samlede konsumet som definert i avsnitt 4.3. Her er  $\rho_i$  den såkalte *tidspreferanseraten*. Det er et mål på utålmodigheten til individene og reflekterer hvor villige de er til å utsette konsumet fremfor å konsumere i dag. Spesielt interessant er det her å sammenligne  $\rho_i$  med realrenta  $r$ . Som vi vil vise i avsnitt 6.1.2 har størrelsen på  $\rho_i$  relativt til  $r$  stor betydning for hvordan konsumbanen til individene vil se ut. I det samme avsnittet vil vi vise at dersom  $\rho_i < r$  vil individene, isolert sett, verdsette konsum idag mindre enn fremtidig konsum. Valg av verdi på  $\rho_i$  og andre parametre kommer vi tilbake til i avsnitt 5.1.



Optimeringen skjer over livsløpet ved at marginalnyttene er lik i hver periode, justert for tidspreferanseraten og markedsrenta. Individene maksimerer samlet konsum,  $x_{i,t}$ , ved å velge varekonsum,  $c_{i,t}$ , og fritid,  $l_{i,t}$ , i hver periode. Dermed vil optimeringsproblemet ta følgende form:

$$\max_{\{c_{i,t}, l_{i,t}\}} U_i \text{ osv. } \begin{cases} \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{0t} c_{i,t} \leq \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{0t} (1 - \tau) [w_{i,t}^* (1 - l_{i,t}) + pu_{i,t}] \\ l_{i,t} \leq 1 \\ c_{i,t}, l_{i,t} \geq 0 \end{cases} \quad (4.24)$$

### 4.3.3 Effektiv lønn

Vi er nå interessert i å finne den effektive lønnsatsen, og hvordan denne dannes av pensjonssystemet. Med den effektive lønnsatsen mener vi den lønnen individene står ovenfor når vi inkluderer alle inntekter som genereres av lønnen man tjener på tidspunktet. I modellen vår antar vi at individene kjenner sin levealder og fremtidig inntjeningsprofil når de entrer arbeidsmarkedet (les trer inn i modellen vår). Dermed vet de også når de vil velge å starte sitt pensjonsuttak ved dette tidspunktet. Vi kan da forme et uttrykk for den effektive lønnen individene møter i hver periode, som inkluderer fremtidige pensjonsutbetalinger lønnen på et hvert tidspunkt genererer. Ved å inkludere fremtidige neddiskonterte pensjonsrettigheter på ethvert tidspunkt vil individene møte en høyere lønn enn hva man faktisk får utbetalt på tidspunktet, og vil ta hensyn til dette når de velger hvor mye fritid de vil konsumere.

Først må vi repetere litt om pensjonssystemet. Vi antar som før at når individene først velger å ta ut pensjon, velger de å ta ut full pensjon i alle perioder. Bruker uttrykket vi har for bruttoinntekten fra ligning (4.21), slik at vi kan skrive om litt på uttrykket for disponibel pensjon fra (2.12) for individ  $i$  på tidspunkt  $t$ :

$$pu_{i,t} = \begin{cases} 0 & \text{for } t < t^{P_i} \\ \frac{\sum_{t'=k}^{t-1} b_{i,t'} R_{t',t}^W}{DT_{k_i,t}} & \text{for } t = t^{P_i} \\ pu_{k_i,t} R_{t-1,t}^U + \frac{b_{i,t-1} R_{t-1,t}^W}{DT_{k_i,t}} & \text{for } t > t^{P_i} \end{cases} \quad (4.25)$$

Her er  $R^W$  og  $R^U$  justeringsfaktorene for pensjon under opptjening og etter uttak, som forklart i avsnitt 2.3.2, og  $b_{i,t} = \Psi_{k,t} \min(l_{i,t}, 7.1G_t) = \Psi_{k,t} \min(w_{i,t}^* (1 - l_{i,t}), 7.1G_t)$  er pensjonsbidraget. Vi minner også om at  $t^{P_i}$  står for tidspunktet individ  $i$  velger å pensjonere seg. Før individet fyller 62 år har man ingen mulighet til å ta ut pensjon, som man ser av første linje. I midten så ser vi hva individet maksimalt kan få det året det velger å starte pensjonsuttaket som er gitt ved justeringsfaktorene, inntekten, samt delingstallet som vi forklarte i avsnitt 2.3.2. Den siste linja gir oss det generelle uttrykket for pensjonsuttaket etter at individet har nådd pensjonsalderen, og definisjonen av  $\Psi_{k,t}$  jf. ligning (2.1) hjelper oss å uttrykke det at man ikke tjener opp pensjonsrettigheter etter at man har passert 75 års alder.

Vi setter så vi inn for pensjonsuttaket i budsjettvilkåret og flytter varekon-

sum og fritid til venstre for ulikhetstegnet:

$$\begin{aligned} & \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} [c_{i,t} + (1 - \tau)] \left[ w_{i,t}^* l_{i,t} + \frac{\sum_{t'=k}^{t^{P_i}} \Psi_{k,t} w_{i,t}^* R_{t',t}^{P_i} l_{i,t}}{DT_{k_i,t^{P_i}}} + \frac{\sum_{t'=t^{P_i}+1}^{T_{k_i}} \Psi_{k,t} w_{i,t-1}^* R_{t',t-1}^U l_{i,t-1}}{DT_{k_i,t'}} \right] \\ & \leq \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} (1 - \tau) \left[ w_{i,t}^* + \frac{\sum_{t'=k}^{t^{P_i}} \Psi_{k,t} w_{i,t}^* R_{t',t}^{P_i}}{DT_{k_i,t^{P_i}}} + \frac{\sum_{t'=t^{P_i}+1}^{T_{k_i}} \Psi_{k,t} w_{i,t-1}^* R_{t',t-1}^U}{DT_{k_i,t'}} \right] \end{aligned} \quad (4.26)$$

Tolkningen av dette er at individet selger hele sin tilgjengelige tid (som vi har angitt til 1) i markedet. Hvis man vil beholde alt av dette vil det si at man ofrer all fritid og kun arbeider. Siden dette åpenbart er urealistisk velger individet å kjøpe fritid. Prisen på fritid er nå det man ville fått i lønn, men nå må vi huske på at i tillegg til lønn opparbeider man seg pensjonsrettigheter og rett til fremtidige pensjonsutbetalinger. Dermed blir prisen på fritid dyrere enn det den hadde vært uten et pensjonssystem. Lønnen man står ovenfor i periode  $t$  er da gitt ved reallønnen  $w_{i,t}^*$  pluss pensjonsutbetalingene lønnen i denne perioden vil tilsvare i alle periodene man er pensjonist diskontert tilbake til periode  $t$ .

Som vi ser av uttrykket er dette ganske komplisert, og vi er interesserte i å finne et noe enklere uttrykk for livsløpsbudsjettet. Vi finner et uttrykk for den effektive lønnen ved å finne fellesnevneren for  $w_{i,t}^*$  fra ligning (4.26) på ethvert tidspunkt. Vi finner dermed sammenhengen for utviklingen til lønnen inkludert de fremtidige pensjonsrettighetene lønnen genererer på tidspunkt  $t$ , slik at den *effektive lønnen* på tidspunkt  $t$  individ  $i$  møter er gitt ved:

$$w_{i,t}^E = (1 - \tau) \left[ w_{i,t}^* + \left( \frac{w_{i,t}^* \Psi_{k,t}}{DT_{k_i,t^{P_i}}} \left[ \sum_{t=k}^{t^{P_i}} \delta_{k,t} R_{t,t}^{P_i} + \sum_{t'=t^{P_i}+1}^{T_{k_i}} \delta_{t',t} R_{t',t}^U \right] \right) \right] \quad (4.27)$$

Det intertemporale budsjettvilkåret er nå redusert fra uttrykket i (4.26) til:

$$\sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} (w_{i,t}^E l_{i,t} + c_{i,t}) \leq \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} w_{i,t}^E \quad (4.28)$$

Høyresiden i budsjettvilkåret er det *totale tilgjengelige livsløpsbudsjettet* til individ  $i$ , som vi igjen presiserer at blir brukt både til varekonsum og til innkjøp av fritid. Vi lar  $m_{i,t}$  være budsjettet individ  $i$  velger å bruke på konsum av

fritid og varekonsum i periode  $t$ , slik at  $\sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} m_{i,t} = \bar{m}_i$  vil være det *totale*

*tilgjengelige livsløpsbudsjettet* til individ  $i$ , som da vil være lik  $\sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} w_{i,t}^E$ , og vi

kan da skrive:

$$\sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} (w_{i,t}^E l_{i,t} + c_{i,t}) \leq \bar{m}_i \quad (4.29)$$

#### 4.3.4 Løsning av optimeringsproblemet

Vi har som nevnt nyttefunksjonen  $U(x_{i,t}) = \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \left[ \frac{1}{(1+\rho_i)^{t-k}} \frac{x_{i,t}^{1-\theta_i} - 1}{1-\theta_i} \right]$ , hvor  $x_{i,t} = c_{i,t}^\alpha l_{i,t}^\beta$ , og  $\alpha + \beta = 1$ . For å forenkle uttrykkene litt definerer vi nytte-diskonter-

ingsfaktoren  $\sigma_{k,t} = \frac{1}{(1+\rho_i)^{t-k}}$ . Når vi nå har funnet et uttrykk for de effektive lønnsratene og dermed et enklere intertemporalt budsjettvilkår reduseres optimeringsproblemet til:

$$\max_{c_{i,t}, l_{i,t}} \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \sigma_{k,t} U(x_{i,t}) \quad \text{usv.} \quad \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} (w_{i,t}^E l_{i,t} + c_{i,t}) \leq \bar{m}_i$$

Måten vi løser optimeringsproblemet på er å først se hvordan nytte i en periode rangeres i forhold til nytte i en annen periode. Dette kan vi gjøre da vi antar at individene kjenner sin egen forventede levalder og tar denne for gitt når de trer inn i modellen, samtidig som de da også vet hva slags effektiv lønnsprofil de står ovenfor. Vi optimerer for et gitt pensjoneringstidspunkt,  $t^{P_i}$ , som vi kommer tilbake til i avsnitt 5.2.4. Vi gjør dette først på generell form før vi setter inn for nyttefunksjonen og budsjettvilkåret.

Lagrangefunksjonen til problemet blir:

$$L = \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \sigma_{k,t} U(x_{i,t}) - \lambda \left[ \sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} x_{i,t} - \bar{m}_i \right]$$

Vi har her uendelig mange førsteordensvilkår, viser for periode 0, 1 og  $t$ :

$$\begin{aligned} U'(x_{i,0}) &= \lambda \\ U'(x_{i,1}) \sigma_{k,t} &= \lambda \delta_{k,t} \quad \implies \lambda = \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} U'(x_{i,1}) \\ U'(x_{i,t}) (\sigma_{k,t})^t &= \lambda (\delta_{k,t})^t \quad \implies \lambda = \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^t U'(x_{i,t}) \end{aligned}$$

Av dette får vi den generelle sammenhengen

$$U'(x_{i,t-1}) = \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right) U'(x_{i,t})$$

I vår oppgave er  $U(x_{i,t}) = \frac{x_{i,t}^{1-\theta_i} - 1}{1-\theta_i}$ , slik at  $U'(x_{i,t}) = (x_{i,t})^{-\theta_i}$ . Setter vi dette inn i den generelle løsningen vi fant, får vi at  $(x_{i,t-1})^{-\theta_i} = \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right) (x_{i,t})^{-\theta_i}$ , og med en enkel omskriving får vi:

$$x_{i,t} = \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\frac{1}{\theta_i}} x_{i,t-1} \iff x_{i,t} = \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\frac{1}{\theta_i}} x_{i,t-1} \quad (4.30)$$

Nå som vi har funnet den dynamiske sammenhengen er det på tide å se på argumentet i nyttefunksjonen. Vi skal finne hvor stor del av det totale konsumet,  $x_{i,t}$  som går med til varekonsum,  $c_{i,t}$  og fritid,  $l_{i,t}$ . Vi setter opp problemet for periode  $t$ , ved hjelp av nyttefunksjonen vi nå står ovenfor, som er gitt ved  $c_{i,t}^\alpha l_{i,t}^\beta$ , og budsjettbetingelsen for periode  $t$  som da vil være gitt ved  $w_{i,t}^E l_{i,t} + c_{i,t} - m_{i,t}$ . Siden vi nå kun ser på én periode får vi en noe annerledes budsjettbetingelse, da vi bruker budsjettet for perioden,  $m_{i,t}$ . Dette gir individet mulighet til å bruke mer (eller mindre) enn det det tjener på tidspunktet, da vi gir individet mulighet til å låne eller spare i hver periode. Vi løser igjen ved hjelp av Lagrange:

$$L = c_{i,t}^\alpha l_{i,t}^\beta - \lambda (w_{i,t}^E l_{i,t} + c_{i,t} - m_{i,t})$$

Førsteordensvilkårene og løsningene blir som følger:

$$\alpha c_{i,t}^{\alpha-1} l_{i,t}^\beta = \lambda$$

$$\beta c_{i,t}^\alpha l_{i,t}^{\beta-1} = \lambda w_{i,t}^E$$

$$c_{i,t} = \alpha m_{i,t} \tag{4.31}$$

$$l_{i,t} = \frac{\beta m_{i,t}}{w_{i,t}^E} \tag{4.32}$$

For å gjøre tolkningen litt mer forståelig ser vi på *den marginale intratemporale substitusjonsraten* mellom varekonsum og fritid for individ  $i$  på tidspunkt  $t$ :

$$MRS_{c_{i,t}, l_{i,t}} = \frac{\left[ \frac{dU(x_{i,t})}{dx_{i,t}} \frac{dx_{i,t}}{dc_{i,t}} \right]}{\left[ \frac{dU(x_{i,t})}{dl_{i,t}} \frac{dx_{i,t}}{dl_{i,t}} \right]} = \frac{l_{i,t}}{c_{i,t}} = \frac{\beta}{\alpha w_{i,t}^E}$$

Vi ser her at når den effektive lønnen,  $w_{i,t}^E$ , faller, øker fritid relativt til varekonsum og motsatt. Dette kan tolkes som at ved en inntektsreduksjon (reduisert lønn) velger individet mer fritid, og kan da heller låne til varekonsum i påvente av bedre tider (økt lønn).

For å så kunne sette inn for  $x_{i,t}$  setter vi inn løsningene vi nå har funnet i argumentet:

$$x_{i,t} = c_{i,t}^\alpha l_{i,t}^\beta = (\alpha m_{i,t})^\alpha \left( \frac{\beta m_{i,t}}{w_{i,t}^E} \right)^\beta = \frac{m_{i,t} A}{(w_{i,t}^E)^\beta}$$

hvor  $A = \alpha^\alpha \beta^\beta$ , og vi vet fra før at  $\alpha + \beta = 1$ . Vi er nå interesserte i å finne ut av hvor mye av det tilgjengelige budsjettet individet bruker til varekonsum og fritid i hver periode. Som vi skal komme tilbake til senere gir vi individet ubegrenset tilgang til låneopptak innenfor de intertemporale rammene som tilsier hvor mye individene vil tjene i løpet av livet. Siden individene er risikoaverse, representert ved  $\theta_i$ , og utålmodige, representert ved  $\rho_i$ , er de klare over at de ikke kan bruke hele livstidsinntekten på en gang, samtidig som de, før realrenta  $r$  inkluderes, verdsetter konsum idag høyere enn konsum i fremtiden (vi antar at både  $\theta_i$  og  $\rho_i$  er strengt større enn 0).

Setter vi nå inn for løsningene vi fant i (4.30), og bruker som tidligere forklart at  $\frac{1}{\theta_i} = \epsilon_i$ , får vi sammenhengen:

$$\frac{m_{i,t} A}{(w_{i,t}^E)^\beta} = \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\epsilon_i} \frac{m_{i,t-1} A}{(w_{i,t-1}^E)^\beta}$$

Flytter over slik at vi får  $m_{i,t}$  alene på venstresiden:

$$m_{i,t} = \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\epsilon_i} \left( \frac{w_{i,t}^E}{w_{i,t-1}^E} \right)^\beta m_{i,t-1} \tag{4.33}$$

Vi har nå funnet ut hvordan  $m_{i,t}$  utvikler seg over tid. Men for at dette skal gi noen mening må vi finne et uttrykk for budsjettet i den første perioden individene trer inn i modellen,  $m_{i,k_i+22}$ . Her bruker vi  $k_i + 22$  for å uttrykke at individ  $i$  er 22 år gammelt når det trer inn i modellen vår. Finner vi  $m_{i,k_i+22}$  får vi utviklingen direkte gjennom hele livet fra (4.33). Metoden som brukes

her er en variant av baklengs induksjon. Siden vi antar at individene i modellen vet hvor lenge de kommer til å leve, og vet hvor mye de vil tjene i løpet av livet, kjenner de  $\sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_t w_{i,t}^E$ , og dette må være lik livsløpsbudsjettet  $\sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_t m_{i,t}$ . Vi regner oss dermed tilbake fra alle periodene, altså fra  $T_{k_i}$ , som er det siste året individet er i live, til den første perioden individet trer inn i modellen, altså periode  $k_i + 22$ . Deretter vil vi kunne uttrykke alle  $m_{i,t}$  ved hjelp av  $m_{i,k_i+22}$ . Med andre ord så uttrykker vi alle  $m_{i,t}$  som andel av  $m_{i,k_i+22}$  da vi vet hvordan individet vektlegger nytte av fremtidig konsum, jf. ligning (4.30). Vi definerer veksten i den effektive lønningen,  $\hat{w}_{i,t}^E = \frac{w_{i,t}^E}{w_{i,t-1}^E}$ , og setter vi opp uttrykket for  $m_{i,t}$  uttrykt ved  $m_{i,k_i+22}$ :

$$m_{i,t} = \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\epsilon_i t} (\hat{w}_{i,t}^E)^\beta m_{i,k_i+22}, \quad t > k_i + 22 \quad (4.34)$$

For å så summere opp for alle  $m_{i,t}$  summerer vi høyresiden av uttrykket over. Gjør vi dette får vi for alle periodene unntatt den første, så dermed legger vi til  $m_{i,k_i+22}$ :

$$\sum_{t=k+22}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} m_{i,t} = m_{i,k_i+22} + \sum_{t=k+23}^{T_{k_i}} \delta_{k,t} \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\epsilon_i(t-1)} (\hat{w}_{i,t}^E)^\beta m_{i,k_i+22}$$

Setter vi inn for at  $\sum_{t=k}^{T_{k_i}} \delta_t m_{i,t} = \bar{m}_i$ :

$$\bar{m}_i = m_{i,k_i+22} \left[ 1 + \sum_{t=k_i+23}^{T_{k_i}} \delta_t \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\epsilon_i(t-1)} (\hat{w}_{i,t}^E)^\beta \right]$$

Vi kan nå sette opp det eksplisitte uttrykket for  $m_{i,k_i+22}$ :

$$m_{i,k_i+22} = \frac{\bar{m}_i}{1 + \sum_{t=k_i+22+1}^{T_{k_i}} \delta_t \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\epsilon_i(t-k)} (\hat{w}_{i,t}^E)^\beta} \quad (4.35)$$

For alle andre perioder finner vi  $m_{i,t}$  enkelt ved å bruke (4.34).

Vi har nå løst det intertemporale optimeringsproblemet. For å finne hvor stor andel av budsjettet i hver periode som går med til varekonsum og fritid i hver periode bruker vi henholdsvis (4.31) og (4.32).

