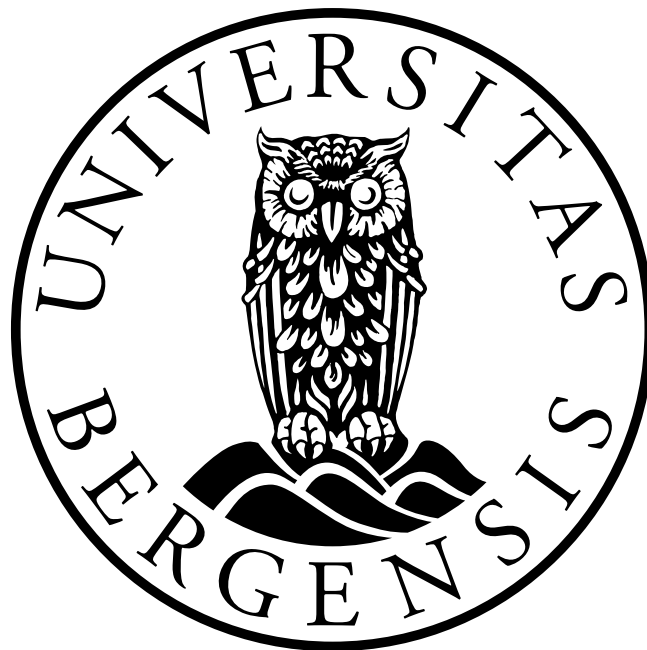


Seismiske bølger i havis

Svein H Bakke

Oppgave presentert for graden

Master of Science



INSTITUTT FOR GEOVITENSKAP

UNIVERSITETET I BERGEN

mars 2015

Sammendrag

Seismiske innsamlinger på havis gir under gitte forhold opphav til kildeinduserte fleksurbølger, og dette problemet oppstår når seismisk energi blir fanget mellom grenseflatene is-luft og is-vann. Flexurbølgen kan sammenlignes med vibrasjoner i membranet til en tromme, og er å anse som støy på de seismiske dataene.

Flexurbølgen er dispersiv, det vil si at fasehastigheten varierer med frekvensen. Det kompliserer den seismiske innsamlingen siden flexurbølgen vises som en koherent vifte som dekker over refleksjonene i en seismisk seksjon. Et godt estimat av dispersjonen kan bidra til å forbedre datainnsamling og prosessering av arktisk seismisk datainnsamling.

Målet med oppgaven er å vise hvordan endringer i salinitet og temperatur påvirker dispersjonen av flexurbølgen. Oppgaven beskriver hvordan temperatur og salinitet påvirker de ulike volumfraksjonene saltvann, is, salt og luft i isen, og bruker dette for å finne tetthet, P-bølgehastighet og fasehastigheten til flexurbølgen.

Resultatene viser at med gode målinger av både temperatur og salinitet er det mulig å beregne P-bølgehastigheten og tettheten. Disse sammen med målinger av istykkelse gjør det mulig å konstruere en modell av dispersjonen.

Målinger gjort på Van Mijenfjorden på Svalbard gir data for sammenligning med teoretiske modeller, men en fullstendig innsamling der hastigheter, temperatur, salinitet og istykkelse har blitt målt er ikke utført. En seismisk undersøkelse med komplette målinger er derfor interessant med tanke på å korrelere en teoretisk modell med reelle data.

Forord

Denne oppgaven er skrevet ved institutt for geovitenskap, Universitetet i Bergen under veiledning av professor Tor Arne Johansen. Arbeidet er utført i tilknytning til ARCEX.

Proessen det har vært å skrive denne oppgaven har vært både lærerik og interessant. Den har gitt meg en bedre forståelse av seismiske bølger, og jeg har tilegnet meg kunnskap som vil hjelpe meg i min videre karriere.

Jeg vil takke min veileder Tor Arne Johansen for oppgaven og veiledning underveis. En stor takk går også til min medveileder Bent Ole Ruud som alltid har vært tilgjengelig for hjelp og spørsmål underveis. Jeg vil videre takke Erling Hugo Jensen, Kenneth Bredesen, Ingjald Pilskog og Sverre Myklebust for hjelp med Matlab og andre gode tips, og jeg vil takke professor Einar Mæland som tok seg tid til å lese gjennom oppgaven og komme med gode råd. Takk til studenter og andre på kurset AG-835 for innsamling av dataene som er brukt i oppgaven. Sist men ikke minst, takk til medstudent Margreth B. Jensen for gode faglige diskusjoner og godt samarbeid.

Takk til alle mine medstudenter for tiden vi har hatt her på realfagsbygget, det har vært 5 fine år. Mange har blitt gode venner, vennskap som helt sikkert varer også etter endte studier.

Jeg vil også takke min familie for støtte og motivasjon, det har hjulpet meg gjennom tiden som student. Helt til slutt vil jeg takke min kjære samboer Maria for hjelp og støtte, du har vært veldig viktig for meg mens jeg har vært student.



Svein H Bakke

Innhold

1	Introduksjon	1
1.1	Problemstilling	1
1.2	Tidligere studier	2
1.3	Mål	3
2	Seismiske egenskaper til is	4
2.1	Havis	4
2.1.1	Temperatur	4
2.1.2	Tykkelse og struktur	6
2.1.3	Salinitet	7
2.1.4	Tetthet	9
2.1.5	Poissons forhold	9
2.1.6	Youngs modulus	10
2.1.7	Bulk og skjær modulus	11
2.2	Elastiske bølger i flytende havis	12
2.2.1	Gruppehastighet, fasehastighet og dispersjon	12
2.2.2	Utleddning av periodelikning	13
2.2.3	Fasehastighet ved store bølgelengder	16
2.2.4	Fasehastighet ved små og mellomstore bølgelengder	17
2.3	P og S bølger	17
2.4	Fleksurbølger	18
3	Innsamlingsgeometri og hastighetsmodeller	20
3.1	Innsamlingsgeometri	20
3.1.1	Område	22
3.1.2	Test 1	23
3.1.3	Test 2	23
3.1.4	Test 3	23
3.2	P-bølgemodell	25
3.3	Fleksurbølgemodell	28
3.4	Reelle data	29
3.5	Sammenligning av modell med reelle data	32
4	Effekter av isens egenskaper og innsamlingsgeometri	33
4.1	Innsamlingsgeometri	33
4.1.1	Oppsummering	40
4.2	P-bølgehastighet	41
4.2.1	Tetthet ved endring i salinitet og temperatur	41

4.2.2	P-bølgehastighet ved endring i salinitet	43
4.2.3	P-bølgehastighet ved endring i temperatur	45
4.2.4	Oppsummering	48
4.3	Dispersjonsforhold	49
4.3.1	Endring av istykkelse	50
4.3.2	Endring av salinitet	52
4.3.3	Endring av temperatur	55
4.3.4	Oppsummering	58
4.4	Forhold P og S bølge	58
4.4.1	Oppsummering	61
5	Diskusjon	62
5.1	Innsamlingsgeometri	62
5.2	Tetthet	62
5.3	P-bølgehastighet	63
5.4	Dispersjonsforhold	64
5.5	Forhold P og S-bølge	64
6	Konklusjon	66
6.1	Anbefalt fremtidig arbeid	66
	Referanser	68
7	Vedlegg	70
7.1	Skuddoversikt	70

1 Introduksjon

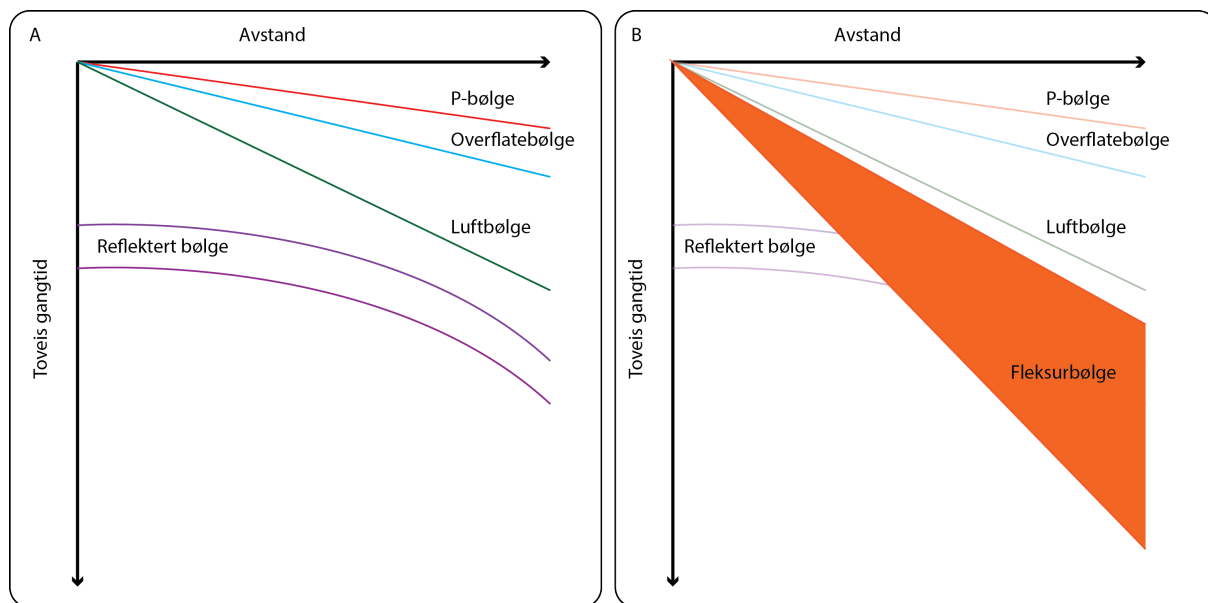
Som følge av at havisen smelter har den politiske interessen knyttet til energi, fiske, miljø, klima, forskning og regional- og sikkerhetspolitikk i Arktis økt. Kartlegging av Arktis har lenge vært av interesse, i over 50 år har det vært utført datainnsamling i de arktiske områdene, blant annet for å kartlegge værforhold, jordskorpen og potensielle hydrokarboner.

Å gjennomføre undersøkelser i disse områdene medfører en rekke utfordringer med tanke på temperatur, tøffe værforhold og isdynamikk. I tillegg er slike områder sårbare og en rekke hensyn må tas for å påvirke miljøet i minst mulig grad. Sommersesongen er kort og gir et lite tidsvindu for innsamlinger, men ved å flytte innsamlingene til vinterhalvåret og havis gir det mulighet til innsamlinger hele året. Dette gir derimot nye utfordringer som for eksempel kildeinduserte fleksurbølger.

1.1 Problemstilling

Flytende havis kan deles inn i førsteårsis eller flerårsis, og egenskapene til disse avhenger av flere forhold. Denne oppgaven ser på førsteårsis og hvordan temperatur og salinitet påvirker tetthet, P-bølgehastigheten og dispersjonen av fleksurbølgen. Et godt estimat av dispersjonen kan bidra til å forbedre datainnsamling og prosessering av arktisk seismisk refleksjonsdata.

Fleksurbølger er et kjent problem ved seismiske innsamlinger på flytende havis. De kan være kraftige i forhold til den primære refleksjonen, og det er et problem fordi dispersjonen gjør at fleksurbølgen delvis overskygger refleksjonene som vist i figur 1.



Figur 1: A viser hvordan de ulike bølgeene opptrer på et gangtidsdiagram. B viser hvordan fleksurbølgen legger seg som en vifte over de reflekterte signalene.

1.2 Tidligere studier

Elastiske bølgebevegelser i en fri plate ble først undersøkt av Lamb (1917) hvor det ble observert bølgemoder av utbredelsen som korresponderte med symmetriske og antisymmetriske bevegelser til en plate. Ewing et al. (1934), Ewing og Crary (1934), Press og Ewing (1951) og Crary et al. (1952) var de første som observerte de viktige bølgemodene i flytende havis. Studier av elastiske bølger i havis har blitt utført av Hunkins (1960) og Stein et al. (1998) Sistnevnte viste at bølgeutbredelsen i is generelt kan deles inn i 2 regimer, høyere eller lavere enn 100 Hz. Det lavfrekvente regimet ble også studert av Yang og Giellis (1994), og Yang og Yates (1995).

Isens elastiske egenskaper ble studert av Pounder og Langleben (1964), Gold (1977) og Murat og Lainey (1982). Temperatur og salinitet er viktig for de fysiske egenskapene i is, og Cox og Weeks (1983) studerte volumandelene til is, luft, salt og saltvann i is, som en funksjon av både temperatur og salinitet. Feltstudier av Høyland (2009) målte salinitet og temperatur i Van Mijenfjorden over flere år. Eicken (1992) studerte salinitetsprofiler i havisen i Weddellhavet i Antarktis, og Nakawo og Sinha (1981) undersøkte salinitet, temperatur og isvekst for førsteårsis i Arktis. I tillegg til disse har Timco og Weeks (2010) laget en reviewartikkel som omhandler flere av isens fysiske og elastiske egenskaper.

1.3 Mål

Dataene som undersøkes ble samlet inn på Van Mijenfjorden på Svalbard, i mars 2013. Dataene er påvirket av fleksurbølgen de sammenlignes med to teoretiske modeller som beregnes i Matlab. Målet er å undersøke hvordan de fysiske egenskapene til isen påvirker dispersjonen av fleksurbølgen.

En modell for P-bølgehastigheten og en modell for fleksurbølgehastigheten beregnes. Resultatene fra den første modellen er nødvendige parametere i den andre modellen. P-bølgemodellen tar utgangspunkt i Cox og Weeks (1983) som beregner relative volumandeler i isen, og intervallene som studeres $-30^{\circ}\text{C} \leq T \leq -2^{\circ}\text{C}$ for temperatur, og 1-10 ‰ for salinitet. Fleksurbølgemodellen er konstruert for å løse den periodiske likningen for store bølgelengder i forhold til istykkelsen, beskrevet av Press og Ewing (1951).

Kildene som brukes i denne oppgaven har vært mangelfulle med tanke på fullstendige målinger av isens egenskaper og hastigheter. Oppgaven studerer mulighetene for å estimere dispersjonen fra målinger av temperatur, salinitet og istykkelse og kan derfor være et bidrag med tanke på å lage en fullstendig modell av dispersjonen.

Målene med oppgaven er

- Modellere tetthet og P-bølgehastighet ved varierende temperatur og salinitet.
- Modellere dispersjonen av fleksurbølgen, ved varierende temperatur og salinitet.
- Sammenligne modellene med reelle data.
- Se på mulighetene for å konstruere en modell som forutsier dispersjonen kun ved målinger av salinitet, temperatur og istykkelse.

2 Seismiske egenskaper til is

Dette kapittelet gir en oversikt de isegenskapene som brukes i oppgaven. Videre forklares gruppe og fasehastighet, periodelikningen utledes og tilfellene for lange, korte og mellomstore bølgelengder kommenteres. Avslutningsvis forklares P, S og fleksurbølger.

2.1 Havis

Havis er en miks av fast is, salt, vann og luft og isens fysiske egenskaper avhenger blant annet av temperatur, salinitet og alder. Egenskapene endrer seg over tid, og det er derfor hensiktsmessig å se på førsteårsis og flerårsis hver for seg.

Flerårsis er is som har overlevd en eller flere smeltesesonger. Førsteårsis er enklere å undersøke fordi den er lettere tilgjengelig geografisk, derfor er kunnskapen om førsteårsis bedre enn for flerårsis. I tillegg er undersøkelser av flerårsis kostbart på grunn av tykkelse og styrke (Timco og Weeks, 2010). Den generelle kunnskapen om flerårsisen er dårlig, litt overraskende siden det meste av is i Arktis er nettopp flerårsis.

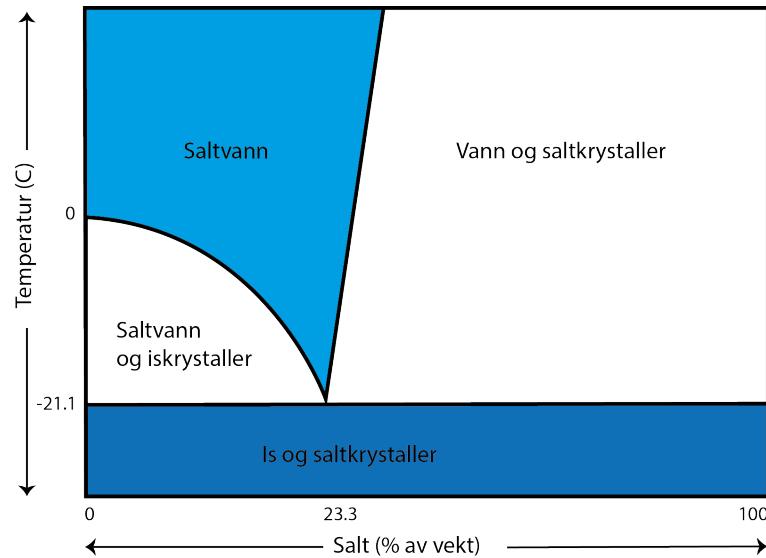
Mangelen på kunnskap og forståelse for isens egenskaper skyldes isens kompliserte natur og de mange ulike faktorene som påvirker den. I enkelte studier er salinitet og temperatur målt, men mangelen på fullstendige målinger hindrer at man får et godt og fullt bilde av dataene (Timco og Weeks, 2010).

2.1.1 Temperatur

Isens temperatur (T) er viktig siden den påvirker blant annet saltvannsinnhold (V_b), tetthet (ρ), Poissons forhold (ν) og Youngs modulus (E).

Ferskvann fryser ved 0°C , som er et likevektspunkt mellom H_2O -fasene vann og is. Legger man salt til ferskvann forstyrrer man dette likevektspunktet, og senker frysetemperaturen til vannet.

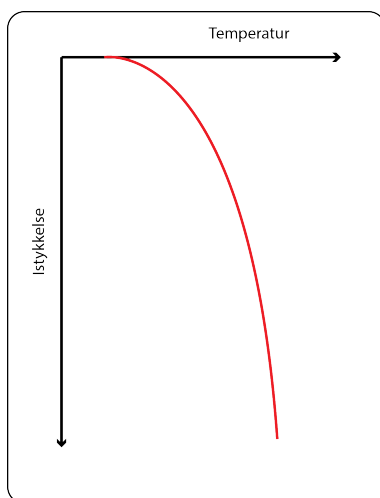
Når havet fryser fanges noe saltvann i hulrom i isen. Dersom temperaturen (T) synker krystalliseres ferskvann ut av porevæsken og det relative saltinnholdet i resten av porevæsken øker. Dette fører til en ytterligere senking av frysetemperaturen til porevæsken. Etterhvert som T synker og saliniteten (S_i) i væsken øker kommer det et punkt der porevæsken blir mettet og salt krystalliseres ut. Innholdet i porene består da av saltvann og saltkrystaller. Figur 2 viser at fullstendig krystallisering av porevæsken skjer ved temperaturer lavere enn -21.1°C .



Figur 2: Saltfasediagrammet viser at ved temperaturer lavere enn $T = -21.1^\circ\text{C}$ blir porevæsken fullstendig krystallisert (Senese, 2008).

Figur 3 viser en typisk temperaturprofil for havis. Temperaturen er lavest i øverste del av isen, og øker nedover. Den nederste delen av isen er i kontakt med vannet og har derfor tilnærmet samme temperatur som vannet. Temperaturforskjellen på øverste og nederste del av isen varierer også, den nederste delen av isen har relativt stabil temperatur lik vannet under, mens overflatetemperaturen varierer med lufttemperaturen. I kalde vintre er øvre del av isen kaldere enn ved varme vintre, dermed er også forskjellen større mellom øvre og nedre del.

Ferskvann fryser ved 0°C og for hver 5 ‰ i salinitet reduseres frysepunktet med 0.28°C . Ved å anta en salinitet i havet på 35 ‰ tilsvarer dette et frysepunkt på -1.96°C . Press og Ewing (1951) antok en salinitet på 34.325 ‰, det gir et frysepunkt på -1.92°C .



Figur 3: En typisk temperaturprofil for is. Temperaturen er lavest i øvre del, og stiger nedover i isen til den når samme temperatur som vannet. Forskjellen på øvre og nedre del av isen påvirkes av lufttemperatur, vær og snødekke.

Temperaturen i isen kan måles med termistorstrenger (Høyland, 2009). Dette er et verktøy

som gjør det mulig å gjøre kontinuerlige målinger av temperaturen gjennom snødekket, isen og ned i vannet.

2.1.2 Tykkelse og struktur

Veksten av førsteårsis avhenger av 3 generelle faktorer (Høyland, 2009).

- Meteorologiske faktorer som lufttemperatur, stråling fra solen, snø og vind.
- Oseanske faktorer som ishastighet, salinitet og istemperatur.
- Fysiske begrensninger til isbevegelsen som øyer, fjorder etc.

Ny is kan dannes både oppå, inne i og under isen, der sistnevnte er den dominerende faktoren til isvekst. Is som dannes oppå isen kalles toppis og dannes enten ved at nedbør i form av regn fryser, eller at snøen oppå isdekket smelter før det så fryser. Dette danner et islag med lav salinitet. Toppis kan også dannes dersom havvann trenger inn på isen før det fryser, som fører til toppis med høy salinitet. Inne i isen dannes ny is ved at vannet i porevæsken fryser ved synkende temperaturer.

Den enkleste modellen for å beskrive isvekst er Stefans Lov (Høyland, 2009) som er uttrykt ved

$$h_i^2 = h_{i,0}^2 + \frac{2k_t}{\rho l} \sum_n (T_f - T_{is}), \quad (1)$$

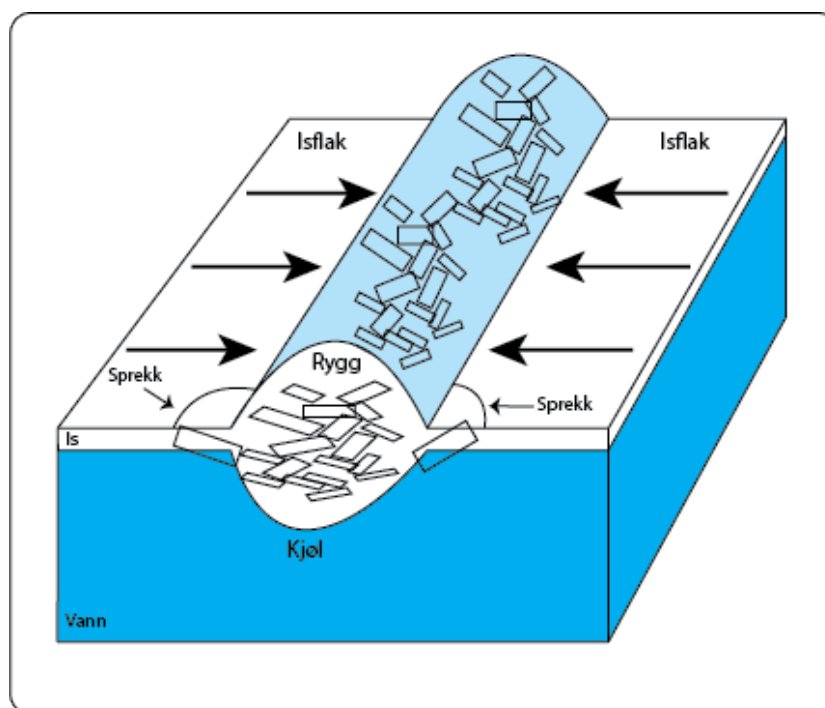
hvor ρ er tetthet, h_i er nåværende tykkelse, l er latent varme, $h_{i,0}$ er opprinnelig tykkelse, k_t er termal konduktivitet, T_f er frysepunkt, T_{is} er gjennomsnittlig overflatetemperatur per dag og n er antall dager. Stefans lov baserer seg på overflatetemperaturen til isen, men den er ikke alltid tilgjengelig og da brukes i stedet lufttemperaturen. Lufttemperatur overestimerer isveksten siden den ikke tar hensyn til snødekket, solstråling, oseansk flux eller termal treghet. De 3 førstnevnte fører til en overestimering av istykkelsen mens termal treghet fører til en underestimering.

Nakawo og Sinha (1981) foreslo en modell som tar hensyn til snøforhold og isens og snøens egenskaper gjennom vekstsesongen. Det ble vist at modellen beregner isveksten relativt godt.

Veksten til førsteårsis styres i stor grad av variasjoner knyttet til miljøet. Det medfører ulike kornstrukturer som granulær, søyleform og diskontinuerlig søyleform (Timco og Weeks, 2010). Granulær is dannes på flere måter, men den vanligste skjer som følge av bølger som beveger seg gjennom tynne lag av fryste krystaller som ligger på havoverflaten under starten av isdanning. Denne istypen er vanligvis isotrop, der salt- og saltvanninkluderinger

legger seg mellom krystallene framfor å legge seg i krystallene. Søyleformet is dannes enten ved havoverflaten hvor det er rolige forhold, eller under et tynt granulært lag hvor vertikale bevegelser har avtatt. I denne istypen ligger salt- og saltvanninkludsjoner i serier med vertikale plan inne i iskrystallene.

For førsteårsis er vekst og tykkelse i all hovedsak styrt av værforhold, mens for flerårsis er tykkelsen styrt av både værforhold og mekaniske forhold, det medfører at mikrostrukturen er mer kaotisk (Timco og Weeks, 2010). Isflak påvirkes av vind(trykk) og varierende havstrømmer. Kraften fra dette medfører at isdekkene brytes opp og blir presset mot hverandre slik at rygger dannes oppå isen eller kjøler under isen, som figur 4 viser. Dannelsen av slike rygger og kjøler, sammen med termal vekst er en av hovedårsakene til at flerårsis kan bli veldig tykk.



