Matematisk modellering i læreverk

En innholdsanalyse av hvordan matematisk modellering fremstilles i to ulike læreverk for matematikk 1P og 2P

Mari Bråtveit

Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Matematisk institutt

UNIVERSITETET I BERGEN

03. juni 2024

FORORD

Denne masteroppgaven markerer slutten på fem år på lektorstudiet i matematikk og kjemi ved Universitetet i Bergen. Det har vært fem lærerike år og jeg ønsker å takke alle som har bidratt på veien.

Takk til min veileder Inge Olav Hauge for veiledning når jeg har stått fast i oppgaveskrivingen og både oppgaven og hodet mitt har vært et lite kaos.

Takk til mine medstudenter, som også har blitt venner, for lunsjpauser, turer, middager og strikkekvelder de siste årene. Det har vært fint å stå i akademiske opp- og nedturer sammen med dere.

Jeg vil også takke alle venner utenfor studiet, takk for støtte, latter og gode samtaler, dere betyr mye for meg.

Bergen, juni 2024

Mari Bråtveit

Jeg håper denne masteroppgaven vil komme til nytte for meg, hvertfall som en god fluesmekker.

And the rat finally found the krakk …

SAMMENDRAG

Dette er en matematikkdidaktisk masteroppgave som undersøker hvordan matematisk modellering fremstilles i to ulike læreverk for matematikk 1P og 2P.

Oppgavens problemstilling «*Hvordan fremstilles matematisk modellering i to utvalgte læreverk for matematikk 1P og 2P?*» undersøkes ved hjelp av to forskningsspørsmål*:*

I. *Hvordan fremstilles matematisk modellering i modelleringskapitlene?*

II. Hvordan gjenspeiles modelleringsteori fra forskningslitteraturen i teori, eksempler og oppgaver i læreverket?

For å besvare forskningsspørsmålene har det blitt gjennomført en summativ og teoridrevet innholdsanalyse. Det er tatt utgangspunkt i rammeverket for kvalitativ innholdsanalyse utviklet av Hsieh & Shannon (2005, s. 1277). Denne studien er i utgangspunktet kvalitativ, men det er også utført kvantitative undersøkelser for å få oversikt over læreverkene.

Studiens formål er ikke å sammenligne læreverk, men å undersøke hvordan modellering fremstilles og hvordan modelleringsteori fra forskningslitteraturen gjenspeiles, basert på analyse av to ulike læreverk.

Funn i studien viser at en finner mye av modelleringsteorien fra forskningslitteraturen igjen i læreverkene. Men at forskningslitteraturen og læreverkene i stor grad vektlegger ulike kompetanser innenfor matematisk modellering. I læreverkene vektlegges det som omhandler å arbeide matematisk, særlig regresjon og funksjoner. Forskningslitteraturen beskriver dette som kompetanser innen modellering, men ikke som en sentral del. Forskningslitteraturen vektlegger derimot utforsking og problemløsning fra virkeligheten ved bruk av hele modelleringssyklusen som den mest sentrale modelleringskompetansen, dette er noe som i liten grad gjenspeiles i læreverkene.

INNHOLDSFORTEGNELSE

1 INNLEDNING

1.1 BAKGRUNN

1.1.1 Bakgrunn for valg av tema

Gjennom studieløpet mitt har det vært mye diskusjon rundt matematisk modellering, et begrep jeg har funnet litt utfordrende å forstå fullt ut. Ettersom matematisk modellering har fått en større plass i læreplanen etter fagfornyelsen ønsket jeg å undersøke noe relatert til matematisk modellering i skolen i min masteroppgave.

Da jeg skulle begynne å skrive oppgaven, innså jeg raskt at jeg måtte bruke tid på å forstå hva matematisk modellering faktisk er. Jeg ønsket å tilegne meg gode definisjoner og en solid forståelse før jeg startet å skrive om emnet. Under oppstarten av masterskrivingen fikk jeg en forespørsel om å ta en vikartime i 1P, der jeg skulle introdusere elevene for modelleringskapittelet. Jeg bestemte meg derfor for å se nærmere på hvordan læreboken fremstilte modellering. Det jeg så og leste i dette kapittelet opplevde jeg at ikke stemte så godt overens med den teorien om modellering som jeg hadde lest i forskningslitteraturen.

For å få mer innsikt, snakket jeg med noen av matematikklærerne på skolen om hvordan de underviste modelleringskapittelet, og forsto begrepet matematisk modellering. Lærerne jeg snakket med definerte modellering som regresjon og mente at en matematisk modell må kunne gi prognoser for fremtiden. Jeg ble derfor interessert i å lese mer om dette og oppdaget at fremstilling av matematisk modellering i lærebøker og forskningslitteraturen ikke nødvendigvis samsvarer.

Dette inspirerte meg til å skrive en masteroppgave som undersøker hvordan matematisk modellering blir fremstilt i læreverk, og i hvilken grad man finner perspektivene på matematisk modellering fra forskningslitteraturen igjen i læreverket.

1.1.2 Fagfornyelsen

Læreplanen beskriver kompetansen elevene skal ha etter å ha fullført et bestemt fag på et gitt skoletrinn (Utdanningsdirektoratet, 2023). Fra høsten 2020 ble nye læreplaner tatt i bruk, som en del av fagfornyelsen. De tidligere læreplanene fra 2006 var mer omfattende og inneholdt flere temaer, mens de nye læreplanene i større grad fokuserer på det viktigste elevene skal lære (Utdanningsdirektoratet, 2021). Ett av målene med denne endringen var å gjøre det lettere for læreren å prioritere det viktigste fagstoffet, og dermed gi lærerne bedre støtte til å planlegge og gjennomføre undervisningen. Færre kompetansemål gir også bedre forutsetninger for dybdelæring, da det gir mer tid til grundig gjennomgang og mulighet til å se sammenhenger og oppnå dybdeforståelse (Utdanningsdirektoratet, 2021).

Med fagfornyelsen har modellering fått en mer fremtredende plass i læreplanen (Berget & Bolstad, 2019, s. 84). Berget & Bolstad (2019, s. 84) påpeker at matematisk modellering kan hjelpe elevene til å se den praktiske nytten av matematikken og hjelpe dem til å koble matematikken til ikke-matematiske situasjoner. Dette gir elevene bedre forståelse for hvordan matematikk brukes i samfunnet og i deres egen hverdag (Berget & Bolstad, 2019, s. 84).

1.1.3 Kjerneelementer

Kjerneelementene representerer sentrale temaer som elevene må mestre og kunne anvende i faget. Innenfor matematikk er det seks kjerneelementer (Utdanningsdirektoratet, 2019). I denne oppgaven fokuseres det på ett av disse kjerneelementene, modellering og anvendelser. Ulike skoletrinn og matematikkfag har ulike beskrivelser av kjerneelementene. For matematikk P er kjerneelementet «modellering og anvendelser» formulert som:

«Modellering handler om å skape matematiske beskrivelser av virkeligheten. Elevene skal kunne utvikle slike modeller som beskriver ulike aspekter av dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet. I matematikk P skal elevene også kunne vurdere om modeller er gyldige og modellens begrensninger. Anvendelser i matematikk P handler om å forstå hvordan man kan bruke matematikk i ulike situasjoner, både innenfor matematikken og i andre situasjoner» (Utdanningsdirektoratet, 2019).

1.1.4 Lærebøker og læreverk

Pepin et al. (2013, s. 929) presiserer at det eksisterer en smal og vid begrepsforståelse av lærebøker. Der den smale forståelsen er knyttet til selve læreboken, en videre forståelse av begrepet inkluderer også tilleggsmateriale som hører til læreboken, blant annet digitale ressurser (Pepin et al., 2013, s. 929). I denne studien vil begrepet lærebok brukes når det siktes til selve læreboken, når det siktes til den vide begrepsforståelsen vil det bli brukt begrepet læreverk. I hovedsak skal læreverket for matematikk 1P og 2P undersøkes som én enhet, i de tilfellene læreverket for matematikk 1P og 2P blir behandlet hver for seg vil dette bli poengtert.

1.2 TIDLIGERE FORSKNING

1.2.1 Læreplanen og lærebøker

Kongelf (2011, s. 5) påpeker at Norge er blandt de landende der læreboka spiller størst rolle i matematikkundervisningen. Lærerene bruker læreboka til å planlegge undervisningen og finne elevaktiviteter. Valg av lærebok har derfor stor innvirkning på hva læreren underviser, hvordan undervisningen gjennomføres og hvordan elevene lærer (Kongelf, 2011, s. 6). Gilje et al. (2016, s. 27) viser til en undersøkelse som avdekker at mange lærere anser læreboka som «sikker» og mener at den dekker kompetansemålene i faget. Studien inkluderer en undersøkelse av lærere fra fire fag på ulike trinn i grunnopplæringen, resultatene viser at 80 prosent av lærerne mener at læreverket ivaretar kompetansemålene (Gilje et al., 2016, s. 27).

Frem til år 2000 hadde Norge en godkjenningsordning for lærebøker (Bratholm, 2001). Da denne godkjenningsordningen ble avviklet, opphørte også det formelle samarbeidet mellom lærebøkene og skolen. Dermed er det i dag ikke et formelt krav om at bøkene følger læreplanen (Bratholm, 2001). Singh (2017) understreker at innholdet og strukturen i lærebøkene varierer betydelig og avhengerer av hvordan forfatterene tolker læreplanen og andre styringsdokumenter, samt deres forståelse av faget, deres kulturelle bakgrunn, erfaringer og utdanning. Gilje et al. (2016, s. 25) påpeker også at læreverkene kun gir en tolkning av læreplanen, og at ulike læreverk kan tolke den forskjellig. Dette understreker viktigheten av at læreren har kompetanse til å selv vurdere læreverkene opp mot kompetansemålene, og finne andre læringsressurser i de tilfellene de mener at læreboken ikke er tilstrekkelig (Gilje et al., 2016, s. 30). Ørevik & Skjelbred (2023) legger også vekt på at læreren må kunne vurdere læreverk og understreker at dette er noe som må få større plass i lærerutdanningen. De mener at studentene, mer enn noen gang må utvikle kritiske og analytiske ferdigheter for å bli dyktige utøverer i læreryrket, og at dette inkluderer evnen til å kritisk vurdere læremiddler (Ørevik & Skjelbred, 2023).

Berget & Bolstad (2019, s. 83) påpeker at læreplanen ikke gir en tydelig veiledning for hvordan matematisk modellering skal forstås og arbeides med, noe som kan skape utfordringer for lærere som skal undervise dette emnet. Berget & Bolstad (2019, s. 85) understeker også at matematisk modellering kan omfatte mange ulike klasseromspraksiser og at begrepet ikke er like entydig definert i skolen som i forskningslitteraturen (Berget & Bolstad, 2019, s. 85). Ferri (2009, s. 45) mener at hovedgrunnen til at matematisk modellering ikke har en tydeligere rolle i matematikkundervisningen, er at både elever og lærere opplever dette emnet som utfordrende.

1.2.2 Modellering i læreverk

I en studie utført av Frejd (2013) ble fremstillingen av modellering undersøkt i 14 lærebøker for den videregående skolen i Sverige, etter at modellering ble en større del av pensum. Resultatene fra innholdsanalysen indikerer at ulike læreverk gir ulike definisjoner og Blum &

beskrivelser av modellering (Frejd, 2013, s. 88). Videre viser studien at de fleste modelleringsoppgavene fokuserer på lineære og eksponentielle funksjoner. Studien viser også at teori og eksempler i læreboken i hovedsak fokuserer på matematikken (spesifikt steg 3,4 og 5 i modelleringssyklusen). Til tross for at modellering er et sentralt tema i den svenske læreplanen, konkluderer studien med at det ikke blir tilstrekkelig behandlet i lærebøkene (Frejd, 2013, s. 89). Blomhøj & Jensen (2003, s. 130) har også i en undersøkelse funnet at innenfor modellering i skolen er det mest fokus på matematisering, arbeide matematisk og å tolke resultatene (steg 3, 4 og 5 i modelleringssyklusen).

I en studie utført av Berget (2023, s. 99) er oppgavene i lærebøker for matematikk 2P undersøkt. Resultatene viste at de fleste oppgavene allerede var matematisert og kunne løses ved å følge gitte prosedyrer. Selv om noen oppgaver krevde validering av svarene, etterspurte flertallet av oppgavene ikke det. Berget (2023, s. 75) har i sin studie også funnet at læreverkene i stor grad presenterer modellering som regresjon. Berget (2023, s. 100) konkluderer med at det er forskjell på hvordan matematisk modellering ideelt sett bør undervises og hvordan undervisningen faktisk foregår. Hun foreslår videre endringer, inkludert at den ideologiske læreplanen bør bli enda tydeligere i undervisningsplanen. Dette kan oppnås ved å utvikle lærebøker og undervisningsmateriell i matematisk modellering som inkluder flere modelleringsperspektiver (Berget, 2023, s. 100).

1.3 PROBLEMSTILLING OG FORSKNINGSSPØRSMÅL

Denne studien er en innholdsanalyse av to ulike læreverk i matematikk 1P og 2P som skal brukes til å besvare problemstillingen:

Hvordan fremstilles matematisk modellering i to utvalgte læreverk for matematikk 1P og 2P?

For å besvare problemstillingen vil følgende forskningsspørsmål bli undersøkt:

I. *Hvordan fremstilles matematisk modellering i modelleringskapitlene?*

II. Hvordan gjenspeiles modelleringsteori fra forskningslitteraturen i teori, eksempler og oppgaver i læreverket?

Hensikten med studien er ikke å sammenlikne læreverk, men å se hvordan to ulike læreverk fremstiller modellering.

I denne studien er det tatt utgangspunkt i Hsieh & Shannon (2005, s. 1277) sine tre tilnærminger til kvalitativ innholdsanalyse. Det er ikke alle tilnærmingene til Hsieh & Shannon (2005, s. 1277) som er aktuelle for min studie da det ville blitt for omfattende arbeid og oppgaven min må avgrenses. Summativ innhdsanalyse er brukt til å besvare forskningsspørsmål *I* og for å besvare forskningsspørsmål *II* er teoridrevet innholdsanalyse benyttet.

I denne studien undersøkes det hvordan matematisk modellering er fremstilt i matematikk 1P og 2P. Læreverkene i begge fagene er undersøkt, selv om modellering er mest fremtredende i matematikk 1P, da disse er en del av et felles læringsløp.

Det finnes flere perspektiver og modeller av modelleringssykluser, i analysen av hvordan modelleringssyklusen er ivaretatt i læreverkene brukes Blum & Leiß (2007, s. 225) sin modelleringssyklus som et rammeverk.

1.4 OPPGAVENS STRUKTUR

Oppgaven består av seks hovedkapitler, disse er strukturert på følgende måte: (1) innledning, (2) teori, (3) metode, (4) resultater, (5) diskusjon og (6) avslutning.

I kapittel 1 er bakgrunnen for valg av oppgave redegjort, og det er gitt en innledning til temaene og forskningsspørsmålene som danner bakgrunnen for denne studien.

I kapittel 2 presenteres oppgavens teoretiske rammeverk. Det legges frem relevant teori for hva en matematisk modell og modellering er, og hvordan elever kan utvikle modelleringskompetanse.

I kapittel 3 blir metodene som er brukt i studien presentert. Valg av forskningsdesign og analyseverktøy blir begrunnet, og det blir beskrevet hvordan analysen er gjennomført. Deretter presenteres en vurdering av studiens relabilitet, validitet og begrensinger ved metodene som er brukt, samt etiske overveielser.

I kapittel 4 fremstilles resultatene fra analysen av datamaterialet. Resultatene presenteres så systematisk og nøytralt som mulig.

I kapittel 5 legges det frem tolkninger av resultatene i kapittel 4. Resultatene diskuteres opp mot relevant teori fra kapittel 2.

I kapittel 6 oppsummeres hovedfunnene, det vil trekkes konklusjoner basert på funnene i studien, og oppgavens problemstilling vil bli forsøkt besvart. Til slutt vil det diskuteres videre forskning.

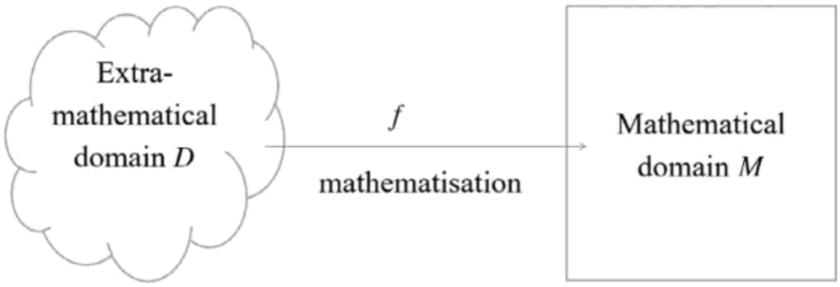
2 TEORI

2.1 HVA ER MATEMATISK MODELLERING

2.1.1 Matematisk modell

En modell kan defineres som et objekt som representerer noe annet og gir en forenklet beskrivelse av en større helhet (Niss & Blum, 2020, s. 6). For eksempel kan et kart betraktes som en modell av et geografisk område og en plantegning kan være en modell for et hus. En modell vil bare kunne forklare noen spesifikke elementer av helheten og denne forenklingen innebærer ofte å utelukke informasjon som ikke har signifikant betydning for den aktuelle konteksten (Niss & Blum, 2020, s. 6).

En *matematisk modell* er en forenkling av virkeligheten, der matematikken brukes som verktøy. Når matematikk anvendes utenfor det matematiske fagområdet, er det involvert en matematisk modell (Niss & Blum, 2020, s. 7). Niss & Blum (2020, s. 7) gir en formell definisjon av en matematisk modell som trippelen (D, f, M). Her representer det ekstra-matematiske domenet (D) virkeligheten. Ved å lage en modell (f) som beskriver problemet i den matematiske verden (M), matematiseres virkeligheten (Niss & Blum, 2020, s. 7).



Figur 2.1 Illustrasjon av en matematisk modell (Niss & Blum, 2020, s.7)

I arbeid med matematiske modeller er det ofte et klart fokus på den matematiske delen (M), og det er vanlig at både det ekstra-matematisk domen (D) og selve modelleringsprosessen (f) blir oversett (Niss & Blum, 2020, s. 7). Imidlertid vil den matematiske modellen da kun være en samling av matematiske enheter. For å skape en helhetlig matematisk modell må vi inkludere både det ekstra-matematiske domenet (D) og selve modelleringsprosessen (f) i arbeidet med modeller (Niss & Blum, 2020, s. 7).

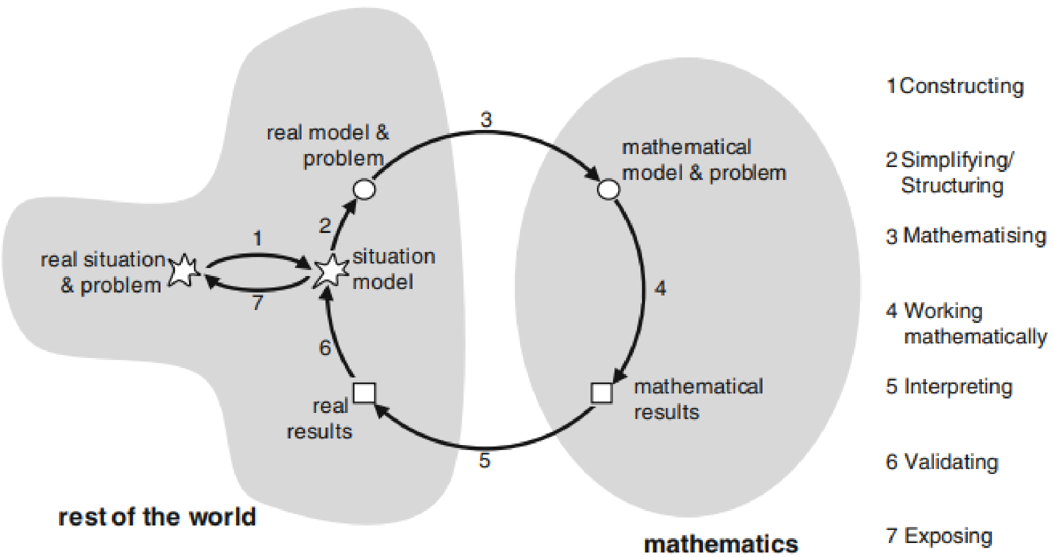
2.1.2 Matematisk modellering

Arbeidet med å konstruere eller anvende en matematisk modell kalles matematisk modellering (Blomhøj & Jensen, 2003, s. 124). Innenfor matematikkdidaktikken eksisterer ulike perspektiver på matematisk modellering. En felles idé i alle disse perspektivene er at man beveger seg mellom matematikk og et område utenfor matematikken (Ferri, 2018, s. 13). Dette beskrives ofte som «den ekstra-matematiske verden» eller «virkeligheten», og kan inkludere natur, samfunn og hverdagslivet. Når en arbeider med modeller, går en ikke direkte fra det ekstra-matematiske domenet til det matematiske domenet, modellering er en prosess som involverer flere trinn (Ferri, 2018, s. 13).

2.1.3 Modelleringssykluser

Ferri (2018, s. 20) understreker at det finnes mange ulike modelleringssykler, felles for alle er skillet mellom den matematiske verden og den virkelige verden. Det påpekes videre at forskere og lærere imidlertid vil bruke og forstå modelleringssykluser veldig ulikt (Ferri, 2018, s. 22). Fra et undervisningsperspektiv er hovedfokuset innen matematisk modellering å utvikle matematisk kompetanse (Berget, 2023, s. 16). Modelleringssyklusen blir da et viktig verktøy for at elever skal lære å modellere (Ferri, 2018, s. 23).

Blum (2015, s. 76) understreker også at det finnes flere ulike skjemaer som beskriver modelleringsprosessen. Hver av disse har styrker og svakheter, avhengig av formålet med modellen. En modelleringsmodell som er spesielt nyttig for kognitive analyser er 7-steg-modellen utviklet av Blum & Leiß (2007, s. 225).



Figur 2.2 Modelleringssyklusen til Blum & Lei ß (2007, s.225)

Stegene i 7-stegs-modellen til Blum & Leiß (2007, s. 225) er følgende:

1. **Lese og forstå oppgaven (Situasjonsmodell):**

I dette steget leses oppgaveteksten nøye og en forsøker å forstå problemet. En situasjonsmodell konstrueres ved å for eksempel lage en tegning som representerer problemet visuelt (Blum & Leiß, 2007, s. 225-226).

2. **Forenkle og strukturere situasjonen (Ekte modell):**

Her forenkles og struktureres situasjonen ytterligere. En ekte modell som representerer problemet mer presist blir laget. Dette kan være en matematisk beskrivelse eller en mer abstrakt representasjon (Blum & Leiß, 2007, s. 225-226).

3. **Matematisering av problemet (Matematisk modell):**

I dette steget blir den ekte modellen transformert til en matematisk modell. Dette kan være en likning, funksjon eller et sett med matematiske uttrykk som beskriver problemet (Blum & Leiß, 2007, s. 225-226).

4. **Arbeide matematisk (Matematisk resultat):**

I dette steget jobbes det med den matematiske modellen. En utfører beregninger, løser likninger eller utforsker matematiske sammenhenger, resultatet av denne matematiske prosessen gir et matematisk resultat (Blum & Leiß, 2007, s. 225-226).

5. **Tolkning av det matematiske resultatet (Ekte resultat):**

Her blir det matematiske resultatet tolket i den virkelige verden. En ser da på hvordan det matematiske svaret kan oversettes til noe som gir mening i den opprinnelige situasjonen (Blum & Leiß, 2007, s. 225-226).

6. **Validering av resultatet**

I dette steget valideres det ekte resultatet, en vurderer om resultatet er rimelig og nøyaktig, og om det er i tråd med forventningene og hvor stor usikkerheten er. Når svaret er validert må vurdere om modelleringsprosessen må gjennomføres en gang til for å sikre påliteligheten i modelleringen. Når en jobber med modellering kan det hende en må gå gjennom denne prosessen flere ganger (Blum & Leiß, 2007, s. 225-226).

7. Sammenheng med det opprinnelige problemet:

Til slutt må svaret ses i sammenheng med det originale problemet. En ser da på om det som skulle løses er løst og om resultatet er relevant og nyttig (Blum & Leiß, 2007, s. 225-226).

Blum & Leiß (2007, s. 227) understreker at når en jobber med problemløsning er det ikke nødvendigvis i den rekkefølgen som blir fremstilt i denne modellen. En hopper gjerne litt frem og tilbake mellom den virkelige verden og matematatikken samt de ulike stegene i modelleringssyklusen. Hvordan en jobber med modelleringssyklusen påvirkes av kunnskapsnivå, erfaringer og den individuelles tenkningsstil (Blum & Ferri, 2009, s. 48).

Blomhøj & Jensen (2003, s. 130) påpeker viktigheten av at modelleringskompetanse blir forstått med referanser til modelleringssyklusen. For at elevene skal utvikle matematisk modelleringskompetanse er det særlig viktig at elevene lærer å matematisere og analysere modeller. Blomhøj & Jensen (2003, s. 130) understreker at dersom elevene bare jobber med de innerste delene av modelleringssyklusen som handler om å arbeide matematisk vil de ikke utvikle matematisk modelleringskompetanse.

2.2 HVORFOR OG HVORDAN UTVIKLE MODELLERINGSKOMPETANSE

En av hovedgrunnene til å innføre matematisk modellering i skolen er å gjøre matematikk relevant for elevenes hverdagsliv. Blomhøj & Jensen (2003, s. 137) påpeker at matematisk modelleringskompetanse er en kompleks matematisk ferdighet, og det er viktig å diskutere muligheter og begrensninger for hvordan modellering blir undervist i skolen.

2.2.1 Hvorfor modellering

2.2.1.1 Pragmatisk, formativ, kulturell og psykologisk begrunnelse

Blum (2015, s. 81) diskuterer viktigheten av matematisk modellering i undervisningen. Modellering er en kognitivt krevende prosess, men den gir elevene viktige verktøy for å kunne forstå matematikken betydning og anvendelse i den virkelige verden. Blum (2015, s. 81) presenterer fire begrunnelser for å inkludere modellering i læreplaner og skoleundervisningen, pragmatisk, formativ, kulturell og psykologisk. Disse begrunnelsene kan også bli sett på som mål ved modelleringsundervisningen.

- **Pragmatisk begrunnelse**:
  Elevene skal forstå og mestre å arbeide med situasjoner fra den virkelige verden. Matematisk modellering gir elevene mulighet til å løse autentiske problemer ved å oversette dem til matematikk (Blum, 2015, s. 81).
- **Formativ begrunnelse:**
  Modelleringskompetanse kan bare videreutvikles gjennom modelleringsaktiviteter, men ved å jobbe med matematisk modellering kan elevene også utvikle andre matematiske ferdigheter. For eksempel kan argumentasjonskompetanse utvikles ved å jobbe med virkelighetsnære bevis. Elevene kan også utvikle ferdigheter innen samarbeid og kommunikasjon dersom de løser oppgavene sammen (Blum, 2015, s. 81).
- **Kulturell begrunnelse:**
  Elevene skal forstå matematikkens rolle i den virkelige verden og hvordan den påvirker ulike aspekter av samfunnet (Blum, 2015, s. 81).
- **Psykologisk begrunnelse:**
  Modellering kan gi elevene økt motivasjon og interesse for matematikk. Når de jobber med eksempler og problemer fra den virkelige verden blir matematikken mer meningsfull og engasjerende. Matematisk modellering vil også kunne hjelpe elever med å utvikle kognitive ferdigheter, som problemløsning, resonering og generalisering (Blum, 2015, s. 81).