### 4.3.5 Sparing og formue

*Sparinga* til individ  $i$  på tidspunkt  $t$  er gitt ved inntekter minus utgifter:

$$s_{i,t} = (1 - \tau)[w_{i,t}^*(1 - l_{i,t}) + pu_{i,t}] - c_{i,t}$$

hvor  $[w_{i,t}^*(1 - l_{i,t}) + pu_{i,t}]$  er de disponible inntektene på tidspunktet, og  $c_{i,t}$  er konsumet. Vi pålegger ingen restriksjoner på fortegnet til  $s_{i,t}$ , som vil si at vi tillater låneopptak. *Formuen* ved inngangen til periode  $t$  er gitt som formuen i forrige periode med renter pluss sparinga i perioden:

$$f_{i,t} = s_{i,t} + (1 + r)f_{i,t-1}.$$

Den aggregerte sparingen på tidspunkt  $t$  er gitt ved

$$S_t = \sum_i s_{i,t}$$

og på tilsvarende måte er *aggregert formue* på tidspunkt  $t$  gitt ved

$$F_t = \sum_i f_{i,t}$$

#### 4.4 Offentlig sektor

Inntektene til offentlig sektor består av skatt på arbeidsinntekt,  $w_{i,t}^* (1 - l_{i,t})$  og pensjonsutbetalinger,  $pu_{i,t}$ , samt overføringer fra Statens Pensjonsfond Utland,  $OV_t$ . Størrelsen på overføringene bestemmes av størrelsen på fondet, som vi redegjorde for utviklingen av i kapittel (kommer), samt hvor stor andel av fondet som ønskes overført. Her går vi ut fra at handlingsregelen overføres, som vil si at fondets realavkastning overføres hvert år. Dermed blir  $OV_t = r^h SPU_t$  hvor  $r^h$  uttrykker realavkastningen og settes lik 0,04 i tråd med regjeringens uttalte politikk som forklart ved ligning (3.1). *De offentlige inntektene* er følgelig gitt ved

$$OI_t = \tau \sum_i (w_{i,t}^* (1 - l_{i,t}) + pu_{i,t}) + OV_t$$

*De offentlige oljekorrigerede inntektene*,  $OOI_t$ , er lik de offentlige inntektene fratrukket overføringene fra SPU og er dermed gitt ved

$$OOI_t = OI_t - OV_t \quad (4.36)$$

Offentlig sektor har utgifter til pensjoner, samt offentlig konsum,  $G_t$ . I denne oppgaven forenkler vi utviklingen til det offentlige konsumet og nøyer oss med å sette denne lik en fast andel,  $\nu$ , av produksjonen hvert år, slik at  $G_t = \nu Y_t$ . Dermed er *de offentlige utgiftene* gitt ved

$$OU_t = \sum_i pu_{i,t} + G_t$$

Vi kan dermed uttrykke *det oljekorrigerede overskuddet*,  $OKO_t$ , som forskjellen mellom de offentlige oljekorrigerede inntektene og de offentlige utgiftene:

$$OKO_t = OOI_t - OU_t = \left[ \tau \sum_i (w_{i,t}^* (1 - l_{i,t}) + pu_{i,t}) \right] - \left[ \sum_i pu_{i,t} + G_t \right] \quad (4.37)$$

Når vi så inkluderer overføringene fra SPU får vi uttrykt det samlede overskuddet,  $SO_t$ :

$$SO_t = OKO_t + OV_t \quad (4.38)$$

Når det gjelder den offentlige netto finansformuen ved inngangen til periode  $t + 1$  er denne gitt ved renteinntektene (evt utgiftene) på finansformuen ved tidspunkt  $t$  og et eventuelt budsjettoverskudd (eller underskudd) Dermed blir *offentlig sektors netto finansformue*

$$OF_{t+1} = (1 + r)OF_t + OI_t - OU_t$$

*Den norske totalformuen* er lik summen av total privatformue og offentlig formue

$$TF_t = F_t + OF_t$$

# Kapittel 5

## Parametervalg og løsningsmetode

### 5.1 Parametrisering

Før vi kan begynne å bruke modellen må vi bestemme verdien på parametrene. Disse finnes det en god del anslag på i litteraturen og vi har valg å ta for oss diskusjonene i Auerbach og Kotlikoff (1987), Raffelhüschen og Risa (1995) og Thøgersen (2001). Der paramterne spriker i verdi forsøker vi å holde oss til Thøgersen (2001), da fremstillingen her ligger nær vår modell samt at beregningene er gjort for Norge. Raffelhüschen og Risa (1995) skriver og i hovedsak om Norge, men denne diskusjonen ligger litt lengre tilbake i tid.

#### 5.1.1 Konsumentenes preferanser

Vi ser først på utgiftsandelen til konsum,  $\alpha$ . Her følger vi Auerbach og Kotlikoff (1987) da Thøgersen (2001) ikke bruker en tilsvarende nyttefunksjon, og setter  $\alpha = 0,4$ .

*Tidspreferanseraten*  $\rho$  forteller oss noe om tålmodigheten til individene, og spesielt interessant her er forholdet mellom denne og *realrenta*  $r$ . Thøgersen (2001) finner at  $\rho = 0,01$  etter å ha kalibrert den initielle formuesdistribusjonen i hans modell for det norske pensjonssystemet. Til sammenligning bruker Auerbach og Kotlikoff (1987) 0,015, mens Raffelhüschen og Risa (1985) bruker 0,125. Når det gjelder *realrenta* er denne eksogent gitt i modellen siden Norge er en liten åpen økonomi og i henhold til Thøgersen (2001) settes denne lik 4 % årlig. Dette vil føre til at konsumet vil vokse over tid. Vi kommer tilbake til dette i avsnitt 6.1.2.

Den intertemporale substitusjonselastisiteten  $\epsilon = \theta^{-1}$ , hvor  $\theta$  sier noe om hvor villige man er til å fordele konsumet over tid, forklart i avsnitt 4.3, setter Thøgersen (2001) uten videre diskusjoner lik 0,5 ( $\theta = 2$ ), mens Raffelhüschen og Risa (1995) bruker 0,25 ( $\theta = 4$ ) med henvisning til Auerbach og Kotlikoff (1987). Vi setter  $\epsilon = \frac{1}{3}$ .<sup>1</sup>

Effektivitetsfaktoren  $\Lambda_{i,t}$ : Her følger vi metoden presentert av Auerbach og Kotlikoff (1987) som er videreutviklet av Rasmussen og Rutherford (2004). Sammenhenger de bruker her gitt ved

$$\Lambda_{i,t} = \exp [4,47 + 0,033(t - k) - 0,00067(t - k)^2] \quad (5.1)$$

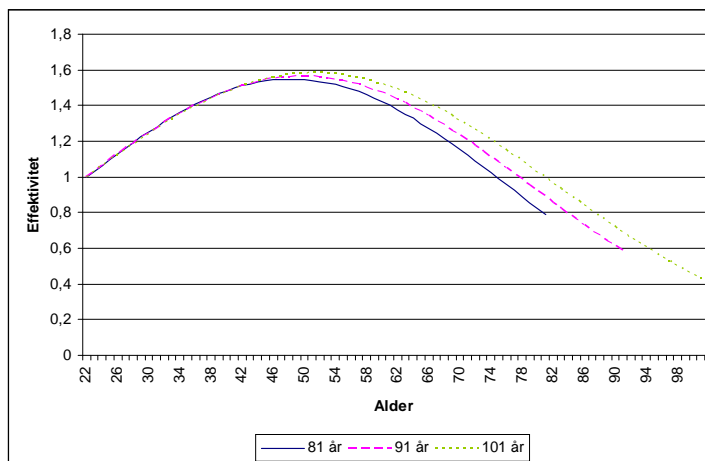
Her står  $k$  for antall år med arbeidserfaring, og siden våre individ trer inn i modellen ved 22 års alder, ved inntreden i arbeidslivet, passer denne tilnærmin-

<sup>1</sup>Siden vi ikke finner noen konkret diskusjon i Thøgersen (2001) og verdien i Raffelhüschen og Risa (1995) er basert på beregninger gjort utenfor norsk økonomi finner vi det tryggest å velge en mellomting her.

gen godt i vår modell. Husabø (2009) fant allikevel at verdiene ga urealistiske resultater når levealderen øker, slik at sammenhenger behøver modifisering for å passe bedre til modellen vår. Vi normaliserer likninga til 1 for hver kohort, modifiserer startverdiene og lar disse endre seg når levealderen endres, og vi får nå følgende sammenheng:

$$\Lambda_{i,t} = \frac{\exp [4,47 + \gamma_{k_i}(t - k_i + 22) - \varsigma_{k_i}(t - k_i + 22)^2]}{\exp [4,47]} \quad (5.2)$$

$k_i$  står her for kohorten til individ  $i$ . Vi lar startverdien til  $\varsigma_{k_i}$  være 0,00063 og denne reduseres med 0,000005 ved ett års økning i levealderen. En lavere verdi på  $\varsigma_{k_i}$  enn i (5.1) gir et mindre fall i effektivitet når levealderen øker. Vi lar så startverdien til  $\gamma_{k_i}$  være 0,0332, og for hver gang levealderen øker med ett år reduseres  $\gamma_{k_i}$  med 0,0001. Ved å la  $\gamma_{k_i}$  synke med økende levealder hindrer vi at maksimal effektivitet blir for høy når  $\varsigma_{k_i}$  blir mindre. Vi starter modellen vår i år 1926 og setter startverdiene lik for alle individene i modellen vår dette året. For å se litt nærmere på hvordan effektiviteten utvikler seg utover i modellen ser vi på noen eksempler.



Figur 5.1: Utviklingen i effektivitetsfaktoren

I figur 5.1 ser vi hvordan effektiviteten utvikler seg for noen utvalgte levealderer, hvor 81 år er startverdien. Vi ser at utviklingen er relativt lik, men at ved høyere levealder forskyves toppunktet noe, og dette fører isolert sett til at den effektive lønnen vil være noe høyere for senere kohorter etter hvert som levealderen øker. Utformingen av effektivitetsfaktoren har stor betydning for arbeidstilbudet til individene i modellen. Reallønna fra ligning (4.17) avhenger kun av produktivitets- og effektivitetsfaktoren, og siden vi vet at produktivitetsveksten holdes konstant bestemmes arbeidstilbudet i all hovedsak av effektiviteten. Dette kommer vi nærmere tilbake til når vi diskuterer resultatene fra modellen.

### 5.1.2 Produksjons- og offentlige parametre

Den teknologiske vekstraten  $a$  settes til 1,36 %, noe Thøgersen (2001) argumenterer for at korresponderer til en 1 % årlig nøytral Hicks teknologisk fremgang. Siden vi allerede har funnet at lønnsveksten er lik den teknologiske vekstraten i avsnitt 4.2 blir også denne lik 1,36 %.

Siden inntekten til individene i modellen innenfor kohortene kun avhenger av forventet levealder bruker vi et svært forenklet skattesystem. Ideelt sett ville de høyt utdannede individene tjent en god del mer over livsløpet enn de lavtutdannede, da de både har høyere årslønn og gjerne jobber lengre, men dette er ikke tatt hensyn til i vår modell. Derfor følger vi Husabø (2009) som har en fast skattesats hvor han har inkludert skatt på konsum ved følgende intuisjon: Ved



å la  $c$  være varekonsum,  $\varkappa$  være tilgjengelig tid,  $l$  være fritid,  $m$  være momssatsen og  $t$  være marginalsatt på arbeidsinntekt setter han opp følgende forenklet budsjettvilkår for konsumentene:

$$(1 + m)c = (1 - t)(\varkappa - l)$$

Vi dividerer så med  $1 + m$  og definerer  $\tau$  som samlet skatt på arbeid ved  $1 - \tau = \frac{1-t}{1+m}$  slik at  $\tau = \frac{m+t}{1+m}$ . Dermed blir budsjettvilkåret over redusert til

$$c = (1 - \tau)(\varkappa - l)$$

Dette gjør at  $\tau$  blir noe høyere enn den tradisjonelle inntektsskatten, siden vi nå og har inkludert skatt på konsum. Videre har Husabø (2009) funnet marginalsatten på inntekt til å være 35,8 prosent og momssatsen til å være 20 prosent, og får da  $\tau = 0,465$ , som vi også vil bruke.

Når det gjelder  $\nu$ , som er andelen av fastlands-BNP som går til offentlig konsum, kalibreres denne i modellen vår slik at den oljekorrigerte overskuddet stemmer overens med faktiske observerte verdier i 2010. I følge det reviderte nasjonalbudsjettet for 2011 var det oljekorrigerte underskuddet på 5,7 prosent av trend-BNP for Fastlands-Norge. Etter å ha funnet tall på produksjonen, inntekter og utgifter i vår modell er det kun størrelsen på  $G_t$  fra ligning (4.37) som mangler. For å få det oljekorrigerte underskuddet i vår modell til å ligge på 5,7 prosent finner vi at  $\nu$  må være lik 0.3183, altså er offentlig konsum lik 31,83 prosent av Fastlands-BNP.

## SPU

For å få et realistisk mål på størrelsen på Statens pensjonsfond - Utland (SPU) i modellen vår kalibrerer vi det i forhold til BNP for Fastlands-Norge. I vår modell er BNP for Fastlands-Norge gitt ved produksjonen  $Y_t$  fra ligning (4.6). I 2010 var størrelsen på SPU 3077 mrd kroner mens BNP for Fastlands-Norge var på 1933 mrd kroner. Kalibreringsverdien vi bruker er det relative forholdet mellom SPU og BNP, slik at vi i 2010 har at  $SPU_{2010} = 1,592Y_{2010}$ . Når det gjelder størrelsen på overføringene følges handlingsregelen som forklart i avsnitt 4.4. Når det gjelder veksten i  $SPU_t$  er den gitt ut fra våre beregninger i avsnitt 3.1 jf figur 3.6. Overføringene fra SPU i 2010,  $OV_{2010}$ , er da gitt ved  $OV_{2010} = r^h SPU_{2010} Y_{2010}$ , hvor  $r^h$  er realavkastningen på SPU som forklart i 4.4. Overføringene fra SPU i modellen vår for alle perioder etter 2010 er da følgelig gitt ved følgende dynamiske utvikling

$$OV_{t+1} = r^h \frac{SPU_{t+1}}{SPU_t} OV_t \quad \text{for } t > 2010$$

## Delingstallene

Vi bruker delingstall mellom 1943 og 2000 publisert av NAV (2011). For årene før 1943 (1926-1943) følger disse den gjennomsnittlige utviklingen gitt ved de første ti årene av de publiserte delingstallene (1943-1953). Dette vil gjenspeile den jevne utviklingen vi har funnet i levealderen vi bruker i vår modell. Tilsvarende utvikling er gjort for årene etter 2000.

### 5.1.3 Resterende parametre

Uten videre diskusjon setter vi kapitalens inntektsandel,  $\eta$ , lik 0,32 i likhet med Thøgersen (2001) og kapitalens depresieringsrate,  $\delta_K$ , settes lik 0.

## 5.2 Løsning av modellen

Etter at vi nå har bestemt parameterverdier løser vi modellen. Vi finner først den eksogene reallønnen i økonomien fra (4.17) som gir oss den effektive lønnen fra (4.27) gitt individenes valg av tidspunkt for uttak av pensjon. Dette kan vi gjøre da vi antar at individene kjenner sin egen levetid når de trer inn i modellen, og kan dermed velge en optimal budsjettbane fra (4.35) og (4.34). Når dette er gjort følger automatisk varekonsumet og valg av fritid fra (4.31) og (4.32). Individene trer inn i modellen når de trer inn i arbeidslivet, som vi setter til 22 års alder for alle individ. Optimeringsproblemet vi løste i avsnitt (4.3.4) gir oss arbeidstilbudet til hvert individ, sammen med konsum og spareatferden. Før modellen kan gi oss en fullstendig løsning må vi nå ta hensyn til de seks representative individene vi inkluderer i modellen vår. Vi justerer forventet levealder litt annerledes enn SSB i avsnitt 5.2.1. Deretter inkluderer vi de seks representative individene ved hjelp av tall på forventet levealder for disse individene fra Norgeshelsa. Vi har kun tall på dette mellom 1980 og 2005, så det er nødvendig å finne fornuftige verdier for disse i årene før og etter dette intervallet. Det siste vi gjør med hensyn til gruppene er å finne hvor stor andel av vår befolkning de vil utgjøre i hver periode. Når dette kombineres med implementering av kohortstørrelser får vi aggregerte verdier som gir oss verdier på totale inntekter og utgifter for staten i hver periode. Faktorprisene er eksogent gitt og produksjonen i økonomien får vi dermed direkte fra samlet arbeidstilbud og kapitaletterspørsel, slik at hele modellen løses ut fra konsumentenes optimering.

Selv om den nye pensjonsreformen ikke trådte i kraft før 1.1.2011 modellerer vi som om pensjonsreformen trer i kraft i det våre første individ trer inn i modellen i 1948.

Modellen løses i sin helhet i Microsoft Excel, hvor vi setter opp utviklingen for alle sentrale variabler for alle gruppene i hver kohort fra 1926 til 2078. På denne måten kan vi rapportere resultater helt frem til 2100-kohorten, siden dette er det første året 2078-kohorten trer inn i modellen.

Aggregerte resultater rapporteres fra år 2010, og for å få realistiske verdier i dette året er vi nødt til å starte modellen en del år tidligere. Vi "fyller opp" modellen med kohorter fra og med 1926, slik at de første individene trer inn i modellen i 1948 og tidligst starter pensjonsuttaket i 1988 (senest i 2001). På denne måten er økonomien vår i full sving med både pensjonister og individ som nettopp har påbegynt sitt arbeidsliv. Individene trer ut av modellen når den forventede levealderen deres oppnås, slik at en del individ er allerede ute av modellen i det vi starter rapporteringen.

Etter at hovedmodellen presenteres sammenlikner vi modellen med seks representative individ mot en modell med ett representativt individ. Deretter følger en del hvor vi inkluderer nettoinnvandringen og ser hva slags effekter det å utelate dette i hovedmodellen gir. Til slutt gjør vi et lite eksperiment hvor vi ser hva som skjer om vi endrer realrenta fra 4 til 2 prosent. Avslutningsvis diskuterer vi resultatene sammen med modellens styrker og svakheter.

### 5.2.1 Justering og estimering av forventet levealder

Vi har data tilgjengelig på forventet levealder ved fødsel for menn og kvinner med grunnskole, videregående skole og høyere utdanning fra 1981 til 2005. For å kunne anvende disse dataene gjør vi noen forenklinger og antakelser. I modellen består hver kohort av seks gjennomsnittsindivid som lever til sin respektive forventede levealder. Når SSB publiserer tall på forventet levealder ved fødsel i et år, er disse tallene basert på informasjon for årene før dette året, og de undervurderer den faktiske forventede levealderen, da forventet levealder stadig vokser. For å finne de korrekte verdiene måtte vi ventet til alle i et årskull var døde, og så beregnet gjennomsnittet. For å ta et enkelt eksempel var forventet gjenstående levetid ved fødsel for en mann født mellom 1931 og 1935 63,77 år.

Av alle menn født i 1931 levde 95,19 prosent av disse i 1991 (for kvinner var tallet 97,23 prosent i den samme perioden). Justerer vi for barnedødeligheten, nærmere bestemt for de som døde mellom 0 og 4 år gamle, er tallene hhv 96,5 og 98,2 prosent. Dette tallet blir stadig høyere, noe som underbygger påstanden om at SSB undervurderer forventet gjenstående levetid ved fødsel når vi ser at forventet gjenstående levetid for en 60 år gammel mann mellom 1991 og 1995 var 18,68 år. De 95,19 prosent gjenlevende mennene som nå var 60 år kunne altså forvente å leve til de var 78,68 år, en oppjustering på nesten 15 år! Tilsvarende for en mann født mellom 1946 og 1950 er forskjellen på 12,42 år. I dette tilfellet levde 96,67 prosent av mennene når de var 60 år. Ved å oppjustere tallene SSB opererer med får vi dermed et mer korrekt bilde på samfunnet, og modellen vi skal operere med gir mer presise resultat og estimat. Delingstallene regnes også ut gitt at individene allerede er 60 år gamle, jf. avsnitt 2.3.4, slik at vi da bedre får uttrykt pensjonsutgiftene.

### 5.2.2 Omgjøringen fra SSBs tall

Før vi starter på omgjøringen av tallene fra SSB er det nødvendig med en klargjøring angående notasjonen som brukes i dette og det neste avsnittet. Vi skriver forventet levetid,  $FL$ , med tre fotskrifter. Som før bruker vi  $i$  for hvilket individ det gjelder og  $t$  for hvilket år vi er i. I tillegg legger vi nå til  $a$ , som angir hvilken alder vi tar utgangspunkt i når vi skal uttrykke forventet gjenstående levetid. Vi får dermed variabelen  $FL_{i,a,t}$  for forventet gjenstående levetid for individ  $i$  ved alder  $a$  ved tidspunkt  $t$ .

SSB (2010b) forventer i sine fremskrivninger at levealderen ved fødsel vil være 90,4 år for kvinner og 87,1 år for menn i 2060. De predikerer et utfall med høy vekst, et med lav vekst, og et mellomalternativ. Vi går i det følgende ut fra mellomalternativet, som sannsynligvis treffer best i fremtiden. Tilgjengelige data er ufullstendig i forhold til våre behov, og det må gjøres en del antakelser og modifikasjoner. Først og fremst tar vi utgangspunkt i forventet gjenstående levetid for 60-åringene. Det er to hovedårsaker til at vi velger gjenstående levetid for 60-åringene. For det første vil dette gi oss et bilde på hvordan fremtiden ser ut når man nærmer seg pensjonisttilværelsen. For det andre sier de ferskeste tallene at av de som ble født mellom 1951 og 1955 er det tett opp til 98 prosent som lever i 2010 jf. diskusjonen i forrige avsnitt. Tall på forventet gjenstående levetid for 60-åringene er tilgjengelig fra SSB for både menn og kvinner helt tilbake til 1800-tallet, men årlige tall er først tilgjengelig fra 1986.