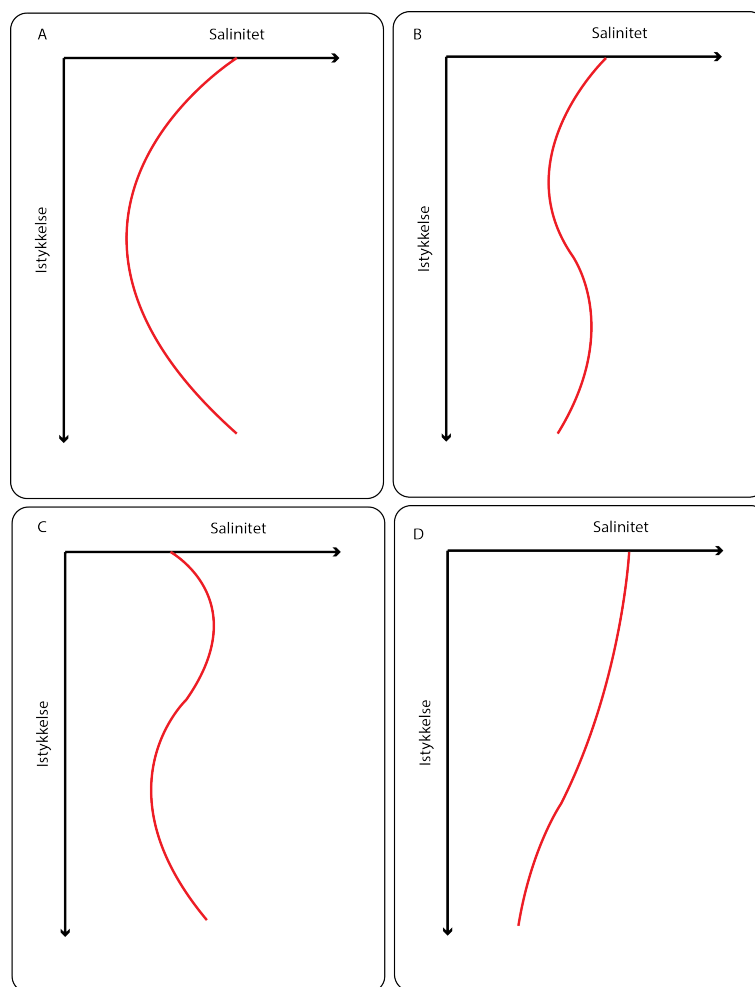
Figur 4: Figuren viser hva som skjer når to isflak kolliderer. De brytes opp og danner kjøle og rygg.

2.1.3 Salinitet

Salinitet (S_i) uttrykkes som vektfraksjonen salt i forhold til vann, som antall gram salt i forhold til 1 kilogram havvann. Saliniteten til havis er i gjennomsnitt mellom 4-6 ‰ (Timco og Weeks, 2010), mens det ble i Van Mijenfjorden i 2003 og 2004 ble målt 6-8 ‰ og i 2006 4-5 ‰ (Høyland, 2009). Eicken (1992) rapporterte saliniteter mellom 4-8 ‰ i Antarktis i 1989, og Nakawo og Sinha (1981) målte 4-8 ‰ i Arktis i 1977-78. Felles for målingene er at saliniteten varierer med dypet i isen og avtar utover i sesongen.

Salinitet måles ved at det tas kjerneprøver som kuttes i mindre biter. Disse bitene plasseres i lufttette beholdere hvor isen smelter før det brukes en salinitetsmåler for å måle den elektriske konduktiviteten til smeltevannet. Basert på konduktiviteten og temperaturen bestemmes saliniteten (Timco og Weeks, 2010), og ved å sette sammen målingene for hver oppkuttete bit lages en salinitetsprofil.

Figur 5 viser ulike salinitetsprofiler. Gjennom sesongen endrer saliniteten seg med dypet i isen grunnet at saltet migrerer nedover og etterhvert ut. Eicken (1992) beskrev 4 ulike typer salinitetsprofiler funnet ved å studere 129 kjerneprøver fra Weddellhavet tatt av både førsteårsis og flerårsis. Figur 5a er en typisk profil for nydannet voksende førsteårsis (Eicken, 1992), mens figur 5b viser den mest vanlige, som også finnes i studiet til Nakawo og Sinha (1981). Figur 5c illustrerer situasjonen som oppstår på slutten av sesongen, og figur 5d er et resultat av avsalting av hele iskolonnen som følge av oversvømmelse av smeltevann. Både figur 5a og 5b viser toppis med høy salinitet. Summen av alle fire profilene har en C-form (Eicken, 1992).



Figur 5: Typiske salinitetsprofiler for havis. Flere ulike profiler er funnet ved studier av kjerneprøver, og summen av profilene er C-formet (Eicken, 1992).

Nakawo og Sinha (1981) lagde salinitetsprofiler av ukentlige målinger innsamlet gjennom en hel sesong i Arktis. Formen på profilen endret seg noe gjennom sesongen, de første ukene hadde profilen en C-form som passer med figur 5a, men utover i sesongen endret formen seg til formen i figur 5b. Generelt hadde toppisen høyere salinitet enn resten av isen og gjennomsnittet var $S_i = 7.4 \pm 0.8 \text{ ‰}$, men dette inkluderte en svært høy salinitet første uken på 25 ‰. Den største endringen i salinitet skjedde første uken etter at isen ble dannet.

2.1.4 Tetthet

Informasjon om tetthet (ρ) til havis er viktig og kan brukes innenfor flere områder. Tetthet er avgjørende for å beregne vekten av isen samtidig som den avgjør hvor tykk isen blir når isflak kolliderer og danner rygger og kjøler. Tettheten varierer over tid, og er påvirket av både temperatur og salinitet. Drenering påvirker både mengde luft og porevæske, som videre påvirker tettheten.

Tidligere tetthetsmålinger beskrevet av Timco og Weeks (2010) varierte mellom 0.72 Mg/m³ og 0.94 Mg/m³ hvor årsaken til det store intervallet var et resultat av ulike måleteknikker. Mange av målingene ble utført på relativt små prøver og tidlig på våren hvor lufttemperaturen var relativt høy. Det er også ulikheter i målinger utført på prøver som har avgrenset saltvannsdrenering kontra stor saltvannsdrenering der førstnevnte gir høyere tetthetsverdier. Sistnevnte representerer in-situ tettheten til is best. I tillegg er det store forskjeller i målinger gjort over og under vannlinjen. Prøver med betydelig saltvannsdrenering fra den øvre delen av isdekket varierte tettheten mellom 0.84 Mg/m³ og 0.91 Mg/m³ mens målinger under vannlinjen varierte fra 0.90 Mg/m³ til 0.94 Mg/m³.

Cox og Weeks (1983) fant uttrykk som kan brukes for å bestemme volumandelene til is, vann, salt og luft i isen ved ulike temperaturer og saliniteter, og volumandelene brukes for å finne effektiv tetthet. Tetthet til havis er relativt upåvirket av temperaturendringer og har en grunnverdi på omtrent 0.92 Mg/m³. Unntaket er for temperaturer nær smeltepunktet der tettheten øker (Cox og Weeks, 1983).

2.1.5 Poissons forhold

Poissons forhold (ν) er definert som forholdet mellom lateralt strain og langsgående strain i et homogent medium for uniaksiale betingelser. Poissons forhold i flytende havis påvirkes av flere faktorer som lasterate, kornstørrelse, kornstruktur, retning på lasten, mikrosprekking og temperatur.

Førsteårsis påvirkes også av havstrømmer som avgjør orienteringen til krystallene, og

turbulente værforhold påvirker isen ulikt sammenlignet med roligere værforhold. Timco og Weeks (2010) gir følgende likning for dynamisk ν .

$$\nu = 0.333 + 0.06105 \exp\left(\frac{T}{5.48}\right), \quad (2)$$

T er temperaturen til isen i °C. Målinger for effektiv Poissons forhold (ν_E) har også blitt gjort og Poissons forhold i horisontal retning varierer fra 0.8 til 1.2 mens i vertikal retning varierer den mellom 0 til 0.2. Disse verdiene varierer med temperatur og stress (Timco og Weeks, 2010). Verdiene ble lavere når temperaturen sank, og større stress ga raskere nedgang i ν_E . Murat og Lainey (1982) fant også at ν_E sank når stress økte, og foreslo følgende likning

$$\nu_E = 0.24\left(\frac{\dot{\sigma}}{\dot{\sigma}_1}\right)^{-0.29} + \nu, \quad (3)$$

$\dot{\sigma}$ er strainraten og $\dot{\sigma}_1$ er enhets stressrate ($1/kPa$) og ν er gitt i likning 2. Den effektive Poissons forhold (ν_E) for havis er ikke godt forstått, og den påvirkes av mange ulike faktorer (Timco og Weeks, 2010). Dataene som brukes i oppgaven er samlet inn på is som er relativt upåvirket av havstrømmer. Modellen tar ikke hensyn til stress og strain og bruker derfor Poissons forhold fra likning 2. Oppgaven sammenligner derimot resultater med innsamlinger som har blitt utført på is påvirket av havstrømmer, vær og vind, og det kan derfor forekomme ulike Poissons forhold ved de ulike studiene.

Poissons forhold brukes for å finne P-bølgehastighet, bulkmodulus og skjærmodulus.

2.1.6 Youngs modulus

Forholdet mellom stress (σ) og strain (ϵ) under elastisk deformasjon kalles Youngs modulus (E).

Youngs modulus øker når temperaturen (T) og saltvannsinnholdet (V_b) synker (Timco og Weeks, 2010). Som et resultat av dette forventes det store sesongvariasjoner i de elastiske parametrene og dermed også i bølgehastighetene.

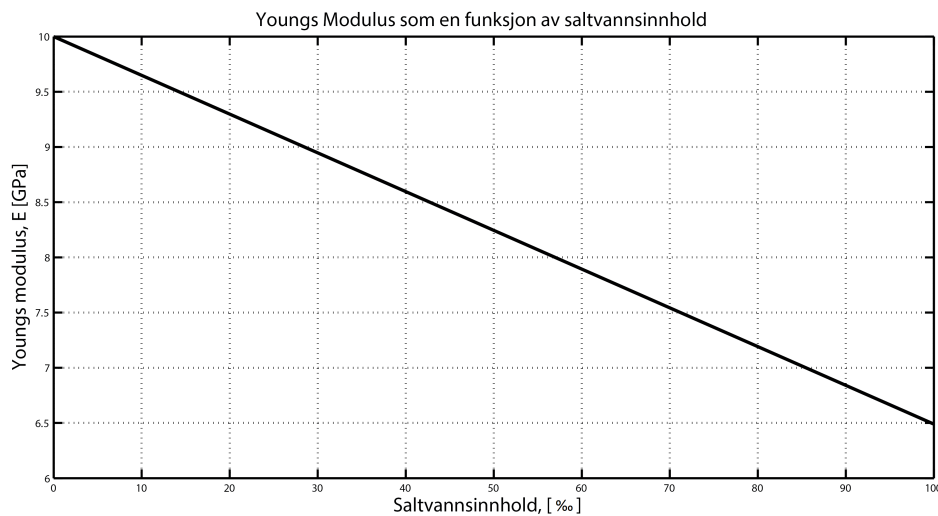
Timco og Weeks (2010) rapporterte in-situ beregninger av E , og målingene varierte fra 1.7 til 5.7 GPa når målt med fleksurbølge, og fra 1.7 til 9.1 GPa når beregningene ble gjort med volumbølgehastigheter. Årsaken til forskjellen i målingene er at fleksurbølgehastighetene avhenger av de totale egenskapene til isen, mens volumbølgehastighetene kun avhenger av den kaldere, mindre saline og sterkere øvre del av isen. E stiger når temperaturen går ned, og når saltvannsvolumet V_b i isen synker (Timco og Weeks, 2010). Ved lavt

saltvannsinnhold er E mellom 9 GPa og 10 GPa (Pounder og Langleben, 1964). Dette viser at de elastiske parametrene er preget av sesongvariasjoner.

E synker lineært som en funksjon av saltvannsinnhold (V_b), gitt av uttrykket i likning 4, hvor E er gitt i GPa.

$$E = 10 - 0.0351V_b, \quad (4)$$

Figur 6 viser E som en funksjon av V_b . Lav V_b gir E på mellom 9-10 GPa, og avtar lineært med økende saltvannsinnhold.



Figur 6: Youngs modulus som en funksjon av saltvannsinnhold for førsteårsis. (Pounder og Langleben, 1964). Når saltvannsinnholdet øker, synker Youngs modulus lineært fra et utgangspunkt på 10 GPa.

Youngs modulus brukes i P-bølge modellen for å beregne V_p samt at den brukes sammen med Poissons forhold (ν) for å finne bulk modulus (K) og skjærmodulus (μ).

2.1.7 Bulk og skjær modulus

Bulk modulus (K) beskriver et materiales motstand mot volumendringer. Skjærmodulus (μ) beskriver et materiales forhold mellom skjærstress og skjærstrain. Disse elastiske modulusene brukes i P-bølge modellen til å beregne P-bølge hastigheten (V_p) og S-bølge hastigheten (V_s).

K og μ kan uttrykkes ved hjelp av Youngs modulus (E) og Poissons forhold (ν). Hver av de ulike bestanddelene har ulik bulk- og skjærmodulus. Bulk modulus for et materiale avhenger av temperaturen, så ved å bruke E fra likning 4 og ν fra likning 2 tar man dermed høyde for temperaturforskjellene.

Bulk modulus uttrykkes ved E og ν som

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}, \quad (5)$$

og skjærmodulus ved

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (6)$$

2.2 Elastiske bølger i flytende havis

Bølgeutbredelsen i flytende havis gir opphav til ulike bølgemoder avhengig av bølgelengden i forhold til istykkelsen. Først forklares forskjellen på gruppe- og fasehastighet, før periodelikningen blir utledet. Oppgaven behandler spesielt tilfellet for store bølgelengder i forhold til istykkelsen. Tilfellene for små og mellomstore bølgelengder blir også kort nevnt. En kort forklaring på P- og S-bølger avsluttes med fleksurbølger.

2.2.1 Gruppehastighet, fasehastighet og dispersjon

Forskjellen på gruppe- og fasehastighet har generell betydning for elastiske bølger. Bølger med hastighet som avhenger av frekvensen kalles dispersive bølger.

Gruppehastighet beskriver hastigheten hele bølgeformen beveger seg med når en bølgeform består av flere bølger med ulike hastigheter. Fasehastighet beskriver hastigheten de individuelle bølgene beveger seg med, og siden en fleksurbølge er dispersiv representerer fasehastigheten de ulike frekvenskomponentene.

I et dispersivt medium varierer fasehastigheten (c) med frekvensen og er ulik gruppehastighet (V_g). Ved dispersjon er vinkelfrekvens (ω) avhengig av bølgetallet (k) eller bølgelengde $\lambda = 2\pi/k$ slik at $\omega(k)$ (Hofmann, 2008). Fasehastigheten er gitt ved

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega(k)}{k} = c(k), \quad (7)$$

og gruppehastighet

$$V_g = \frac{\delta\omega}{\delta k}. \quad (8)$$

P-bølgen er ikke dispersiv når frekvensen er lavere enn 100 Hz (Yang og Giellis, 1994), det betyr at ω/k er konstant, altså er fasehastigheten konstant ut fra forholdet i likning

7. Fleksurbølgen er dispersiv når frekvensen er lavere enn 100 Hz det betyr at ω/k ikke er konstant. Med andre ord varierer c avhengig av k eller λ .

2.2.2 Utledning av periodelikning

Press og Ewing (1951) studerte bølgeutbredelse i et flytende isdekke og den følgende utledningen er hentet fra denne artikkelen.

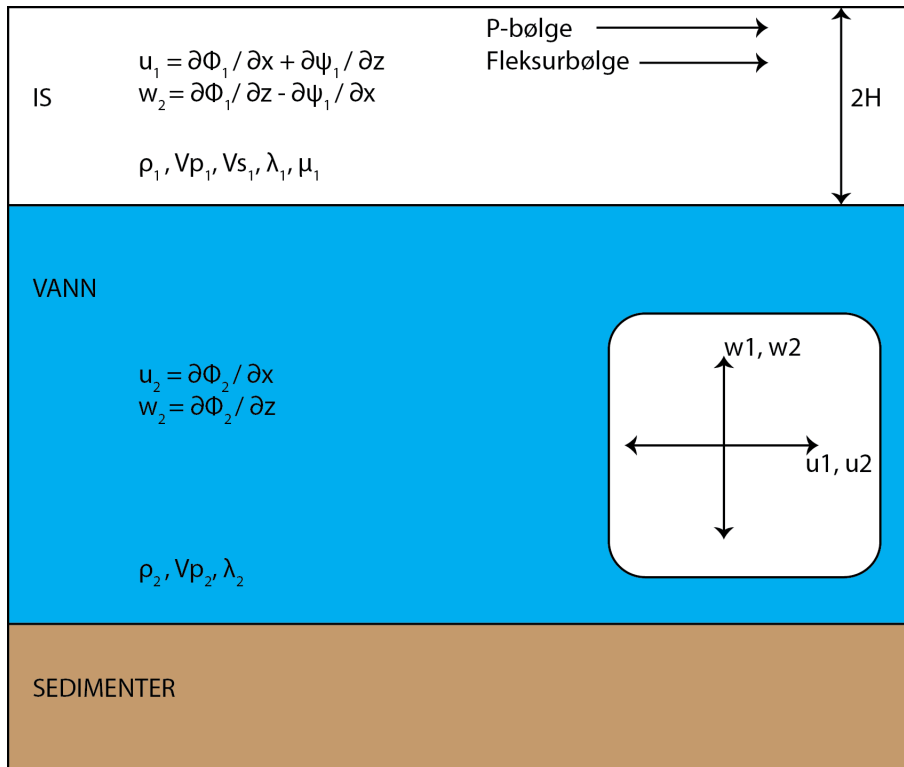
Det antas at bølgeutbredelsen skjer i et uendelig flytende isdekke med tykkelse ($2H$) og tetthet (ρ), der hastighetene til P-bølgen og S-bølgen er henholdsvis V_p og V_s . Tetthet til vannet er ρ_{vann} og P-bølgehastigheten i vann (V_{p-vann}). Videre er λ_1, μ_1 Lamès konstanter for isen, og λ_2 er inkompressibiliteten til vannet relatert til de elastiske bølgehastighetene;

$$V_p^2 = (\lambda_1 + 2\mu_1)/\rho, \quad V_s^2 = \mu_1/\rho, \quad V_{p-vann}^2 = \lambda_2/\rho_{vann}, \quad (9)$$

Indeksene 1 og 2 viser til henholdsvis is og vann. Det kartesiske koordinatsystemet velges med x-aksen i det midterste planet til isdekket, parallell til utbredelsesretningen, og z-aksen er vertikal. For å beskrive vertikal og horisontal partikkelbevegelse er funksjonene $\phi(x, z, t)$ og $\psi(x, z, t)$ introdusert, slik at

$$\begin{aligned} u_1 &= \delta\phi_1/\delta x + \delta\psi_1/\delta z, \\ w_1 &= \delta\phi_1/\delta z - \delta\psi_1/\delta x, \\ u_2 &= \delta\phi_2/\delta x, \\ w_2 &= \delta\phi_2/\delta z, \end{aligned} \quad (10)$$

der w_1 og w_2 er partikkelbevegelse i vertikal retning, henholdsvis i is og vann, u_1 og u_2 er partikkelbevegelse i horisontal retning i is og vann. Figur 7 viser denne partikkelbevegelsen. Figuren viser P-bølgen og fleksurbølgen siden det er disse bølgene som er tema for oppgaven, men også andre bølger kan oppstå avhengig av forholdet mellom bølgelengde og istykkelse.



Figur 7: Figuren viser P-bølge og fleksurbølge i isen. w og u representerer partikkelbevegelse i henholdsvis vertikal og horisontal retning.

Videre er vertikalt stress P_{zz} og tangentielt stress P_{xz} uttrykt ved hjelp av ϕ og ψ og de elastiske konstantene;

$$P_{zz} = \lambda \nabla^2 \phi + 2\mu(\delta^2 \phi / \delta z^2 - \delta^2 \psi / \delta x \delta z),$$

$$P_{xz} = \mu(\delta^2 \psi / \delta z^2 - \delta^2 \psi / \delta x^2 + 2\delta^2 \phi / \delta x \delta z). \tag{11}$$

Det settes krav til at funksjonene ϕ og ψ oppfyller bølgelikningene (12) og grensebetingelsene (13).

$$\begin{aligned} \delta^2 \phi_1 / \delta t^2 &= \alpha_1^2 \nabla^2 \phi_1, & \text{i isen} \\ \delta^2 \psi_1 / \delta t^2 &= \beta_1^2 \nabla^2 \psi_1, & \text{i isen} \\ \delta^2 \phi_2 / \delta t^2 &= v_2^2 \nabla^2 \phi_2, & \text{i vannet} \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
(P_{zz})_1 &= 0, & \text{ved } z &= -H \\
(P_{zx})_1 &= 0, & \text{ved } z &= -H \\
(P_{zz})_1 &= (P_{zz})_2, & \text{ved } z &= H \\
(P_{zx})_1 &= 0, & \text{ved } z &= H \\
w_1 &= w_1, & \text{ved } z &= H
\end{aligned} \tag{13}$$

der H er halve istykkelsen. Løsningene til (12) er på formen

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= [A \sinh(\xi z) + B \cosh(\xi z)] \exp[i(kx - \omega t)], \\
\psi_1 &= [C \sinh(\eta z) + D \cosh(\eta z)] \exp[i(kx - \omega t)], \\
\phi_2 &= E \exp(-\zeta z) \exp[i(kx - \omega t)],
\end{aligned} \tag{14}$$

der

$$\begin{aligned}
\xi^2 &= k^2(1 - c^2/V_p^2), \\
\eta^2 &= k^2(1 - c^2/V_s^2), \\
\zeta^2 &= k(1 - c^2/V_{p\text{-vann}}^2),
\end{aligned} \tag{15}$$

der $c = \omega/k$. I likning (14) utgjør ϕ_1 , ψ_1 og ϕ_2 et system av bølger som brer seg i x-retning med fasehastighet (c) og bølgelengde (λ), relatert til bølgetallet (k), der $k = 2\pi/\lambda$. Frekvensen er gitt ved $f = \omega/2\pi = ck/2\pi$. Som følge av at Press og Ewing (1951) så på tilfellet hvor det ikke er energitap til vannet, er ϕ_2 satt til å avta i z-retning vekk fra grenseflaten is/vann.

Ved å kombinere likningene 10, 11, 13 og 14 får man fem uavhengige homogene likninger med amplitudekoeffisienter A, B, C, D og E (Press og Ewing, 1951). Enhver av de fire kan finnes ved hjelp av den femte, men for at en løsning av alle fem skal eksistere må den femteordens determinanten til koeffisientene være 0. Periodelikningen er forholdet der determinanten er 0. Videre er det antatt Poissons forhold (ν) = 0.25 i is for å forenkle likningene, slik at $\lambda_1 = \mu_1$. For is på en innsjø kan dette tallet være høyere, men denne antakelsen brukes fordi målet er å identifisere bølger, og siden det bare er orden

av magnitdeberegninger som er utført (Press og Ewing, 1951). Periodelikningen skrives som

$$P[Q + \delta \cosh(\xi H) \cosh(\eta H)] + Q[P + \delta \sinh(\xi H) \sinh(\eta H)] = 0, \quad (16)$$

Periodelikningen definerer en implisitt relasjon mellom fasehastighet (c) og bølgetallet (k) (Press og Ewing, 1951). Avhengigheten til c av ω får man ved å substituere $k = \omega/c$ i likning (16). Reelle verdier av c og k som oppfyller likning (16) korresponderer med propagering uten demping, mens komplekse verdier av c og k for reell ω korresponderer med propagering med demping. Grad av demping øker med magnituden til den imaginære komponenten. Energitalpet ved dempet propagering kommer av stråling fra isdekket og ned i væsken. Videre fra likning (16) er $c = V_p$ og $c = V_s$ løsninger som oppfyller periodelikningen for alle frekvenser.

Fra likning (16) har man

$$\begin{aligned} \delta &= \rho_{vann} V_{p-vann}^2 (\eta^2 - k^2) (\zeta^2 - k^2) \xi / \rho V_s^2, \\ Q &= (\eta^2 + k^2)^2 \sinh(\xi H) \cosh(\eta H) - 4\xi \eta k^2 \cosh(\xi H) \sinh(\eta H), \\ P &= (\eta^2 + k^2)^2 \cosh(\xi H) \sinh(\eta H) - 4\xi \eta k^2 \sinh(\xi H) \cosh(\eta H), \end{aligned} \quad (17)$$

Ved å sammenligne likningene i (17) med periodelikningen får man at $P = 0$ og $Q = 0$ representerer henholdsvis den symmetriske og antisymmetriske løsningen for en plate i vakuum (Press og Ewing, 1951). Videre er $P + \delta \sinh(\xi H) \sinh(\eta H) = 0$ og $Q + \delta \cosh(\xi H) \cosh(\eta H) = 0$ for en plate i vann. I motsetning til dette kan ikke bevegelsene i et flytende isdekke reduseres til rene symmetriske og antisymmetriske bølgemoder. Likning (17) innebærer at δ er et korreksjonsuttrykk som gjelder ved nærvær av vann, og når tettheten til vannet går mot null faller uttrykket for δ bort.

Periodelikningen reduseres til ulike bølgemoder og uttrykk som avhenger av forholdet mellom bølgelengde og istykkelse.

2.2.3 Fasehastighet ved store bølgelengder

Ved store bølgelengder reduseres periodelikningen til en symmetrisk og en antisymmetrisk mode, det vil si P-bølge og fleksurbølge, og likning 18 og 19 gir hastigheten til disse bølgene i et flytende isdekke over dypt vann.

$$P + Q\delta \sin h(\xi H) \sin h(\eta H)/2Q + \delta = 0, \quad (18)$$

$$Q + \delta/2 = 0, \quad (19)$$

Får dermed fra likning (19) et uttrykk for fasehastigheten (c) til fleksurbølger.

$$\frac{c^2}{V_s^2} = \frac{\frac{8}{3} \frac{\rho}{\rho_{vann}} (kH)^3 (1 - \frac{V_s^2}{V_p^2})}{1 + 2kH(\frac{\rho}{\rho_{vann}})}. \quad (20)$$

2.2.4 Fasehastighet ved små og mellomstore bølgelengder

For veldig små bølgelengder i forhold til istykkelsen er isdekket i praksis uendelig tykt og propageringen reduseres til overflatebølger, kalt Rayleighbølger. Disse brer seg uten demping langs den frie overflaten, og som dempete Rayleighbølger langs overflaten mellom is og vann, mens den kontinuerlig transmitterer energi ned i vannet under.