Berget & Bolstad (2019, s. 86) påpeker at en fellesnevner for alle disse begrunnelsene er at matematikken og hverdagslivet knyttes sammen gjennom en modelleringsprosess. Selv om modelleringsprosessen kan se relativt lik ut, kan begrunnelsen eller målet for å jobbe med modellering være ulike.

2.2.2 Hvordan utvikle modelleringskompetanse

2.2.2.1 Hvilke oppgaver skal elevene presenteres for?

Blum (2015, s. 81) sin pragmatiske begrunnelse for å inkludere modellering i undervisningen handler om å bruke matematikk som et verktøy for å arbeide med situasjoner fra den virkelige verden. De tre andre begrunnelsene, formativ, kulturell og psykologisk, går i motsatt retning og bruker den virkelige verden for å utvikle matematisk kompetanse. For at elevene skal oppnå målene med modellering poengterer Blum (2015, s. 81) viktigheten av at elevene blir presentert for oppgaver som er tilpasset det en ønsker at elevene skal lære. Blum (2015, s. 82) understreker videre at kvaliteten på en oppgave derfor må vurderes ut fra det tiltenkte formålet.

Garcia et al. (2006, s. 230) beskriver to ulike perspektiver på utvikling av modelleringskompetanse, epistemologisk og kognitiv. Den epistemologiske tilnærmingen fokuserer på «ekte situasjoner» i forbindelse med modelleringsprosessen, og at elevene skal se hvordan matematisk kompetanse knyttes sammen med virkeligheten. Den kognitive tilnærmingen vektlegger viktigheten av en dypere forståelse av hvilke kognitive prosesser elevene arbeider med når de modellerer (Garcia et al., 2006, s. 230).

For det pragmatiske aspektet av matematisk modellering, må elevene presenteres for konkrete og autentiske oppgaver fra virkeligheten, slik at de kan øve seg på å bruke matematikk i hverdagssituasjoner (Blum, 2015, s. 81-82). Dette kan eksempelvis være oppgaver der en skal lage prognostiske modeller for hvordan en populasjon vil utvikle seg og utviklingen i et finansielt marked.

For det formative aspektet kreves det kognitivt rike oppgaver, i sammenheng med meta-kognitive aktiviteter (Blum, 2015, s. 81-82). Dette kan være å presentere krevende oppgaver som krever en dypere tenkning, i kombinasjon med aktiviteter som gjør elevene bevisste på egen læring. Eksempelvis kan elevene få utforske hvordan teorier og metoder brukes til å løse problemer og forsøke å forstå fenomener fra virkeligheten.

For det kulturelle aspektet er det viktig at elevene blir bevisste matematikkens rolle i den virkelige verden. I forbindelse med dette aspektet bør elvene presenteres for autentiske oppgaver som viser matematikkens betydning i den virkelige verden, eller epistemologiske rike oppgaver som viser matematikk som en vitenskap. Dette kan være innen samfunnsvitenskap, finans eller ingeniørfag (Blum, 2015, s. 81-82).

For det psykologiske aspektet er det viktig med oppgaver som vekker interesse hos elevene, slik at de motiveres til å jobbe med matematikk (Blum, 2015, s. 81-82).

2.2.2.2 Holistisk og atomistisk tilnærming til modelleringskompetanse

Ferri (2018, s. 94) understreker at elever trenger å lære hvordan de løser modelleringsoppgaver og må derfor øve seg på å løse oppgaver som er åpne, der de selv må gjøre antakelser.

Blomhøj & Jensen (2003, s. 137) fremhever viktigheten av en balanse mellom holistisk og atomistisk tilnærming når elevene skal utvikle modelleringskompetanse. Den holistiske tilnærmingen til modellering innebærer å utfordre elevene til å jobbe med hele modelleringssyklusen ved å la dem jobbe selvstendig uten instruksjoner. Når elevene jobber på denne måten kreves det at de tar mange selvstendige valg. For å utvikle modelleringskompetanse er det viktig at elevene da gjør de riktige valgene. Den atomistiske tilnærmingen tar hensyn til at elevene trenger direkte instruksjoner for å lære hvordan de skal gå frem når de modellerer. I denne tilnærmingen fokuseres det på ett eller noen få steg av modelleringssyklusen om gangen (Blomhøj & Jensen, 2007, s. 137). Det understrekes at den holistiske og atomiske tilnærmingen alene ikke er tilstrekkelig for å utvikle modelleringskompetanse (Blomhøj & Jensen, 2007, s. 49).

2.2.3 Elevers utfordringer med modellering

Blum (2015, s. 79) tar for seg flere utfordringer som kan oppstå for elevene i de ulike stegene av modelleringsprosessen.

Det første steget i modelleringssyklusen handler om å forstå situasjonen og konstruere en situasjonsmodell. Ifølge Blum (2015, s. 79) møter mange elever utfordringer i dette steget, dette skyldes nødvendigvis ikke en kognitiv svikt hos elevene. Det kan heller være et resultat av at de gjennom skolegangen har erfart at det er mulig å løse oppgaver uten å lese nøye gjennom oppgaveteksten eller forstå oppgavens kontekst. Mange oppgaver kan løses ved å hente ut tall fra oppgaveteksten og følge en strategi som passer til tallene i oppgaven, uten at det er nødvendig å ta oppgavens kontekst i betraktning eller evaluere svaret opp mot oppgaveteksten (Blum, 2015, s. 79).

Et eksempel fra Verschaffel et al (2000, s. 6) illustrerer dette. Det presenteres en undersøkelse der elever skal finne ut hvor mange busser som trengs for å frakte 1128 soldater med buss til en treningsleir, hver buss har plass til 36 soldater. Resultatene fra elevsvarene viser at flertallet svarer at det er behov for 31.3 busser, eller at det er behov for 31 busser og 12 soldater må bli igjen. Det var kun et fåtall av elevene som svarte at det trengtes 32 busser (Verschaffel et al., 2000, s. 6).

Det andre steget i modelleringssyklusen handler om å forenkle og strukturere situasjoner, dette innebærer ofte å gjøre egne antakelser og for mange elever er dette utfordrende (Blum, 2015, s. 79).

Mange elever opplever også utfordringer knyttet til det sjette steget i modelleringssyklusen. Dette steget handler om å validere svarene ifølge Blum (2015, s. 79) er dette stort sett fraværende i elevsvarene. Mange elever anser seg som ferdig med oppgaven når de har gjort beregninger og fått et svar, og det blir sett på som lærerens ansvar å sjekke om svaret er riktig (Blum, 2015, s. 79).

Blum (2015, s. 79-80) viser også til andre utfordringer knyttet til elevers modelleringskompetanse. Studier viser at elever stort sett ikke følger modelleringsprosessen slik som figurene for en modelleringssyklus viser. De hopper ofte frem og tilbake mellom stegene (Blum, 2015, s. 79). Mange elever mangler også strategier for å løse problemer fra den virkelige verden (Blum, 2015, s. 79). Det å overføre kunnskap fra en kontekst til en annen viser seg å være utfordrende for mange elever. Selv om elevene har jobbet med en lignende oppgave tidligere og i utgangspunktet skal bruke de samme strategier for å løse oppgaven, vil de likevel kunne få utfordringer dersom de blir presentert for en ny kontekst. En grunn til dette er at mange elever i liten grad reflekter rundt oppgavene (Blum, 2015, s. 80). Modellering og problemløsning er en kompetanse som må læres (Garcia et al., 2006, s. 230). Garcia et al. (2006, s. 230) viser til en studie som sier at selv elever med gode matematiske kunnskaper og forståelse for teorien, ikke nødvendigvis vil klare å overføre kunnskapen til problemløsningsoppgaver.

2.3 Hva skiller modellering fra andre kompetanser?

2.3.1 Hva er forskjellen på modellering og problemløsning?

Det er nyttig å forstå forskjellen på en problemløsning og modellering. Ferri (2018, s. 42) påpeker at en modelleringsoppgave også inneholder problemløsning, der oppgaven ikke kan løses med kjente algoritmer. Det som skiller problemløsning og modellering er at en problemløsningsoppgave sitt hovedfokus er de matematiske aspektene, mens en modelleringsoppgave er problemløsning fra den ekstra-matematisk verden. Problemløsningsoppgaver kan også inneholde en kontekst fra den virkelige verden, men en modelleringsoppgave må inneholde en ekte kontekst for å kunne defineres som matematisk modellering (Ferri, 2018, s. 42).

2.3.2 Regresjon og funksjoner i forbindelse med modellering

Galbraith (2012, s. 6) diskuterer viktigheten av regresjon som en kompetanse innenfor matematisk modellering. Å utføre regresjon innebærer å finne en matematisk funksjon som passer til tilgjengelige måledata, funksjonen vil da kunne betraktes som en matematisk modell av en reell situasjon. Galbraith (2012, s. 6) understreker at dersom regresjon og funksjoner brukes uten forståelse vil det ikke lenger kunne betraktes som modellering. Dersom datapunkter er oppgitt uten at det vektlegges hvor disse kommer fra, eller det ikke er oppgitt en reell situasjon, vil det ikke kunne regnes som modellering. Det vil da bare bli en teknisk øvelse der hovedfokuset ligger på matematikken. For at en skal kunne betrakte regresjon som modellering må en gå fra den ekstra-matematiske verden til den matematiske verden ved å matematisere problemet (Galbraith, 2012, s. 6).

2.4 MODELLERINGSOPPGAVER

2.4.1 Definisjon av gode modelleringsoppgaver

Ferri (2018, s. 47) understreker at modelleringsoppgaver (modeling problems) alltid bør være et problem som ikke kan løses med kjente algoritmer. Elevene skal kunne utforske ulike strategier for å komme frem til en løsning. En modelleringsoppgave skal også kunne løses ved å bruke alle fasene i modelleringsprosessen. Ferri (2018, s. 47) har satt fem kriterier for hva hun definerer som gode modelleringsoppgaver:

1. **Meningsfulle modelleringsoppgaver**
   Elevene må være i stand til å gjennomføre oppgaven og det må gi mening for dem å jobbe med den (Ferri, 2018, s. 47).
2. **Aldersbasert, realistisk innhold**
   Modelleringsoppgaver må velges etter elevgruppen, slik at det vekkes interesse for å arbeide med oppgaven hos elevene (Ferri, 2018, s. 47).
3. **Provokasjon av videre spørsmål**
   Modelleringsoppgaven bør være åpen for at elevene kan stille nye spørsmål, både matematisk og om konteksten og den virkelige situasjonen i oppgaven (Ferri, 2018, s. 47).
4. **Stimulerer holistisk læring**
   Modelleringsoppgaver skal kunne gi mulighet for å «lære med alle sanser», spesielt for komplekse modelleringsproblem som i hovedsak kan løses utenfor klasserommet (Ferri, 2018, s. 47).
5. **Passende nivå på språket.**
   Formuleringen av modelleringsoppgaver må være forståelig for elevene. Uklare setninger kan hindre elevene fra å bygge en mental representasjon av oppgavens kontekst (Ferri, 2018, s. 47).

I forbindelse med modelleringsoppgaver legges det ofte vekt på at konteksten må være hentet fra den virkelige verden. Ferri (2018, s. 46) viser til at det er diskusjoner rundt hva som kan defineres som en autentisk oppgave. Noen forskere mener en oppgave er autentisk dersom den simulerer virkeligheten, andre mener derimot at oppgaven er autentisk dersom situasjonen ikke er laget spesifikt for skolesammenheng.

Ferri (2018, s. 13) understreker at pseudo realistiske problem, der all data er gitt og en bare trenger å bruke kjente algoritmer ikke kan defineres som modelleringsoppgaver. Matematisk modellering skal være en utfordring for elevene der spørsmålene er tatt fra virkeligheten og elevene må bruke matematikk til å løse oppgaven (Ferri, 2018, s. 13).

Barbosa (2006, s. 294) legger vekt på viktigheten av problemløsning i forbindelse med modellering og definerer to hovedtrekk med modelleringsaktiviteter.

1. Elevene må oppleve aktiviteten som et problem og ikke en oppgave.
2. Konteksten må være hentet fra hverdagslivet eller andre fagområder som ikke er ren matematikk.

2.4.2 Eksempler på gode modelleringsoppgaver

Ferri (2018, s. 44) presenterer modelleringsoppgaven «Port of Hamburg»:

Port of Hamburg
In 2007, 9.9 million containers were shipped through the port of Hamburg. This makes Hamburg the world's ninth biggest port. In 365 days only two or three containers are put in the wrong place. Then the searching starts. The dockworker who finds the container gets one day off. By the way: no container has ever been lost in Hamburg.

Original text of an insurance Newsletter: AOK Rheinland/Hamburg No.2/2008

How big is the area needed for the transhipping of the containers?

Figur 2.3 Oppgaven "Port of Hamburg" fra Ferri (2018, s.44)

Ferri (2018, s. 45) understreker at dette er en god modelleringsoppgave fordi det er en ekte kontekst hentet fra en avisartikkel, og det er bare oppgitt noe relevant data. Bildet viser heller ikke hele kaiområdet og en må derfor gjøre mange antakelser for å løse oppgaven. Oppgaven krever også at det stilles videre spørsmål som:

- Hvor stor er en kontainer?
- Hvor lenge står en kontainer på kaien?
- Hvor stor plass trenger en til gjennomkjøring og opplastning?

Barbosa (2006, s. 294-295) legger vekt på viktigheten av at elevene kan relatere til mattematikkoppgavene for at de skal motiveres til å utforske og streve med oppgaver. Et eksempel på hvordan dette kan gjøres blir fremstilt med et eksempel fra en skoleklasse i Brazil. Regjeringen hadde annonsert et program der bønne- og maisfrø skulle distribureres til bønder. Dette ville direkte påvirke mange av elevene i klassen. Læreren tok med avisartikkelen som inneholdt følgende informasjon:

> *Bønne og mais frø vil bli donert av Regjeringen, de begynner å distribueres i morgen ettermiddag. Totalt er 37,5 tonn frø , 25 tonn bønner og 12,5 tonn maisfrø. Rundt 8000 bønder vil få fordeler av dette. Ifølge ordføreren vil hver bonde få 3 kg bønner og 2 kg mais.*

Disse nyhetene relaterte til elevenes liv utenfor skolen og hadde en direkte påvirkning på familiene deres. Etter å ha diskutert nyhetsartikkelen med læreren, kom klassen frem til at 37,5 tonn frø ikke var nok til å gi 8000 bønder 5 kg frø hver. Elevene vurderte regjeringens kriterier for å få frø og mente at ulike familier ville hadde ulike behov. Elevene ble delt i grupper for å lage egne modeller for hvordan frøene burde fordeles til bøndene. Elevene fikk deretter diskutere de ulike modellene som var laget og de fikk se hvordan ulike kriterier gir ulike matematiske resultater (Barbosa, 2006, s. 294-295).

3 METODE

I dette kapittelet beskrives metoder for datainnsamling og hvordan disse er brukt til å svare på forskningsspørsmålene:

I. *Hvordan fremstilles matematisk modellering i modelleringskapitlene?*

II. *Hvordan gjenspeiles modelleringsteori fra forskningslitteraturen i teori, eksempler og oppgaver i læreverket?*

Deretter blir utvalget av læreverk og innhold i læreverkene beskrevet. Videre vil det bli presentert en detaljert beskrivelse av gjennomføringen av datainnsamlingen, der summativ innholdsanalyse er brukt for å besvare forskningsspørsmål *I* og teoridrevet innholdsanalyse er brukt for å besvare forskningsspørsmål *II*. Til slutt vil en vurdering av studiens kvalitet og relabilitet bli gjennomgått, samt etiske betraktninger.

3.1 INNHOLDSANALYSE

Dokumenter dekker mye informasjon, noe som gjør at innholdsanalyse er en effektiv metode for å hente ut informasjon (Bowen, 2009, s. 31-32). Innholdsanalyse er en fleksibel metode for å analysere tekster og det finnes mange ulike metoder for å gjennomføre en innholdsanalyse (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1277). Hvilken type innholdsanalyse som bør velges avhenger av dataene og hva en ønsker å finne ut. Det at denne metoden er så fleksibel fører også til en manglende formell definisjon (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1277). Innholdsanalyse er en prosess der informasjon blir kodet i kategorier som er relatert til forskningsspørsmålene (Bowen, 2009, s. 32). Bowen (2009, s. 32) understreker viktigheten av at forskeren klarer å identifisere relevant informasjon i teksten og skille den fra informasjon som ikke er relevant i arbeidet med innholdsanalyse.

I en innholdsanalyse er det viktig at forskeren tar i betraktning hensikten til dokumentet, hvorfor dokumentet er produsert og hvem som er mottakerne (Bowen, 2009, s. 33). I denne studien blir det undersøkt lærebøker som opprinnelig er produsert for å kunne bidra til matematikkopplæringen til elever på et visst trinn. Bruken av læreverkene i denne studien vil derfor skille seg fra den originale intensjonen de ble skrevet for, da læreverkene blir brukt til å se på hvordan ulike læreverk behandler og fremstiller modellering.

3.2 KVANTITATIV OG KVALITATIV FORSKNINGSMETODE

Innenfor innholdsanalyse kan en bruke kvantitativ og kvalitativ forskningsmetode (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1278). Kvantitativ innholdsanalyse brukes til opptelling, mens kvalitativ innholdsanalyse brukes til å gå enda dypere inn i språket og hensikten til teksten (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1278).

Kvantitativ tilnærming til innholdsanalyse baserer seg på en systematisk gjennomgang av innholdet i dokumenter (Grønmo, 2004, s. 193). I en kvantitativ datainnsamling er det derfor viktig med et godt utarbeidet kodeskjema som er utviklet i forkant av analysen.

Den kvalitative tilnærmingen til innholdsanalyse beskrives ofte som fortolkende tekstanalyse og kan brukes på flere måter for å klassifisere og identifisere temaer og mønster i et skriftlig datamateriale (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 80). En kvalitatativ innholdsanalyse kan gjennomføres som en fleksibel analyse der kodene utvikles underveis. Men det er også mulig å utføre den kvalitative analysen som en systematisk analyse av et skriftlig datamateriale med forhåndsbestemte kategorier (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 80).

En kvantitativ innholdsanalyse fremhever nøyaktighet, mens en kvalitativ studie prioriterer fullstendighet (Grønmo, 2004, s. 214). Kvalitativ og kvantitativ metode vil derfor gi ulik informasjon om et datamateriale og metodene vil kunne utfylle hverandre. Bruk av metodene i kombinasjon kan derfor bidra til større innsikt enn det en ville oppnådd ved å bruke kvantitative eller kvalitative metoder alene (Grønmo, 2012).

3.3 SUMMATIV OG TEORIDREVET INNHOLDSANALYSE

I en summativ innholdsanalyse undersøkes det hvor ofte og i hvilken kontekst et begrep forekommer (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 82). I innholdsanalyse kan data bli samlet inn induktivt og deduktivt. I den summative innholdsanalysen utvikles kategoriene induktivt (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 81). Induktiv datainnsamling utføres uten forhåndbestemte kategorier. Dette innebærer at man leser gjennom datamaterialet flere ganger og identifiserer viktige ord og begreper. På denne måten utvikles gradvis koder, og disse kodene blir videre kategorisert (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 81).

Den summative innholdsanalysen består av en kombinasjon av manifest og latent innholdsanalyse (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 81). Manifest innhold refererer til bestemte ord, utrykk og formuleringer i teksten (Grønmo, 2004, s. 195). Det latente innholdet referer til den spesifike betydningen av bestemte ord, utrykk og formuleringer, sett i den sammenhengen de inngår i teksten.

I den manifeste analysen fokuseres det på overflatestrukturen, for eksempel ved å telle hvor mange ganger et ord opptrer (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1278). I utgangspunktet er dette en kvantitativ analyse. Problemet med den manifeste innholdsanalysen er at et ord eller utrykk kan ha ulik betydning, avhengig av sammenhengen det inngår i (Grønmo, 2004, s. 195). Latent innholdsanalyse tar for seg den dype strukturelle betydningen av den manifeste analysen. Dermed blir den summative innholdsanalysen i helhet kvalitativ (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1278).

I den teoridrevne innholdsanalysen anvendes kategoriene deduktivt, det vil si at kategoriene utvikles fra teori eller tidligere forskning (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 83). Dette gir mulighet for å validere, eller ved behov videreutvikle et eksisterende rammeverk. Resultatene fra en slik analyse kan derfor bidra til å støtte opp under eksisterende teori, eller eventuelt brukes til å utfordre og videreutvikle eksisterende teori (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 83).

Hsieh & Shannon (2005, s. 1286) har laget en oversikt over hva som skiller summativ og teoridrevet innholdsanalyse, en oversatt oversikt er presentert i tabell 3.1.

Tabell 3.1 Oversikt summativ og teoridrevet innholdsanalyse, oversatt fra Hsieh & Shannon (2005, s.1286)

Type innholdsanalyse	**Analysen starter med**	**Tidspunkt for definering av koder og nøkkelord**	**Kilde for koder og nøkkelord**
Summativ innholdsanalyse	Nøkkelord	Nøkkelord identifiseres både før, og parallelt med analysen	Nøkkelordene utledes fra forskerens interesse eller litteraturgjennomgang
Teoridrevet innholdsanalyse	Teori	Koder formuleres før analysen, men kan også utvikles underveis	Kodene utvikles fra eksisterende teori og forskning

3.4 UTVALG

For å avgrense oppgavens omfang er det foretatt et utvalg av datamateriale som brukes i denne studien. I dette avsnittet presenteres disse avgrensningene.

3.4.1 Årstrinn

Studiet mitt er rettet mot 8.-13. trinn og det er derfor naturlig å undersøke læreverk fra disse trinnene. Jeg har mest erfaring med den videregående skolen fra både praksis og vikarjobber og derfor ønsket jeg å se på læreverk fra den videregående skolen. Valget om å undersøke læreverk for matematikk 1P er tatt på bakgrunn av at jeg har erfaring med å undervise dette faget. Matematikk 1P og 2P er et felles løp og fagstoffet bygger dermed på hverandre. Jeg så det derfor som hensiktsmessig å undersøke hvordan læreverkene for matematikk 1P og 2P som en helhet fremstiller matematisk modellering.

3.4.2 Læreverk

Målet med analysen er å se på hvordan læreverk tolker og legger til rette for at elevene skal lære å jobbe med matematisk modellering. Ved å undersøke to ulike læreverk vil en kunne trekke noen felles konklusjoner for hvordan matematisk modellering fremstilles læreverk.

For å velge ut læreverk til denne studien ble det undersøkt hvilke lærebøker som brukes i matematikk 1P og 2P i den videregående skolen, og som er gitt ut etter innføringen av fagfornyelsen i 2020. For å avgrense mengden analysemateriale ble det valgt ut to av de aktuelle læreverkene. I denne analysen vil læreverkene Sinus og Matematikk bli undersøkt, da jeg har erfaring med disse og har observert at de er mye brukt i skolen.

Tabell 3.2 Oversikt over læreverkene som er analysert i studien

	Sinus 1P	Sinus 2P	Matematikk 1P	Matematikk 2P
Forfattere	Tore Oldervoll Otto Svorstøl Birte Vestergaard Einar Gustafsson Egil Reidar Osnes Robin Bjørnetun Jacobsen Terje A. Pedersen	Egil Reidar Osnes Einar Gustafsson Terje Andreas Pedersen Otto Svorstøl Tore Oldervoll	Inger Christin Borge John Engeseth Hermod Haug Odd Heir Håvard Moe Tea Toft Norderhaug Sigrid Melander Vie	Ørnulf Borgan John Engeseth Odd Heir Håvard Moe Tea Toft Norderhaug Sigrid Melander Vie
Forlag	Cappelen Damm	Cappelen Damm	Aschehoug	Aschehoug
Utgitt	2020	2021	2020	2020
Utgave og opplag	4. utg. 1.opplag	4. utg. 1.opplag	4.utg. 2. opplag	4.utg. 1.opplag
Antall sider	424	352	282	274
Antall kapittel	6	6	6	5

3.4.3 Innhold i læreverket

I analysen har hele læreverket blitt undersøkt da jeg anser dette som mest rettferdig ovenfor forlaget. De digitale ressursene er produsert som et tillegg til læreboken og en analyse av kun læreboken vil kunne medføre at en utelater viktig datamateriale. Teori, eksempler og oppgaver i læreverket vil bli analysert fordi disse ulike delene kan gi ulik informasjon om hvordan modellering blir behandlet i læreverket. På bakgrunn av at oppgaven må begrenses er læreverkenes prøver og vurderinger utelukket fra analysen.

Læreverkene inkluderer et digitalt tilleggsmateriale, fra de digitale ressursene vil oppgavene og lærerveiledningen undersøkes. Læreverket Matematikk sine digitale oppgaver kalles «Basisoppgaver», læreverket Sinus sine digitale tilleggsressurser heter «Utforskark». Læreverkenes prøver er en del av det digitale tilleggsmaterialet, og de er utelukket fra analysen.

Læreverket Matematikk tilbyr også en forenklet versjon av læreboken, denne er utelukket fra studien. Grunnen til dette er at jeg mener denne ikke vil gi noe mer informasjon om hvordan læreverket behandler modellering, og det finnes ikke noe tilsvarende materiale for læreverket Sinus.

I analysen av oppgaver er «diskusjon» og «utforsk» fra lærebøkene inkludert da jeg også anser disse for å være relevante oppgaver.

3.5 ANALYSEVERKTØY

I utviklingen av analyseverktøy er det tatt utgangspunkt i Hsieh & Shannon (2005, s. 1277) sine tre tilnærminger til kvalitativ innholdsanalyse, summativ, teoridrevet og konvensjonell. Valg av rammeverk er gjort på bakgrunn av studiens forskningsspørsmål, som fokuserer på å undersøke hvordan matematisk modellering fremstilles i lærebøker. Dette rammeverket er designet for å hente ut informasjon om et spesifikt innhold i tekster (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1284).

I analysen er to av tilnærmingene til Hsieh & Shannon (2005, s. 1277) benyttet, summativ og teoridrevet innholdsanalyse. Konvensjonell innholdsanalyse er utelatt da oppgaven må begrenses og jeg anser den summative og teoridrevne tilnærmingen til innholdsanalyse som tilstrekkelige for å kunne svare på studiens forskningsspørsmål. For å få en oversikt over hvordan modellering fremstilles i læreverket, er det brukt summativ innholdsanalyse. For å gå mer i dybden på hvordan matematisk modellering fra forskningslitteraturen gjenspeiles i læreverket er det benyttet teoridrevet innholdsanalyse.

For å utvikle kategoriseringsverktøyet ble først forskningslitteraturen gjennomgått for å identifisere viktige kompetanser og definisjoner innenfor modellering. Deretter ble det vurdert om teori, eksempler eller oppgaver var mest hensiktsmessig for å undersøke hvordan disse kompetansene og definisjonene gjenspeiles i læreverket. Det ble også vurdert om summativ eller teoridrevet innholdsanalyse var mest egnet for å utføre analysen.