Måten vi behandler levealderen på i modellen er at vi antar at endringen i forventet gjenstående levetid ved 60 års alder er proporsjonal med endringen i forventet gjenstående levetid ved fødsel. Vi starter ikke med denne tilnærmingen før i 1986 for å unngå problemet med barnedødelighet (pr 100 000 døde 1397 gutter mellom 0 og 4 år mellom 1926 og 1930, mens i perioden 1986-1990 var tallet nede i 226). Det at barnedødeligheten var så mye større tidligere gjør at forventet levetid ved fødsel i disse årene vil være vesentlig preget av dette. Vi finner først økningen i forventet gjenstående levetid ved fødsel og ved 60-års alder fra 1986 til 2010. Siden vi har et estimat fra SSB på forventet gjenstående levetid ved fødsel i 2060, finner man enkelt forskjellen i forventet gjenstående levetid ved fødsel fra 2010 til 2060. For å så estimere forventet gjenstående levetid for 60-åringene i 2060 brukes forholdet mellom økningen i forventet gjenstående levetid ved fødsel i de to årene. Dette forholdstallet multipliseres med tallet på gjenstående levetid for 60-åringene i 2010, og dermed har vi et estimat på forventet gjenstående levetid for 60-åringene i 2060. Formelt sett vil forventet gjenstående levetid for en 60 åring i 2060,  $FL_{i,60,2060}$ , regnes ut på følgende måte:

$$FL_{i,60,2060} = FL_{i,60,2010} + (FL_{i,60,2010} - FL_{i,60,1986}) \left( \frac{FL_{i,0,2060} - FL_{i,0,2010}}{FL_{i,0,2010} - FL_{i,0,1986}} \right)$$

Når det nå og fremover refereres til forventet levetid på tidspunkt  $t$ , menes det

egentlig forventet gjenstående levetid ved 60 år for kohorten  $k = t - 60$ . Et enkelt eksempel kan klargjøre: Når gjenstående levetid for en 60 år gammel kvinne er 22,93 år i 1986, betyr det i modellen at en kvinne født i 1926 (1986-60) kan forvente å leve til hun er 82,93 år gammel (60+22,93).

Så langt har vi funnet tall på forventet levetid for personer født mellom 1926 og 1950 og personer født i år 2000. For å finne forventet levetid for personer født mellom 1950 og 2000 går vi utfra at levetiden vokser med en konstant rate hvert år. Dermed kan man enkelt finne forventet levetid for hvert år ved å beregne den gjennomsnittlige årsveksten fra 1950 til 2000,  $\vartheta_{1950,2000}$ , ved formelen

$$\vartheta_{1950,2000} = \left( \frac{FL_{i,0,2000}}{FL_{i,0,1950}} \right)^{\frac{1}{2000-1950}}$$

Da vil forventet gjenstående levetid fødsel ved et år  $t$ ,  $FL_{i,0,t}$ , mellom år 1950 og 2000 være gitt ved  $FL_{i,0,t} = FL_{i,0,1950} (\vartheta_{1950,2000})^{t-1950}$ . Fra år 2000 og fremover brukes den samme årsveksten. For å få et mål på hvor realistisk dette vil være sammenligner vi med SSB (2010b). Forventet gjenstående levetid for 62-åring forntes å øke fra 21,9 år i 2009 til 27,3 år i 2060 (begge kjønn samlet) ifølge SSB (2010b). Dette er det eneste sammenlignbare tallet vi finner for fremtidig forventet gjenstående levetid i nærheten av ved 60 års alder. For å sammenligne med våre beregninger ser vi av historiske data at forventet gjenstående levetid for en 62-åring har ligget stabilt 1,6 år lavere enn forventet gjenstående levetid for en 60-åring. Med andre ord skulle dette bety at forventet gjenstående levetid for en 60-åring i 2010 ifølge SSB (2010b) vil være 21,9 + 1,6 år og 27,3 + 1,6 år i 2060. Med vår tilnærming øker gjenstående levetid for 60 år gamle menn fra 21,9 år i 2009 til 27,4 år i 2060, mens for kvinner er den samme økningen fra 25,2 år til 30,4 år. Antar vi at det er like mange menn som kvinner vil det si at forventet gjenstående levetid for 60-åring med våre beregninger vil øke fra ca 23,6 til ca 28,9 år i 2060, noe som da stemmer bra med SSB sine tall.

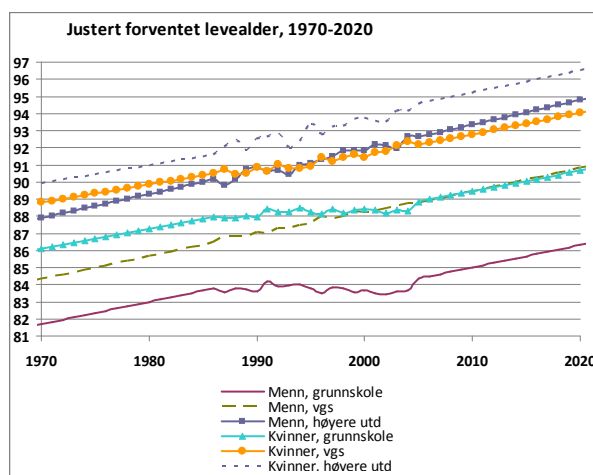
### 5.2.3 Seks representative individ

Siden vi har seks forskjellige typer individ i modellen byr også dette på enkelte utfordringer. Vi har til nå tall på forventet gjenstående levetid ved fødsel med justeringer fra forrige avsnitt, samt tallene på forventet gjenstående levetid ved fødsel for de seks representative individene fra Folkehelseinstituttet (2009) mellom 1981 og 2005. Vi finner først forskjellen i forventet gjenstående levetid ved fødsel for hver av individene og de justerte tallene vi har mellom 1981 og 2005. Nærmere bestemt finner vi forskjellen mellom forventet gjenstående levetid ved fødsel for en mann (fra justeringene) og hvert av utdanningsnivåene for menn, og gjør tilsvarende for kvinner. Videre antar vi at forventet gjenstående levetid vokser med den samme relative veksten fra en kohort til den neste for alle utdanningsnivå, men er ulik for kjønnene. Dette gjør vi da SSB sine fremskrivninger av forventet levealder gir markant ulik vekst mellom kjønnene. Formelt sett vil dette si at  $FL_{i,0,t=k+1} = \gamma_{s_i} FL_{i,0,t=k}$ , hvor  $\gamma_{s_i}$  angir veksten i forventet levetid fra en kohort til den neste og fotskriften  $s_i$  angir kjønnnet til individ  $i$ . Vi har tilgjengelig årsdata på forventet gjenstående levetid ved 0 og 60 år for menn og kvinner fra 1986 til 2010. Basert på dette og de justerte verdiene vi fant i forrige avsnitt regner vi ut en relativ vekst,  $\gamma_s$ , for hvert kjønn. Ideelt sett ville vi regnet ut denne basert på forventet gjenstående levetid for den samme kohorten ved 0 og 60 års alder, men disse dataene vil gi oss en del merkelige resultater. Årsaken til dette er i hovedsak andre verdenskrig, samt at frem til 1986 er det kun tilgjengelig data for femårsperioder. Ser også noen merkelige noteringer etter krigen, da f.eks forventet levetid for menn stod stille i 20 år mellom 1951 og 1971. Det er dermed valgt å ta utgangspunkt i tallene mellom 1986 og 2010, på grunnlag av diskusjonen i forkant, samt at vi da har årsdata, og med det flest presise observasjoner. Siden vi tidligere har estimert vår justerte levetid bruker vi disse tallene når vi regner ut veksten.

Hvis veksten i forventet gjenstående levetid fra fødsel til 60 års alder (altså 60 år pluss forventet gjenstående levetid ved 60 års alder) er  $(\xi_{s_i})^{\frac{1}{60}}$ , og *forventet observert gjenstående levetid ved fødsel* for individ  $i$  er  $FL_{i,0,t}^o$  er forventet levetid ved fødsel for individ  $i$  i vår modell lik  $FL_{i,0,t} = (\xi_{s_i})^{60} FL_{i,0,t}^o$ .

For å finne forventet levetid i modellen for individene født tidligere enn 1986 må vi finne en fornuftig sammenheng. Siden vi nå har tall på justert forventet levetid for menn og kvinner født i 1926 og 1986, bruker vi disse verdiene for å estimere verdiene for de representative individene. Hvis årsveksten i justert forventet levetid ved fødsel mellom 1926 og 1986 er  $\vartheta = \left(\frac{FL_{i,0,1926}}{FL_{i,0,1986}}\right)^{\frac{1}{60}}$  vil forventet levetid ved fødsel for individ  $i$  i modellen født i 1926 være gitt som  $FL_{i,0,1926} = \frac{1}{\vartheta^{60}} FL_{i,0,1986}$ . Forventet levealder i et år mellom 1926 og 1986 vil da være gitt ved  $FL_{i,0,t} = \vartheta^{t-1926} FL_{i,0,1926}$ .

Utviklingen i levealderen til individene i modellen kan nå uttrykkes ved hjelp av de observerte justerte verdiene for årene 1986-2005 samt de estimerte verdiene før og etter dette, og vi får utviklingen som vist i figur 5.2.



Figur 5.2: Levealder

Vi ser av figur 5.2 at spesielt for menn og kvinner med grunnskoleutdanning kan utviklingen i levealderen se urealistisk ut basert på de observerte verdiene mellom 1986 og 2005. I denne perioden er levealderen for disse gruppene tilnærmet uendret, og baserer vi oss kun på disse verdiene ville vi forventet at disse gruppene aldri vil kunne bli eldre. Dette er nok urealistisk slik at det å anta at det vil vokse i fremtiden vil være mer riktig. Ankepunktet her er nok da muligens at veksten kan være antatt å være sterkere enn hva vil være tilfellet. Vi lar på tross av dette veksten følge den banen som er vist i figur 5.2.

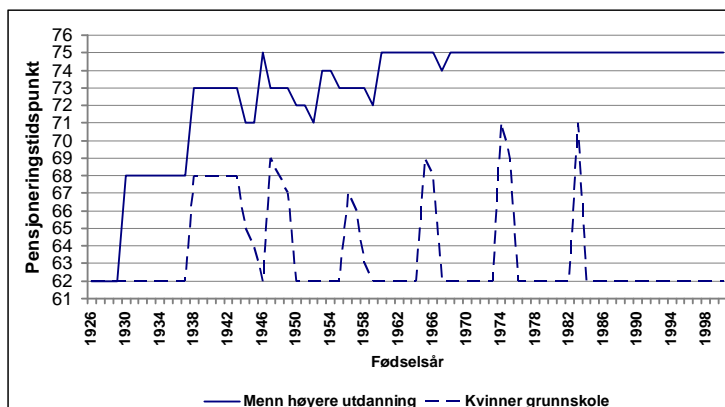
### 5.2.4 Optimalt pensjonsuttak

I tidligere oppgaver som Gautesen (2010), Husabø (2009) og Dysvik (2008) er det blitt antatt at alle individer i modellen tar ut full pensjon ved første mulighet, altså ved 62 års alder. Dette er urealistisk, og vi viser at mange vil velge senere uttaksalder. For å forenkle antar vi at når individene først velger å ta ut pensjon, tar de ut full pensjon, selv om de i prinsippet kan velge en uttaksgrad under 100 prosent. Vi velger å se bort fra at pensjonsbeholdningen øker etter fylte 62 år ved at de velger å stå i arbeid. På grunn av utformingen av delingstallene og det faktum at det er 14 delingstall for hvert årskull som gjorde det vanskelig å modellere problemstillingen var denne forenklingen nødvendig for å finne en mer realistisk sammenheng enn at alle tar ut pensjon ved første mulige tidpunkt.

Vi finner det optimale pensjonsuttaket basert på delingstall for kohorter født fra og med 1943 og til og med 2000 fra NAV (2011). For kohortene mellom 1926 og 1943 og de født etter 2000 bruker vi delingstallene vi fant frem til jf avsnitt

5.1.2. Ved å dele en gitt pensjonsbeholdning på delingstallene fra 62 til 75 år finner vi den pensjoneringsalderen som gir størst pensjonsbeholdning for alle levealdere. Vi finner dermed tall på hvilken forventet levealder som må oppnås for at man skal velge uttak senere enn 62 år på ethvert tidspunkt. For hvert år finner vi hvilken forventet levealder som vil gi en vekst i pensjonsutbetalingene ved å vente til etter 62 års alder ved uttak av pensjon. Med noen få uttak vil individene (som ikke tar ut pensjon ved 62 år) tidligst ta ut pensjon ved 69 år, og ofte velger de å ta ut ved seneste tidspunkt, altså ved 75 år. Det presiseres at de forventede levealdrene vi bruker her er kun i hele år, noe som gjør overgangen fra uttak 62 år til 75 år endel kortere enn hvis vi hadde testet for eksempel måned for måned.

Tallene vi har funnet viser at kvinner med de to høyeste utdanningsnivåene alltid velger å ta ut pensjon ved 75 års alder på alle tidspunkt fra og med 1926-kohorten. På tilsvarende måte tar menn med de to laveste utdanningsnivåene alltid ut pensjon ved 62 års alder. For menn med høyere utdanning og kvinner med grunnskoleutdanning er resultatene noe mer varierende. Menn med høyere utdanning vil ifølge våre antakelser og beregninger starte med å ta ut pensjon ved 62 års alder (1926-kohorten), før det vil variere mellom 67 og 75 år frem til og med 1967-kohorten. Fra og med 1968-kohorten (og alle fremtidige kohorter) vil velge å ta ut pensjon ved 75 års alder. Når det gjelder kvinner med grunnskoleutdanning vil de ta ut pensjon i alder mellom 62 og 71 år frem til og med 1983-kohorten. Fra og med 1984-kohorten (og alle fremtidige kohorter) vil velge å ta ut pensjon ved 62 års alder.

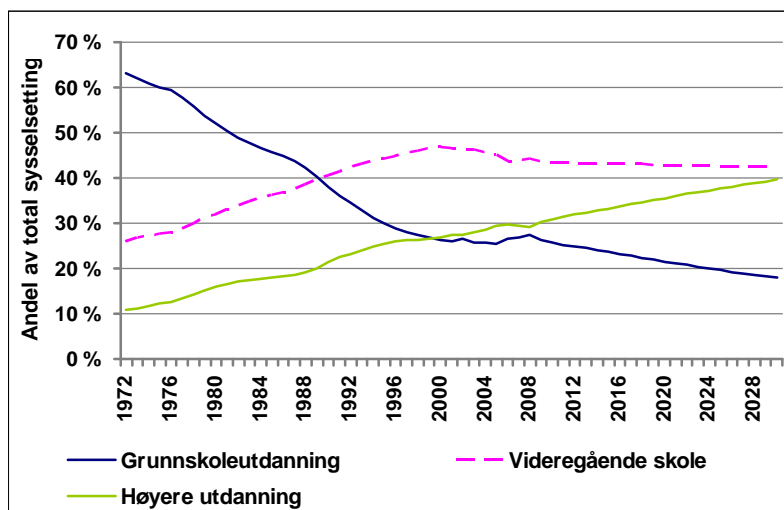


Figur 5.3: Pensjoneringsstidspunkt

Vi ser den noe spesielle utviklingen til høytutdannede menn og lavtutdannede kvinner i figur 5.3. Årsaken til de kraftige hoppene i valg av pensjoneringsstidspunkt skyldes i at levealderen øker med ett år. For de lavtutdannede kvinnene er ikke levalderveksten høyere enn at de etter noen år faller tilbake til uttak ved 62 år. Fra 1984-kohorten og ut tar denne gruppen alltid ut pensjon ved 62 års alder. Vi har funnet at mennene har en noe høyere relativ vekst i levealderen. Derfor er utviklingen for høytutdannede menn at de stabiliserer seg på uttak ved 75 års alder fra og med 1960-kohorten etter gradvise hopp som følge av økning i levealderen for denne gruppen. Alt dette lar seg enkelt inkluderes i vår modell, og vi får et mer realistisk bilde på pensjoneringsadferden til individene.

### 5.2.5 Andelen av hver gruppe pr kohort

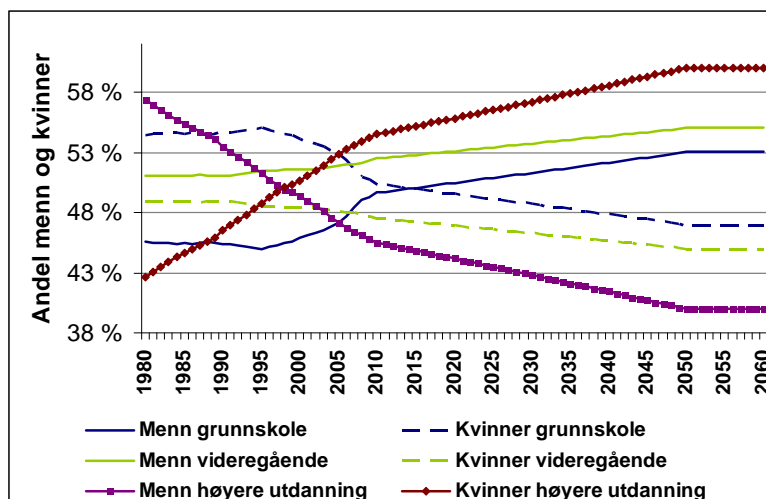
Når vi nå skal operere med seks forskjellige representative individ er det viktig at dette implementeres på en mest mulig korrekt og realistisk måte i modellen. SSB (2010a) estimerer sysselsettingen i Norge basert på utdanningsnivå frem til 2030. Etter å ha fått tilsendt tallmateriale på sysselsetting etter utdanningsnivå som prosent av total sysselsetting fra 1970 til 2030 kan vi gjøre realistiske antakelser og beregninger hva angår nettopp dette.



Figur 5.4: Sysselsetting etter utdanningsnivå som prosent av total sysselsetting. Kilde: SSB (2010)

At tallene er basert på sysselsettingsnivået og ikke befolkningen sett under ett er en fordel. I modellen vår er alle individene yrkesaktive i størstedelen av livet, og vi ser dermed bort fra arbeidsledighet og sykefravær. Ved kun å se på den sysselsatte delen av befolkningen får vi mer virkelighetsnære resultat. Figur 5.4 er basert på tallene fra SSB, men etterlater oss nok et problem. Tallene er ikke tilgjengelig på kjønnsnivå, slik at vi må gjøre noen egne antakelser og beregninger rundt dette. Måten dette løses på er å bruke tall på hvor stor andel av befolkningen de ulike gruppene representerer mellom 1980 og 2010 fra SSB (2011b). Disse tallene beskriver befolkningen totalt, uavhengig av sysselsettingsnivå, men ved å se på andelen menn og kvinner under hvert av utdanningsnivåene får vi et godt mål på de reelle verdiene. Dette gir oss verdier for årene 1980 til 2010.

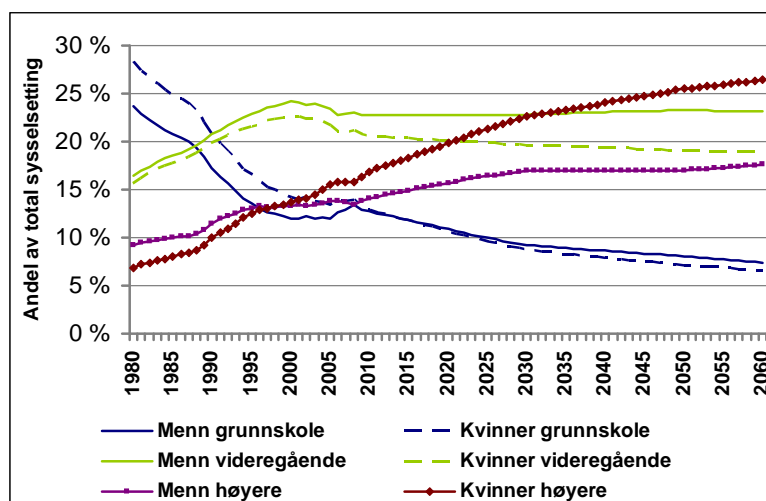
Det neste vi så gjør er å fremskrive disse tallene basert på verdiene vi nå har frem til 2030. Basert på tidligere utvikling gjør vi en naiv trendfremskriving av andelsforholdet mellom menn og kvinner i de ulike utdanningsnivåene. Slik utviklingen har vært de siste 30 årene (1980 til 2010) har tendensen vært slik at kvinner har gått fra å ha vært underrepresenterte blant de med høyere utdanning (42,6 prosent i 1980) til å være i overtall i 2010 (54,5 prosent). Skulle vi ha fortsatt denne trenden ville vi sannsynligvis overvurdert antall kvinner med høyere utdanning, og dermed overvurdert statens pensjonsutgifter da disse har høyest levealder og dermed vil motta mest pensjoner av alle. Vi går utifra at de vil stabilisere seg på en andel lik 60 prosent fra 2050 og utover. På samme måte gjør vi liknende naive fremskrivninger av andelen i de resterende utdanningsnivåene, og figur 5.5 viser utviklingen vi har beregnet.