For mellomstore bølgelengder er det vanskelig å evaluere fasehastigheten som en funksjon av bølgetall eller frekvens. Periodelikningen reduseres ikke til symmetriske eller antisymmetriske moder, og man sitter igjen med et komplisert uttrykk, likning 16. Slike beregninger indikerer hvordan lave og høyfrekvente verdier av fasehastigheten kobles sammen.

Oppgaven tar for seg tilfellet der bølgelengdene er store i forhold til istykkelsen, men ved høyere frekvenser reduseres bølgelengden, og tilfellene små og mellomstore bølgelengder kan bli aktuelle.

2.3 P og S bølger

P-bølger er volumbølger og har partikkelbevegelse parallelt med utbredelsesretningen. For et medium som er mye tykkere enn bølgelengden, er V_p gitt ved

$$V_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}, \quad (21)$$

der K er bulk modulus, μ er skjær modulus og ρ er tetthet. For store bølgelengder i forhold til tykkelsen er V_p gitt ved

$$V_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - \nu^2)}}. \quad (22)$$

S-bølger er skjærbølger med partikkelbevegelse vinkelrett på utbredelsesretningen og hastigheten V_s er gitt ved

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (23)$$

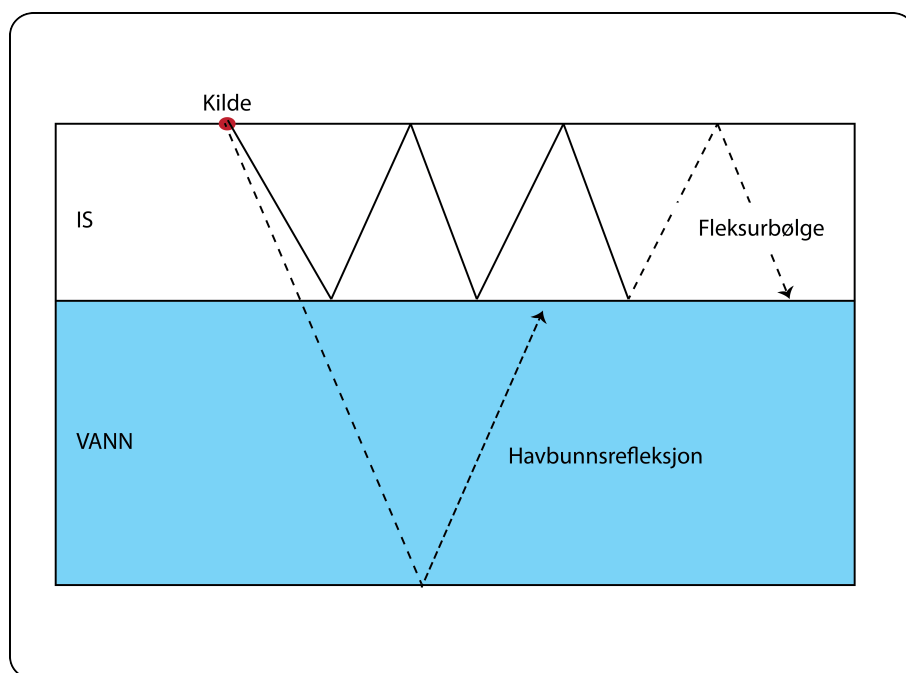
der E er Youngs modulus og ν er Poissons forhold.

Isen er å anse som en tynn plate når bølgelengden er mer enn 5 ganger istykkelsen (Hunkins, 1960), og siden oppgaven ser på flytende havis der istykkelsen er liten relativt til bølgelengden, brukes likning 22 for V_p .

2.4 Fleksurbølger

Fleksurbølger observeres ofte på seismikken innsamlet på flytende havis. Bevegelsen kan sammenlignes med membranen på en tromme, hvor energien er fanget inne i et lag med høye refleksjonskoeffisienter til laget over og under.

Figur 8 viser fleksurbølgen og havbunnsrefleksjonen med multipler. Fleksurbølgen propagerer i isen mens havbunnsrefleksjonen reflekteres i vannet, mellom isen og havbunnen.



Figur 8: Figuren viser fleksurbølgen som beveger seg i isen og havbunnsrefleksjonen reflekteres mellom grenseflatene is/vann og vann/sedimenter.

Hver bølge har ulike hastigheter og dermed ulike ankomsttider. Figur 9 viser ulike bølger som fargede linjer med ulik helling, der bølgene med høyest hastighet har den mest ho-

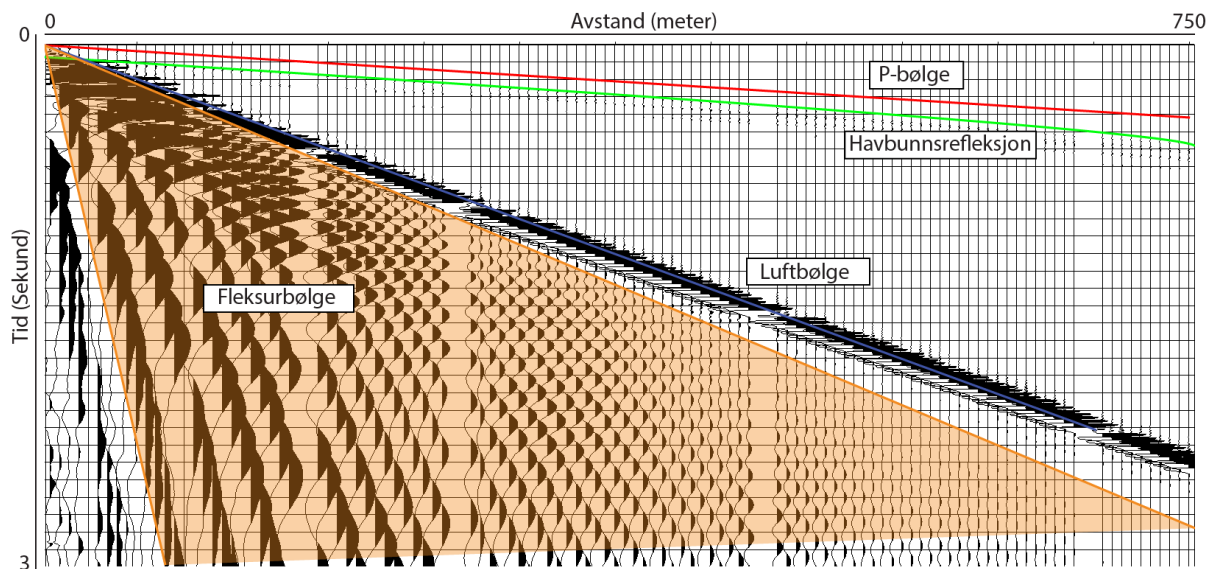
risontale linjen. Den røde linjen representerer P-bølgen og er mer horisontal enn den blå som representerer lyd hastigheten i luft (330 m/s). En rett linje representerer konstant hastighet.

De oransje linjene representerer begge fleksurbølgen. Siden fleksurbølgen er dispersiv har den mange ulike hastigheter. Hver hastighet har sin egen linje som alle ligger mellom de to oransje linjene og danne en vifteform som figurene 1 og 9 viser.

Siden fleksurbølgen vises som en vifte dekker den delvis over refleksjonene, og siden den er så kraftig i forhold til den primære refleksjonen, er signal-til-støyforholdet (SnR) lavt. Det er vanskelig å se P-bølgen i figuren siden registreringene er svake. Havbunnsrefleksjonen vises noe bedre og man ser også havbunnsmultipler under den grønne linjen.

Signal-til-støyforhold (SnR) er gitt ved

$$SnR = \frac{Signal}{Støy}. \quad (24)$$



Figur 9: Figuren viser P-bølgen (rød), havbunnsrefleksjonen (grønn), luftbølgen (blå) og fleksurbølgen (oransje). Fleksurbølgen vises som en vifte bestående av flere ulike hastigheter. Under havbunnsrefleksjonen kan man også skimte havbunnsmultipler, men de er utydelige siden fleksurbølgen er så sterk.

Fleksurbølgen er en 2-dimensjonal bølge som dempes med $1/r$, hvor r er radius. Fleksurbølgens dispersive natur gjør at den kan propagere både med P-bølg hastigheten (V_p) dersom høyfrekvent, og dersom lavfrekvent kan hastigheten være lavere enn luftbølg hastigheten (V_{air}) (Henley, 2003).

3 Innsamlingsgeometri og hastighetsmodeller

Kapitlet gir en beskrivelse av innsamlingen som ble gjort i 2013, og effekten av ulike skuddretninger, størrelse på ladninger og ulike oppsett av kilder og mottakere blir undersøkt.

Videre gis det en beskrivelse av to hastighetsmodeller, en for P-bølge og en for fleksurbølge. Disse to bølgene er beregnet i Matlab der P-bølgemodellen tar utgangspunkt i volumberegningene til Cox og Weeks (1983), og fra en sammenstilling av disse beregnes tetthet og hastigheter.

Fleksurbølgemodellen tar utgangspunkt i løsningen av periodelikningen gitt i Press og Ewing (1951), og undersøker fasehastigheten som en funksjon av frekvens.

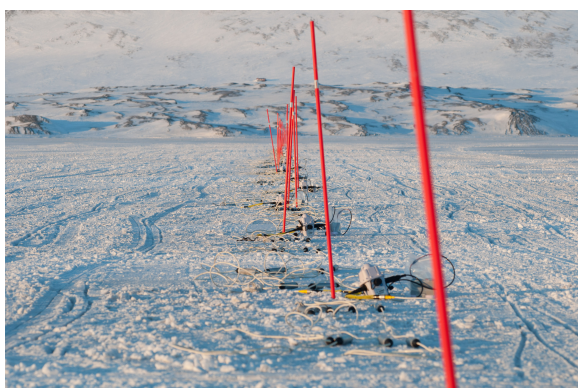
Til slutt beskrives det hvordan dataene fra innsamlingen behandles i Matlab.

3.1 Innsamlingsgeometri

Under innsamlingen ble det gjort tre ulike forsøk der alle hadde omtrent samme geometri, men varierende kilde og mottakeroppsett.

Detonerende lunter ble brukt som seismisk kilde, og disse brenner med omtrent 7000 m/s. De er anvendelig siden de fungerer som linjekilde dersom man strekker dem ut, eller punktkilde dersom man kveiler dem sammen. Ved å variere lengden på luntene kan man også variere ladningen, og dersom man legger luntene dobbelt får man større ladning uten å øke utstrekningen.

Figur 10 viser to bilder tatt under innsamlingen. Figur 10a viser en mottakerlinje med geofoner, og figur 10b er et bilde av det øyeblikket et skudd blir avfyrt.



(a) Mottakerrekken med geofoner.



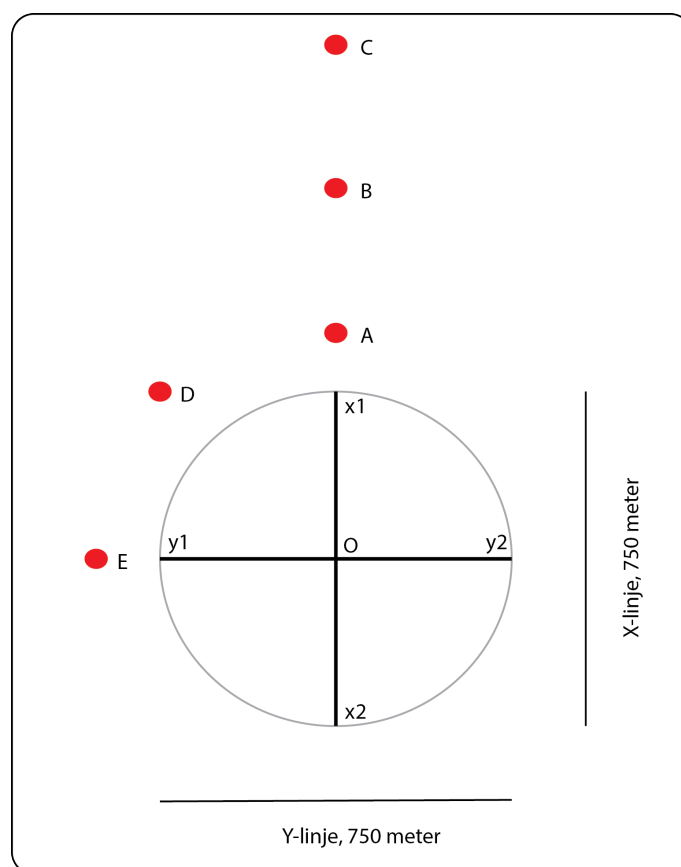
(b) Skudd og mottakerrekken.

Figur 10: Bilder fra innsamlingen (Fotograf: Pfau (2013)).

Figur 11 viser en skisse over kilde- og mottakergeometrien. Mottakere lå i 750 meter lange linjer vinkelrette på hverandre, der O markerer midtpunktet hvor de krysset hverandre. 60 noder var koblet til hver linje, med to geofonstrenger tilkoblet hver node, og til nodene mellom O og X2 var det tilkoblet en hydrofon. Skuddpunktene A, D og E hadde lik avstand til midtpunktet O, men med ulik vinkel. Punkt B og C lå lengre unna, men i samme retning som punkt A, og tabell 1 viser avstandene fra hvert punkt.

For hver test var det 3 linjer, en for geofoner i X-linje, en for geofoner i Y-linje og en for hydrofoner mellom O og X2. De ulike skuddene har hver sin unike identifikasjon (FFID) som man finner i tabellene 17 til 19 i vedlegget, og tabell 2 viser linjene.

Ved å variere FFID og linjer kan man undersøke hvordan ladning, skuddretning, offset, kilde og mottakeroppsett påvirker styrken til fleksurbølgen.



Figur 11: Innsamlingsgeometri i x og y-retning, med skuddpunktene A, B, C, D og E.

Tabell 1: Tabellen viser avstandene mellom punktene gitt i figur 11.

A - X2	25 m
B - X2	525 m
C - X2	1025 m
A/D/E - O	400 m
B - O	900 m
C - O	1400 m

3.1.1 Område

Van Mijenfjorden ligger på vestsiden av Spitsbergen og er et godt egnet område for undersøkelser av havis fordi fjorden er delvis innelukket av Akseløya. Øya ligger i munningen av fjorden og skjærmer fjorden fra havet utenfor. Det gir en relativt upåvirket is fra desember til juni, med variasjoner fra år til år. Fjorden deles inn i et indre og et ytre basseng, og tidevannet dominerer havstrømmen. Isen legger seg først i det indre bassenget, og isen her er generelt tykkere enn i det ytre bassenget. Høyland (2009) målte maksimal tykkelse i det indre bassenget til 1.28m i 2004, mens det samme år var 1.19m i det ytre bassenget. Isen var også tykkere på sørsiden av det ytre bassenget, sammenlignet med nordsiden.

Figur 12 viser et kartutsnitt av fjorden hvor den røde ringen markerer stedet der den seismiske innsamlingen ble utført.



Figur 12: Kartet viser Van Mijenfjorden som ligger i den sentrale delen av det sørlige Svalbard. Innerst i fjorden ligger Sveagruven, og innsamlingen ble utført på isen ikke langt fra gruva, markert med rød sirkel. (Kart bearbejdet fra Norsk Polarinstitutt (2015)).

3.1.2 Test 1

Hensikten med Test 1 (T1) var å undersøke effekten av ulike skuddpunkt og ladninger. Tabell 17 i vedlegget viser de ulike skuddpunktene med forskjellig kildeoppsett og ladning. Det ble brukt både enkle og doble linjekilder samt punktkilder med ulik ladning. Mottakere lå i X og Y retning og hydrofoner er senket til 1 meters dyp.

3.1.3 Test 2

Hensikten med Test 2 (T2) var å undersøke effekten dersom hydrofonene ble plassert på ulike vanndyp. De ble plassert på 5, 10 eller 20 m, og tabell 18 i vedlegget viser tre ulike Skuddpunkt (A, B, C) med varierende kildeoppsett og ladning.

3.1.4 Test 3

Hensikten med Test 3 (T3) var å undersøke effekten dersom geofonstrengene var punkter istedet for linjer. Geofonene mellom O og X2 ble kveilet sammen til et punkt nærmest

mulig borehullet til hydrofonene. Geofonene mellom O og X1 lå fortsatt i linjer og hydrofonene var på 1 m vanndyp. Tabell 19 i vedlegget viser skuddene med tilhørende FFID.

Tabell 2: Oversikt over mottakere og retninger for hver linje ved de ulike testene.

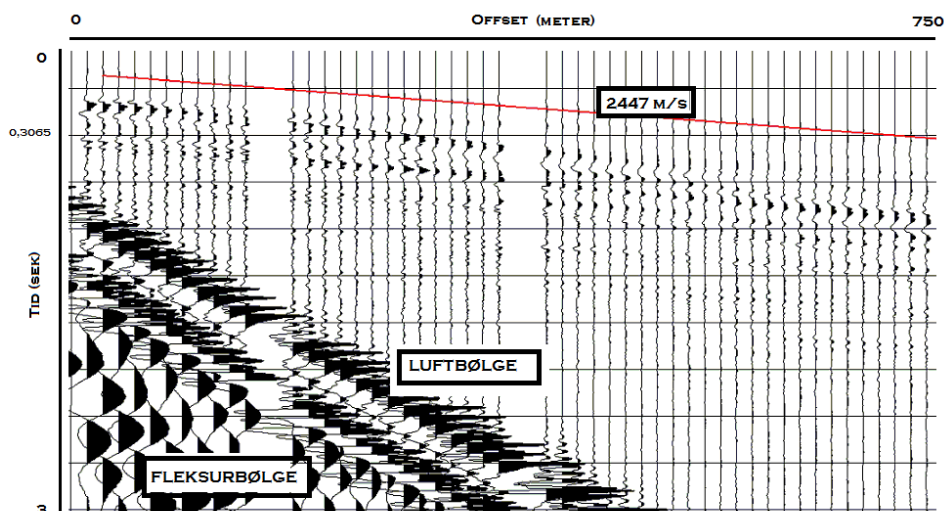
Test	Linjenummer	Mottaker	Retning
Test 1	T1-L1-Z	Geofon	X-retning
Test 1	T1-L2-Z	Geofon	Y-retning
Test 1	T1-L1-P	Hydrofon	X-retning
Test 2	T2-L1-Z	Geofon	X-retning
Test 2	T2-L2-Z	Geofon	Y-retning
Test 2	T2-L1-P	Hydrofon	X-retning
Test 3	T3-L1-Z	Geofon	X-retning
Test 3	T3-L2-Z	Geofon	Y-retning
Test 3	T3-L1-P	Hydrofon	X-retning

Normalt er man interessert i den kombinasjonen som gir minst støy, men for oppgaven er det av interesse at dispersjonskurven vises best mulig siden det gjør sammenligningen med den teoretiske modellen lettere.

P-bølgehastigheten beregnes ved å finne stigningstallet til den røde linjen i figur 13 på følgende måte

$$V_p = \frac{dx}{dt} = \frac{750}{0.3065} = 2447 \text{ m/s}, \quad (25)$$

der dx er endring i offset og dt er endring i tid.

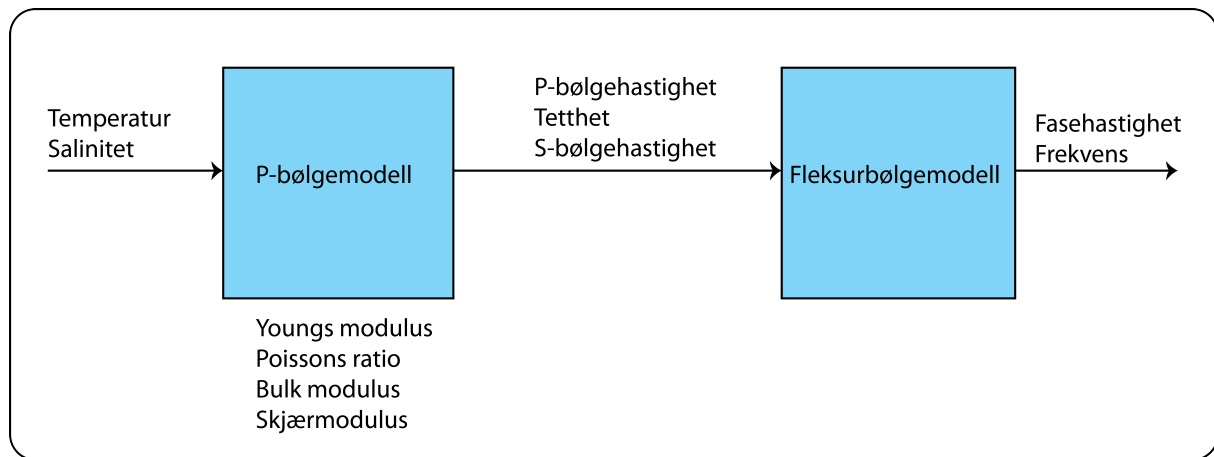


Figur 13: Den røde linjen markerer P-bølgen med hastighet på 2447 m/s. Luftbølgen vises som en lineær nedadgående sterk linje nede til venstre i bildet med fleksurbølgen under der igjen.

3.2 P-bølgemodell

Volumberegningene til Cox og Weeks (1983) brukes for å beregne tetthet, og sammen med beregninger av de elastiske egenskapene til isen beregnes P-bølgehastigheten.

Figur 14 viser hvilke input som brukes i modellene. Input i P-bølgemodellen er S_i og T , og output er V_p , V_s og ρ . I tillegg beregner modellen Youngs modulus (E), Poissons forhold (ν), bulk modulus (K) og skjær modulus (μ). De tre førsnevnte brukes som input i fleksurbølgenmodellen.



Figur 14: Input i P-bølgemodellen er salinitet (S_i) og temperatur (T). P-bølgemodellen gir P-bølgehastighet (V_p), tetthet is (ρ) og S-bølgehastighet V_s som videre brukes i fleksurbølgenmodellen. P-bølgemodellen beregner også Youngs modulus, Poissons forhold, bulkmodulus og skjærmodulus. Fra fleksurbølgenmodellen får man fasehastighet og frekvens.

For å lage en modell av P-bølgehastigheten er det nødvendig å kjenne relative volumandeler luft (V_a), saltvann (V_b), is (V_i) og salt (V_{sa}) i isen.

I modellen brukes notasjonene m , V og ρ for masse, volum og tetthet, med indekser i , a , b , sa og ss for is, luft, saltvann (brine), salt (både oppløst og fast) og fast salt.

Modellen baserer seg på tabell 3 som man også finner igjen i Cox og Weeks (1983). Temperaturintervallet modellen gjelder for er $-30^\circ\text{C} \leq T \leq -2^\circ\text{C}$ med temperatursteg på 2°C . $T = -2^\circ\text{C}$ er øvre grense siden frysepunktet til havvann ligger i underkant av dette. $T = -30^\circ\text{C}$ er nedre grense siden variasjoner i temperaturer under -30°C gir liten endring.

Første kolonne i tabell 3 er saliniteten til saltvannet i isen, gitt ved

$$S_b = \frac{m_{sa}^b}{m_b}, \quad (26)$$

der m_{sa}^b er mengde oppløst salt i saltvannet, og m_b er mengde saltvann. g er forholdet mellom fast salt og salt oppløst i vann, gitt ved

$$g = \frac{m_s^{ss}}{m_{sa}^b}. \quad (27)$$

Forholdet mellom fast salt og saltvann (C) er gitt ved

$$C = \frac{m_{ss}}{m_b}, \quad (28)$$

hvor m_{ss} er mengde fast salt og m_b er mengde saltvann. Funksjonene $F_1(T)$, $F_2(T)$ er gitt ved

$$F_1(T) = \rho_b S_b (1 + g), \quad (29)$$

og

$$F_2(T) = \left((1 + C) \frac{\rho_b}{\rho_i} - \frac{C \rho_b}{\rho_{ss}} \right) - 1, \quad (30)$$

hvor ρ_b er tetthet til saltvannet, ρ_i er tettheten til isen, og ρ_{ss} er tetthet til det faste saltet.

Tabell 3: Verdier for S_b , g , C , $F_1(T)$ og $F_2(T)$ for ulike temperaturer, (Cox og Weeks, 1983).

Temperatur	S_b (‰)	$k \cdot 0.001$	$C \cdot 0.001$	$F_1(T)$ [Mg/m^3]	$F_2(T)$
- 2	37.6	0	0	38.731	0.123
- 4	70.6	0.554	0.148	74.662	0.151
- 6	99.8	1.050	0.387	107.876	0.177
- 8	126.5	1.400	0.660	139.441	0.199
- 10	142.8	55.277	18.256	167.865	0.222
- 12	157.6	84.141	30.493	192.378	0.240
- 14	171.5	97.627	38.421	214.143	0.256
- 16	184.4	106.330	44.952	234.033	0.271
- 18	197.0	112.570	50.808	253.588	0.284
- 20	209.9	118.078	56.851	274.074	0.298
- 22	222.6	123.090	63.015	294.496	0.312
- 24	230.5	509.787	217.168	412.236	0.394
- 26	232.7	1312.694	537.697	638.433	0.556
- 28	234.1	2065.827	842.341	852.171	0.708
- 30	235.6	2685.708	1098.887	1032.102	0.836

Videre beregnes de relative volumene til bestandelene is (V_i), salt (V_{sa}), saltvann (V_b) og luft (V_a), men for å finne volumandeler må først massen for hver bestandel beregnes.

Saliniteten i is (S_i) finnes ved uttrykket

$$S_i = \frac{m_{sa}}{M}, \quad (31)$$

Masse (M) er satt til 1000, som er nødvendig for å kunne finne relative mengder.

m_{sa}^b er mengde salt oppløst i saltvannet,

$$m_{sa}^b = \rho_b V_b S_b, \quad (32)$$

og mengde saltvann (m_b) er gitt i likning 26.