I denne studien er summativ innholdsanalyse brukt til å svare på forskningspørsmål *I, «Hvordan fremstilles matematisk modellering i modelleringskapitlene?»* Den manifeste analysen er brukt til å gjøre en kvantitativ undersøkelse, hvor det er undersøkt i hvilke kapitler modellering er omtalt, og hvilke deloverskrifter modelleringskapittlet i matematikk 1P består av. Videre er det undersøkt hvor ofte ordene «modellering» eller «modell» forekommer i de ulike delkapitlene i modelleringskapittlet. Det er også sett på hvilke begreper læreverkenes oppsummerer som viktige begreper i modelleringskapittelet.

Den latente innholdsanalysen har videre blitt brukt til å gå dypere inn i hva resultatene fra den manifeste analysen kan fortelle om hvordan modellering fremstilles i læreverkene.

Teoridrevet innholdsanalyse er benyttet for å svare på forskningspørsmål *II* «*Hvordan gjenspeiles teori fra forskningslitteraturen i teori, eksempler og oppgaver i læreverket?*». Det er sett på hva teorien fremhever som viktig innen modelleringskompetanse, og hvordan dette er representert i teori, eksempler og oppgaver i læreverket. I teoridelen i læreverket er det undersøkt hvordan modellering defineres og eksemplene er brukt til å undersøke hvordan modelleringssyklusen blir ivaretatt.

Oppgavedelen er todelt, først er det undersøkt hvor mange av oppgavene i læreverkene som kan defineres som gode modelleringsoppgaver, basert på kriterier utviklet fra forskningslitteraturen. Deretter er oppgavene i modelleringskapitlene i læreverkene undersøkt, for å se hvordan ulike perspektiver på modelleringsoppgaver gjenspeiles i modelleringskapitlene.

Den teoridrevne innholdsanalysen er også brukt til å undersøke hvordan den virkelige verden knyttes til matematikk i både teori, eksempler og oppgaver.

3.6 DATAINNSAMLING

I denne delen vil det presenteres en detaljert beskrivelse av hvordan jeg har gått frem i analysen. De ulike delene av analysen krever ulike kategoriseringsverktøy. Derfor er det utviklet et eget kategoriseringsverktøy for hver del av analysen. Teorien i lærebøkene er brukt til å se på hvordan læreverket definerer modellering. Eksemplene er brukt til å se på hvordan modelleringssyklusen er ivaretatt i læreverket. Oppgavene er brukt til å undersøke antall gode modelleringsoppgaver i læreverket, samt undersøke oppgavene i modelleringskapitlene. Innen modellering er det sentralt at matematikken knyttes til den virkelige verden. Derfor er det også undersøkt hvordan den virkelige verden knyttes til matematikk i både teori, eksempler og oppgaver.

Først presenteres det hvordan jeg har gått frem i den summative innholdsanalysen. Formålet med analysen er å få en oversikt over hvor og hvordan matematisk modellering fremstilles i læreverkene.

Deretter blir den teoridrevne innholdsanalysen beskrevet. Det vil utdypes hvordan teori er brukt til å utvikle kategoriseringsverktøy og hvordan analysen er gjennomført, kodeskjemaene vil også presenteres.

I noen tilfeller er det brukt kvantitativ innholdsanalyse til opptelling av data som er relevant for den kvalitative undersøkelsen. Dette presenteres ikke som en egen del av analysen. Men som et tillegg til den kvalitative analysen, eksempelvis vil opptelling av oppgaver presenteres sammen med den kvalitative analysen av oppgaver.

3.6.1 Summativ innholdsanalyse

Den summative innholdsanalysen er brukt til å besvare forskningspørsmål *I, «Hvordan fremstilles matematisk modellering i modelleringskapitlene?»*. Først presenteres det hvordan jeg har gått frem for å undersøke hvor modellering er omtalt i læreverkene. Deretter beskrives datainnsamlingen av modelleringskapitlene i læreverkene, der det er undersøkt hva læreverkene beskriver og definerer som sentrale temaer innen modellering.

3.6.1.1 Hvor i læreverket er modellering omtalt?

Først er det undersøkt hvor i læreverkene modellering er omtalt. Formålet er å få en oversikt over hvilke kapitler det er relevant å undersøke nærmere, for å kunne si noe om hvordan modellering blir fremstilt i læreverket. For å finne ut hvilke kapitler som omtaler modellering ble de digitale lærebøkene brukt til å søke opp ordene «modellering» og «modell». Det ble da notert ned hvilke kapitler som inneholdt disse ordene.

3.6.1.2 Modelleringskapittelet i matematikk 1P

Deloverskriftene gir en indikasjon på læreverkets tilnærming til modellering. Begge læreverkene for matematikk1P har et eget modelleringskapittel, og det ble undersøkt hvordan dette modelleringskapittelet er strukturert ved å se på deloverskriftene i delkapitlene. Først ble manifest innholdsanalyse brukt til å identifisere nøkkelord i deloverskriftene. Deretter ble latent innholdsanalyse brukt til å gå mer i dybden på hva deloverskriftene kan si om hvordan læreverket fremstiller modellering.

Videre er det undersøkt hvor ofte ordet «modellering» og «modell» forekommer i de ulike delkapitlene, da dette kan vise om det er et tydelig fokus på modellering. De digitale lærebøkene ble også her brukt til å søke opp ordene «modell» og «modellering». Ordene ble da markert i teksten, noe som gjorde det lettere å telle ordene, og minker sannsynligheten for at noen av ordene ble oversett. Dette er manifest innholdsanalyse, videre ble den latente innholdsanalysen brukt til å vurdere hva dette indikerer i forhold til læreverkets fremstilling av modellering.

I slutten av hvert kapitel i lærebøkene oppsummeres viktige ord og begreper knyttet til kapitlet. Dette er også undersøkt i modelleringskapitlet for matematikk 1P da dette gir informasjon om hvilke begreper læreverkene anser som viktige innen modellering. Det er også undersøkt hvordan læreverket knytter disse begrepene til modellering og modeller. Summativ innholdsanalyse ble brukt til å hente ut disse ordene og begrepene og se om ordene «modell» og «modellering» forekommer i definisjonene og beskrivelsene. Latent innholdsanalyse ble videre brukt til å gå mer i dybden på beskrivelsene av disse begrepene, og hva dette kan si om hva læreverket vektlegger innenfor modellering.

For å få en oversikt over hvor mange sider modelleringskapitlene i de ulike læreverkene består av er det utført en kvantitativ undersøkelse ved å telle antall sider i modelleringskapitlet.

3.6.2 Teoridrevet innholdsanalyse

Forskningsspørsmål *II* «*Hvordan gjenspeiles teori fra forskningslitteraturen i teori, eksempler og oppgaver i læreverket?*» blir forsøkt besvart ved teoridrevet innholdsanalyse. Den teoridrevne innholdsanalysen gir mulighet til å gå mer i dybden på hvordan modellering fremstilles i læreverket. Kategorier er utviklet basert på forskningslitteraturen, og dermed undersøkt hvordan modelleringsteori fra forskningslitteraturen gjenspeiles i læreverket. Først beskrives det hvordan jeg har gått frem for å analysere teorien i læreverkene, deretter vil datainnsamlingen for eksemplene bli beskrevet og til slutt beskrives det hvordan jeg har utført analysen av oppgavene.

3.6.2.1 Modelleringsteori

Målet for denne delen av analysen er å se hvordan forskningslitteraturens definisjoner og beskrivelser av matematisk modellering gjenspeiles i teorien i læreverket. Basert på Blum (2015), Blum & Leiß (2007), Blomhøj & Jensen (2003) og Galbraith (2012) sine definisjoner og beskrivelser av matematisk modellering er følgende kategorier valgt ut for å undersøke modelleringsteorien i læreverket:

- Modellering beskrives som forenkling av virkeligheten
- Forklaring av hvordan modeller brukes i virkeligheten
- Modelleringssyklusen
- Regresjon og funksjoner knyttet til modellering
- Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering

De sekvensene med teori som ikke kunne kodes under disse kategoriene, ble plassert i en egen kategori. Grunnen til at «annet» er inkludert som en kategori, i stedet for å utelukke sekvensene fra analysen, er at jeg mener dette vil gi et bilde på om læreverket inkluderer flere aspekter ved modellering, som ikke omtales i forskningslitteraturen i denne studien.

For å analysere teorien er alle stedene i læreverket der «modellering» eller «modeller» er omtalt identifiserte ved å søke opp ordene i de digitale lærebøkene. All teori fra modelleringskapitlet er inkludere selv om modellering ikke er direkte omtalt, da jeg anser dette som aktuell teori. Deretter ble teorien fra læreverkene delt opp i sekvenser som ble kodet i de forhåndsbestemte kategoriene. Videre ble alle sekvensene organisert ved å samle alle sekvensene som er kodet i samme kategori, figur 3.1 viser et utdrag fra kodeskjemaet fra analysen av modelleringsteori i læreverket.

De fleste modeller innebærer en forenkling av virkeligheten.	Forenkling av virkeligheten
Når vi bruker matematikk til å beskrive noe fra den virkelige verden, sier vi at vi lager en matematisk modell	Forenkling av virkeligheten
En **matematisk modell** er en forenklet beskrivelse av noe ved hjelp av matematikk.	Forenkling av virkeligheten
Matematiske modeller brukes for eksempel til å lage værmeldinger	Hvordan brukes modeller i virkeligheten
Men det kan også hende at vi gjør en feil hvis vi fjerner et avvikende punkt. Punktet kan inneholde viktig informasjon, slik som i denne historien fra virkeligheten: I 1985 oppdaget tre forskere et dramatisk fall i ozonmengden over Antarktis. Hvorfor ble ikke dette oppdaget av satellitten Nimbus 7, som hadde avansert utstyr for ozonmålinger? Ved nærmere undersøkelser viste det seg at satellitten helt siden 1976 hadde registrert lave ozonforekomster. De hadde imidlertid blitt behandlet som ekstreme verdier, og automatisk blitt forkastet av dataprogrammet. Denne feilen forsinket tiltak mot ozonnedbrytende stoffer med nesten et tiår. Ikke forkast avvikende punkter ukritisk!	Hvordan brukes modeller i virkeligheten

Figur 3.1 Utdrag fra kodeskjemaet fra analyse av modelleringsteori i læreverket

Da noen sekvenser består av et helt avsnitt og andre sekvenser bare er en setning har det vært litt usikkerhet rundt hvordan disse resultatene skal fremstilles. Jeg har valgt å utelukke at det er ulik lengde på sekvensene og fremstiller resultatene i et sektordiagram da dette vil gi en oversiktlig fremstilling av resultatene.

3.6.2.2 *Modelleringssyklusen i eksempler*

Elever følger stort sett ikke modelleringssyklusen i arbeidet med modelleringsoppgaver slik som modellene viser (Blum, 2015, s. 82). Derfor er det undersøkt hvordan eksemplene i modelleringskapitelene ivaretar modelleringssyklusen. Eksemplene viser fremgangsmåtene det er tenkt at elevene skal bruke i arbeidet med oppgavene. Derfor er eksemplene godt egnet til å kunne vurdere hvilken del av modelleringssyklusen læreverket mener elevene skal bruke for å løse oppgaven.

For å undersøke hvordan eksemplene ivaretar modelleringssyklusen, og om de bidrar til å lære elevene å bruke hele modelleringssyklusen. Eksemplene er kodet etter modelleringssyklusen til Blum (2015, s. 82).

Kategoriene i analysen er derfor:

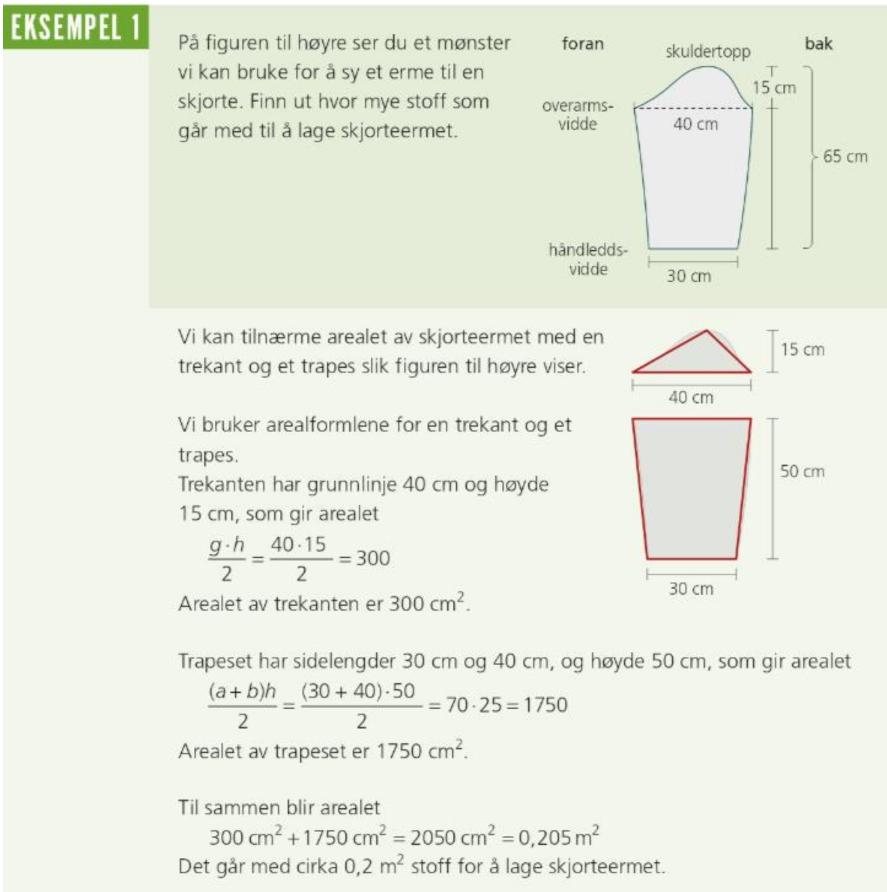
1. Konstruere/forstå oppgaven
2. Forenkle/strukturere
3. Matematisere
4. Arbeide matematisk
5. Tolke
6. Validere
7. Eksponere

Sinus 1P			Matematikk 1P		Kategorier	
Eksempel	**Del av modelleringssyklusen**		**Eksempel**	**Del av modelleringssyklusen**	Konstruere/forstå oppgaven	1
s.210			s.157	2,3,4,5	Forenkle/strukturere	2
a	4		s.160		Matematisere	3
b	4		a	3	Jobbe matematisk	4
c	4		b	4	Tolke	5
d	4		c	4,5	Validere	6
s.213			s.162	4,5	Eksponere	7
a	1,2,3		s.163			
b	3,4		a	4		
c	3,4		b	5		
d	1,2,3		c	4,5		
e	3,4		d	4,5,6		
f	4		s.165			
g	4,5		a	4		
s.216			b	4,5		
a	4		c	4,5		
b	3,4		s.167			
c	6		a	4		
d	3,4		b	4		
e	6		s.172			
f	3,4		a	4		

Figur 3.2 Utdrag av kodeskjemaet for hvordan eksemplene ivaretar modelleringssyklusen

For å kode eksemplene er hver av deloppgavene tatt i betraktning og det er vurdert hvilke deler av modelleringssyklusen som representeres. Blum & Leiß (2007, s. 225-226) sine beskrivelser av de ulike stegene i modelleringssyklusen er brukt for å tydeliggjøre kriteriene for å de ulike stegene (se kapittel 2.1.3).

For å tydeliggjøre hvordan jeg har gått frem for å identifisere de ulike stegene av modelleringssyklusen i eksemplene, presenteres analysen av ett eksempel. Eksempelet er valgt ut grunnet at dette inneholder flere deler av modelleringssyklusen og det gir et godt utgangspunkt for å kunne beskrive hvordan jeg har gått frem for å kode eksemplene. Alle stegene i modelleringssyklusen vil bli gjennomgått og forklart hvorfor jeg mener at eksemplet inneholder eller mangler de ulike stegene. Løsningene i eksemplene er brukt til å vurdere hvilke steg av modelleringssyklusen som er representert.


EKSEMPEL 1

På figuren til høyre ser du et mønster vi kan bruke for å sy et erme til en skjorte. Finn ut hvor mye stoff som går med til å lage skjorteermet.

Vi kan tilnærme arealet av skjorteermet med en trekant og et trapes slik figuren til høyre viser.

Vi bruker arealformlene for en trekant og et trapes.
Trekanten har grunnlinje 40 cm og høyde 15 cm, som gir arealet

$$\frac{g \cdot h}{2} = \frac{40 \cdot 15}{2} = 300$$

Arealet av trekanten er 300 cm^2.

Trapeset har sidelengder 30 cm og 40 cm, og høyde 50 cm, som gir arealet

$$\frac{(a+b)h}{2} = \frac{(30+40) \cdot 50}{2} = 70 \cdot 25 = 1750$$

Arealet av trapeset er 1750 cm^2.

Til sammen blir arealet

$$300\ cm^2 + 1750\ cm^2 = 2050\ cm^2 = 0{,}205\ m^2$$

Det går med cirka 0,2 m^2 stoff for å lage skjorteermet.

Figur 3.3 Eksempel som er analysert i studien, hentet fra læreverket Matematikk 1P s.157 (Engeseth, 2020)

I det første steget i modelleringssyklusen skal teksten leses og forstås slik at en situasjonsmodell kan konstrueres. I eksempelet kreves ikke dette steget da det er presentert en tegning av mønsteret til et skjorteerme i oppgaven.

Steg 2 i modelleringssyklusen handler om å forenkle og strukturere modellen slik at den blir enda mer presis. Eksempelet inneholder dette steget, da mønsteret til skjorteermet blir tilnærmet med en trekant og et trapes.

Videre i eksemplet blir det funnet likninger for arealet av figurene. Det vil si at en transformerer den ekte modellen til en matematisk modell, og på denne måten matematiseres problemet. Derfor inneholder dette eksempelet også steg 3 i modelleringssyklusen.

Videre brukes ligningene til å regne ut arealet av figurene og en får da et matematisk resultat. Dette representerer steg 4 i modelleringssyklusen.

Steg 5 handler om å tolke det matematiske resultatet i den virkelige verden, det vil si at en får et ekte resultat. Eksemplet inneholder også dette steget da det matematiske resultatet brukes til å finne ut hvor mange kvadratmeter stoff som går med til å lage skjorteermet.

Dette eksempelet presenterer ikke del 6 og 7 av modelleringssyklusen. Steg 6 i modelleringssyklusen handler om å validere svaret, og i dette tilfellet blir det ikke vurdert om svaret er rimelig eller nøyaktigheten til svaret. Steg 7 handler om å se resultatet i sammenheng med det originale problemet. Dette eksempelet går ikke tilbake til det originale problemet etter at svaret er funnet.

3.6.2.3 Modelleringsoppgaver basert på kriterier fra forskningslitteraturen

For å undersøke hvor stor plass modelleringsoppgaver har i læreverkene er alle oppgavene i læreverkene gjennomgått, og det er undersøkt hvor mange av disse som kan klassifiseres som gode modelleringsoppgaver. For å kunne si noe om hvor stor andel av oppgavene i læreverket som er gode modelleringsoppgaver er det også brukt kvantitativ innholdsanalyse til å telle antall oppgaver som finnes i læreverkene.

Kriteriene for modelleringsoppgaver i denne studien er utarbeidet basert på Ferri (2018, s. 47) og Barbosa (2006, s. 294) sine beskrivelser for hva som utgjør gode modelleringsoppgaver. For at oppgavene skal defineres som en modelleringsoppgave i denne studien må følgende kriterier være oppfylt:

- Åpen
- Kan ikke løses ved kjente algoritmer
- Problemløsning fra den virkelige verden eller andre fagfelt utenfor matematikken
- Krever hele modelleringssyklusen
- Oppleves som en utfordring og ikke en oppgave
- Fremmer interesse for matematikk

Oppgavene er vurdert som en helhet og deloppgavene er ikke analysert hver for seg, da disse kriteriene baserer seg på en holistisk tilnærming til å utvikle modelleringskompetanse. Oppgaver med flere deloppgaver er knyttet til en atomistisk tilnærming til å utvikle modelleringskompetanse. Alle oppgavene er likevel undersøkt for å sikre at det ikke er noen deloppgaver som oppfyller alle kravene for gode modelleringsoppgaver.

Videre presenteres noen eksempler fra analysen av oppgaver for å tydeliggjøre hvordan jeg har gått frem for å vurdere om oppgavene kan kategoriseres som en modelleringsoppgave.

2.25
Du har en deltidsjobb og får 200 kr i timelønn. Etter ett år får du to tilbud om lønnsøkning. Det ene tilbudet er en økning på 5 kr, det andre er en økning på 3 %.
Hvilket tilbud bør du velge?

Figur 3.4 Oppgave som er analysert, hentet fra læreboken Sinus 1P s.50 (Oldervoll, 2020)

Dette er et eksempel på en oppgave som er problemløsning og ikke modellering fordi den kan løses med kjente algoritmer og hovedfokuset er matematikken. Dette er også et pseudo-realistisk problem. Denne oppgaven er derfor ikke definert som en modelleringsoppgave

I figur 3.5 presenteres en oppgave fra analysen som oppfyller alle kravene for å kunne defineres som modelleringsoppgaver i denne studien.

5.7
Finn eller se for deg en bjørk. Hvordan vil du gå fram for å finne ut omtrent hvor mange blader treet har?

Figur 3.5 Oppgave som er analysert, hentet fra læreboken Matematikk 1P s.158 (Engeseth, 2020)

Dette er en åpen oppgave og elevene må stille nye spørsmål som:

- Hvor høy er en bjørk?
- Hvor mange grener har en bjørk?
- Hvor mange blader har hver gren?

Dette er også en oppgave der man ikke kan finne svar med kjente algoritmer og oppgaven gir rom for utforsking, da det finnes flere måter å komme frem til et svar og det finnes ikke en fasit. Oppgaven er problemløsning der konteksten er hentet fra den virkelige verden, og kan derfor fremme interesse for matematikk. Dette kan derfor oppleves som en utfordring for elevene og ikke en oppgave.

Oppgaven legger også til rette for at hele modelleringssyklusen kan brukes for å komme frem til en løsning. Elevene må først forstå oppgaven og lage en situasjonsmodell, eksempelvis ved å tegne en bjørk. Videre må elevene lage en mer presis modell ved å se for seg hvor mange grener bjørken har og hvor mange blader som er på hver gren. Deretter må problemet matematiseres ved å lage en matematisk ligning for antall blader på treet. Videre løses denne ligningen slik at en får et matematisk resultat, dette matematiske resultatet må deretter tolkes i den virkelige verden slik at en får et ekte resultat. Det ekte resultatet bør valideres for å se om dette er et resultat som er rimelig og en må da vurdere om det bør gjøres nye beregninger.

3.6.2.4 Analyse av oppgavene i modelleringskapittelet

I analysen av modelleringsoppgaver er også oppgavene i modelleringskapitelene undersøkt. I tillegg til den teoridrevne innholdsanalysen er det utført en kvantitativ analyse ved opptelling av antall oppgaver i modelleringskapitlene.

Problemløsning og regresjon ble i kapittel 2 omtalt som kompetanser som kan betraktes som modellering så lenge det blir lagt fokus på sentrale modelleringskompetanser. Ferri (2018, s. 42) utdyper at dersom problemløsning skal betraktes som modellering må hovedfokuset være å løse problemer fra den virkelige verden. Ifølge Ferri (2018, s. 42) kan ikke problemløsning betraktes som modellering dersom hovedfokuset i oppgaven er at elevene skal lære matematiske konsepter. Galbraith (2012, s. 6) utdyper skillet mellom regresjon som modellering og regresjon som en matematisk operasjon. Dersom regresjon skal kunne betraktes som modellering må det ifølge Galbraith (2012, s. 6) inkluderes matematisering i arbeidet. For å undersøke hvordan læreverkene behandler regresjon og problemløsning i oppgavene i modelleringskapitlene er følgende kategorier valgt ut:

- Regresjon med matematisering
- Regresjon uten matematisering
- Problemløsning med fokus på matematikken
- Problemløsning fra virkeligheten

Blum (2015, s. 79) påpeker at oppgaver i matematikken i stor grad er mulig å løse uten å forstå oppgavens kontekst. Ferri (2018, s. 94) understreker viktigheten av at elevene øver seg på å løse oppgaver som er åpne, der de selv må gjøre antakelser. Blomhøj & Jensen (2003, s. 130) vektlegger viktigheten av at elevene lærer å matematisere og analysere modeller, samt at i skolen er det mest fokus på de innerste delene av modelleringssyklusen, som omhandler å arbeide matematisk. Validering av egne svar er stort sett fraværende i elevsvarene ifølge Blum (2015, s. 79). Mange elever anser seg som ferdig med oppgaven når de har gjort beregninger og fått et svar, og det blir sett på som lærerens ansvar å sjekke om svaret er riktig (Blum, 2015, s. 79). På bakgrunn av dette er også følgende kategorier inkludert i analysen av oppgaver i modelleringskapitelet:

- Refleksjon rundt oppgavens kontekst
- Matematisering
- Arbeide matematisk
- Analysere modeller

I analysen er oppgavene kodet i disse åtte kategoriene. Resultatene blir fremstilt i to ulike diagrammer. Et resultat viser i hvilken grad problemløsning og regresjon er representert i oppgavene i modelleringskapitlene. Et annet resultat viser om oppgavene etterspør refleksjon, matematisering, arbeide med matematikk eller analyse av modeller.

Oppgaver som er kodet i kategorien «regresjon med matematisering» har blitt inkludert i kategorien «matematisering». Oppgaver som er kodet i kategorien «regresjon uten matematisering» og «problemløsning med fokus på matematikken» inkluderes i kategorien «jobbe matematisk». For de resterende kategoriene er det gjort individuelle vurderinger for om oppgaven skal inkluderes i flere kategorier i analysen.

For å sikre en nøyaktig analyse i denne studien, vurderes alle deloppgavene individuelt. Figur 3.6 viser et utdrag fra kodeskjemaet som er brukt i analysen av oppgavene i modelleringskapitlet.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Oppgaver modelleringskapittelet Matematikk				kategorier	kode	antall	ekstra	total	prosent
2		kategori	optelling oppgaver	optelling deloppgaver	Regresjon uten matematisering	1	8		8	3 %
3	Kap 5				Regresjon med matematisering	2	34	1	35	14 %
4	5.1		1		matematisering	3	11	6	15	6 %
5	a	4		1	Jobbe matematisk	4	79	11	83	33 %
6	b	4		1	Analysere/vurdere modeller	5	33	11	44	18 %
7	c	4		1	Problemløsning m. fokus på matematikken	6	1		7	3 %
8	d	4		1	problemløsning fra virkeligheten	7	7	3	10	4 %
9	5.2		1		refleksjon rundt oppgavens kontekst	8	3		3	1 %
10	a	3,4,5		1						
11	b	4,5		1	antall deloppgaver 1P (1)	180				
12	5.3	4	1	1	totalt antall oppgaver 1P (1)	73				
13	5.4	3,4	1	1						
14	5.5		1		antall deloppgaver 2P (2)	25				
15	a	3		1	antall oppgaver 2P (2)	12				
16	b	4		1						
17	5.6		1		antall deloppgaver digital (3)	46				
18	a	4		1	antall oppgaver digital (3)	12				
19	b	4		1						
20	c	5		1	totalt antalldeloppgaver	251				
21	d	7		1	totalt antall oppgaver 1P (1)	97				
22	5.7	7,8	1	1						
23	5.8		1							
24	a	4		1						
25	b	4		1						
26	c	4		1						
27	5.9	3	1	1						

Figur 3.6 Utdrag av kodeskjemaet for oppgaver i modelleringskapitlene

For å kode oppgaver er Excel benyttet, hver kategori fikk ett tall og oppgavene ble kodet med disse tallene. Funksjonen «ANTALLl.HVIS» i excel er brukt til opptelling av antall ganger de ulike kategoriene er representert. For noen deloppgaver er det flere kategorier som var passende. I disse tilfellene ble alle de aktuelle kategoriene notert og cellen ble markert med gult, da de ikke blir med i opptellingen dersom det er flere tall i cellen. Ved å markere cellene med gul farge ble det lettere å telle disse oppgavene manuelt i etterkant, denne manuelle opptellingen er representert i «ekstra» i tabellen. Deretter ble opptellingene lagt sammen, disse opptellingene er presentert i «total» (se figur 3.6).