Figur 5.5: Andel menn og kvinner på ulike utdanningsnivå

Det som så gjenstår er å fremskrive utviklingen i figur 5.4 og koble dette sammen med tallene fra figur 5.5, slik at vi får utviklingen i andelen av den totale befolkningen for alle de seks gruppene.

På samme måte som ved andelen diskutert over fremskrives andelen pr utdanningsnivå rimelig naivt, i dette tilfellet fra 2030 og utover. Trenden her er ikke så kraftig vekst som var tilfellet med andelen fra tidligere, men også her antar vi at veksten vil flate ut. Det er sannsynlig at etterspørselen etter høyt utdannet arbeidskraft vil øke i fremtiden, slik som det diskuteres i SSB (2010), men det betyr ikke at utviklingen vil ende opp i at alle vil velge høyere utdanning. Når denne fremskrivningen er gjort og koblet opp mot den i figur 5.5 får vi utviklingen som er presentert i figur 5.6.



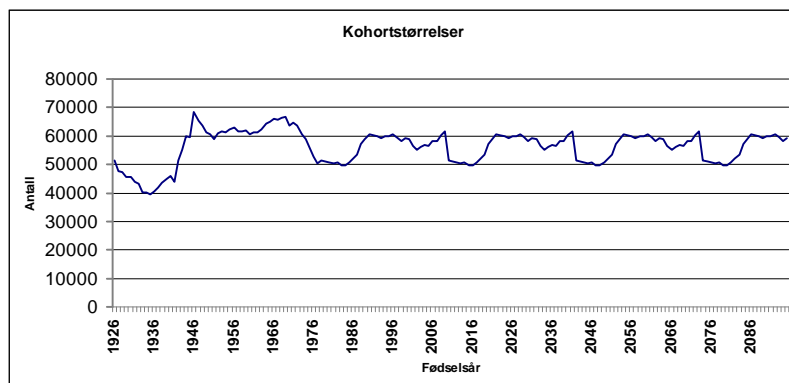
Figur 5.6: Menn og kvinner i ulike utdanningsnivåer som andel av total sysselsetting

### 5.2.6 Kohortstørrelser

Størrelsen på kohortene i modellen er av stor betydning. Disse avgjør i stor grad hva slags utfordringer staten står ovenfor når det gjelder utgifter til pensjoner relativt til skatteinntekter. Nå som vi har funnet hvor stor del av hver kohort våre seks representative individ utgjør må vi ha tall på hvor store hver kohort har vært og vil være i fremtiden. I figur 5.7 ser vi de historiske fødselskullene fra og med 1926 til og med 2010, justert for dødsfall mellom 0 og 1 års alder. Vi legger spesielt merke til de relativt store kullene født rett etter andre verdenskrig



som vil sørge for at vi snart vil oppleve den mye omtalte eldrebølgen da disse kullene etter hvert vil begynne å heve pensjoner.



Figur 5.7: Kohortstørrelser

Når det gjelder kohortene etter 2010 baserer vi oss på SSB (2010b) som i sitt middelalternativ anslår at fruktbarheten ikke vil være tilstrekkelig til en fremtidig økning i kohortstørrelsene. Vi presiserer også at vi ser bort ifra nettoinnvandringen da disse ikke er inkludert i fødselstallene frem til og med 2010. Nettoinnvandringen er forventet å ligge på ca 20 000 pr år på lang sikt, også dette ifølge SSB (2010b). Å inkludere nettoinnvandringen i fødselskullene ville gitt ukorrekte resultater da alderen på disse er varierende. Innvandringen er også sterkt preget av konjunkturer og eventuell politisk uro i utlandet noe som gjør det vanskelig å predikere fremtidige utfall. Vi velger å ikke inkludere nettoinnvandringen i hovedmodellen grunnet manglende støtte fra litteraturen om hvordan dette best kan behandles, men utfører et lite eksperiment i avsnitt 6.4 hvor vi forsøker en egen tilnærming til hvordan nettoinnvandringen kan inkluderes.

Når det gjelder svingningene man kan se av figuren over er disse basert på gjennomsnittlig fødselsår for foreldre. I årene 2003-2010 har gjennomsnittlig fødselsår for foreldrene ligget stabilt på 32 år, og vi antar at dette vil vedvare. Med denne antakelsen vil vi få 32 års sykluser på kohortutviklingen, noe vi ser av figuren hvor et fast mønster gjentar seg etter 2010<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Med tilstrekkelig tid ville en bedre løsning her vært å normalfordelt fødselsalderen rundt gjennomsnittet på 32 år



## Kapittel 6

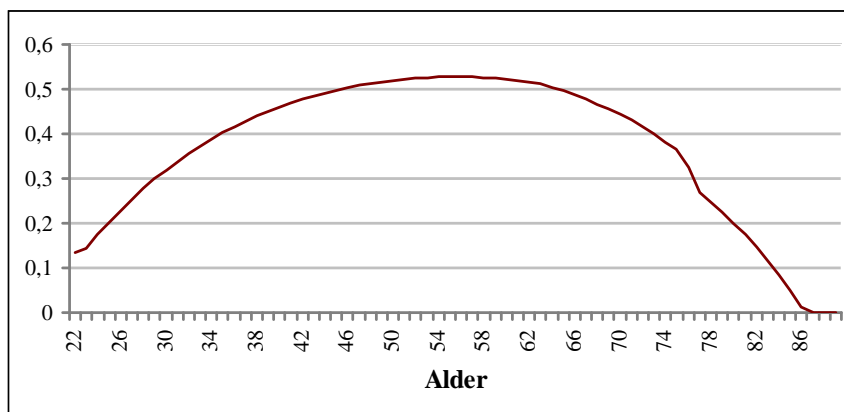
# Resultater fra simuleringene

### 6.1 Individenes tilpasning

Her følger en presentasjon av individenes økonomiske valg som følge av modelloppsettet fra kapittel 4 og parameterverdiene fra kapittel 5. For de fleste størrelsene er utviklingen tilnærmet lik for de seks ulike gruppene i hver kohort, sett bort ifra at de har ulik levetid i modellen. Allikevel er det enkelte sammenhenger som er vesentlig forskjellige for noen av individene, og i disse tilfellene presenterer vi de to ytterpunktene, som vil være menn med grunnskoleutdanning og kvinner med høyere utdanning. For å sikre bedre flyt i presentasjonen vil disse fremover kunne bli henvist til som lavtutdannede menn og høytutdannede kvinner. Forskjellene innad i kohortene er i all hovedsak forårsaket av forskjell i forventet levetid, som dermed gir individene ulikt planleggingsmønster. Dette og andre årsaker til ulikhetene blir diskutert nærmere når de aktuelle problemstillingene dukker opp gjennom presentasjonen. Individenes tilpasning bestemmes av optimalitetsvilkåret vi løste i avsnitt 4.3.4, og parameterne som ble beskrevet i kapittel 5.

#### 6.1.1 Arbeidstilbudet

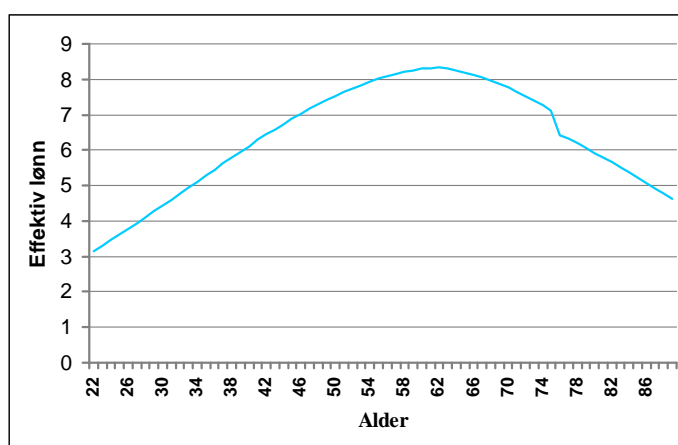
Valg av arbeidstilbudet kommer eksplisitt fra ligning (4.32) hvor individene velger hvor mye fritid de kjøper i hver periode. Arbeidstilbudet til individene i det de trer inn i modellen kan se noe merkelig ut. Enkelte individ tilbyr ned mot ti prosent av tilgjengelig tid i arbeid i de første årene. Årsaken til dette er at lønnen i de første periodene av arbeidslivet er relativt lav i forhold til senere perioder. Siden individene er fullt klar over hvilken lønn de vil kunne motta i fremtiden velger de å ta opp lån og heller kjøpe seg mer fritid, da dette er relativt billig på dette stadiet.



Figur 6.1: Andel arbeidstid, lavtutdannede kvinner født 2010

Figuren over viser arbeidstilbudet til en kvinne med grunnskoleutdanning født i 2010. Denne utviklingen er relativ lik for alle individene i alle kohortene, bortsett fra at jo lengre ut i modellen vi kommer (senere årstall) jo flere perioder i slutten av livet vil individene være helt utenfor arbeidsstyrken. Årsaken til valg av tidspunkt for å trekke seg helt ut av arbeidsstyrken må i stor grad sees i sammenheng med definisjonen av effektivitetsfaktoren fra ligning (5.2). Optimalt sett ville vi vist hvordan arbeidstilbudet ble påvirket av pensjonssystemet, men dette er ikke mulig i vår modell.

Ser vi på lønnsutviklingen i den samme perioden ser vi at denne har ganske lik form. Det skal presiseres at dette er den effektive lønnen fra ligning (4.27). Årsaken til fallet i arbeidstilbudet mot slutten av livsløpet skyldes at man da kan leve av pensjonsutbetalingene. Den lille knekken i lønnskurven ved 75 års alder skyldes nettopp at man da ikke lenger kan tjene opp pensjonsrettigheter ved å stå i arbeid, og man kan også se en liten knekk i arbeidstilbudet ved dette tidspunktet.



Figur 6.2: Effektiv lønn, lavt utdannede kvinner født 2010

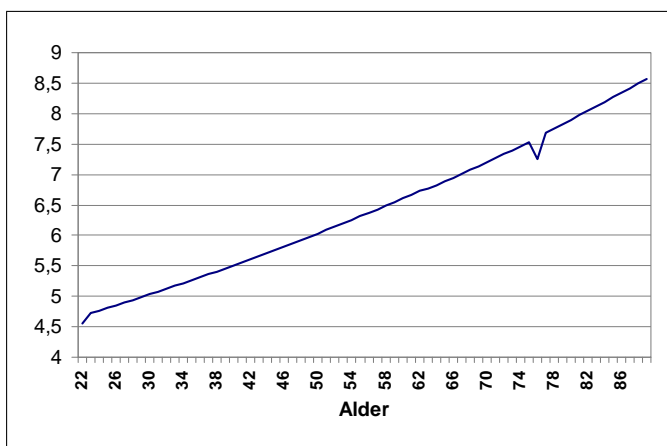
Siden lønnen kan tolkes som prisen på fritid ser vi av lønnsutviklingen hvorfor individene velger å kjøpe såpass mye fritid tidlig i livet. Årsaken til at lønnen blir såpass mye større utover i arbeidslivet skyldes i stor grad produktivitetsveksten, som er konstant stigende, og effektivitetsfaktoren som når sin topp ved 53 års alder (i dette tilfellet). Den effektive lønnen avhenger også av neddiskonterte fremtidige pensjonsrettigheter på hvert tidspunkt, og etter hvert som man nærmer seg pensjonerings tidspunktet (som ved figureksemplet er ved 62 år) vil også denne faktoren isolert sett bidra til en økende effektiv lønn mot pensjonerings tidspunktet.

### 6.1.2 Budsjettet

Når vi løste optimalitetsvilkåret endte vi opp med et uttrykk for  $m_{i,t}$ , som vi kalte individenes budsjett i hver periode  $t$  i livet. Dette budsjettet skulle så brukes på økonomiens konsumgoder, som i vårt tilfelle er varekonsum,  $c_{i,t}$ , og fritid,  $l_{i,t}$ . Tolkningen her er altså litt annerledes enn i enkle økonomimodeller hvor man ofte har valget mellom å kjøpe to (eller flere) fysiske varer. Her kjøper man den fysiske konsumvaren, men man må også kjøpe seg fritid. Hvordan individene allokerer dette budsjettet avhenger i hovedsak av parameterne  $r$  og  $\rho$ . Siden individene ved inngangen til arbeidslivet (når de trer inn i modellen) vet nøyaktig hvor lenge de vil leve og hvor mye de vil tjene i hver periode velger de en budsjettbane (konsumbane) som svarer til preferansene. Ser vi på hvordan nytten i ulike perioder avhenger av hverandre er det lett å se hva individene ser på som en optimal konsumprofil:

$$U'(x_{i,t}) = \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right) U'(x_{i,t-1})$$

Av dette kan vi lese at når  $\sigma_{k,t} > \delta_{k,t}$ , altså når realrenta  $r$  er større enn tidsprefranseraten  $\rho$  vil konsumet i periode  $t$ ,  $x_{i,t}$  måtte være større enn konsumet i periode  $t-1$ ,  $x_{i,t-1}$  for å tilfredstille vilkåret over. I vår modell har vi nettopp at  $r > \rho$  slik at individene får en stigende konsumprofil gjennom livet. Som vi kan se fra uttrykket for optimalt valg av budsjett (ligning 4.35), avhenger dette av det tilgjengelige livesløpsbudsjettet ( $\bar{m}_i$ ), parameterne  $r$ ,  $\rho$ , og den intertemporale substitusjonselastisiteten  $\epsilon_i$  samt lønnsveksten  $\hat{w}_{i,t}^E$ . Som vi kan se fra Figur 6.2 er det ingen dramatiske skift i lønnskurven bortsett fra den lille knekken ved 75 års alder da individene mister retten til videre opptjening av pensjonsrettigheter. Vi vil derfor kunne forvente en jevnt stigende kurve for budsjettet over livet, siden effekten av at lønnen synker senere i livet motvirkes av faktoren  $\left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\epsilon_i(t-1)}$  så lenge  $r$  er tilstrekkelig større enn  $\rho$ .

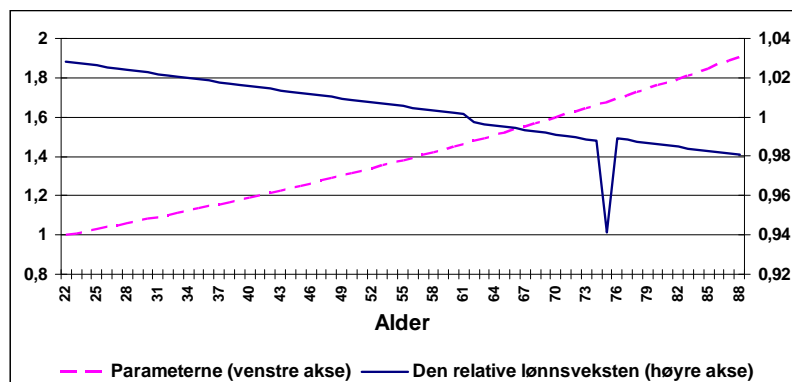


Figur 6.3: Utviklingen i budsjettet 2010 (Kvinner grunnskole)

Eksempelen over er hentet fra kvinner med grunnskoleutdannelse født 2010, men utviklingen her er lik for alle individene i alle kohortene bortsett fra nivåforskjellene. Det eneste avviket fra den stigende trenden oppstår kun når individene mister retten til videre opptjening av pensjonsrettigheter, siden uttrykket for effektiv lønn reduseres til å kun avhenge av reallønnen i økonomien fra ligning (4.17). Dette kommer også som nevnt frem av Figur 6.2. En annen ting som er verdt å nevne er at etter at lønnen reduseres ved 75 års alder går den tilbake til den opprinnelige utviklingsbanen det påfølgende året. Årsaken til denne utviklingen er lettere å se hvis vi igjen tar en titt på uttrykket for budsjettet vi kom frem til etter den første perioden i avsnitt 4.3.4:

$$m_{i,t} = \left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\epsilon_i(t-1)} (\hat{w}_{i,t}^E)^\beta m_{i,k+22} \quad \text{for } k < t \leq T_{k,i}$$

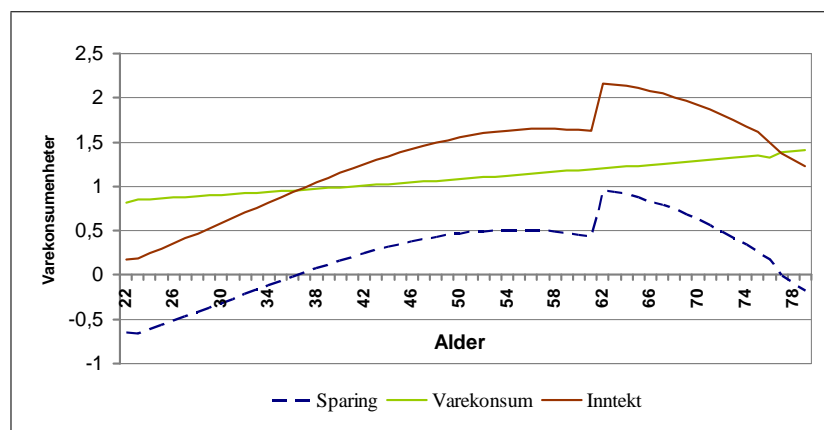
Ettersom den relative lønnsveksten fra periode  $t-1$  til periode  $t$ ,  $\hat{w}_{i,t}^E$ , er en del av uttrykket skulle man kanskje tro at veksten ville avta endel så fort veksten ble negativ (den reative veksten mindre enn 1). I figur 6.4 ser vi årsaken til at vi får den utviklingen vi har presentert. Den stiplede linja er bidraget fra den første delen av uttrykket,  $\left( \frac{\sigma_{k,t}}{\delta_{k,t}} \right)^{\epsilon_i(t-1)}$ , mens den heltrukne linjen står for bidraget til  $(\hat{w}_{i,t}^E)^\beta$ . Vi ser nå helt klart hvor dominerende det første uttrykket er i forhold til lønnsveksten (som jo også er opphøyd i  $\beta$ ). Siden alle verdiene til  $m_{i,t}$  etter den første perioden er knyttet tilbake til  $m_{i,k+22}$ , som forklart i avsnitt 4.3.4 vil en kortsiktig fluktasjon her ikke ha noe mer enn en (svært) kortsiktig effekt.



Figur 6.4

### 6.1.3 Inntekt, konsum og sparing

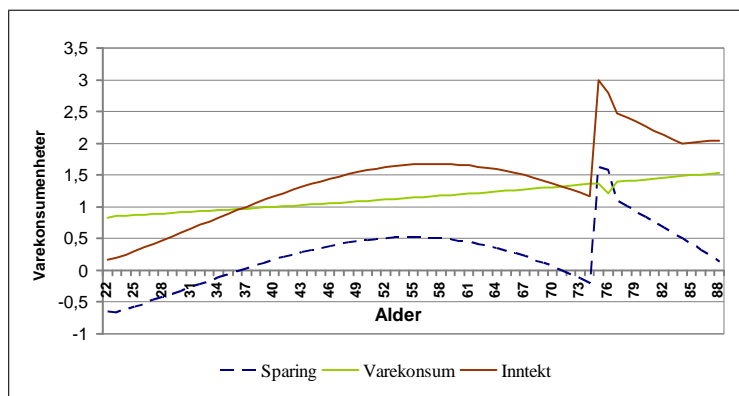
Konsumvalget er bestemt direkte fra løsningen av optimalitetsvilkåret i hver periode og er en fast andel ( $\alpha$ ) av det valgte budsjettet  $m_{i,t}$ . I Figur 6.5 ser vi konsum-, spare- og inntektsbanen til en mann med grunnskoleutdanning fra 1950-kohorten.