S_b finner man i tabell 3. Volumet til saltvannet avhenger av S_i og S_b , samt tettheten til saltvannet (ρ_b) og er gitt ved

$$V_b = \frac{M S_i}{\rho_b S_b} \left(\frac{1}{1+g} \right), \quad (33)$$

Hvor $\rho_b = 1+0.0008S_b$ og g hentes i tabell 3.

Volum fast salt (V_{sa}) er proporsjonal med massen til saltvannet og avhengig av temperatur. $m_{ss} = C m_b$, og relativt volum salt er gitt ved

$$V_{sa} = \frac{C \rho_b V_b}{\rho_s}. \quad (34)$$

Massen is $m_i = M - m_b - m_{ss}$, og det relative volumet er gitt ved

$$V_i = \frac{\rho}{\rho_i} - (1+C) \frac{\rho_b}{\rho_i} V_b, \quad (35)$$

der $\rho_i = 0.917 - (1.403e - 4)T$, der både temperatur og C hentes i tabell 3.

Videre er relativt volum luft gitt ved

$$V_a = V \left(1 - \frac{\rho}{\rho_i} + \frac{V_b}{V} \left[(1+C) \frac{\rho_b}{\rho_i} - C \frac{\rho_b}{\rho_{sa}} - 1 \right] \right). \quad (36)$$

For førsteårsis ser man bort fra massen til luft i porene (Cox og Weeks, 1983), siden luftvolumet først og fremst er betydelig i gammel is over vann der drenering har skjedd (Timco og Weeks, 2010). Modellen ser derfor på tilfeller der luftvolumet (V_a) = 0, dermed må m_a settes til en verdi som gjør at $V_a = 0$.

Når de relative volumandelene er beregnet undersøkes variasjoner av salinitet ved forskjellige temperaturer. Det gjøres ved å endre S_i samtidig som man bruker verdiene fra tabell

3.

Tetthet er gitt ved

$$\rho = m_a \rho_a + m_b \rho_b + m_i \rho_i + m_{ss} \rho_{ss}. \quad (37)$$

Bestanddelene i isen har ulike tettheter som tabell 4 viser. Tetthet til saltvann avhenger av saliniteten til saltvannet, og tettheten til is avhenger av temperaturen. Tettheten til luft og fast salt er også påvirket av temperatur, men siden luft ses bort fra settes tettheten til 0.001225 Mg/m³ som gjelder ved 15°C. Salttettheten er gitt i Cox og Weeks (1983) og antas å være konstant på 1.5 Mg/m³, dette utgjør en feilkilde.

Tabell 4: Tabellen viser tetthet for de ulike bestanddelene som brukes i modellen.

Bestanddel	Tetthet, (Mg/m ³)
Saltvann	$1 + 0.0008S_b$
Luft	0.001225
Is	$0.917 - (1.403 \cdot 10^{-4})T$
Salt	1.500

S_b og T hentes fra tabell 3.

Youngs modulus (E) beregnes med likning 4, Poissons forhold (ν) er gitt i likning 2. Bulk modulus og skjær modulus beregnes med henholdsvis likning 5 og 6.

Dermed er alle nødvendige parametre for å finne V_p beregnet. For store bølgelengder finner man V_p ved å bruke likning 22 som avhenger av E , ν og ρ .

Ved å variere salinitet (S_i) samtidig som verdiene i tabell 3 brukes, undersøkes det hvordan S_i og T påvirker P-bølgehastigheten (V_p) og tetthet (ρ).

3.3 Fleksurbølgemodell

I Matlab konstrueres en modell som tar utgangspunkt i metoden beskrevet av Press og Ewing (1951). Modellen undersøker tilfellet der bølgelengden er stor i forhold til istykkelsen ($2H$) ved å bruke uttrykket for fasehastighet som gitt i likning 20.

Det er fem input i likningen, P-bølgehastighet (V_p), istykkelse ($2H$), isens tetthet (ρ), vannets tetthet (ρ_{vann}) og S-bølgehastighet (V_s).

V_p og ρ hentes fra P-bølgemodellen, V_s er gitt ved

$$V_s = \frac{V_p}{\sqrt{3}}, \quad (38)$$

ρ_{vann} antas å være = 1.000 Mg/m³, og istykkelse ble målt under innsamlingen til 80 cm. Modellen beregner hvordan fasehastigheten (c) endres ved varierende vinkelfrekvens (ω). Likning 20 gir forholdet mellom c og k , men for å se på dispersjonen med c mot den lineære frekvensen f som måles i Hz, må det gjøres om fra k til f . Det gjøres med likning 7 som settes inn i likning 39 slik at

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{ck}{2\pi}. \quad (39)$$

Dermed kan man studere fasehastigheten som en funksjon av frekvensen.

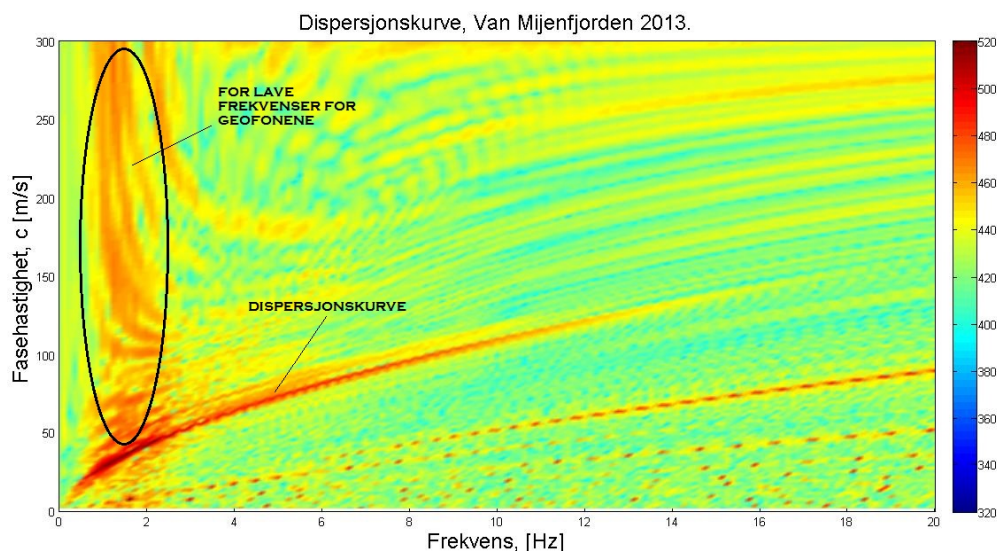
3.4 Reelle data

Matlab brukes for å studere dataene innsamlet på Van Mijenfjorden. Fasehastighet mot frekvens ses i figur 15 og fargeforskjellene viser ulikheter i decibel, gitt på skalaen til høyre.

Figuren fremstilles ved at segy-filene leses inn i Matlab. Videre brukes et båndpassfilter for å fjerne frekvenser over 100 Hz, før signalet resamples til 4 millisekund. Filteret er et 0-fasefilter av typen Ormsby, med hjørnefrekvenser 0, 1, 100 og 125 Hz. Videre skaleres det med avstand og tid.

De lave frekvensene blir forsterket ved at trasene integreres, slik at man får et faseskifte og dataene kan summeres over avstand. Videre finnes amplituden fra summasjonen før det legges til hvit støy og gjøres om til decibel. Dette gir figur 15.

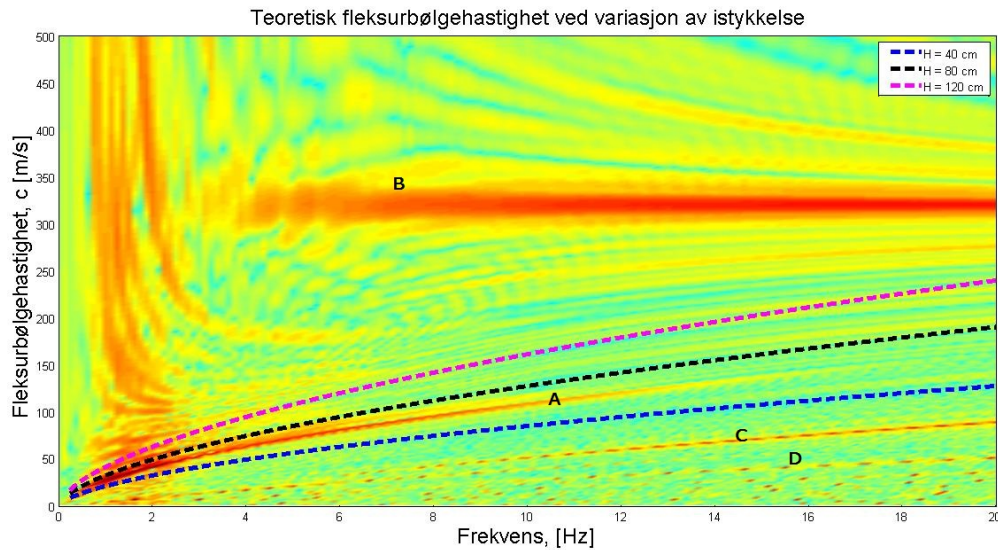
På frekvenser lavere enn 2 Hz ses et stort rødt område som strekker seg fra topp til bunn til venstre på bildet. Dette kommer av at geofonene som brukes er 15 Hz-geofoner og disse har problemer med å gjøre registreringer på frekvenser lavere enn 2 Hz. Fargeskalaen til høyre i figuren viser forskjellen i decibel mellom de ulike frekvensene og fasehastighetene. Verdiene på skalaen er mindre viktig og brukes ikke videre i oppgaven.



Figur 15: Den kraftige røde linjen som starter i $(0,0)$ og går opp mot høyre er dispersjonskurven til fleksurbølgen. Det røde området til venstre kommer av at geofonene ikke gjør gode registreringer på så lave frekvenser.

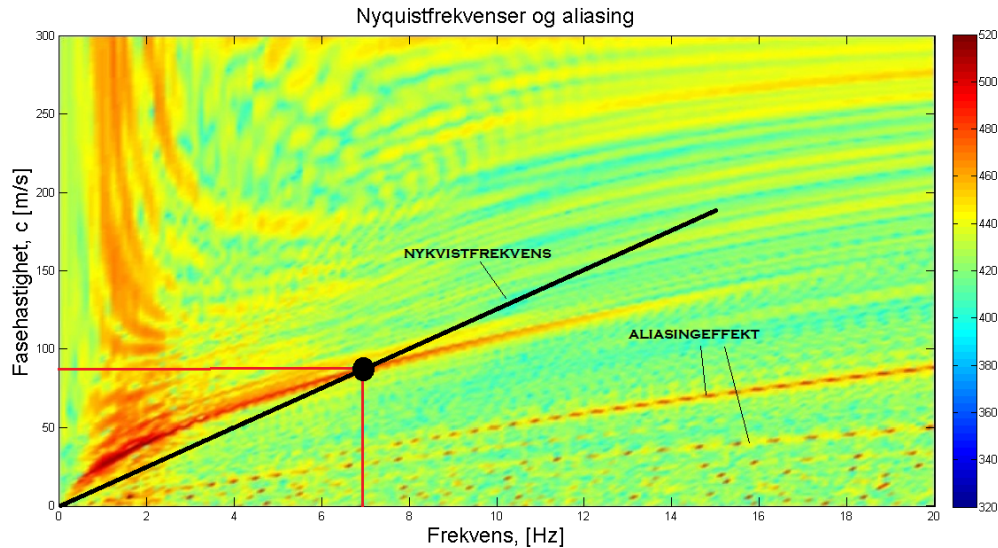
Figur 16 viser flere røde områder der den mest fremtredende er det horisontale merket B som strekker seg fra 4 Hz til 20 Hz litt over midten, det er luftbølgen med konstant hastighet på omtrent 330 m/s. Nede i venstre hjørne ser man en rød strek som går opp mot høyre merket A. Dette er dispersjonskurven der c er avhengig av ω/k og varierer med ulike frekvenser. Flere linjer litt lavere nede mot høyre er merket C og D. Heller ikke for disse er hastigheten konstant, men øker når frekvensen øker.

For å avgjøre hvilken av disse linjene som er fleksurbølgen brukes elimineringsmetoden. Med teoretiske dispersjonskurver for 3 ulike tykkelser kan det med elimineringsmetoden bestemmes om A, C eller D er den reelle kurven. Den blå linjen representerer en istykkelse på 40 cm, den sorte 80 cm og den lilla 120 cm. C og D ligger begge lavere enn den blå, som tilsier at dersom en av disse er den reelle dispersjonskurven må istykkelsen være mindre enn 40 cm. Fra målinger vet man at istykkelsen var i underkant av 80 cm dermed kan C og D utelukkes og A er dermed hovedkurven.



Figur 16: Figuren viser **A)** dispersjonskurve, **B)** Luftbølge, **C, D)** aliaseffekter. De tre linjene representerer teoretiske dispersjonskurver ved 40, 80 og 120 cm istykkelse.

C og D kan forklares av aliasing siden frekvensene overstiger Nyquist-frekvensen som figur 17 viser. Dette inntreffer ved 7 Hz der den sorte linjen krysser dispersjonskurven. Disse kurvene viser en tilsynelatende for lav hastighet grunnet aliasing.



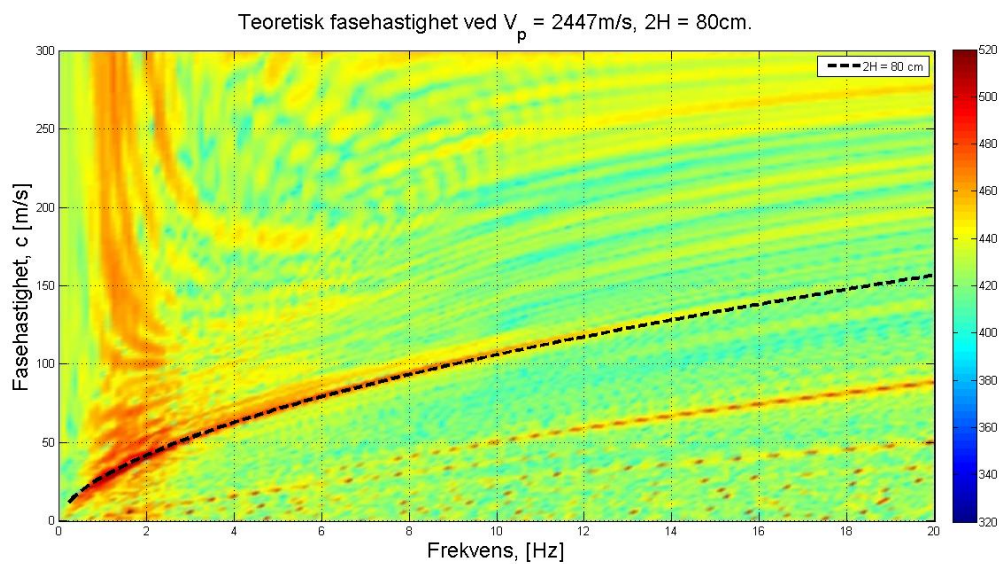
Figur 17: Aliasingeffekter oppstår ved frekvenser over ca 7 Hz, der den sorte linjen (Nyquist) skjærer hovedkurven.

Ved å variere mottakerlinjer fra tabell 2 med ulike skudd fra tabellene 17 - 19, kan dataene studeres på en effektiv måte for å avgjøre hvilken geometri som gir den kraftigste fleksurbølgen.

3.5 Sammenligning av modell med reelle data

For å se hvordan modellene stemmer med de innsamlede dataene lages en teoretisk dispersjonskurve med input P-bølgehastighet (V_p) = 2447 m/s og istykkelse ($2H$) = 80 cm fra innsamlingen, S-bølgehastighet (V_s) fra likning 38 og tetthet (ρ) = 0.920 Mg/m³.

Figur 18 viser at den teoretiske sorte linjen sammenfaller godt med den reelle dispersjonskurven.



Figur 18: Figuren sammenligner teoretisk og reell dispersjon. $V_p = 2447$ m/s og istykkelse er 80 cm for den teoretiske kurven.

4 Effekter av isens egenskaper og innsamlingsgeometri

Dette kapittelet inneholder resultatene av modelleringen gjort med de to hastighetsmodellene beskrevet i kapittel 3. Det inneholder også en oversikt over hvordan kilde- og mottakergeometri påvirker styrken på fleksurbølgen.

Det er i hovedsak fire hovedpunkter som undersøkes her:

1. Hvordan endringer i innsamlingsoppsett påvirker styrken på fleksurbølgen.
2. Hvordan tetthet og P-bølgehastighet påvirkes av endringer i temperatur og salinitet, og sammenligner med data.
3. Hvordan endringer i istykkelse, temperatur og salinitet påvirker dispersjonen og sammenligner med data.
4. Hvorfor modellene gir ulike resultater.

Først undersøkes det geometriske oppsettet, med mål å undersøke hvilke kombinasjoner av kilder og mottakere som registrerer mest støy. En oversikt over kilder finnes i tabell 17 - 19 og linjer i tabell 2.

P-bølgemodellen beregner først tetthet som videre brukes for å beregne P-bølgehastighet. Fleksurbølgemodellen bruker P-bølgehastighet og tetthet for å finne dispersjonen av fleksurbølgen, og ved å endre temperatur og salinitet i P-bølgemodellen påvirkes også dispersjonen.

Sist i kapittelet undersøkes det hvorfor P-bølgemodellen og fleksurbølgemodellen gir ulike resultater.

4.1 Innsamlingsgeometri

Figur 18 viser et eksempel på en reell dispersjonskurve. I dette delkapittelet skal ulike kilde- og mottakerkombinasjoner undersøkes for å se hvilken kombinasjon som gir den tydeligste dispersjonskurven, og det lages derfor lignende figurer for ulike skudd og linjer.

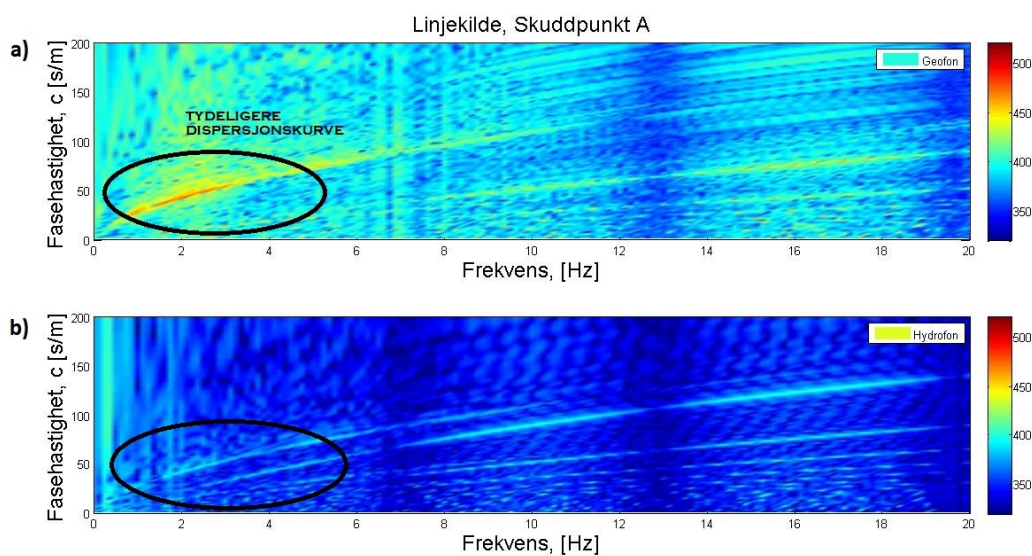
Det er normalt av interesse å dempe eller fjerne fleksurbølgen siden den anses som støy, men siden oppgaven sammenligner en teoretisk modell med reelle data er det ønskelig at denne kurven vises tydeligst mulig i figurene.

Først undersøkes det om geofoner eller hydrofoner registrerer mest støy. Figur 19a viser linjekilde og geofoner og 19b linjekilde og hydrofoner. Figur 20 viser det samme men her er

kilden et punkt. Begge figurene viser at ved bruk av geofoner får man den tydeligste dispersjonskurven, og sammenligner man de to figurene ser man at figur 20 gir en tydeligere kurve enn figur 19 når man sammenligner bildene for geofoner.

Tabell 5: Figur 19 er laget med dette oppsettet. Samme skuddpunkt, kildetype og ladning, men mottakere er enten geofoner eller hydrofoner (1 m vanddyb).

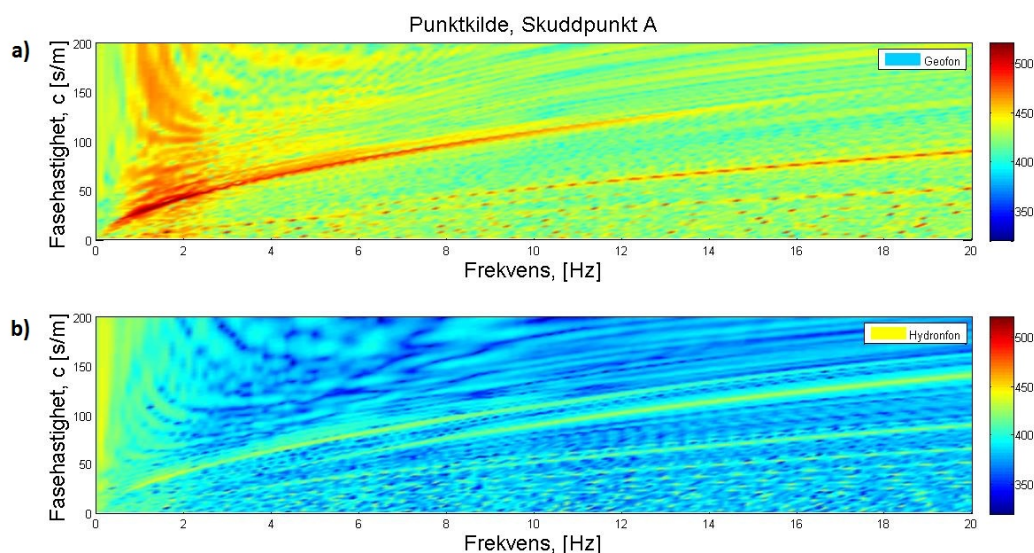
FFID	Linje
101	T1-L1-Z
101	T1-L1-P



Figur 19: Figuren viser at det registreres mest støy på geofoner (a) sammenlignet med hydrofoner (b). Kilden er en linjekilde og hydrofonene er på 1 m vanddyb.

Tabell 6: Figur 20 er laget med dette oppsettet. Samme skuddpunkt og ladning, men mottakere er geofoner eller hydrofoner.

FFID	Linje
107	T1-L1-Z
107	T1-L1-P



Figur 20: Figuren viser at det registreres mest støy når mottakere er geofoner (a). Hydrofonene er også her på 1 m dyp, men kilden er punktkilde.

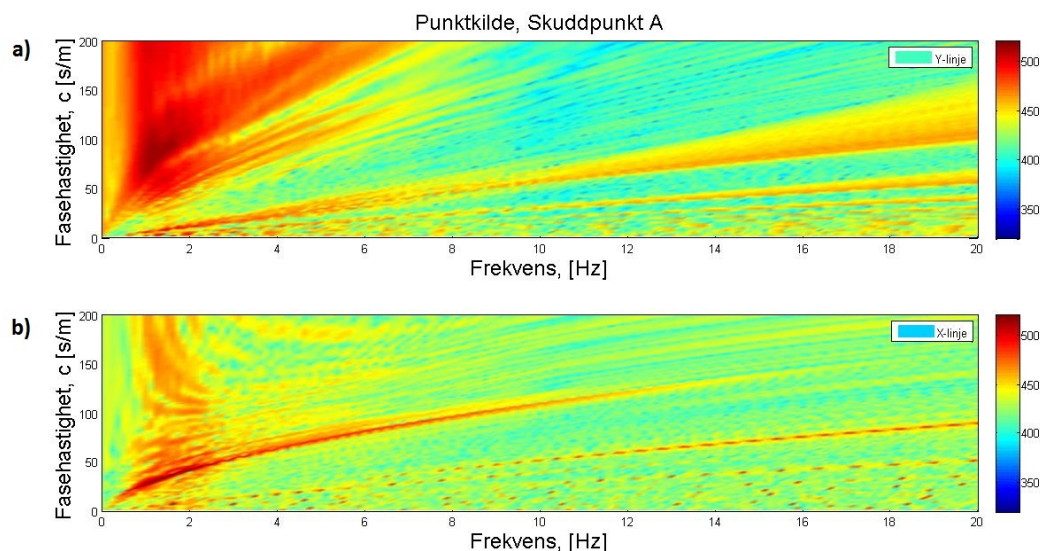
Tabell 7: Figur 19 og 20 oppsummerer det figurene 19 og 20 viser.

	Mest støy
Kildeoppsett	Punktkilde
Mottakertype	Geofon

Videre undersøkes det om skuddretningen har betydning. Fra resultatene i de forrige figurene brukes punktkilde i punkt A og mottakere er geofoner. Det undersøkes hvordan dispersjonskurvene blir når linjemottakere ligger i X og Y retning. Figur 21 viser at X-linjen registrerer den tydeligste kurven. Årsaken er at på X-linjen treffer bølgefronten hver mottaker ved ulike tider, mens på Y-linjen treffer bølgefronten vinkelrett på mottakerlinjen, og treffer derfor flere geofoner samtidig. Dermed vises ikke noen tydelig dispersjonskurve når geofonene ligger vinkelrett på skuddet.

Tabell 8: Figur 21 er laget med dette oppsettet. Samme skuddpunkt og ladning, men ulike linjer.