For å kunne finne prosentandelen av oppgaver ble det talt opp antall oppgaver som er analysert for modelleringskapitlene. Dette er utført ved at oppgaver fra læreboken matematikk 1P er kodet med tallet 1 både for hele oppgaver og deloppgaver (se figur 3.6), deretter er formelen «ANTALL.HVIS» i excel benyttet for å telle opp antall oppgaver. Tilsvarende har jeg kodet oppgaver fra læreboken for matematikk 2P med tallet 2 og de digitale ressursene er kodet med tallet 3.

For å finne prosentandelen av hvordan de ulike kategoriene er representert i delkapitlene er frekvensen av de ulike kategoriene delt på totalt antall deloppgaver. Resultatene presenteres i et søylediagram i resultatdelen, da det er noen oppgaver som representerer flere kategorier og summen derfor vil bli totalt over 100%.

I figur 3.7 presenteres en oppgave som er analysert i denne delen av analysen. Denne oppgaven brukes til å vise et eksempel på hvordan jeg har gått frem i kategoriseringen av oppgaver i modelleringskapitlene.

5.30

En bedrift har undersøkt hvor mange enheter den får solgt ved fire ulike priser.
Resultatene ser du i tabellen til høyre.
Vi lar $e(x)$ være etterspørselen (hvor mange enheter bedriften selger) når enheten koster x kroner.

Pris (kr)	30	45	60	80
Etterspørsel (antall enheter)	500	387	300	200

a Lag en modell for sammenhengen mellom pris og etterspørsel.
b Vurder om modellen din kan være gyldig for en pris på 200 kr.
c Når bedriften selger $e(x)$ enheter, hver til prisen x kroner, er inntekten $x \cdot e(x)$. Bruk modellen til å anslå hvilken pris de bør selge varen for hvis inntekten skal bli størst mulig.

Figur 3.7 Oppgave som er analysert, hentet fra læreboken Matematikk 1P s.176 (Engeseth, 2020)

I oppgave a) skal det brukes regresjon til å lage en modell, dataene er oppgitt i sammenheng med en situasjon og derfor kategoriseres denne oppgaven som regresjon med matematisering.

I oppgave b) skal modellen vurderes og denne oppgaven er derfor kategorisert som vurdering av modell.

I oppgave c) skal modellen brukes til å gjøre beregninger og denne oppgaven er derfor kategorisert som å jobbe matematisk.

3.6.2.5 Kontekst i eksempler og oppgaver

Hvilke kontekster som brukes i eksempler og oppgaver er også undersøkt. Blum (2015, s.81) og Ferri (2018, s.42) diskuterer viktigheten av at matematikken knyttes til virkeligheten i eksempler og oppgaver for at elevene skal motiveres til å arbeide med matematikk og dermed kunne utvikle modelleringskompetanse. Det skilles mellom en virkelig kontekst og en pseudo realistisk kontekst (Ferri, 2018, s.42). Konteksten i eksempler og oppgaver er derfor kategorisert som virkelighet, en pseudo realistisk virkelighet og ingen tilknytting til virkeligheten.

Under analysen av oppgaver og eksempler fant jeg det hensiktsmessig å inkludere en fjerde kategori for konteksten. Flere oppgaver oppgir data fra virkeligheten som skal bearbeides. Jeg mener likevel det blir feil å kode dette som virkelig kontekst, ettersom oppgaven nødvendigvis ikke blir mer virkelighetsnær av at det er oppgitt virkelige tall enn om tallene var «funnet på». Dersom oppgaven derimot etterspør at elevene selv skal finne statistikk som skal arbeides videre med er det kodet som autentisk kontekst.

Oppgavene og eksemplene er kodet i følgende kategorier:

- Virkelighet
- Pseudo realistisk virkelighet
- Ikke knyttet til virkeligheten
- Data fra virkeligheten

Figur 3.8 viser et utdrag fra kodeskjemaet for konteksten i oppgavene.

Oppgave Sinus	Kontekst	Oppgave Matematikk	Kontekst
kap 6		Kap 5	
6.10	3	5.1	3
6.11	3	5.2	3
6.12	3	5.3	3
6.13	3	5.4	3
6.14	3	5.5	3
6.15	3	5.6	3
6.20	4	5.7	2
6.21	4	5.8	3
6.22	4	5.9	3
6.23	2	5.10	2
6.31	4	5.11	1
6.32	4	5.12	4
6.40	4	5.13	3
6.41	3	5.14	4
6.42	3	5.15	4
6.50	4	5.16	1
6.51	4	5.17	4
6.52	4	5.18	1

		Sinus		Matematikk	
Kontekst	kode	antall	prosent	antall	prosent
udefinert data	1	24	16 %	25	25 %
autentisk virkelighet	2	2	1 %	14	14 %
Pseudo realistisk virkelighet	3	90	59 %	42	41 %
virkelige data	4	37	24 %	21	21 %
		153		102	

Figur 3.8 Utdrag av kodeskjemaet foranalyse av konteksten i oppgaver

For konteksten i oppgavene er oppgavene blitt undersøkt i helhet, deloppgavene er ikke tatt i betraktning da jeg ikke anser dette som nødvendig da oppgavens kontekst er den samme for hele oppgaven.

I kategoriseringen har hver kategori fått ett tall som oppgavene er kodet med (se figur 3.8), deretter er funksjonen «ANTALL.HVIS» i excel brukt til opptelling av kategoriene. Konteksten til eksemplene er kodet på tilsvarende måte.

3.7 STUDIENS KVALITET

For å vurdere og verifisere påliteligheten i en studie brukes to sentrale begreper, relabilitet og validitet. Disse begrepene kan illustreres gjennom et bilde med skyting på en blink. Dersom skuddene grupperer seg tett sammen på blinken, indikerer det høy reliabilitet. Men dette sier nødvendigvis ikke noe om skuddene har truffet blinkens sentrum. Validiteten refererer derimot til hvor nære sentrum av blinken en har truffet. Studiens kvalitet vurderes ut fra hvor samlede treffene er og hvor nære sentrum en har truffet (Mariel, 2021, s. 114).

LeCompte & Goetz (1982, s. 32) understreker at fullstendig relabilitet og validitet er uoppnåelig innen kvalitativ forskning. Bowen (2009, s. 32) påpeker imidlertid at begrensningene ved innholdsanalyse kun er små og potensielle, og metodens fordeler veier opp for begrensningene.

3.7.1 Relabilitet

En studies relabilitet angir graden av pålitelighet i det innsamlede datamaterialet. Det vurderes da om ulike forskere vil oppnå det samme resultatene ved å anvende metodene på samme måte (Grønmo, 2004, s. 222). For å oppnå høy grad av relabilitet er det viktig at analyseverktøyet er presist og detaljert utformet for å minimere misforståelser (Grønmo, 2004, s. 221). Det er også viktig at datainnsamlingen blir gjennomført grundig og systematisk for å sikre høy grad av relabilitet. Grønmo (2004, s. 222) skiller mellom to hovedtyper relabilitet, stabilitet og ekvivalens.

Stabilitet refererer til graden av samsvar mellom datamaterialet samlet inn til ulike undersøkelsestidspunkter (Grønmo, 2004, s. 221). Stabiliteten i en studie vurderes ved å undersøke samsvaret mellom resultatene av to analyser, der analysene av det samme datamaterialet gjøres på ulike tidspunkt, med de samme analyseredskapene (Grønmo, 2004, s. 221). I denne studien er det utført en analyse av læreverk. Fordelen med læreverkanalyse er at datamaterialet ikke blir påvirket av forskningsprosessen, læreverkene er stabile og kan derfor studeres i flere omganger med nøyaktig samme innhold (Bowen, 2009, s. 31-32).

Ekvivalens adresserer i hvilken grad flere forskere vil kunne komme frem til samme resultat i en studie av det samme datamaterialet, ved bruk av samme analyseverktøy (Grønmo, 2004, s. 222). Høy grad av ekvivalens i en studie tilsvarer at resultatene ikke vil variere av hvem som utfører undersøkelsen (Grønmo, 2004, s. 222). Da analysen er utført alene har jeg vært avhengig av en god kategoriseringsveileder for å sikre høy ekvivalens i studien. For å sikre studiens reliabilitet har jeg i størst mulig grad forsøkt å analysere læreverkets teori, eksempler og oppgaver med et objektivt blikk. I arbeidet med å kategorisere datamaterialet er det rom for subjektive tolkninger, jeg har derfor vært bevisst på å støtte meg mest mulig på forskningslitteraturens definisjoner og analyseverktøyet som er benyttet i kategoriseringen. I tilfeller der det har vært usikkerhet rundt kategoriseringen har lærerveiledningen blitt benyttet for å få litt mer klarhet i hvordan læreverket tenker elevene skal løse oppgavene.

I denne studien er det analysert rundt 3000 oppgaver, dette medfører en risiko for at noen oppgaver kan ha blitt kodet feil uten at feilen har blitt identifisert. Det er også analysert mye ulikt datamateriale med ulike kategoriseringsverktøy, noe som kan gjøre undersøkelsen uoversiktlig. Dette er med på å redusere studiens reliabilitet.

3.7.2 Validitet

Validiteten i en studie sier noe om gyldigheten og relevansen til forskningsfunn i forhold til den opprinnelige problemstillingen (Grønmo, 2004, s. 231). Høy validitet svarer til en datainnsamling og analyse som resulterer i funn som er direkte relevante for forskningsspørsmålene (Grønmo, 2004, s. 231). Cohen (2011, s. 179) understreker at uten tilstrekkelig validitet, vil en studie miste sin vitenskapelige verdi.

Grønmo (2004, s. 231) påpeker at validitetsbegrepet er mindre presist og mer omfattende enn relabilitetsbegrepet, og det finnes flere aspekter ved validiteten til en studie. Valget av hvilke validitetstyper som skal vurderes avhenger av studien (Grønmo, 2004, s. 231). De validitetstypene som er ansett som å være mest relevante for denne studien vil bli kommentert.

En form for validitet som baserer seg på svært enkle kriterier er *åpenbar validitet* (Grønmo, 2004, s. 231). Validiteten vurderes da som tilfredsstillende dersom både forskeren selv og andre oppfatter at de innsamlede dataene åpenbart er gode og treffende i forhold til studiens problemstilling og forskningsspørsmål. Dersom datamaterialet og resultatene åpenbart er lite treffende i forhold til studiens intensjoner vil validiteten være lav (Grønmo, 2004, s. 231).

Definisjonsmessig validitet refererer til forholdet mellom teoretiske og operasjonelle definisjoner av begreper (Grønmo, 2004, s. 232). Den teoretiske definisjonen avklarer hva som er studiens hensikt, mens den operasjonelle definisjonen avgjør hva som faktisk blir studert. En høy grad av definisjonsmessig validitet oppnås når den operasjonelle definisjonen av et begrep er treffende og dekkende for det teoretiske innholdet av begrepet (Grønmo, 2004, s. 232). I denne studien vil den definisjonsmessige validiteten avhenge av i hvilken grad de valgte kategoriene for analysen gjenspeiler de teoretiske definisjonene og beskrivelsene av matematisk modellering fra forskningslitteraturen. Dersom den operasjonelle definisjonen av matematisk modellering er smalere enn den teoretiske definisjonen vil validiteten i studien reduseres (Grønmo, 2004, s. 232). Ved at det er brukt både teori, eksempler og oppgaver til å undersøke hvordan forskningslitteraturen gjenspeiles i læreverkene, har det vært mulig å velge ut hvilke av delene i læreverket som i størst grad vil kunne dekke det teoretiske innholdet fra forskningslitteraturen. Noen av aspektene ved matematisk modellering i forskningslitteraturen er undersøkt i både teori, eksempler og oppgaver. Dette vil kunne føre til at de operasjonelle definisjonene i større grad dekker det teoretiske innholdet av begrepet.

Samtidig må det tas i betraktning om datamaterialet er egnet til å kunne dekke den teoretisk definisjonen av begrepet. Bowen (2009, s. 31-32) poengterer at en begrensning ved innholdsanalyse er at dokumenter er produsert med en annen hensikt enn forskning, noe som kan resultere i en mangel på tilstrekkelige detaljer for å besvare forskningsspørsmålene.

Utfordringene med den summative innholsdanalysen er at den ikke fokuserer på forståelse for de dyptliggende meningnene i dataene, noe som begrenser analysen (Fauskanger & Mosvold, 2015, s. 82). Når det gjelder den teoridrevne innholdsanalysen fremhever Fauskanger & Mosvold (2015, s. 83) utfordringen med at det er vanskeligere å utfordre eksisterende teori enn å støtte opp under den. Målet for denne studien har vært å undersøke om modelleringsprinsipper fra forskningslitteraturen gjenspeiles i læreverkene. Derfor er studiens mål å støtte opp under eksisterende teori og ikke utfordre den.

Ekstern validitet tar for seg i hvilken grad funnene i en studie er generaliserbare og overførbare til andre reelle sammenhenger (Grønmo, 2004, s. 233). Denne studien, som analyserer to læreverk, vil ha en høyere grad av generaliserbarhet sammenlignet med en studie som kun analyserer ett læreverk. Samtidig eksisterer det også flere læreverk på markedet, som kan skille seg fra læreverkene som er analysert i denne studien. Fra analysen kommer det frem at læreverket Sinus har nærmere dobbelt så mange oppgaver som læreverket Matematikk, dette fører til skjevheter i analysen som kan ha en innvirkning på studiens eksterne validitet.

Kommunikativ validitet knyttes til forskerens evne til å samle inn kvalitative data på en kompetent måte (Grønmo, 2004, s. 234). Dette inkluderer forskerens teoretiske forståelse og evne til å identifisere og tolke de mest relevante teoriene og dataene i forhold til problemstillingen. Det poengteres videre at kommunikativ validitet er abstrakt og kan være vanskelig å vurdere (Grønmo, 2004, s. 235). For denne studien vil det involvere hvordan jeg har tolket og forstått forskningslitteraturens tilnærming til modellering. Samt hvordan jeg har analysert teori, eksempler og oppgaver i lys av denne teorien. Forskerens subjektive tilknytning til dokumentene kan påvirke objektiviteten i studien, ved at analysen blir utført i lys av holdninger (Bowen, 2009, s. 31-32). Jeg har erfaring med læreverkene fra praksis og vikarjobb i skolen, noe som potensielt kan ha påvirket mine meninger og holdninger til læreverkene.

Fauskanger & Mosvold (2015, s. 82) påpeker at flere av utfordringene en møter ved bruk av summativ og teoridrevet innholdsanalyse kan møtes ved at flere forskere jobber sammen med analysen. I denne studien har jeg arbeidet med alene, for å øke kvaliteten på analysen er analysen gjennomført to ganger. Lærerveiledningen har blitt benyttet som en ressurs i tilfeller der det har vært usikkehet rundt hvordan innholdet skal analyseres.

3.8 ETISKE BETRAKTNINGER

Denne studien er en innholdsanalyse av to læreverk i matematikk 1P og 2P. Studien behandler ikke personopplysninger eller annen sensitiv informasjon, derfor har det ikke vært nødvendig å gjøre mange etiske betraktninger. Det har likevel blitt sett det som viktig å være bevisst på hvordan resultatene i læreverkanalysen blir fremstilt. Det er forsøkt å i størst mulig grad forsøkt å presentere funn på en nøytral og nøyaktig måte for å bevare lærebokforfatternes integritet. Eventuelle kritiske punkter er derfor rettet mot forlagene og forfatterne som en felles formidler av læreverket, og det er tatt i betraktning at lærebokforfatterne må forholde seg til forlagets retningslinjer.

4 RESULTATER

I dette kapittelet presenteres resultatene fra analysen. Først vil resultatene fra den summative analysen presenteres, som er knyttet til forskningsspørsmål *I, «Hvordan fremstilles matematisk modellering i modelleringskapitlene?*

Videre vil resultatene fra den teoridrevne analysen, som er knyttet til forskningsspørsmål *II* «*Hvordan gjenspeiles teori fra forskningslitteraturen i teori, eksempler og oppgaver i læreverket?»* presenteres.

4.1 SUMMATIV INNHOLDSANALYSE

Resultatene fra den summative innholdsanalysen presenteres i to deler. Først presenteres en oversikt over hvilke kapitler som inneholder teori om modellering i læreverkene. Deretter presenteres resultatene fra analysen av modelleringskapitlet for matematikk 1P. Hvilke deloverskrifter kapitlet inneholder, i hvilken grad delkapitlene omtaler matematisk modellering og hvilke begreper som omtales som viktige begreper innen matematisk modellering.

4.1.1 Hvor i læreverket er modellering omtalt

I tabell 4.1 presenteres resultatene for hvilke kapitler som omtaler modellering i teorien, disse kapitlene er derfor undersøkt videre i analysen av hvordan modellering fremstilles i læreverket.

Tabell 4.1 Oversikt over hvilke kapitler som omtaler modellering

Læreverk	**Sinus 1P**	**Matematikk 1P**	**Sinus 2P**	**Matematikk 2P**
Kapittel	1 Tall og tallregning	1 Tall	1 Prosent	1 Prosent
	2 Prosentregning	2 Måleenheter	2 Likninger og ulikheter	2 Statistikk
	3 Proporsjonalitet, potenser og røtter	3 Prosentregning	3 Økonomi	3 Likninger og ulikheter
	4 Likninger og formler	4 Funksjoner	4 Statistikk-analyse og presentasjon	4 Geometri
	5 Funksjoner og grafer	5 Modellering	5 Sentralmål og spredningsmål	5 Økonomi
	6 Matematiske modeller	6 Generalisering	6 Geometri	6 Oppgavesamling
	Oppgaver	7 Eksamenstrening	Oppgaver	

Resultatene viser at det er de samme kapitlene som omtaler modellering i læreverkene. Begge læreverkene i matematikk 1P har et eget modelleringskapittel, modeller blir også omtalt i funksjonskapittelet. Funksjonskapittelet er plassert før modelleringskapittelet i begge læreverkene, og disse kapitlene er plassert som de siste kapitlene.

I kapittelet «Funksjoner og grafer» i læreverket Sinus 1P nevnes modellering i forbindelse med grafisk avlesning av grafer.

I kapittelet «Funksjoner» i læreverket Matematikk 1P omtales modellering i delkapittelet «Funksjoner som modeller». Her blir det presentert hva en modell er, gyldighetsområde og begrensninger og hvordan en konstruerer matematiske modeller.

Tabellen viser også at i læreverkene for 2P er det prosentkapittelet som omtaler modellering. I kapittelet «Prosent» i læreverket Sinus 2P omtales modellering i delkapittelet «Eksponentiell regresjon». I kapittelet «Prosent» i læreverket Matematikk 2P omtales modellering i delkapittelet som heter «Modellering».

4.1.2 Oversikt modelleringskapittelet i matematikk 1P

I tabell 4.2 presenteres en oversikt over delkapitlene i modelleringskapitlet i matematikk 1P i læreverkene.

Tabell 4.2 Oversikt kapittelinndeling modelleringskapittelet

Læreverk	**Sinus 1P (Cappelen Damm)**	**Matematikk 1P (Aschehoug)**
Kapittel	**6 Matematiske modeller**	**5 Modeller**
Delkapittel	6.1 Matematiske modeller	5A Mer om modeller
	6.2 Lineære modeller	5B Fra målinger til modell
	6.3 Lineær regresjon	5C Hvor god er modellen?
	6.4 Polynomregresjon	5D Modellering i praksis
	6.5 Eksponentialregresjon	
	6.6 Potensfunksjoner	
	6.7 Potensregresjon	
	6.8 Kjennetegn ved funksjoner	

Modelleringskapitlet i læreverket Sinus er inndelt i 8 delkapitler, og består av 43 sider. To av deloverskriftene inneholder ordet «modellering», fire deloverskrifter inneholder «regresjon» og de to resterende deloverskriftene inneholder «funksjoner». Modelleringskapitlet i læreverket Matematikk er delt inn i 4 delkapitler, og består av 36 sider. Alle deloverskriftene inneholder ordet «modell» eller «modellering».

Videre er det undersøkt hvor mange ganger ordet «modellering» eller «modell» nevnes i de ulike delkapitlene i modelleringskapittelet for matematikk 1P.

Tabell 4.3 Oversikt over antall ganger modellering nevnes i delkapitlene i læreverket Sinus 1P

Antall ganger modellering nevnes i delkapitlene i læreverket Sinus 1P	
Delkapittel	**Antall**
6.1 Matematiske modeller	18
6.2 Lineære modeller	4
6.3 Lineær regresjon	2
6.4 Polynomregresjon	0
6.5 Eksponentialregresjon	0
6.6 Potensfunksjoner	0
6.7 Potensregresjon	0
6.8 Kjennetegn ved funksjoner	0

Tabell 4.3 viser at av de åtte delkapitlene i modelleringskapitlet i læreverket Sinus 1P, omtaler 3 av dem ordet «modellering» eller «modell» i teoridelen.

Tabell 4.4 Oversikt over antall ganger modellering nevnes i delkapitlene i læreverket Matematikk 1P

Antall ganger modellering nevnes i delkapitlene i læreverket Matematikk 1P	
Delkapittel	**Antall**
5A Mer om modeller	8
5B Fra målinger til modell	10
5C Hvor god er modellen?	6
5D Modellering i praksis	4

Tabell 4.4 viser at læreverket Matematikk 1P inneholder alle delkapitlene ordet «modellering» eller «modell» i teoridelen.

I tabell 4.5 presenteres en oversikt over læreverkenes oppsummering av viktige begreper i modelleringskapitlet.

Tabell 4.5 Oversikt over læreverkenes oppsummering av viktige begreper i modelleringskapitlet

Sinus 1P	Matematikk 1P
Matematisk modell	Matematisk modell
Regresjon	Regresjon
Lineær vekst	Gyldighetsområde
Potensfunksjon	Ekstrapolasjon og interpolasjon
Eksponentialfunksjon	Valg av modell

Tabellen viser at «matematisk modell» og «regresjon» er begreper som legges vekt på av begge læreverkene. Men tilnærmingene til begrepene er litt ulike.

Først vil læreverkenes definisjoner av matematiske modeller bli gjennomgått.

Definisjon av matematisk modell i læreverket Sinus 1P:

«En matematisk modell er en regnemetode som gir en sammenheng mellom to størrelser. Modellen kan være en formel eller en eller flere likninger som knytter de to størrelsene sammen. Matematiske modeller kan også være en beskrivelse av en fremgangsmåte som gjør oss i stand til å regne mellom to størrelser ved hjelp av hoderegning. Noen ganger gir de matematiske modellene helt nøyaktige verdier. Andre modeller gir bare tilnærmingsverdier. Ofte bruker vi slike modeller i dagliglivet uten å tenke over det» (Oldervoll, 2020, s. 209).

Definisjon av matematisk modell i læreverket Sinus 2P:

«En matematisk modell beskriver sammenhengen mellom to størrelser. (…) Med digitale hjelpemidler kan vi finne eksponentialfunksjoner som passer godt med et datasett. Å finne funksjoner på denne måten kaller vi eksponentiell regresjon, og funksjonene vi finner, kaller vi eksponentielle modeller.» (Oldervoll, 2021, s. 24)

Definisjon av matematisk modell i læreverket Matematikk 1P:

«En matematisk modell er en forenklet beskrivelse av noe ved hjelp av matematikk» (Engeseth, 2020, s. 154).

Definisjon av matematisk modell i læreverket Matematikk 2P:

«Når vi bruker matematikk til å beskrive noe fra den virkelige verden, sier vi at vi lager en matematisk modell. (…) En matematisk modell gir en sammenheng mellom to (eller flere) størrelser. (…) En matematisk modell kan være gitt ved et funksjonsuttrykk, en tabell, en graf eller en formel.» (Heir, 2021, s. 19)

Videre er beskriver læreverket Sinus regresjon som en metode som gir oss den funksjonen som passer best til et datasett (Oldervoll, 2020, s. 249). Modell nevnes ikke i læreverkets definisjon av regresjon. I læreverket Matematikk beskrives regresjon som en metode som brukes for å lage modeller, og at vi da finner en funksjon som passer best mulig til de dataene vi har (Engeseth, 2020, s. 188).

Videre har læreverkene tre ulike begreper i oppsummeringene av viktige begreper. Fra tabell 4.5 ser vi at i læreverket Sinus er disse begrepene knyttet til ulike typer funksjoner. I definisjonen av «lineær vekst» nevnes det at lineær vekst tilsvarer at vi har en lineær matematisk modell. Begrepene «potensfunksjon» og «eksponentialfunksjon» er ikke satt i sammenheng med modeller eller modellering i definisjonene (Oldervoll, 2020, s. 249).