Figur 6.5: Sparing, varekonsum og inntekt, lavtutdannede menn født i 1950

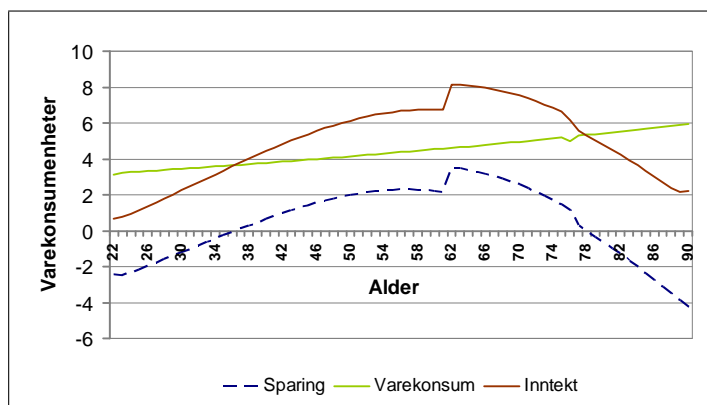
Her ser vi det vi nettopp kom frem til; når individene er fullstendig opplyste om antall leveår og fremtidig inntekt, velger de en jevnt stigende konsumprofil, siden varekonsumet hele tiden er en konstant andel av budsjettet. Vi legger også merke til at spare- og inntektsbanen følger hverandre tilnærmet perfekt, noe som må være tilfelle grunnet konsumbanen. For å oppnå den ønskede konsumprofilen velger individene å ta opp lån i starten av livet, nærmere bestemt i de første 15 periodene av livet frem til de er 37 år gamle. Først da begynner nedbetalingen, og tenker vi tilbake til virkeligheten er ikke dette bildet så langt fra sannheten, da det ofte tas opp boliglån (og for noen studielån) tidlig i livet. Vi tenker oss her at den aggregerte negative sparingen i de første perioden tilsvarer virkelighetens boliglån (og studielån).

Sammenlikner vi Figur 6.5 med en kvinne med høyere utdanning ser vi noen forskjeller i spare- og inntektsbanen. Dette følger av at denne gruppen velger å utsette pensjonsuttaket til de er 75 år gamle.



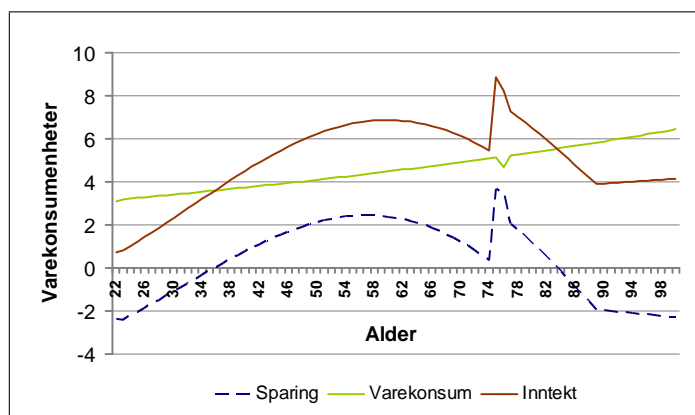
Figur 6.6: Sparing, varekonsum og inntekt, høytutdannede kvinner født i 1950

Som vi ser av figur 6.6 får kvinnene også et vesentlig kraftigere hopp i inntektskurven, siden de velger pensjonsuttak ved 75 år. På tross av dette kraftige hoppet ser vi også her at konsumbanen er stabilt stigende over hele livsløpet.



Figur 6.7: Sparing, varekonsum og inntekt, lavtutdannede menn født i 2050

Ser vi på utviklingen i de samme variablene 100 år senere, fra 2050-kohorten, er de for det meste like bortsett fra at nå er sparingen negativ i flere perioder før de dør. Når det gjelder mennene så vi tendensen allerede i 1950-kohorten, men nå er det mye tydeligere. Årsaken til dette skyldes i stor grad at delingstallene øker for hvert år slik at pensjonsutbetalingene blir relativt mindre verdt. Hadde det vært mulig å utsatt første pensjonsuttak til etter 75 år ville sannsynligvis kvinnene ventet enda lengre med å ta ut pensjon.



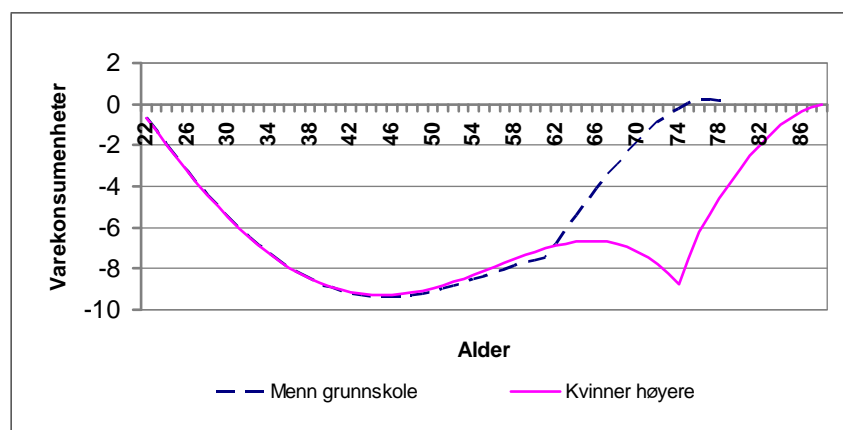
Figur 6.8: Sparing, varekonsum og inntekt, høytutdannede kvinner født 2050

Vi ser også av utviklingen i inntekten til høytutdannede kvinner i 2050 at det er to tydelige knekkpunkter. Den første er som tidligere forklart på grunn av at pensjonsuttaket starter. Den andre knekken, ved 89 års alder i dette tilfellet, får vi fordi de trekker seg helt ut av arbeidsstyrken og kun får inntekt fra

pensjonssystemet. Årsaken til at denne øker svakt er fordi pensjonsbeholdningen øker med lønnsveksten fratrukket 0,75 prosent under utbetaling. Årsaken til at knekken er såpass brå følger av definisjonen av effektivitetsfaktoren og restriksjonen vi har pålagt valg av fritid. Siden valg av fritid ikke kan overstige tilgjengelig tid settes fritid lik 1 så fort modellen gir oss verdier høyere enn dette. Dermed stopper vi den jevne utviklingen i valget av fritid for å ikke få negativ arbeidsinntekt. Vi vil også kjenne igjen denne utviklingen når vi i neste avsnitt ser på formuesutviklingen til de samme individene.

### 6.1.4 Formuesutvikling

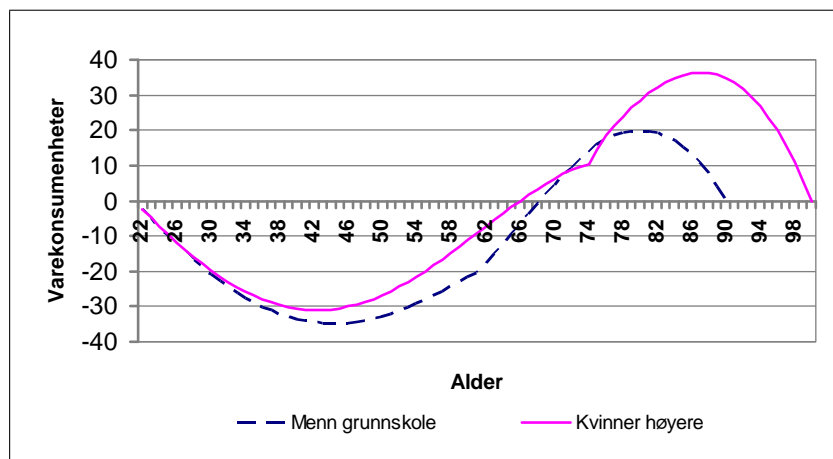
Vi ser av utviklingen i sparingen at individene bygger opp en negativ formue i de første årene etter at de trer inn i modellen. I de første årene i modellen holder individene negativ formue i hele livsløpet helt til de dør ut. Som vi ser av figurene 6.9 og 6.10 har både menn med grunnskoleutdannelse og kvinner med høyere utdanning et relativt likt formuemønster. Forskjellen her skyldes igjen at de pensjonerer seg på ulike tidspunkt. Vi ser en knekk på begge kurvene, hvor den er ganske tydelig hos kvinnene. Ser vi spesielt på kvinnene ser vi at formuen øker negativt først, før den begynner å gå mot null, før den igjen får en kraftig knekk ved 75 års alder og når null i siste periode. Årsaken til at denne knekken er såpass tydelig her er at pensjonsuttakene er ganske store siden de venter til siste mulige tidspunkt med å ta ut pensjon. Dermed får de et betydelig lavere delingstall enn mennene som her tar ut ved første mulige tidspunkt ved 62 års alder. Siden de vet at de vil få betydelige inntekter fra pensjonsuttakene har de mulighet til å bygge opp en solid negativ formue selv sent i livet, og som vi kan se går formuen bratt opp mot null i det pensjonsuttakene starter.



Figur 6.9: Formuesutvikling, født 1950

Formuesbanen 100 år senere, i 2050 ser noe annerledes ut. Begge gruppene rekker her å bygge opp en vesentlig positiv formue. Årsaken til dette er igjen lengden på planleggingshorisonten, da levealderen rekker å øke betydelig i løpet av så lang tid.





Figur 6.10: Formuesutvikling, født 2050

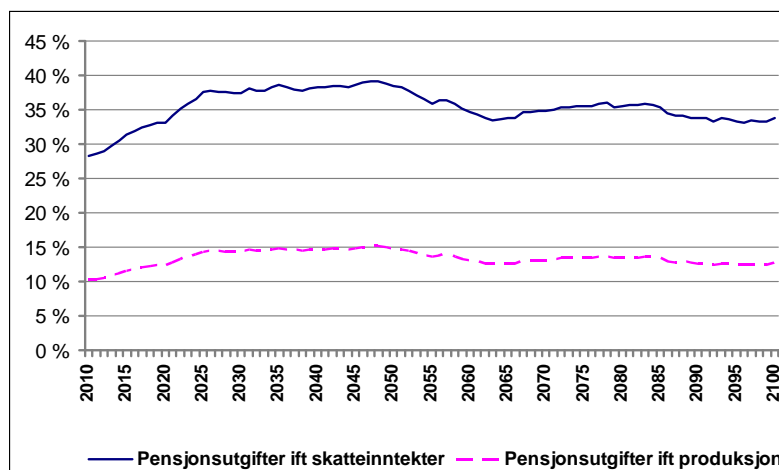
Siden man nå lever lengre tar man ut pensjon i flere perioder samtidig som man trekker seg ut av arbeidslivet med flere år igjen å leve enn tidligere. Med flere perioder med kun pensjon som inntekt behøver individene en positiv formue å tære av for å opprettholde den ønskede konsumprofilen livet ut da pensjonsutbetalingene alene ikke er tilstrekkelig.

## 6.2 Offentlige finanser

Det offentlige har i prinsippet to inntektskilder i vår modell. Skatteinntekter på arbeid og pensjoner, samt overføringene fra Statens pensjonsfond – Utland (SPU). Vi skal her se hvordan staten takler de fremtidige utfordringene i forhold til pensjonsutgiftene ved den ventede eldrebølgen. Først ser vi hvordan pensjonsutgiftene utvikler seg i forhold til skatteinntektene. Deretter ser vi hvordan staten gjør det uten overføringene fra SPU, med andre ord ser vi på utviklingen i det oljekorrigerte overskuddet fra ligning (4.37). Til slutt ser vi hvordan utviklingen vil bli når vi inkluderer overføringene fra SPU, nærmere bestemt det samlede overskuddet beskrevet i ligning (4.38).

### 6.2.1 Pensjonsutgiftene

Vi er først og fremst interesserte i å finne ut hvordan pensjonsutgiftene vil utvikle seg de neste årene relativt til resten av økonomien. I Figur 6.11 ser vi utviklingen i pensjonsutgifter relativt til produksjon og statens inntekter mellom 2010 og 2100. Produksjonen er her gitt fra ligning (4.6) og skatteinntektene er lik de offentlige oljekorrigerte inntektene fra ligning (4.36).



Figur 6.11: Pensjonsutgifter ift skatteinntekter og produksjon

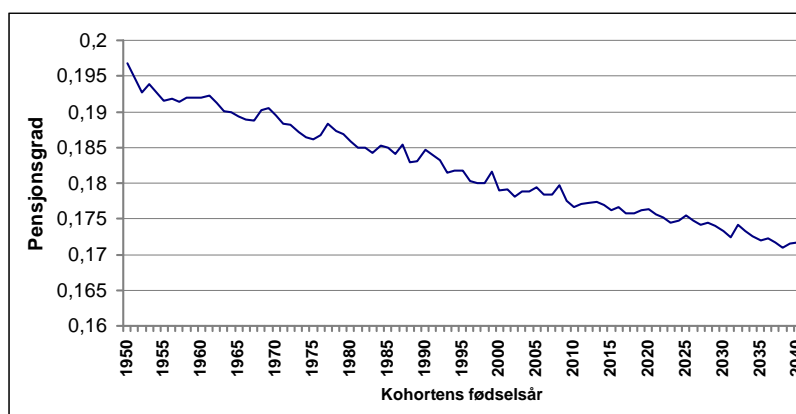
Pensjonsutgiftene som andel av skatteinntektene er lik 28,2 prosent i 2010. Dette stiger så helt frem til toppen nås i 2047 på 39,1 prosent. Det holder seg ganske stabilt rundt 38-39 prosent mellom 2031 og 2051 før det faller til 33,4 prosent i 2063. Deretter stiger det igjen, men ikke så markant som fra 2010 til 2030. Årsaken til den markante stigningen mellom 2010 og 2030 er at det i denne perioden trer relativt store kull inn i pensjonslivet. Disse store kullene dør etter hvert ut, og derfor får vi det nevnte fallet. Den påfølgende stigningen skyldes at det igjen er relativt store fødselskull (fra ca 1988 og utover) som trer inn i pensjonisttilværelsen. Årsaken til at stigningen nå ikke er så stor som tidligere er at selv om kullene er relativt store så er de ikke økningen i fødselskullene så store som de var i etterkrigstiden. Deretter ser vi at kurven igjen faller som nok en gang i stor grad tilskrives at de "nye" store kullene dør ut. Pensjonsutgiftene i forhold til produksjonen følger en ganske liknende kurve og stiger fra 10,3 prosent i 2010 til 15,1 prosent i 2047 før den etter hvert faller og stiger igjen på tilsvarende måte som i forhold til skatteinntektene.

### Pensjonsgraden

Vi definerer *pensjonsgraden* til en kohort  $k$  som nåverdi av andel pensjoner utbetalt i forhold til nåverdi av innbetalte skatter. Formelt vil det si at pensjonsgraden til kohort  $k$ ,  $\kappa_k$ , er gitt ved:

$$\kappa_k = \frac{\left[ \sum_{t=k+22}^{T_k} (1+r)^{k-t} put_{k,t} \right] N_{k,t}}{\left[ \sum_{t=k+22}^{T_k} (1+r)^{k-t} \tau (w_{i,t}^* (1-l_{i,t}) + put_{i,t}) \right] N_{k,t}}$$

Denne er illustrert i figur 6.12 for kohortene født mellom 1950-2040. Disse kohortene er valgt fordi det er disse som i hovedsak hever pensjon i vår modell i årene 2010-2100. Vi ser av figuren at det er en jevn nedadgående trend over hele perioden. Forklaringen på hvorfor pensjonsgraden synker er i hovedsak på grunn av den økende levealderen. Den økende levealderen gjør at det aggregerte arbeidstilbudet til individene øker. Følgelig gir økt arbeidstilbud økte skatteinntekter for staten, og selv om man også hever pensjon i flere år etter hvert som levealderen øker, er ikke dette nok til å motvirke effekten av de økte skatteinntektene. Dette skyldes at delingstallene blir større for hver kohort, som betyr at pensjonsbeholdningen deles på et høyere og høyere tall for hvert år som går.

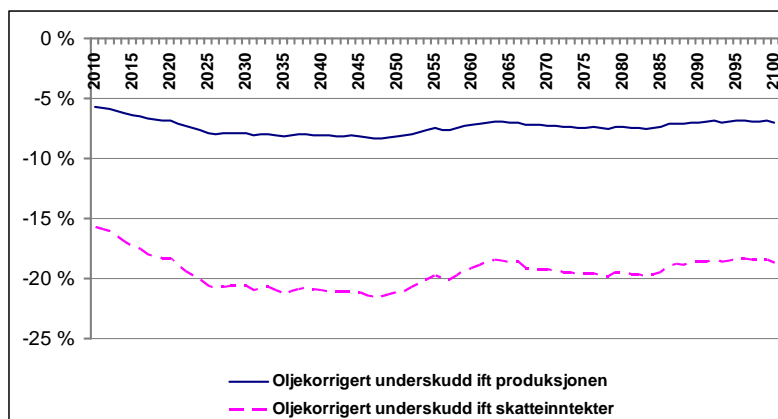


Figur 6.12: Pensjonsgraden

Det må sees på som et godt tegn at utviklingen her er negativ. En negativ utvikling her vil i praksis bety at staten kan vente seg flere inntekter pr utbetalte pensjonskrone i fremtiden, noe som nok er nødvendig for å klare å finansiere de store kohortene som snart trer inn i pensjonisttilværelsen.

### 6.2.2 Det oljekorrigerte overskuddet

Det oljekorrigerte overskuddet som ble definert i ligning (4.37), er vist i figur 6.13 for perioden 2010-2100 som andel av produksjonen og skatteinntektene. Dette kan ved første øyekast se ganske dramatisk ut, men vi må huske at det oljekorrigerte overskuddet er overskuddet vi får når vi ser bort ifra overføringene fra SPU. I Norge kan vi tillate oss å bruke en god del mer penger enn det de fleste andre land har muligheten til på grunn av olje- og gassinntektene. Vi kan tillate oss betydelige underskudd i fastlandsøkonomien for så å overføre realavkastningen fra SPU, som vi skal se i neste avsnitt.



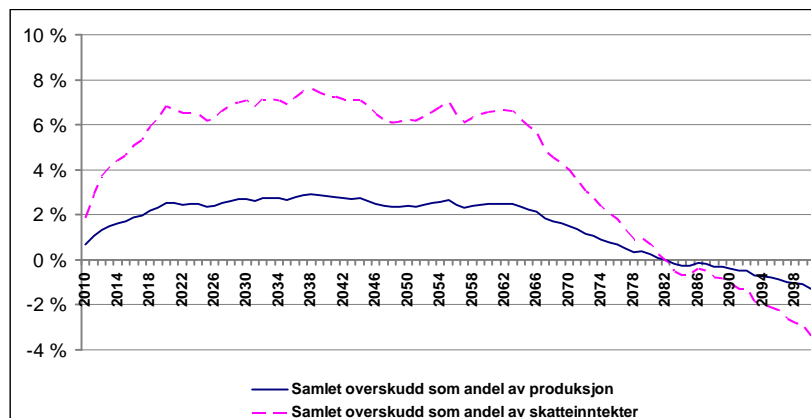
Figur 6.13: Det oljekorrigerte overskuddet

I figur 6.13 ser vi at underskuddet over hele perioden ligger på over fem prosent av produksjonen. Fra å ligge på 5,7 prosent i 2010 stiger det jevnt frem mot toppen i 2047 på 8,3 prosent. Deretter faller underskuddet og holder seg relativt stabilt mellom 7 og 7,5 prosent fra 2060 og ut. Når det gjelder underskuddet i forhold til skatteinntektene stiger dette fra 15,7 prosent i 2010 til 21,5 prosent i 2047. I 2100 ligger det oljekorrigerte underskuddet i forhold til skatteinntektene på 18,7 prosent.

### 6.2.3 Samlet overskudd

Når vi inkluderer de årlige estimerte overføringene fra SPU ser situasjonen lysere ut i periodene frem mot 2070. Fra å ha et oljekorrigert underskudd på 5,7 prosent av produksjonen i 2010 endrer situasjonen seg nå slik at vi er på den andre siden av akse med et overskudd på 0,67 prosent av produksjonen. På tross av økningen vi har sett i pensjonsutgiftene relativt til produksjonen øker dette overskuddet jevnt og når en topp i perioden i 2038 hvor overskuddet ligger på 2,92 prosent som andel av produksjonen. Etter dette går det litt opp og ned, før det begynner å falle markant fra 2064. Fallet bare fortsetter og i 2082 passerer vi 0 og fortsetter nedover til et samlet underskudd på 1,28 prosent som andel av produksjonen i 2100. Årsaken til dette fallet skyldes i all hovedsak at produksjonen av olje og gass opphører i 2070. Dermed slutter verdien på overføringene å øke, og fra 2070 overføres den samme andelen hvert år, mens pensjonsforpliktelsene stadig øker, noe vi skal se nærmere på i neste avsnitt.

