Omgrepsforståing og arbeid med problemløysingsoppgåver i matematikk

Ei kvalitativ studie av korleis omgrepsforståing kan koma til uttrykk hos elevar i 1P medan dei arbeider med problemløysing

Emma Djupevåg

Masteroppgåve i matematikkdidaktikk – MAT399K

Det matematisk og naturvitskaplege fakultet

Matematisk institutt

UNIVERSITETET I BERGEN

3. juni 2024

Samandrag

I mi oppgåve har fokus vore elevar si omgrepsforståing i samanheng med problemløysing. Dette kjem av kjerneelementa i matematikk på vidaregåande som går inn på både representasjonsbruk i samband med matematiske omgrep og problemløysing. Problemstillinga i denne oppgåva er: *Kva for samanhengar er det mellom elevar si omgrepsforståing og arbeid med problemløysing?*

I arbeidet med å finna eit svar på problemløysinga har dei tre fylgjande forskingsspørsmåla ligge til grunn:

1. *Korleis vert representasjonar nytta medan elevar arbeider med problemløysing?*
2. *Korleis kan omgrepsforståing kjennast att medan elevar arbeider med problemløysing?*
3. *Kva for kjenneteikn på algoritmisk tenking kjem til syne medan elevar arbeider med problemløysing?*

Metoden som blei brukt var å observera og samla inn taleopptak av elevar som arbeidde med problemløysingsoppgåver. Elevane arbeidde i grupper, med den hensikt å få dei til å snakka saman om oppgåvene, for å kunna analysera omgrepsforståing hos elevane. Teorien som ligg til grunn er basert på tidlegare forsking på semiotiske representasjonar (Duval, 2006), omgrepsforståing (Bravo et al., 2007; Haug & Ødegaard, 2014), algoritmisk tenking (Shute et al., 2017) og problemløysingsoppgåver (Hagland et al., 2005; Stedøy, 2018).

Funn i studiet viser at representasjonsbruken til elevane har noko å seia for løysingsprosessen med tanke på progresjonen i oppgåva, og korleis dei viser omgrepsforståing. Kjenneteikn på algoritmisk tenking medan elevane arbeidde med problemløysingsoppgåvene var nedbryting, abstraksjon, algoritmekonstruksjon, feilsøking og iterasjon, som gjerne vart initiert i etterkant av ei synleggjering av aktiv omgrepsforståing. I resultata frå datainnsamlinga kan det også identifiserast ein samanheng mellom omgrepsforståing og arbeid med problemløysing via både algoritmisk tenking og representasjonsbruk.

Forord

Arbeidet med masteroppgåva har vore frustrerande, keisamt, og til tider tungt – spesielt på fine maidagar – men også interessant og spanande å halda på med. Gjennom periodar der motivasjonen ikkje har vore på topp har det vore fantastisk å ha gode medstudentar å sparra med. Takk til dykk for mange gode pausar både innan- og utandørs, og ikkje minst alt moro me har funne på gjennom dei siste fem åra – de er høgt verdsett!

Eg er takksam for vegleiaren min, Inge Olav Hauge, som tidleg byrja å snakka om masterskriving som ein «lang og møysommelig prosess», og at eg ikkje måtte tru eg hadde *god tid* på denne oppgåva – noko eg truleg hadde meget godt av å høyra. Det har vore fint å ha ein vegleiar som gjennom spørsmålsformuleringane mine har skjønt kva tid det har vore på tide med ei innkalling til vegleiing – og ikkje berre e-postkorrespondanse.

Eg vil takka læraren som tok kontakt med meg i samband med datainnsamling og let meg gjennomføra opplegget mitt i klassen sin, og informantane som sa seg villig til å vera med i forskingsprosjektet mitt – dette sparte meg for mykje tid, og gjorde at eg tidleg kom i gang med behandling av data mine.

Eg vil retta ein takk til familien, som har vore ei støtte gjennom heile studiet. Takk til veslebror Dennis for å alltid ha ein vits på lur. Takk til veslesystrene Ida og Sandra som berre har vore ein telefon unna dersom eg har følt for å prata litt. Og sist men ikkje minst, takk til mor og far som har hatt trua på meg gjennom alle år, og spesielt mammå, som ikkje berre gjennom ord, men og gjennom handling har vist meg at med innsats og pågangsmot er alt mogleg! Eg er ubeskriveleg glad i heile gjengen.

Til slutt vil eg retta ein takk til alle som har gjort studietida i Bergen by til eitt eventyr, og spesielt Andrea, Celine, Ingrid og Ingrid. Eg har blitt kjent med mange fantastiske menneske som eg ikkje klarar sjå for meg ein kvardag utan – det vert vemodig, men og spanande å gå inn i ein ny kvardag – og tenk: me er ferdig med fem år studie og kan kalla oss sjølv lektorar!

Bergen, juni 2024

Emma Djupevåg

1 Innleiing

Dette forskingsprosjektet er ei kvalitativ studie basert på fylgjande problemstilling: *Kva for samanhengar er det mellom elevar si omgrepsforståing og arbeid med problemløysing?* For å sjå nærare på denne problemstillinga, har det blitt utvikla tre forskingsspørsmål:

i) *Korleis vert representasjonar nytta medan elevar arbeider med problemløysing?*
ii) *Korleis kan omgrepsforståing kjennast att medan elevar arbeider med problemløysing?*
iii) *Kva for kjenneteikn på algoritmisk tenking kjem til syne medan elevar arbeider med problemløysing?*

Kvart av dei tre forskingsspørsmåla og problemstillinga har blitt formulert ut i frå slik skulen er i dag (spesifikt etter LK20 vart innført) og eiga interesse innan desse didaktiske emna, noko eg kjem grundigare inn på i kapittel 1.1.

1.1 Val av emne

Då eg skulle velja kva masteroppgåva mi skulle handla om, var eg usikker på kva for emne eg ville undersøkja, men eg visste eg ville arbeida med noko som eg såg interessant og nyttig for vegen vidare ut i arbeidslivet. Etterkvart bestemte eg meg for omgrepsforståing og problemløysing.

Kjerneelementa i kvart enkelt fag er nytt etter fagfornyinga i 2020 (Hagelia, 2021). Dette hevdar Hagelia, allmennlærar med mastergrad i pedagogisk bruk av IKT, gjer moglegheita til å sjå heilheita i kvart fag betre, men at det også kan oppfattast som krevjande frå lærarane si side (Hagelia, 2021). Kjerneelementa er ytra å vera viktigare enn kompetansemåla etter fagfornyinga, då elevane i større grad skal vurderast ut i frå om dei greier å sjå samanhengar enn tidlegare (Meld. St 28 (2015 - 2016), s. 13)

Gruppa denne studia tek føre seg har faget matematikk 1P. I Matematikk 1P er dei fem kjerneelementa utforsking og problemløysing, modellar og anvendingar, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, utforsking og problemløysing, og abstraksjon og generalisering (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Med utgangspunkt i kjerneelementa blei difor problemløysing noko eg ville ta føre meg i oppgåva. Omgrepsforståing vart for meg eit naturleg val på sida av problemløysing, då eg ville undersøkja korleis grunnleggjande forståing av omgrep av matematisk karakter spelte inn på elevar sine evner innan problemløysing, og om problemløysing kan bidra til utvikling av omgrepsforståing.

For å finna svar på problemstillinga i oppgåva, har eg valt å formulera nokre forskingsspørsmål, og her vart representasjonar og algoritmisk tenking også del av oppgåva. Desse to emna har blitt drege inn i oppgåva då eg gjennom tidlegare forsking har sett at det finst ein samanheng mellom omgrepsforståing og representasjonar, algoritmisk tenking og problemløysing, og at det også tyder sterkt på samanhengar mellom omgrepsforståing og problemløysing. Ei auka digitalisering har ført til at algoritmisk tenking har fått ei større rolle i matematikkfaget. På grunnlag av dette ville eg undersøkja korleis elevane si algoritmiske tenking kunne fungera som middel i problemløysingsprosessar – sjølv utan digitale verktøy, saman med varierande representasjonar, då også representasjonar er spesifikt nemnt i kjerneelementa.

1.1.1 Representasjonar og omgrep i matematikk

> Representasjonar i matematikk P er måtar å uttrykkje matematiske omgrep, samanhengar og problem på. Representasjonar kan vere konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske. Kommunikasjon i matematikk P handlar om at elevane brukar matematisk språk i samtalar, argumentasjon og resonnement. Elevane må få høve til å bruke matematiske representasjonar i ulike samanhengar gjennom eigne erfaringar og matematiske samtalar. Elevane må få høve til å forklare og grunngi val av representasjonsform. Elevane må kunne omsetje mellom matematiske representasjonar og daglegspråket og veksle mellom ulike representasjonar (Kunnskapsdepartementet, 2019).

I matematikken er det viktig at elevane får innblikk i dei ulike representasjonsformene frå tidleg alder, slik at dei blir vane til moglegheita å representere matematikken på ulike måtar.

I lærebøker i matematikk er det difor ofte brukt ulike representasjonar for å visa eller forklara ein rekneoperasjon eller eit omgrep (Justnes, 2018, s. 4). Representasjonar kan nyttast til å underbygga matematisk kommunikasjon som omfattar matematisk språk i samtalar, argumentasjon og resonnement (Kunnskapsdepartementet, 2019). Elevane må vera kjende med, og forstå ulike matematiske omgrep for å kunna kommunisera med matematisk språk, noko dei kan byrja å læra seg tidleg (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3). Så tidleg som i barnehagen kan ungar byrja å forstå kva eit rektangel er og nokre eigenskapar eit rektangel har. Seinare kan omgrepet rektangel utvidast ved at dei lærer at diagonalane er like lange og at det har fire rette vinklar (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3).

«Elevene bør kunne beskrive begreper med egne ord, ved å lage tegninger og ved å bruke matematiske symboler. Det vil si at de må kjenne til ulike måter å representere et begrep på.» (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3). Representasjonar vert nemnt i samanheng med omgrep, noko som er grunnen til formuleringa av fyrste forskingsspørsmål: *Korleis vert representasjonar nytta medan elevar arbeider med problemløysing?* Dette var fyrste forskingsspørsmål då eg såg det relevant å finna ut kva som kjenneteikna representasjonsbruken til elevane undervegs i løysinga av oppgåvene, for å sjå om dette også kunne ha ein samanheng med framgang i oppgåvene, og utvikling av/ bruk av omgrepsforståing i løysingsprosessen.

Etter at den nye læreplanen kom i 2020, har tekst blitt ein større del av matematikkoppgåvene, og det blir satt krav til at elevane må tolka kva som eigentleg blir spurt om i oppgåva (Hestenes & Fossland, 2023). Språk og omgrepsbruk i matematikken har difor blitt meir aktuelt no enn tidlegare (Hestenes & Fossland, 2023). Det å kunne henta ut essensen i oppgåveteksten er difor eitt av områda eg har forska på i samanheng med omgrepsforståing, som er grunnlaget for forskingsspørsmålet*: Korleis kan omgrepsforståing kjennast att medan elevane arbeider med problemløysing?*

1.1.2 Algoritmisk tenking og problemløysing

Problemløysing i matematikk P handlar om at eleven utviklar ein metode for å løyse eit problem dei ikkje kjenner frå før. Algoritmisk tenking er viktig i prosessen med å utvikle strategiar og framgangsmåtar for å løyse problem og inneber å bryte ned eit

> problem i delproblem som kan løysast systematisk. Vidare inneber det å vurdere om delproblema best kan løysast med eller utan digitale verktøy. Problemløysinga handlar òg om å analysera og forma om kjende og ukjende problem, løyse dei og vurdere om løysingane er gyldige (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Problemløysingsoppgåver legg opp til at elevane får godt tid på seg, og kan bidra til å gje elevane ei meir fullstendig matematisk kompetanse, i tillegg til at læraren vil få moglegheita til å få eit innblikk i korleis elevane tenkjer (Thorkildsen, 2017, s. 2). Problemløysingsoppgåver blir her definert som ei oppgåve der framgangsmåten ikkje er kjend for elevane, og dei ikkje ser ein måte å løyse oppgåva på momentant (Thorkildsen, 2017, s. 2). Dette kan gjerne bli sett på som ei motsetning til korleis matematikken i skulen har vore før LK20, då utforsking og problemløysing ikkje var like mykje i fokus som no.

Problemløysingsoppgåver blir fremja som ein måte å rusta elevar til korleis dei skal handtera problem i arbeidslivet og samfunnet, som er del av samfunnsoppdraget til skulen (NOU 2015: 8). Det er ei krevjande oppgåve for læraren å leggja til rette for og vera til stades under problemløysingsoppgåver i timane, då det ikkje berre må planleggjast korleis timen skal gjennomførast, men også korleis læraren vil respondera på forslag frå elevane. Det er dessutan viktig å gje elevane ei kjensle av eigarskap til løysingane dei kjem fram til, og ikkje endra for mykje på utsegn dei kjem med når læraren prøver å hjelpa eleven med å formulera svara deira (Pennant, 2013), i tillegg til å forsøka å unngå Topaze-effekten, noko eg kjem tilbake til i validitetskapittelet.

Algoritmisk tenking har fått sin plass i forskinga mi, då eg ser prosessane som gjer at elevane viser framgang som relevante for omgrepsforståinga deira. Eg har undersøkt om det er enkelte delar av algoritmisk tenking som bidreg til ei auka omgrepsforståing eller om trekk ved algoritmisk tenking blir lettare tilgjengeleg dersom omgrepsforståinga er god. Av den grunn er det tredje forskingsspørsmålet formulert slik: *Kva for kjenneteikn på algoritmisk tenking kjem til syne medan elevar arbeidar med problemløysing?*

1.2 Tidlegare forsking

Dette kapittelet bidreg til ei vidareføring av val av emne, der mi oppgåve blir sett i ein kontekst i forhold til tidlegare studiar og litteratur. Eit grundigare rammeverk blir presentert fyrst i kapittel 2, medan val av forskingsområde vert vektlagt her.

1.2.1 Representasjonar og omgrepsforståing knytt til problemløysing

Ei studie gjort av Hiebert og Carpenter (1992) ser på korleis forståing av matematikk kan utviklast og undervisast. Eit funn som vart gjort i denne studia er at forståing av omgrep er viktig å vektlegga i større grad enn å øva inn reglar og prosedyrar (Hiebert & Carpenter, 1992, s. 70). Slik eg forstår deira definisjon på omgrepsforståing i matematikk er det formulert som interne nettverk av representasjonar som skildrar det spesifikke omgrepet som er forstått (Hiebert & Carpenter, 1992, s. 69). Å forstå omgrep vert sett på som ein betre måte å læra noko enn prosedyrar og reglar, då det krever mindre pugg frå elevane (Hiebert & Carpenter, 1992, s. 75). Vidare vert problemløysing sett på som vesentleg for omgrepsforståing og vice versa, då ei god forståing av eit omgrep fører til at problemløysing vil vera lettare for eleven, då dei kjenner til omgrepet sine matematiske karakterar og eigenskapar (Hiebert & Carpenter, 1992, s. 75). Dei to siste funna handlar om å nytta varierte representasjonar, og legga opp til samarbeid og diskusjon i undervisinga (Hiebert & Carpenter, 1992, s. 91-92). Slik kan elevane lettare forstå og generalisera matematiske konsept i nye kontekstar, og leggja fram ideane sine i samtale (Hiebert & Carpenter, 1992, s. 91-92). Dette kan underbyggja mitt metodeval som vert lagt fram seinare i oppgåva.

Det finst mykje tidlegare forsking på representasjonar i matematikk. Ei studie som ser på semiotiske representasjonar sin effekt på omgrepsforståing (Land et al., 2014) tek føre seg det som Stengrundet & Valbekmo (2018) vel å oversetja til terskelomgrep. Dei matematiske omgrepa som er heilt vesentleg å kunna for å ha ei god forståing og moglegheita til å vidareutvikla seg matematisk fell under denne kategorien (Stengrundet & Valbekmo, 2018, s. 3). I studien vert liminal space nemnt, som Stengrundet & Valbekmo (2018) omset til overgangsfasen.

Overgangsfasen vert skildra som den mest kritiske fasen i læringa av terskelomgrep. Det er her elevane møter ei grense som er vanskeleg å kryssa dersom dei ikkje har god støtte frå lærar (Land et al., 2014). Studiet til Land et al. (2014) vektlegg representasjonsbruk som viktig i overgangsfasen, og at læraren må leggja opp til å bruka ulike representasjonsformer for å støtta opp om elevane si omgrepsforståing. Det er viktig å ikkje bli for lenge i overgangsfasen og å utvikla ei god forståing rundt matematiske omgrep, for å kunna nytta seg av eigenskapane til omgrepa i møte med oppgåver utan kjend prosedyre (Stengrundet & Valbekmo, 2018, s. 7). For å ikkje bli for lenge i overgangsfasen rettar Land et al. (2014) seg mot semiotiske representasjonar som hjelpemiddel, då det kan fungera som brubyggar mellom det kognitive og det fysiske domenet (Land et al., 2014, s. 204). Studiet skildrar representasjonar som vesentleg for omgrepsforståing, som igjen er sett som viktig for problemløysing, som igjen byggjer under grunnen til at eg ynskjer å sjå nærare på kva for representasjonar elevane tek i bruk og kva grad av omgrepsforståing elevane syner under arbeid med problemløysingsoppgåver.

1.2.2 Algoritmisk tenking og problemløysing

Etter det nye kunnskapsløftet i 2020, har det vore meir fokus retta mot algoritmisk tenking. Utdanningsdirektoratet (2019) skildrar det slik: «Å tenke algoritmisk er å vurdere hvilke steg som skal til for å løse et problem, og å kunne bruke sin teknologiske kompetanse for å få en datamaskin til å løse (deler av) problemet (Utdanningsdirektoratet, 2019).» Dei nemner digitale hjelpemiddel eksplisitt i skildringa av algoritmisk tenking, noko som ofte går att.

Det finst likevel litteratur som tek for seg algoritmisk tenking i samanheng med ikkje-digitale arbeidsmetodar. Gjøvik og Torkildsen (2019) tek for seg sorteringsalgoritmen som ei form for analog programmering – og kjelde til algoritmisk tenking. Elever møter på sorteringsoppgåver allereie i 2.klasse, og her møter dei abstraksjon, algoritmebehandling, generalisering, automatisering og dekomponering (Gjøvik & Torkildsen, 2019, s. 6). Algoritmisk tenking kjem til uttrykk gjennom: abstrahering i form av å laga ein representasjon av noko fysisk, undersøkja algoritmar og effektivitet dei har, generalisering dersom dei oppdagar at sortering kan gjerast uavhengig av storleiken på datamengd, automatisering (her vert oppskrift laga på datamaskin drege inn), og dekomponering gjennom å samanlikna to element av gangen som deretter vert sett i ein samanheng (Gjøvik & Torkildsen, 2019, s. 6).

Det finst fleire litteraturgjennomgangar som tek føre seg skildringar av konseptet og forsking på algoritmisk tenking og problemløysing som nyttar seg av programmering. Eit eksempel er ei studie som tek utgangspunkt i omgrepet Computational Thinking (som eg i mi oppgåve set direkte over til algoritmisk tenking), og deler det inn i 5 kategoriar, der Computational Problem Solving Practices er ein av dei, som igjen vert delt inn i 7 underkategoriar (Weintrop et al., 2016, s. 135). Her skin bruken av digitale verktøy som hjelpemiddel tydeleg fram, då det finst ein underkategori som heiter Computer Programming.

Resultat frå masteroppgåva til Krogsæther viser til PRIMM-modellen (ein framgangsmåte for å læra seg programmering – predict, run, investigate, modify, make) som ein metode som fungerer for å få fram elevar si algoritmiske tenking, og viser til resultata sine der desse funna var relevant for alle fasane (PRIMM), ikkje berre sluttfasen (make) (Krogsæther, 2023, s. 61-64). Eit funn i ei anna masteroppgåve viser til at ulike styringsdokument knyt intensjonen bak algoritmisk tenking i matematikkopplæringa direkte til krav om ei auka generell forståing for teknologien si rolle i samfunnet (Rekstad, 2021, s. 94), dette kan vidare knytast til å rusta elevane til å møta nye problem på best mogleg måte, som også spelar inn på mitt val av oppgåve.