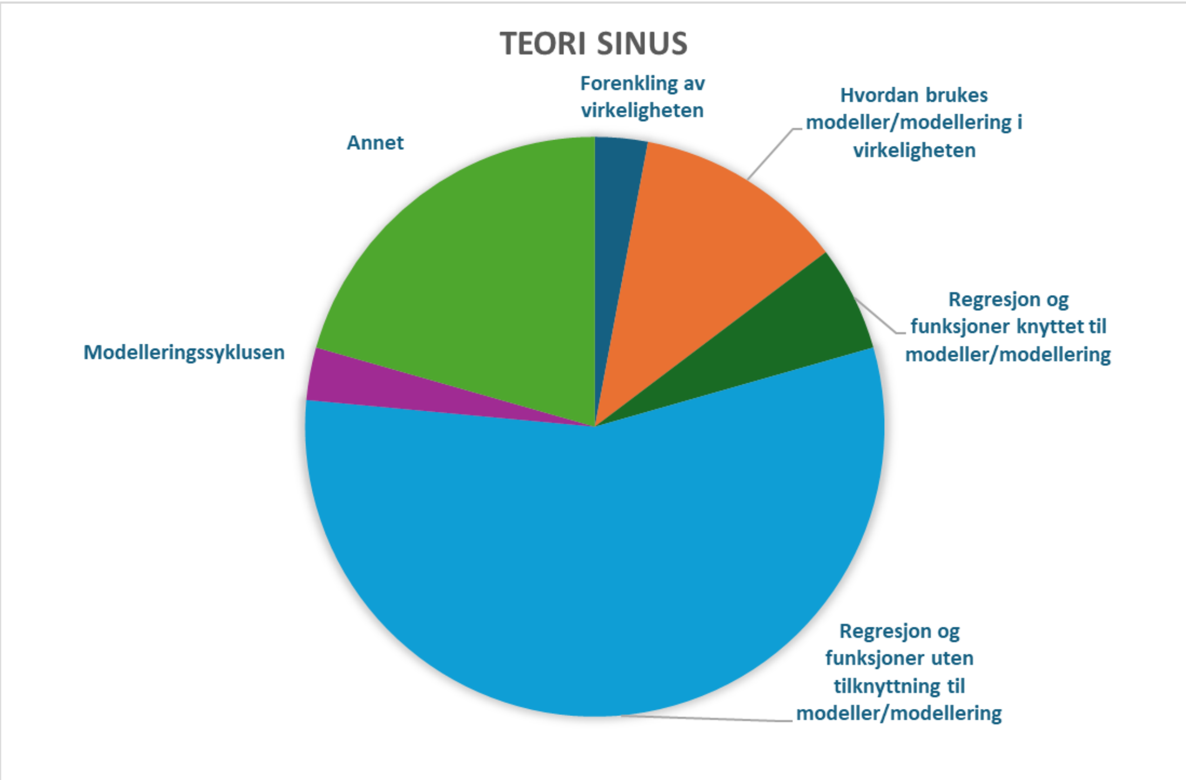
Fra tabell 4.5 ser det ut til at læreverket Matematikk 1P fremhever begreper knyttet til vurdering av modeller. Alle begrepene blir satt i sammenheng med modeller eller modellering. «Gyldighetsområde for en modell» beskrives som det sammen som definisjonsmengden til funksjonen, «ekstrapolasjon og interpolasjon» beskrives som å anslå en verdi for en modell henholdsvis utenfor og innenfor modellens gyldighetsområde. «Valg av modell» omtaler at dersom flere modeller kan være passende velger vi modellen med færrest parametere (Engeseth, 2020, s. 188).

4.2 TEORIDREVET INNHOLDSANALYSE

Resultatene fra den teoridrevne innholdsanalysen vil presenteres i tre deler, teori, eksempler og oppgaver. Først presenteres analysen av modelleringsteorien i læreverkene, læreverkenes definisjoner av matematisk modellering er brukt til å utdype resultatene fra analysen. Deretter presenteres resultatene fra analysen av eksemplene, hvordan Blums (2015) modelleringssyklus er ivaretatt i modelleringseksemplene og hvilken kontekst eksemplene representerer. Til slutt presenteres resultatene fra analysen av oppgaver. Her blir resultatene fra den kvantitative undersøkelsen, der det er gjort en opptelling oppgaver presentert. Videre blir det presentert hvor mange modelleringsoppgaver som er funnet i læreverkene, deretter blir resultatene fra oppgavene i modelleringskapitlene presentert.

4.2.1 Modelleringsteori i læreverket

I figur 4.1 fremstilles resultatene fra analysen av modelleringsteorien i læreverket Sinus.



Figur4.1 Oversikt teori i modelleringskapitlene i læreverket Sinus

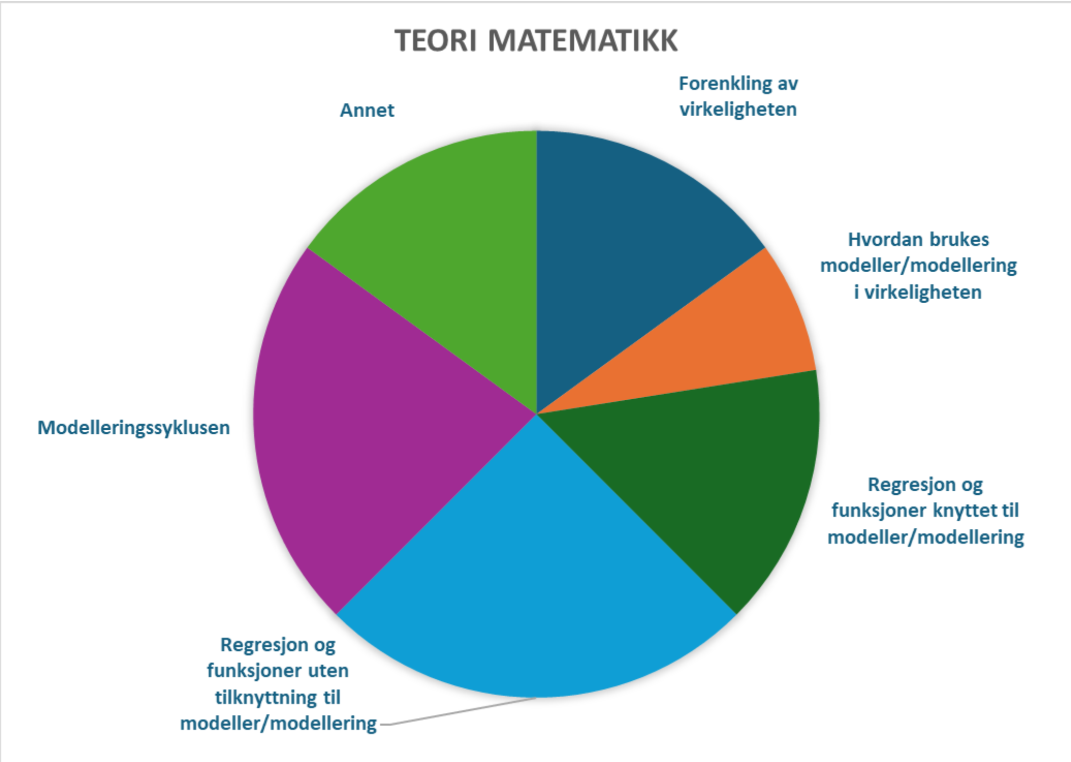
Fra figur 4.1 ser vi at den kategorien som utgjør størst andel av modelleringsteorien i læreverket Sinus er regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering, dette tilsvarer 56%.

Resultatet fra analysen (figur 4.1) viser også at den nest største kategorien er «annet», 21% av teorisekvensene er kodet i denne kategorien. Det er undersøkt nærmere hva teorisekvensene som er kodet i kategorien «annet» beskriver. Og det er stort er beskrivelser av matematisk modellering som en regnemetode som viser sammenheng mellom størrelser, og at matematiske modeller kan brukes som en metode for hoderegning.

Figur 4.1 viser også at alle kategoriene er representert i læreverket Sinus, men i en betydelig mindre grad enn «regresjon og funksjoner uten tilknytning til modeller» og «annet».

«Forenkling av virkeligheten» tilsvarer 3%, «Hvordan brukes modeller i virkeligheten» tilsvarer 12%, «regresjon og funksjoner knyttet til modellering» tilsvarer 6% av de analyserte sekvensene og «modelleringssyklusen» tilsvarer 3%. Sekvensene som er kodet i denne kategorien omhandler vurdering av modeller.

I figur 4.2 presenteres resultatene fra analysen av teorien i læreverket Matematikk



Figur 4.2 Oversikt teori i modelleringskapitlene i læreverket Matematikk

Analysen av modelleringsteorien av læreverket Matematikk viser en relativt jevn fordeling mellom alle de ulike kategoriene, de kategoriene som er mest omtalt er regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering (25%), og modelleringssyklusen (23%). I kategorien modelleringssyklusen er det vurdering av modeller som er omtalt i størst grad, men å gjøre antagelser, hente informasjon som ikke er gitt og matematisere er også omtalt.

Modelleringsteorien som er kodet som «annet» tilsvarer 15% og er relatert til beskrivelser av ekstrapolasjon og interpolasjon og uavhengig og avhengig variabler. Videre tilsvarer «forenkling av virkeligheten» 15%, «Hvordan brukes modellering i virkeligheten» tilsvarer 8% og «regresjon og funksjoner knyttet til modellering» tilsvarer 15% av teorisekvensene.

4.2.2 Eksempler

4.2.2.1 Modelleringssyklusen i eksempler

Videre presenteres resultatene fra analysen av hvordan modelleringssyklusen er ivaretatatt i eksemplene.

Koder fra modelleringssyklusen til Blum (2015):

1. Konstruere/forstå oppgaven
2. Forenkle/strukturere
3. Matematisere
4. Arbeide matematisk
5. Tolke
6. Validere
7. Eksponere

Dersom en deloppgave i eksemplene inneholder flere deler av modelleringssyklusen vil de fremstilles i samme rute i tabellen og skilles med et komma. Eksempelvis vil 3,4 vise at deloppgaven etterspør både matematisering og arbeide matematisk.

I tabell 4.6 presenteres resultatene fra analysen av hvordan modelleringssyklusen fremstilles i eksemplene i læreverket Sinus.

Tabell 4.6 Modelleringssyklusen i eksemplene i læreverket Sinus

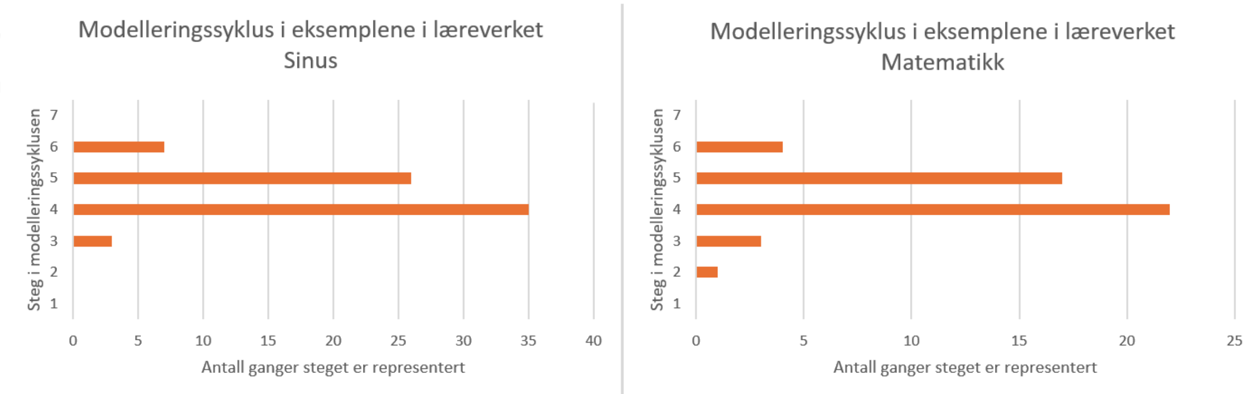
Eks s.	Oppg. a	b	c	d	e	f	g
210	4,5	4,5	4,5	4,5	-	-	
213	3	4,5	4,5	3	4,5	4	4,5
216	4	4	6	4,5	6	4,5	-
220	4	6	4,5	-	-	-	-
225	4	4	4,5,6	-	-	-	-
229	4	5	4,5,6	4,5	-	-	-
232	4,5	4,5	4,5	-	-	-	-
235	4	4,5	4,5	-	-	-	-
238	4	4,5,6	4,5	4,5	-	-	-
Sinus 2P							
24	4	5	4,5,6	4,5	-	-	-
27	3	4,5	-	-	-	-	-

Tabell 4.7 viser resultatene fra analysen av hvordan modelleringssyklusen fremstilles i eksemplene i læreverket Matematikk.

Tabell 4.7 Modelleringssyklusen i eksemplene i læreverket Matematikk

Matematikk 1P					
Eks s.		**Oppg. a**	**b**	**c**	**d**
157	2,3,4,5	-	-	-	-
160		5	4	4,5	-
162	4	-	-	-	-
163		4	5	4,5,6	4,5,6
165		4	4,5	4,5	-
167		4	4	-	-
172		4	4,5	4,5	-
178		6	4,5,6	4,5	-
Matematikk 2P					
21		3	4,5	4,5	-
22	3,4,5	-	-	-	-
24		4	5	4,5	-

I figur 4.3 fremstilles antall ganger de ulike stegene i modelleringssyklusen er representert i eksemplene i begge læreverkene.



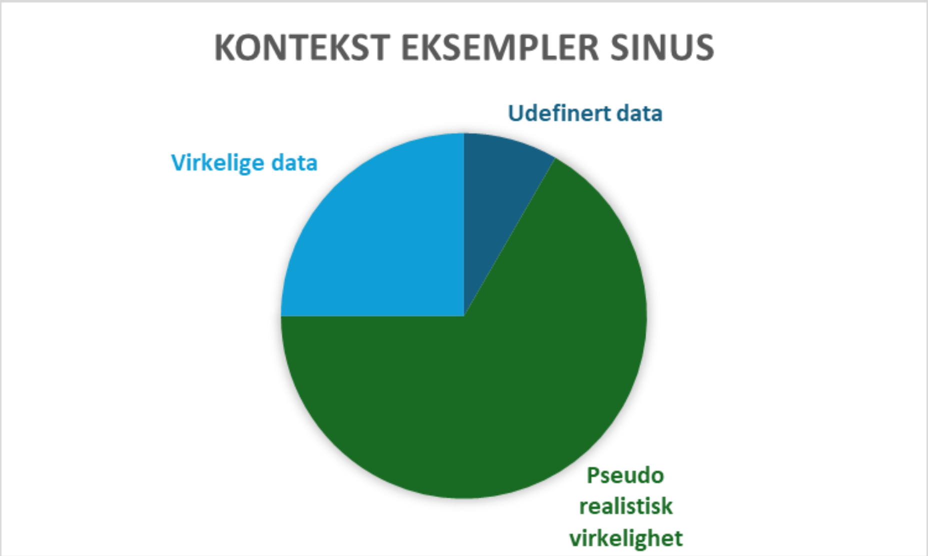
Figur 4.3 Modelleringssyklusen i eksemplene

Fra figur 4.3 ser vi at steg 4 i modelleringsprosessen, som innebærer å jobbe matematisk, er representert i størst grad i begge læreverkene. Vi ser også at for begge læreverkene er steg 5, tolke resultatene, den nest største kategorien. Steg 6, validere resultatet, og steg 3, matematisere, er funnet i noen eksempler i begge læreverkene og steg 6 er representert i noe større grad enn steg 3. Steg 1, konstruere og steg 7, eksponere, er ikke funnet i noen av eksemplene. Steg 2, forenkle/strukturere er funnet i ett eksempel i læreverket Matematikk.

Fra tabell 4.6 og 4.7 ser vi at for begge læreverkene er det ingen eksempler som viser hele modelleringssyklusen og de stegene som er representert i størst grad i sammenheng er steg 4,5 og 6.

4.2.2.2 Kontekst i eksemplene

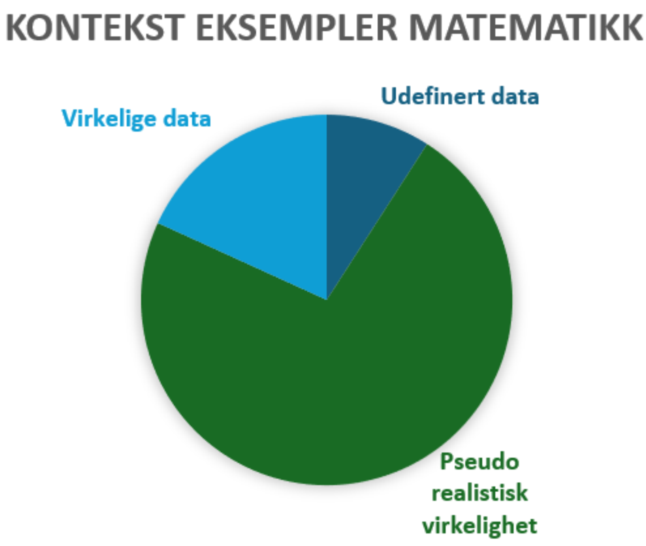
Resultatene fra konteksten i eksemplene i læreverket Sinus er fremstilt i figur 4.4.



Figur 4.4 Kontekst i eksemplene i læreverket Sinus

I læreverket Sinus er tolv modelleringseksempler analysert, ingen av disse har en autentisk kontekst fra virkeligheten. Åtte av eksemplene (67%) har en pseudo realistisk kontekst, ett eksempel (8%) er ikke knyttet til virkeligheten og de resterende tre eksemplene (25%) består av oppgitte data fra virkeligheten.

I figur 4.5 presenteres resultatet for konteksten i eksemplene i læreverket Matematikk.



Figur 4.5 Kontekst i eksemplene i læreverket Matematikk

I læreverket Matematikk er det analysert elleve eksempler fra modelleringskapitlene. Det er ikke funnet eksempler med en autentisk kontekst i dette læreverket. Åtte av eksemplene (73%) har en pseudo realistisk kontekst, ett eksempel (9%) er ikke knyttet til virkeligheten i det hele tatt og i to av eksemplene (18%) er det oppgitt datasett, der dataene er hentet fra den virkelige verden.

4.2.3 Modelleringsoppgaver

4.2.3.1 Opptelling oppgaver (kvantitativ undersøkelse)

Her vil det presenteres en oversikt over antall oppgaver i læreverkene.

Tabell 4.8 Antall oppgaver i læreverkene

Antall oppgaver i læreverkene			
Læreverk	**1P**	**2P**	**Total**
Sinus	1176	747	1923
Matematikk	686	535	1221

Resultatene i tabell 4.8 viser antall oppgaver i hele læreverket, dette inkluderer oppgavene i læreboken inkludert «diskusjon» og «utforsk» oppgavene og digitale oppgaver. Fra tabellen ser vi at læreverket Sinus har betraktelig flere oppgaver enn læreverket Matematikk.

Videre presenteres en oversikt over antall oppgaver som er vurdert i modelleringskapitlene i tabell 4.9 og 4.10.

Tabell 4.9 Antall oppgaver i modelleringskapitlene

Antall oppgaver som er vurdert i modelleringskapitlene				
Læreverk	**1P**	**2P**	**Digitale ressurser**	**Total**
Sinus	141	5	8	154
Matematikk	73	18	12	103

Tabell 4.10 Antall deloppgaver i modelleringskapitlene

Antall deloppgaver som er vurdert i modelleringskapitlene				
Læreverk	**1P**	**2P**	**Digitale ressurser**	**Total**
Sinus	457	20	32	509
Matematikk	180	38	46	264

Denne oversikten viser at læreverket Sinus inneholder omtrent dobbelt så mange deloppgaver i modelleringskapitlene som læreverket Matematikk.

4.2.3.2 Gode modelleringsoppgaver i læreverket

I tabell 4.11 presenteres antall oppgaver som defineres som gode modelleringsoppgaver, basert på kriterier fra forskningslitteraturen.

Tabell 4.11 Oversikt antall modelleringsoppgaver som er funnet i læreverkene

Læreverk	**Antall modelleringsoppgaver**
Sinus 1P	5
Sinus 2P	6
Matematikk 1P	4
Matematikk 2P	6

Alle gode modelleringsoppgavene som funnet i læreverkene er presentert i læreboken. I de digitale ressursene er det ikke funnet oppgaver som oppfyller kriteriene for gode modelleringsoppgaver. Ved å betrakte resultatene av antall oppgaver i lærebøkene (tabell 4.8) og se dette i sammenheng med resultatene fra tabell 4.11, viser resultatene at for alle lærebøkene er det mellom 0% og 1% av oppgavene som er definert som gode modelleringsoppgaver i lærebøkene.

Tabell 4.12 fremstiller hvilke i hvilke kapitler de gode modelleringsoppgavene er funnet.

Tabell 4.12 Oversikt over hvilke kapitler som inneholder modelleringsoppgavene som er funnet

Læreverk	**Sinus 1P**		**Matematikk 1P**		**Sinus 2P**		**Matematikk 2P**	
Kapittel	1 Tall og tallregning	0	1 Tall	1	1 Prosent	1	1 Prosent	0
	2 Prosentregning	2	2 Måleenheter	0	2 Likninger og ulikheter	0	2 Statistikk	2
	3 Proporsjonalitet, potenser og røtter	0	3 Prosentregning	0	3 Økonomi	1	3 Likninger og ulikheter	0
	4 Likninger og formler	1	4 Funksjoner	0	4 Statistikk-analyse og presentasjon	1	4 Geometri	2
	5 Funksjoner og grafer	2	5 Modellering	3	5 Sentralmål og spredningsmål	1	5 Økonomi	0
	6 Matematiske modeller	0	6 Generalisering	0	6 Geometri	1	6 Oppgavesamling (kap 4) og (kap 1,3 og 5)	2
	Oppgaver		7 Eksamenstrening		Oppgaver			

Resultatene viser at læreverket Sinus 1P ikke har noen modelleringsoppgaver i modelleringskapittelet og at det er to modelleringsoppgaver i kapitlene «Funksjoner og grafer» og «Prosentregning», og én modelleringsoppgave i kapitlet «Likninger og formler».

I læreverket Sinus 2P inneholder alle kapitlene utenom «Likninger og ulikheter» en modelleringsoppgave. I dette læreverket avsluttes alle kapitlene med en «prosjektoppgave», mange av disse oppgavene oppfyller studiens kriterier for gode modelleringsoppgaver.

I læreverket Matematikk 1P er det fire oppgaver som oppfyller kravene for modelleringsoppgaver. Tre av oppgavene er funnet i modelleringskapitlet. Fra analysen kommer det også frem at kapittelet «Tall» inneholder en modelleringsoppgave.

I læreboka Matematikk 2P er modelleringsoppgaver funnet i kapitlene «Statistikk» «Geometri» og «Oppgavesamling», som alle inneholder to modelleringsoppgaver.

4.2.3.3 *Oppgaver i modelleringskapittelet*

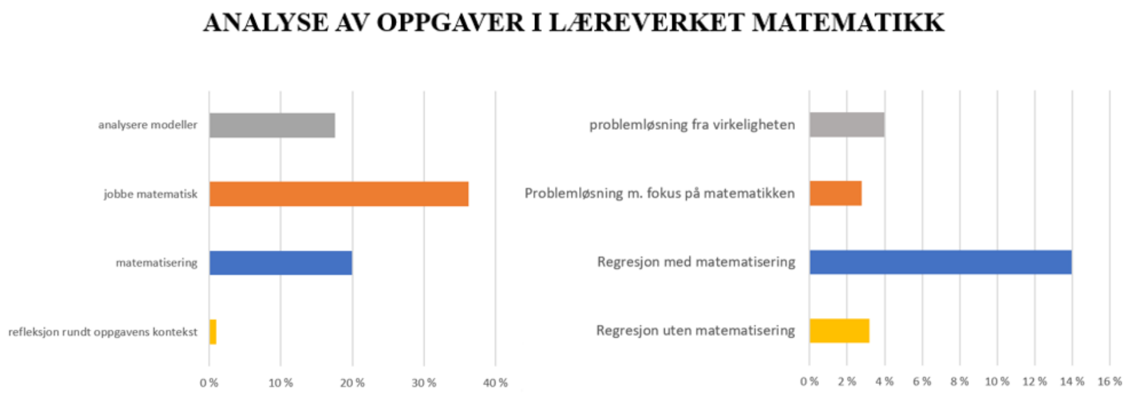
I figur 4.6 fremstilles resultatene av analysen av oppgaver i modelleringskapitlet i læreverket Sinus.

Figur 4.6 Resultater fra analyse av oppgaver i læreverket Sinus

Resultatet fra analysen viser at 62% av deloppgavene i læreverket etterspør at elevene skal jobbe matematisk, 24% av oppgavene etterspør matematisering. 15% av oppgavene etterspør analyse av modeller. Ingen av oppgavene krever at elevene må reflektere rundt oppgavens kontekst.

Videre viser resultatene fra analysen at 17% av deloppgavene er regresjonsoppgaver der 3% er regresjon uten matematisering og 14% er regresjon med matematisering. Problemløsning er representert i liten grad i læreverket Sinus og det ble funnet én oppgave som kunne identifiseres som problemløsning, denne er kategorisert som problemløsning fra virkeligheten.

I figur 4.7 fremstilles resultatene av analysen av oppgaver i modelleringskapitlet i læreverket Matematikk.



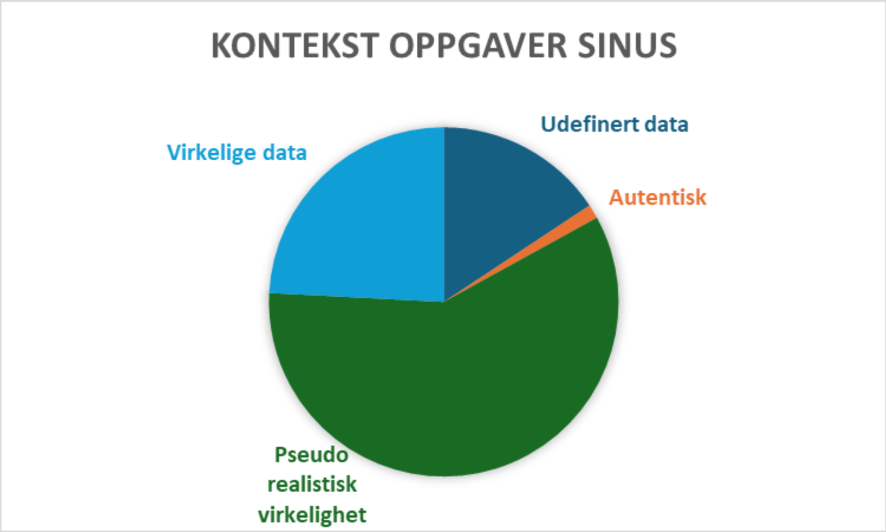
Figur 4.7 Resultater fra analyse av oppgaver i læreverket Matematikk

I analysen av læreverket Matematikk er det funnet at 51% av deloppgavene etterspør at elevene skal jobbe matematisk, 28% av deloppgavene etterspør matematisering og 24% av deloppgavene etterspør analyse av modeller. 1% av oppgavene krever at elevene må reflektere rundt oppgavens kontekst.

Videre viser resultatene fra analysen at 23% av oppgavene er regresjonsoppgaver, der 4% av oppgavene er regresjon uten matematisering og 19% av oppgavene er regresjon med matematisering. Resultatet viser også at 11% av deloppgavene kan kategoriseres som problemløsning, der 4% er kategorisert som problemløsning med hovedfokus på matematikken og 6% er kategorisert som problemløsning fra virkeligheten.

4.2.3.4 Kontekst i oppgaver

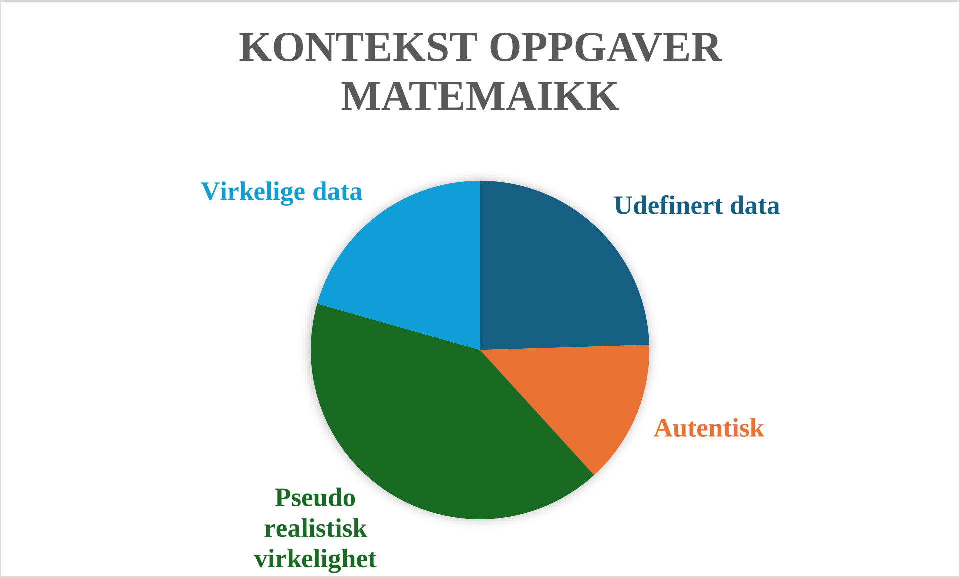
Figur 4.8 viser resultatene for hvilken kontekst en finner i oppgavene i modelleringskapitlet i læreverket Sinus.