FFID	Linje
107	T1-L1-Z
107	T1-L2-Z

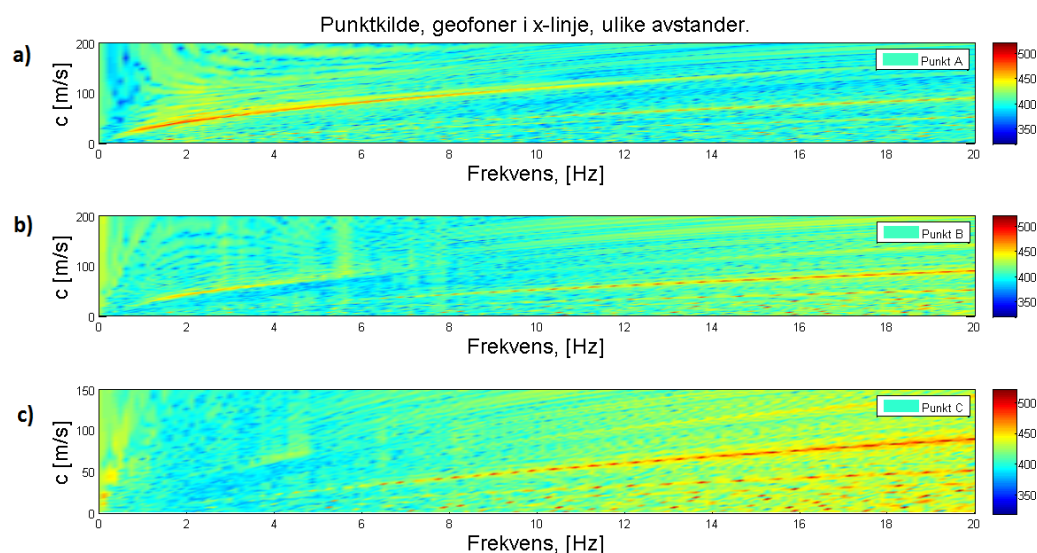


Figur 21: Figuren viser at dispersjonskurven er mest tydelig i X-retning (b). Skuddpunkt A, punktkilde og geofoner er brukt.

Det neste som undersøkes er om offset er av betydning for styrken til fleksurbølgen. Derfor sammenlignes skudd A, B og C som ligger henholdsvis 400, 900 og 1400 m fra O (sentrum). Figur 22 viser at skuddpunkt A (figur 22a) viser den tydeligste dispersjonskurven, altså har offset betydning.

Tabell 9: Figur 22 er laget med dette oppsettet. Samme linje og ladning, men ulike skuddpunkter.

FFID	Linje
109	T1-L1-Z
209	T1-L1-Z
309	T1-L1-Z



Figur 22: Når kilden er plassert i skuddpunkt A (a), blir støyen kraftigst. Skuddpunkt B (b) og C (c) har større offset, og bølgen er derfor mer dempet når den ankommer mottakergeofonene.

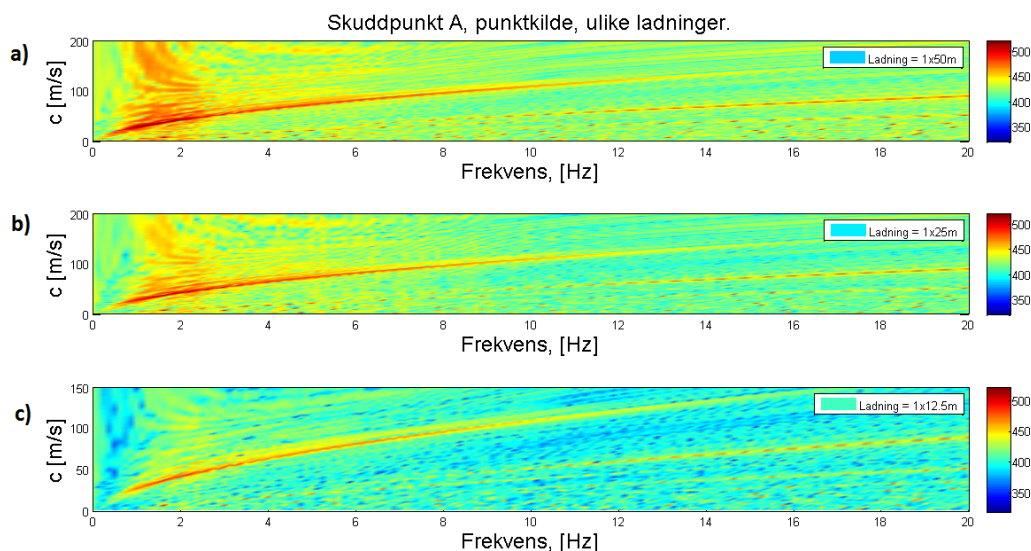
Tabell 10: Figur 19, 20, 21 og 22 viser at dette oppsettet gir mest støy.

	Mest støy
Kildeoppsett	Punktkilde
Mottakertype	Geofon
Skuddretning	Ikke vinkelrett
Offset	Lite

I innsamlingen ble det også testet ulike ladninger i de ulike punktene. Det brukes derfor det beste oppsettet man har kommet frem til så langt, gitt i tabell 10. Figur 23a viser at den kraftigste ladningen (1x50 m) gir mest fleksurell støy, altså er ladningen av betydning.

Tabell 11: Figur 23 er laget med dette oppsettet. Samme linje og skuddpunkt men ulike ladninger.

FFID	Linje
107	T1-L1-Z
108	T1-L1-Z
109	T1-L1-Z

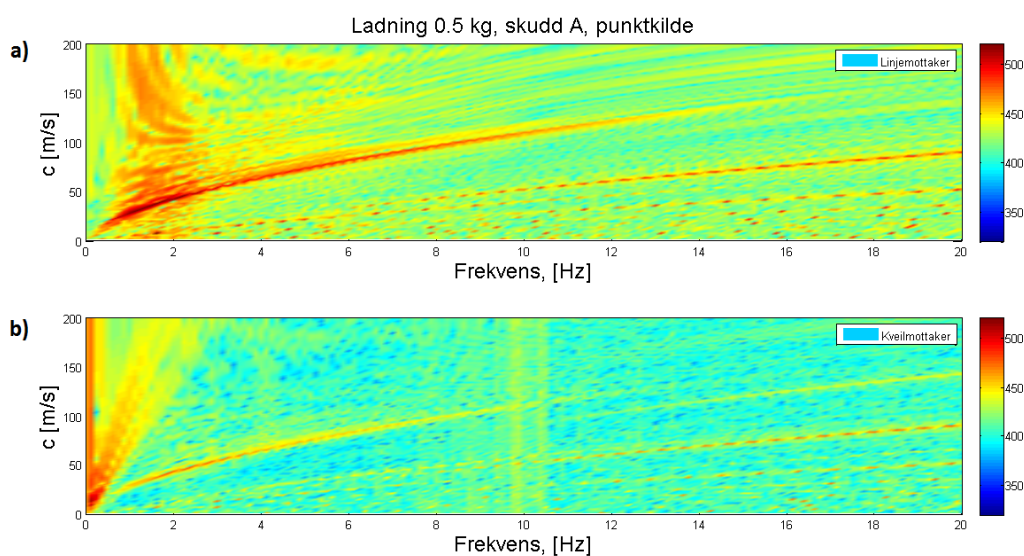


Figur 23: Figuren viser hvordan en punktkilde i skuddpunkt A gir ulik støy avhengig av størrelsen på ladningen. Størst ladning gir mest støy (a) der ladningen er 1x50 m lunte. b) og c) viser ladning på henholdsvis 1x25 m og 1x12.5 m lunte.

Det neste som undersøkes er dersom mottakere ligger i linje eller kveil. Figur 24 viser at mottakere lagt i en linje (24a) registrerer mer støy enn dersom mottakerne er lagt i et punkt (24b).

Tabell 12: Figur 24 er laget med dette oppsettet.

FFID	Linje
109	T1-L1-Z
2102	T3-L1-Z

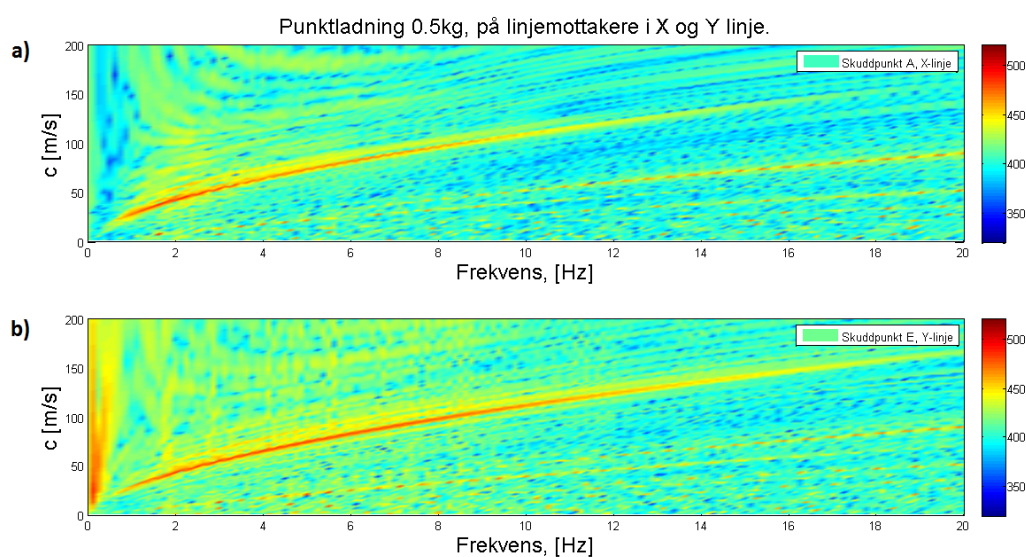


Figur 24: Det registreres mest støy i a) der mottakergeofonene ligger i linje. b) viser dispersjonen når geofonene kveilet opp til et punkt.

Videre sammenlignes skudd A i X-retning og skuddpunkt E i Y-retning. Skuddene har samme oppsett, ladning, offset og geometri. Forskjellen er at de er vinkelrette på hverandre og møtes midt på mottakerrekken. Intuitivt forventes det samme resultat, men figur 25 viser tilsynelatende ulike resultater. Det ser ut til at skuddpunkt E og Y-linje gir mest støy, og grunnen kan være at isens tykkelse varierer i de ulike retningene, 74-79 cm i X retning og 75-77 cm i Y-retning. En annen årsak kan være at geofonene var påvirket av ulike vindretninger.

Tabell 13: For å lage figur 25 brukes følgende FFID og linjer.

FFID	Linje
109	T1-L1-Z
509	T1-L2-Z



Figur 25: a) Skuddpunkt A i X-retning eller b) skuddpunkt E i Y-retning. Ulikheter kan skyldes blant annet vindretning eller varierende istykkelse.

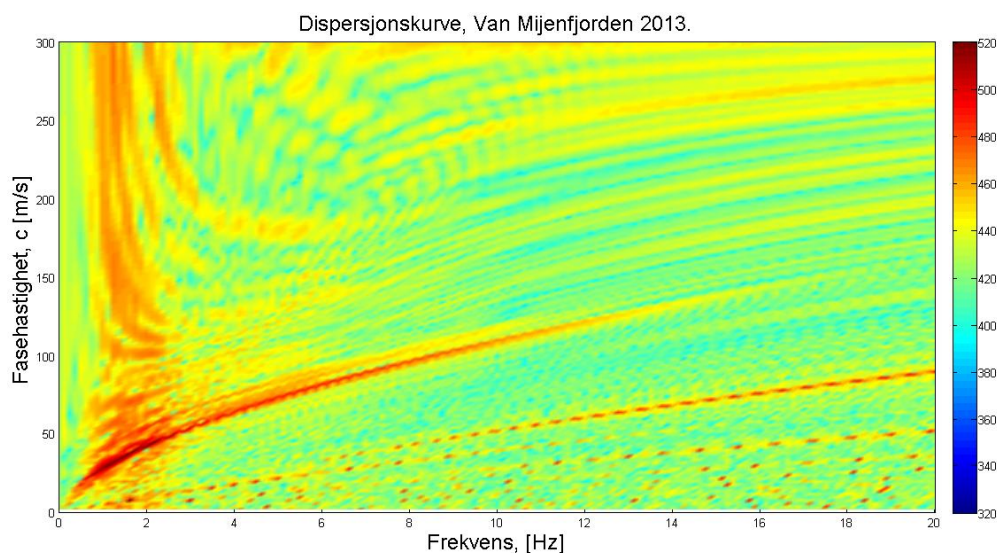
Tabell 14 oppsummerer hva figurene i dette delkapittelet viser. Mest støy skapes når kilden er en punktkilde, er nærmest mottakerne og har størst mulig ladning. Mottakere må være geofoner, og disse legges som en linje, de kan heller ikke ligge vinkelrett på skuddet.

Tabell 14 viser resultatene fra figur 19 - 25.

Tabell 14: Resultatene fra figurene 19 - 25 gir at dette oppsettet gir mest registrert støy.

	Mest støy
Kildegeometri	Punkt
Mottakertype	Geofon
Skuddretning	Ikke vinkelrett
Offset	Lite
Ladning	Stor
Mottakergeometri	Linje

Med dette oppsettet får man figur 26 som gir den tydeligste dispersjonskurven og som brukes for å sammenligne den teoretiske modellen med de reelle dataene. Denne er identisk til figur 21b.



Figur 26: Oppsettet i tabell 14 gir dette bildet med mest støy, og det skal senere brukes for sammenligning med den teoretiske modellen.

4.1.1 Oppsummering

Ulike oppsett av kilder og mottakere har stor effekt på styrken til fleksurbølgen.

- Det er intuitivt at stor ladning og lite offset medfører større vibrasjoner i isen. En større ladning fører til større partikkelbevegelse i isen, og isen vibrerer derfor mer nært kilden.
- Figurene 19 og 20 viser at geofoner registrerer mer støy enn hydrofoner.
- De samme figurene viser også at når kilden er kveilet sammen til et punkt gir det mer støy enn når kilden er strukket ut i en linje.
- Linjemottakere registrerer mer støy enn mottakere kveilet sammen til et punkt.

- Den tydeligste dispersjonskurven oppstår ved bruk av punktkilde, mottakerlinje, geofon, lite offset og stor ladning.
- Det ses bare på kilder oppå isen og mottakere er enten geofoner plassert oppå isen eller hydrofoner på 1 m vanddyp. Det undersøkes kun på hvor kraftig dispersjonen er ved ulike kombinasjoner av skudd og linjer, det sies ingenting om forholdet mellom signal og støy (SnR) som er vel så viktig når det kommer til datakvaliteten.

Innsamlingsgeometri og oppsett påvirker hvor mye støy som registreres. Det er ikke sett på hvilket oppsett som gir minst registrert støy, men det antas at forskjellen er stor.

4.2 P-bølgehastighet

Resultatene i dette kapittelet er funnet ved å bruke P-bølgemodellen som beskrives i kapittel 3.2. Det ses først på hvilken effekt T og Si har på tettheten (ρ) før det undersøkes hvordan de samme faktorene påvirker V_p . Siden V_p avhenger direkte av ρ er det sammenheng mellom disse resultatene.

Saliniteten begrenses til 10 ‰ siden tidligere undersøkelser målte saliniteten til 4-8 ‰ og gjennomsnittssaliniteten i havet er 4-6 ‰.

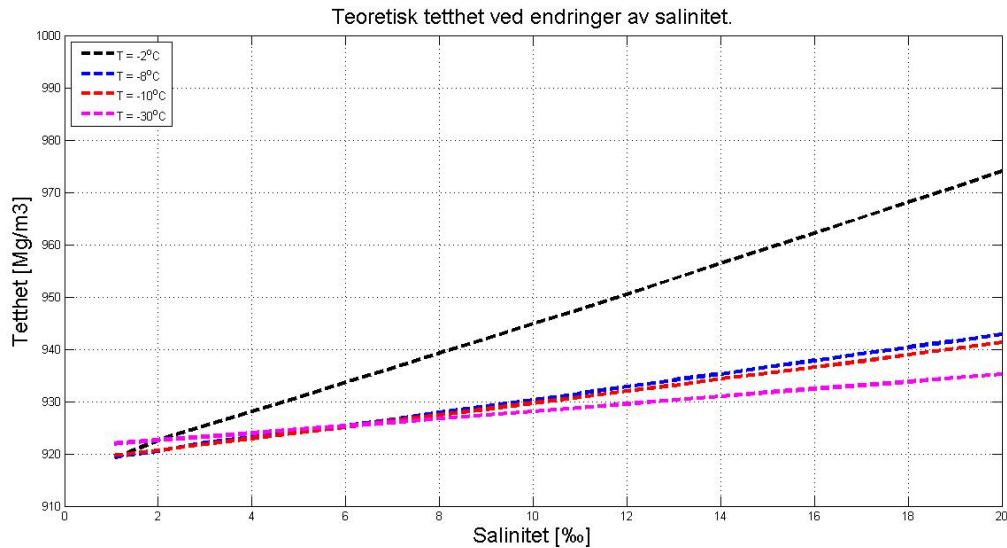
I kapittel 2.1.3 beskrives flere ulike typer salinitetsprofiler og det vises at saliniteten varierer gjennom iskolonnen. Modellen tar ikke høyde for denne variasjonen og bruker bare en verdi for salinitet, og ved sammenligning med reelle data ses det på om resultatet modellen gir er sannsynlig eller ikke.

Temperaturintervallet som undersøkes er $-30^\circ\text{C} \leq T \leq -2^\circ\text{C}$, og som for salinitet bruker modellen bare en verdi for temperatur, selv om kapittel 2.1.1 beskriver at også temperaturen varierer gjennom iskolonnen.

4.2.1 Tetthet ved endring i salinitet og temperatur

Tettheten beregnes ut fra de relative volumandelene i isen, beskrevet i kapittel 3.2.

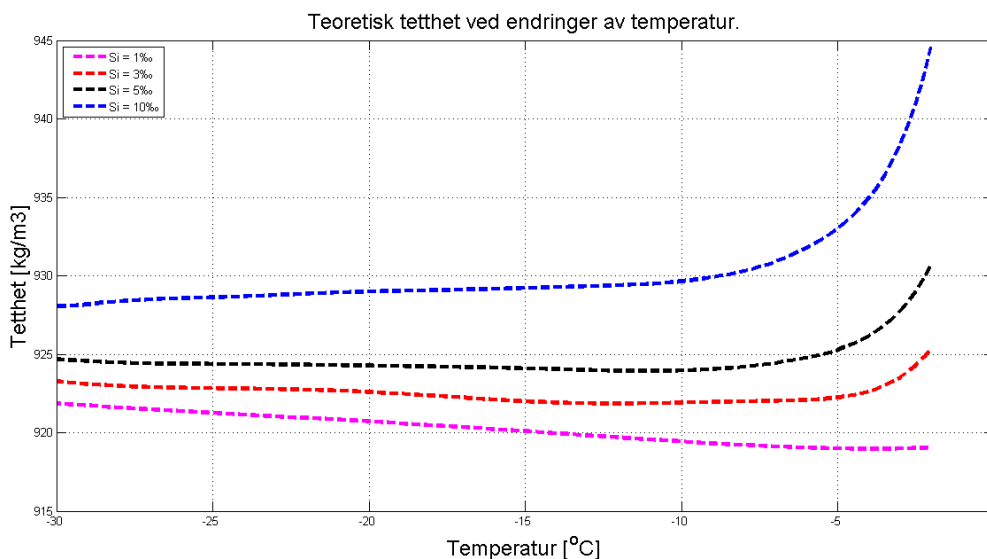
Figur 27 viser tetthetsendringer ved varierende salinitet (Si) og de ulike linjene representerer ulike temperaturer. Man ser at den høyeste temperaturen (sort linje) øker raskere enn de andre lavere temperaturene.



Figur 27: Figuren viser en lineær utvikling av tetthet mot salinitet. Høye temperaturer (sort linje, $T = -2^{\circ}\text{C}$) har brattere linje og derfor en raskere økning i tetthet enn lave temperaturer.

Figur 28 viser tetthetsendringer ved ulike temperaturer, men her er de ulike linjene representert med ulike saliniteter. Figuren viser at tettheten er relativt stabil mellom -30°C og -8°C , for så å øke gradvis når temperaturen går mot -2°C . Denne gradvise endringen blir større nærmere $T = 0^{\circ}\text{C}$.

For lave saliniteter (lilla linje = 1‰) synker tettheten langs hele temperaturintervallet. For saliniteter på 3‰ og 5‰ (rød og sort linje) synker tettheten i intervallet $-30^{\circ}\text{C} \leq T \leq -8^{\circ}\text{C}$ før den øker mot -2°C . Den blå linjen representerer $Si = 10\text{‰}$ og her øker tettheten langs hele temperaturintervallet. Siden salinitet påvirker frysepunktet til vann får man denne motsatte utviklingen for høye og lave saliniteter.



Figur 28: Ved lave temperaturer ($-30^{\circ}\text{C} \leq T \leq -8^{\circ}\text{C}$) er det liten endring i tetthet, men når T går mot -2°C er endringen større. Høy salinitet (blå linje, 10 ‰) gir større endring enn lav salinitet (lilla linje, 1 ‰). Utviklingen er ulik for ulike saliniteter siden saltinnholdet påvirker frysetemperaturen til vannet.

Disse tetthetene er i samsvar med tetthetsmålingene under vannlinjen beskrevet av Timco og Weeks (2010) der tettheten varierte mellom 0.9 Mg/m^3 og 0.94 Mg/m^3 . Den laveste tettheten modellen gir er omtrent 0.919 Mg/m^3 ved $Si = 1 \text{ ‰}$. Grunnen til at modellen ligger i øvre del av intervallet kan være at modellen ser bort fra luft i isen. Det er bare den blå linjen som representerer $Si = 10 \text{ ‰}$ hvor tettheten er høyere enn 0.94 Mg/m^3 , og da kun dersom temperaturen er høy.

Mengden salt i isen påvirker hvor mye saltvann som dannes, og mer salt i isen fører til mer saltvann. Siden saltvann har høyere tetthet enn is, øker isens effektive tetthet ved høyere saltvannsinhold. Den relative andelen saltvann i isen er større ved høye temperaturer, noe som fører til økt tetthet når temperaturen øker.

4.2.2 P-bølgehastighet ved endring i salinitet

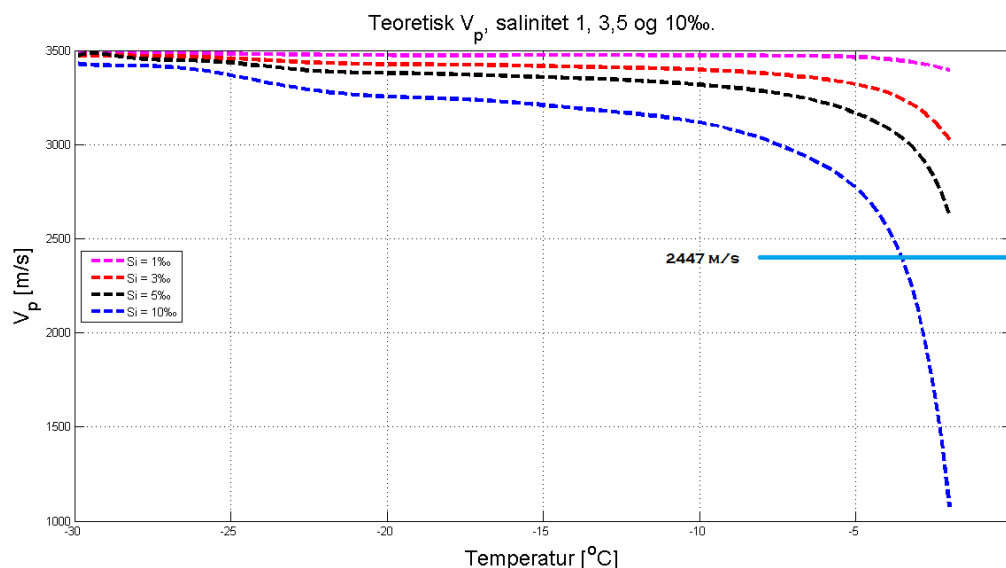
Siden saliniteten påvirker volumandelen av saltvann i isen, påvirker den også tetthet og P-bølgehastighet (V_p).

Figur 29 viser hvordan V_p endres ved ulike temperaturer (T). Når T øker mot -2°C synker V_p , men utviklingen er ikke lineær. Nedgangen er størst nærmest $T = -2^{\circ}\text{C}$.

De ulike linjene representerer saliniteter på 1 ‰ (lilla linje), 3 ‰ (rød linje), 5 ‰ (sort linje) og 10 ‰ (blå linje). Som figur 29 viser gir lave saliniteter (1, 3 og 5 ‰) mindre variasjon i V_p enn høyere saliniteter (10 ‰). Hastigheten er ganske stabil i intervallet

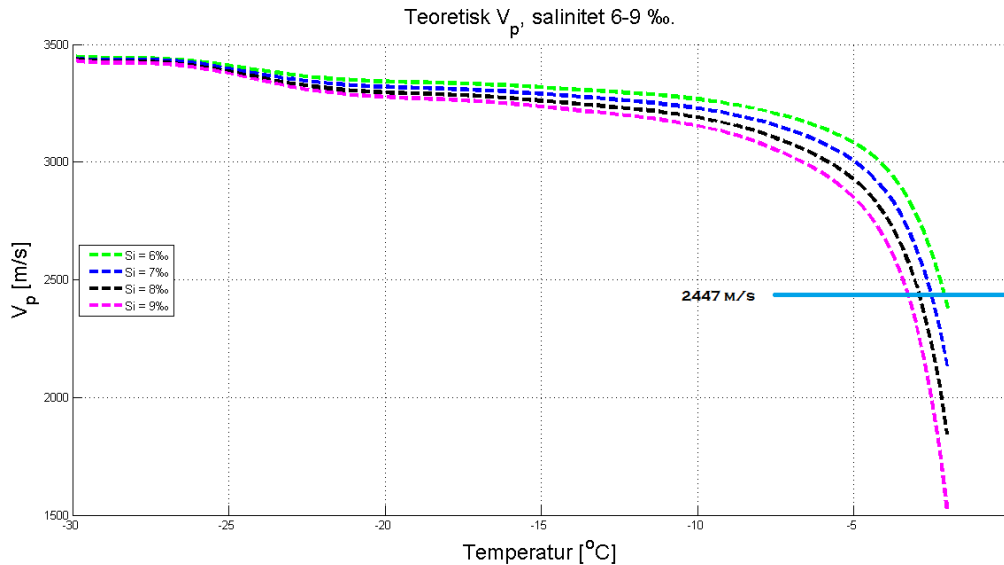
$-30^{\circ}\text{C} \leq T \leq -8^{\circ}\text{C}$, men synker når T går mot -2°C .