Elevar si algoritmiske tenking i problemløysing blir vektlagt i ei anna studie, men med programmering i Scratch som framgangsmåte (Lohne & Frankrig, 2023). Dei legg vekt på korleis algoritmisk tenking kjem til uttrykk, og uttrykkjer eit behov for å samanlikna digitale og analoge arbeidsmetodar, for å sjå om den eine kan fungera betre på utviklinga hos elevane enn det andre. I ei anna studie har dei delt ein klasse i to grupper for å undersøkja nettopp dette, der den eine nytta seg av Scratch, medan den andre arbeidde med penn og papir (Rodríguez-Martínez et al., 2019, s. 323). Dei fann ingen forskjell innan algoritmisk tenking hos dei to gruppene (Rodríguez-Martínez et al., 2019, s. 323). Dette gjer at eg ser det relevant å undersøkja problemløysing og algoritmisk tenking som fyrst tenkt, då tidlegare forsking viser til at elevar kan gje uttrykk for algoritmisk tenking uansett om dei arbeider analogt eller digitalt.

Med utgangspunkt i kjerneelementa og tidligare forsking, har eg formulert problemstillinga: *Kva for samanhengar er det mellom elevar si omgrepsforståing og arbeid med problemløysing?* Det er basert på tidlegare forsking som har funne at omgrepsforståing er ei viktig form for forståing, då det gjer elevane rusta i møte med nye oppgåver og situasjonar, som igjen er ein del av skulen sitt samfunnsmandat (NOU 2015: 8). Algoritmisk tenking vert ein relevant del i forhold til problemløysing, og veksling mellom representasjonar er del av definisjonen av ei god omgrepsforståing, som gjer dei to underemna relevante.

1.3 Struktur i oppgåva

Oppgåva er delt inn i dei 6 kapitla innleiing (1), teori (2), metode (3), analyse og resultat (4), diskusjon (5) og til slutt konklusjon og vegen vidare (6).

Innleiinga (1) presenterer problemstilling og forskingsspørsmål som så vert knytt til bakgrunn for val av emne, kjerneelementa i 1P og tidlegare forsking.

Teorien (2) er sjølve rammeverket for oppgåva, som fyrst går inn på Duval sin teori om semiotiske representasjonar (Duval, 2006), etterfylgt av teori rundt omgrepsforståing (Bravo et al., 2007; Haug & Ødegaard, 2014, s. 780). Vidare rammeverk vert utforma med utgangspunkt i Shute et al. si litteraturgransking på emnet algoritmisk tenking(Shute et al., 2017), før problemløysingsoppgåver av typen rike (Hagland et al., 2005) og opne oppgåver (Stedøy, 2018) vert behandla.

Metode (3) er kapittelet der alle val som har blitt teke i samband med oppgåva blir presentert, samt gjennomføring av kvar enkelt del. Her kjem grunnen til at valet enda på kvalitativ metode for oppgåva, kva for informantar og kor store grupper som er med i studiet og kva for oppgåver elevane har blitt presentert for og kvifor. Deretter blir måten innsamlinga av data blei gjort presentert, korleis analysen reint praktisk har gått føre seg og til slutt validitet, reliabilitet og etikk for oppgåva.

Analyse og resultat (4) er sjølve forskingsdelen i oppgåva. Her tek eg for meg ei oppgåve og ei gruppe om gongen og presenterer spesifikke delar av data som vert knytt til teorien (2).

Diskusjonen (5) tek så føre seg kvart enkelt av dei tre forskingsspørsmåla og veg dei opp mot funna i kapittel (4). Drøftingane vert så nytta til å visa korleis dei tre forskingsspørsmåla bidreg til eitt svar på problemstillinga, før eg rettar eit kritisk blikk på oppgåva og dreg fram det som kunne ha vore gjort annleis.

Konklusjon og vegen vidare (6) er eit kort samandrag som viser til kva eg har kome fram til i oppgåva, kva eg tek med meg vidare som komande lektor og kva som kan sjåast nærare på i vidare forsking.

2 Teori

Emna denne studien tek utgangspunkt i er representasjonar, omgrepsforståing og algoritmisk tenking. I dette kapittelet vil eg danna eit teoretisk rammeverk for desse emna, som vidare skal bidra til å svara på problemstillinga i oppgåva.

Semiotiske representasjonar vil presenterast i lys av Duval (2006) sin kognitive analyse av læring i matematikk, før ulike gradar av omgrepsforståing, og korleis lærarar kan leggja til rette for omgrepsforståing med utgangspunkt i litteratur frå Haug og Ødegaard (2014) vert presentert. Siste emne – algoritmisk tenking – vert skildra med ein definisjon henta frå litteraturgjennomgang (Shute et al., 2017). Til slutt vert to ulike former for problemløysingsoppgåver - opne og rike – skildra (Hagland et al., 2005; Stedøy, 2018).

2.1 Representasjonar

Matematiske objekt kan visast med fem ulike typar representasjonar: symbol, verbale representasjonar, kontekstuelle representasjonar, konkretar og visuelle representasjonar (NCTM, 2014, s. 25) Eksempelvis kan divisjon representerast symbolsk: 20/5, verbalt: 20 skal delast opp i 5 like store grupper, kontekstuelt gjennom rekneforteljing: «Fem barn skal dela 20 kroner likt mellom seg, kor mange kroner får kvart barn?», fysisk med konkretar: fordela 20 kronestykke i fem grupper, og visuelt på ei talline: hoppa med fem og fem ned frå 20 (Justnes, 2018, s. 3)

Å nytta fleire representasjonar for same matematiske omgrep/objekt er sagt å vera fordelaktig fleire gongar gjennom teksten. «Systematisk undervisning om relasjonen mellom ulike representasjoner er nødvendig for å utvikle robust begrepsforståelse i matematikk» (Justnes, 2018, s. 3). Det er vesentleg for ein elev for utviklinga av omgrepsforståinga å kunna bruka og oversetja representasjonar, og læraren må ha ei oversikt over fordelar og ulemper ved dei ulike formene for representasjon og korleis dei kan knytast saman (Justnes, 2018, s. 5)

2.1.1 Semiotiske representasjonar

Duval hevdar at problemet med å læra seg matematikk ikkje ligg i dei ulike komponentane og kompleksiteta dei har, men i dei tre fylgjande karakteristikkane (Duval, 2006, s. 106-108):

i. Viktigheita av semiotiske representasjonar
ii. Det kognitive paradokset for tilgang til matematiske objekt
iii. Den store variasjonen mellom semiotiske representasjonar i matematikk

Omgrepet semiotikk viser til teikn og teiknbrukande åtferd, og semiotiske representasjonar blir difor brukt om representasjonar som nyttar seg av teikn, som kan vera symbol, tekst, diskurs eller figurar.

I analysen skriv Duval (2006) at det ikkje ville vore mogleg å ha tilgang til tal om det ikkje hadde vore for semiotiske representasjonar, og at manipulering av tal i matematikken handlar om å byta mellom semiotiske representasjonar. Eksempelet Duval (2006) så nyttar for å byggja opp under relevansen representasjonar har for å kunna utrykka matematikk er den enorme forskjellen mellom å representera tal ved bruk av ein samling kjeppar eller strekar: III, og å representera tal ved bruk av eit talsystem som titalssystemet, der posisjonen til dei ulike tala er avgjerande for storleiken av talet. Han viser også til ei undersøking gjort i franske skular, der berre 1/3 elevar syner ei faktisk forståing av desimalsystemet, og klarar å utføra rekneoperasjonar som 345 x 100 og 345 x 0.01 utan å ha behov for lang tenketid. Fyrst då har dei nærma seg ei forståing av desimalsystem som omgrep, og kan nytta desimalsystemet til det fulle. Teikn i matematikken er viktig for å representera eit objekt, men vel så viktig er transformasjon av teikna for å koma fram til nye teikn – altså rekneprosessane, og difor er semiotiske representasjonar og ei forståing av dei så viktig i matematikken (Duval, 2006, s. 107). Vidare i oppgåva vil representasjonar og semiotiske representasjonar nyttast om ein annan, men det er meint som semiotiske representasjonar som skildra over.

Det finst mange måtar å representera eit matematisk objekt på. I matematikk blir representasjonar brukt om ein annan rett som det er, og enkelte oppgåver kan berre løysast i visse representasjonar, medan andre kan løysast ved bruk av ulike representasjonar (Duval, 2006, s. 107). Duval (2006) nemner vidare geometri som eit eksempel på matematikk som stort sett alltid krever at ein nyttar seg av fleire representasjonsformer samstundes. Her blir figurar, som visuelle representasjonar, og tekst, som symbolsk representasjon, omtrent alltid presentert saman for å gje oppgåva meining (Duval, 2006, s. 108).

I møte med så mange ulike måtar å representera matematikk på, korleis skal elevane finna ut kva representasjonsform som vil vera mest effektiv og kva for representasjonar som ikkje vil leia til noko? Semiotiske representasjonar si rolle er ikkje å peika ut objekt, å representera noko anna eller å bli sett på som objekt, men å gje moglegheita til å kunna utføra matematiske prosessar (Duval, 2006, s. 108). Enkelte semiotiske representasjonar vil ikkje kunna transformerast inn i nye representasjonsformer, medan andre lettare let seg vekslast mellom, det er dette som vert kalla høvesvis multi- og monofunksjonelle system (Duval, 2006, s. 109). Her vil system bety eit sett av representasjonar som kan transformerast. Vidare deler Duval (2006) dei mono- og multifunksjonelle systema inn i diskursive og ikkje-diskursive representasjonar, som skil seg frå kvarandre ved at diskursive representasjonar viser til tekst eller diskurs (samtale/drøfting) og ikkje-diskursive representasjonar er representasjonar som kjem til syne på andre måtar enn tekst og diskurs, slik som grafar og figurar (Matus, 2018, s. 104).

Samanhengen mellom multi- og monofunksjonelle system og om dei er diskursive eller ikkje-diskursive blir av Duval (2006) vist i ein tabell, som tabellen under er inspirert av, men noko forenkla:

Tabell 2.1*: Multi- og monofunksjonelle system og om dei er diskursive eller ikkje som representasjonar.*

	Diskursive representasjonar	**Ikkje-diskursive representasjonar**
Multifunksjonelle system: Prosessar som ikkje kan gjerast om til algoritmar	I naturleg språk: Munnlege *forklaringar* Nedskrivne (visuelle): *teorem, bevis*	Ikoniske: *Teikning, kladd, mønster* Ikkje-ikoniske: *Geometriske figurar som kan konstruerast vba verktøy*
Monofunksjonelle system: Dei fleste prosessar er algoritmiske	I symbolske system: Berre skriftleg: umogleg å beskriva munnleg utan å stava *Handlinga å utføra matte, bevis*	Figurar orienterte ved bruk av piler (eller ikkje): *Diagram, grafar*

Vekslinga mellom semiotiske representasjonar som går føre seg kan anten omtalast som ei behandling, eller omdanning (Duval, 2006, s. 111). Behandling vil seia at transformasjonar skjer inni det spesifikke representasjonsregisteret (som å rekna ut ei likning), medan omdanning vil seia å veksla mellom representasjonsregister (som å gå frå algebraisk notasjon på ei likning til ein grafisk representasjon) (Duval, 2006, s. 111).

Duval (2006) skriv vidare om utfordringar elevar kan møta på i arbeid med matematikken, som læraren lyt tenkja over for å kunna tilpassa undervisninga si, og forstå kvar elevane treng støttast meir. Allereie i prosessen med introduksjon av noko nytt, der naturleg språk vert blanda med symbol og matematiske notasjonar kan elevar mista motet (Duval, 2006, s. 121-122). I geometri og møtet med både det visuelle og det diskursive blir det sett krav til at elevane skal klara å veksla mellom to representasjonsformer som er særs ulike, og det kan sjåast på som komplekst, og lite handfast. Elevane treng difor å øva seg på å nytta seg av dei ulike representasjonsformene og moglegheitene dei gjer i møte med oppgåver som er systematisk varierte slik at dei også får øvd seg på dei interne variasjonane i eit representasjonssystem – *behandlinga* (Duval, 2006, s. 119). Ei rot til problem for elevane i møte med oppgåver som krever algoritmisk tenking kan difor identifiserast som evna til å forstå og sjølv endra representasjonsregister, der omdanningar som ikkje skjer direkte er det største problemet (Duval, 2006, s. 119).

2.2 Omgrepsforståing

«Et mål for matematikkundervisningen er at elevene skal få en god begrepsforståelse» (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3). Omgrep er ikkje det same som ord, då ord vert brukte til å forklara kva eit omgrep er (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3). Omgrepsforståing vert sett på som viktig i matematikk då det å forstå eit omgrep legg krav til at eleven forstår fleire aspekt ved omgrepet (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 4). Vidare skriv Stengrundet & Valbekmo (2019) at det å kunna skildra eit omgrep ved å bruka ulike figurar og symbol, altså nytta seg av ulike representasjonar for eit omgrep syner at eleven har ei viss grad for omgrepsforståing. Det å undervisa for å byggja opp under omgrepsforståing kan vera utfordrande, men det er naudsynt for at elevane skal forstå matematikk (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3). Elevane kan til dømes bli teke gjennom nokre eksempeloppgåver for å rekna ut prosent, men så snart oppgåva vert stilt annleis vil dei møta på problem, og spørsmål som: «skal eg ganga eller dela her lærar?» er typisk for elevar som ikkje har utvikla ei omgrepsforståing enno (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3). Haug og Ødegaard (2014) har danna eit teoretisk rammeverk frå arbeid med ei studie som ser på elevar si forståing av omgrep i arbeid med *inquiry-based* læring.

2.2.1 Kva vil omgrepsforståing seia?

Haug og Ødegaard (2014) skildrar omgrepsforståing som noko flytande. Ein elev kan ha låg, passiv eller aktiv kontroll over eit omgrep (Haug & Ødegaard, 2014, s. 780) noko som vert skildra i tabellen under, med utgangspunkt i eit rammeverk som det har blitt henta inspirasjon frå i artikkelen.

Tabell 2.2: *Ulike nivå av omgrepsforståing* (Bravo et al., 2007)

Nivå av omgrepsforståing	**Kognitiv prosess**	**Forklaring**
Låg	Kjenner att	Å vita korleis omgrepet høyrest/ ser ut når det er skrive.
Passiv	Definisjon	Å kunna lesa opp ein definisjon av eit omgrep, men slita med å forstå meininga/konsekvensen av omgrepet.
	Forhold	Å forstå omgrepet sitt forhold til andre omgrep/konsept.
	Kontekst	Å vita korleis omgrepet skal nyttast i kontekst og korleis det passar inn i ulike setningar.
Aktiv	Bruk	Å vita korleis omgrepet skal brukast i kontekst i samband med utforsking av eit fenomen. Å sjå koplingar mellom omgrepet og empirisk data.
	Syntese	Å vita korleis omgrepet skal nyttast i møte med kommunikasjon om fenomenet som vert undersøkt. Løysa problem i nye situasjonar ved å nytta seg av den tileigna kunnskapen.

Ut i frå tabellen over handlar ei god omgrepsforståing om å kunna setja saman mindre byggjeklossar til ei heilheit, og nytta dei byggjeklossane omgrepet består av i møte med nye utfordringar. I studia til Haug og Ødegaard vart det også undersøkt korleis læraren kunne byggja opp under elevane si omgrepsforståing (Haug & Ødegaard, 2014, s. 781).

2.2.2 Korleis byggja opp under elevar si omgrepsforståing?

Det er tre strategiar i undervisninga som førar til koplingar mellom ord for å danna ei omgrepsforståing for elevane (Haug & Ødegaard, 2014, s. 780). Det vert hevda at det å laga koplingar mellom ulike konsept/omgrep, mellom timane elevane har gjennom eit skuleår, mellom elevutsegn og den enkelte eleven, og mellom vitskapen og kvardagslege hendingar, vil støtta opp under omgrepsforståing hos elevane (Haug & Ødegaard, 2014, s. 781). Dei tre strategiane vert omtala som å:

i. Støtta kunnskapsbygging
ii. Jobba for ei kontinuitet i undervisninga
iii. Oppmuntra elevane til emosjonelt engasjement (Haug & Ødegaard, 2014, s. 781)

Å støtta kunnskapsbygging: Å danna koplingar mellom kvardagslege og vitskaplege konsept for å integrera (å laga ei overlapping mellom kvardagslege og vitskaplege måtar å forklara på) eller for å visa forskjellen (kva er og kva er ikkje, til dømes kraft som *ikkje* er ein ekte substans) mellom kvardagslege og vitskaplege måtar å forklara omgrep (Scott et al., 2011, s. 6). Andre måtar å støtta kunnskapsbygging involverer å kopla saman vitskaplege konsept, laga bindingar for å hjelpa elevar med å sjå koplingane mellom det vitskaplege og kvardagserfaringar, og det å kopla saman forskjellige representasjonar, slik som det verbale og det grafiske (Haug & Ødegaard, 2014, s. 781).

Å jobba for ei kontinuitet i undervisinga: Involverer at læraren lyt sjå over kva som har vore gjort tidlegare i timane med klassen for å utvikla ei slags vitskapleg forteljing over tid som fokuserer på innhaldet i timane (Haug & Ødegaard, 2014, s. 781; Scott et al., 2011). Dette kjem av at undervisinga ofte går inn på eitt emne om gongen, og det bør difor dannast koplingar mellom dei ulike emna i faget for at læring og undervisning ikkje skal sjåast på som isolerte, usamanhengande hendingar (Scott et al., 2011, s. 8)

Å oppmuntra elevane til emosjonelt engasjement: Dette er viktig då totalt fråvære av denne strategien kan føra til neglisjering av dei to tidlegare nemnde strategiane. (Scott et al., 2011, s. 16). Ved å kopla kvar enkelte elev sitt synspunkt til den eleven sitt namn, så vil diskusjonen som fylgjer i etterkant samla perspektiv som elevane kan identifisera seg med, i staden for å sjå på anonyme synspunkt (Scott et al., 2011, s. 16).

2.3 Algoritmisk tenking

Algoritmisk tenking kan definerast på mange måtar, og kan bestå av fleire prosessar, men dei som er blitt vektlagt i litteraturgjennomgangen til Shute et al. (2017, s.153) er nedbryting, abstraksjon, konstruksjon av algoritmar, feilsøking, iterasjon og generalisering. Algoritmisk tenking: «Den konseptuelle grunnmuren som er naudsynt for å løysa problem effektivt» (Shute et al., 2017, s. 143) er definisjonen litteraturgjennomgangen nyttar. Algoritmisk tenking er det som krevst kognitivt frå elevane for at dei skal klara å jobba med problemløysing eller prosessane bak problemløysing.

Nedbryting: Eit kompleks problem må delast opp i mindre delar som er handterbare (Shute et al., 2017, s. 153). Delane ein så står att med er ikkje tilfeldige, men funksjonelle element som kollektivt vil bryta opp problemet slik at det er mindre utfordrande å finna ei løysing (Shute et al., 2017, s. 153).

Abstraksjon: Handlar om å dra ut essensen frå eit kompleks system (Shute et al., 2017, s. 153) og kan delast opp i tre underkategoriar:

a. *Datainnsamling og analyse* der ein samlar inn det mest relevante og den viktigaste informasjonen frå fleire kjelder for å forstå forholdet mellom dei ulike data i problemet.

b. *Å kjenna att mønster* vil seia å identifisera reglar/mønster i informasjonen oppgåva gir.

c. *Modellering* handlar om å laga modellar som kan representera korleis eit system fungerer, og korleis det eventuelt vil fungera i framtida.

Konstruera algoritmar: Å designa logiske instruksjonar i rekkefylgje for å utarbeida ei løysing på eit problem (Shute et al., 2017, s. 153). Instruksjonane kan berast ut av eit menneske, eller ved hjelp i frå ei datamaskin (Shute et al., 2017, s. 153). Shute et al. (2017) nemner også her fire underkategoriar:

a. *Algoritmedesign* vil seia å laga seriar av steg i ei bestemt rekkefylgje for å løysa eit problem.

b. *Parallellisme* som tyder å laga eit gitt tal steg i designet samstundes.