Figur 4.8 Kontekst i oppgavene i modelleringskapittelet i læreverket Sinus

Resultatene viser at i læreverket Sinus er det 1% av oppgavene som har en autentisk kontekst, 59% av oppgavene har en pseudo realistisk virkelighet, 16% av oppgavene er ikke knyttet til den virkelige verden i det hele tatt og 24% av oppgavene oppgir data fra den virkelige verden.

I figur 4.9 fremstilles resultatene for hvilken kontekst en finner i oppgavene i modelleringskapitlet i læreverket Matematikk.



Figur 4.9 Kontekst i oppgavene i modelleringskapitlet i læreverket Matematikk

Resultatene fra analysen viser at 14% av oppgavene har en autentisk kontekst, 41% av oppgavene representerer en pseudo-realistisk virkelighet, 25% av oppgavene er ikke knyttet til den virkelige verden i det hele tatt og 21% av oppgavene oppgir data fra virkeligheten.

5 DISKUSJON

Diskusjonen tar sikte på å drøfte hvordan matematisk modellering fremstilles i læreverk. Det vil diskuteres hvordan det teoretiske grunnlaget fra kapittel 2 gjenspeiles i analyse og resultat i kapittel 4. Formålet med studien er å undersøke hvordan læreverkene fremstiller modellering, og det er benyttet en kombinasjon av summativ og teoridrevet innholdsanalyse i datainnsamlingen. Dette gir grunnlag for å kunne svare på oppgavens problemstilling:

Hvordan fremstilles matematisk modellering i to utvalgte læreverk for matematikk 1P og 2P?

Det vil bli diskutert hva som er fremtredende i de to ulike læreverkene sin fremstilling av modellering, det vil også diskuteres om det kan trekkes noen generelle konklusjoner for hvordan modellering fremstilles og hvordan forskningslitteraturen gjenspeiles i læreverk, basert på analyse av disse to læreverkene.

Først vil modelleringsteorien i læreverkene bli diskutert, deretter diskuteres det hvordan modelleringsoppgavene fremstilles i læreverkene. Videre blir det diskutert hvordan modelleringssyklusen ivaretas og om matematikken knyttes til virkeligheten i læreverkene. Til slutt vil det diskuteres om læreverkene gir mulighet for at elevene kan utvikle sentrale modelleringskompetanser fra forskningslitteraturen.

5.1 FREMSTILLING AV MODELLERINGSTEORI I LÆREVERKENE

Tabell 4.2 gir en oversikt over deloverskriftene i modelleringskapitelene. Basert på dette ser det ut til at læreverket Sinus legger betydelig vekt på funksjoner og regresjon i forbindelse med modellering. Videre viser tabell 4.5 at regresjon og funksjoner også er fremhevet i læreverkets oppsummering av viktige begreper, definisjonene og beskrivelsene av disse begrepene er ikke knyttet direkte til modellering. Funksjoner og regresjon ble i kapittel 2 presentert som et matematisk verktøy innenfor modellering. Regresjon og funksjoner er derfor ikke modellering i seg selv (Galbraith, 2012, s.6). Niss & Blum (2020, s. 7) understreker at dersom en bare fokuserer på den matematiske delen (M) og overser både det ekstra-matematisk domen (D), og selve modelleringsprosessen (f) vil den matematiske modellen bare bli en samling av matematiske enheter. For å skape en helhetlig matematisk modell må både det ekstra-matematiske domenet (D) og selve modelleringsprosessen (f) inkluderes (Niss & Blum, 2020, s. 7).

I analysen ble det også sett på antall ganger ordet «modell» eller «modellering» forekommer i de ulike delkapitlene i modelleringskapitlet. Tabell 4.3 viser at «modell» og «modellering» kun nevnes i tre av de åtte delkapitlene i læreverket Sinus 1P. Dette indikerer at det ikke er et tydelig fokus på modelleringskompetanse i forbindelse med regresjon og funksjoner i læreverket. Funnene i analysen tyder derfor på at det legges større vekt kompetanse innen funksjoner og regresjon enn på modelleringskompetanse i modelleringskapitlet.

I videre analyse av modelleringsteorien i læreverket Sinus er det brukt teoridrevet innholdsanalyse. Figur 4.1 viser at regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering er omtalt i størst grad i modelleringsteorien, og utgjør over halvparten av den analyserte teorien. Dette bekrefter indikasjonene om at læreverket Sinus legger stor vekt på regresjon og funksjoner i forbindelse med modellering, uten at dette nødvendigvis knyttes til modelleringskompetanse.

Fra figur 4.1 kommer det også frem at læreverket ser ut til å ha noen perspektiver på matematisk modellering som ikke er inkludert i forskningslitteraturen i denne studien, da 21% av teorien er kodet i kategorien «annet». Fra analysen kommer det frem at perspektivene på modellering som er beskrevet i kategorien «annet» er de samme perspektivene som kommer tydelig frem i læreverkets definisjon av matematisk modellering.

I definisjonen av matematisk modellering i læreverket Sinus er en matematisk modell beskrevet som «en regnemetode som gir en sammenheng mellom to størrelser» (Oldervoll, 2020, s. 209). Videre beskrives også en matematisk modell som «en fremgangsmåte som gjør oss i stand til å regne mellom to størrelser ved hjelp av hoderegning» (Oldervoll, 2020, s. 209). Dette er ikke perspektiver som kommer frem i forskningslitteraturen i denne oppgaven. Modellering beskrives ikke som en direkte regnemetode og sammenhengen mellom størrelser er ikke vektlagt i forskningslitteraturen. Matematisk modellering som en fremgangsmåte for å regne med hoderegning kan heller ikke underbygges av forskningslitteraturen i denne studien.

I definisjonen av matematisk modellering i læreverket Sinus blir matematiske modeller også beskrevet som at «noen ganger gir de matematiske modellene helt nøyaktige verdier. Andre modeller gir bare tilnærmingsverdier. Ofte bruker vi slike modeller i dagliglivet uten å tenke over det» (Oldervoll, 2020, s. 209). Disse beskrivelsene av matematisk modellering kan vi finne igjen i Niss & Blum (2020, s. 6) sin beskrivelse av matematisk modellering.

Figur 4.1 viser at nærmere ¾ av teorien omhandler regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering, og en tilnærming til modellering som ikke kommer frem i forskningslitteraturen.

Dette viser at læreverket Sinus i liten grad gjenspeiler forskningslitteraturens beskrivelser og definisjoner av modellering i teorien. Samtidig er alle kategoriene funnet igjen i teorien og dermed kan vi si at læreverket til en viss grad dekker modelleringsteorien fra forskningslitteraturen.

I læreverket Matematikk 1P er modelleringskapitelet delt inn i fire delkapitler (tabell 4.2). Analysere av overskriftene indikerer at læreverket tar opp noe av det forskningslitteraturen legger stor vekt på innenfor matematisk modellering. Overskriften «Fra måling til modell» kan knyttes til matematisering, da dette handler om å transformere ekte modeller til en matematisk modell (Blum & Leiß, 2007, s. 225-226). Videre indikerer overskriften «Hvor god er modellen» at det er lagt vekt på vurdering av modeller. Blomhøj & Jensen (2003, s. 130) understreker viktigheten av at modelleringskompetanse blir forstått med referanser til modelleringssyklusen. Det understrekes at for å utvikle matematisk modelleringskompetanse er det særlig viktig at elevene lærer å matematisere og analysere modeller. Overskriften «Modellering i praksis» indikerer at læreverket beskriver hvordan modeller brukes i den virkelige verden. Både Blum (2015, s.81) og Ferri (2018, s.42) understreker viktigheten av at elevene forstår hvordan matematikk anvendes i virkeligheten. Ifølge Blum (2015, s.80) har de fleste elevene ikke opparbeidet seg strategier for hvordan de skal jobbe med oppgaver fra den virkelige verden.

Fra tabell 4.4 kommer det frem at alle delkapitlene i modelleringskapitlet til læreverket Matematikk 1P nevner begrepene «modell» og «modellering» flere ganger. Den summative analysen av delkapitlene i modelleringskapitlet indikerer at læreverket Matematikk behandler modelleringskompetanser som forskningslitteraturen anser som viktige, og at læreverket tilsynelatende møter flere av utfordringene som er knyttet til elevenes utvikling av modelleringskompetanse.

Figur 4.2 presenterer resultatene fra den teoridrevne innholdsanalysen av modelleringsteorien i læreverket Matematikk. Resultatene viser en relativt jevn fordeling mellom de ulike kategoriene og dette bekrefter at læreverket gjenspeiler modelleringsteorien fra forskningslitteraturen. Likevel er kategorien som er omtalt i størst grad regresjon og funksjoner uten at det knyttes til modellering (25%), dette er ikke noe som kommer frem fra den summative analysen. Resultatet viser at regresjon og funksjoner også har en sentral rolle i læreverket Matematikk. Videre kommer det frem fra figur 4.2 at modelleringssyklusen er en av de største kategoriene (23%). Innenfor denne kategorien er det vurdering av modeller som er omtalt i størst grad, dette bekrefter resultatene fra den summative innholdsanalysen som indikerer at det er et tydelig fokus på vurdering av modeller i dette læreverket.

I Matematikk 1P defineres en matematisk modell som «en forenklet beskrivelse av noe ved hjelp av matematikk» (Engeseth, 2020, s. 154). Denne definisjonen kan underbygges med teori fra forskningslitteraturen og samsvarer godt med definisjonen til Niss & Blum (2015).

Fra figur 4.2 ser vi at læreverket Matematikk også har noen tilnærminger til matematisk modellering som ikke samsvarer med forskningslitteraturen i denne studien. Disse tilnærmingene er beskrivelser av ekstrapolasjon og interpolasjon, uavhengig og avhengig variabler og sammenhengen mellom variabler. Ekstrapolasjon og interpolasjon er begreper som kan settes i sammenheng med å forenkle virkeligheten og vurdere modeller og er derfor ikke helt utenfor forskningslitteraturens beskrivelser av modellering. Uavhengig og avhengig variabel og sammenheng mellom variabler er derimot ikke begreper som forskningslitteraturen i denne studien beskriver i forbindelse med modellering.

Hvordan læreverk fremstiller modellering ser ut til å variere, dette er noe som også kommer frem i tidligere forskning. Både Kongelf (2011, s. 6) og Singh (2017) viser til at innholdet og strukturen i lærebøker varierer betydelig. Fra analysen i denne studien kommer det likevell frem noen gjennomgående trekk for modelleringsteori i læreverk. Læreverkene legger stor vekt på regresjon og funksjoner. I hvilken grad disse kompetansene knyttes til modelleringskompetanse varierer, men generellt er det mye fokus på regresjon og funksjoner uten at det knyttes direkte til modellering (se figur 4.1 og 4.2). Dette samsvarer med funnene til Berget (2023, s. 75), som har funnet at i lærebøker i 2P fremstilles modellering i hovedsak som regresjon. Begge læreverkene fokuserer også på sammenhengen mellom variabler i forbindelse med modellering. Dette er også hovedsakelig knyttet til kompetanse innen funksjoner og kan ikke underbygges av forskningslitteraturen i denne studien.

5.2 FREMSTILLING AV MODELLERINGSOPPGAVER I LÆREVERKENE

Resultatene fra analysen av antall gode modelleringsoppgaver i læreverkene (tabell 4.11) viser at det totalt er identifisert elleve modelleringsoppgaver i læreverket Sinus. Fem av oppgavene er funnet i læreverket for matematikk 1P, men ingen av disse modelleringsoppgavene funnet i modelleringskapitelet (tabell 4.12). Noe som igjen indikerer at læreverket fokuserer mer på utvikling av matematisk kompetanse enn modelleringskompetanse. Imidlertid understreker Berget (2023, s. 16) at når elever lærer å modellere, bør hovedfokuset være å utvikle matematisk kompetanse.

Det er også et interessant funn at læreverket har to oppgaver som oppfyller studiens kriterier for å være gode modelleringsoppgave i kapittelet «funksjoner og grafer» (tabell 4.12). Ideelt sett kunne man forvente at det ble fokusert på de tekniske ferdighetene rundt funksjoner og grafer i dette kapitlet og at det i modelleringskapittelet ble fokusert mer på hvordan disse kompetansene kan anvendes for å løse problemer fra den ekstra-matematiske verden. Dette perspektivet vektlegger også Ferri (2018, s. 13) som en viktig del av modelleringsoppgaver.

Selv om det ikke er funnet oppgaver som defineres som gode modelleringsoppgaver i modelleringskapitlet læreverket Sinus 1P, betyr det ikke nødvendigvis at modellering ikke blir behandlet i oppgavene i dette kapitlet. Kriteriene for gode modelleringsoppgaver i denne studien baserer seg på en holistisk tilnærming til å utvikle modelleringskompetanse. I en atomistisk tilnærming tas det hensyn til at elevene trenger direkte instruksjoner for å lære hvordan de skal gå frem når de modellerer, og det er derfor bare noen steg i modelleringssyklusen som behandles om gangen (Blomhøj & Jensen, 2007, s. 49). Fra figur 4.6 ser vi at matematisering og analyse av modeller behandles i deloppgavene i læreverket Sinus. Dette bekrefter at deler av modelleringssyklusen behandles i oppgavene i læreverket og at det legges mer vekt på en atomisk tilnærming for å utvikle modelleringskompetanse. Samtidig poengteres det av Blomhøj & Jensen (2007, s. 49) at den holistiske eller atomiske tilnærmingen alene ikke vil være tilstrekkelig for å utvikle modelleringskompetanse. I helhet behandles modellering til en viss grad med både holistisk og atomistisk tilnærming i oppgavene, da det er funnet oppgaver med en holistisk tilnærming til modellering i både læreverket Sinus 1P og Sinus 2P.

Fra tabell 4.12 kommer det frem at 3 av de 4 modelleringsoppgavene som er funnet i læreverket Matematikk 1P er funnet i modelleringskapitlet. Dette indikerer at modellering blir behandlet med både en holistisk og atomistisk tilnærming i modelleringskapitlet, noe Blomhøj & Jensen (2007, s. 49) understreker viktigheten av for å kunne utvikle modelleringskompetanse.

Et av kriteriene i denne studien for at en oppgave skulle defineres som modelleringsoppgave var at oppgaven måtte være en problemløsningsoppgave fra den ekstra-matematiske verden. Barbosa (2006, s. 294) legger vekt på viktigheten av problemløsning i forbindelse med modellering. Dersom vi ser på analysen av oppgaver i læreverket Sinus (figur 4.6), finner vi kun én oppgave som er kodet som problemløsning. Dette er med på å bekrefte at det ikke er noen oppgaver som har blitt definert som gode modelleringsoppgaver i modelleringskapitlet i læreverket Sinus. Figur 4.7 viser at læreverket Matematikk har flere problemløsningsoppgaver i modelleringskapitlene, men noen av disse har hovedfokus på matematikken og kan derfor ikke regnes som modelleringsoppgaver basert på Ferri (2018, s. 42) sin definisjon.

Det er blitt diskutert hvordan regresjon har en stor plass i teoridelen i læreverkene, fra figur 4.6 og 4.7 kommer det frem at det også legges vekt på regresjon i oppgavene i begge læreverkene. Galbraith (2012, s. 6) understreker at for å betrakte regresjon som modellering må en gå fra den ekstra-matematiske verden til den matematiske verden ved å matematisere problemet. Analysen viser at for begge læreverkene er det kun en liten andel av regresjonsoppgavene som ikke inkluderer matematisering av problemet og de fleste regresjonsoppgavene kan dermed betraktes som modellering. Samtidig er datasett ofte oppgitt i oppgavene og dersom vi bruker Ferri (2015, s.13) sine argumenter for å definere modelleringsoppgaver vil ikke oppgaver der en skal lage funksjoner fra oppgitte datasett kunne defineres som modellering.

Resultatene fra analysen av modelleringsoppgaver i læreverkene viser at det er en svært liten andel av oppgavene i læreverkene som kan defineres som gode modelleringsoppgaver, basert på kriterier fra forskningslitteraturen. I oppgavene er det er regresjon vektlagt og læreverkene legger i liten grad til rette for en holistisk tilnærming til å opparbeide modelleringskompetanse. Oppgaver med mange deloppgaver som viser fremgangsmåte er fremtredende i modelleringsoppgavene i begge læreverkene. Dette tilsvarer den atomistiske tilnærmingen til å utvikle modelleringskompetanse. Analysen av modelleringsoppgavene viser også at det legges mest fokus på den pragmatiske og formative begrunnelsen for å jobbe med modellering, den kulturelle og psykologiske begrunnelsen er funnet igjen i svært liten grad i oppgavene (Blum, 2015, s. 81). Dette medfører at elevene ikke vil kunne få en økt forståelse av hvordan modellering brukes i samfunnet og økt motivasjon og interesse for matematikk, ved å arbeide med oppgavene i læreverket.

5.3 HVORDAN IVARETAR LÆREVERKENE MODELLERINGSSYKLUSEN?

I kapittel 2 ble Blum (2015, s.79) sine beskriver av vanlige utfordringer for elever i møte med modelleringssyklusen omtalt. I analysen ble det undersøkt hvordan eksemplene i modelleringskapitlene ivaretar modelleringssyklusen.

Det første steget i modelleringssyklusen handler om å konstruere en situasjonsmodell (Blum, 2015, s.79). Ved at eksemplene inkluderer dette steget vil elevene lære å forstå situasjoner, og en vil unngå at de bare henter ut tall fra oppgaveteksten og gjør beregninger uten å forstå konteksten. Resultatene fra analysen (tabell 4.6 og 4.7) viser imidlertid at ingen av eksemplene i læreverkene ivaretar dette steget. Ifølge Blum (2015, s.79) står også elever ofte ovenfor utfordringer knyttet til det andre steget i modelleringssyklusen, som innebærer å gjøre egne antagelser. I analysen er det funnet ett eksempel som viser steg 2, dette er funnet i læreverket Matematikk 1P (figur 4.3). Fra analysen av oppgavene i modelleringskapitlene kan kategorien «refleksjon rundt oppgavens kontekst» knyttes til disse to stegene i modelleringssyklusen. Resultatene viser at heller ikke oppgavene ivaretar disse stegene i modelleringssyklusen da ingen oppgaver i læreverket Sinus er kodet i denne kategorien (figur 4.6) og 1% av oppgavene i læreverket Matematikk er kodet i denne kategorien (figur 4.7).

Det sjette steget i modelleringssyklusen, som innebærer å validere egne svar er også en vanlig utfordring for elever (Blum, 2015, s.79). I begge læreverkene er steg 6 representert i eksemplene, men ikke i en betydelig andel (figur 4.3). Læreverket Matematikk 1P har et eget delkapittel med tittelen «Hvor god er modellen?» (tabell 4.2). Ut fra dette kunne en forvente at det sjette steget i modelleringssyklusen, validere modellen, ville være mer fremtredende. Imidlertid er det i analysen funnet at både oppgaver og teori i begge læreverkene behandler analyse av modeller (figur 4.1, 4.2, 4.6 og 4.7). Fra analysen kommer det også frem at læreverket Matematikk behandler vurdering av modeller i litt større grad enn læreverket Sinus, noe som er et forventet resultat da læreverket har et eget delkapittel som heter «hvor god er modellen».

I kapittel 2 ble det påpekt at matematisering er viktig for utviklingen av modelleringskompetanse (Blomhøj & Jensen, 2003, s. 130). Analysen av hvordan dette steget er representert i oppgavene (figur 4.6 og 4.7) viser at rundt ¼ av deloppgavene i modelleringskapitlene i begge læreverkene ivaretar dette steget. I eksemplene er også dette steget representert i begge læreverkene, men ikke i en betydelig grad (se figur 4.3). Tidligere ble det også diskutert hvordan deloverskriften «fra måling til modell» i læreverket Matematikk 1P (tabell 4.2) ser ut til å ivareta dette steget. Ut fra analysen kan det se ut til at denne overskriften i større grad var knyttet til regresjon enn matematisering.

Blum (2015, s.79) viser til at elever stort sett ikke følger modelleringssyklusen slik som modellene viser. Fra tabell 4.6 og 4.7 ser vi at ingen av eksemplene inneholder hele modelleringssyklusen, og mange av oppgavene starter på steg 4 og utelukker steg 6 og 7. Frejd (2013, s. 89) har i studien av svenske lærebøker funnet at eksemplene i lærebøkene hovedsakelig fokuserer på matematikken, som er steg 3, 4 og 5 i modelleringssyklusen. Blomhøj & Jensen (2003, s. 130) har også i en undersøkelse funnet at det innenfor modellering i skolen er mest fokus på matematisering, arbeide matematisk og å tolke resultatene (steg 3, 4 og 5 i Blums modelleringssyklus). Dette samsvarer med resultatene i denne oppgaven da steg 4 og 5 er representert i størst grad i både eksempler og oppgaver. Men fra analysen av eksemplene (figur 4.3) ser vi at steg 6 i modelleringssyklusen er representert i litt større grad enn steg 3 for begge læreverkene. Imidlertid viser analysen av oppgavene i modelleringskapitlene (figur 4.6 og 4.7) at matematisering (steg 3) er representert i større grad enn analyse av modeller (steg 6).

Analyse av oppgaver og eksempler i modelleringskapitlene viser at begge læreverkene har et tydelig fokus på de innerste delene av modelleringssyklusen (steg 3, 4 og 5). Ifølge Blomhøj & Jensen (2003, s. 130) vil ikke elevene utvikle matematisk modelleringskompetanse dersom de bare jobber med de innerste delene av modelleringssyklusen, som omhandler å arbeide matematisk. Steg 6, vurdering av modeller, omtales også i begge læreverkene, men i størst grad i læreverket Matematikk. Resultatene fra analysen viser at hele modelleringssyklusen ikke er ivaretatt i læreverkene da elevene verken blir presentert for steg 1 eller 7 i noen av læreverkene og kun ett av læreverkene presenterer steg 2, og da i svært liten grad. Dette er også de delene av modelleringssyklusen som vanligvis er mest utfordrende for elevene (Blum, 2015, s.79). Dersom elevene ikke presenteres for oppgaver og eksempler der steg 1, 2 og 7 i modelleringssyklusen må anvendes, kan en heller ikke forvente at elevene utvikler disse kompetansene.

5.4 KNYTTES MATEMATIKKEN TIL VIRKELIGHETEN I LÆREVERKENE?

I kapittel 2 ble Blum (2015, s. 81) sine fire begrunnelser for å inkludere matematisk modellering i undervisningen presentert. Der poengteres viktigheten av å knytte matematikk og virkelighet sammen. Blum (2015, s.81) viser til at elevene kan få økt motivasjon og interesse for matematikk ved å jobbe med eksempler og problemer fra den virkelige verden.

Blum (2015, s. 81-82) understreker viktigheten av at elevene presenteres for autentiske kontekster. Figur 4.1 og 4.2 viser at begge læreverkene har teori om hvordan matematikken brukes i den virkelige verden, for begge læreverkene tilsvarer dette rundt 10% av teorien. Fra figur 4.4 og 4.5 kommer det frem at ingen av eksemplene som er analysert har en autentisk kontekst. Analysen av konteksten i oppgavene viser at 1% av oppgavene i modelleringskapitlene i læreverket Sinus har en autentisk kontekst (figur 4.8) og 14% av oppgavene i læreverket Matematikk har en autentisk kontekst (figur 4.9). Det kan dermed ikke trekkes en generell konklusjon for i hvilken grad læreverkene presenterer autentiske kontekster i oppgaver, men det viser at det ikke er tydelig fokus på at matematikken knyttes til den virkelige verden i alle læreverk.

Fra figur 4.4 og figur 4.5 ser vi at konteksten som er representert i størst grad i de analyserte eksemplene er pseudo realistisk virkelighet. Figur 4.8 og 4.9 viser at pseudo realistisk kontekst også er representert i størst grad i oppgavene i begge læreverkene. Ifølge Ferri (2018, s.13) kan ikke en oppgave defineres som modellering dersom det er et «pseudo realistisk problem». Men det påpekes at elevene kan utvikle modelleringskompetanse ved å jobbe med oppgaver som simulerer den virkelige verden (Ferri, 2018, s. 46). For det formative og psykologiske aspektet er det heller ikke et «krav» om at oppgavene må ha en autentisk kontekst, disse målene handler om å utvikle modelleringskompetanse.

I analysen av oppgaver og eksempler kommer det også frem at i begge læreverkene er det flere oppgaver der datasett skal behandles, i hovedsak i forbindelse med regresjon (se figur 4.4, 4.5, 4.8 og 4.9). Oppgaver der oppgitte datasett skal behandles må det kreves forståelse for hvordan disse dataene er knyttet til den virkelige verden dersom oppgaven skal kunne betraktes som modellering. Det er noen tilfeller der konteksten til dataene ikke blir oppgitt, matematikken knyttes da ikke til virkeligheten i det hele tatt og oppgaven vil bare bli en teknisk øvelse (Galbraith, 2012, s. 6). Figur 4.8 viser at 16% av oppgavene i læreverket Sinus ikke er knyttet til den virkelige verden og figur 4.9 viser at 25% av oppgavene i læreverket Matematikk ikke er knyttet til den virkelige verden.

5.5 GIR LÆREVERKENE MULIGHET TIL Å UTVIKLE SENTRALE MODELLERINGSKOMPETANSER?

Den sentrale modelleringskompetansen i forskningslitteraturen er utforsking og problemløsning fra virkeligheten ved bruk av hele modelleringssyklusen. Tidligere forskning viser at lærere i stor grad lener seg på læreverket i undervisningen (Gilje et al., 2016, s. 27; Singh, 2017). Hvordan læreverkene fremstiller matematisk modellering kan derfor avgjøre hvordan læreren underviser dette emnet og hva elevene lærer. Berget (2023, s. 100) konkluderer i sin studie med at det er forskjell på hvordan matematisk modellering ideelt sett bør undervises og hvordan undervisningen faktisk foregår. Dette kan ha sammenheng med læreverkenes fremstilling av modellering. I analysen av læreverkene i denne studien er det funnet svært få problemløsningsoppgaver, hele modelleringssyklusen er ikke ivaretatt i eksempler eller teori, og matematikken knyttes i liten grad til virkeligheten i læreverkene. Det er også kun mellom 0%-1% av oppgavene i læreverkene som gir elevene mulighet til å utvikle modelleringskompetanse ved en holistisk tilnærming. Læreverkene i denne studien legger derfor ikke til rette for at elevene kan lære sentrale modelleringskompetanser som er vektlagt i forskningslitteraturen.