Den horisontale blå linjen markerer den reelle hastigheten. Figuren viser også at kun den lilla linjen ($Si = 10\text{‰}$) potensielt gir en hastighet lik den målte på 2447 m/s . Det tyder på at saliniteten under innsamlingen var høyere enn 5‰ .



Figur 29: Ved lave saliniteter (lilla linje, 1‰) er det liten variasjon i P-bølgehastigheten (V_p). For linjene $Si = 3, 5$ og 10‰ synker hastigheten når T går mot -2°C , og endringen blir større nærmere $T = -2^{\circ}\text{C}$.

Figur 29 viser at saliniteten ifølge modellen må ha vært høyere enn 5‰ under innsamlingen. Det ses derfor nærmere på om saliniteten kan anslås nøyaktig. Den horisontale blå linjen i figur 30 representerer den målte hastigheten, og kurvene viser salinitetene 6-9 ‰ . Tilsynelatende gir alle salinitetskurvene potensielt den målte hastigheten. Dersom $Si = 6\text{‰}$ må T være -2°C , men økt salinitet og lavere temperatur gir også den målte hastigheten. Ved $T = -4^{\circ}\text{C}$ må Si være 11‰ . Som man ser er mange kombinasjoner av T og Si mulige.



Figur 30: Saliniteter på 6-9 ‰ gir alle potensielt en hastighet på 2447 m/s dersom $T = -2^{\circ}\text{C}$.

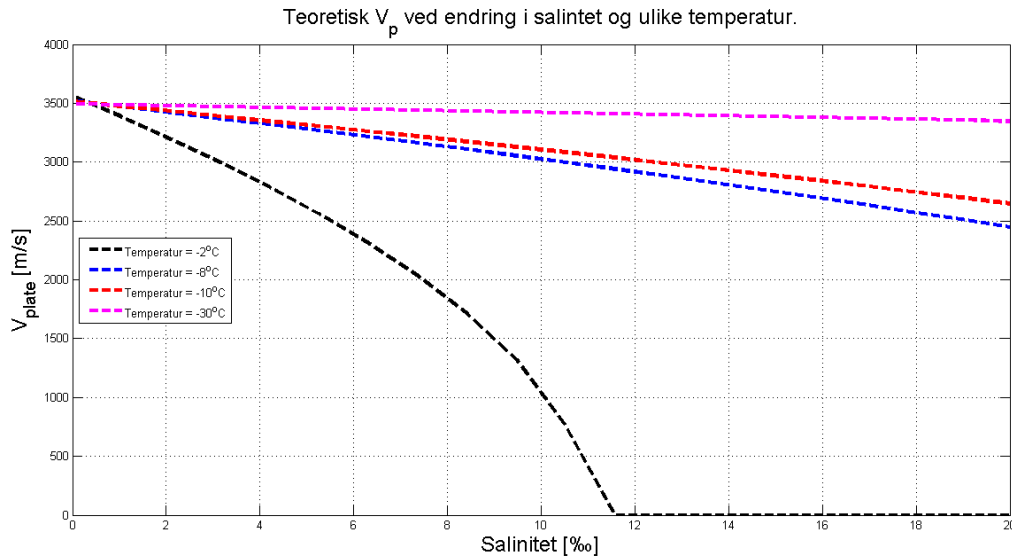
Tidligere salinitetsmålinger av isen på Van Mijenfjorden viste saliniteter på 5-8 ‰ (Høyland, 2009). En salinitet på 6-8 ‰ som i figur 30 er derfor ikke usannsynlig.

V_p fra P-bølge modellen brukes videre som input i fleksurbølge modellen som ser på fasehastigheten (c) og dispersjonen av fleksurbølgen.

4.2.3 P-bølge hastighet ved endring i temperatur

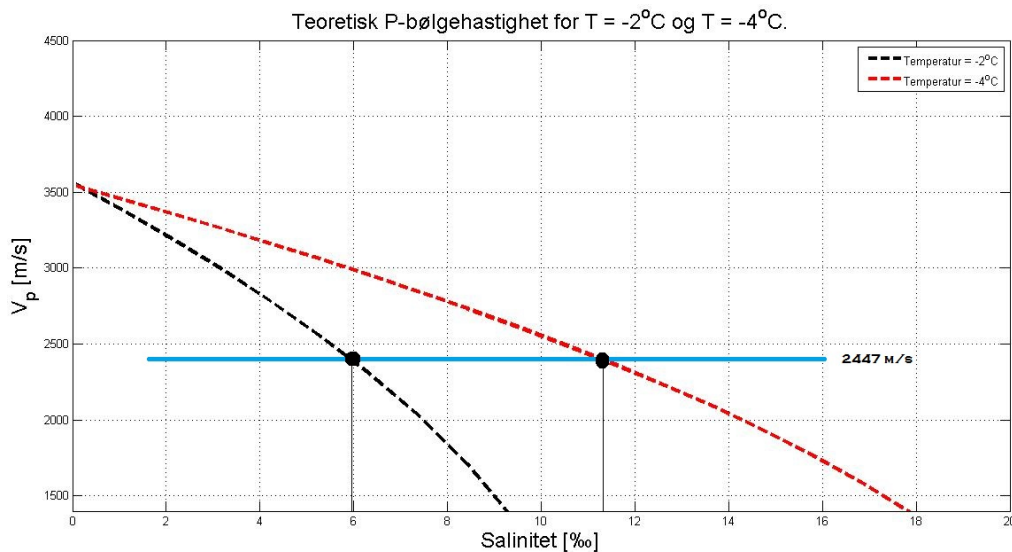
Figur 31 viser V_p som en funksjon av salinitet, og man ser at ved høye temperaturer synker V_p mer enn ved lave temperaturer. Den sorte linjen ($Si = 1$ ‰) synker raskere enn de andre linjene. Når Si når cirka 11.5 ‰, gir ikke P-bølge modellen lengre noen P-bølge hastighet dersom $T = -2^{\circ}\text{C}$.

Figur 30 viser at saliniteter på 6-9 ‰ alle potensielt gir den målte hastigheten, og figur 31 viser at det kun er linjen for $T = -2^{\circ}\text{C}$ som potensielt gir den målte hastigheten. Den blå linjen som representerer $T = -8^{\circ}\text{C}$ gir den målte hastigheten dersom $Si = 20$ ‰, men basert på tidligere målinger av området er det urealistisk høyt for Si . Det betyr at temperaturen må være i øvre del av intervallet $-30^{\circ}\text{C} \leq T \leq -2^{\circ}\text{C}$ for å gi hastigheter i nærheten av den målte.



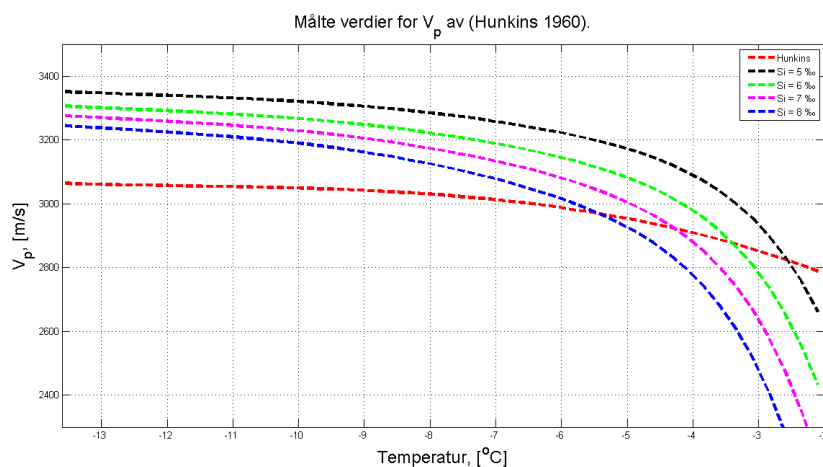
Figur 31: Teoretiske hastighetskurver ved ulike temperaturer og saliniteter. Lave temperaturer (-8°C , -10°C og -30°C) gir relativt liten endring i V_p , men $T = -2^\circ\text{C}$ gir stor nedgang i hastighet når saliniteten øker. Ved $T = -2^\circ\text{C}$ gir ikke P-bølge modellen noen hastighet når $Si = 11.5\text{ ‰}$.

For å anslå temperaturen nærmere viser figur 32 linjene for $T = -2^\circ\text{C}$ og -4°C . Dersom man antar at saliniteten var 6-8 ‰ betyr det basert på figuren at T må ha vært nært -2°C . Flere kombinasjoner av T og Si er mulige, men dersom $T = -4^\circ\text{C}$ må Si være $\approx 11\text{ ‰}$. Fra tidligere målinger er det sannsynlig at 11 ‰ også er for høyt. Dersom $T = -2^\circ\text{C}$ må Si være 6 ‰ for å få den målte hastigheten, det passer godt med salinitetsmålingene til Høyland (2009).



Figur 32: Figuren viser linjene for $T = -2^\circ\text{C}$ og -4°C . Den blå linjen markerer den målte hastigheten. Ved $T = -4^\circ\text{C}$ må Si være $\approx 11\text{ ‰}$ for å gi den målte hastigheten. Ved $T = -2^\circ\text{C}$ må Si være = 6 ‰.

Figur 33 viser målinger fra et studie utført av Hunkins (1960) hvor 3 m tykk pakkis i Arktis ble undersøkt. Isen var under konstant påvirkning av vind og havstrømmer, og disse påvirkningene dannet sprekker, rygger og kjøler i isen. Det ble gjort jevnlige målinger av P-bølgehastigheten (V_p) og de målte hastighetene ses som en rød linje i figur 33. De andre linjene representerer saliniteter på 5-8 ‰ fra P-bølge modellen. Som man ser har disse fire linjene ulik kurving i forhold til den røde, og årsaken til dette kan være at studiet gjorde målinger over en lengre tidsperiode. Som nevnt tidligere endres saliniteten over tid og det betyr at linjen som representerer målingene til Hunkins (1960) består av målinger med flere saliniteter. Dersom saliniteten synker utover i sesongen, samtidig som temperaturen stiger, får man en en mer horisontal linje lik den røde.



Figur 33: Den røde linjen er målingene til Hunkins (1960). De andre linjene representerer teoretiske saliniteter på 5-8 ‰ fra P-bølge modellen. Kurven er ulik på den røde og de andre linjene, og forskjellen kommer av at linjene for 4-8 ‰ forutsetter konstante verdier for salinitet, mens den røde linjen er påvirket av varierende saliniteter.

Studiet fastslår at temperaturen har stor innvirkning på hastighetene, men sier ikke noe om saliniteten. Studiet viste ved $T = -4^\circ\text{C}$ en hastighet på i underkant av 3000 m/s. Modellen gir ved $T = -4^\circ\text{C}$ også 3000 m/s og at saliniteten dermed må være 6 ‰, et ikke urealistisk tall for studiet til Hunkins (1960).

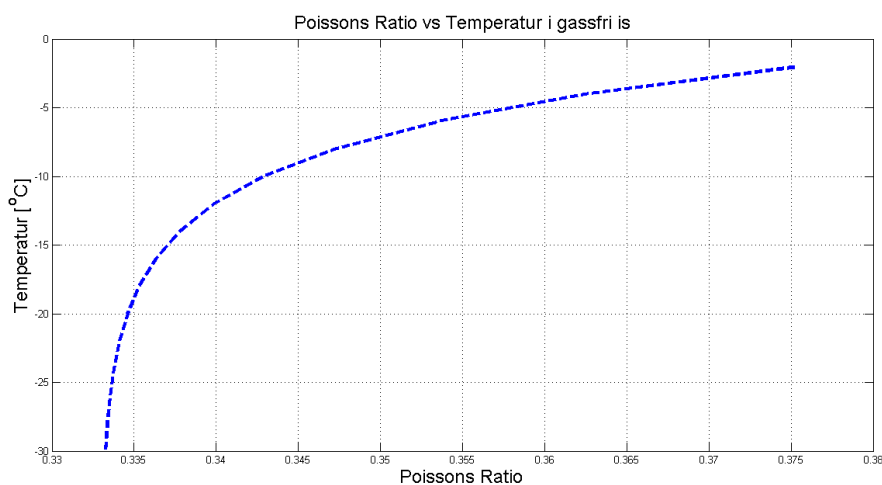
Studiet målte temperaturen ved å ta gjennomsnittet av 4 målinger gjort ved forskjellige dyp i isen. Modellen har ikke tatt høyde for sprekker, rygger og kjøldannelser i isen slik man finner i pakkisen der målingene ble gjort. Modellen tar heller ikke hensyn til at strukturen i isen varierer, slik beskrevet i kapittel 2.1.2. Det kan tenkes at disse sprekke, ryggen og kjølene påvirker P-bølgehastigheten. I følge Kohlen (1974) påvirkes hastigheten av at isens egenskaper varierer i ulike retninger (anisotropi).

Det er vanskelig å avgjøre hvor stort avvik det er mellom studiet til Hunkins (1960) og den teoretiske modellen siden studiet ikke sier noe om saliniteten.

Ewing et al. (1934) gjorde et studie eksperimentelle hastighetsberegninger og fant $V_p \approx 3400$ m/s, i ferskvannsis der T var 0°C til -5°C . Sammenlignet med figur 29 ser man at det er et resultat som stemmer med linjen som representerer $Si = 1 \text{ ‰}$. For ferskvannsis gir modellen V_p i overkant av 3500 m/s, et lite avvikt sammenlignet med studiet.

Forskjellen kan skyldes at studiet brukte et temperaturuavhengig Poissons forhold på 0.365 ± 0.007 . Modellen bruker en Poissons forhold som er avhengig av temperatur, gitt i likning 2, og figur 34 viser dette forholdet. Lave temperaturer er forbundet med lave verdier av Poissons forhold, og figur 29 viser at lave temperaturer er forbundet med høye hastigheter, altså er et lavt Poissons forhold forbundet med høye hastigheter. Siden studiet til Ewing et al. (1934) brukte 0.365 for Poissons forhold, og modellen bruker en lavere verdi, kan dette forklare at modellen gir en noe høyere hastighet enn studiet.

Poissons forhold er ulik i horisontal og vertikal retning samt at den varierer stort med ulik temperatur og last. Poissons forhold som brukes i modellen ser bort fra stress og strain. Modellen tar heller ikke hensyn til ulike verdier i ulike retninger eller ulik last. Studiet til Hunkins (1960) ble gjort på 3m tykk pakkis, og det kan tenkes ulike Poissons forhold i modellen og studiene det sammenlignes med. Likning 3 som tar hensyn til stress og strain er mer riktig når man har deformasjon forårsaket av kollisjon mellom isflak (Timco og Weeks, 2010).



Figur 34: Økt temperatur gir økt Poissons forhold gitt i likning 2. Når T er lavere enn cirka -20°C er det liten endring i Poissons forhold.

Videre vises det hvordan de ulike variablene T og Si påvirker dispersjonsforholdet.

4.2.4 Oppsummering

- Figur 27 og 28 viser at ρ øker når temperatur og salinitet øker, og økningen er større ved høyere temperatur og salinitet.

- Tetthetsutviklingen avhenger av både temperatur og salinitet. Dersom Si er lavere enn ca 1 ‰ synker tettheten når T øker. Det kommer av at frysetemperaturen for vannet påvirkes av saliniteten. Økt Si gir lavere frysetemperatur.
- Siden V_p avhenger direkte av ρ er det sammenheng mellom resultatene for tetthet og P-bølgehastighet. Når ρ øker minker V_p og motsatt, ut fra forholdet gitt i likning 22.
- Temperaturer lavere enn -8°C viser liten endring i V_p , uavhengig av saliniteten. Ved høyere temperaturer er endringen større.
- Det er vanskelig å anta T og Si basert utelukkende på hastighetsmålinger av V_p siden mange ulike kombinasjoner av T og Si gir $V_p = 2447$ m/s. Det eneste som kan antas er at T må ha vært i nærheten av -2°C og Si må ha vært i intervallet 5-8 ‰.
- Sammenlignet med Hunkins (1960) gir modellen resultater som passer relativt godt, men studiet målte ikke saliniteten og det er derfor vanskelig å avgjøre hvor stort avviket er. For $T = -4^\circ\text{C}$ gir studiet og modellen samme hastighet dersom $Si = 6$ ‰, en ikke usannsynlig salinitet.
- Sammenlignet med Ewing et al. (1934) passer modellen med salinitetsfri is, og avviket kan komme av ulike Poissons forhold.

Siden temperatur og salinitet ikke ble målt under innsamlingen er sammenligning mellom teoretisk modell og reelle data vanskelig, men anslaget for Si er sannsynlig ut fra tidligere målinger gjort i området.

4.3 Dispersjonsforhold

Delkapittelet undersøker hvordan dispersjonen påvirkes av endringer i tykkelse ($2H$), temperatur (T) og salinitet (Si), og sammenligner resultatene med de innsamlede dataene fra Van Mijenfjorden.

Det er fem input i fleksurbølgemodellen som tabell 15 viser. V_p og ρ hentes enten fra P-bølgemodellen eller fra de reelle målingene. $2H$ er hentet fra reelle målinger og satt til 80 cm for fremstilling av alle resultatene, bortsett fra når endringer i tykkelse blir undersøkt.

Tabell 15: Input som brukes i fleksurbølgemodellen.

	Hentes fra
Istykkelse ($2H$)	Måling
P-bølgehastighet (V_p)	Fra P-bølgemodell
S-bølgehastighet (V_s)	Avhenger av V_p
Tetthet is (ρ)	Fra P-bølgemodell
Tetthet vann (ρ_{vann})	Antar 1.000 (Mg/m ³)

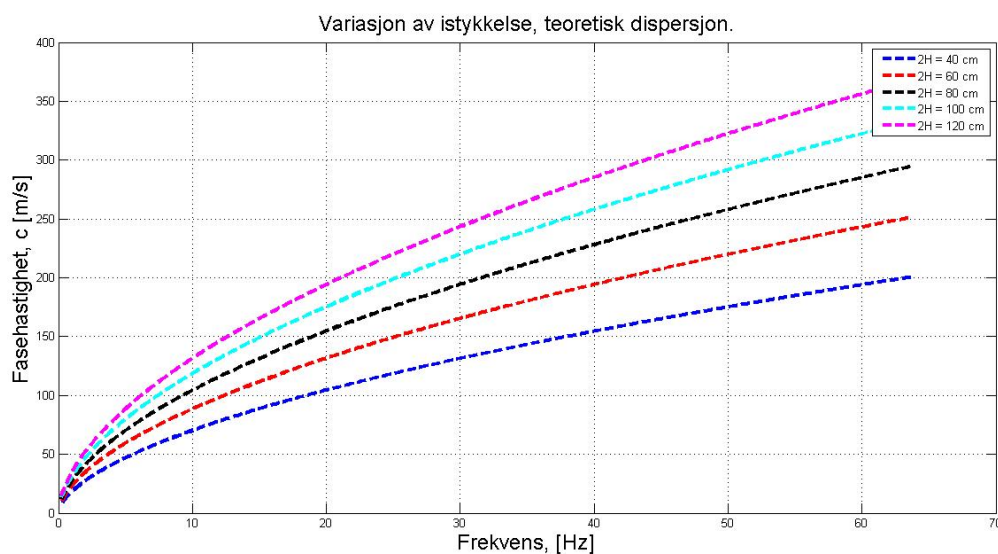
P-bølgemodellen viser at T må være i nærheten av -2°C , og Si i intervallet 5-8 ‰, og det undersøkes om fleksurbølgemodellen gir samme resultat.

4.3.1 Endring av istykkelse

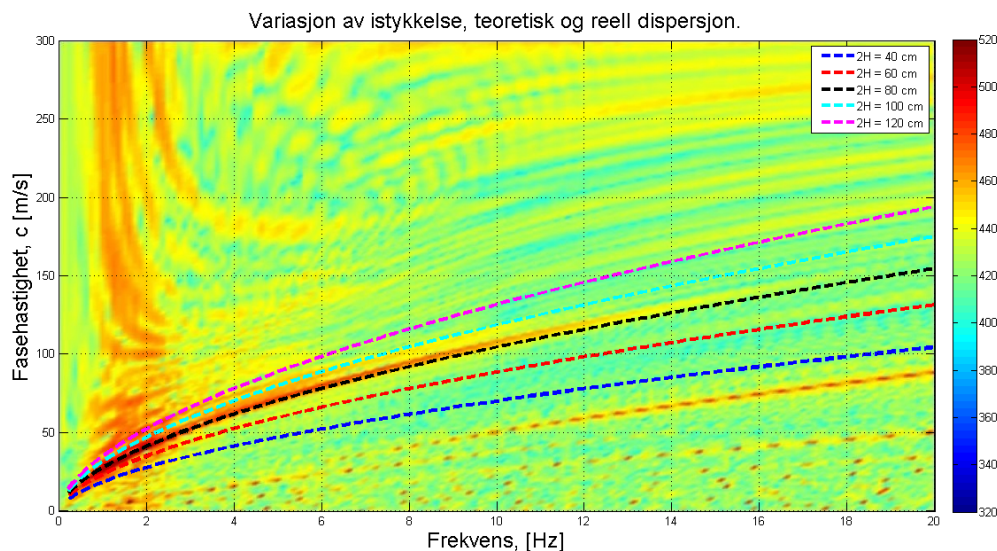
Figur 35 viser hvordan endringer i istykkelse ($2H$) påvirker dispersjonsforholdet, og her varierer $2H$ mellom 40-120 cm. For hver temperatur og salinitet får man ulike dispersjonskurver, og det velges derfor en temperatur og salinitet som i P-bølgemodellen gir en hastighet i nærheten av den målte. Med $T = -2^\circ\text{C}$ og $Si = 6$ ‰, gir det $V_p = 2380$ m/s. Den reelle, målte istykkelsen var i punkt X1 74 cm og punkt X2 79 cm.

I tillegg til V_p , ρ og $2H$ er også S-bølgehastigheten nødvendig input, og i modellen avhenger den av V_p med forholdet gitt i likning 38.

Figur 35 viser hvordan ulike verdier for $2H$ påvirker fasehastigheten (c). Økt istykkelse gir en økning i c og forskjellen blir større med økt frekvens, som vises med at avstanden mellom linjene øker med økt frekvens.

**Figur 35:** Figuren viser at økt tykkelse gir økt fasehastighet (c).

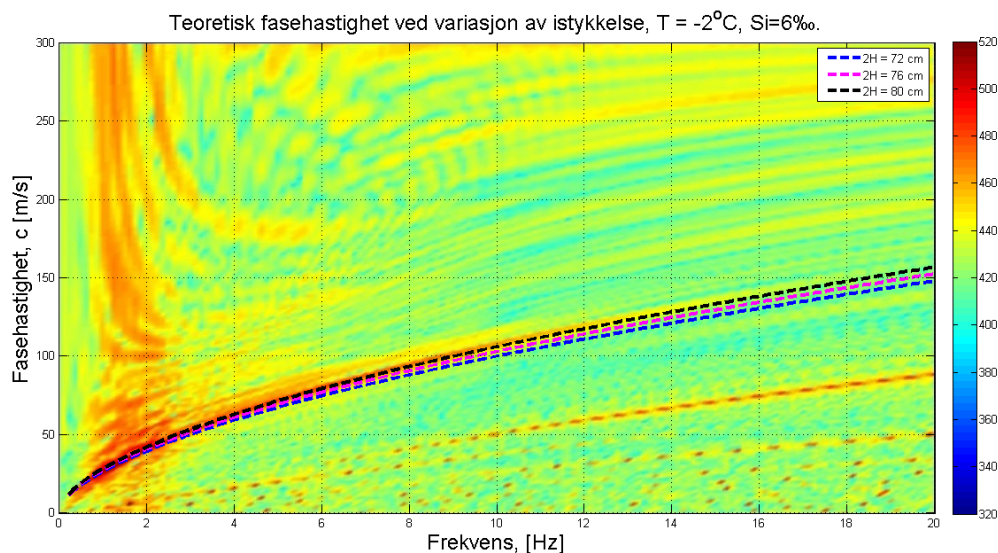
Sammenligner man disse med de reelle dataene viser figur 36 linjene for ulike tykkelser sammen med den reelle dispersjonen. Linjene som representerer 100 cm (grønn) og 120 cm (lilla) gir for høye hastigheter sammenlignet med den reelle kurven, og linjene for 40 cm (blå) og 60 cm (rød) gir for lave hastigheter. Den sorte linjen som representerer $2H = 80$ cm er den som passer best, og dette stemmer godt overens med målingene som ble gjort i 2013.



Figur 36: Linjen som representerer 80 cm istykkelse stemmer best overens med den reelle dispersjonskurven.

Figur 37 viser samme bilde, men nå med teoretiske istykkelser på 72, 76 og 80 cm. Disse verdiene er valgt siden de reelle målingene av istykkelsen varierte mellom 74-79 cm. Modellen forutsetter konstant istykkelse men fra innsamlingen og tidligere målinger av området er det vist at den kan variere. Høyland (2009) målte det ytre bassenget i Van Mijenfjorden og fant at nord- og sørsiden av bassenget hadde maks istykkelser på 119 cm og 115 cm i 2004. Siden sørsiden startet smeltingen før nordsiden ble denne forskjellen større utover i sesongen. I tidlig juni var istykkelsen på sørsiden 45-70 cm og nordsiden målte 115 cm.

I figur 37 er $T = -2^{\circ}\text{C}$ og $Si = 6\%$. Det ser ut til at den sorte linjen som representerer 80 cm passer best til tross for at dette er høyere enn den reelle istykkelsen.