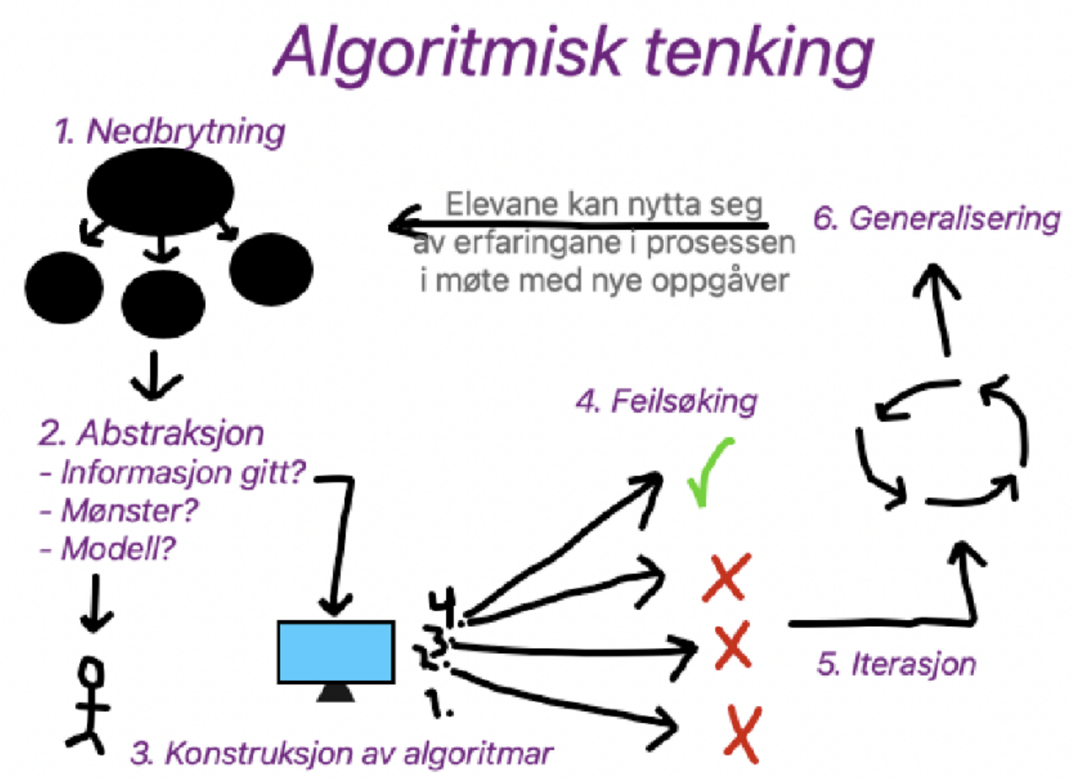
c. *Effektivitet* handlar om å laga færrast mogleg steg for å løysa problemet, ved å fjerna steg som ikkje er naudsynt å ha med.

d. *Automatisering* sørger for at algoritmen kan nyttast for andre liknande problem.

Feilsøking: Brukaren identifiserer feil før dei vert fiksa, dersom det vert oppdaga at ei løysing ikkje fungerer slik som den skal (Shute et al., 2017, s. 153).

Iterasjon: Designprosessane vert gjentekne gong etter gong heilt til løysingane er raffinerte slik at det ideelle resultatet blir nådd (Shute et al., 2017, s. 153).

Generalisering: Ferdigheitene innan algoritmisk tenking vert overførte til eit breitt utval situasjonar/domene for å løysa problem effektivt (Shute et al., 2017, s. 153).



Figur 2.1: Dei 6 delane av algoritmisk tenking sett i ein samanheng (teikna av meg, inspirert av Shute et al. (2017))

2.4 Problemløysingsoppgåver

Oppgåver i matematikken kan delast inn i ulike kategoriar ut i frå korleis dei blir klassifiserte. Dei to kategoriane som blir vektlagde vidare blir dekka av den større paraplyen problemløysingsoppgåver. Problemløysingsoppgåver kan bli definert som oppgåver der elevane ikkje har noko kjend prosedyre dei kan utføra for å koma direkte til svaret (Thorkildsen, 2017, s. 2). Ein situasjon der elevar ikkje har kjende prosedyrar for å løysa ei oppgåve, kan bidra til at eleven får auka si kunnskap, som omgrepsforståing, gjennom nye representasjonar, som difor bidreg til læring (Căprioară, 2015). Difor vert det i denne oppgåva relevant å nytta problemløysingsoppgåver som metode for å sjå på kva effekt det kan ha på omgrepsforståing, og kva for samanhengar mellom løysingsprosessen og omgrepsforståinga til elevane som finst.

2.4.1 Rike oppgåver

Rike oppgåver kan vera ei kjelde til diskusjonar med andre når det gjeld løysingar og løysingsstrategiar, då det er mange vegar til målet når ein arbeider med rike oppgåver. (Valenta, 2016, s. 2). Hagland et al. beskriv rike oppgåver med dei sju fylgjande punkta:

1. Problemet skal introdusera viktige matematiske idear eller løysingsstrategiar.
2. Problemet skal vera lett å forstå, og alle skal ha moglegheita til å koma i gang og jobba med det.
3. Problemet skal vera utfordrande, anstrengande og kunne ta tid.
4. Problemet skal kunna løysast på fleire måtar, med ulike strategiar og representasjonar.
5. Problemet skal kunne initiera ein matematisk diskusjon som omfattar ulike strategiar, representasjonar og matematiske idear.
6. Problemet skal fungera som brubyggjar mellom ulike matematiske områder.
7. Problemet skal kunna leia elevar og lærarar til å formulera nye interessante problem (Hagland et al., 2005).

2.4.2 Opne oppgåver

Graden av kor lukka ei oppgåve er kjem an på mangfaldet av løysingsmetodar oppgåva har, og mangfaldet løysingar oppgåva kan gje (Stedøy, 2018, s. 4). Dersom oppgåva har ei fast løysing er ho lukka eller delvis lukka (Stedøy, 2018, s. 4). Dersom oppgåva insinuerer ein fast løysingsmetode er ho lukka, og om det finst mange måtar å løysa oppgåva på er ho delvis lukka – så sant ho berre har ei løysing (Stedøy, 2018, s. 4). Ei open oppgåve har mange løysingsmetodar og fleire moglege løysingar. Problemløysingsoppgåver eller modellering er oppgåver som kan vera opne, då avgrensingar/forenklingar elevane gjer undervegs er kritiske for kva resultat dei kjem fram til (Stedøy, 2018, s. 4).

3 Metode

Problemstillinga i oppgåva er: «*Kva for samanhengar er det mellom elevar si omgrepsforståing og arbeid med problemløysing?»* For å svara på dette er det tre forskingsspørsmål som ligg til grunn: «*Korleis vert representasjonar nytta medan elevar arbeider med problemløysing?*», «*Korleis kan omgrepsforståing kjennast att medan elevar arbeider med problemløysing*?» og «*Kva for kjenneteikn på algoritmisk tenking kjem til syne medan elevar arbeider med problemløysing?»* I dette kapittelet vil vala eg har teke undervegs i forskingsprosessen (med desse forskingsspørsmåla i tankane) bli presenterte, og kvifor vala har blitt teke.

3.1 Kvalitativ metode

Ved forsking er det naudsynt å ta fleire val, blant anna om ein skal gå for kvalitativ eller kvantitativ metode. Kvantitativ metode baserer seg ofte på tal som er henta inn frå mange einingar, slik som talet på veljarar i eit stortingsval per parti (Grønmo, 2012). Kvalitativ metode skil seg tydeleg frå kvantitativ metode ved at det byggjer på færre einingar, og gjerne vert presentert i form av tekst i staden for statistikk (Grønmo, 2012). I forsking der det vert teke utgangspunkt i fleire påstandar/kommentarar som så skal kategoriserast, eller kodast, blir element frå teksten plassert i kategoriar (Grønmo, 2012). Ut i frå kva for kategori tekstelementa vert plasserte i, så kan det oppdagast mønster i dei innsamla data (Grønmo, 2012). Det finst fleire kategoriar innan kvalitativ metode, der kasusstudie er ein av dei (Postholm, 2010, s. 33). Kasusstudie vil seia at ein forskar på eit bunde system, som vil seia at forskinga er satt til eit visst tidsrom og ein viss stad (Postholm, 2010, s. 50). Difor kunne eit eksempel på ein kasusstudie vera å forska på prosjektarbeid som arbeidsmetode, då det ofte kan vera satt til eit visst tidsrom, og ofte på skulen (Postholm, 2010, s. 50). Dersom det er ynskje om å forska på ein spesiell setting, blir ein indre kasusstudie nytta, då det blir forska på for å utvikla undervisningsspraksis innan eit emne (Postholm, 2010, s. 52).

Mi forsking baserer seg på kvalitativ metode då eg har samla data i ein klasse der fem elevar deltok ved å arbeida med problemløysingsoppgåver eg hadde henta og formulert på førehand. I etterkant av datainnsamlinga nytta eg lydopptak som eg tok medan dei arbeidde med oppgåvene, og notata eg laga undervegs i økta, for å forska på problemstillinga eg tek for meg. Mine data er baserte på nokre få informantar i form av tekst transkribert frå lydopptaka, og det vart naudsynt med koding som eit resultat av dette. Vidare kan måten eg samla data på kjennast att som ei kasusstudie fordi det vart avgrensa til ei dobbeløkt på skulen, der eg ville sjå på korleis elevane løyste oppgåvene i samanheng med omgrepsforståing. Klassen eg forska på var ikkje min eigen klasse, men klassen til ein lærar eg har kjennskap til frå før. Av den grunn at klassen ikkje var min, men nokre andre sin, og at målet med studiet ikkje var å sjå på læraren sin praksis, men å avdekka korleis elevar forstod omgrep i samband med problemløysingsoppgåver, passa det betre å kalla det ei kasusstudie enn aksjonsforsking. Aksjonsforsking vil seia å forska på eigen praksis, og kva for effekt eit spesifikt tiltak i eigen praksis har på utbyttet elevane får av undervisninga (Riese, 2022, s. 17). Formålet med ein kasus-studie er å utvikla kunnskap om, og ei forståing av den eininga som blir studert (Andersen, 2007). I mitt tilfelle er målet å utvikla kunnskap om korleis elevar si omgrepsforståing vert utvikla i arbeid med problemløysingsoppgåver, ved å nytta seg av algoritmisk tenking og representasjonsovergangar.

3.2 Gjennomføring

Datainnsamling gjekk føre seg i løpet av ei dobbeløkt, som svarar til totalt 90 minutt. Undersøkinga skjedde i ein 1P - klasse som eg ikkje hadde møtt før. Læraren hadde tidlegare gitt meg tilbodet om å koma og samla data i klassen, noko eg gledeleg takka ja til. Eg kom ei stund før timen skulle starta og la fram nokre «konkretar» eg hadde med meg. Dette var non-stop, og post-it lappar. Læraren sørgja for at oppgåvene var skrivne ut, og at penn og papir var til stades for elevane, slik at eg kunne ta inn svara deira når timen var over.

Det var fem elevar som sa seg villig til å vera med på forskingsprosjektet mitt. Den femte eleven dukka opp undervegs i løpet av den fyrste halvtimen og vart plassert saman med den eine gruppa. Elevane fekk ein gjennomgang av opplegget frå meg og læraren, der det vart forklart at dei skulle arbeida med oppgåvene saman, og at det vart sett pris på om dei kommuniserte rundt oppgåvene og forklarte kvarandre kva dei forstod for å forsøka å få eit innblikk i korleis dei tenkte. Det vart sagt at dei kunne nytta seg av non-stop og lappane dersom dei såg det hensiktsmessig, og at det ikkje var noko hast med å rekka alle oppgåvene. Det vart forklart at det ikkje var noko rett og gale på oppgåvene, og at svara deira ikkje skulle nyttast til noko vurdering, berre som data til forskinga mi. Så sette elevane i gang med oppgåvene, og jobba stort sett sjølvstendig, men med noko støtte undervegs frå læraren og meg i 75 minutt.

Medan elevane arbeidde gjekk eg og læraren mellom gruppene. Eg gjorde det hovudsakleg for å observera dei medan dei arbeidde, men det hendte at dei stilte spørsmål til oppgåvene og spurte etter hint. I forkant hadde eg bestemt meg for at eg ikkje skulle bidra for mykje i løysingsprosessen til elevane, og eg avklarte med læraren at fokuset mitt var å sjå kor langt dei kunne koma på eigenhand, men at eg sette pris på om læraren kunne bidra med å vegleia elevane inn på meir generelle skildringar etter kvart dersom dei fyrst kom fram til konkrete svar på oppgåvene.

3.3 Utval

I dette delkapittelet vil eg presentera og grunngje vala eg har teke i samband med klasse, grupper og oppgåver i forskinga mi.

3.3.1 Informantar og gruppestorleik

Den samla gruppa var totalt 5 elevar, som vart delt inn i to grupper. Klassen elevane går i fyl det som heiter 23/5 – regelen, som er slik at elevane fyller 23 år eller meir det året dei søkjer opptak til vidare utdanning og at dei har 5 år med arbeidspraksis og/eller utdanning (SamordnaOpptak, 2013). Då treng dei berre ta faga matematikk, naturfag, samfunnsfag, historie, engelsk og norsk. Dei to gruppene var delt inn med hjelp i frå lærar som kjende elevane betre og kunne bidra med å dela dei inn slik at dei hadde ulike morsmål, for at lydopptaka skulle gje mest mogleg brukbar data. På denne måten vart dei oppfordra til å snakka norsk, som er naudsynt for at det skal vera mogleg for meg å sjå på omgrepsbruken deira, og korleis dei forklarar kvarandre kva dei forstår. For å sikra ei god omgrepsforståing blant fleirspråklege elevar er det viktig at dei får bruka språket mykje i interaksjon med andre, men også ved å uttrykka ting på ulike måtar eller bruka konkretiseringar, bilete, eige morsmål og så vidare (Palm & Stokke, 2015, s. 86). Elevane nytta seg av ulike verktøy for å omsetja ord i oppgåveteksten som dei ikkje skjønte. Ved å la elevane nytta seg av verktøy til omsetjing og ulike representasjonar vil læraren unngå at eleven alltid møter på eit forenkla språk (Palm & Stokke, 2015, s. 101).

Før det var klart kor mange som ville delta i prosjektet stussa eg litt over kor store gruppene skulle vera. Eg ville ikkje at det skulle vera fleire enn tre i kvar gruppe, men var usikker på om det ville vera betre å vera to enn tre. Då det var fem som kunne delta fekk eg likevel testa begge deler. Dersom det skulle vera to på kvar gruppe hadde eg ein tanke om at det la opp til at elevane måtte vera meir på, og at det ikkje like enkelt let seg gjere å «sona ut». Dersom elevane var tre, hadde eg eit håp om at det kunne føra til fleire innspel, og testing av fleire teoriar/løysingsmetodar, då det skal meir til for å overtyda to andre enn berre ein. I praksis fungerte begge gruppestorleikane godt, då det var engasjerte elevar som prøvde så godt dei kunne.

3.3.2 Oppgåver

Oppgåvene som vart nytta i datainnsamlinga var problemløysingsoppgåvene av typen opne og rike oppgåver som skildra i teorikapittelet. Samspelet mellom representasjonsbruk, omgrepsforståing og algoritmisk tenking er det fokuset eg går inn i prosjektet med, som også er grunnen til at valet på oppgåver falt på rike og opne oppgåver, som er former for problemløysingsoppgåver. Valet mitt falt på problemløysingsoppgåver for å få eit innblikk i korleis elevane braut ned tekstoppgåver og i kva grad dei forstod kva oppgåva spurte om. Målet mitt var å undersøkja elevane si algoritmiske tenking i samband med omgrepsforståinga dei synte gjennom arbeidet.

Grunnen til at eg fyrst gjekk for problemløysingsoppgåver var at dei vert skildra som ei kjelde til meir fullstendig matematisk kompetanse hos elevane, og ei kjelde til innblikk for læraren i korleis elevane tenkjer (Thorkildsen, 2017, s. 2). Sidan eitt av mine forskingsspørsmål handlar om algoritmisk tenking, vil eit forsøk på å samla inn data på korleis elevane tenkjer vera hensiktsmessig for studiet. Problemløysingsoppgåver kan og skildrast som oppgåver der elevane ikkje har noko kjend prosedyre for å koma fram til eitt svar (Thorkildsen, 2017, s. 2), som la krav til at elevane fyrst måtte velja ein framgangsmåte, noko eg håpte dei ville diskutera. Dette var eit håp eg satt med då det ville setja krav til den munnlege interaksjonen mellom elevane. Difor var hjelpa eg fekk av læraren til å setja saman elevar som kommuniserte godt naudsynt, då lite kommunikasjon rundt oppgåvene i mindre grad ville gitt meg informasjon om omgrepsbruken til elevane.

Rike oppgåver er problemløysingsoppgåver som treng avgrensast av den som skal løysa oppgåva, då det er mange moglege løysingar og strategiar for ei rik oppgåve (Valenta, 2016, s. 2) Mitt val om å presentera ei rik oppgåve for elevane kom av ynskje eg hadde om å avdekka dei vala elevane la til grunn for løysingsprosessen for å undersøka kva forståing dei hadde av ulike matematiske omgrep, og kva for trekk knytt til algoritmisk tenking som kom fram. Rike oppgåver skal vera enkle å forstå, og å koma i gang med (Hagland et al., 2005), noko eg også såg som viktig for at elevane skulle sjå på oppgåvene som overkommelege og ikkje mista motet før dei var kome i gang.

Det fyrste forskingsspørsmålet mitt handla om representasjonar. Noko som også er grunnen til at eg gjekk for problemløysingsoppgåver av denne typen. Eg ville sjå om elevane nytta seg av representasjonar som eit hjelpemiddel dersom dei møtte på motstand i løysingsprosessen. Dersom elevane i arbeidet med oppgåvene varierer representasjonar kan det i fylgje teorien til Duval (2006) vera eit teikn på ei viss form for omgrepsforståing då omgrepsforståing nettopp kan handla om å variera måtar å representera eit matematisk objekt på. Dersom ein elev har det som i rammeverket til Bravo.et.al (2007) vert skildra som ei aktiv omgrepsforståing, så vil den eleven kunna nytta ulike representasjonar for omgrepet i arbeid med problem for å koma fram til ei løysing på problemet (Bravo et al., 2007).

Oppgåvene som er valt blei valt fordi at dei var enkle å setja i gang med, og ikkje stilte for høge krav til den matematiske kompetansen, men heller til evna elevane har til å finna essensen i oppgåvene. I oppgåvene møter elevane på eit kvardagsleg språk, som var med vilje, for å få eit innsyn i korleis elevane forstod oppgåvene utan for mykje lærarstøtte i nedbrytinga av oppgåva. Dette var også med omsyn til elevane i gruppa, då eg ikkje visste kor godt dei snakka norsk før eg utførte timen.

3.3.2.1 Oppgåve 1 – iskrem

Ein kiosk sel 4 forskjellige smakar på iskrem. Kor mange forskjellige kombinasjonar finst det dersom du vil kjøpa ein is med to kuler? (Hagland et al., 2005)

Denne oppgåva kan kjennast att som ei rik og open oppgåve, då alle rike oppgåver også kan skildrast som opne, fordi dei har eigenskapen opne oppgåver må ha: fleire moglege løysingar og framgangsmåtar. Den er rik då elevane sjølv er nøydd å avgrensa ho. Det står ingenting om det har noko å seie kva rekkefylgje kulene blir valt, om det er mogleg å velja same smak to gongar, eller kor mange typar beger/kjeks det er mogleg å velja mellom. Problemet kan bidra til diskusjon blant elevane dersom dei skal bli samd om kva som er «mest rett». Det er noko kjent i oppgåva som gjer at den blir meir tilgjengeleg for elevane enn dersom noko reint matematisk hadde blitt presentert - som er enno eit kjenneteikn på ei rik oppgåve.