Læreverkene som er undersøkt i denne studien gir elevene mulighet til å utvikle modelleringskompetanse ved en atomistisk tilnærming og med et tydelig fokus på matematikken, og da særlig regresjon og funksjoner. Ett av målene med å inkludere matematisk modellering i undervisningen er ifølge Blum (2015, s.81) å øke elevenes motivasjon og interesse for matematikk. Læreverkene vektlegger i hovedsak det pragmatiske og formative aspektet ved matematisk modellering, som handler om å utvikle matematisk kompetanse. Elevene vil dermed i liten grad få en økt motivasjon og interesse for matematikk ved å arbeide med oppgvavene i læreverkene.

Ferri (2009, s. 45) mener at hovedgrunnen til at matematisk modellering ikke har en tydeligere rolle i matematikkundervisningen, er at både elever og lærere opplever dette emnet som utfordrende. Grunnen til at lærere opplever dette som et utfordrende emne kan være knyttet til at modellering i læreverkene ikke gjenspeiler forskningslitteraturens perspektiver på matematisk modellering. Lærerene kan dermed oppleve en usikkerhet rundt hva modellering faktisk er, hvordan dette emnet skal undervises og hva som defineres som modelleringsoppgaver.

6 AVSLUTNING

6.1 KONKLUSJON

I denne masteroppgaven er det undersøkt hvordan modellering fremstilles i teori, eksempler og oppgaver i to ulike læreverk for matematikk 1P og 2P. Summativ innholdsanalyse ble brukt for å få oversikt over hvordan modellering fremstilles i læreverkene. Videre ble det brukt teoridrevet innholdsanalyse for å undersøke hvordan modellering fra forskningslitteraturen gjenspeiles i læreverkene. Innledningsvis ble det presentert to forskningsspørsmål som skulle besvares gjennom analysen. På bakgrunn av funnene i kapittel 4 og diskusjonen i kapittel 5 vil jeg trekke konklusjoner til de to forskningsspørsmålene:

I. *Hvordan fremstilles matematisk modellering i modelleringskapitlene?*

II. Hvordan gjenspeiles modelleringsteori fra forskningslitteraturen i teori, eksempler og oppgaver i læreverket?

Analysen viser at ulike læreverk har litt ulike tilnærminger og fremstillinger av matematisk modellering. I hvilken grad modelleringsteori fra forskningslitteraturen gjenspeiles i læreverkene ser også ut til å variere. Mye av forskningslitteraturens beskrivelser og definisjoner av matematisk modellering er funnet igjen i læreverkene, men forskningslitteraturen og læreverkene vektlegger ulike kompetanser innenfor modellering.

Felles for begge læreverkene er at den atomistiske tilnærmingen til å utvikle modelleringskompetanse er vektlagt. Resultatene fra analysen viser at det er bare deler av modelleringssyklusen som er ivaretatt av læreverkene. Det er et tydelig fokus på de innerste delene av modelleringssyklusen, som fokuserer på å arbeide matematisk. Særlig er regresjon og funksjoner vektlagt. Forskningslitteraturen beskriver dette som kompetanser innen modellering, men ikke som en sentral del.

I forskningslitteraturen legges det stor vekt på utforsking og problemløsning fra den ekstra-matematisk verden ved bruk av hele modelleringssyklusen. Funn i studien viser at mellom 0% og 1% av oppgavene i læreverket er problemløsningsoppgaver som legger til rette for at elevene skal bruke hele modelleringssyklusen, læreverkene legger dermed i liten grad vekt på den holistiske måten å utvikle modelleringskompetanse. Matematikken knyttes sammen med den ekstra-matematiske verden i ulik grad i læreverkene, men læreverkenes fremstilling av modellering ser ikke ut til å legge til rette for at elevene kan få økt motivasjon til å arbeide med matematikk.

6.2 VIDERE FORSKNING

I denne oppgaven er det undersøkt hvordan læreverkene fremstiller modellering. Denne studien viser dermed bare hvordan læreverkene legger til rette for at læreren skal kunne undervise modellering og hvordan elevene skal lære å modellere. I videre studie ville det derfor vært spennende å undersøke hvordan disse læreverkene blir brukt i undervisning av modellering. Det ville da vært interessant å se på lærerens holdninger til læreverkets fremstilling av modellering, hvordan læreverket brukes i undervisningen og om lærerne ser på læreverket som tilstrekkelig for å kunne undervise modellering. Det ville også vært interessant å undersøke hvordan elevene arbeider med modelleringsoppgavene. Samt om elevene opplever at modelleringsoppgavene gjør matematikken mer aktuell for deres hverdagsliv og om de opplever økt interesse for matematikk ved å arbeide med matematisk modellering.

REFERANSER

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, *38*(3), 293-301. https://doi.org/10.1007/BF02652812

Berget, I. K. L. (2023). Mathematical modelling in upper secondary school : A case study of Norwegian curriculum discourses.

Berget, I. K. L. & Bolstad, O. H. (2019). Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga. *Mathematical modelling perspectives in Norwegian curricula*, *13*(1).

Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics Applications*, *22*(3), 123-139. https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123

Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2007). What's all the Fuss about Competencies?: Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. 45-56. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_3 (New ICMI Study Series)

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? I S.-J. Cho (Red.), *The proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* Switzerland: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9

Blum, W. & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling : Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(1), 45-58.

Blum, W. & Leiß, D. (2007). 5.1 - How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems? , 222-231. https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221

Bowen, G. A. (2009). Document Analysis as a Qualitative Research Method. *Qualitative research journal*, *9*(2), 27-40. https://doi.org/10.3316/QRJ0902027

Bratholm, B. (2001). Godkjenningsordningen for lærebøker 1889-2001, en historisk gjennomgang. *HVE-biblioteket*. https://www-bib.hive.no/tekster/hveskrift/notat/2001-05/not5-2001-02.html

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y. & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical thinking and learning*, *12*(2), 117-151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Cohen, L., Manion,L., & Morrison, K. (2011). Research methods in education. (7.utg). Routledge.
https://doi.org/10.4324/9780203720967

Engeseth, J., Haug, H., Heir, O., Moe, H., Norderhaug, T. T., & Vie, S. M. (2020).Matematikk 1P (4.utg.). Aschehoug undervisning.

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2015). En metodisk studie av innholdsanalyse - med analyser av matematikklæreres undervisningskunnskap som eksempel. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *20*(2), s. 79-96.

Ferri, R. B. (2018). Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education.

Frejd, P. (2013). An analysis of mathematical modelling in Swedish textbooks in upper secondary school. *Nordisk matematikkdidaktikk*, *18*(3), 59.

Galbraith, P. (2012). Models of Modelling:Genres, Purposes or Perspectives. *Journal of Mathematical Modelling and Applications*, *1*(5), 3-16.

Garcia, F. J., Pérez, J. G., Higueras, L. R. & Casabó, M. B. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *ZDM*, *38*(3), 226-246. https://doi.org/10.1007/BF02652807

Gilje, Ø., Ingulfsen, L., Dolonen, J. A., Furberg, A., Rasmussen, I., Kluge, A., Knain, E., Mørch, A., Naalsund, M. & Skarpaas, K. G. (2016). Med ARK&APP, Bruk av læremidler og ressurser for læring på tvers av arbeidsformer. *Universitetet i Oslo*. https://www.uv.uio.no/iped/forskning/prosjekter/ark-app/arkapp_syntese_endelig_til_trykk.pdf

Grønmo, S. (2004). Samfunnsvitenskapelige metoder. Bergen: Fagbokforlaget

Grønmo, S. (2012). Kvalitative og kvantitative metoder: begreper og distinksjoner. *Sosiologisk tidsskrift*, *20*(1).

Heir, O. , Vie, S. M., Engeseth, J., Moe, H., Borgan, Ørnulf, & Ulshagen, T. (2021). Matematikk 2P (4. Utg.). Aschehoug undervisning

Hsieh, H.-F. & Shannon, S. E. (2005). Three Approaches to Qualitative Content Analysis. *Qual Health Res*, *15*(9), 1277-1288. https://doi.org/10.1177/1049732305276687

Kongelf, T. R. (2011). What characterises the heuristic approaches in mathematics textbooks used in lower secondary schools in Norway? *Nordic Studies in Mathematics Education*, *16*(4), s. 5-44.

LeCompte, M. D. & Goetz, J. P. (1982). Problems of Reliability and Validity in Ethnographic Research. *Review of educational research*, *52*(1), 31-60. https://doi.org/10.3102/00346543052001031

Mariel, P. (2021). Environmental Valuation with Discrete Choice Experiments : Guidance on Design, Implementation and Data Analysis. (SpringerBriefs in Economics)

Niss, M. & Blum, W. (2020). The learning and teaching of mathematical modelling. *[3]*. (IMPACT (Interweaving mathematics pedagogy and content for teaching) Interweaving mathematics pedagogy and content for teaching)

Oldervoll, T. , Svorstøl, O., Vestergaard, B., Gustafsson, E., Osnes, E. R., Jacobsen, R. B., & Pedersen, T. A. (2020). Sinus 1P : matematikk : studieførebuande vg1 (4.utg.). Cappelen Damm

Oldervoll, T. , Osnes, E. R., Gustafsson, E., Pedersen, T. A., Svorstøl, O., & Ellingsen, D. K. (2021). Sinus 2P : matematikk : studieførebuande fellesfag vg2 (4.utg.). Cappelen Damm.

Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformation. *ZDM*, *45*(7), 929-943. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0534-2

Singh, O. (2017, 11). Danningsperspektiver på utforming av lærersubjektet i lærerverket i matematikk. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, *2017*(101), s. 266-277.

Utdanningsdirektoratet. (2019). Matematikk P (MAT08-01) Kjerneelementer. I. https://www.udir.no/lk20/mat08-01/om-faget/kjerneelementer?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2021). *Kunnskapsløftet 2020-hvorfor har vi fått nye læreplaner?*

Utdanningsdirektoratet. (2023). *Hvordan bruke læreplanene?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hvordan-ta-i-bruk-lareplanen/#a153412

Verschaffel, L., Greer, B. & de Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. CRC Press.

Ørevik, S. & Skjelbred, D. (2023, 09). Eit endra læremiddellandskap-ei utfordring for lærarutdanninga. *Norsk pedagogisk tidsskrift*, *2023*(107), s. 217-230.

VEDLEGG A: KODESKJEMA FOR TEORI

Matematikk	
Når vi bruker matematikk til å beskrive noe fra den virkelige verden, sier vi at vi lager en matematisk modell.	Forenkling av virkeligheten
I hverdagsspråket er en modell ofte noe helt fysisk og konkret. Vi bruker også matematikk til å lage og studere slike modeller. Vi kan se for oss en modell av kampflytypen F-35 eller en modell av Mjøstårnet i Brumunddal. Hvis modellene er godt laget, kan vi bruke dem til å gjøre presise målinger og beregninger og skaffe oss nyttig informasjon om det vi modellerer	Forenkling av virkeligheten
Hvis modellene er mindre presise, kan de likevel hjelpe oss til å gjøre et overslag. Vi kan bruke slike modeller til så ulike ting som å finne ut hvor mye stoff du trenger for å lage en kjole, eller hvor mange trær det er i Norge	Forenkling av virkeligheten
De fleste modeller innebærer en forenkling av virkeligheten.	Forenkling av virkeligheten
Når vi bruker matematikk til å beskrive noe fra den virkelige verden, sier vi at vi lager en matematisk modell	Forenkling av virkeligheten
En **matematisk modell** er en forenklet beskrivelse av noe ved hjelp av matematikk.	Forenkling av virkeligheten
Matematiske modeller brukes for eksempel til å lage værmeldinger	Hvordan brukes modeller i virkeligheten
Men det kan også hende at vi gjør en feil hvis vi fjerner et avvikende punkt. Punktet kan inneholde viktig informasjon, slik som i denne historien fra virkeligheten: I 1985 oppdaget tre forskere et dramatisk fall i ozonmengden over Antarktis. Hvorfor ble ikke dette oppdaget av satellitten Nimbus 7, som hadde avansert utstyr for ozonmålinger? Ved nærmere undersøkelser viste det seg at satellitten helt siden 1976 hadde registrert lave ozonforekomster. De hadde imidlertid blitt behandlet som ekstreme verdier, og automatisk blitt forkastet av dataprogrammet. Denne feilen forsinket tiltak mot ozonnedbrytende stoffer med	Hvordan brukes modeller i virkeligheten
nesten et tiår. Ikke forkast avvikende punkter ukritisk!	
Her er noen eksempler på størrelser vi skal se på modeller for i dette kapitlet: folketall og tid verdi og tid antall bakterier og tid konsentrasjon og tid	Hvordan brukes modeller i virkeligheten
En matematisk modell kan være gitt ved et funksjonsuttrykk, en tabell, en graf eller en formel	Regresjon og funksjoner knyttet til modell/modellering
Noen situasjoner tilsier en bestemt funksjonstype som modell: - Når en størrelse øker eller minker jevnt, kan vi bruke en lineær funksjon til å beskrive utviklingen - Når en størrelse øker eller minker med like mange prosent i hver tidsperiode, kan vi bruke en eksponentialfunksjon til å beskrive utviklingen.	Regresjon og funksjoner knyttet til modell/modellering
Å lage en **modell** begynner ofte med å gjøre målinger. Vi merker så av sammenhørende tallpar som punkter i et koordinatsystem. Da lager vi et oversiktsdiagram (spredningsdiagram) ut fra datasettet	Regresjon og funksjoner knyttet til modeller
I den første figuren ovenfor ser det ut som punktene kan ligge langs en kurve. Da ønsker vi å finne en funksjon som har en graf som passer best mulig med punktene. I den andre figuren ligger punktene spredd rundt omkring. Da blir det vanskelig å lage en **modell.**	Regresjon og funksjoner knyttet til modeller
Regresjon er en metode vi kan bruke for å lage **modeller.** Vi finner da en funksjon som passer best mulig til en gitt mengde data.	Regresjon og funksjoner knyttet til modeller
En matematisk modell kan være gitt ved et funksjonsuttrykk, en tabell, en graf eller en formel.	Regresjon og funksjoner knyttet til modellering
Tabellen nedenfor viser hvordan en plante vokste de første dagene. Høyden er h(x) centimeter x dager etter at planten ble	Regresjon og funksjoner uten

satt i jorda. Vi merker av punktene i et koordinatsystem. Ut fra figuren kan det virke rimelig å tilnærme punktene med en rett linje. En rett linje er grafen til en lineær funksjon. Når vi har funnet denne funksjonen har vi utført en lineær regresjon.	tilknytning til modellering
Et annet ord for regresjon er kurvetilpasning.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering
Merk! GeoGebra kutter og plasserer aksene i regresjonsvinduet på måter du ikke er vant med. Det nederste venstre hjørnet i aksesystemet er som regel ikke origo. Hvis du vil arbeide videre med **modellen** i et normalt koordinatsystem, kan du overføre grafen til grafikkfeltet ved å klikke på øverst i regresjonsvinduet	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering
Vi vender tilbake til tabellen fra eksempel 4 som viser mengden av husholdnings-avfall per innbygger i Norge i utvalgte år i perioden 1992 til 2008. Vi legger til to rader i tabellen. Rad 3 viser resultatene fra eksponentialfunksjonen vi fant i eksemplet, modell A. Rad 4 viser resultatene vi får når vi velger en andregradsfunksjon som modell, modell B. Tallene på rad 2, 3 og 4 i tabellen viser antall kg husholdningsavfall per innbygger. Modell A: Eksponentialfunksjonen A gitt ved A (t) = 237 ·1,039t Modell B: Andregradsfunksjonen B gitt ved B (t) = 0,1875 t2 + 9,45t + 235,8	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering
Funksjonsuttrykket til en eksponentialfunksjon er på formen f (x) = a · bx, og til en andregradsfunksjon er det på formen f (x) = ax 2 + bx + c. Tallene a, b og c, som vi kan finne ved regresjon, kaller vi parametre. En eksponentialfunksjon har altså to parametre som vi må bestemme, mens en andregradsfunksjon har tre	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering
Vi ser at begge modellene gir tall for husholdningsavfallet som stemmer bra med målingene. En grunn til at vi vil foretrekke eksponentialfunksjonen, er at	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering
den har færre parametre. En annen grunn er at den er lettere å tolke og beskrive. Funksjonsuttrykket inneholder en vekstfaktor, og den forteller oss at her er det 3,9 % årlig vekst. Det fins ikke noe tilsvarende som er lett å lese ut av funksjonsuttrykket til andregradsfunksjonen.	
En funksjon som beskriver eksponentiell vekst, kaller vi en eksponentialfunksjon	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering
En eksponentialfunksjon kan vi skrive på formen f (x) = a · b^x , der b > 0 og a forskjellig fra 0 Her er a funksjonsverdien når x = 0, mens b er vekstfaktoren.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering
På figuren til venstre ser det ut som om punktene kan ligge langs en kurve. På figuren til høyre ligger punktene spredd rundt omkring. Hvis det ser ut som om punktene kan ligge langs en kurve, kan vi med regresjon finne en funksjon som har en graf som passer best mulig til punktene.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering
Regresjon er en metode for å finne en funksjon som passer best mulig til et datasett. Et annet ord for regresjon er kurvetilpasning	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modellering
Nå har du sikkert fått inntrykk av at interpolasjon er trygt og gir pålitelige resultater, mens ekstrapolasjon er forbundet med stor usikkerhet. Likevel er ekstrapolasjon noe vi ofte benytter. Mange forskere arbeider med å lage prognoser. En prognose er en utregning av hva som kan komme til å skje. Utregningen er gjerne en ekstrapolering. Vi har laget en **modell** basert på hva som har skjedd den siste tiden, og tar sjansen på at vi kan forlenge gyldighetsområdet for **modellen** et stykke inn i framtiden.	Modelleringssyklusen (vurdere modeller)
For å lage en forenklet beskrivelse av noe, må vi ofte gjøre antagelser. Det betyr at en **modell** gjerne framhever noen trekk ved det vi vil beskrive, og utelater andre trekk. Vi må så innhente data, for eksempel gjøre målinger eller søke på nettet.	Modelleringssyklusen (gjøre antakelser)

Deretter kan vi analysere dataene, for eksempel ved å bruke regresjon, og vurdere resultatet. Noen ganger må vi kanskje justere modellen.	
Du har nå fått noen matematiske verktøy som gjør deg i stand til å lage **modeller** selv. Men du trenger også et datamateriale du kan bruke verktøyet på. I Norge har Statistisk Sentralbyrå (SSB) et ansvar for å samle inn, bearbeide og formidle statistikk om ulike sider ved det norske samfunnet. På nettsidene til SSB finner du Statistikkbanken der du kan hente ut tallmateriale selv. Du finner også veiledning om hvordan du gjør det. Dataene du ber om, kan du få laget som et Excel-ark, som du deretter kan arbeide videre med. Du kan for eksempel ta data videre fra Excel til GeoGebra og gjøre en regresjonsanalyse.	Modelleringssyklusen (Hvordan finne datamateriale og jobbe med dette)
Det fins mange andre gode kilder til data. Hos Ekte data fra Universitetet i Bergen kan du finne data om klimaendringer og om naturen. Er du interessert i globale tema, finner du data hos for eksempel Gapminder, ulike FN-organisasjoner og hos Verdensbanken. Du kan også skaffe deg data gjennom å gjøre forsøk og målinger slik du gjør i naturfag. Du kan skaffe deg data om forhold i nærmiljøet ved å søke i arkivet til lokalavisene. Du kan også skaffe deg data gjennom intervjuer, men diskuter med læreren din først hva det er greit å spørre om	Modelleringssyklusen (Hvordan finne datamateriale)
Når vi skal lage en modell, begynner vi ofte med å gjøre målinger. Vi merker så av målingene som punkter i et koordinatsystem. Da har vi laget et oversiktsdiagram (spredningsdiagram) ut fra datasettet.	Modelleringssyklusen- (lage matematisk modell)
Når vi bruker en funksjon som modell, begrenser vi definisjonsmengden slik at den forteller når modellen gjelder. Dette kaller vi gyldighetsområdet for modellen.	Modelleringssyklusen- (vurdere modeller)
Det fører til at de har sine begrensninger, og vi må derfor ikke bruke dem ukritisk. Hvis det er varslet pent vær, skal du likevel	Modelleringssyklus- (vurdere modeller)
være forberedt på omslag til dårlig vær når du går i fjellet!	
Vi har et prinsipp som sier at når vi har to gode **modeller**, bør vi velge den enkleste. Dette prinsippet har fått navnet Ockhams barberkniv. Det har dukket opp i ulike varianter gjennom idéhistorien, helt tilbake til den greske filosofen Aristoteles (384–322 f.Kr).	Modelleringssyklusen (Vurdere modeller)
I eksemplet brukte vi **modellen** til å anslå høyden til Janne da hun var 6 og 8 år. Når vi bruker modellen innenfor det (alders)området vi har data for, sier vi at vi interpolerer for å finne høyden, eller at vi bestemmer den ved interpolasjon. Da vi brukte modellen i eksemplet for å anslå hvor høy Janne blir når hun er 15 og 30 år, ekstrapolerte vi. Dette er høyder som ligger utenfor dataene vi brukte for å lage modellen. Vi fikk høyden 160 cm ved 15 år, og 243 cm ved 30 år. Den første verdien er kanskje ikke så usannsynlig, men den andre er veldig usannsynlig. Hvis vi setter inn høyere aldre, vil høyden også bare øke	Modelleringssyklusen (Vurdere modeller)
Det vi beskriver er ofte en sammenheng mellom to (eller flere) variabler.	Annet (samenheng variabler)
Når vi skal undersøke om det er en sammenheng mellom to variabler, ønsker vi ofte å ta stilling til hva som er uavhengig og avhengig variabel. Da kan vi stå overfor tre ulike situasjoner: Begge valg kan gi god mening Ett valg fremstår som det mest naturlige Vi kan ikke sikkert vite hva vi skal velge	Annet (Uavhengig og avhengig variabel)
I samfunnsvitenskapelig forskning hender det ofte at vi finner en sammenheng mellom to variabler uten at vi sikkert kan vite hva som er uavhengig og avhengig variabel. Vi vet med andre ord ikke hva som er årsak og hva som er virkning. La oss si at vi har funnet en sammenheng mellom et bestemt helseproblem og arbeidsledighet. Er det da slik at helseproblemet leder til arbeidsledighet eller er det arbeidsledighet som leder til helseproblemet?	Annet (Uavhengig og avhengig variabel)

Å interpolere vil si å anslå en verdi innenfor området der funksjonsverdiene er kjente. Å ekstrapolere vil si å bestemme eller anslå en verdi som ligger utenfor området vi bruker til å finne funksjon	Annet (interpolasjon og ekstrapolasjon)
Inter betyr mellom. Ekstra betyr utenfor	Annet (Interpolasjon og ekstrapolasjon)
En matematisk modell gir en sammenheng mellom to (eller flere) størrelser.	Annet (sammenheng størrelser)
Vi tenker oss at vi setter en kjele med vann på en plate, skrur plata på full styrke, og gjør noen målinger for å finne ut hva som skjer med temperaturen i vannet. Hver måling består av at vi observerer to ting samtidig. Vi ser på klokka og noterer hvor lang tid det har gått, samtidig med at vi ser på termometeret og noterer temperaturen. De to tingene vi observerer kaller vi variable størrelser eller bare variabler. Vi finner at temperaturen avhenger av tiden som har gått. Da sier vi at tiden er den uavhengige variabelen og temperaturen er den avhengige variabelen.	Annet (sammenheng størrelser)

Sinus	
Noen ganger trenger vi ikke eksakt riktige løsninger. Andre ganger arbeider vi med **matematiske modeller** som bare gir en omtrent riktig beskrivelse av virkeligheten. Når vi arbeider med unøyaktige **modeller,** trenger vi ikke eksakte svar.	Forenkling av virkeligheten
Ofte bruker vi slike **modeller** i dagliglivet uten å tenke over det.	Hvordan brukes modeller i virkeligheten
Bjørnar er på skiferie i Sveits. Da trenger han en rask og enkel måte å regne om på fra sveitsiske franc til norske kroner. Kursen er 908. Det vil si 100 sveitserfranc er verdt 908 norske kroner. Bjørnar bruker denne **modellen** når han regner om til norske kroner: beskrivelse s. 210	Hvordan brukes modeller i virkeligheten
I USA regner de temperaturer i fahrenheitgrader og ikke i celsiusgrader. Det fins en formel vi kan bruke når vi skal regne om fra celsiusgrader til fahrenheitgrader. (.....)	Hvordan brukes modeller i virkeligheten
Når myndighetene skal planlegge, lager de mange ganger enkle matematisk **modeller** som viser en utvikling. Når de skal planlegge utbygging av skoler i vekstområder, må de lage en **modell** som viser økningen i folketallet. De må også lage modeller for aldersfordelingen slik at de kan finne ut omtrent hvor mange elever det blir på hvert årstrinn. Nå skal vi se på en slik **modell.**	Hvordan brukes modeller i virkeligheten
En av de oppgavene vi trenger matematikk til, er å finne sammenhenger mellom forskjellige størrelser i naturfag, teknikk og samfunnsfag.	Hvordan brukes modeller i virkeligheten
Noen ganger finner vi en sammenheng $y=ax+b$ mellom to størrelser x og y uten at punktene (x,y) ligger nøyaktig på linje. Da sier vi at vi bruker en lineær matematisk modell.	Regresjon og funksjoner knyttet til modell/modellering
Vi kan bruke digitale hjelpemiddel til å finne slike lineære modeller. Da bruker vi regresjon og får likningen for den rette linja som passer best med alle verdiene.	Regresjon og funksjoner knyttet til modell/modellering
Når sammenhengen mellom to størrelser x og y er gitt ved ei rett linje i et kooordinatsystem, har vi lineær vekst. Det finns da to tall (konstanter) a og b slik at $y=ax+b$. Disse konstantene a og b kan vi finne både uten og med digitalt hjempemiddel.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Når vi skal lage en lineær modell for to størrelser x og y, finner vi to tall a og b slik at verdiene vi kjenner for x og y omtrent er gitt ved den lineære funksjonen. $f(x)=a*x+b$	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering