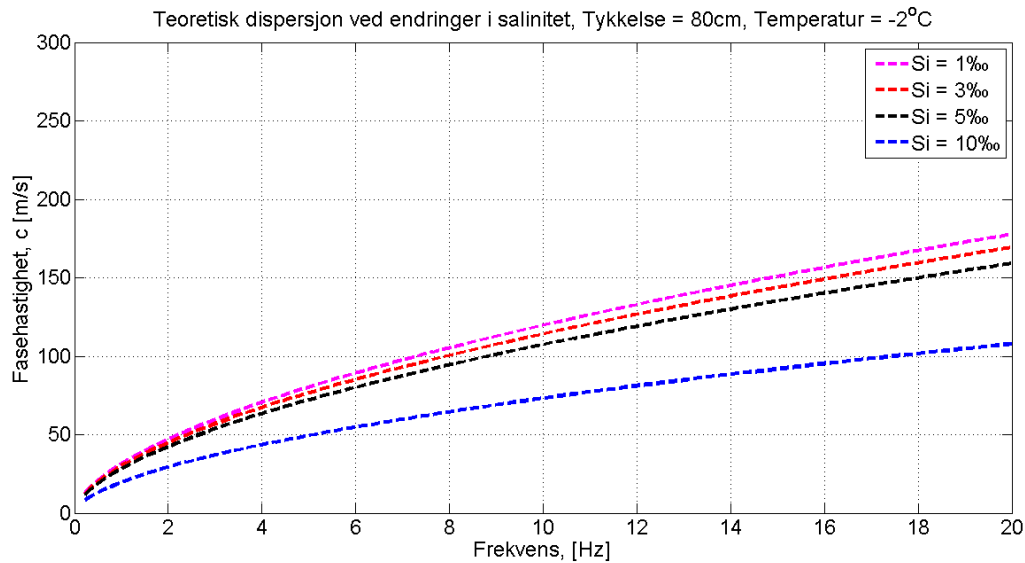
Figur 37: Istykkelser på 72, 76 og 80 cm sammenlignes med reell dispersjonskurve. Det ser ut til at den sorte (80 cm) er den som sammenfaller best med den reelle kurven.

Siden T og S_i kun påvirker P-bølg hastigheten påvirker ikke endringer i T og S_i den teoretiske kurven så lenge V_p er kjent. Forklaringen på avviket må dermed ligge et annet sted. Det kan være at V_s ikke avhenger av V_p i samme grad som gitt i likning 38.

4.3.2 Endring av salinitet

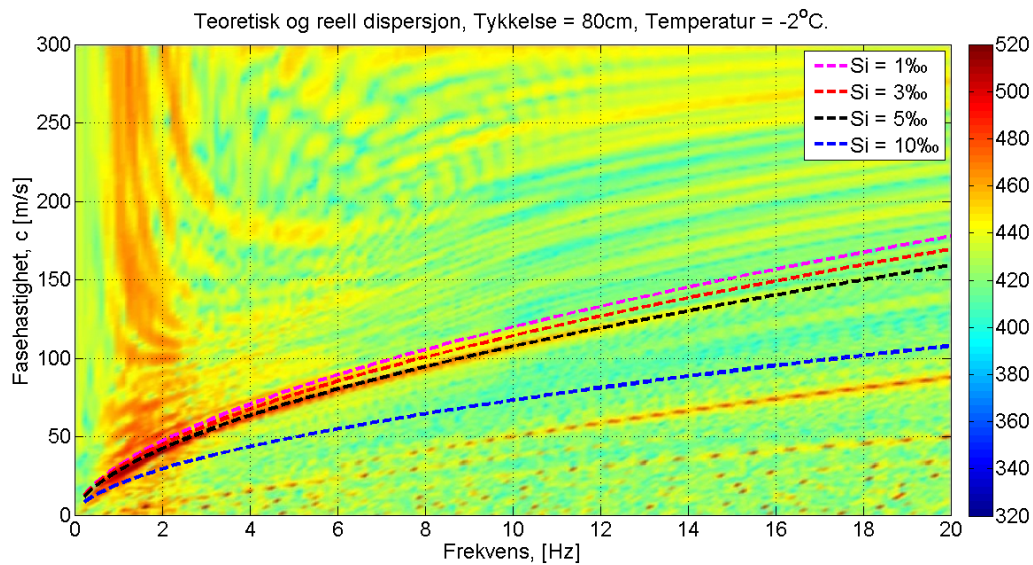
Saliniteten (S_i) påvirker P-bølg hastigheten (V_p) som figur 31 viser. Økt S_i gir redusert V_p , og dette påvirker også dispersjonen.

Figur 38 viser hvordan ulike saliniteter påvirker dispersjonen ved $T = -2^\circ\text{C}$ og $2H = 80$ cm. Man ser at den laveste saliniteten gir den høyeste fasehastigheten. Figuren viser også at forskjellen på 1 ‰ og 5 ‰ er mindre enn forskjellen på 5 ‰ og 10 ‰. Det betyr at forskjellen øker ved høyere saliniteter.



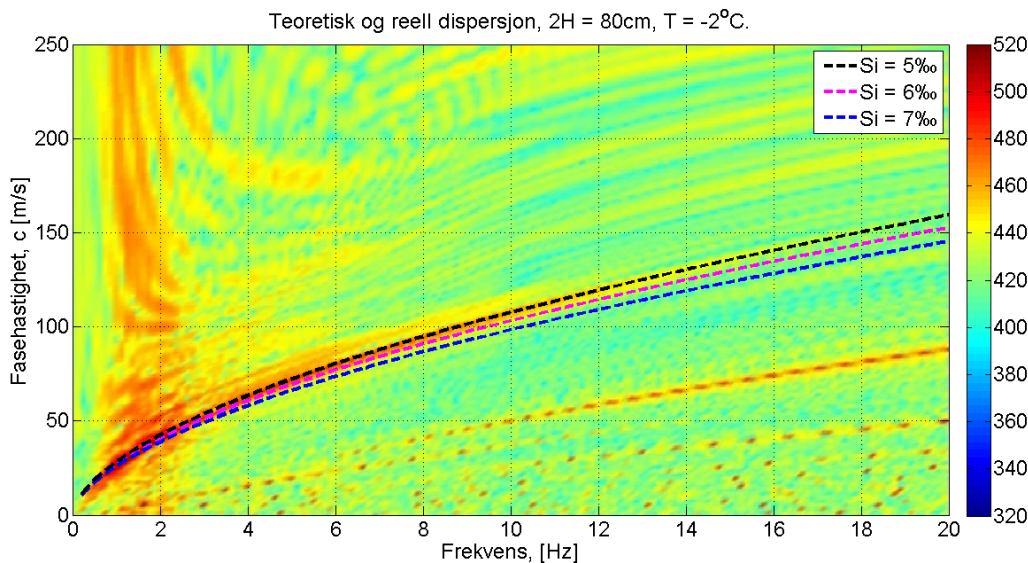
Figur 38: Ulike dispersjonskurver ved temperatur $T = -2^\circ\text{C}$ og $2H = 80$ cm. Høyere salinitet gir lavere fasehastighet.

For å sammenligne de teoretiske kurvene i figur 38 med de reelle dataene viser figur 39 at den sorte linjen ($Si = 5\text{‰}$) passer godt med den reelle kurven.



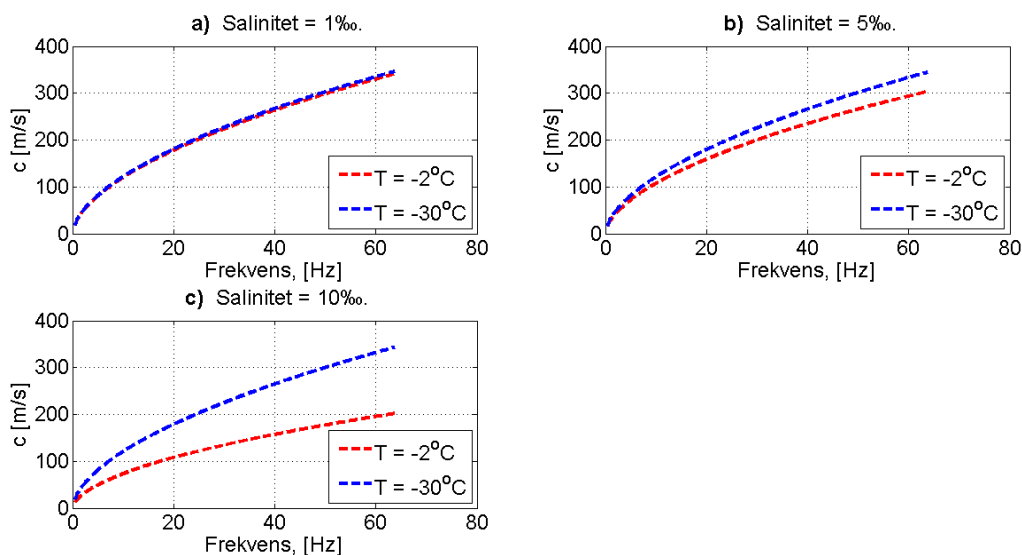
Figur 39: Den reelle kurven ligger ganske nært linjen som representerer 5‰ .

For å se nærmere på hvilke verdier for Si som er nødvendige for å få en dispersjonskurve som passer med den reelle, viser figur 40 på $Si = 5, 6$ og 7‰ . Det ser ut til at linjen for 5‰ passer best, et avvik fra $Si = 6\text{‰}$ som er resultatet i P-bølgemodellen.



Figur 40: Ulike dispersjonskurver ved temperatur $T = -2^\circ\text{C}$. Den relle dispersjonskurven ligger omtrent på $Si = 5\text{‰}$.

En annen fremstilling av hvordan saliniteten påvirker dispersjonen ses i figur 41, som viser øvre og nedre grense for T (-2°C og -30°C), ved $Si = 1, 5$ og 10‰ . Ved $Si = 1\text{‰}$ er det nesten ingen forskjell på øvre og nedre temperaturgrense, men ved $Si = 10\text{‰}$ er det større forskjell. Dette henger sammen med at høye saliniteter har store variasjoner i V_p . Ved $Si = 1\text{‰}$ er frysetemperaturen $\approx 0^\circ\text{C}$, og variasjoner i temperaturen har mindre betydning på V_p . Ved høy salinitet (figur 41c) varierer dispersjonen mer.



Figur 41: Figuren viser fasehastigheten (c) ved ulike saliniteter. **a**, **b**, **c** viser øvre (rød, $T = -2^\circ\text{C}$) og nedre (blå, $T = -30^\circ\text{C}$) grense ved henholdsvis $Si = 1, 5$ og 10‰ . Høy salinitet gir større variasjon i dispersjon enn lav salinitet.

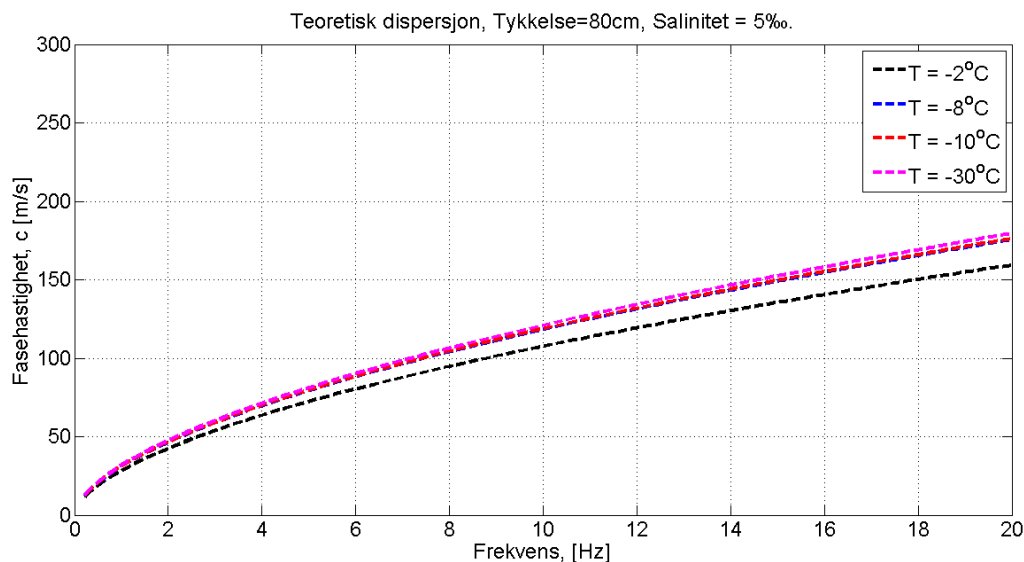
Figur 40 viser at dersom $T = -2^\circ\text{C}$ og $2H = 80\text{ cm}$ må Si være $\approx 5\text{‰}$. Flek-

surbølgemodellen og P-bølgemodellen viser dermed begge at både T kan ha vært i nærheten av -2°C , men P-bølgemodellen viser $Si = 6 \text{ ‰}$ mens fleksurbølgen viser at 5 ‰ passer best med den reelle kurven. Dette avviket kan komme av hvordan V_s beregnes, om det avhenger av V_p eller av de elastiske egenskapene til isen.

4.3.3 Endring av temperatur

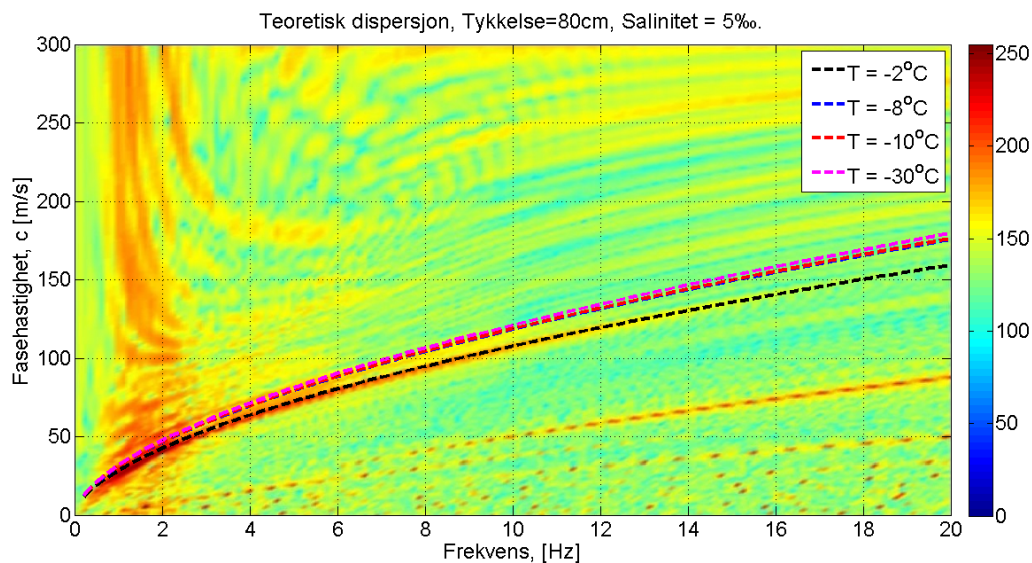
Temperatur er den andre variabelen som undersøkes i P-bølgemodellen, og figur 42 viser hvordan temperaturendringer påvirker fasehastigheten (c). Her er $Si = 8 \text{ ‰}$ og $2H = 80 \text{ cm}$. Linjene som representerer $T = -30^\circ\text{C}$, -10°C og -8°C ligger nært hverandre, mens linjen for $T = -2^\circ\text{C}$ ligger lavere enn de andre.

Økt temperatur gir en nedgang i c men forskjellen er liten så lenge T er lavere enn -8°C . Ved høyere temperaturer er nedgangen i c større som linjen for $T = -2^\circ\text{C}$ viser siden den ligger lavere enn de andre.



Figur 42: Økt temperatur fører til nedgang i fasehastighet, og forskjellen øker ved høyere temperaturer.

Figur 43 viser kurvene fra figur 42 sammenlignet med den reelle dispersjonskurven. Det er linjen som representerer $T = -2^\circ\text{C}$ som ligger nærmest den reelle dispersjonskurven.



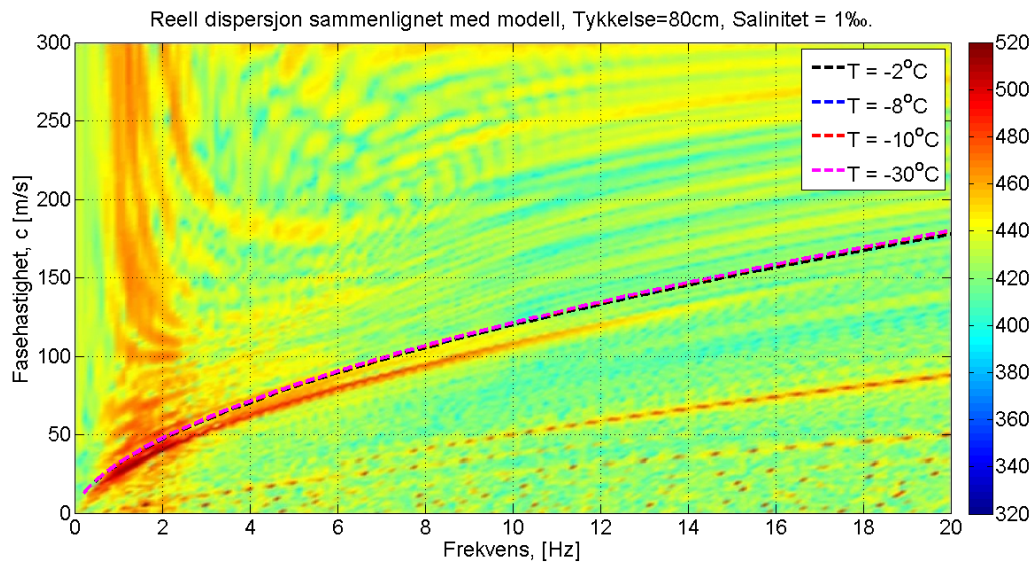
Figur 43: Sammenlignet med reelle data ser man at linjen for $T = -2^{\circ}\text{C}$ passer best med den reelle dispersjonskurven.

Figurene 42 og 43 viser at fasehastigheten øker når

- Saliniteten synker.
- Temperaturen synker.

Figur 28 viser at tetthet både øker og avtar avhengig av Si , det undersøkes derfor om dette påvirker c . Figur 42 linjer for $Si = 1\text{‰}$ og ulike temperaturer. Figuren viser at en økning i temperatur gir en nedgang i c men det er liten forskjell på linjene. Det henger sammen med at ρ (og V_p) varierer lite når $Si = 1\text{‰}$.

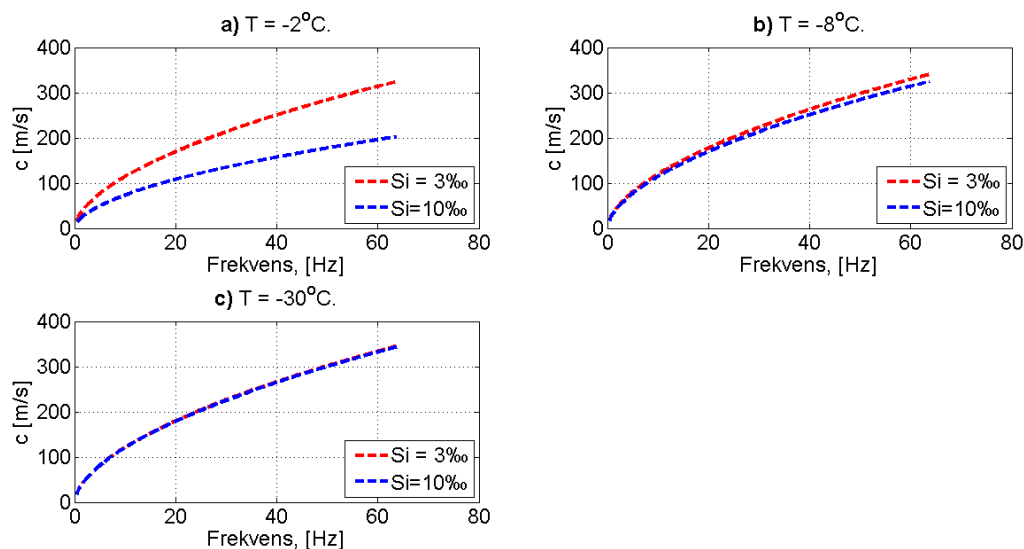
Verdt å legge merke til er at alle de teoretiske kurvene i figur 44 ligger over den reelle dispersjonskurven, som viser at saliniteten ved innsamlingen må ha vært høyere enn 1‰ , ifølge fleksurbølgemodellen.



Figur 44: Ved lave saliniteter er fasehastigheten lite påvirket av temperaturendringer.

Figur 45 viser hvordan dispersjonen påvirkes av endringer i salinitet. På hver av figurene **a-c** vises det hvordan nedre grense (rød, $Si = 3 \text{ ‰}$) og øvre grense (blå, $Si = 10 \text{ ‰}$) påvirker dispersjonen ved 3 ulike temperaturer, $T = -2^\circ\text{C}$, -8°C og -30°C .

Ved $T = -2^\circ\text{C}$ er det større variasjon i dispersjonen enn det er ved $T = -30^\circ\text{C}$. Det betyr at Si påvirker c mer ved høy temperatur enn ved lav temperatur. Dette sammenfaller også med resultatet i figur 29 der man ser at V_p varierer lite ved lave temperaturer, uavhengig av salinitet. Stor variasjon i V_p i figur 29 gir stor variasjon i dispersjonen som figur 45 viser.



Figur 45: Figuren viser fasehastigheten (c) ved ulike temperaturer. **a, b, c** viser øvre (blå, $Si = 10 \text{ ‰}$) og nedre (rød, $Si = 3 \text{ ‰}$) grense ved henholdsvis $T = -2^\circ\text{C}$, -8°C og -30°C . Høy temperatur gir større variasjon av dispersjonen enn lav temperatur.

4.3.4 Oppsummering

- Fasehastigheten øker når
 - Istykkelsen øker (Figur 35).
 - Saliniteten synker (Figur 38).
 - Temperaturen synker (Figur 42).
- I motsetning til P-bølgehastigheten (V_p) påvirkes fasehastigheten (c) til fleksurbølgen av ulike istykkelser ($2H$). Figur 35 viser at økt istykkelse gir en økning i c .
- De reelle målingene viste at tykkelsen varierte fra 74-79 cm, mens den teoretiske linjen som tilsynelatende passer best representerer en istykkelse på 80 cm.
- Lav salinitet gir liten variasjon i c , som henger sammen med at V_p varierer lite når saliniteten er lav. Høy salinitet gir større variasjon siden V_p her varierer mer.
- Lav temperatur gir liten variasjon i c som følge av at V_p varierer lite ved lave temperaturer. Ved temperaturer over -8°C varierer c mer.
- Som for P-bølgemodellen vises det at T må være nært -2°C for å passe med de reelle målingene.
- Sammenligner man de teoretiske dispersjonskurvene med den reelle ser man at ved $T = -2^\circ\text{C}$ må Si være omtrent 5 ‰, ifølge fleksurbølgemodellen. Dette avviker fra resultatet P-bølgemodellen ga, der $Si = 6$ ‰.

Det er stor sammenheng mellom de fysiske egenskapene til isen og dispersjonskarakteristikken.

4.4 Forhold P og S bølge

Siden P-bølgemodellen og fleksurbølgemodellen viser ulike resultater for salinitet undersøkes det hva som er årsak til denne forskjellen. Siden temperatur og salinitet ikke påvirker fasehastigheten direkte ses det på S-bølgehastigheten (V_s) som er den siste input i fleksurbølgemodellen.

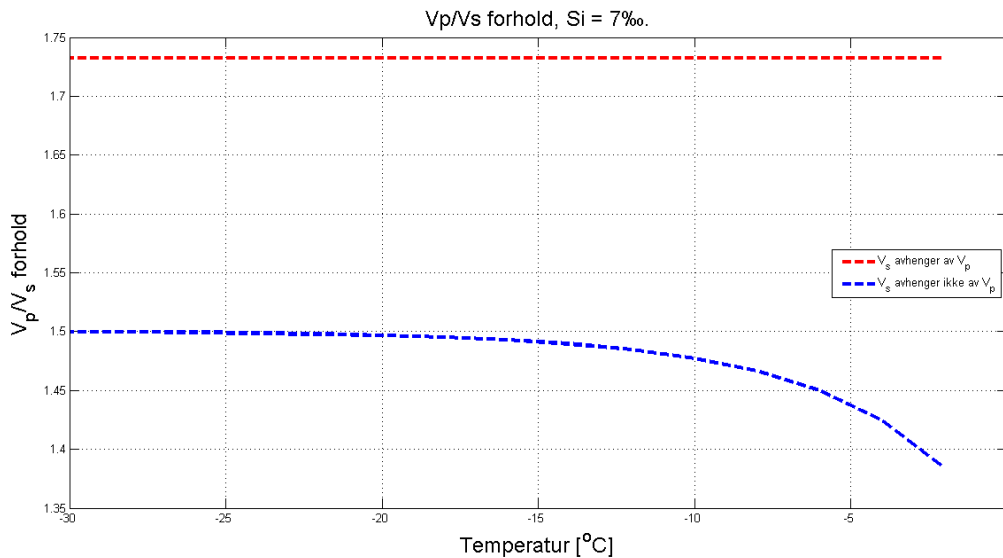
Press og Ewing (1951) antok at Poissons forhold var konstant, noe som gjør at V_s avhenger av V_p med forholdet gitt i likning 38. Dette gir et konstant forhold mellom P- og S-bølgehastighetene.

Figur 34 viser at Poissons forhold, gitt i likning 2, avhenger av temperaturen, og dette gir et V_p/V_s forhold som ikke er konstant.

Målinger gjort av Hunkins (1960) i tabell 16 gir også en indikasjon på at forholdet varierer. Sigalas og Economou (1994) utførte studier av fleksurbølgen i tynne plater, og beskriver

V_s å variere med de elastiske egenskapene.