Fordi at oppgåva kan løysast på fleire måtar og det finst fleire moglege svar som kan argumenterast for som gyldige, er oppgåva open. Elevane kan til dømes argumentera for at det er seks moglege kombinasjonar, dersom dei tenkjer at det berre er mogleg å kombinera kuler med *forskjellig* smak, og dei ikkje tek omsyn til kva isen vert servert i. Dette kan gjerast reint matematisk ved å tenka at det fyrst er 3 andre smakar å kombinera den fyrste smaken med, så 2 for neste og 1 for siste og summera desse:

$$3+2+1 = 6$$

Elevane kan og nytta seg av non-stoppane eller post-it lappane som konkretar og la kvar farge symbolisera ein smak som illustrert under og koma fram til same svar:

Figur 3.1: Mogleg presentasjon av løysing oppgåve 1

Ved å visualisera moglegheitene ved bruk av konkretar på denne måten kunne dei kanskje lettare ha oppdaga kombinasjonen jordbær-jordbær, pistasj-pistasj, sjokolade-

sjokolade og vanilje-vanilje enn dersom dei hoppar rett til den matematiske notasjonen – noko eg kjem tilbake til i analysen. Oppgåva kan på denne måten bidra til forståing av elevane sin representasjonsbruk i forhold til både omgrepsforståing og algoritmisk tenking. Måten dette kan koma fram på vert presentert i forskingsdesignet seinare i metodekapittelet.

3.3.2.2 Oppgåve 2 – det magiske kvadrat

Plasser tala 1-9 i eit rutenett som er 3x3 ruter. Du skal få den same summen i kvar vertikale, horisontale og diagonale linje som finst i rutenettet. Kvart tal kan berre brukast ein gong. Lukke til! (Stedøy-Johansen)

Denne oppgåva skil seg frå den fyrste oppgåva ved at den ikkje er open, då det er gitt krav som skal oppfyllast, og når krava er oppfylt vil elevane leggja merke til at dei er i mål. Likevel kan den klassifiserast som delvis lukka då det finst fleire måtar å koma fram til svaret på, anten det er gjennom prøving og feiling eller ved å finna eit mogleg mønster ut i frå kva verdi kvart tal har og aktivt nytta seg av dette undervegs i løysingsprosessen, men det er berre eit mogleg svar (om me ser på kombinasjonane av dei tre tala som gjer same sum, og ser vekk i frå nøyaktig plassering.)

Ut i frå kriteria Hagland et al. (2005) kjem med for kva ei rik oppgåve er, så vil denne oppfylla nokon. Problemet er lett å forstå, og alle kan prøva og feila i håp om å treffa til slutt. Det finst fleire strategiar som kan brukast, og elevane kan diskutera framgangsmåtar og moglege summar dei trur oppgåva er ute etter. Problemet kan vera utfordrande og kreva tid, og ut i frå desse krava kan me seia at oppgåva lener seg mot å vera rik, men manglar brubygging mellom ulike emne innan matematikk og i kva grad oppgåva fører med seg ei utarbeiding av nye interessante problemstillingar av elevar/lærar.

Moglege måtar å løysa oppgåva på kan vera å prøva og feila. Gjennom ulike resonnement i løysingsprosessen kan elevane likevel koma fram til ein fornuftig sum som dei vil prøva seg vidare på, før dei byrjar og finna tre og tre tal som gjer denne summen. Deretter kan det vera ein lur strategi å plassera tala smart i rutenettet, då prøving og feiling fort kan ta veldig lang tid her, med tanke på kor mange moglege kombinasjonar som finst. Sidan denne oppgåva ikkje er rik og delvis open med tanke på ei løysing på problemet, var sjølve prosessen elevane gjekk for meir interessant i seg sjølv enn kva vala dei tok hadde å seia for løysinga av problemet.

3.3.2.3 Oppgåve 3 – spelet 21

> Spelet er for to deltakarar. Dykk skal telja til 21 saman. Kvar gong det er din tur til å telja kan du anten seia eitt tal eller to. Ein kan til dømes seia 1 eller 1,2. Dykk tel etter tur, og den som til slutt seier 21 har tapt.
>
> Spel spelet nokre gongar og finn ut om det finst ein vinnande strategi. Vil dykk seia det er ein fordel å byrja eller ikkje? Skildre korleis den vinnande strategien fungerer.
> (Matematikksenteret, 2008)

Denne oppgåva kan opnast meir ved å utvida kor mykje dei skal telja til eller kor mange tal ein kan telja om gongen. Oppgåva kan som dei tidlegare oppgåvene løysast på fleire måtar, men det er avgrensa kor mange moglege svar som finst, og den er difor delvis lukka. Oppgåva kan skildrast som rik, då fleire av kjenneteikna på ei rik oppgåve er til stades, med tanke på tilgjenget med oppgåva, at den kan opplevast som utfordrande og at det finst fleire løysingsstrategiar. Strategival og eventuelle mønster elevane måtte oppdaga vert her ekstra interessant, og denne oppgåva kan difor i større grad bidra til funn rundt algoritmisk tenking då nedbryting og abstraksjon i form av mønster kan seia noko om korleis elevane forstår seg på talomgrepet.

3.4 Innsamling av data

Eg ser som nemnt på mitt studie som eit kvalitativt kasusstudie, der målet var å auka kunnskapen rundt elevar si omgrepsforståing, og korleis den kjem til uttrykk i samband med problemløysingsoppgåver. For å henta inn mest mogleg informasjon av god kvalitet ville eg difor sjå på korleis elevane uttrykte seg i samarbeid. Dette tenkte eg var best å gjera ved bruk av lydopptak av dei to gruppene i tillegg til observasjon. Eg valde å føra enkle notat undervegs om det var noko eg såg på som viktig frå det eg observerte i gruppene. Det var ingen spesiell struktur, eller eit gitt fokus som blei vektlagt undervegs, så notata fungerte som ein ustrukturert logg (Bjørndal, 2017, s. 67). Då eg gjekk rundt og hjelpte elevane litt samstundes som eg observerte, kan observasjonsforma skildrast som ein hybrid av fyrste- og andre ordens observasjon (Bjørndal, 2017, s. 33) fordi at observatørrolla mi veksla mellom å vera fyrste- og andreprioritet. Når elevane var ferdige med oppgåvene tok eg inn arka dei hadde nytta som kladd. Som deltakande observatør er det avgrensa kor mykje informasjon ein kan få med seg, og observasjonane ein gjer vil alltid vera farga av observatøren sjølv anten ein kjenner til deltakarane i forskingsprosjektet godt frå før eller ikkje. Valet om å nytta lydopptak blei teke for å få med seg den data som eg ikkje oppfatta medan eg var i klasserommet.

Eg hadde med to lydopptakarar til timen, og det blei plassert ein på kvart bord. Kvaliteten på lydopptaka var gode, men kladdearka til elevane fungerte godt som eit supplement til lydopptaka i dei tilfella der elevane refererer til og peikar på det som dei har skrive ned. I etterkant av økta hadde eg ein del data som så skulle behandlast gjennom transkripsjon, som er fyrste steg i analyseprosessen.

3.5 Metode for analysen

I ei forskingsstudie, er det eit minstekrav å skildra korleis analysen har gått føre seg for å kunna evaluera forskinga som har vore gjort, og for å kunna samanlikna resultata med andre forskingsprosjekt (Braun & Clarke, 2006, s. 86). Det overordna målet med ei studie frå klasserommet er at den skal fungera som ein reiskap for å betra undervisningspraksisen (Postholm, 2010, s. 37). Analysen og korleis den blir utført vil vera betydeleg for resultata som kan hentast ut frå ei studie, med tanke på kven som forskar, og kva som står i fokus, noko eg kjem tilbake til seinare når eg vurderer reliabiliteten til oppgåva, men før det vil eg gå inn på framgangsmåten for korleis analysen vert utført i mitt studie.

3.5.1 Transkripsjon

Allereie i transkripsjonen og struktureringa frå munnleg til skriftleg data tek analysen til (Brinkmann et al., 2009, s. 188-189). Forskarar som transkriberer eigne intervju vil knyta det som dei hugsar frå intervjuet til transkriberinga, og vil difor setja i gang meiningsanalysen sin her (Brinkmann et al., 2009, s. 189). I denne studien vart ikkje intervju nytta, men eg som forskar var til stades og observerte elevane medan dei arbeidde med oppgåvene, og svarte til tider på spørsmål dei lurte på. Difor vil transkripsjonen som har teke stad i denne studien også kunne knytast til det eg hugsar å ha sett frå innsamlinga.

Transkripsjonen har blitt utført med vekt på ordrett talespråkstil, noko eg valde å gjera i håp om at omgrepsbruken ville koma enno tydlegare fram, med tanke på at omgrepsforståing er ein sentral del i denne oppgåva. Det er ingen formelle reglar for korleis transkripsjonen skal utførast med tanke på språk, så lenge den blir konsekvent utført på same måte gjennom heile transkripsjonen (Brinkmann et al., 2009, s. 189). Kva for detaljar som vert teke med i transkripsjonen, vil også vera avhengig av kva forskaren ynskjer å finna ut av (Brinkmann et al., 2009, s. 191) I mitt tilfelle er ikkje dynamikken mellom dei som snakkar det viktigaste, heller det dei kommuniserer til kvarandre. Transkripsjonen har heller ikkje ein formell stil. I transkripsjonen er difor gjentakingar, latter og små pausar teke med, men overlappingar og endringar i kor høgt/tydeleg personane snakkar er ikkje skildra i transkripsjonane. Gjentakingar, latter og små pausar er teke med for å få ei viss forståing av kva tid elevane har teke seg tankepausar og kan stå fram som usikre på om dei har forstått oppgåva, eller om løysinga dei legg fram er gyldig.

3.5.2 Hermeneutisk tolking

Analyse kan tolkast som å ta noko i frå kvarandre (Postholm, 2010, s. 88). I analysen min er det teke omsyn til det teoretiske rammeverket, og kva forskingsspørsmål som står i fokus, som blir skildra i kapittel 3.6 – Arbeid med og analyse av data. Som tidlegare nemnt kan forskinga mi kjennast att som eitt kasusstudie grunna avgrensingane som er gjort og føremålet med studiet mitt. For å nytta data eg henta inn til å svara på kasusstudiet er det nytta ei hermeneutisk tilnærming. «Hermeneutikk er læren om fortolkningen av tekster» (Brinkmann et al., 2009, s. 69) der teksten eg tolkar er transkripsjonane som baserer seg på mine data.

Før analyseprosessen tok til var det enkelte emne eg visste eg skulle sjå nærare på; representasjonar, omgrepsforståing og algoritmisk tenking i samband med problemløysing. Informasjonen og kunnskapen eg hadde om dei tre hovudemna baserte seg i hovudsak på det eg har lært i didaktiske fag gjennom studiet og den teorien eg har nytta meg av i produksjonen av rammeverket til denne oppgåva. Då eg byrja å lesa transkripsjonen min, var det desse forkunnskapane eg sat med, og kunne nytta meg av i arbeidet med å byggja bru mellom dei tre overordna emna. Ved å lesa fleire gongar byrja eg kvar gong med ein litt betre forståing av teksten, noko som kan skildrast med den hermeneutiske sirkel. Den fortel korleis ein går fram og tilbake mellom delar av teksten og teksten som ein heil, eller mellom eigen forståing og input frå andre kjelder (Brinkmann et al., 2009, s. 216). For min del kan det svara til å lesa gjennom eitt tekstutdrag frå transkripsjonen min fleire gongar. I fyrste omgang kunne eg ha kjent att noko som tyda på ein representasjon. Andre gong eg les transkripsjonen kan eg klassifisera representasjonen som multifunksjonell, før eg ein tredje gong forstår representasjonen som diskursiv også. Ein fjerde gong kan eg ha kome fram til at representasjonen blei teke i bruk når eleven oppdaga ein feil i måten hen gjekk fram på, før eg i neste omgang ser at eleven går gjennom ei omdanning og går over til ein annan representasjon. På denne måten les eg same tekstutdrag om og om igjen, men eg finn noko nytt relevant for forskingsspørsmåla mine i kvar omgang, då eg vart litt klokare på det som stod der i leserunden i forkant. Sirkelen er eitt av fleire prinsipp som ligg til grunn for hermeneutisk tolking (Brinkmann et al., 2009, s. 216).

Figur 3.2: Den hermeneutiske sirkel tilpassa analyse av transkripsjon, teikna av meg basert på Brinkmann et al. (2009). Nye funn og utvikling av allereie oppdaga funn skjer i samband med vidareutvikling av forventningar og kunnskap om funna.

Analysen vart utarbeidd ved bruk av hermeneutisk tolking, og ei spesifikk takt vart jobba for å halda gjennom heile kapittelet. Kvart transkripsjonsutdrag vert introdusert med ein kontekst, ei slags innleiing som skildrar situasjonen utdraget er henta frå. Deretter vert eitt kondensert utdrag lagt fram, før eg nemner kort korleis eg forstår utdraget, og tolkar det som skildra i neste kapittel. Dette designet for forsking vert skildra av Christoffersen & Johannesen (2012) og hjelper å knyta teorien til data, før ein ny kontekst og eitt nytt utdrag vert skildra.

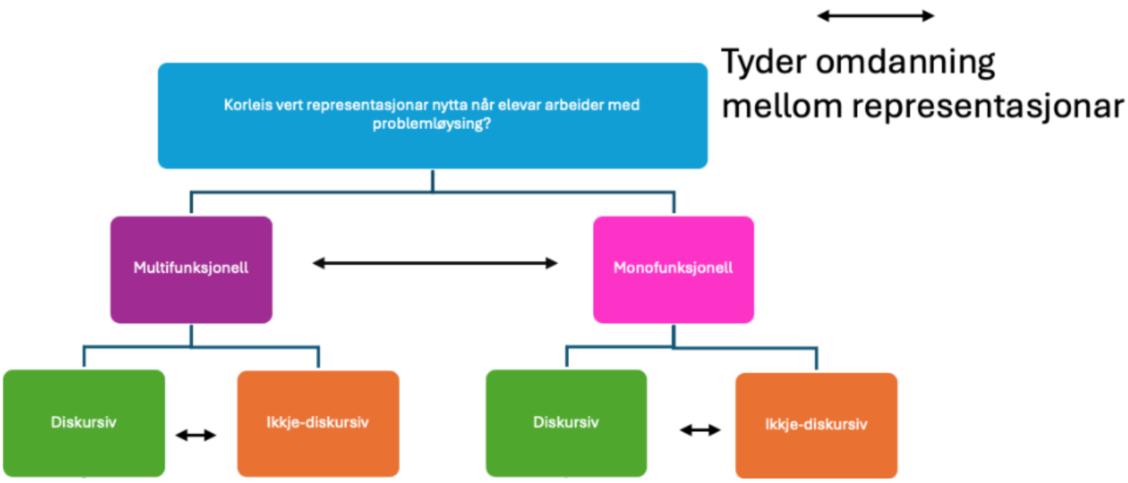
3.6 Arbeid med og analyse av data

I fylgjande delkapittel vil framgangsmåten til analysen presenterast i eit forskingsdesign for oppgåva saman med eksempel på korleis forskinga har gått føre seg. Forskingsdesignet seier noko om kva for teori som ligg til grunn og korleis eg går fram med analysen i samband med denne i forhold til metoden hermeneutisk tilnærming.

Rolla forskingsdesignet spelar for analysen, er å vera eit fungerande verktøy for å svara på forskingsspørsmåla i oppgåva. Gjennom undersøking av forskingsspørsmåla som går inn på kva for representasjonar, grad av omgrepsforståing og algoritmisk tenking som kan kjennast att medan elevar arbeider med problemløysing, er målet å koma fram til eit svar på problemstillinga til slutt: *Kva for samanhengar er det mellom elevar si omgrepsforståing og arbeid med problemløysing*? I arbeidet med å analysera data gjekk eg difor fram med eitt forskingsspørsmål om gongen, før eg i drøftingskapittelet vil trekka saman funna for å gje svar på problemstillinga ved hjelp av dei tre forskingsspørsmåla mine som er presentert som underoverskrifter i kapittelet. Ein figur som skildrar korleis desse tre forskingsspørsmåla kan tilby eitt svar på problemstillinga er vedlagt i kapittel 3.6.4.

3.6.1 Representasjonsbruk og problemløysing

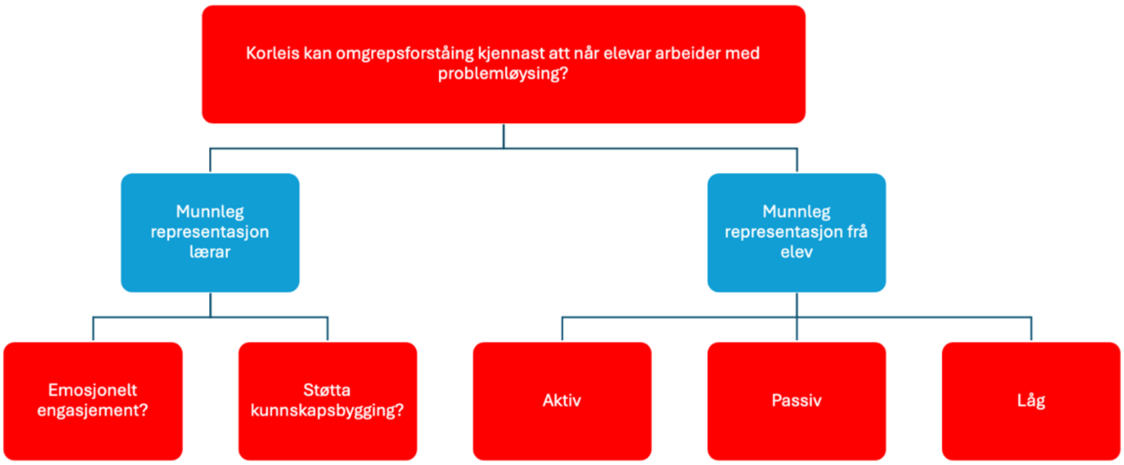
Det fyrste eg tok for meg var representasjonar i tråd med rammeverket basert på Duval (2006) sin teori om semiotiske representasjonar. I fyrste omgang leitte eg difor berre etter teikn til representasjonar gjennom data (ei gruppe og ei oppgåve om gongen), ved å markera ein blå R i margen. Når eg hadde identifisert representasjonane gjekk eg så vidare med å klassifisera ein og ein representasjon innan det same rammeverket, og nytta meg av tabell (2.1) (Duval, 2006, s. 110) for å identifisera og markera den som mono-/multifunksjonell, og diskursiv/ikkje diskursiv. Etterpå sette eg ein liten svart strek kvar gong det hendte ei omdanning i representasjonar, for å seinare kunna undersøka om omdanningar hadde ein samanheng med enkelte teikn på algoritmisk tenking og/eller omgrepsforståing. Under er ein figur med rett fargekodar for dei ulike representasjonane vist, for å skildra korleis forskinga gjekk føre seg.



Figur 3.3: Analyseverktøy for forskingsspørsmålet: Korleis vert representasjonar nytta når elevar arbeider med problemløysing? Skissert av meg for å visa korleis analysen går føre seg.