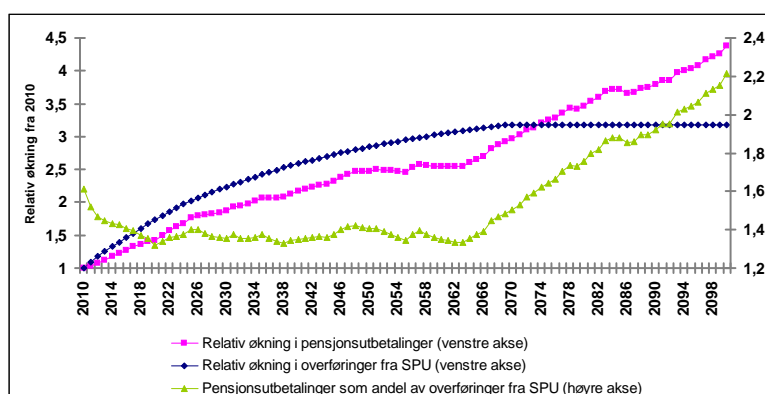
Når det gjelder det samlede overskuddet som andel av skatteinntektene følger utviklingen en ganske tilsvarende bane hvor overskuddet på 1,82 prosent i 2010 øker frem mot toppen i 2038 på 7,63 prosent. Her ender underskuddet på 3,4 prosent som andel av skatteinntektene i 2100.



Figur 6.14: Samlet overskudd

### 6.2.4 Pensjoner relativt til overføringene fra SPU

Det kan synes noe merkelig uten videre forklaring at det samlede overskuddet er stigende i de første periodene fra 2010 når vi har sett at det oljekorrigerte underskuddet i den samme perioden også er stigende. For å undersøke dette nærmere ser vi på sammenhengen mellom overføringene fra SPU og pensjonsutbetalingene. Før vi inkluderte overføringene fra SPU så vi at pensjonsutbetalingene også steg som andel av skatteinntekter og produksjon.

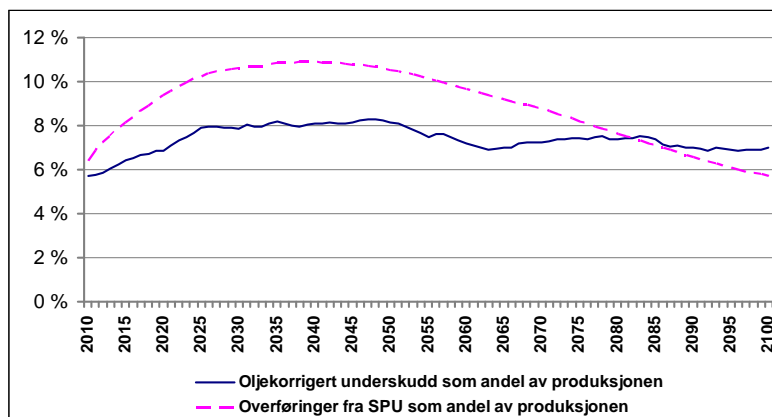


Figur 6.15: Pensjonsutbetalinger som andel av overføringer fra SPU

Som vi kan se av Figur 6.15 øker overføringene fra SPU såpass mye at pensjonsutgiftene som andel av overføringene synker fra 1,61 i 2010 til 1,32 frem mot 2020 (høyre akse). Deretter holder andelen seg stort sett mellom 1,33 og 1,4 frem mot 2063 da den ligger på 1,33. Deretter ser vi en jevn bratt stigning i pensjonsinntektene som andel av overføringene frem mot 2100 der den ligger på 2,22. Sammenligner vi nå med Figur 6.14 ser vi at det samlede overskuddet som andel av produksjonen stiger jevnt i den samme perioden på tross av det økende oljekorrigerte underskuddet. Årsaken til dette må i stor grad tilskrives utviklingen i overføringene fra SPU som øker relativt mer enn pensjonsutgiftene, som vises tydelig i figuren over. Figuren viser den relative økningen i pensjonsutgifter og overføringer fra SPU fra 2010. I perioden 2010-2020 er den relative økningen i pensjonsutgifter på 42,12 prosent, mens for overføringene fra SPU er økningen på 73,69 prosent. Disse forskjellene er såpass store at de utgjør et betydelig bidrag når vi ser på det samlede overskuddet.

Vi ser også av figuren over hvorfor vi ender opp med et samlet underskudd i periodene fra og med 2082. Når overføringene fra SPU slutter å øke (siden det ikke er mer olje/gass å hente) øker naturlig nok pensjonsutbetalingene som andel av overføringene. Som vi kom frem til i avsnitt 3.1 slutter produksjonen av olje og gass i 2070, og vi ser dette tydelig i Figur 6.15. Når dette kombineres

med en relativ økning i pensjonsutbetalingene i den samme perioden ender vi opp med et samlet underskudd som vi ser i Figur 6.14. Dette kan også sees i sammenheng med Figur 6.13, hvor vi ser at det oljekorrigerte underskuddet holder seg relativt stabilt rundt 7 prosent av produksjonen fra 2060 og utover. Siden underskuddet holder seg stabilt i forhold til produksjonen som er stigende, vil man trenge overføringer fra SPU som øker minst like mye som produksjonen relativt sett for å unngå underskudd. Ser vi på overføringene fra SPU som andel av produksjonen i Figur 6.16 er det åpenbart at vi står ovenfor et problem på lang sikt.



Figur 6.16: Oljekorrigert underskudd og overføringer fra SPU som andel av produksjonen

Som forventet ser vi at overføringene fra SPU dekker det oljekorrigerte underskuddet helt frem til 2082, tidspunktet vi allerede har funnet at det samlede overskuddet passerer null og blir negativt. Så lenge produksjonen fortsetter å vokse samtidig som det offentlige konsumet holdes på det samme nivået vil situasjonen bare forverre seg etter 2100.

### 6.3 Ett vs seks representative individ

Nå som vi har sett resultatene fra modellen hvor vi har brukt seks representative individ vil det nå være naturlig å sammenlikne disse resultatene med hvordan det hadde sett ut dersom vi som i tidligere oppgaver hadde brukt ett representativt individ i hver kohort som alltid tok ut pensjon ved første mulige uttakstidspunkt.

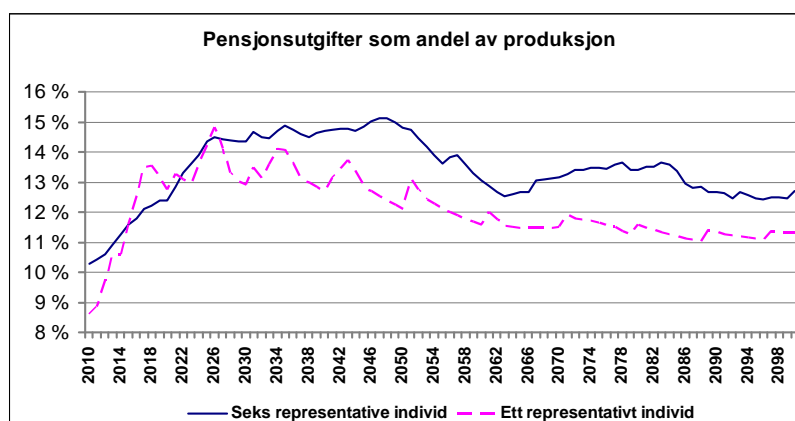
Vi kunne forsøkt en tilnærming der det ene representative individet maksimerte sitt pensjonsuttak på tilsvarende måte som de seks gruppene, men da vil vi støte på et nytt problem. Skulle individene her fått lov til å optimere pensjonsuttaket under de samme forutsetninger som ved modellen for seks individ hadde dette gitt oss en unaturlig utvikling i kostnadene. I modellen for ett individ ville dette i praksis betydd at alle frem til og med 1990-kohorten ville tatt ut pensjon ved første mulighet, altså ved 62 års alder. Når levealderen øker ett år fra 1990- til 1991-kohorten fører dette til at 1991-kohorten vil velge å vente til de er 73 år gamle med å ta ut pensjon. Det samme gjelder for 1992-kohorten, før 1993-kohorten og alle fremtidige kohorter vil velge senest mulig uttakstidspunkt, ved 75 års alder. Med andre ord så ville vi fått en periode på 12 år mellom 2052 og 2064 hvor vi ikke vil få noen nye pensjonister samtidig som kohorter dør ut. Dette ville i stor grad preget utviklingen i de offentlige finansene og gjøre sammenligningene vanskelige. Vi velger dermed å la det representative velge uttak av pensjon ved 62 års alder i alle periodene.

Resten av oppsettet her er tilsvarende for modellen med de seks representative individene, men en justering må til. Offentlig konsum ble i modellen vi har presentert kalibrert slik at det skulle gi oss et oljekorrigert budsjettunderskudd på 5,7 prosent i 2010 i tråd med revidert nasjonalbudsjett 2011. Dette ga oss en

fast andel  $\nu$  av produksjonen på 31,83 prosent. I tilfellet med ett representativt individ er det nødvendig med en verdi tilsvarende 32,72 prosent av produksjonen for å oppnå et oljekorrigert underskudd på 5,7 prosent av produksjonen. At dette tallet er høyere for modellen med ett individ skyldes at pensjonsutgiftene her utgjør en mindre andel av produksjonen i 2010 (som vi etter hvert vil se av figur 6.17), og dermed må resten av kostnadene som her er det offentlige konsumet, være noe høyere for at budsjettunderskuddet fra ligning (4.37) skal gi samme resultat.

### 6.3.1 Pensjonsutgiftene

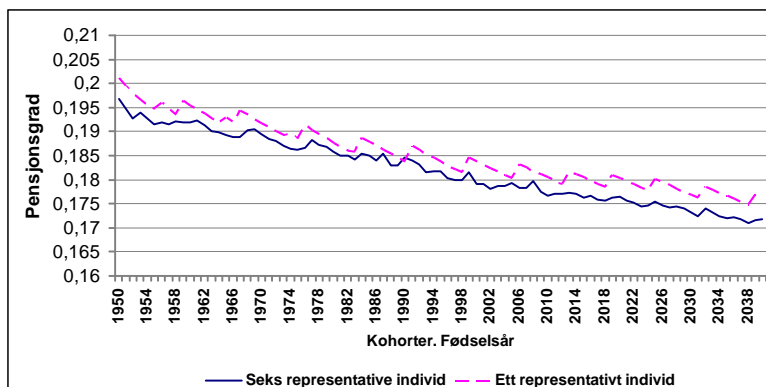
Vi ser av Figur 6.17 at pensjonsutgiftene som andel av produksjonen skiller seg fra hverandre. Vi ser her at fluktuasjonene er kraftigere med ett individ. I modellen med ett individ går pensjonsutgiftene som andel av produksjonen kraftig opp fra 8,6 prosent i 2010 til toppen på 14,8 prosent i 2026. Toppunktet nås altså langt tidligere her enn det vi så i figur 6.11, og som vi også ser i figur 6.17 hvor vi har inkludert utviklingen fra den opprinnelige modellen. Etter at toppunktet med ett representativt individ nås går det mer eller mindre jevnt nedover, og vi ender opp med at pensjonsutgiftene utgjør 11,3 prosent av produksjonen i 2100. Til sammenlikning ender vi opp med pensjonsutgifter som 12,7 prosent av produksjonen med seks individ. Vi legger også merke til at fra og med 2027 ligger kurven for ett individ under kurven for seks individ i alle perioder, hvor avvikene i perioder er så store som 2,7 prosentpoeng. Hvis vi ser spesielt på perioden fra 2030 til 2100 er utviklingene relativt like, hvor kurven for ett representativt individ faller med 12,2 prosent, og kurven for seks representative individ synker med 11,4 prosent. For perioden mellom 2010 og 2030 er tallene hhv 51,2 prosent og 39,7 prosent, noe som må sies å være en betydelig forskjell. Årsaken til denne forskjellen i de første periodene skyldes hovedsaklig at kurven for seks representative individ starter endel høyere i 2010, sannsynligvis fordi vi her på en bedre måte uttrykker individenes optimering ved at de optimerer sitt pensjonsuttak på (potensielt) seks forskjellige måter ved hvert tidspunkt. Dermed vil disse seks i gjennomsnitt heve høyere pensjoner enn gjennomsnittsindividet, som ser alle individene under ett og ikke har muligheten til denne individuelle tilpasningen. Det at kurven for ett representativt individ ved to tilfeller krysser kurven for seks representative individ må i stor grad tilskrives at effekten av økt levealder her slår langt kraftigere ut. Disse kraftige svingningene som vi ser flere steder kan enkelt la seg fjerne ved å bruke glidende gjennomsnitt over flere perioder. Årsaken til at dette ikke er gjort skyldes det at modellen vår ikke er fyllt tilstrekkelig opp med individer før 2010.



Figur 6.17: Pensjonsutgifter som andel av produksjonen

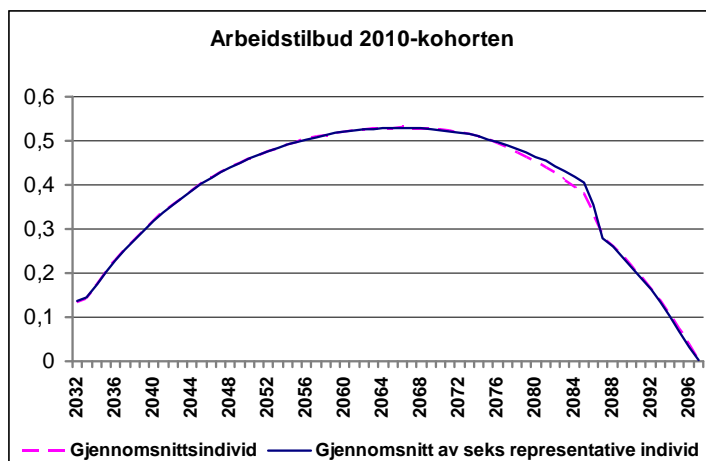
### 6.3.2 Pensjonsgraden

Gautesen (2010) presenterer også pensjonsgraden i sin modell hvor han antar at pensjonsgraden vil være høyere hvis individene selv velger tidspunkt for pensjonsuttaket. Figur 6.18 gir oss svar på dette, og som vi noe overraskende legger merke til stemmer ikke denne antakelsen i modellen vår. Vi ser at pensjonsgradene for begge modellene utvikler seg relativt likt, men at modellen med ett representativt individ har en høyere pensjonsgrad over hele perioden. Med andre ord gir modellen med ett individ mer tilbake i form av pensjoner for hver krone individene betaler i skatt til staten. Årsaken til denne noe uventede utviklingen kan skyldes utviklingen i arbeidstilbudet.



Figur 6.18: Pensjonsgraden

Figur 6.19 viser arbeidstilbudet for tilfellet med ett representativt individ og tilfellet med gjennomsnittet av de seks representative individene. Vi ser at arbeidstilbudet med bruk av gjennomsnittet av de seks representative individene gir et noe høyere arbeidstilbud enn hva et gjennomsnittsendivid tilbyr. Forskjellen er marginal, men som vi ser av Figur 6.18 er ikke nivåforskjellen på de to kurvene særlig stor heller. Dette kan være en del av forklaringen på utviklingen i Figur 6.18, selv om det intuitivt sett kan virke noe merkelig.

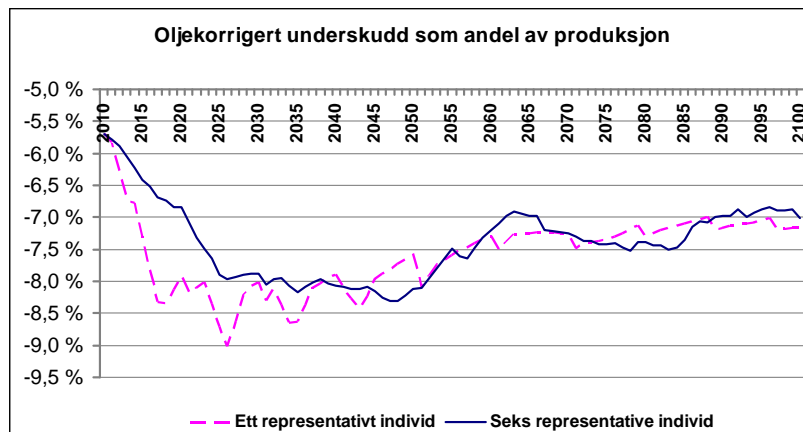


Figur 6.19: Arbeidstilbudet

### 6.3.3 Det oljekorrigerte overskuddet

Når det gjelder det oljekorrigerte overskuddet er det også her til tider relativt store avvik. Vi ser utviklingen fra modellen med seks individ og modellen med ett individ i Figur 6.20. Siden begge modellene kalibreres til å tilsvare de reelle verdiene for Norge i 2010, hvor det oljekorrigerte underskuddet var på 5,7 prosent som andel av Fastlands-BNP, starter begge kurvene her i samme punkt. Spesielt i de første 20 periodene fra 2010 til 2030 er forskjellene tydelige. Her

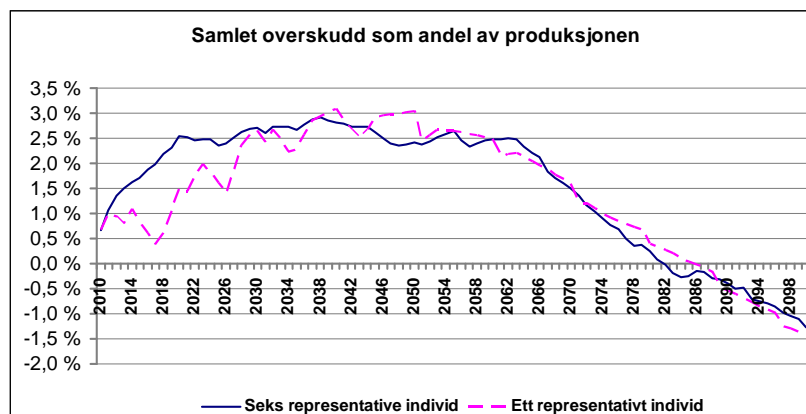
øker underskuddet mer modellert med ett representativt individ. Fra 2010 til 2017 øker underskuddet fra 5,7 til 8,3 prosent og fra 2023 til 2026 øker det fra 8 til 9 prosent. Til sammenligning ligger underskuddet i modellen med seks individ på 6,7 prosent i 2017 og 8 prosent i 2026. Etter dette følger imidlertid kurvene en ganske lik utvikling.



Figur 6.20: Oljekorrigert overskudd som andel av produksjonen

### 6.3.4 Samlet overskudd

Dette er kanskje den mest interessante delen av sammenlikningen mellom modellene. Her vises det samlede overskuddet som andel av produksjonen, og også her er avvikene betydelige i perioden mellom 2010 og 2030. Mens modellen med seks individ gir oss et stigende overskudd fra 2010 til toppen i 2038 får vi en litt annerledes utvikling når vi bruker ett individ. Fra et overskudd på 0,66 prosent i 2010 går det både opp til 1,09 prosent i 2014 for deretter å falle ned til 0,36 prosent i 2017. Deretter er det en klar stigende tendens med enkelte avvik frem til toppen her nås i 2040 med et samlet overskudd på 3,07 prosent av produksjonen. Som vi forklarte tidligere skyldes dette i stor grad effekten økt levealder gir i modellen med kun ett representativt individ. Til sammenlikningen var toppen i modellen for seks individ på 2,92 prosent i 2038. Går vi tilbake til modellen for ett individ holder den seg relativt stabil i noen år etter toppen før vi ser en nedadgående trend i kurven fra 2050 og utover. Som for modellen med seks individ passerer også modellen for ett individ null og går inn i perioder med underskudd når vi nærmer oss 2100. I modellen med seks representative individ ble overskuddene snudd til underskudd i 2082, mens dette skjer i 2086 i modellen med ett representativt individ.