I P-bølgemodellen ble skjærmodulus (μ) og tetthet (ρ) beregnet, slik at V_s kan beregnes med likning 23. Figur 46 viser hvordan V_p/V_s forholdet varierer med de to metodene å beregne V_s . Den røde streken i figur 46 er V_p/V_s dersom V_s finnes fra likning 38 og den blå streken viser forholdet dersom V_s beregnes med likning 23. Sistnevnte beregningsmetode gir lavest V_p/V_s forhold. Det vises også i figuren at økt temperatur gir nedgang i forholdet mellom V_p og V_s .



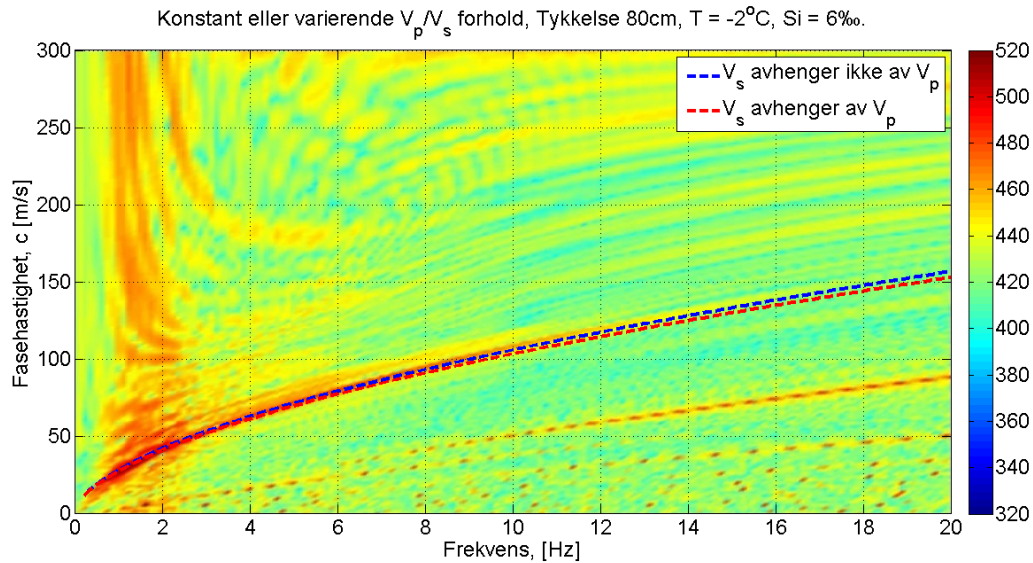
Figur 46: Figuren viser forholdet mellom V_p/V_s ved de 2 ulike metodene for å beregne V_s . Når V_s ikke avhenger av V_p (blå linje) ser man at V_p/V_s forholdet synker ved økt temperatur. Dersom V_s avhenger av V_p (rød linje) er forholdet konstant på ≈ 1.73 .

Hunkins (1960) gjorde målinger av både V_p og V_s over et par år og tabell 16 viser disse målingene. Selv om det er for få målinger til å dra en konklusjon, gir det en indikasjon på at V_p/V_s forholdet varierer. I tabellen varierer forholdet mellom 1,55 og 1,71 som er lavere enn forholdet på 1,73 gitt av Press og Ewing (1951) i likning 38.

Tabell 16: Målinger V_p/V_s gjort av Hunkins (1960). Hastigheter i m/s.

Målt V_p	Målt V_s	V_p/V_s
2457	1552	1,58
2541	1578	1,55
3181	1862	1,71
3129	1826	1,71
3088	1857	1,66

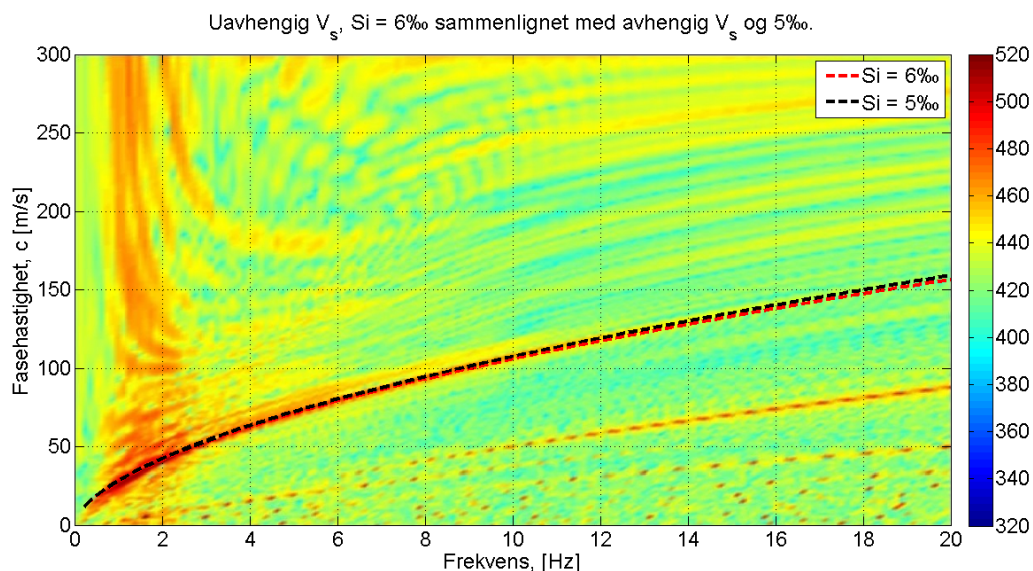
Figur 47 viser hvordan disse to metodene påvirker dispersjonskurven. Den V_p -uavhengige V_s gir en høyere fasehastighet (c) som betyr at de teoretiske kurvene i de foregående figurene viser for lav fasehastighet.



Figur 47: Den blå linjen representerer dispersjonen når V_s beregnet med likning 23. Den røde linjen antar at V_s avhenger av V_p gitt i likning 38.

I figur 40 ser man at linjen for $Si = 5 \%$ tilsynelatende passer best med den reelle dispersjonskurven, mens linjen for $Si = 6 \%$ ser ut til å gi for lav c .

Sammenligner man linjene for 5% i figur 40 og 6% i figur 47 ser man i figur 48 at disse to sammenfaller.



Figur 48: Den røde linjen representerer V_s beregnet med likning 23 og $Si = 6 \%$. Den sorte linjen representerer V_s fra likning 38 og $Si = 5 \%$.

Det betyr at en salinitet på både 5% og 6% passer med den reelle kurven, alt etter hvordan V_s beregnes.

4.4.1 Oppsummering

- Forholdet mellom V_p/V_s varierer dersom Poissons forhold ikke er konstant. Målinger utført av Hunkins (1960) antyder også dette.
- Ved å bruke V_s beregnet med likning 23 viser fleksurbølgemodellen samme resultat som P-bølgemodellen, at ved $T = -2^\circ\text{C}$ og istykkelse på 80 cm må S_i være 6 ‰ for å passe med den reelle kurven.

5 Diskusjon

Resultatene viser hvordan de fysiske egenskapene temperatur (T), salinitet (S_i) og istykkelse ($2H$) påvirker de seismiske egenskapene P-bølge hastighet (V_p), S-bølge hastighet (V_s) og fasehastighet til fleksurbølgen (c).

5.1 Innsamlingsgeometri

Tabell 14 viser hvilket oppsett av kilder og mottakere som gir mest registrert støy.

- Normalt er det av interesse at fleksurbølgen er svakest mulig, men oppgaven bruker oppsettet for å lage et bilde der dispersjonskurven vises tydeligst. Det for at sammenligning med teoretiske kurver blir best mulig.
- Stor ladning og lite offset gir mer støy enn liten ladning og stort offset. Dette kommer av at fleksurbølgen attenueres med $1/\text{radius}$, slik at den dempes før den når mottakerene. Stort offset betyr mer demping.
- Det ble registrert mest støy på geofoner, det kommer av at fleksurbølgen er en indre refleksjon i isen med høy refleksjonskoeffisient til lagene over og under isen. Mestparten av energien fanget i isen, men noe energi transmitteres ned i vannet og registreres på hydrofonene. Siden mestparten av energien reflekteres i isen, registreres det mer støy på geofonene enn hydrofonene.
- Å bruke en linje med geofoner en metode for å forsterke nær vertikalt reisende refleksjoner samtidig som horisontalt bevegende støy minskes. Dette forutsetter konstant bølgelengde for støyen. Siden fleksurbølgen har vertikal partikkelbevegelse vil geofonene registrere bevegelsen i isen, og siden bølgen er dispersiv varierer bølgelengden, dermed dempes ikke fleksurbølgen. Det forklarer hvorfor en linjemottaker registrerer mer bevegelse i isen enn en punktmottaker.

5.2 Tetthet

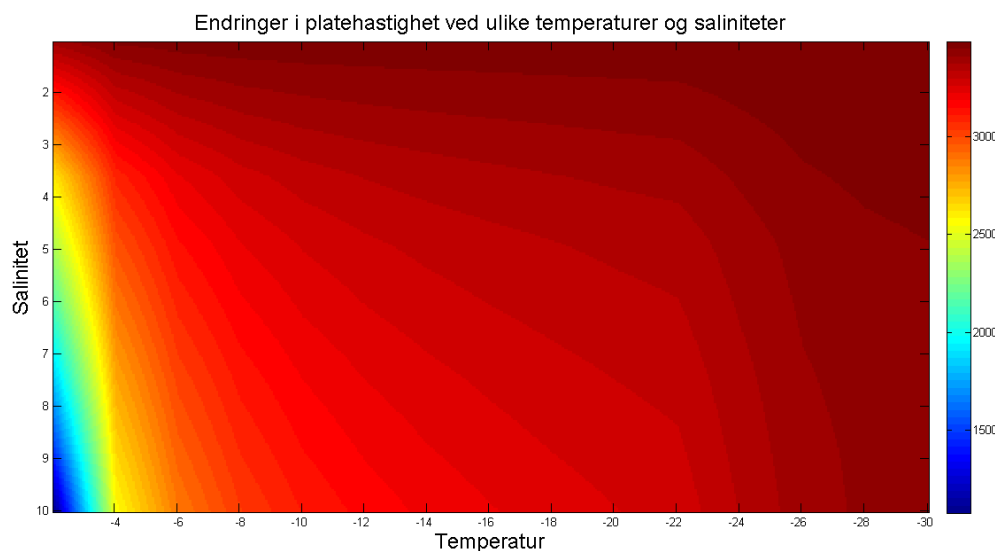
Tetthet beregnes fra de ulike volumandelene og er påvirket av både temperatur og salinitet.

- Lav salinitet gir redusert tetthet når temperaturen stiger, mens høyere saliniteter gir økt tetthet. Det kommer av at frysetemperaturen til ferskvann er 0°C , og for hver 5 ‰ salinitet i havet, synker frysetemperaturen til vannet med 0.28°C . Når saliniteten er høy betyr det lavere frysetemperatur. Dette fører til mer saltvann i porene ved høye saliniteter.

- Ved høye temperaturer bidrar den økte mengden saltvann i porene til økt effektiv tetthet (ρ). Det som følge av at de relative volumandelene endres og tettheten til saltvann ($1 + 0.0008 * S_b$ Mg/m³) er høyere enn tettheten til is (0.920 Mg/m³) i P-bølgemodellen.
- Høye temperaturer gir større endring i tetthet enn lave temperaturer. I intervallet $-30^\circ\text{C} \leq T \leq -8^\circ\text{C}$ er det liten endring i tetthet, men når T stiger mot -2°C blir endringen større.

5.3 P-bølge hastighet

Figur 49 viser hvordan temperatur og salinitet påvirker hastigheten. Den målte hastigheten på 2447 m/s ser man er grønn på fargeskalaen til høyre.



Figur 49: Figuren viser hvilke kombinasjoner av temperatur og salinitet som gir ulike hastigheter. Kolonnen til høyre viser hastigheten i m/s, og den målte hastigheten (2447 m/s) vises som grønt på skalaen. Det betyr at saliniteten må ha vært i intervallet 4-10 ‰ og temperaturen i intervallet $-4^\circ\text{C} \leq T \leq -2^\circ\text{C}$.

- V_p endres mer når T og S_i er i øverste del av respektive intervaller som figur 49 viser. I intervallet $-5^\circ\text{C} \leq T \leq -2^\circ\text{C}$ endres V_p med over 1500 m/s, mens for intervallet $-30^\circ\text{C} \leq T \leq -5^\circ\text{C}$ endres V_p med bare 1000 m/s. Denne utviklingen henger sammen med endringene av ρ som endres mer når T er høy.
- Saliniteten endres på en lignende måte. I intervallet $1 \leq S_i \leq 4$ endres V_p med 1000 m/s, mens i intervallet $4 \leq S_i \leq 10$ er endringen på 1500 m/s.
- Fra figuren ser man at 2447 m/s ligger i temperaturintervallet $-2^\circ\text{C} \geq T \geq -4^\circ\text{C}$, og salinitetsintervallet 4-10 ‰. Dette passer med tidligere salinitetsmålinger gjort

av blant andre Høyland (2009) og Nakawo og Sinha (1981).

- Nøyaktige verdier for T og Si er vanskelig å anslå siden flere kombinasjoner av T og Si gir den målte hastigheten.
- Modellen gir godt samsvar for ferskvannsis med studiet til Press og Ewing (1951). For andre saliniteter ser modellen ut til å gi hastigheter som er sannsynlige basert på tidligere målinger i området.
- Modellen er forenklet og tar ikke hensyn til anisotropi i isen. Modellen tar heller ikke hensyn til stress og strain. Det kan være ulike Poissons forhold i modellen og studiene det sammenlignes med.
- Teoretiske beregninger fra P-bølge modellen gir en fleksurbølge modell som samsvarer relativt godt med den reelle dispersjonskurven.
- En god modell for tetthet og P-bølg hastighet kan lages men det er nødvendig med gode målinger for T og Si .

5.4 Dispersjonsforhold

- Fleksurbølge modellen består av fem input. P-bølg hastighet (V_p), tetthet (ρ), tetthet vann (ρ_{vann}), S-bølg hastighet (V_s) og istykkelse ($2H$). De to førstnevnte kommer fra P-bølge modellen. En god P-bølge modell er derfor nødvendig for å få nøyaktige input til fleksurbølge modellen. Istykkelse kommer fra målinger.
- Istykkelsen er viktig med tanke på bølgelengden. Oppgaven ser på tilfellet der bølgelengden er stor sammenlignet med istykkelsen, men for tykkere is og/eller kortere bølgelengder kan noen av de andre tilfellene som beskrives i kapittel 2.2.2 være aktuelle. Hunkins (1960) beskriver at for bølgelengder større enn 5 ganger istykkelsen gjelder P-bølg hastigheten for en plate.
- Fasehastigheten varierer med endringer i V_p og dermed indirekte endringer av T og Si . Ved høye temperaturer varierer V_p mer enn ved lave, en utvikling som også c viser i figur 45.

5.5 Forhold P og S-bølge

- Press og Ewing (1951) utledet periodelikningen og antok at S-bølg hastigheten avhenger av P-bølg hastigheten med forholdet gitt i likning 38 som gir et konstant forhold på ≈ 1.73 . Studiet til Hunkins (1960) målte varierende forhold hvor alle

målinger ga V_p/V_s forhold lavere enn 1.73. Sigalas og Economou (1994) beskrev også V_s for en tynn plate å være den gitt i likning 23.

- P-bølgemodellen gir at ved $T = -2^\circ\text{C}$ må saliniteten være 6 ‰ for å gi den målte P-bølgehastigheten. Ved å bruke V_s fra likning 38 gir fleksurbølgemodellen at saliniteten må være 5 ‰ for å sammenfalle med den reelle dispersjonskurven.
- Den teoretiske linjen for istykkelse = 80 cm (figur 37) viser seg å passe best med den reelle dispersjonskurven. Siden de reelle målingene varierte fra 74-79 cm vet man med sikkerhet at 80 cm ikke er riktig. T og Si påvirker kun V_p og ikke c direkte, derfor må forklaringen ligge et annet sted.
- Når V_s avhenger av V_p gir det for lav fasehastighet, dermed er alle de teoretiske dispersjonskurvene for lave når V_s beregnes med likning 38. Det betyr at linjen for 76 cm i figur 37 og linjen for 6 ‰ i figur 40 ville gitt noe høyere c og dermed passet bedre med den reelle kurven.
- Dersom fleksurbølgemodellen skal gi samme resultat som P-bølgemodellen må V_s beregnes fra likning 23. Figur 48 viser at linjen for $Si = 6$ ‰ sammenfaller med den reelle dispersjonskurven.
- Dermed viser både P-bølgemodellen og fleksurbølgemodellen at ved $T = -2^\circ\text{C}$ må Si være 6 ‰ for å passe med de reelle dataene.

6 Konklusjon

Resultatene fra P-bølge modellen viser godt samsvar med Ewing et al. (1934) når det kommer til ferskvannsis. Siden ingen studier er funnet med komplette målinger av de fysiske egenskapene modellen bruker, er det vanskelig å si noe om hvor godt modellen passer for saltvannsis.

Med en god P-bølge modell kan dispersjonen av fleksurbølgen beregnes. Temperatur og salinitet påvirker ikke dispersjonen direkte, men indirekte gjennom P-bølge hastighet og tetthet.

Sammenlignet med reelle data viser modellene samme resultat, men siden salinitet og temperatur ikke ble målt under innsamlingen er det vanskelig å anslå hvor nøyaktig estimatene fra modellene er.

Hovedfunn:

- Økt salinitet i isen gir økt tetthet og dermed nedgang i P-bølge hastighet.
- Økt temperatur i isen gir økt tetthet og dermed nedgang i P-bølge hastighet, med unntak for lave saliniteter hvor det er motsatt effekt.
- Økt istykkelse gir økt fasehastighet til fleksurbølgen.
- Økt salinitet i isen gir nedgang i fasehastigheten til fleksurbølgen.
- Økt temperatur i isen gir nedgang i fasehastigheten til fleksurbølgen.
- Effekten av økt salinitet/temperatur øker jo høyere saliniteten/temperaturen er.
- Isens elastiske egenskaper som brukes i P-bølge modellen avhenger alle av temperatur. Poissons forhold avhenger av temperatur direkte, mens Youngs modulus indirekte via saltvannsinhold.

Alle resultatene henger sammen og endringer i tetthet påvirker alle andre resultater. Høy temperatur og/eller salinitet gir større endringer enn lav temperatur/salinitet.

En stor variasjon i tetthet gir stor variasjon i P-bølge hastighet, som videre gir stor variasjon i fleksurbølgens fasehastighet.

6.1 Anbefalt fremtidig arbeid

Arbeidet viser at det er stor sammenheng mellom isens fysiske og seismiske egenskaper. Temperatur, salinitet og istykkelse påvirker i stor grad P-, S-bølge hastighet og fleksurbølgens dispersjonskarakteristikker.

På ene siden gir dette mulighet å predikere isforhold fra fleksurbølgen og omvendt, og på andre siden predikere seismiske egenskaper fra isforholdene.

Referanser

- Cox, G. og Weeks, W. (1983). Equations for determining the gas and brine volumes in sea ice samples. *Journal of Glaciology*, 29(102):306–316.
- Crary, A., Cotell, R., og Sexton, T. (1952). Preliminary report on scientific work on Fletcher's ice Island, T3. *Arctic*, 5(4):211–223.
- Eicken, H. (1992). Salinity profiles of antarctic sea ice: Field data and model results. *Journal of Geophysical Research: Oceans (1978–2012)*, 97(C10):15545–15557.
- Ewing, M. og Crary, A. (1934). Propagation of elastic waves in ice. Part ii. *Journal of Applied Physics*, 5(7):181–184.
- Ewing, M., Crary, A., og Thorne Jr, A. (1934). Propagation of elastic waves in ice. Part i. *Journal of Applied Physics*, 5(6):165–168.
- Gold, L. W. (1977). Engineering properties of fresh-water ice. *Journal of Glaciology*, 19(81):197–212.
- Henley, D. C. (2003). Coherent noise attenuation in the radial trace domain. *Geophysics*, 68(4):1408–1416.
- Hofmann, P. (2008). *Phase velocity and group velocity* [PDF dokument]. Hentet fra Solid State Physics Online resources, Hjemmeside <http://www.philiphofmann.net/book/notes.html>.
- Høyland, K. V. (2009). Ice thickness, growth and salinity in Van Mijenfjorden, Svalbard, Norway. *Polar Research*, 28(3):339–352.
- Hunkins, K. (1960). Seismic studies of sea ice. *Journal of Geophysical Research*, 65(10):3459–3472.
- Kohnen, H. (1974). The temperature dependence of seismic waves in ice. *Journal of Glaciology*, 13(67):144–147.
- Lamb, H. (1917). On waves in an elastic plate. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character*, pages 114–128.
- Murat, J. og Lainey, L. (1982). Some experimental observations on the Poisson's ratio of sea-ice. *Cold Regions Science and Technology*, 6(2):105–113.
- Nakawo, M. og Sinha, N. K. (1981). Growth rate and salinity profile of first-year sea ice in the high Arctic. *Journal of Glaciology*, 27:315–330.
- Norsk Polarinstitutt (2015). [Kartutsnitt av Van Mijenfjorden, Svalbard, 1 mars 2015], Hentet fra Norsk Polarinstitutts hjemmeside <http://toposvalbard.npolar.no/>.
- Pfau, R. (2013). Bilder fra Van Mijenfjorden. JPEG-fil.
- Pounder, E. og Langleben, M. (1964). Arctic sea ice of various ages. II. Elastic properties. *Journal of Glaciology*, 5:99–105.
- Press, F. og Ewing, M. (1951). Propagation of elastic waves in a floating ice sheet. *Transactions, American Geophysical Union*, 32:673–678.

- Senese, F. (2008). *Why does salt melt ice* (15-02-2010). Hentet fra General Chemistry Online, Hjemmeside
<http://antoine.frostburg.edu/chem/senese/101/solutions/faq/why-salt-melts-ice.shtml>.
- Sigalas, M. og Economou, E. (1994). Elastic waves in plates with periodically placed inclusions. *Journal of Applied Physics*, 75(6):2845–2850.
- Stein, P. J., Euerle, S. E., og Parinella, J. C. (1998). Inversion of pack ice elastic wave data to obtain ice physical properties. *Journal of Geophysical Research: Oceans (1978–2012)*, 103(C10):21783–21793.
- Timco, G. og Weeks, W. (2010). A review of the engineering properties of sea ice. *Cold Regions Science and Technology*, 60(2):107–129.
- Yang, T. og Giellis, G. (1994). Experimental characterization of elastic waves in a floating ice sheet. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 96(5):2993–3009.
- Yang, T. og Yates, T. (1995). Flexural waves in a floating ice sheet: Modeling and comparison with data. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(2):971–977.

7 Vedlegg

7.1 Skuddoversikt

Tabell 17: Skuddoversikt Test 1.

FFID	Skuddpunkt	Kilde	Ladning	Kommentar
101	A	Linje	2 x 50m	
102	A	Linje	2 x 25m	
103	A	Linje	2 x 12.5m	
104	A	Linje	1 x 50m	
105	A	Linje	1 x 25m	
106	A	Linje	1 x 12.5m	
107	A	Punkt	2 kg	
108	A	Punkt	1 kg	
109	A	Punkt	0.5 kg	
201	B	Linje	2 x 50m	
202	B	Linje	2 x 25m	
203	B	Linje	2 x 12,5m	
204	B	Linje	1 x 50m	
205	B	Linje	1 x 25m	
206	B	Linje	1 x 12,5m	
209	B	Punkt	0.5 kg	
301	C	Linje	2 x 50m	Mangler
302	C	Linje	2 x 25m	
303	C	Linje	2 x 12,5m	
304	C	Linje	1 x 50m	
305	C	Linje	1 x 25m	
306	C	Linje	1 x 12,5m	
309	C	Punkt	0.5 kg	
404	D	Linje	1 x 50m	
405	D	Linje	1 x 25m	
406	D	Linje	1 x 12,5m	
409	D	Linje	0.5 kg	
504	E	Linje	1 x 50m	
505	E	Linje	1 x 25m	
506	E	Linje	1 x 12,5m	
509	E	Punkt	0.5 kg	

Tabell 18: Skuddoversikt Test 2.

FFID	Skuddpunkt	Kilde	Ladning	Hydrofondyp
1101	A	Punkt	0.1 kg	5m
1102	A	Punkt	0.5 kg	5m
1103	A	Linje	1 x 12.5m	5m
1104	A	Punkt	0.1 kg	10m
1105	A	Punkt	0.5 kg	10m
1106	A	Linje	1 x 12.5m	10m
1107	A	Punkt	0.1 kg	20m
1108	A	Punkt	0.5 kg	20m
1109	A	Linje	1 x 12.5m	20m
1201	B	Punkt	0.1 kg	5m
1202	B	Punkt	0.5 kg	5m
1203	B	Linje	1 x 12,5m	5m
1204	B	Punkt	0.1 kg	10m
1205	B	Punkt	0.5 kg	10m
1206	B	Linje	1 x 12,5m	10m
1207	B	Punkt	0.1 kg	20m
1208	B	Punkt	0.5 kg	20m
1209	B	Linje	1 x 12.5m	20m
1301	C	Punkt	0.1 kg	5m
1302	C	Punkt	0.5 kg	5m
1303	C	Linje	1 x 12,5m	5m
1304	C	Punkt	0.1 kg	10m
1305	C	Punkt	0.5 kg	10m
1306	C	Linje	1 x 12.5m	10m
1307	C	Punkt	0.1 kg	20m
1308	C	Punkt	0.5 kg	20m
1309	C	Linje	1 x 12.5m	20m

Tabell 19: Skuddoversikt Test 3.

FFID	Skuddpunkt	Kilde	Ladning	Kommentar
2101	A	Punkt	0.1 kg	
2102	A	Punkt	0.5 kg	
2103	A	Linje	1 x 12.5m	
2201	B	Punkt	0.1 kg	
2202	B	Punkt	0.5 kg	
2203	B	Linje	1 x 12.5m	Første 340ms mangler
2301	C	Punkt	0.1 kg	
2302	C	Punkt	0.5 kg	
2303	C	Linje	1 x 12.5m	