3.6.2 Omgrepsforståing og problemløysing

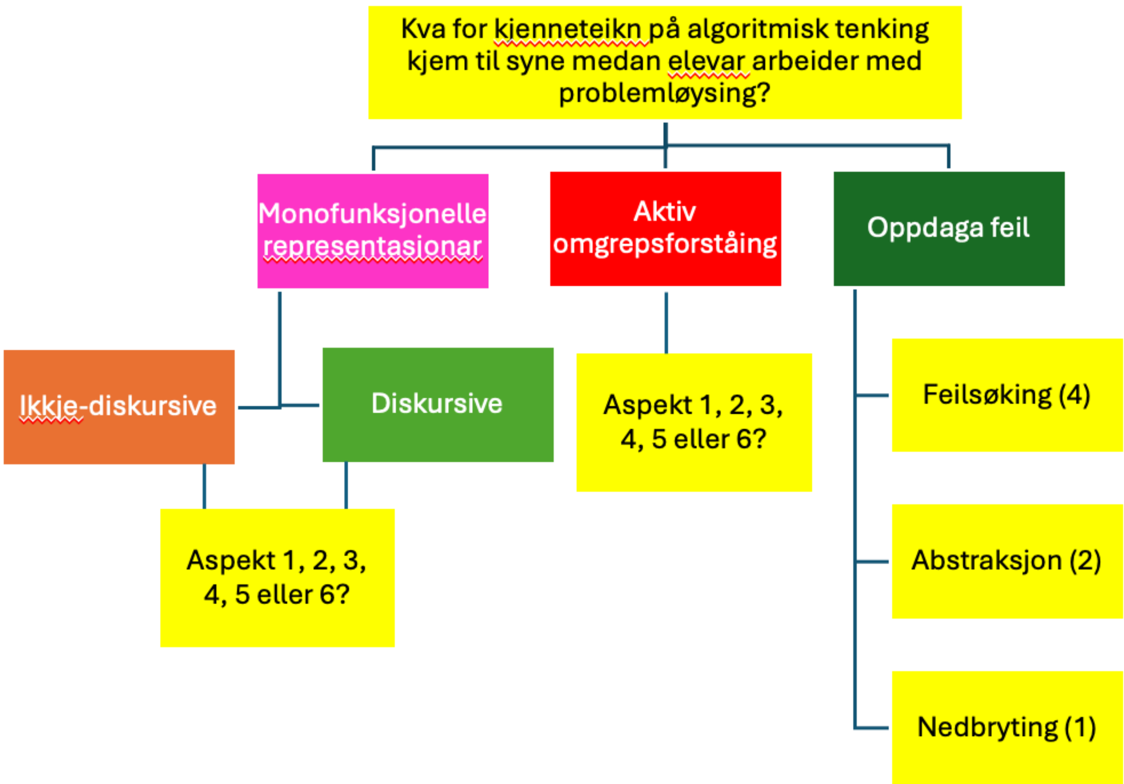
Då representasjonane var kartlagde, gjekk eg vidare med omgrepsforståing og korleis den kom til uttrykk. Her byrja eg med å sjå på markeringane av omdanningar mellom representasjonar, då det å kunna skildra eit omgrep ved bruk av ulike representasjonar viser ei viss grad for omgrepsforståing hos eleven (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 5). Der representasjonsovergangar hendte undersøkte eg om ei omgrepsforståing kom til syne, og skreiv i så fall ein liten L (låg omgrepsforståing), P (passiv omgrepsforståing) eller A (aktiv omgrepsforståing) i slutten av setninga, for å knyta det til rammeverket i oppgåva basert på Haug og Ødegaard (2014). Når det var gjort gjekk eg gjennom ein gong til og såg etter område med lilla og grøn markering, for å identifisera munnlege forklaringar elevane kom med (ei munnleg forklaring er i rammeverket skildra som ein multifunksjonell og diskursiv representasjon). Eg såg desse spesielt relevante for omgrepsforståinga og såg på korleis elevane skildra oppgåvene og løysingar til kvarandre munnleg, før eg markerte desse med L, P eller A der det var relevant. Igjen las eg transkripsjonen og prøvde å identifisera dei gongane elevane synte progresjon i løysingsprosessen, for å sjå om dei nytta seg av forklaringa bak eit omgrep i samband med oppgåveløysinga, og markerte det i så fall med ein A, då det er kjenneteikn på bruk/syntese som i teorien er klassifisert som aktiv forståing (Bravo et al., 2007). Før eg gjekk vidare til å undersøka om trekk på algoritmisk tenking kom til syne såg eg på alle replikkar levert av L, for å undersøkja om læraren bygde opp under omgrepsforståinga gjennom forklaringar/spørsmål/svar hen kom med gjennom anten å støtta kunnskapsbygging (S) eller å oppmuntra elevane til emosjonelt engasjement (EE), som skildra i teorien. Analyseverktøyet er vist i figuren under.



Figur 3.4: Analyseverktøy for forskingsspørsmålet: Korleis kan omgrepsforståing kjennast att medan elevar arbeider med problemløysing? Skissert av meg for å syna korleis analysearbeidet går føre seg.

3.6.3 Algoritmisk tenking og problemløysing

Den siste delen eg såg på i samband med analysen var teikn på algoritmisk tenking (markert med gult) hos elevane medan dei arbeidde med oppgåvene, som vart gjort ved å sjå etter kjenneteikn på dei seks underkategoriane nedbryting, abstraksjon, konstruksjon av algoritmar, feilsøking, iterasjon og generalisering (Shute et al., 2017, s. 153). I fyrste omgang vart delane markert med rosa undersøkt nærare, då Duval skildrar representasjonar innan det monofunksjonelle system som moglege å nytta i algoritmiske prosessar. Etter det vart alle A-ar i materialet undersøkt nærare for å sjå om dei gongane ei aktiv omgrepsforståing kom til syne kunne knytast til algoritmisk tenking som skildra tidlegare. Til slutt vart alle situasjonar der elevane legg merke til at dei har gjort feil observert nøyare, og merka med mørkegrøn. Dette var for å sjå om dei sjølv legg spesielt merke til enkelte framgangsmåtar/løysingar som ikkje fungerte og forsøkte å vidareutvikla ein slik framgangsmåte eller byrja heilt på nytt. Dersom dei brukte dette vidare kunne det identifiserast som ei feilsøking, abstraksjon eller nedbryting. For å gjera sjølve analysearbeidet lettare har det også her blitt laga ein figur for å skildra framgangsmåten. Under fylgjer også eitt eksempel på korleis kodinga har gått føre seg.



Figur 3.5: Analyseverktøy for forskingsspørsmålet: Kva for kjenneteikn på algoritmisk tenking kjem til syne medan elevar arbeider med problemløysing? Skissert av meg for å syna korleis analysearbeidet går føre seg.

Tabell 3.1: Eksempel på kodinga i analysen

Koding	**Data**
R	Mari: Jordbær, se her, viss vi har blåbær og vanilje, det er en kombinasjoner, vi
	har blåbær med sjokolade, det er to kombinasjoner, og hvis vi har blåbær og
	jordbær, vi har tre kombinasjoner. Ja. P
R	Mari: Vanilje og sjokolade, det blir en kombinasjon, og vanilje og jordbær, det
	blir to. Vi har sjokolade og jordbær, viss vi tar bare sjokolade og jordbær vi har,
R	ja. Sjokolade og jordbær det blir en. Sånn. P
	Oda: Da vi får 6.
	O: Mhm, da e fleire måta å tolka oppgåvå på. Så det er mange løysingar, men de
R	kan prøva å bruka noko av detta viss da hjelpe?
	Høyres ut som dei drar post-it lappar frå kvarandre.
R	Mari: den er forskjellige, og den, og den, så viss vi setter den med den, og her
	rosa. Og rosa med oransje papir. Oransje med gul P
R	Mari: Vi tenker forskjellige, så viss vi tenker oransje med gul, kanskje grønn med
	rosa, det blir en kombinasjon. P
R	Oda: Jeg tror det er nok, for vi har fire smak. L
	Mari: Nei jeg tenker på kombinasjoner.
	Oda: Okey.
R	Mari: Kanskje, nå vi har 1,2,3,4,5, også vi kan sette rosa med gul. P
	Oda: Hva med, mhm.
	Mari: Vi kan for eksempel bruke rosa med rosa. A
	...
	Adam: Dere mene at er det riktig at det er en kombinasjon? Eh ja selvfølgelig, fordi 10, om jeg liker det og det dobbel smak eller en smak. Okey, så det kan være en kombinasjon også, så to av de samme smakene kan være kombinasjon. A
	L: Har du lov til å gå på butikken og be om to kuler med sjokolade?
	Adam: Ja.
	L: Ja, jeg syns det høres veldig godt ut jeg. SK

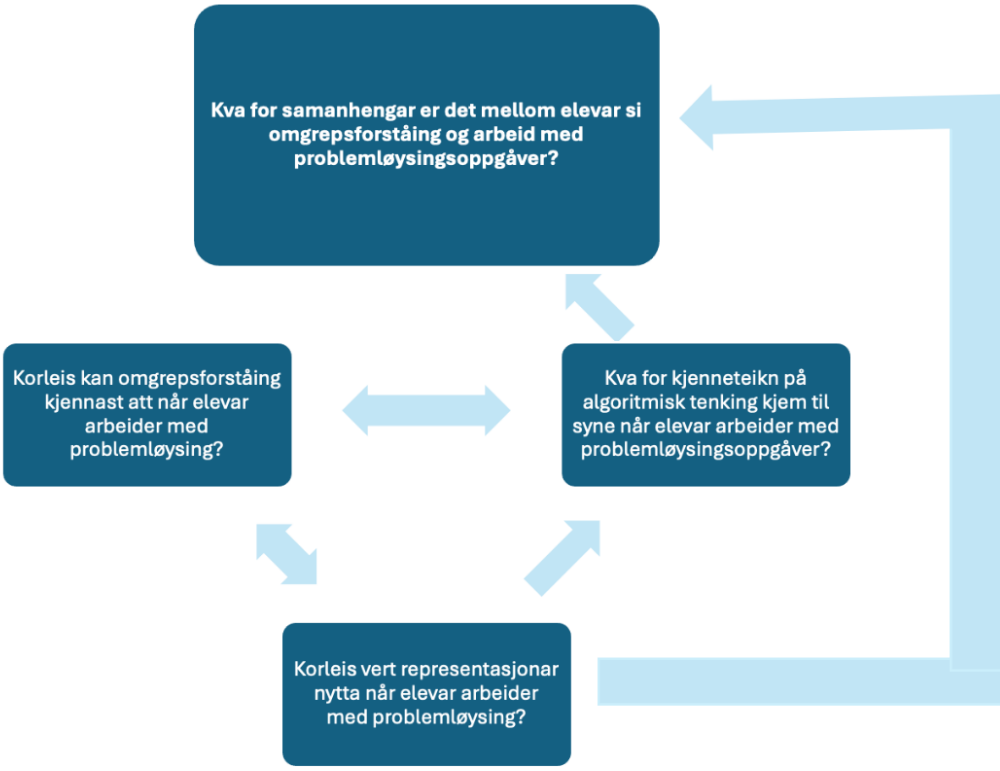
3.6.4 Forskingsspørsmåla sitt bidrag til problemstillinga

No som kvart av forskingsspørsmåla har blitt presentert med ein figur som syner korleis analysearbeidet gjekk føre seg, vil eg presentera korleis det er tenkt at desse forskingsspørsmåla kan bidra til problemstillinga, for å betre kunna grunngje valet av forskingsspørsmåla. I det teoretiske rammeverket i denne oppgåva kan fleire samanhengar mellom semiotiske representasjonar, omgrepsforståing og algoritmisk tenking identifiserast. Desse er teke omsyn til i utarbeidinga av figur 3.6.

Bruk av ulike representasjonar i undervisningssekvensar frå læraren si side vert skildra som naudsynt for å utvikla robust omgrepsforståing i matematikk (Justnes, 2018, s. 3). Justnes skriv vidare at det er vesentleg for eleven å kunna bruka og omsetja representasjonar for å kunna utvikla eigen omgrepsforståing. Det å kunna skildra eit omgrep ved bruk av ulike representasjonar syner ei viss grad av omgrepsforståing hos eleven (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 4). Også Haug og Ødegaard ser på relevansen av representasjonsbruk, då dei peikar på at læraren kan støtta eleven si kunnskapsbygging ved å nytta seg av varierte representasjonsformer i arbeidet med å byggja bru mellom det vitskaplege og det kvardagslege i matematikken (Haug & Ødegaard, 2014, s. 781). Representasjonar vert med andre ord sett på som høgst relevant både i *utviklinga* av eleven si forståing av eit omgrep, men også når eleven si omgrepsforståing skal *koma til uttrykk*.

Omgrepsforståing vert presentert som eit slags krav for å kunna nytta seg av algoritmisk tenking, gjennom å nytta seg av ulike sider ved eit omgrep for å bryta ned eitt problem i handterbare bitar (Bravo et al., 2007). Shute et al. bidreg og til å sjå på algoritmisk tenking som ein måte å utarbeida og betra omgrepsforståinga hos elevar gjennom generaliseringsdelen ved ei oppgåve, som igjen gjer eleven meir rusta til ein ny situasjon der prosedyren ikkje er kjend.

Ei problemløysingsoppgåve er i teorien definert som ei oppgåve der det ikkje er noko spesifikk prosedyre for gjennomføring for den som gjer oppgåva (Thorkildsen, 2017, s. 2). Vidare har eg sett på problemløysingsoppgåver som i varierande grad er rike/opne, som igjen stiller krav til at problema skal kunna løysast ved bruk av ulike representasjonar, strategiar og matematiske idear (Hagland et al., 2005). Dette kan knyta problemløysingsoppgåver direkte til både representasjonar og algoritmisk tenking (strategiar/ matematiske idear), som gjer at figuren under skildrar korleis semiotiske representasjonar, omgrepsforståing og algoritmisk tenking bidreg til eit svar på problemstillinga: «Kva for samanhengar er det mellom elevar si omgrepsforståing og arbeid med problemløysingsoppgåver?». Her er arbeidet med problemløysingsoppgåver, altså *prosessane* vektlagde.



Figur 3.6: Skildring av samanhengar mellom forskingsspørsmål og problemstilling, laga av meg.

3.7 Validitet

I samband med ei studie vil validitet omfatta i kva grad metodane som er valt faktisk kan måla det som er tenkt skal målast (Brinkmann et al., 2009, s. 250). Validitet vil i dette kapittelet sjåast opp mot vala som er teke for masteren med utgangspunkt i metode for innsamling og analyse av data mine. Eg som forskar har gjennom heile studiet hatt eit kritisk syn på fortolkingane eg gjer, som kjem av at ein som forskar vil streva etter å motbevisa ei falsifisering av svara som vert lagt fram på ei problemstilling (Brinkmann et al., 2009, s. 252). Av denne grunn vil eg leggja fram kvifor min metode er passande for mi forsking, men også vera open om kva som kunne vore løyst på ein betre måte.

I etterkant av datainnsamlinga mi innsåg eg at eg kunne gjort ting litt annleis i samband med kva for oppgåver eg valde, og korleis eg formulerte oppgåvene. Dersom oppgåvene hadde etterspurt generaliseringar på ein meir konkret måte, hadde det gjerne vore lettare å finna karakteristiske teikn på algoritmisk tenking i datasettet mitt. Eg trur at slik oppgåvene er formulert no, så er det meir sannsynleg å identifisera trekk av nedbryting og abstraksjon, enn konstruksjon av algoritmar og generalisering i løysingane til elevane. Dersom oppgåvene i større grad hadde bedt om ei generalisering av svara, som i oppgåve 1 å spørja kor mange kombinasjonar det finst for to iskuler dersom ein kan velja mellom ein smak, to smakar, tre smakar og eventuelt n smakar, ville generaliseringar og meir systematikk kanskje kome fram i svara, og feilsøking kunne oppstått hyppigare. På denne måten kunne eg gjort oppgåvene meir egna til å svara på problemstillinga mi.

Noko anna eg kunne ha gjort for å utbetra oppgåvene er å binda dei meir saman. Med dette meiner eg at oppgåve 1 kunne vore formulert slik at overgangen frå steg seks til ein i figur 2.1 om algoritmisk tenking, hadde kome meir til syne. Ved å bruka oppgåve ein til å sørgja for at elevane skulle oppdaga noko som var relevant for løysingsprosessen i oppgåve 2, kunne også elevane merka seg ei sterkare meining bak oppgåvene. Slik oppgåvene er presenterte no var målet at oppgåvene skulle ta tid, og at det skulle koma fram fleire løysingsmetodar, men ikkje på ein slik måte at den eine oppgåva bygde på den neste.

Sidan målet med studiet er å læra meir om omgrepsforståing og algoritmisk tenking, var det viktig at både eg og læraren i høgste grad forsøkte å unngå fella Topaze- eller Jourdain-effekten. Den handlar om at ein som lærar har så lyst å oppfylla sin del av den didaktiske kontrakt, at formålet med oppgåva som vert gitt fell i mellom to stolar (Winsløw, 2006, s. 145-150)

Den didaktiske kontrakt går ut på at læraren og eleven har eit forhold som baserer seg på at læraren stiller eit spørsmål som hen allereie veit svaret på (Winsløw, 2006, s. 145-150). Det er likevel eleven si oppgåve å forsøka å finna eit svar og ein strategi på oppgåva, utan å få for mykje hjelp, då læringspotensiale fell bort dersom læraren trinnvis forklarar elevane korleis dei skal koma fram til svaret (Winsløw, 2006, s. 145-150). Den didaktiske kontrakt har ingen konkrete haldepunkt, men handlar om kva forventningar eleven har til læraren i klasserommet og motsett (Norén & Thornberg, 2015, s. 5). Dersom elevar til dømes er vant til å bli stilt lukka spørsmål, og plutseleg får meir opne oppgåver, slik som oppgåve 1 i oppgåvesettet mitt, kan det følast som eit brot på kontrakten for eleven, då dei plutseleg ikkje er på same bølgjelengd lenger. Å unngå brot på den didaktiske kontrakt frå læraren si side kan i så tilfelle handla om at læraren ikkje vil gje elevane ei oppgåve som vert så utfordrande at dei ikkje klarar å koma fram til ei løysing (Winsløw, 2006, s. 145-150). Dersom læraren hjelper elevane for mykje på vegen innan det fyrste aspektet innan algoritmisk tenking: nedbryting, kan det kjennast att som Topaze-effekten. Då vil kunnskapen som er naudsynt for å gje eitt svar på ei oppgåve endrast, og dersom den kunnskapen som var mål om å innhenta forsvinn heilt har me eit tilfelle av Topaze-effekten (Strømskag, 2020, s. 56)

Ein annan uheldig konsekvens av den didaktisk kontrakt er som nemnt Jourdain-effekten. Den oppstår dersom læraren er for engasjert med tanke på å konstatera ei fagleg innsikt hos eleven (Strømskag, 2020, s. 57). Eleven vil i praksis berre fylgja instruksar frå læraren dersom denne effekten er til stades, og eigentleg ikkje læra noko nytt (Winsløw, 2006, s. 145-150). Eit eksempel kan vera ein elev som har kome fram til ein formel for figurtal gjennom regresjon, og læraren ser det som at eleven har gode modelleringskunnskapar. Dette er også ei fallgruve eg kan møta på i mitt arbeid med analysen, då eg i datamaterialet vil vera på jakt etter utsegn som støttar opp om den teorien eg presenterer. Gjennom å nytta meg av ei viss takt gjennom analysen vil eg likevel arbeida for å ikkje koma med for sterke påstandar.

Eg ville helst unngå desse effektane av den didaktiske kontrakt då eg samla data, som også var grunnen til at eg spurte læraren om å hjelpa elevane minst mogleg, og at eg eigentleg ikkje var tenkt å ha noko særleg interaksjon med elevane medan dei arbeidde med oppgåvene. Dei stilte likevel nokre spørsmål undervegs som eg svarte på, og læraren til elevane prøvde å få dei til å forklara korleis dei tenkte slik at dei sjølv skulle oppdaga nye strategiar, framfor å bekrefta/avkrefta løysingar dei la fram.

3.8 Reliabilitet

Dersom ein annan forskar kunne teke for seg same problemstilling og kome fram til same resultat og konklusjonar som meg basert på det eg har skildra som metode, så hadde oppgåva hatt høg grad av reliabilitet (Brinkmann et al., 2009, s. 250). Reliabilitet handlar om kvaliteten på sjølve data, korleis transkripsjonen har gått føre seg, kva observasjonar forskaren har gjort undervegs og i kva grad forskaren kan stolast på. Reliabiliteten seier noko om transparens i oppgåva, og openheit rundt val som har blitt gjort undervegs i tolking av data.

Forskaren bak ei studie vil vera farga av hen sitt syn på verda, og hen vil ofte vere ute etter å få bekrefta eller avkrefta tankar som allereie finst rundt fokusområda som ligg til grunn for studiet (Postholm, 2010, s. 33). Dette kan verta tydeleg i analysen, då det allereie i transkripsjonen finst store variasjonar for utføring, og kva kvar enkelt vil leggja fokus på, og *faktisk* transkribera. Det er difor viktig å vera open om kvar det går føre seg tolkingar, og kvar det ligg tydelege premiss til grunn for utsegn som vert gitt gjennom oppgåva – noko eg vil jobba for gjennom heile oppgåva.