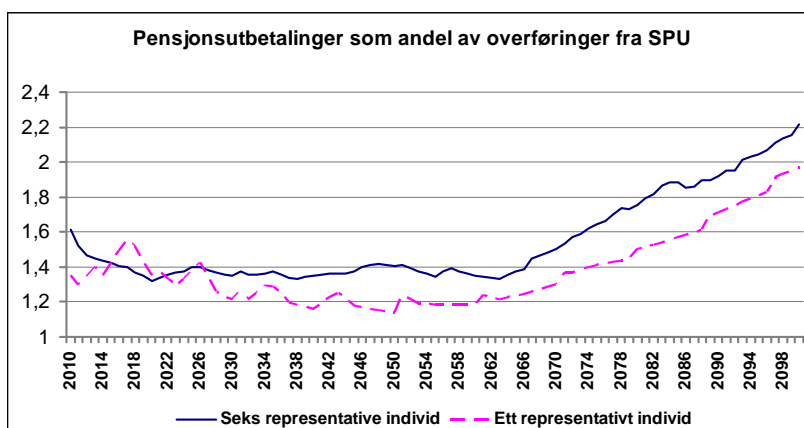


Figur 6.21: Samlet overskudd som andel av produksjonen



### 6.3.5 Pensjoner relativt til SPU

Figur 6.22 viser utviklingen i pensjonsutbetalinger som andel av overføringene fra SPU i begge modellene. Etter å svinge rundt kurven for modellen med seks individ fram til 2026 ligger kurven for modellen med ett individ konstant lavere i alle periodene etter 2026. Dette er et klart svakhetstegn for modellen med ett individ. Dette betyr at modellen med ett individ undervurderer kostnadene til statens pensjonsforpliktelser. Årsaken til dette er at individene i modellen med ett representativt individ velger første mulige tidspunkt for uttak av pensjon. Ved nettopp å kun ha ett representativt individ får vi ikke skilt ut de som lever lenger og kan velge senere uttakstidspunkt for å maksimere sine totale pensjonsinntekter.



Figur 6.22: Pensjonsutbetalinger som andel av overføringene fra SPU

### 6.3.6 Oppsummert

Vi ser helt klart tydelige forskjeller mellom bruken av modellen med seks representative og ett representativt individ. Den kanskje mest påfallende forskjellen når vi studerer figurene 6.17 til 6.22 er de kraftige svingningene i kurvene for modellen med ett individ. Den viktigste årsaken til dette er at siden vi her bare har ett representativt individ i hver kohort vil økninger i levealderen slå kraftig ut. I modellen med seks individ har individene ulik levealder og dermed tar det flere år før alle i samme kohort har forsvunnet fra modellen. Dette kunne vi som nevnt unngått ved å bruke glidende gjennomsnitt over flere perioder, men som forklart ville dette gitt upresise verdier for de første periodene da modellen vår ikke er tilstrekkelig fylt opp med individer før 2010.

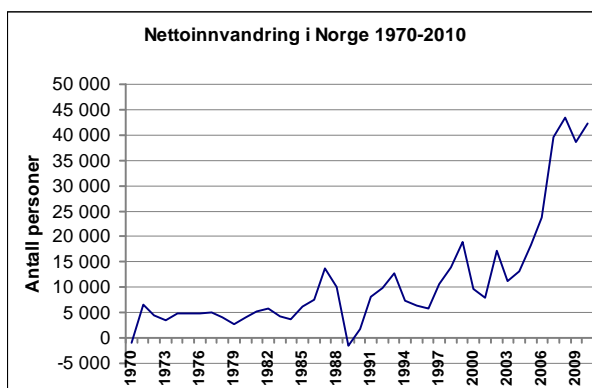
Det ser også ut til at modellen med ett representativt individ undervurderer kostnadene til staten i form av pensjonsutgiftene. Dette kommer klart frem i Figur 6.22 hvor det er en klar forskjell mellom de to alternativene. Allikevel gir Figur 6.18 indikasjon på at det motsatte er tilfelle, hvor modellen med ett individ her gir staten mer igjen for hver krone de betaler ut i pensjon.

Som vi allerede har vært inne på gir modellen med seks representative individ oss en viktig fordel ved at vi får et mer realistisk bilde på den faktiske befolknings sammensetningen.

## 6.4 Inkludert netto innvandring

Vi har som nevnt valgt å se bort ifra inn- og utvandring når vi presenterte resultatene fra modellen vår. Vi velger allikevel å vie litt plass til nettopp dette da det potensielt har stor betydning for økonomien. Årsaken til at dette ikke blir implementert i hoveddelen skyldes manglende kilder og støtte rundt antakelsene som følger.

Vi vet at nettoinnvandringen i Norge har eksplodert de siste årene, og mellom 2007 og 2010 har den ligget på rundt 40 000 i året som vi kan se av Figur 6.23 som er hentet fra SSB (2011c).

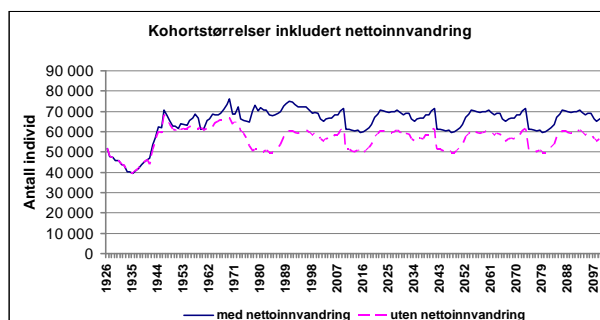


Figur 6.23: Nettoinnvandring i Norge 1970-2010. Kilde: SSB (2011c)

Når vi nå skal implementere dette på en god måte i modellen vår er det en del aspekter vi må ta hensyn til. For det første kan vi ikke bare legge nettoinnvandringen til de respektive kohortene, da vi vet at en gjennomsnittlig innvandrer er betydelig eldre enn 0 år når han kommer til Norge. Vi antar på bakgrunn av registrert alder på innvandrere hos SSB at en gjennomsnittsinnvandrer er ca 30 år når han kommer til Norge. Dermed vil en innvandrer som kommer til Norge i år 2000 ikke inkluderes i 2000-kohorten, men i 1970-kohorten.

Mange av innvandrerne som kommer til Norge hvert år er såkalte arbeidsinnvandrere. De jobber noen år i Norge før de flytter tilbake til hjemlandet sitt, og dermed vil ikke disse bo i Norge som pensjonister, men de blir regnet med i nettoinnvandringen. Av arbeidsinnvandrerne som kom til Norge i 1990 var det kun en fjerdedel av disse som bodde i Norge i 2009 (SSB 2010c). To av tre innvandrere som kom til Norge mellom 1990 og 2000 bor per 1.1.2010 fortsatt i Norge (SSB 2010c). I tillegg ligger også sysselsettingsnivået blant innvandrerne noe lavere enn for befolkningen ellers, slik at vi vil inkludere halvparten av nettoinnvandrerne i vår modell. På denne måten kan vi argumentere for at de vi inkluderer vil fungere som et hvilket som helst individ i modellen som trer inn i arbeidslivet som en 22-åring. Siden mange av innvandrerne kun kommer til Norge for å arbeide for så å returnere til hjemlandet, genererer disse skatteinntekter for staten uten at staten betaler ut pensjoner til alle disse. For å ha rett på alderspensjon fra Folketrygden må man ha bodd i Norge i minst 3 år (Arbeidsdepartementet 2007). Vi tenker oss dermed at disse arbeidsinnvandrerne bidrar nok til at de innvandrerne som blir igjen vil fungere i økonomien som om de var født i Norge.

Med denne logikken vil utviklingen i kohortstørrelsene endre seg til utviklingen vist i figur 6.24 hvor vi også inkluderer kohortene uten nettoinnvandringene for å sammenligne:

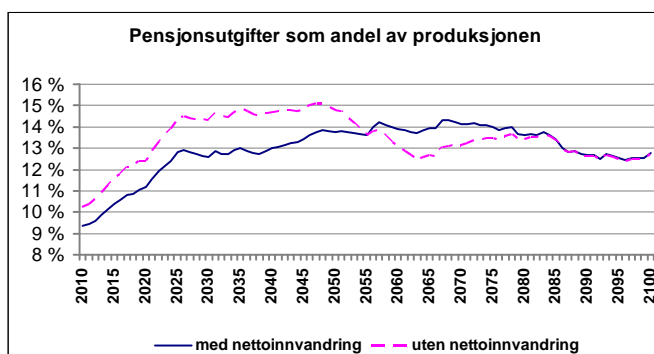


Figur 6.24: Kohortstørrelser med nettoinnvandring

For periodene inntil 2010 har vi brukt tallene fra Figur 6.24, og for tallene etter dette har vi gått ut ifra SSB (2010b) hvor de i sitt middelalternativ forventer at nettoinnvandringen skal falle til 20 000 per år i 2030 og holde seg der til 2060. Vi antar at dette tallet også gjelder frem til 2100.

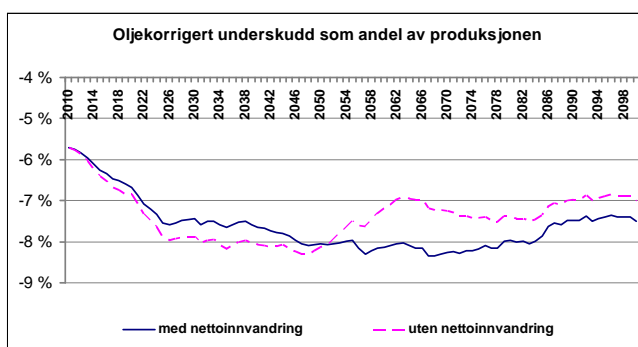
### 6.4.1 Resultater

Vi starter også her med pensjonsutgiftene som andel av produksjonen og skatteinntektene som vises i Figur 6.25.



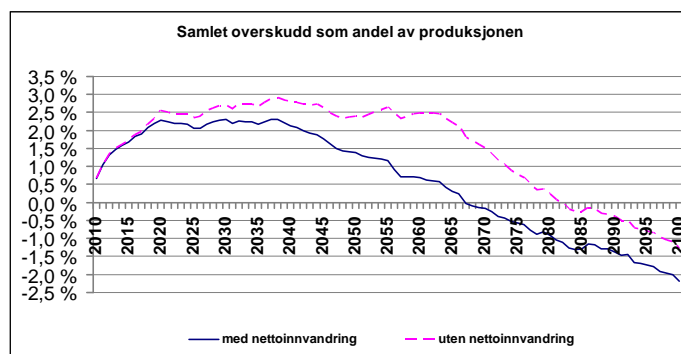
Figur 6.25: Pensjonsutgifter som andel av produksjonen

Vi legger merke til at pensjonsinntektene nå står for en mindre andel av produksjonen, men at toppen nå ikke nås før i 2069. Da har de steget fra 9,4 prosent i 2010 til 14,3 prosent i 2067. Deretter faller andelen noe etter hvert slik at vi ender opp på 12,8 prosent i 2100. Sammenligner vi med utviklingen i hovedmodellen ser vi at vi her starter lavere men det høye nivået vedvarer i flere perioder nå.



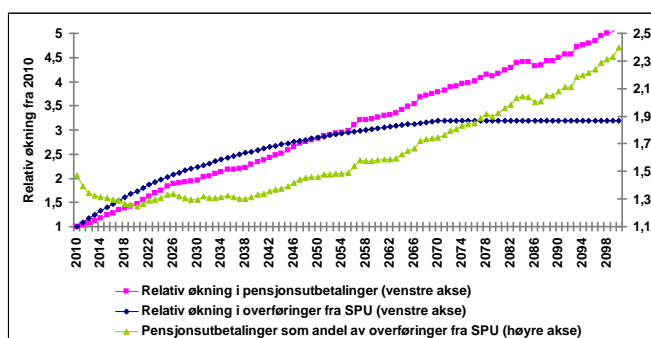
Figur 6.26: Oljekorrigert underskudd som andel av produksjonen

Det oljekorrigerte overskuddet vises i Figur 6.26. Utviklingen her er ikke så ulik utviklingen vi hadde med hovedmodellen vår. I hovedmodellen var det oljekorrigerte underskuddet 8,3 prosent av produksjonen i 2047 på det laveste. Denne verdien har kun endret seg marginalt til 8,4 prosent, men toppunktet har nå forskyvet seg 20 år til 2067. Forklaringer på disse forskyvede toppunktene som vi også så i Figur 6.25 kommer vi tilbake til. Hovedmodellen ga oss så et underskudd på 7 prosent i 2100, mens vi her havner noe høyere, nærmere bestemt på 7,5 prosent.



Figur 6.27: Samlet overskudd som andel av produksjonen

Når vi ser på det samlede overskuddet kommer effekten av de justerte kohortene virkelig frem. I den opprinnelige modellen gikk overskuddene over til underskudd i 2082. Nå skjer dette langt tidligere, nærmere bestemt 15 år tidligere, i 2067. Årsaken til dette skyldes i stor grad at veksten i pensjonsutbetalingene relativt til overføringene fra SPU nå er større enn i hovedmodellen. Dette kommer frem av Figur 6.28. Årsaken til at denne veksten er større nå skyldes i stor grad at kohortene er større enn hva de var i hovedmodellen, som vi ser av figur 6.24.



Figur 6.28: Pensjonsutbetalinger som andel av overføringene fra SPU

Pensjonsutbetalingene som andel av overføringene til SPU gir oss en god indikasjon på hvorfor det samlede overskuddet snur til underskudd såpass mye tidligere nå. I hovedmodellen vår var den relative økningen i pensjonsutbetalingene mindre enn den relative økningen i overføringene fra SPU helt frem til frem til 2074, mens i dette tilfellet er veksten i pensjonsutbetalingene større enn veksten i overføringene fra SPU fra og med 2057. Det betyr altså at overføringene fra SPU ikke er tilstrekkelige for å demme opp for veksten i pensjonsutbetalingene. Dette kommer også tydelig frem av Figur 6.29 hvor det samlede overskuddet begynner å synke langt tidligere enn i hovedmodellen.

### Oppsummert

Ved å inkludere nettoinnvandringen slik som vi har gjort får vi noen ganske forskjellige resultater enn tidligere. Tendensene er de samme, men nå ser det ut til at situasjonen er verre. Nå når vi et samlet underskudd hele 15 år tidligere enn vi beregnet uten nettoinnvandringen, og dette er bekymringsverdig. Årsaken til denne utviklingen ser vi av figur 6.24, da kohortene fra og med 1970 er større enn hva de var i hovedmodellen.

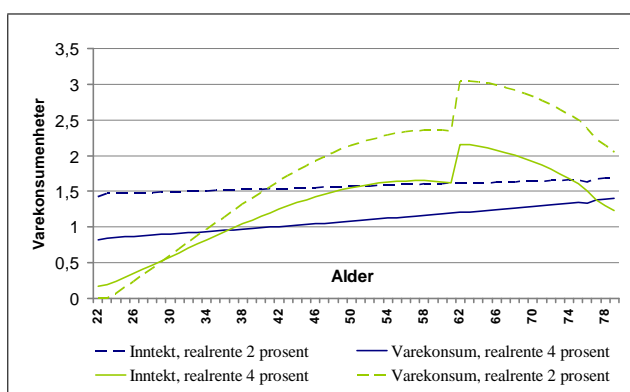
Årsaken til at kohortene med nettoinnvandringen ikke inkluderes i hoveddelen av modellresultatene skyldes som vi nevner i innledningen at behandlingen av innvandrerne er noe spekulativ. Det er ikke tvil om at de vil utgjøre en forskjell fra det opprinnelige oppsettet, men siden vi ikke kan presentere dette med støtte fra litteraturen må resultatene her svelges med varsomhet. Selv om det stemmer at gjennomsnittsinnvandrerens i 2010 var 30 år gammel kan dette

endre seg i fremtiden den ene eller andre veien. Samtidig vil de innvandrerne som integrerer seg i det norske samfunnet få barn som vokser opp i Norge fra fødselen av, mens andre vil kanskje flytte hjem igjen. Det er foreløpig vanskelig å konkludere eksakt hvordan utviklingen vil bli i fremtiden, men vi kan anta at det vil se noe mørkere ut enn hva tallene fra hovedmodellen fortalte oss.

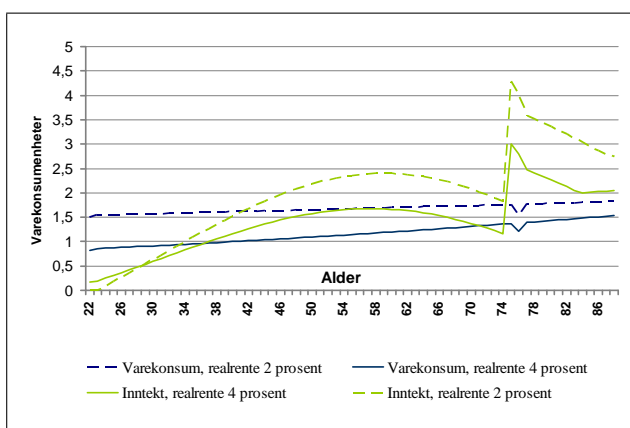
## 6.5 Realrente lik 2 prosent

En langsiktig realrente på 4 prosent slik vi har satt, virker kanskje noe høyt. Vi vil derfor finne effektene av en realrente på 2 prosent istedet for 4 prosent. Realrenta er fortsatt større enn tidsprefranseraten,  $\rho$ , slik at individene foretrekker fortsatt et høyere konsum i fremtiden jf avsnitt 6.1.2. Konsumbanen vil allikevel forandre seg endel ved at de nå vil velge en langt flatere konsumprofil over livet. Vi vil se hva slags aggregerte effekter dette vil gi. Dersom de offentlige finansene vil ble vesentlig påvirket av dette er dette noe vi må ta hensyn til når vi kommer til konklusjonen, dersom vi mistenker at en realrente på 4 prosent kan være satt for høyt.

Vi starter med å se på individenes tilpasning og sammenligner med resultatene vi fant i figurene 5.5 - 5.10. Siden vi allerede har sett at sparingen følger utviklingen til inntekten har vi nå utelatt denne for å gjøre sammenligningen i figurene mer ryddig.



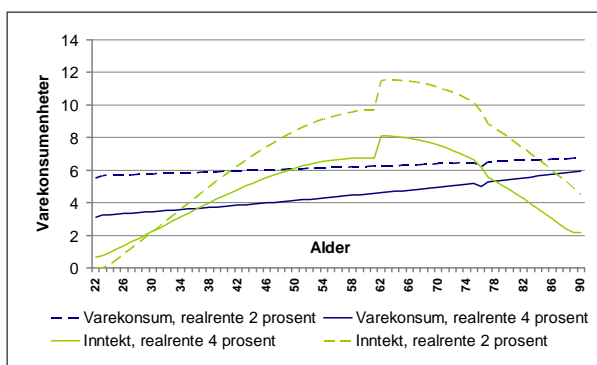
Figur 6.29: Menn grunnskole, født 1950



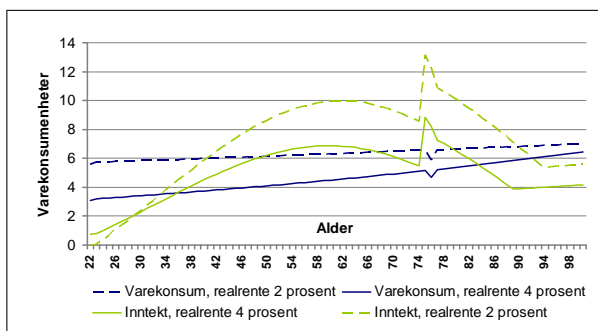
Figur 6.30: Kvinner høyere, født 1950

Figurene 6.29 og 6.30 viser individenes tilpasning med en realrente på 2 prosent sammenlignet med når realrenten var 4 prosent. Når vi ser på tilpasningen til individene født i 1950 legger vi først og fremst merke til at kurvene har ganske lik utvikling, men at nivåforskjellene er betydelige. Dette er som forventet siden en lavere realrente vil gjøre sparing mindre lukrativt. En lavere realrente vil også, alt annet likt, føre til at fremtidig konsum verdsettes i mindre

grad, noe vi ser av konsumprofilen som nå er langt flatere med den lavere realrenta. Livsløpsbudsjettet, definert i ligning (4.35) og (4.34), blir også påvirket av en lavere realrente. En lavere realrente fører her til at nåverdien av budsjettet som legges til grunn når individene avgjør hvor mye de skal bruke i alle periodene blir høyere, og derfor ser vi at varekonsumet, som er en konstant andel av budsjettet i hver periode, starter på en langt høyere verdi. For eksempel så er nåverdien til livsløpsbudsjettet for en høytutdannet kvinne født i 1950 61,8 varekonsumenheter med 4 prosenters realrente, mens med 2 prosenters realrente vil verdien være 154,1 varekonsumenheter. Dette fører til at budsjettet i det første perioden i tilfellet med 4 prosenters realrente er på 2,06 varekonsumenheter, mens med 2 prosenters realrente blir dette 3,75 varekonsumenheter. Dette gir en økning på hele 82 prosent. Den flatere konsumprofilen ved den lavere realrente gjør at denne forskjellen blir mindre utover i livet, og ser vi på den siste perioden disse kvinnene er i live i modellen er den tilsvarende økningen på 18,8 prosent. Vi legger også merke til at individene tar opp større lån i flere perioder i starten av arbeidslivet med den lavere realrenta. Årsakene til dette henger sammen med arbeidstilbudet og den effektive lønna som vi kommer tilbake til senere i avsnittet.