I kapittel 6.3 lærte vi å finne den lineære funksjonen som passer best til et datasett. Nå skal vi lære å tilpasse en polynomfunksjon til et datasett på tilsvarende måte.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Vi vet at en andregradsfunksjon har ett toppunkt eller bunnpunkt.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
En tredjegradsfunksjon kan ha to ekstremalpunkter: ett toppunkt og ett bunnpunkt. Grafen kan se ut som vist nedenfor, alt etter som tallet foran x^3 er positivt eller negativt.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
En fjerdegradsfunksjon kan ha tre ekstremalpunkter, ett toppunkt og to bunnpunkter eller ett bunnpunkt og to toppunkt. Grafen kan se ut som vist nedenfor, alt etter som tallet foran x^4 er positivt eller negativt.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Når vi skal tilpasse en polynomfunksjon til et datasett, merker vi først av datasettet som punkter i et koordinatsystem. Deretter bruker vi formen på grafene på forrige side når vi skal finne ut hvilken polynomfunksjon vi skal bruke.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Alle eksponentialfunksjoner har et funksjonsutrykk f(x)=a*k^x. Her må vi foutsette at k>0. Nedenfor forutsetter vi også at a>. Funksjonen har ingen toppunkter eller bunnpunkter. Hvis k>1, øker funksjonsverdien når x øker. Hvis k er et tall mellom 0 og 1, synker grafen når x øker. Når k>1, vil funksjonen vokse over alle grenser når x vokser. Hvis 0<k<1, vil grafen synke mot 0.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Funksjonen f gitt ved f(x)=2x^3 er et eksempel på en potensfunksjon. For alle potensfunksjoner er funksjonsuttrykket på formen f(x)=a*x^k der tallet a og eksponenten k kan være både positive og negative tall.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Beskrivelse av hvordan verdien på eksponenten i en potensfunksjon avgjør hvordan grafen vokser. S.235	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
I eksempelet ovenfor kunne vi ha skrevet h(x)=funksjon (0.01x^2.7, 0,30) direkte og fått tegnet riktig graf med en gang. Men da hadde vi ikke fått løst likningen h(x)=50 i CAS. Det er mange andre utregninger vi heller ikke får til når vi bruker kommandoen Funksjon i Geogebra.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Bruk bare funksjoner uten begrenset definisjonsmengde i CAS! Bruk skrivemåten Funksjon(f,a,b) bare til å tegne grafer.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Ved hjelp av regresjon kan vi finne den potensfunksjonen f(x)=a*x^k som passer best til et datasett. Ettersom ikke alle potensfunksjoner er definert når x<= 0, må vi passe på at alle verdiene i tabellen er positive når vi skal finne en potensfunksjon ved regresjon. Verkenx-verdier eller y-verdier kan være 0 i tabellen.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Når vi skal finne hvilken funksjon som passer til et datasett, må vi noen ganger selv finne ut hvilken type funksjon vi skal bruke. Dermed må vi vite omtrent hvordan grafen til de aktuelle funksjonene ser ut.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering

Alle rette linjer har likningen y=ax+b. Grafen ser slik ut alt etter som stigningstallet a er positivt eller negativt: illustasjon	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
En andregradsfunksjon f(x)=ax^2+bx+c har alltid ett toppunkt eller bunnpunkt. Grafen ser ut som vist nedenfor, alt etter som tallet a foran x^3 er positivt eller negativt. Men det er ikke alltid bunnpunktet eller toppunktet er synlig med det datamaterialet vi har.	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Tredjegradsfunksjoner s.244	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Potensfunksjoner s.244	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Eksponetialfunksjoner s.245	Regresjon og funksjoner uten tilknytning til modell/modellering
Noen ganger gir de **matematiske modellene helt** nøyaktige verdier. Andre modeller gir bare tilnærmingsverdier.	Modelleringssyklusen-(vurdere modeller)
En matematisk modell beskriver sammenhengen mellom to størrelser.	Annet (sammenheng to størrelser)
En **matematisk modell** er en regnemetode som gir en sammenheng mellom to størrelser. Modellen kan være en formel eller en eller flere	Annet (regemetode, sammenheng to størrelser)
likninger som knytter de to størrelsene sammen.	
Matematiske modeller kan også være en beskrivelse av en fremgangsmåte som gjør oss i stand til å regne mellom to størrelser ved hjelp av hoderegning.	Annet (sammenheng to størrelser, hoderegning)
Andre ganger bruker vi slike metoder fordi vi må regne i hodet.	Annet (hoderegning)
Det er greit å ha en **modell** slik at vi kan gjøre omregningen i hodet.	Annet (hoderegning)
Vi prøver å finne formler eller likninger som knytter størrelsene sammen. Slike sammenhenger kaller vi **matematiske modeller**	Annet (sammenheng størrelser)
I eksempelet fant vi mengden 14C er halvert etter 5730 år. Dette kaller vi halveringstida til stoffet.	Annet (halveringstid)

VEDLEGG B: KODESKJEMA FOR EKSEMPLER

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Sinus 1P**			**Matematikk 1P**		Kategorier		
2	**Eksempel**	**Del av modelleringssyklusen**		**Eksempel**	**Del av modelleringssyklusen**	Konstruere/forstå oppgaven	1	
3	s.210			s.157	2,3,4,5	Forenkle/strukturere	2	
4	a	4		s.160		Matematisere	3	
5	b	4		a	3	Jobbe matematisk	4	
6	c	4		b	4	Tolke	5	
7	d	4		c	4,5	Validere	6	
8	s.213			s.162	4,5	Overføre	7	
9	a	1,2,3		s.163				
10	b	3,4		a	4			
11	c	3,4		b	5			
12	d	1,2,3		c	4,5			
13	e	3,4		d	4,5,6			
14	**f**	4		s.165				
15	g	4,5		a	4			
16	s.216			b	4,5			
17	a	4		c	4,5			
18	b	3,4		s.167				
19	c	6		a	4			
20	d	3,4		b	4			
21	e	6		s.172				
22	f	3,4		a	4			
23	s.220			b	4,5			
24	a	4		c	4,5			
25	b	6		s.178				
26	c	3,4		a	6			
27	s.225			b	4,5,6			
28	a	4		c	4,5			
29	b	4		**Matematikk 2P**				
30	c	4,5,6		s.21				
31	s.229			a	3			
32	a	4		b	4,5			
33	b	3		c	4,5			
34	c	4,5		s.22	3,4,5			
35	d	4,5		s.24				
36	s. 232			a	4			
37	a	4,5		b	5			
38	b	4		c	4,5			
39	c	4						
40	s.235							
41	a	2						
42	b	4,5						
43	c	4,5						
44	s.238							
45	a	4						
46	b	6						
47	c	4,5						
48	d	4,5						
49	s.245							
50	a	4						
51	b	4						
52	c	4						
53	**Sinus 2P**							
54	s.24							
55	a	4						
56	b	5						
57	c	4,5,6						
58	d	4,5						
59	s.27							
60	a	3						
61	b	4,5						

VEDLEGG C: KODESKJEMA FOR GODE MODELLERINGSOPPGAVER

Sinus 1P			
	Oppgavetype	**Kapittel**	**Sidetall**
	utforsk	4-likninger og formler	148
	utforsk	5- funksjoner og grafer	177
	utforsk	5- funksjoner og grafer	182
	øv mer 2.175	2-prosentregning	275
	øv mer 5.233	5-funksjoner og grafer	354
Sinus 2P			
	prosjektoppgave	1-prosent	30-31
	kapitteloppgave 3.45	3-økonomi	92
	prosjektoppgave	3-økonomi	108-109
	prosjektoppgave	4-statistikk	144-145
	prosjektoppgave	5-sentralmål og spredningsmål	176-177
	kapitteloppgave 6.40	6-geometri	197
Matematikk 1P			
	blanede oppgaver 1.113	1- tall	41
	utforsk	5-modeller	157
	røde oppgaver 5.7	5- modeller	158
	blå oppgaver 5.10	5-modeller	158
	kapitteloppgaver 5.32	5-modeller	181
Matematikk 2P			
	utforsk	2-statistikk	38
	utforsk	2-statistikk	48
	blå oppgaver 4.91	4-geometri	165
	blanede oppgaver 4.100	4-geometri	167
	oppgavesamling 6.57	4- geometri	241
	oppgavesamling 6.62	1-prosent, 3- likninger og ulikheter og 5-øknomi	242

Kriterier
Åpen
Kan ikke løses ved kjente algoritmer
Problemløsning fra den virkelige verden eller andre fagfelt utenfor matematikken
Krever hele modelleringssyklusen
Oppleves som en utfordring og ikke en oppgave
Fremmer interesse for matematikk

VEDLEGG D: KODESKJEMA FOR OPPGAVER I LÆREVERKET SINUS

kategorier	kode	Antall	ekstra	prosent
Regresjon uten matematisering	1	13		3 %
Regresjon med matematisering	2	68		13 %
matematisering	3	47	1	9 %
Jobbe matematisk	4	276	3	55 %
Analysere/vurdere modeller	5	69	4	14 %
oblemløsning m. fokus på matematikk	6	0		0 %
problemløsning fra virkeligheten	7	3		1 %
refleksjon rundt oppgavens kontekst	8	0		0 %

antall deloppgaver 1P (1)	457
antall oppgaver 1P (1)	141
antall deloppgaver 2P (2)	20
antall oppgaver 2P (2)	73
antall deloppgaver digital (3)	32
antall oppgaver digital (3)	56
totalt antall deloppgaver	509
totalt antall oppgaver	270

Oppgaver modelleringskapittelet Sinus

	kategori	opptelling oppgav	opptelling deloppgave
kap 6			
6.10		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.11		1	
a	3		1
b	3		1
c	4,5		1
6.12		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.13		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.14		1	
a	3		1
b	4		1
c	4		1
d	3		1
e	4		1
f	4		1
g	4		1
6.15		1	
a	4		1
b	4		1
c	3		1
d	4		1
e	4		1
f	4		1
6.20		1	
a	4		1
b	2		1
c	4		1
d	4		1
e	4		1
6.21		1	
a	2		1
b	5		1
c	5		1
6.22		1	
a	2		1
b	5		1
c	5		1
d	7		1
e	4		1
6.23		1	
a	4		1
b	4		1
6.30		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
6.31		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
d	5		1
6.32		1	
a	2		1
b	5		1
c	4		1
d	5		1
6.40		1	
a	4		1
b	2		1
c	5		1
d	4		1
e	3,5		1
6.41		1	
a	4		1
b	2		1
c	5		1
6.42		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	2		1
e	4		1
f	4		1
6.50		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
6.51		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
6.52		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.53		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.54		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.60		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.61		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.62		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.63		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.70		1	
a	2		1
b	5		1
c	4		1
d	4		1
6.71		1	
a	2		1
b	5		1
c	4		1
6.72		1	
a	2		1
b	5		1
c	5		1
d	5		1
6.73	2	1	1
6.80		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.81		1	
a	4		1
b	4		1
c	1		1
d	4		1
6.82		1	
a	4		1
b	4		1
c	1		1
d	4		1
6.83		1	
a	4		1
b	4		1
c	1		1
d	4		1
6.84		1	
a	4		1
b	4		1
c	1		1
d	4		1
6.85		1	
a	4		1
b	4		1
c	2		1
d	5		1
e	5		1
f	4		1
KAPITTELTEST			
Oppgave1		1	
a	4		1
b	4		1
c	5		1
d	4		1
e	3		1
Oppgave 2		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
Oppgave 3		1	
a	3		1
b	4		1
oppgave 4		1	
a	2		1
b	5		1
c	5		1

d	4		1
e	5		1
Oppgave 5		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
e	4		1
Oppgave 6		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
ØV MER			
6.110		1	
a	4		1
b	3		1
6.111		1	
a	4		1
b	3		1
6.112		1	
a	4		1
b	4		1
c	3		1
6.113		1	
a	4		1
b	5		1
6.114		1	
a	4		1
b	4		1
6.115		1	
a	3		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.120		1	
a	3		1
b	5		1
c	4		1
6.121		1	
a	3		1
b	5		1
c	5		1
6.122		1	
a	3		1
b	5		1
c	4		1
6.123	3	1	1
6.124		1	
a	3		1
b	5		1
c	4		1
6.125		1	
a	4		1
b	3		1
6.126		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
d	2		1
e	5		1
6.127		1	
a	3		1
b	5		1
c	4		1
d	4		1
e	1		1
6.128		1	
a	3		1
b	3		1
c	4		1
d	3		1
6.130	1	1	1
6.131		1	
a	2		1
b	4		1
6.132		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
6.133		1	
a	2		1
b	4		1
6.134		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	5		1
6.135		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
d	4		1
e	4		1

6.136		1	
a	2		1
b	5		1
c	3		1
6.140		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.141		1	
a	4		1
b	2		1
c	4		1
d	4		1
6.142		1	
a	2		1
b	5		1
c	5		1
d	5		1
e	4		1
6.143		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
6.144		1	
a	4		1
b	2		1
c	5		1
6.150		1	
a	2		1
b	4		1
6.151		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.152		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.153		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.154		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	5		1
e	2		1
f	4		1
g	5		1
6.160		1	
a	4		1
b	4		1
6.161		1	1
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.162		1	
a	4		1
b	4		1
c	4,5		1
6.163		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.164		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.170	1	1	1
6.171		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.172		1	
a	4		1
b	2		1
c	4		1
d	4		1
e	4		1
6.173		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.174		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1

6.174		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.175		1	
a	1		1
b	1		1
c	1		1
6.180		1	
a	4		1
b	4		1
c	1		1
d	4		1
6.181		1	
a	4		1
b	4		1
c	1		1
d	4		1
6.182		1	
a	4		1
b	4		1
c	1		1
d	4		1
6.200		1	
a	4		1
b	3		1
6.201	3	1	1
6.202	3	1	1
6.203		1	
a	2		1
b	5		1
c	5		1
6.204		1	
a	3		1
b	4		1
c	3		1
6.205		1	
a	4		1
b	3		1
c	5		1
6.206	4	1	1
6.207	4	1	1
6.208		1	
a	4		1
b	4		1
6.209		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.210	4	1	1
6.211		1	
a	3		1
b	4		1
c	4		1
6.212		1	
a	4		1
b	4,5		1
6.213		1	
a	3		1
b	3		1
c	4		1
6.214		1	
a	3		1
b	3		1
c	4		1
6.215		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.300		1	
a	4		1
b	4		1
c	3		1
d	4		1
e	4		1
f	4		1
6.301		1	
a	4		1
b	4		1
c	3		1
6.302		1	
a	4		1
b	4		1
c	3		1
d	3		1
e	4		1
6.303		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
6.304		1	
a	2		1
b	4		1

d	4		1
6.305		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
d	4		1
e	5		1
f	4		1
6.306		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	5		1
6.307		1	
a	2		1
b	2		1
c	5		1
d	2		1
e	4		1
6.308		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.309		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	5		1
6.310		1	
a	2		1
b	5		1
c	5		1
d	4		1
e	4		1
f	2		1
g	4		1
h	4		1
i	2		1
j	5		1
k	4		1
6.311		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.312		1	
a	2		1
b	4		1
6.313		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
6.314	4	1	1
6.315		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	2		1
e	4		1
f	4		1
6.316		1	
a	4		1
b	4		1
6.317		1	
a	2		1
b	5		1
c	4		1
d	5		1
6.318	3	1	1
6.319		1	
a	3		1
b	5		1
6.320		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
6.321		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
6.322		1	
a	3		1
b	4		1
6.323		1	
a	3		1
b	4		1
c	4		1
6.324		1	
a	3		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1

6.325		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
6.326		1	
a	2		1
b	4		1
6.327		1	
a	3		1
b	4		1
6.328		1	
a	3		1
b	4		1
DISKUTER			
s.215	5	1	1
s.222	5	1	1
s.231	5	1	1
s.234	4	1	1
UTFORSK			
s.223	4	1	1
s.228	4	1	1
s.232	5	1	1
s.234	4	1	1
s.242	4	1	1
SINUS 2P			
1.50		2	
a	2		2
b	5		2
c	4		2
d	4		2
1.51		2	
a	2		2
b	4		2
c	5		2
d	5		2
1.52		2	
a	2		2
b	4		2
c	4		2
d	5		2
1.53		2	
a	2		2
b	4		2
c	4		2
d	4		2
1.54		2	
a	4		2
b	3		2
c	5		2
d	5		2
UTFORSK			
VEKST			
1		3	
a	2		3
b	5		3
2		3	
a	3		3
b	5		3
c	5		3
d	3		3
KVADRATROT		3	
a	4		3
b	4		3
c	4		3
d	4		3
e	4		3
f	4		3
g	4		3
h	4		3
BEFOLKNINGSUTVIKLING		3	
a	7		3
b	7		3
EKSPONENTIALFUNKSJON		3	
a	4		3
b	4		3
c	4		3
d	4		3
e	4		3
f	4		3
g	4		3
h	4		3
i	4		3
POLYNOMFUNKSJONER		3	
a	4		3
b	4		3
MANN PÅ STIGE			
Oppgave 1		3	
a	4		3
b	4		3
c	4		3
Oppgave 2		3	
a	4		3
b	3		3

VEDLEGG E: KODESKJEMA FOR OPPGAVER I LÆREVERKET MATEMATIKK

kategorier	kode	antall	ekstra	total	prosent
Regresjon uten matematisering	1	8		8	3 %
Regresjon med matematisering	2	34	1	35	14 %
matematisering	3	11	6	15	6 %
Jobbe matematisk	4	79	11	83	33 %
Analysere/vurdere modeller	5	33	11	44	18 %
Problemløsning m. fokus på matematikken	6	1		7	3 %
problemløsning fra virkeligheten	7	7	3	10	4 %
refleksjon rundt oppgavens kontekst	8	3		3	1 %

antall deloppgaver 1P (1)	180
totalt antall oppgaver 1P (1)	73
antall deloppgaver 2P (2)	25
antall oppgaver 2P (2)	12
antall deloppgaver digital (3)	46
antall oppgaver digital (3)	12
totalt antalldeloppgaver	251
totalt antall oppgaver 1P (1)	97

Oppgaver modelleringskapittelet Matematikk	kategori	optelling oppgave	optelling deloppgave
Kap 5			
5.1		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
5.2		1	
a	3,4,5		1
b	4,5		1
5.3	4	1	1
5.4	3,4	1	1
5.5		1	
a	3		1
b	4		1
5.6		1	
a	4		1
b	4		1
c	5		1
d	7		1
5.7	7,8	1	1
5.8		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
5.9	3	1	1
5.10	7,8	1	1
5.11		1	
a	4		1
b	3		1
5.12		1	
a	4		1
b	2		1
c	5		1
d	5		1
5.13		1	
a	2		1
b	4		1
5.14		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
5.15		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
5.16		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
5.17		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
5.18		1	
a	4		1
b	4		1
5.19		1	
a	4		1
b	1		1
c	4		1
5.20		1	
a	1		1
b	1		1
5.21		1	
a	2		1
b	5		1
5.22		1	
a	4		1
b	1		1
5.23		1	
a	1		1
b	1		1
c	6		1
5.24		1	
a	2		1
b	5		1
c	4		1
d	2		1
e	5		1
f	4		1
5.25		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
5.26		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	5		1
5.27		1	
a	2		1
b	5		1
c	5		1
5.28		1	
a	2,5		1
b	4		1
c	4,5		1
5.29		1	
a	2		1
b	2		1
c	5		1
5.30		1	
a	2		1
b	5		1
c	4		1
5.31		1	
a	4		1
b	2		1
c	3		1
5.32	3	1	1
5.33		1	
a	7		1
b	3		1
c	4		1
5.34	3, 5	1	1
5.35		1	
a	2		1
b	4,5		1
c	2		1
d	4,5		1
BLANDEDE OPPGAVER			
5.36		1	
a	5		1
b	5		1
5.37		1	
a	1		1
b	4		1
c	1		1
d	4		1
5.38		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
5.39		1	
a	4		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
e	4		1
5.40	7,3,5	1	1
5.41		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
d	5		1
5.42		1	
a	4		1
b	3		1
c	5,3		1
d	2		1
5.43	7	1	1
5.44	4	1	1
5.45		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	5		1
5.46		1	
a	2		1
b	5		1
c	5		1
d	5		1
5.47		1	
a	2		1
b	4,5		1
5.48	7,3,4	1	1
5.49		1	
a	4		1
b	4		1
5.50		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	5		1
e	4		1
5.51		1	
a	2		1
b	4		1
5.52	7,3,4	1	1
KAPITTELTEST			
Oppgave 1	4	1	1
Oppgave 2		1	
a	3		1
b	5		1
Oppgave 3	4	1	1

Oppgave 4		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
Oppgave 5		1	
a	2		1
b	5		1
c	5		1
d	5		1
UTFORSK			
s.156	4	1	1
s.157	7	1	1
s.175	5	1	1
SNAKK			
s.154	4	1	1
s.155	4	1	1
s.168	4	1	1
s.175	5	1	1
s.175	5	1	1
s.180	7	1	1
EKSAMENSTRENING			
E26(Kapittel 4 og 5)		1	
a	2		1
b	4		1
E27 (Kapittel 4 og 5)		1	
a	2		1
b	4		1
c	5		1
E50 (Kapittel 4 og 5)		1	
a	2		1
b	2		1
c	5		1
E51 (Kapittel 4 og 5)		1	
a	2		1
b	4,5		1
c	4,5		1
d	4		1
E52 (Kapittel 4 og 5)		1	
a	2		1
b	4		1
c	4		1
d	4		1
e	4,5		1
f	5		1
E53 (Kapitte 3, 4 og 5)		1	
a	2		1
b	4		1
E54 (Kapitte 3, 4 og 5)		1	
a	3		1
b	4		1
MATEMATIKK 2P			
1.35	3	2	2
1.36		2	
a	4		2
b	4		2
c	4		2
1.37		2	
a	3		2
b	4		2
c	4		2
1.38		2	
a	4		2
b	4		2
1.39	3	2	2
1.40		2	
a	2		2
b	4		2
c	4		2
1.41		2	
a	2		2
b	4		2
1.42		2	
a	2		2
b	4		2
1.43	4	2	2
1.44		2	
a	2		2
b	4		2
1.45		2	
a	2		2
b	4,5		2
1.46		2	
a	4		2
b	4		2
c	3		2
BASISOPPGAVER			
5A			
1		3	
a	4		3
b	5		3
c	3		3
d	4		3

2		3	
a	4		3
b	4		3
c	4		3
3		3	
a	2		3
b	5		3
c	5		3
d	5		3
e	4,5		3
5D			
1		3	
a	1		3
b	1		3
c	1		3
d	5		3
2		3	
a	7		3
b	3		3
c	4		3
d	3		3

VEDLEGG F: KODESKJEMA FOR KONTEKST I OPPGAVER OG EKSEMPLER

Oppgave Sinus	Kontekst	Oppgave Matematikk	Kontekst
Kap 6		Kap 5	
6.10	3	5.1	3
6.11	3	5.2	3
6.12	3	5.3	3
6.13	3	5.4	3
6.14	3	5.5	3
6.15	3	5.6	3
6.20	4	5.7	2
6.21	4	5.8	3
6.22	4	5.9	3
6.23	2	5.10	2
6.31	4	5.11	1
6.32	4	5.12	4
6.40	4	5.13	3
6.41	3	5.14	4
6.42	3	5.15	4
6.50	4	5.16	1
6.51	4	5.17	4
6.52	4	5.18	1
6.53	3	5.19	1
6.54	3	5.20	1
6.60	1	5.21	4
6.61	3	5.22	1
6.62	3	5.23	1
6.63	3	5.24	4
6.70	4	5.25	3
6.71	3	5.26	3
6.72	3	5.27	4
6.73	4	5.28	3
6.80	1	5.29	4
6.81	1	5.30	3
6.82	1	5.31	2
6.83	1	5.32	2
6.84	1	5.33	4
6.85	4	5.34	2
APITTELTEST		5.35	4
Oppgave1	3	ANDEDE OPPGAVER	
Oppgave 2	3	5.36	3
Oppgave 3	3	5.37	1
oppgave 4	4	5.38	3
Oppgave 5	3	5.39	1
Oppgave 6	3	5.40	2
ØV MER		5.41	4
6.110	3	5.42	3
6.111	3	5.43	3
6.112	3	5.44	1
6.113	3	5.45	4
6.114	3	5.46	4
6.115	3	5.47	1
6.120	3	5.48	2
6.121	3	5.49	1
6.122	4	5.50	3
6.123	4	5.51	3
6.124	4	5.52	2
6.125	3	**KAPITTELTEST**	
6.126	3	Oppgave 1	1
6.127	3	Oppgave 2	3
6.128	3	Oppgave 3	1
6.130	1	Oppgave 4	3
6.131	3	Oppgave 5	4
6.132	3	UTFORSK	
6.133	3	s.156	1
6.134	3	s.157	2
6.135	3	s.175	2
6.136	3	SNAKK	
6.140	3	s.154	1
6.141	3	s.155	3
6.142	4	s.168	1
6.143	4	s.175	1
6.144	4	s.175	2
6.150	3	s.180	3
6.151	3	KSAMENSTRENING	
6.152	3	E26(Kapittel 4 og 5)	3
6.153	3	E27 (Kapittel 4 og 5	
6.154	4	E50 (Kapittel 4 og 5	3
6.160	1	E51 (Kapittel 4 og 5)	3
6.161	3	E52 (Kapittel 4 og 5	4
6.162	3	53 (Kapitte 3, 4 og 5	3
6.163	3	54 (Kapitte 3, 4 og 5	3
6.164	3	**ATEMATIKK 2P**	
6.170	1	1.35	3
6.171	3	1.36	3
6.172	3	1.37	3
6.173	3	1.38	3
6.174	3	1.39	3
6.175	1	1.40	3
6.180	1	1.41	3
6.181	1	1.42	3
6.182	1	1.43	3
6.200	3	1.44	4
6.201	3	1.45	4
6.202	3	1.46	3
6.203	3	BASISOPPGAVER	
6.204	3	**5A**	
6.205	3	1	2
6.206	1	2	3
6.207	3	3	2
6.208	1	4	3
6.209	1	**5B**	
6.210	1	1	1
6.211	3	2	4
6.212	3	3	4
6.213	3	**5C**	
6.214	3	1	1
6.215	3	2	1
6.300	3	3	4
6.301	3	**5D**	
6.302	3	1	1
6.303	3	2	2
6.304	3	SNAKK	3
6.305	4	Snakk	1
6.306	4	utforsk	1
6.307	4	1.34	1
6.308	3	utforsk	3
6.309	3	utforsk	4
6.310	4		
6.311	3		
6.312	3		
6.313	3		
6.314	3		
6.315	4		
6.316	3		
6.317	3		
6.318	4		
6.319	4		
6.320	3		
6.321	4		
6.322	3		
6.323	4		
6.324	3		
6.325	3		
6.326	3		
6.327	3		
6.328	3		
DISKUTER			
s.215	3		
s.222	3		
s.231	3		
s.234	1		
UTFORSK			
s.223	1		
s.228	1		
s.232	4		
s.234	1		
s.242	3		
SINUS 2P			
1.50	4		
1.51	4		
1.52	4		
1.53	4		
1.54	4		
UTFORSK			
VEKST			
1	4		
2	2		
KVADRATRO	1		
LKNINGSUTV	4		
NENTIALFUN	1		
NOMFUNKSJ	1		
ANN PÅ STIGE			
Oppgave 1	3		
Oppgave 2	3		

		Sinus		Matematikk	
Kontekst	**kode**	**antall**	**prosent**	**antall**	**prosent**
udefinert data	1	24	16 %	25	25 %
autentisk virkelighet	2	2	1 %	14	14 %
Pseudo realistisk virkelighet	3	90	59 %	42	41 %
virkelige data	4	37	24 %	21	21 %
		153		**102**	

Eksempel Sinus	kontekst	Eksempel Matematikk	Kontekst
1P		**1P**	
s.210	3	s.157	3
s.213	3	s.160	3
s.216	4	s.162	3
s.220	3	s.163	4
s.225	3	s.165	4
s.229	3	s.167	1
s. 232	4	s.172	3
s.235	3	s.178	3
s.238	4	**2P**	
s.245	1	s.21	3
2P		s.22	3
s.24	4	s.24	3
s.27	2		

		Sinus		Matematikk	
Kontekst	**kode**	**antall**	**prosent**	**antall**	**prosent**
udefinert data	1	1	8 %	1	9 %
autentisk virkelighet	2	1	8 %	0	0 %
Pseudo realistisk virkelighe	3	6	50 %	8	73 %
virkelige data	4	4	33 %	2	18 %
		12		**11**	