I arbeidet med analyse av data som er blitt samla inn, vil som nemnt forskaren si subjektive meining koma fram. Arbeidet med å likevel leggja fram gode resultat ligg i korleis subjektiviteten kjem fram. Me skil då mellom ein partisk og ein perspektivistisk subjektivitet (Brinkmann et al., 2009). Transparens i studiet ligg i korleis subjektiviteten kjem fram, og ved å ha eit perspektiv på data der ein stiller spørsmål som gjer ulike konklusjonar knytt til same datamateriale syner forskaren at det finst eit spelerom for tolking (Brinkmann et al., 2009, s. 219). Dette er viktig for at lesaren skal kunna stola på studiet, og sjå at det finst fleire tolkingsmetodar for same data som forskaren visar til ved å stilla seg kritisk til eigne funn.

Reliabiliteten i oppgåva mi vert styrka ved at eg presenterer alle val eg har gjort undervegs for å syna transparens i oppgåva. Den vert også styrka ved at eg reflekterer over at eit funn ikkje kan nyttast som ei generalisering, då studiet berre baserer seg på fem elevar, men at eg kan peika på tendensar for den enkelte elev, og knyta det opp mot teori som har kome fram gjennom tidlegare forsking. Ved å visa til at funna i data ikkje berre bygger saka mi i oppgåva, men også kan verka som eit motargument, syner eg eit perspektivistisk subjektivt forskarsyn og ikkje eit partisk eitt (Brinkmann et al., 2009).

3.9 Etikk

Personvern er særs viktig i samband med forsking, og deltakarar i forskingsprosjektet må få informasjon om kva forskinga skal brukast til, korleis den skal brukast, og rammer rundt det forskaren hentar inn av informasjon (Postholm, 2010, s. 145-146). I forkant av studiet blei som nemnt klassen informert om kva forskinga gjekk ut på, kor lenge data skulle bevarast før det vart sletta, og kven som ville få tilgang til forskingsdata. Det vart informert om at data ville bli anonymisert og alle ville få fiktive namn. Dette gjekk fram i eit samtykkeskjema som vart utarbeidd etter at RETTE ved UiB hadde godkjent forskingsprosjektet. Det vart tydeleg gjeve beskjed om at samtykke kunne trekkast når som helst, og at det ikkje ville gå ut over eleven sitt forhold til skulen/læraren. Læraren som har klassen sa at det vart satt av tid til å gå gjennom skjema, og det vart forklart kva dei svara ja til før dei eventuelt skreiv under. Samtykkeskjema ligg som vedlegg til slutt i oppgåva.

Innsamla data har blitt bevart i SAFE (Sikker Adgang til Forskningsdata og E-infrastruktur) undervegs i transkripsjonsprosessen, som er eitt sikkert skrivebord utarbeidd av UiB for å bevara personvern. Fyrst når transkripsjonen var fullført og elevane anonymisert, blei det brukt/sendt på e-post mellom student og vegleiar.

Elevane er alle over 18 år og kan difor gje samtykke sjølve. Det finst likevel ei usikkerheit med tanke på om dei verkeleg har forstått kva dei samtykker til, det er derfor naudsynt å gje beskjed om at dei kva tid som helst kan trekka samtykke, eller søkja informasjon om forskingsprosjektet på nytt dersom dei skulle vera i tvil om dei har forstått premissa rundt forskinga.

Elevane som deltok i forskingsprosjektet vart tildelt fiktive namn for å ivareta personvernet til deltakarane. Dei to gruppene som deltok bestod av Ole og Sara (1) og Mari, Oda og Adam (2).

4 Analyse og resultat

I dette kapittelet vil eg ta for meg ei oppgåve om gongen av dei totalt tre oppgåvene som elevane fekk utdelt. Eg vil sjå på gruppe 1 og gruppe 2 kvar for seg, og kva for trekk innan representasjonar, omgrepsforståing og algoritmisk tenking som kjem til uttrykk hos dei to gruppene på dei tre oppgåvene. Eg vil fylgja modellane presentert i kapittel 3.6, og vil gjennom heile kapittelet fylgja ei viss takt, inspirert av Christoffersen & Johannesen (2012). Takta går ut på at situasjonen eg analyserer vert skildra, før det kjem eitt kondensert utdrag frå transkripsjonen/utklipp frå elevane sine kladdeark. Etter utdraget/svaret elevane har skrive ned frå datamaterialet vil det eg ser på som dei viktigaste funna kort presenterast før sjølve analysearbeidet tek til - å knyta funna opp mot det teoretiske rammeverket til oppgåva og forsøka å finna svar på forskingsspørsmåla og problemstillinga mi.

4.1 Oppgåve 1

I dette delkapittelet står oppgåve 1 - iskrem, i fokus, som vart presentert i metoden under utval i kapittel 3.3.2.1, saman med moglege framgangsmåtar elevane kunne ta i bruk.

4.1.1 Gruppe 1

Fyrste gruppe nytta fem og eit halvt minutt på denne oppgåva. Dei har fått oppgåva for eitt minutt sidan og lest gjennom oppgåveteksten. Foreløpig er det einaste dei har på pulten oppgåvearket og nokre tomme ark og kvar sin penn. Her tek Ole styring og byrjar å prata om moglege kombinasjonar ganske fort:

> Ole: Så vi kan for eksempel ta, at vi har fire forskjellige. Vi kan ta en og ta med tre andre, så vi har tre kombinasjoner allerede.
>
> Sara: Mhm
>
> Ole: Også viss vi tar det vi har bare to kombinasjoner, for vi hadde det i første.
>
> Sara: Mhm
>
> Ole: Viss jeg tar det vi har bare en kombinasjon, og det er det. Så tre, to, en, så vi har seks. Ja, kan tegne.

Ole legg fram ei mogleg løysing ganske kjapt, og Sara gjer uttrykk for at ho er einig i det som Ole føreslår. Ole byrjar med å nytta seg av den munnlege representasjonen som er ein multifunksjonell, diskursiv representasjon ved å prata om ei mogleg løysing på problemet. Funksjonen til semiotiske representasjonar er å utføra matematikk (Duval, 2006, s. 108), men den munnlege representasjonen er vanskeleg å gjera direkte om til algoritmar (Duval, 2006, s. 109). Den munnlege representasjonen gjer likevel at dei kjem fram til ei mogleg løysing, og det er ikkje før dei har funne det som er tenkt å vera ei løysing at dei vil representera den på eitt ark – og det er her representasjonsregisteret blir endra og det vert gått frå behandling til omdanning. Å gå frå det munnlege til det skriftlege ved å teikna figurar vil i fylgje Duval (2006) seia å bevega seg frå det diskursive til det ikkje-diskursive systemet, men dei er framleis innan det multifunksjonelle system, som gjer det vanskeleg å finna ein spesifikk algoritme for utarbeiding av svaret deira (Duval, 2006, s. 109). Dette kan kjennast att som eitt typisk problem elevane møter på i oppgåver som krever algoritmisk tenking.

Etter kvart kjem læraren bort til Ole og Sara med konkretar dei kan nytta seg av i arbeidet med oppgåvene, non-stop og post-it lappar. Elevane gjer som nemnt uttrykk for at dei har funne ei løysing på problemet, og det at dei får desse konkrete representasjonane ser ikkje ut til å opna augo deira for fleire moglege kombinasjonar. Under kjem eitt utdrag frå elevane sitt vidare arbeid med oppgåva etter at læraren (L) har kome bort med konkretane:

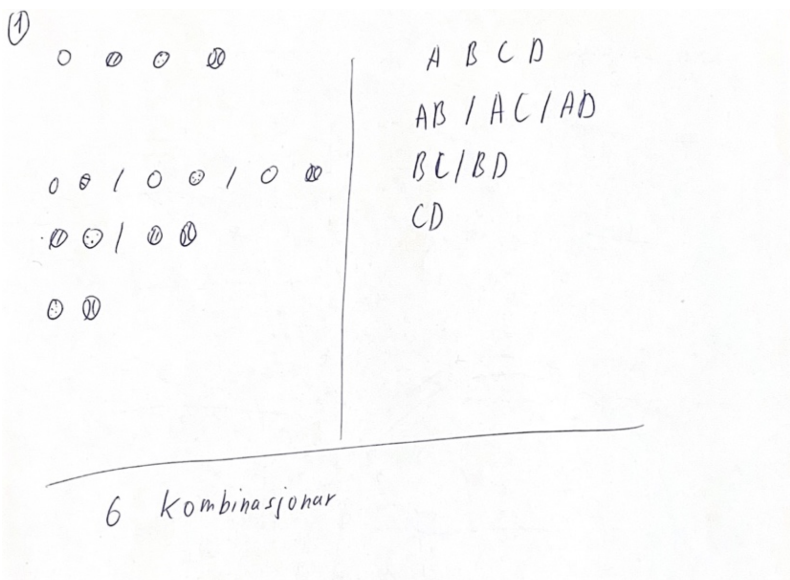
> L: Her er ting dere har lov til å bruke.
> Sara: Ja vi kan si at det er vanilje, det er sjokolade, jordbær og (mumler ein til smak)
> Ole: Det var første med oransje, svart, brun og gul. Vi har brun også vi har allerede med svart og med oransje, så vi kan ta bare gul.
> Sara: Og nå med gul, vi har allerede ett sånn, så vi har seks kombinasjoner ja.

Her ser det ut som at Sara blir overtydd i sterkare grad enn ved fyrste runde, då det kan virka som at det hjelper å sjå det fysisk for henne. Ole og Sara ser framleis ikkje moglegheita for å kombinera iskuler med same smak som moglege kombinasjonar. Dei har bevegd seg via det munnlege til det ikoniske, som er frå ein diskursiv til ein ikkje-diskursiv måte å representera løysinga på – som er to ulike representasjonsformer (Duval, 2006, s. 119). Dei har framleis ikkje bevegd seg til det monofunksjonelle system, som gjer det vanskeleg å knyta løysinga til algoritmiske prosessar, sjølv om ei omdanninga har skjedd (Duval, 2006, s. 122)

Vidare gjer Ole inntrykk av at det munnlege og visuelle dei har gjort med konkretar ikkje er ei gyldig nok form for grunngjeving, og han lurar på om det må representerast enno tydlegare. Det verkar som at Sara er samd, og dei foreslår begge å skriva det ned i det multifunksjonelle, ikkje-diskursive rommet, ved å representera smakane som teikningar og bokstavar:

> Ole: Jeg skal skrive med tegning, så jeg håpe de skal forstå.
> Sara: Vi kan gjøre med ABCD og vi kan kombinere slik at de forstå.
> Ole: Ja jeg forstår. Så ABCD.

Når dei så går frå å skildra kombinasjonane med konkrete non-stop til å teikna det på arket og nytta seg av bokstavar som variablar, byrjar dei å nærma seg det symbolske system. Dette kunne vore ein overgang frå det multifunksjonelle til det monofunksjonelle, men dei er framleis innan det multifunksjonelle systemet, ved å nytta ikoniske, ikkje-diskursive representasjonar (Duval, 2006, s. 122). Tanken om å nytta seg av bokstavar for å skildra kombinasjonane kan moglegvis koma av deira erfaring med generalisering av matematikk frå tidlegare. Når dei har uttrykt løysingane sine på arket kjem læraren bort att og prøver å få dei til å opna opp for at det kan vera fleire moglege kombinasjonar, men det oppstår ei misforståing mellom Ole og læraren når læraren spør Ole om favorittsmaken hans, og dei får utdelt neste oppgåve. Under er løysinga til Sara og Ole lagt ved, og eit utdrag frå samtalen mellom elevane og læraren:



Figur 4.1: Ole og Sara si løysing på oppgåve 1

L: Har dere det dere skrev på oppgave 1?

Ole: Ja der.

L: Ja hva var det dere tenkte der på 6 kombinasjoner?

Ole: Jeg bare tegnet?

L: Mhm, så du har noen forskjellige mønstre i sirklene? Hvilke smaker kan vi tenke oss at de fire kan være?

Ole: Sjokolade, vanilje

Sara: Jordbær

Ole: Karamell

L: Ja, hva er favorittsmakene dine av de?

Ole: Så sjokolade og vanilje, sjokolade og karamell, sjokolade og jordbær, så vi tar vanilje, den har allerede kombinasjon med sjokolade, så vi tar vanilje med jordbær og vanilje med karamell. Og da tar vi jordbær, og vi har bare ikke den i kombinasjon med

Sara: karamell.

Ole: karamell.

L: Mhm, karamell høres jo kjempegodt ut, jeg tror det hadde vært min favoritt. Hva tror dere jeg hadde valgt å kjøpe da viss favoritten min var karamell?

Ole: hm?

L: Hvis min, hvis den jeg likte best var karamell, hva tror dere jeg hadde valgt å kjøpe da?

Ole: To karamell. Så ler alle saman.

L: Ja kanskje.

Ole: Så 6 kombinasjoner

L: Ja, klarte dere å se noe sammenheng viss vi har et annet antall farger å velge mellom?

Ole: Ja, ja vi prøvde med nonstop også.

Her presenterer Ole korleis dei løyste oppgåva for læraren. Det kan tyda på at det oppstår to misforståingar gjennom forklaringa hans, der læraren fyrst prøver å få dei til å sjå moglegheita for å kombinera like smakar med å spørja dei om favorittsmaken deira. Det kan tyda på at Ole misforstår og byrjar å forklare kvifor dei har kome fram til at det er seks kombinasjonar. Etterpå kan det tyda på at læraren prøver å leia dei inn på moglegheita for ein representasjon av monofunksjonell karakter, som kan føra elevane inn på trekk innan algoritmisk tenking, og det å finna ein generell formell som kan nyttast for n tal smakar som kan kombinerast i ein kiosk uansett kor mange forskjellige issmakar dei sel, men Ole kan sjå ut til å tolka dette som eit spørsmål om representasjonar og ikkje andre løysingar. Ole fortel at dei har nytta seg av non-stop som representasjon tidlegare, og at dei då kanskje såg eitt mønster – noko som kan ligga i Ole si forståing av ordet mønster.

Elevane har gjennom oppgåva nytta seg av ulike former for representasjonar innan det multifunksjonelle system – både diskursive og ikkje-diskursive - og det kan tyda på at deira forståing av orda *ulike kombinasjonar* i oppgåveteksten vil seia at det *må* vera to ulike smakar i ein kombinasjon for at det skal oppfylla krava til oppgåva. Det vert nytta behandling av representasjonar, og veksla mellom munnlege og ikoniske representasjonar til å løysa oppgåva, men dei tek ikkje steget vidare til å generalisera dei funna dei gjer seg, og elevane verkar ikkje til å forstå at læraren vil dei skal undersøka oppgåva vidare.

I oppgåveteksten vert det spurt om kombinasjonar, noko det som sagt kan virka som at elevane misforstår. I oppgåva er nok dette det næraste elevane kjem eit matematisk omgrep, og gjennom det dei seier og skriv ned, kan det virka som at i alle fall Ole har ei passiv omgrepsforståing. Det tyder på at han forstår kva omgrepet kombinasjonar har å seia i denne konteksten, men han ser ikkje ut til å komma vidare til å utforska oppgåva ved å nytta seg av eigenskapane til omgrepet kombinasjonar som Bravo et al. (2007) skildrar som ei aktiv omgrepsforståing. Sidan Sara ikkje seier fullt så mykje her, men heller seier seg einig i det Ole presenterer som funn er det ikkje like lett å få fatt i hennar omgrepsforståing. Dersom dei ulike representasjonane dei nytta seg av hadde opna for at dei såg fleire løysingar kunne dei ha bevegd seg frå det passive til det aktive innan omgrepsforståing (Bravo et al., 2007). Læraren prøver å støtta kunnskapsbygginga til elevane ved å knyta det matematiske opp mot det kvardagslege ved å spørja om deira favorittsmakar, som er viktig for at elevane skal kunna utvikla omgrepsforståinga si (Scott et al., 2011, s. 6). Grunna ei språkleg barriere som ser ut til å oppstå tek ikkje elevane dette inn, og omgrepsforståinga held seg på det passive/låge nivå.

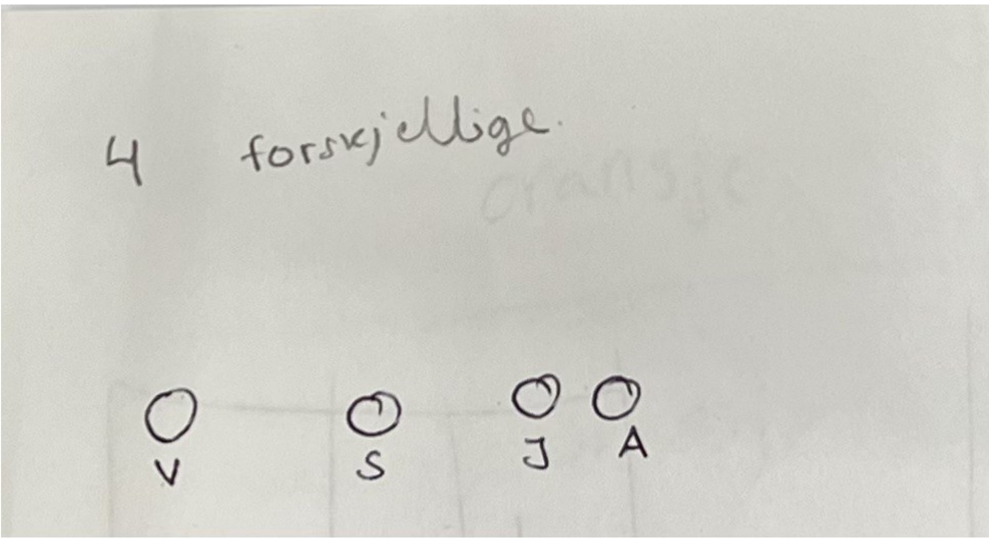
Då Ole og Sara ikkje tek steget vidare med oppgåva sjølv om læraren prøver å få dei inn på ei meir generell løysing, ser eg det ikkje relevant å sjå på aspekta ved algoritmisk tenking i korleis gruppe 1 har løyst den fyrste oppgåva. I teorien vert algoritmisk tenking definert som det som krevst kognitivt av elevane for at dei skal klara å jobba med problemløysing eller prosessane bak problemløysing (Shute et al., 2017, s. 143). Denne oppgåva kan ikkje skildrast som ei oppgåve der elevane ikkje har noko kjend prosedyre for å koma fram til eit svar. Det kan i dette tilfellet sjå ut som om forståinga av kombinasjonar fungerer som eit hinder for elevane i arbeidet med å finna fleire løysingar på problemet, og at eit breiare representasjonsval kanskje kunne ha hjelpe elevane til å løysa problemet på ein meir generell basis (les: algoritmisk) og synt ei høgare omgrepsforståing.

4.1.2 Gruppe 2

Når Mari og Oda har arbeidd med oppgåva i omtrent 20 minutt kjem Adam, som får ei kort forklaring av oppgåva og eitt samandrag av det dei har gjort så langt. Totalt nytta dei tre elevane omtrent ein halvtime på oppgåva. Mari og Oda heng seg opp i omgrepet kombinasjonar, og treng hjelp til å få forklart kva ordet betyr av meg (O – observatør), før dei kan setja i gang:

> Mari: Det står her at det er fire forskjellige smaker.
>
> Oda: Hva mener med den? Hva betyr kombinasjoner?
>
> Mari: Hva betyr kombinasjoner?
>
> O: Korleis du kan setta dei sammen. For eksempel viss du tenker du har sjokolade og vanilje så kan du ha sjokolade og vanilje ilag, og då har du ein kombinasjon. Eller sjokolade og jordbær, da e ein an kombinasjon for eksempel, okey?
>
> Oda og Mari: Ahaa. Ja.

Eg valde bevisst å unngå å sei at til dømes sjokolade og sjokolade kunne vera ein kombinasjon, då dette var noko eg ville sjå om dei kunne finna ut av sjølv. Når elevane har blitt forklart kva ein kombinasjon er, set dei i gang med oppgåva, ved å gå frå munnlege forklaringar til ei teikning med fire sirklar som kvar representerer ein smak. Dei går raskt laus på ei omdanning frå det diskursive til det ikkje-diskursive systemet innan det multifunksjonelle system, men nyttar det munnlege og peikar på dei ulike kombinasjonane dei ser føre seg på teikninga under:



Figur 4.2: Handteikning knytt til løysingsprosessen av oppgåve 1, gruppe 2.