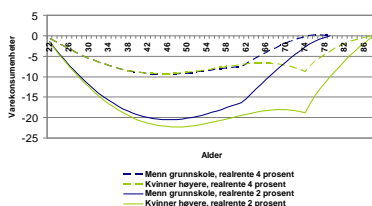


Figur 6.31: Menn grunnskole, født 2050

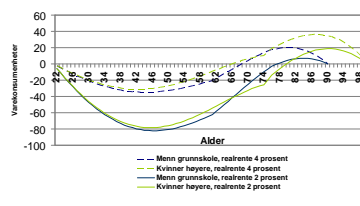


Figur 6.32: Kvinner høyere, født 2050

Sammenligningen 100 år senere i modellen gir oss tilsvarende resonnerer som tidligere, slik at ytterligere kommentarer rundt disse er unødvendige. Vi tar også en liten titt på formuesutviklingene til disse individene i 1950 og 2050, som vist i figur 6.33 og 6.34:



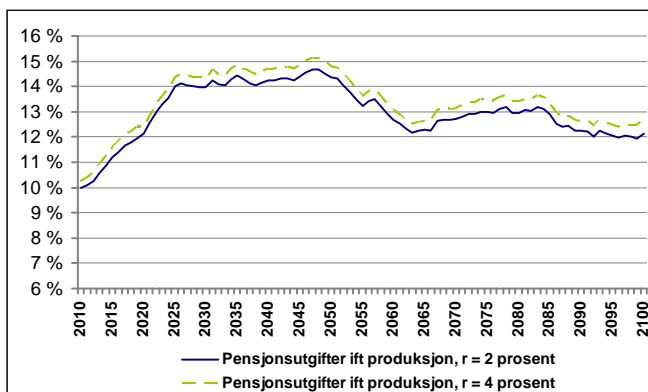
Figur 6.33: Formuesutvikling, 1950-kohorten



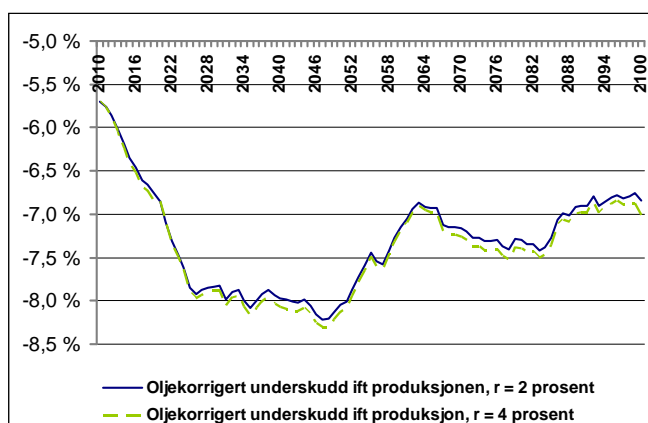
Figur 6.34: Formuesutvikling, 2050-kohorten

Vi ser her resultatet av at individene tar opp større lån i flere perioder enn i hovedmodellen. Formuen, rettere sagt gjelden i dette tilfellet, rekker å bli ganske mye større i tilfellet med den lavere realrenta.

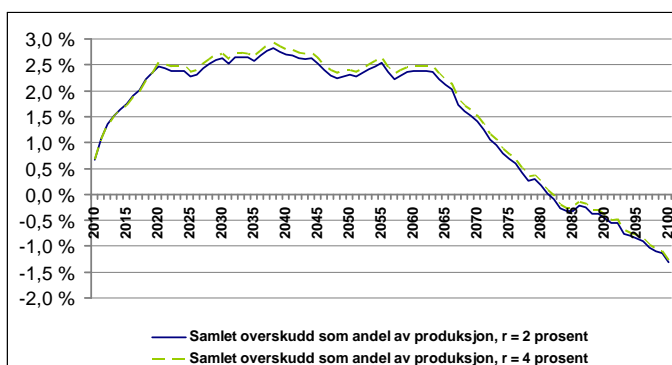
Vi kunne kanskje forventet at forskjellene på individnivå ville slå ut i de offentlige finansene. Forskjellene her er imidlertid marginale, de eneste klare forskjellene vi ser fra modellen er nivåforskjellene i verdiene på produksjonen, inntektene og utgiftene.



Figur 6.35: Pensjonsutgifter ift produksjon

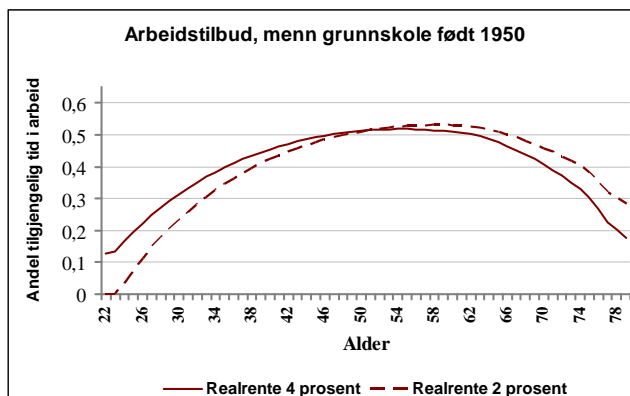


Figur 6.36: Det oljekorrigerede underskuddet



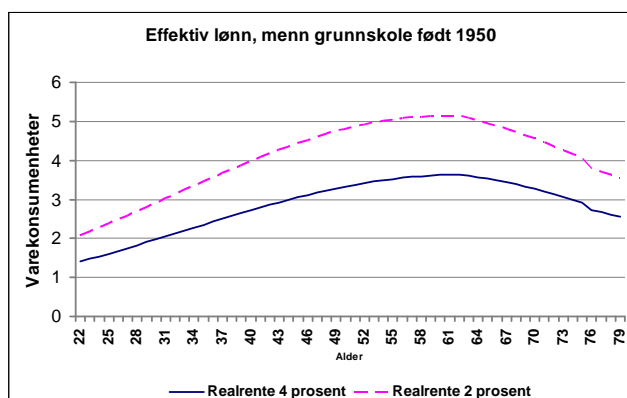
Figur 6.37: Samlet overskudd som andel av produksjonen

Vi ser av figurene 6.35 til 6.37 at bortsett fra en marginal nivåforskjell så følger kurvene hverandre mer eller mindre identisk. Dette er svært interessant, men ikke så altfor merkelig. Bortsett fra realrenta så er alle parameterne uendret. Selv om utviklingen i konsumbanene har endret seg, er det først og fremst det aggregerte arbeidstilbudet som avgjør hvordan statens finanser vil utvikle seg.



Figur 6.38: Arbeidstilbud, menn grunnskole født 1950

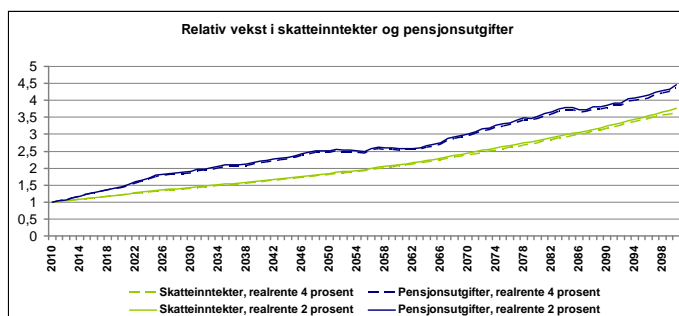
Figur 6.38 viser arbeidstilbudet til en lavtutdannet mann født i 1950. Vi ser her at når realrenta er på 2 prosent velger individet å stå helt utenfor arbeidsstyrken i de to første periodene. Dette forklarer hvorfor individene velger å ta opp større lån i flere perioder som vi nevnte tidligere i avsnittet. Arbeidstilbudet er større mot slutten av livet ved den lavere realrenta, slik at det aggregerte arbeidstilbudet faktisk er tilnærmet likt som i tilfellet med 4 prosents realrente. Denne sammenhengen er tilnærmet lik for alle kohorter og for alle de representative individene. Formen på arbeidstilbudet blir altså endret, men uten at denne har noen nevneverdig effekt på det aggregerte arbeidstilbudet til individet. Dette bidrar til at de offentlige finansene heller ikke påvirkes nevneverdig, som vi så av figurene 6.35 til 6.37.



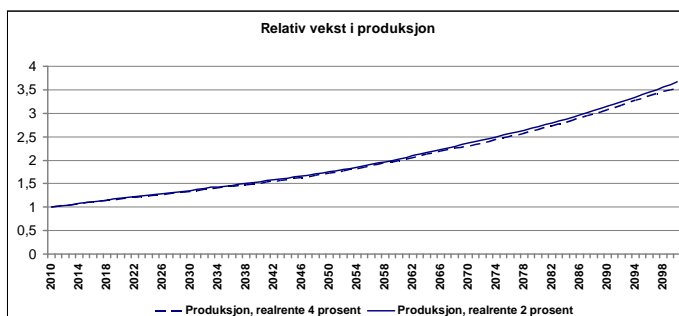
Figur 6.39: Effektiv lønn, menn grunnskole født 1950

Figur 6.39 viser forskjellen i den effektive lønnsutviklingen med de to rentealternativene. Vi ser her at den effektive lønnen individene møter er langt større i lavrentalternativet. Dette skyldes uttrykket for reallønnen,  $w \equiv (1 - \eta) \left( \frac{\eta}{r + \delta} \right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}$ , hvor man enkelt kan se at denne blir høyere når realrenta blir lavere. Med utviklingen i arbeidstilbudet som vi så i figur 6.38 skjønner vi at de totale lønnsinntektene blir en god del høyere med lavere realrente. Men når lønnsinntektene til individene øker, øker også skatteinntektene til staten og pensjonsinntektene til individene. Disse økningene er såpass like relativt sett slik at de offentlige finansene ikke påvirkes nevneverdig, slik vi så av figurene 6.35 til 6.37. De relative vekstratene for produksjonen, pensjonsinntektene og skatteinntektene er vist i figur 6.40 og 6.41:





Figur 6.40: Relativ vekst i skatteinntekter og pensjonsutgifter



Figur 6.41: Relativ vekst i produksjonen

Vi ser tydelig av figurene at den relative veksten i skatteinntekter, pensjonsutgifter og produksjon følger en tilnærmet lik bane.

### 6.5.1 Oppsummert

For å oppsummere ser vi at en endring i realrenten slår ut i endret konsumbane hos individene av betydelig grad. En lavere realrente fører til en flatere, men høyere konsumprofil over livet for individene. Samtidig bidrar den lavere renta til at den effektive lønnen individene står ovenfor blir høyere. Dette, sammen med det at det aggregerte arbeidstilbudet til individene er tilnærmet uendret gjør at de offentlige finansene ikke påvirkes nevneverdig. Produksjonen i økonomien blir høyere, men det blir samtidig både skatteinntektene og pensjonsutgiftene, og som vi så av figur 6.40 og 6.41 er den relative veksten tilnærmet lik for disse størrelsene. Dermed kan vi konkludere med at selv om realrenta kan være satt noe høyt i hovedmodellen vil ikke dette påvirke resultatene for de offentlige finansene.

## 6.6 Begrensninger og forslag til utvidelser

Det er nok ikke videre realistisk å anta at alle individ i modellen vet nøyaktig hvor lenge de kommer til å leve og hvor mye de kommer til å tjene i løpet av livet. Allikevel kan det argumenteres for at man etter endt utdanning nok har en grei idé om hvordan inntektsprofilen kommer til å se ut i løpet av livet. Samtidig har mange også en realistisk tilnærming til forventningene om hvor lenge man vil leve, slik at for eksempel resultatet som gir individene en stigende konsumprofil over livsløpet nok ikke er altfor urealistisk.

En svakhet ved modellen er lønnsutviklingen til de ulike individene. Det eneste som gjør at de høytutdannede i modellen vår tjener mest i løpet av livet er levealderen. Å differensiere livsløpseffektiviteten fra ligning (5.2) for hver av de seks individene ville trolig løst dette på en god måte. Samtidig vil eventuelle større lønnsforskjeller gjøre det nødvendig å modifisere skattesystemet litt, slik at de som tjener mer betaler mer i skatt, slik skattesystemet i Norge fungerer. En mulighet her kan være å inkludere et bunnfradrag og la skattesatsen  $\tau$  være en funksjon av inntekten.

At vi antar at det nye pensjonssystemet allerede er fullt innfaset idet de første individene trer inn i modellen i 1948 er også en svakhet. Optimalt sett ville vi modellert overgangen fra det gamle til det nye pensjonssystemet slik at vi bedre kunne analysert effektene av å innføre det nye pensjonssystemet. I tillegg vil det være en god idé å inkludere garantipensjonen.

En mulig forbedring av modellen er å la skatteraten bli bestemt endogent. I vår modell er skatteraten eksogent gitt og konstant. Ved å la skatteraten balansere det offentlige budsjettet vil man kunne se effektene av individenes tilpasning når skatteraten endres.

## Kapittel 7

# Konklusjon

Vi har utviklet en numerisk overlappende generasjonsmodell for norsk økonomi. I denne har vi inkludert alderspensjonsdelen i det nye pensjonssystemet og en estimert utvikling til Statens pensjonsfond - Utland basert på fremskrivninger gjort i Nasjonalbudsjettet 2011. Vi har inkludert seks representative individ i hver kohort basert på kjønn og utdanningsnivå. Disse individene optimerer sitt pensjonsuttak basert på kjennskap til egen forventet levealder og fremtidige inntektsprofil. Basert på dette fant vi hvordan Norge vil klare seg på lang sikt gitt den økonomiske situasjonen i 2010. Vi presenterte resultater som fortalte ga vedvarende underskudd i fastlandsøkonomien, men dette ble snudd til overskudd når vi inkluderte overføringene fra SPU i periodene frem til 2082. Etter dette er overføringene fra SPU ikke tilstrekkelige til å demme opp for økningen i pensjonsutbetalingene. Hovedårsaken til dette er vår estimerte produksjonsstans i petroleumssektoren i 2070. Dette fører til at overføringene frem mot 2070 øker mindre og mindre, og er konstante etter produksjonsstansen. Med stadig voksende pensjonsutbetalinger skjer det uunngåelige, utgiftene blir for store når SPU slutter å vokse.

Etter at resultatene fra hovedmodellen var presentert gjorde vi et par eksperimenter. Først undersøkte vi effekten av å inkludere nettoinnvandringen, på en enkel måte. Inkluderingen av nettoinnvandringen gjorde at det samlede overskuddet ble snudd til underskudd 15 år tidligere enn i hovedmodellen. Selv om metoden lagt til grunn her ikke er solid nok til å konkludere med noe vil vi allikevel tro at den økonomiske situasjonen i realiteten vil være noe dystre enn hva vi kom frem til i hovedmodellen, hvor vi så bort fra nettoinnvandringen. Det andre eksperimentet vårt gikk ut på å analysere effektene av å senke realrenten fra 4 til 2 prosent. Til vår overraskelse fant vi at selv om individenes tilpasning endret seg var de offentlige finansene tilnærmet upåvirket av denne relativt kraftige realrentereduksjonen.



## Kapittel 8

# Litteraturliste

- Arbeidsdepartementet (2007). *Arbeidsinnvandring*: <http://www.regjeringen.no/nb/dep/ad/dok/regpubl/stmeld/2008/stmeld-nr-18-2007-2008-/8/2.html?id=507845>
- Arbeidsdepartementet (2008). *Pensjonsreformen: Proposisjonens hovedinnhold og status for arbeidet med pensjonsreformen*: <http://www.regjeringen.no/nb/dep/ad/kampanjer/pensjonsreform/nom-pensjonsreformen.html?id=486185>
- Arbeidsdepartementet (2011). *Historien om pensjonsreformen*.
- Auerbach, Alan J., Laurence J. Kotlikoff (1987) *Dynamic fiscal policy*. Cambridge University Press, Cambridge, NY.
- Barro, R.J. og X. Sala-i-Martin (2004). *Economic Growth*, Second edition, MIT Press. Ch 2. (Del av kurskompendium I FIE421 Langsiktig makroøkonomisk analyse, NHH, August 2009)
- Dagens Næringsliv (2008). *De dødes pensjon*: <http://www.dn.no/forsiden/kommentarer/article1301735.ece>
- Dysvik, Erlend (2008). *En likevektsmodell med det nye pensjonssystemet*. Institutt for økonomi, UiB. Masteroppgave
- Finansdepartementet (2010). *Statens pensjonsfond utland (SPU)*.
- Finansdepartementet (2011a). *Nasjonalbudsjettet 2011*.
- Finansdepartementet (2011b). *Statsbudsjettet 2011*.
- Folkehelseinstituttet (2009). *Forventet levealder etter utdanning*: [http://www.norgeshelsa.no/norgeshelsa/index.jsp?utd&mode=cube&virtualsubset=LEVEALDER\\_value&KJONN\\_MKsubset=1+-+2&virtuallslice=LEVEALDER\\_value&v=2&AARsubset=1990+-+2005&measuretype=4&UTDANNING\\_SESSsubset=3&language=no&cube=http%3A%2F%2F10.0.3.22%3A80%2Fobj%2Fcube%2Flevealder-utd\\_C1&top=yes](http://www.norgeshelsa.no/norgeshelsa/index.jsp?utd&mode=cube&virtualsubset=LEVEALDER_value&KJONN_MKsubset=1+-+2&virtuallslice=LEVEALDER_value&v=2&AARsubset=1990+-+2005&measuretype=4&UTDANNING_SESSsubset=3&language=no&cube=http%3A%2F%2F10.0.3.22%3A80%2Fobj%2Fcube%2Flevealder-utd_C1&top=yes)
- Gautesen, Espen (2010). *Statens pensjonsfond - Utland - En tilstrekkelig stor hvilepute?* Institutt for økonomi, UiB. Masteroppgave.
- Hicks, John Richard (1966). *The theory of wages*. St Martins Press. ISBN 0333027647
- Husabø, Eilert (2009). *Ein jamvektsmodell for pensjonsreformen*. Institutt for økonomi, UiB. Masteroppgave.
- NAV (2011). *Forholdstall og delingstall*: <http://www.nav.no/Pensjon/Forholdstall+og+delingstall.231194.cms>
- NOU 2004:1 (2004). *Modernisert folketrygd - Bærekraftig pensjon for framtida*. Finansdepartementet
- Oljedirektoratet (2009). *Ressursrapporten*.
- Ot.prp.nr 37 (2008-2009). (n.d.). *Om lov om endringer i folketrygdloven (ny alderspensjon)*: <http://www.regjeringen.no/nb/dep/ad/dok/regpubl/otprp/2008-2009/otprp-nr-37-2008-2009-/11/2.html?id=546119>
- Prop 107 L (2009-2010). *Forslag til lovvedtak: A) Lov om avtalefestet pensjon for medlemmer av Statens pensjonskasse B) Endringer i lov om Statens pensjonskasse, lov om samordning av pensjons- og trygdeytelser og enkelte andre lover (oppfølging av avtale om tjenestepensjon og AFP i offentlig sektor i tariffoppgjøret 2009)*: <http://www.regjeringen.no/pages/2500089/PDFS/PRP200920100107000DDDPDFS.pdf>
- Raffelhüschén, Bernd, Alf Erling Risa (1995) *Reforming social security in a small open economy*. European Journal of Political Economy, Vol 11 (1995) ss.469-485
- SSB (2009). *Fruktbarhet - Slekters gang*: <http://www.ssb.no/norge/fruktbarhet.pdf>

- SSB (2010a). *Demand and supply of labor by education towards 2030* <http://www.ssb.no/english/subject>
- SSB (2010b). *Befolkningsfremskrivninger 2010-2060. Økonomiske analyser 4/2010* ss 28-39
- SSB (2010c). *Innvandring og innvandrere 2010*: [http://www.ssb.no/emner/02/sa\\_innvand/sa119/sa119](http://www.ssb.no/emner/02/sa_innvand/sa119/sa119)
- SSB (2011a). *Prisen på Brent Blend. Uke. 1998-2011. US dollar/fat*: <http://www.ssb.no/ogintma/tab-2011-07-06-09.html>
- SSB (2011b). *Personer 16 år og over, etter kjønn og befolkningens utdanningsnivå (ny nivåinndeling) (K)*.
- SSB (2011c). *Flyttinger fra og til utlandet og nettoinnflytting. Norske og utenlandske statsborgere*.
- Thøgersen, Øystein (2001) *Reforming social security: Assessing the effects of alternative funding strategies in a small open economy*, Applied economics, 33, ss.1531-1540