Mari nyttar så teikninga til å skildra korleis ho tenkjer når ho set saman kombinasjonar av smakar til Oda. Eg som observatør står og fyl med på kva dei seier medan Mari forklarer til Oda korleis ho har tenkt.

> Mari: jeg skal vise deg hva jeg tenker. Vi har forskjellige smaker, så vi velger en eh blåbærsmak, og vanilje, og sjokolade og hmm, vi kan si, ..., jordbær. Se her viss vi har blåbær og vanilje, det er en kombinasjoner, vi har blåbær med sjokolade, det er to kombinasjoner, og hvis vi har blåbær og jordbær, vi har tre kombinasjoner.
> Mari: Vanilje og sjokolade, det blir en kombinasjon, og vanilje og jordbær, det blir to. Vi har sjokolade og jordbær, viss vi tar bare sjokolade og jordbær vi har, ja. Sjokolade og jordbær det blir en. Sånn.
> Oda: Da vi får 6. Men vi har da forskjellige, og viss vi tenke på denne måten vi skal ha seks kombinasjoner.

Mari og Oda ser likevel ikkje på dette som eit endeleg svar og byrjar å nytta post-it lappane for å visa korleis smakar kan kombinerast. Post-it lappane har fire forskjellige fargar, som viser seg å passa godt for elevane når dei skal sjå på korleis dei kan kombinera smakane. Dei ser no moglegheita for at to like smakar også kan vera ein mogleg kombinasjon, og på denne måten har ei omdanning i representasjonar ført til ei endring i korleis dei ser på problemet, og det tyder på at dei ser for seg ei ny løysing:

Mari: den er forskjellige, og den, og den, så viss vi setter den med den, og her rosa. Og rosa med oransje papir. Vi tenker forskjellige, så viss vi tenker oransje med gul, kanskje grønn med rosa, det blir en kombinasjon.

Oda: Jeg tror det er nok, for vi har fire smak.

Mari: Nei jeg tenker på kombinasjoner.

Oda: Okey.

Mari: Kanskje, nå vi har 1,2,3,4,5, også vi kan sette rosa med gul.

Mari: Også vi kan for eksempel bruke rosa med rosa!

I utdraget syner Mari at ho har forstått at smakar og kombinasjonar ikkje er det same, ved å fortelja Oda at det er kombinasjonar som er det dei leitar etter og ikkje smakar, og ho introduserer i slutten av utdraget moglegheita for å kombinera like smakar som moglege kombinasjonar. Her har ei omdanning i representasjonar ført direkte til å sjå ei ny løysing på problemet, som i teorien vert skildra som naudsynt for at elevar skal koma vidare med den algoritmiske tenkinga i løysingsprosessen (Duval, 2006, s. 122). Her kan det vera teikn på at Mari i fylgje teorien i oppgåva gjer algoritmisk tenking «tilgjengeleg» for seg sjølv gjennom «riktig» representasjonsbruk, og at ho kan visa omgrepsforståing gjennom val av representasjonar. Det å kunna skildra eit omgrep ved å bruka ulike figurar og symbol, altså nytta seg av ulike representasjonar for eit omgrep syner at eleven har ei viss grad for omgrepsforståing. Omgrepet i denne samanhengen vert kombinasjonar, men vidare vert dei likevel usikre på om like kuler kan kallast ein kombinasjon eller ikkje.

Mari: Nå vi har 1,2,3,4,5,6, det er forskjellige seks valg, og det er forskjellige fra hverandre. Men også vi kan tenke for siste det skal være for eksempel rosa og rosa, det skal bli en til. Okey så, nå skal vi tenke, kanskje vi har feil men hehe. Og vi har grønn med oransje og grønn med gul og grønn med rosa, men vi har ikkje grønn med grønn.

Oda: gul med gul også. Oransje med oransje

Mari: Vi trenger ikkje, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10. Hvordan, hmm okey. Ja jeg tror det kanskje 10.

Oda: Jeg tror det er 6 eller 10, jeg tror kanskje 10 men hvordan...

Når Mari i fyrste setning seier «... det er forskjellige seks valg, og det er forskjellige fra hverandre» tydar det på at ho meiner at dei har seks forskjellige kombinasjonar der kvar kombinasjon består av to forskjellige smakar. Det ser ut til at både Oda og Mari ser på to like kuler som ein mogleg kombinasjon, og dei legg ned post-it lappane slik at desse moglegheitene også er representert. Dei er framleis innan det multifunksjonelle systemet, men omdanninga av representasjon frå det munnlege til konkrete har gjort det mogleg for jentene å sjå fleire kombinasjonar. Ein ny representasjonsform ser ut til å ha opna augo deira for ei ny mogleg løysing.

Etter kvart kjem læraren bort til dei og spør kva dei har gjort. Læraren spør om post-it lappane og prøver å få elevane til å sjølv grunngje og sjå løysingane sine som gyldige gjennom å spørja dei nokre kontrollspørsmål, som kan kjennast att som å støtta kunnskapsbygging og å oppmuntra elevane til emosjonelt engasjement (Scott et al., 2011, s. 16).

> L: Dere har masse post-it lapper på bordet, hva har dere gjort med de?
>
> Mari: Vi velget fire farge og vi bruker.
>
> L: Ja, hvorfor har dere fire farger.
>
> Mari: For vi har fire forskjellige smaker.
>
> L: Så de skal vise en smak hver?
>
> Mari: Ja. Vi tenke å sette forskjellige farge som vi skal vise forskjellige smaker. Og når de settet sammen vi har fått 6 kombinasjoner, men også vi har viss denne smak var bare en, nei viss denne kule var bare en smak vi skal ha en ny kombinasjon.
>
> L: For viss du har vært på den butikken før, og du har smakt på kulene og vet at det er en som er veldig mye bedre enn alle de andre så vil du kjøpe –
>
> Mari og Oda: To kuler med samme smak.
>
> L: Ja, det er jo en kombinasjon.
>
> Mari: Ja, vi har fått ti kombinasjon.
>
> Mari: Men viss vi bruket ikkje to kuler med samme smak, vi skal få 6 kombinasjoner.
>
> L: Mhm, så hva tenker dere er riktig svar her da? 6 eller 10.
>
> Mari: Jaaaa. Jeg tror 6, for de har forskjellige, de trenger kor mye forskjellige kombinasjoner.

Læraren bidreg med å skilja orda smak og kombinasjon, for å gjera det lettare for Mari å forklara korleis ho har tenkt. Læraren spør om det som ligg på bordet framom dei to elevane, og oppmuntrar til å nytta seg av eit daglegdags språk for å forklara tankegangen. Dette er eit eksempel på å støtta kunnskapsbygging som er eit aspekt ved omgrepsforståing, då læraren bidreg med å kopla saman forskjellige representasjonar (Haug & Ødegaard, 2014, s. 781), og danna koplingar mellom matematikk og ei kvardagsleg hending.

Vidare spør læraren Mari og Oda kva dei tenkjer er riktig av alternativa 6 eller 10 kombinasjonar. Dette gjer at elevane lyt vurdera svara sine, og representasjonsvalet som er innan det multifunksjonelle system gjer det vanskeleg å laga algoritmar som kan nyttast, men det algoritmiske aspektet ved korleis dei tenkjer kan likevel nemnast her. Elevane tolkar oppgåva og ser ut til å bli litt usikre på kva som er rett og gale å tenkja her. Dei arbeider med å finna ei løysing, og delen av abstraksjon kalla datainnsamling og analyse, og det å kjenna att mønster ut i frå oppgåveteksten kan identifiserast, som skildra av Shute et al. (2017, s.153). Det å kjenna att mønster i informasjonen oppgåva gjer kan her tenkast som elevane si evne til å bryta ned omgrepet kombinasjon og finna ut kva det tyder, for så å nytta det til å argumentera for svaret sitt.

Dei jobbar vidare med å finna det viktigaste i oppgåveteksten, og derfor finna essensen i problemet, noko dei gjer ved å nytta seg av den kunnskapen dei har rundt omgrepa *forskjellig* og *kombinasjonar*. Dei nyttar seg av konkrete representasjonar for å bryta problemet ned til noko enklare ved å sjå på smakane som post-it lappar i forskjellige fargar. Vidare innan algoritmisk tenking og det å utarbeida ein metode for å finna ei løysing uavhengig av kor mange smakar dei kan velja mellom, vil dei mest sannsynleg ikkje koma før dei går over i det monofunksjonelle system innan representasjonar. Læraren fortset med å få elevane til å forklara omgrepa forskjellig og kombinasjonar, for å gje dei vegleiing mot eit svar som dei kan stå for, så når Mari viser at ho er usikker i kva som er rett og gale svar, viser læraren til det dei allereie har lagt ned i bordet som representasjonar for å hjelpa dei med å sjå definisjonen på omgrepa oppgåva tek føre seg:

L: Det er vanskelig å vite. Men viss vi tenker da – nå er dere litt usikre på om dere skal velge å ta med de 4 siste, der vi har rosa-rosa, grønn-grønn, gul-gul, oransje-oransje. Sant så vi må prøve å finne ut av, hører de med eller hører de ikke med, når vi teller antall kombinasjoner. Så når vi går inn og kjøper disse, for eksempel oransje-rosa kombinasjonen som dere har øverst her. Også kommer det en som kjøper en annen kombinasjon som dere har, oransje-grønn. Er de kombinasjonene like til hverandre?

Oda og Mari: nei.

L: Nei, de er forskjellig. Også kan vi gå ned her hvor vi kommer til grensen hvor dere har begynt å legge to og to like. Rosa-rosa, det er en kombinasjon, grønn-grønn det er en kombinasjon, er de like til hverandre, eller er de forskjellige?

Oda: De er forskjellig.

L: Også har vi, viss vi går et hakk opp her så har vi rosa-rosa, og over har vi rosa-gul. Er de kombinasjonene like, eller er kombinasjonene forskjellige.

Mari: Forskjellig.

L: Så ordet forskjellig skaper litt forvirring, for vi vet at ordet forskjellig det betyr, ikke –

Oda: samme.

L: Ja, ikke samme, mhm, men betyr det at de skal være ikke samme med hverandre eller at de ikke skal være samme som et annet par? En annen kombinasjon? Hmm.

Mari: Jeg tror 10.

Læraren peikar på deira eksempelfargar og får dei til å samanlikna *para* av lappar. Det ser ut som at læraren prøver å visa elevane at dei må sjå på to og to smakar saman som ei eining, for så å samanlikna para dei har laga med post-it lappane. Her er læraren ei god kjelde til støtte for elevane. Mari ser no ut til å ha forstått kva kombinasjonar skal bety i denne oppgåva, og blir meir og meir bestemt på at det er 10 som er riktig svar. Rett etter dette kjem det Adam inn, og får kjapt lesa gjennom oppgåva før Mari og Oda prøver å fortelja kva dei har funne ut så langt. Læraren står også og fyl med på kva dei seier, før ho hjelper dei noko med å bestemma seg for ei løysing som dei leverer på ei skisse:

Adam: Eg tror eg skjønte. Hehehe. Ja jeg skjønte, jaja.

Mari: men her vi skal visa deg hva problemet vårt er. Her når vi kommer til kor mange kombinasjoner finnest det, viss vi har to kuler, okey. Vi har forskjellige fire smak, vi kommer til å setta to kuler på forskjellige smak, vi har velget oransje og rosa og grønn og gul, og vi setter forskjellige kombinasjoner til å komme hit. Vi har fått seks kombinasjoner, når vi tenket at også vi har to kuler med samme smak, vi skal ha en ny kombinasjon, i tillegg denne seks kombinasjoner, vi har fant fire kombinasjoner.

Oda: Men det er riktig at vi har ti eller 6 kombinasjoner? Hvilke er riktig, hvilke svar er riktig.

Adam: Dere mene at er det riktig at det er en kombinasjon? Eh ja selvfølgelig, fordi 10, om jeg liker det og det dobbel smak eller en smak. Okey, så det kan være en kombinasjon også, så to av de samme smakene kan være kombinasjon.

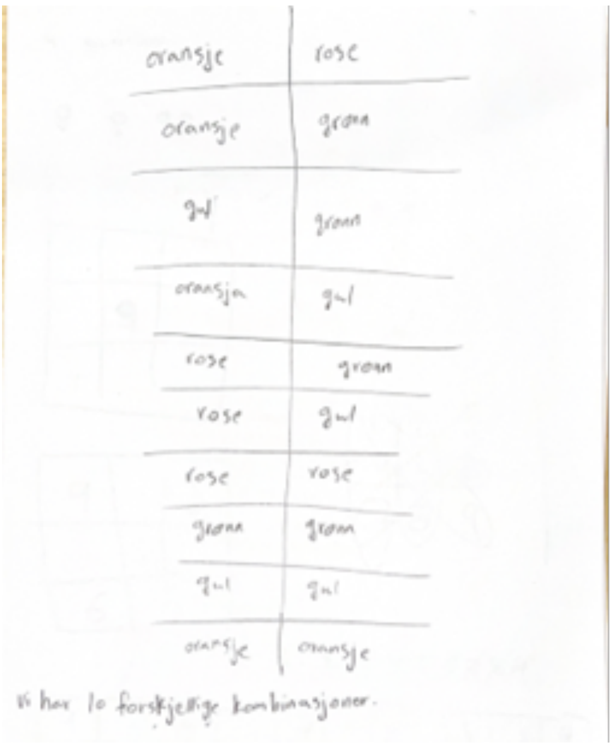
L: Har du lov til å gå på butikken og be om to kuler med sjokolade?

Adam: Ja.

L: Ja, jeg syns det høres veldig godt ut jeg.

Adam: Så det er 10? 10 kombinasjoner.

L: Viss dere tenker det, så skriver dere det.



Figur 4.3: løysing på problem 1, gruppe 2.

Etter å ha gått fram og att ende mellom dei to svara sine kom også elevane på gruppe 2 fram til ei løysing, der dei valde å visa kvar kombinasjon i ein form for tabell, som gjer det vanskeleg å overføra det dei har funne til ein generell samanheng, men no vart heller ikkje denne gruppa spurt om å gjere det, då dei brukte ei god stund på oppgåva. Dei fekk difor utdelt den neste oppgåva når dei hadde kome fram til denne løysinga.

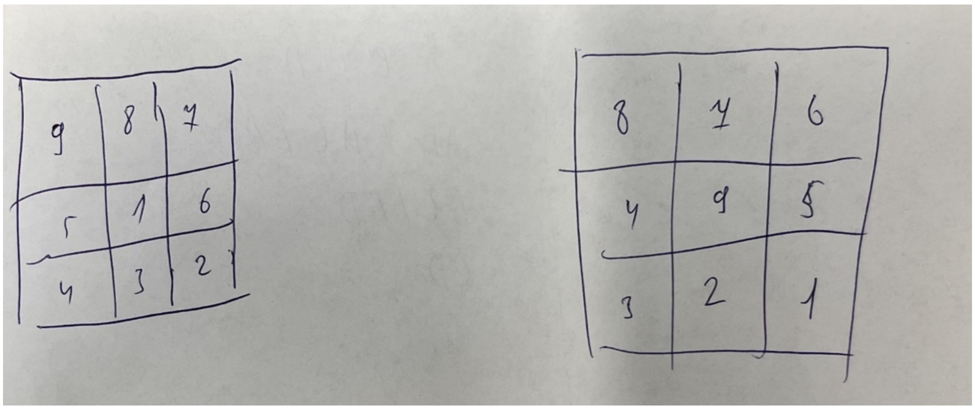
4.2 Oppgåve 2

Oppgåve 2 handla som nemnt i metoden om det magiske kvadrat. Oppgåva kan formulerast på forskjellige måtar, men her har eg gått for å formulera den så open som mogleg, det vil seia at det står ikkje skildra i oppgåveteksten kva summen skal bli i kvar line, men at den skal vera identisk i alle. Datamateriale frå denne oppgåva er difor transkripsjonar der elevane viser til plasseringar på kladdearka, og det vil difor vera både transkripsjonsutdrag og bilete av kladdearka til elevane. Analysen av elevane sitt arbeid med oppgåva har på same måte som oppgåve 1 gått fram som skildra i analyseverktøyet (figur 3.4).

4.2.1 Gruppe 1

Det fyrste som skjer er at elevane på gruppe 1: Ole og Sara, byrjar å lesa oppgåva og setja seg inn i kva dei skal finna ut av. Deretter byrjar Ole med å teikna eit rutenett som er 3 x 3 ruter, og plasserer alle tala i stigande rekkefylgje, frå 1 oppe i venstre hjørne, til 9 nede i høgre hjørne. Deretter seier Ole at han vil summera tala frå og med 1 til 9 og dela på talet rekker der summen skal gå opp. Denne summen nyttar han seg eigentleg ikkje av, men går rett vidare med å prøva seg fram med ulike tal i midten av rutenettet.

> Ole: Vertikal, horisontal og diagonale linjer. Jo vi kan finne sum av alle disse nummerer, også vi kan dele på alle mulige linjer. 1,2,3,4,5,6, ja vi dele på 6.
>
> Sara: Nei, dele på 8. Det er 5,6. Kanskje vi kan prøve på midten 5.
>
> Dei prøver å plassera tala rundt.
>
> Ole: Kanskje det må være største, 9.
>
> Sara: Ja det kan være. Da jeg skal prøve med 9.
>
> Ole: Da kan jeg bruke i opposite, forskjellig størst og minste, så 1 og 8, 7 og 2, 6 og 3,
>
> Sara: Og 5 og 4.
>
> Ole: Okey så hvor har vi 18? Her, her, her og her. Hva viss vi prøve minst i midten?



Figur 4.4: løysingsforslag oppgåve 2, gruppe 1.

Ole kjem med ein idé om at det kan vera lurt å finna summen av alle tala dividert med så mange rekker dei må fordela tala på, men nyttar seg ikkje noko særleg av resultatet. Dersom dei hadde teke summen og dividert den på talet ruter i rutenettet, kunne det kanskje ha vore eit hint litt meir til hjelp. Sara tek likevel tak i det dei finn ut av med utgangspunkt i Ole sin idé og vil plassera talet fem i midten. Då Ole foreslår fyrst å plassera ni og så ein i midten, fell forslaget litt bort, og dei nyttar ein del lenger tid enn dei truleg ville ha gjort om dei hadde haldt fast ved tanken til Sara. Ole føreslår så å plassera det største og minste talet som ikkje har blitt brukt på kvar si side av anten ni eller ein i rutenettet, og dei finn ut at alle rekker som involverer talet i midten blir den same summen, men ikkje dei som ikkje inkluderer talet i midten.

Rutenettet fungerer slik Duval (2006) skildrar ein ikkje-diskursiv representasjon innan det multifunksjonelle system . Dei pratar likevel rundt omgrepa diagonale, loddrett, vassrett og sum på ein måte som gjer inntrykk av at dei har ei viss forståing for desse. Dei nyttar seg av behandling av rutenettet, og prøver seg fram på korleis dei kan plassera tala med ein viss form for strategi. Når Ole legg fram idéen om å plassera det største og minste attståande talet på motsett side av talet i midten, viser han at han forstår at plasseringa av tala er relevant for å kunna utarbeida ei løysing, som gjer at framgangsmåten deira har trekk av ein slags strategi. Ut i frå analyseverktøyet knytt til forskingsspørsmål tre, kan det her sjå ut til at Ole møter på utfordringar i framgangsmetoden sin, og nyttar det vidare til å sjå på kva endringar dei kan gjera for å nytta strategien han allereie har tenkt på. Dette kan tyda på nedbryting, abstraksjon, algoritmekonstruksjon og feilsøking som skildra i rammeverket til Shute et al. (2017).

Det ser ut til at elevane deler problemet opp i 8 småproblem, med tanke på at dei har 8 talkombinasjonar som skal ha same sum. Dermed kan det virka som at dei er i gang med å bryta ned problemet. Det kan vidare tyda på at dei forstår at talet dei plasserer i midten må brukast i mange kombinasjonar, sjølv om dei ikkje seier dette rett ut, men dei byrjar tidleg å snakka om kva som bør plasserast i sentrum. Dermed har problemet blitt delt inn i mindre, meir overkommelege problem, som må setjast saman for å oppfylla kravet oppgåva stiller – som er typisk for nedbrytingsprosessen i algoritmisk tenking (Shute et al., 2017, s. 153).

Vidare kan det å strategisk plassera tala i rutenettet vera ein form for abstraksjon, då det kan virka som dei forsøker å identifisera eitt mønster. Det som tyder sterkt på ein strategi her kan også gå inn under algoritmekonstruksjon med tanke på effektivitet, då dei ikkje berre plasserer tal tilfeldig i rutenettet, men har ein tanke bak kvifor dei plasserer tala som dei gjer. Feilsøking kan og vera ein del av det som kjem fram i utdraget over, då dei ser kva for liner som vert utfordrande å fylla inn når dei tenker som dei gjer, og vidare tek for seg kva som kan gjerast for at dei ikkje skal vera eitt problem lenger.

No forsøker Sara å laga fleire rutenett med forskjellige tal i midten, medan Ole vert sitjande å inspisera det han allereie har gjort, før eg (O) kjem bort og spør korleis det går med dei. Her kan det tyda på at eg vert for engasjert i at elevane skal oppleva meistring:

> O: E da vanskelig?
>
> Ole: Ja det er vanskelig, men vi har fått den nesten. Vi prøvde å dele på 8, fordi det er 8 kombinasjoner og vi har fått 5,6. Men det er ikke et tall, så vi prøve å plassere det største i midten også vi tok 8 og 1, 7 og 2, så det største som vi har ennå og minste, men det var nesten.
>
> O: Fordi då fekk de et problem her kanskje?
>
> Ole: Ja, og her, her og her. Har du noen tips?
>
> O: Viss de prøve å sjå litt vidare på den.
>
> *Peikar på den der dei har fem i midten men dei andre tala i stigande rekkefylgje.*
>
> Ole: Hva sa du?
>
> O: Bruka den, prøva å utvikla den litt meir, fordi at viss de ser på summen der, der, der og der, ka får de då?
>
> Ole og Sara: 15.

O: Går det an å gjera noko med den?

Ole: Okey ja jeg forstår.

Sara: Så vi har 15 her, 15 her, 15 her, men her 15 der også.

Det vert gjort ei ny oppdaging litt vidare inn i manipuleringa av rutenettet av Ole, som seier at det høgaste talet ikkje kan brukast så ofte, og reflekterer over kva for plassering som difor er hensiktsmessig å gje til talet ni. Til dette nyttar han seg av post-it lappane som han flyttar rundt på etter at han har skrive tala frå ein til ni på kvar sin lapp:

Ole: Vi kan vel bytte her, fordi at vi har ikkje 15 her.

Sara: Ja.

Ole: Det er bare to kombinasjoner med 9.

Sara: Ja, den og den.

Ole: Ja det er bare to kombinasjoner med 9 så 9 kan ikkje være her, fordi da vi må ta tre kombinasjoner med, den eller i midten, så 9 må liksom være her. Eller her oppe. Bare mindre kombinasjon.

Sara: Så vi har 9.

Sara: 3,5,7,8,1,6... Ja vi klare det!

Elevane syner her at dei klarar å sjå at å kombinera ni med mange andre tal for å få 15 ikkje blir mogleg, som er eit viktig funn i arbeidet mot å finna eit mogleg løysingsrutenett. Her skjer det ei omdanning som skildra av Duval (2006) i representasjonar frå å teikna rutenett til å nytta seg av konkrete post-it lappar som dei flyttar rundt på. Dette kan ha bidrege til oppdaginga av plasseringa av talet ni som vesentleg. Det er då Ole peikar på at ni ikkje kan plasserast i eit hjørne, men må plasserast på ein kant. Dermed *kan* det tyda på at ei omdanning i representasjonsformer i samband med ei aktiv omgrepsforståing av konsepta bak oppgåva har ført til at det har blitt utarbeidd ei løysing på oppgåva ved hjelp av algoritmisk tenking. Den algoritmiske tenkinga som har gått føre seg her er ei vidareføring av aspekta nemnt tidlegare, men spesielt det å identifisera mønster innan abstraksjon, og det å bryta ned eit problem for å kunna finna ei løysing som Shute et al. (2017, s.153) nemner som kjenneteikn på algoritmisk tenking. Spesifikt for denne oppgåva er arbeidet med å finna tala som er utfordrande å kombinera for å få summen dei er ute etter. Ole nemner her at "det er bare to kombinasjoner med 9", noko som kan vera eit teikn på at han frå den førre oppgåva tek med seg kombinasjonsomgrepet på den måten som dei nytta det når dei skulle kombinera iskuler – kun ulike kuler/tal kan kombinerast, og det finst eit gitt antal kombinasjonar som kan nyttast til både det, og til å få summen 15 når ein kombinerer 9 med to andre tal. Dette kan også vera teikn på Shute et al. (2017, s.153) si skildring av generalisering.

4.2.2 Gruppe 2

Gruppa nytta omtrent 40 minutt på oppgåva. Gruppa har nettopp fått utdelt og lese/omsett oppgåva. Adam tek noko styring og skildrar korleis han trur det vil vera lurt å angripa problemet. Han forklarar framgangsmåten til dei to andre på gruppa før dei byrjar å diskutere om dei har skjønt riktig, og smått byrjar å nemna strategiar for å løysa oppgåva:

> Adam: Skjønner. Jeg tror det er best om vi gjør det på forskjellige måter, for eksempel du prøver å finne tallene, ved å bare gjette, og finne de tallene som passer, du gjør, jeg gjør, og vi gjør det samtidig, da.
> Oda: Jeg skal sjekke om jeg har forstått, de sier at vi her på samme hva heter det, samme kvar, sånn og sånn og sånn, de må samme, men vi kan lage en tal, bare en gang. Ja vi bruker en gang, men vi kan ta viss vi sette sammen, vi skal finne sammen, vi skal finne en svar, så viss vi har fått samme svar og sånn og sånn også vi må finne samme.
> Mari: Ja hvilken tall?
> Oda: Vi skal plusse eller minuse?
> Mari: Vi skal plusse.
> Oda: Kanskje du skal skrive et stort tall.
> Mari: Ja stort tall, kanskje, kanskje, vi kan prøve 13 kanskje eller 14, ja noe sånn der.
> Oda: Du kan ikkje bruke disse, det er jo bare 1-9.
> Mari: Ja men når vi skal plusse sammen vi skal velge en tall.
> Oda: En stor tall med en små tall for eksempel.
> Mari: ja, eh, miks, bland.
> Mari: Nesten sikker jeg skal sette her 5, skal bare her 1, skal sette her, hmmmm, 6

Her foreslår Adam at dei berre skal plassera tal i rutene, og at alle tre skal prøva, då han ser ut til å tenkja at det vil føra til ein raskare løysingsprosess dersom fleire forsøker samstundes. Det Adam kanskje ikkje reflekterer over er sjansen for at dei prøver på dei same rutenetta, i og med at det førebels ikkje er lagt nokre rammer eller strategi for kven som skal prøva ut kva. Før dei to jentene byrjar å diskutera moglege strategiar forsikrar Oda seg om at ho har forstått oppgåva riktig, med at alle tal kan brukast ein gong, og at alle tre tal som gir ein kombinasjon horisontalt, vertikalt eller diagonalt skal gje same sum. Då dei også har fått på plass at summen kjem av addisjon, er dei klare for å leggja ein strategi.

Her nyttar jentene seg aktivt av den multifunksjonelle og diskursive representasjonen munnleg forklaring (Duval, 2006, s. 109), for å konstatera for andre og seg sjølv at dei har rett forståing av omgrepa dei møter i oppgåveteksten. Dei vekslar så mellom å prata om kva dei gjer og å skriva det ned i rutenett, som er ein monofunksjonell, ikkje-diskursiv representasjon (Duval, 2006, s. 109). Dei byrjar så vidt å koma inn på verdien til tala dei vil nytta seg av, og at plassering av dei ulike verdiane naturlegvis vil ha noko å seia for kva sum dei endar opp med, og er så vidt byrja med nedbrytinga av problemet.

Etter kvart kjem læraren og spør gruppa korleis det går og kva dei har gjort så langt. Dei fortset å jobba litt vidare, og etter kvart byrjar dei å reflektera over det dei har gjort på oppgåva:

> Mari: Vi plassere en i midten og prøve at vi skal få 11 alltid, fordi da vi kan ta 8 og 2, 7 og 3, 6 og 4, men vi ikke få til 5 og 9.
>
> Adam: Okey men viss vi tenke vi har tallene, vi har 9 og 1 som stor og minst, så det til sammen blir 10, og nå 1 er brukt opp så vi kan ikkje ta 11. Fordi på grunn av 9 + 1 blir 10 så vi har pluss to det minste, så vi har 12. Så det er det minste. Derfor summen må være mer enn 11.
>
> Mari: På hvilken linje?
>
> Adam: På alle linje, bare tenk på det. Og vi har prøvd 11, men vi kan ikkje det.
>
> O: Ja for du seie at 9+1+2 da e da minste som går sant?
>
> Adam: mhm.
>
> O: okey, men viss du har brukt 9,1 og 2, og du skal ha 8, du kan ikkje plussa 8 med 1 eller 2, så du må plussa 8 med 3 og 4 då, viss du har brukt opp 9, 1 og 2.
>
> Adam: Mhm. Så vi kan ikkje ha 12 heller.

Mari: Har du prøv mer med 14?

Elevane nyttar seg framleis av representasjonar innan det Duval (2006) kallar det multifunksjonelle system, og skildrar det dei gjer munnleg (diskursivt) og ved å skriva inn tala i rutenett (ikkje-diskursivt). Etter at Mari har presentert korleis ho tenkjer at summen 11 kan vera passande, kjem Adam med ei god forklaring som i høg grad syner omgrepsforståing av den aktive forma. Han nyttar seg av kunnskapen han har om tala som skal plasserast i rutenettet for å forklara at 11 ikkje kan vera ein mogleg sum, då det høgste og lågaste talet bør kombinerast for å få ein lågast mogleg sum, og at det nest lågast talet, to, vil føra til ein sum over 11. Elevane har allereie brutt ned problemet til å handla om å fyrst finna ein mogleg sum som kan gå opp med dei tala dei har. Nedbryting og abstraksjon er difor ein del av det algoritmiske aspektet i løysingsprosessen her, då dei bryt ned problemet og dreg ut det essensielle med tanke på kva dei skal finna ut av (Shute et al., 2017, s. 153).

Eg høyrer etter på kva Adam fortel jentene, og stiller kontrollspørsmål for å forsikra meg om at eg har forstått kva han prøver å seia. Då han så har kome fram til at summen minst må vera 12, stiller eg spørsmål for å hjelpa han på vegen vidare mot å undersøka om dette kan vera ein gyldig sum. Her kjem han fort fram til at det også vil bli for lite, og Mari og Oda koplar seg på og spør om han har prøvd med summen 14. Her kan det virka som at jentene er overtydde, og at det Adam legg fram vert godteke som ei sanning, då han kan argumentera for kvifor 11 og 12 *ikkje* er moglege summar. Her nyttar han seg av ei munnleg forklaring, som er spesifikk på ein slik måte at han kan bevega seg frå det multifunksjonelle til det monofunksjonelle system ved å skriva ned påstandane som ei form for eitt bevis.

Adam syner ei aktiv omgrepsforståing gjennom forklaringa si av summar som ikkje er moglege med dei tala dei har til disposisjon, då han klarar å løysa delproblem ved oppgåva gjennom kunnskapen han har. Han går inn på korleis rutenettet fungerer med tanke på at tre tal alltid må summerast, og at det ikkje kan plasserast tal vilkårleg. Han glir til dels over i det å konstruera algoritmar, som i teorikapittelet er skildra som å laga logiske instruksjonar for å utarbeida ei løysing på eitt problem (Shute et al., 2017, s. 153).

Etter at dei tre elevane har arbeidd vidare med oppgåva ei stund, kjem Adam med eit forslag om å nytta seg av 15 som sum. Dei arbeider litt vidare før Mari spør om han har kome fram til noko. Adam reflekterer så vidare om det er andre delar av oppgåva som han ikkje heilt har skjønt, før eg kjem og hjelper dei litt på vegen vidare.

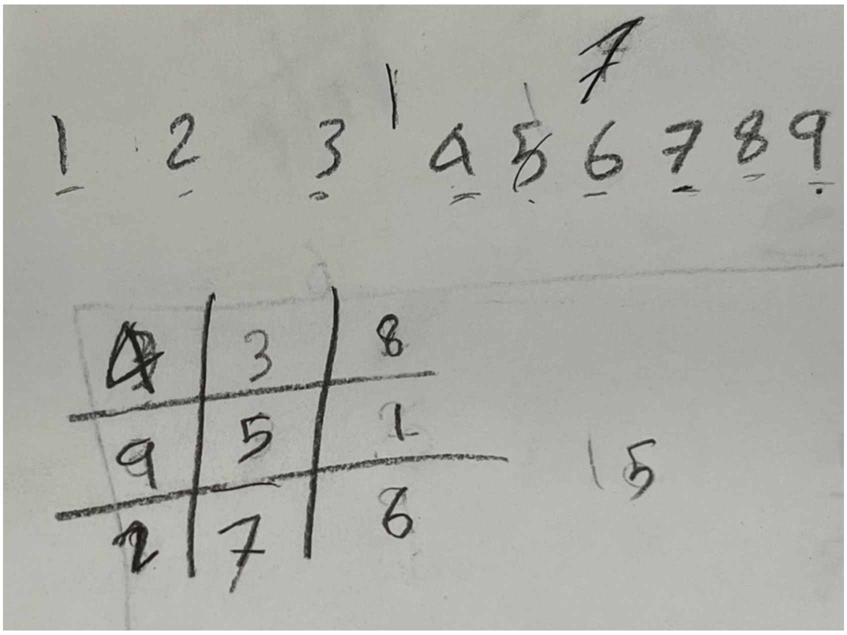
> Adam: 15 passe om du prøve å regne. Det passer vertikal, horisontal og ja.
>
> ...
>
> Mari: Fant du noe?
>
> Adam: Nei. Det må finnes en prinsipp, vi kan ikkje berre regne den om igjen og om igjen og bare få feil hele tiden. Så det betyr at det kanskje finnes en regel som kan hjelpe oss.
>
> O: Altså du har jo tallene 1-9, så da finst jo nokon tal som er lurare å bruka oftare enn andre.
>
> Adam: 5. Den er midt imellom. 4 eller 5.
>
> O: Ja da e midt i mellom, e da noken tall som ikkje e så lure å bruka ofta?
>
> Adam: 9 og 1. Fordi det er det høyeste og det laveste. Så derfor jeg ikke vil bruke det så mye.
>
> O: Ja, og kor vil du plassera tall som du ikkje vil bruka så ofta i detta rutenettet?
>
> Adam: På kanten, på kant.
>
> O: Ja på kanta, ja så du tenke så lenge dei ikkje er i midten, da er da du seie?
>
> Adam: Ja, jeg tror det.

No ser det ut som at det kan byrja å gå opp eitt lys for Adam som fortel kva for tal han vil bruka oftast og sjeldnast mogleg i rutenettet, og eg prøver å få han inn på kva for fysiske posisjonar som kan vera lure å velja i samband med dette. Han forklarar vidare at han vil nytta 4 eller 5 i midten, og 1 og 9 vekk frå midten. Men når eg spør han om kantane ser det ut som at han tenkjer det også kan vera hjørna, og ikkje oppdagar at hjørna må nyttast i tre og kantane i to kombinasjonar. Det kan tyda på at Adam si forståing av kant gjerne ikkje sit fremst i hjerneborken. Hadde eg teikna ein figur til han og fått han til å peika på ein kant (presentert ein multifunksjonell, ikkje-diskursiv representasjon (Duval, 2006)) hadde han kanskje ikkje gått for hjørnet, men reint multifunksjonelt, diskursivt plukkar han ikkje dette opp direkte, som er teikn på ei passiv omgrepsforståing av omgrepet kant, ut i frå slik Haug & Ødegaard (2014, s.780) definerer det.

Elevane arbeider stille vidare med rutenetta sine og jobbar med summen 15 som utgangspunkt ei god stund før Mari byrjar å prate med seg sjølv. Eg går bort når eg oppdagar dette og høyrer etter på kva ho seier. Mari kjem omsider fram til ei mogleg løysing på oppgåva, og Adam vert med eitt interessert i å sjå kva ha har funne ut:

> Mari: Viss jeg brukte for eksempel 9 og 1 her, hmm, og så viss jeg skal ha 4 jeg skal velge 6 så jeg har 4 og 6 sammen. Viss jeg brukt her 3, sånne, det hmmm. Nei. Viss jeg var kommet til 4 og 6, det var her 4, 9, 6 det skal bli 15, og den også 15 og 15, så supert, vi har 7 og 3, jeg sette her tre og vi får 15, 3, 5 det blir 8 og 7 det skal være 15. 2, 7, skal være 9 okey, jeg har løste den! FINALLY.
>
> O: Har du løyst den?
>
> Adam: Kan jeg se?
>
> Mari: Jeg tror det skal være femten.
>
> O: Korleis kom du fram til det då?
>
> Mari: Jeg satte 5 i midt, og jeg prøvte, kan jeg bare vise her, 5 og jeg løste, og ja jeg først satte tallene 1-9 i rekkefølge, og jeg ta storeste med minste, og til jeg komme i midt, og når jeg sette de sammen, jeg prøve å ta hensyn til denne andre tallet jeg skal sette i.
>
> O: Ja, for du sa jo at då putta du fem i midten sant, også sa du at du fyrst brukte 1 og 9, så 2 og 8, så 3 og 7, og til slutt 6 og 4 på kvar si side av femtallet?
>
> Mari: Ja, for det bli 15 tilsammen.
>
> Adam: 5 + 10 alltid ja.

Mari viste til rutenettet og tala som ho hadde skrive i stigande rekkefylgje. Når ho seier at ho skulle ta omsyn til dei andre tala ho sette inn, trur eg ho viser til dei rekkene som ikkje inkluderer talet i midten. Metoden Mari nytta seg av då ho kom fram til ei løysing på problemet var å setja talet 5 i midten, og vidare plassera 9 og 1 på motsatt side av talet, 8 og 2 på motsatt osv. Dette er teikn på at ho nyttar strategi i løysingsprosessen, som kan tyda svakt på parallellisme, då ho held på med fleire talkombinasjonar samstundes, og til slutt plasserer «gjenverande» tal på ein hensiktsmessig måte.



Figur 4.5: bilete av det endelege svaret til Mari og tala 1 til 9 i stigande rekkefylgje.

Adam har ei stund vore inne på å grunngje for seg sjølv kva summar som kan vera gyldige her, og det kan virka som han i kommentaren på slutten (5 + 10 alltid ja) indirekte har forstått at par som summert vert 10 er lurt å setja på kvar si side av femtalet. Prinsippa som ligg til grunn for å koma fram til ei løysing verkar som har stått i fokus for gruppa stort sett heile vegen, og Mari viser igjen på slutten at ho tenkjer algoritmisk i samband med oppgåva då ho har ein konseptuell grunnmur som ser ut til å gjera ho rusta til å meistra oppgåva, som er slik Shute et al. (2017) definerer algoritmisk tenking.

4.3 Oppgåve 3

Spelet 21 var den tredje oppgåva i settet elevane fekk utdelt. Denne oppgåva var det berre gruppe 1 som rakk å byrja med. Gruppa brukte omtrent 40 minutt på denne oppgåva, i kontrast til dei 35 dei brukte samla på dei to fyrste.

4.3.1 Gruppe 1

Ole og Sara har brukt ca 5 minutt på å setja seg inn i oppgåva og forstå kva den spør etter, og korleis spelereglane fungerer. Dei har foreløpig spelt ein gong utan noko strategi i forkant, og framgangsmåten deira baserer seg på å spela, men og skriva ned ulike scenario der dei har spelarane A og B, og skriv ned kva for tal A og B vel i dei ulike scenarioa. No har nettopp læraren kome bort til dei, og det ser ut til at dei forsøker å utarbeida ein strategi.

Ole: Vi kan prøve, men en av oss må begynne alltid.

L: Det trenger ikke være sånn at den samme alltid begynner nei, i følge denne, men det kan være en god strategi å tenke sånn om dere skal prøve.

Ole: Okey A, B så må A begynne, og de sie alltid bare 1, så 1, 3, 5, da den skal si 21. Han misser.

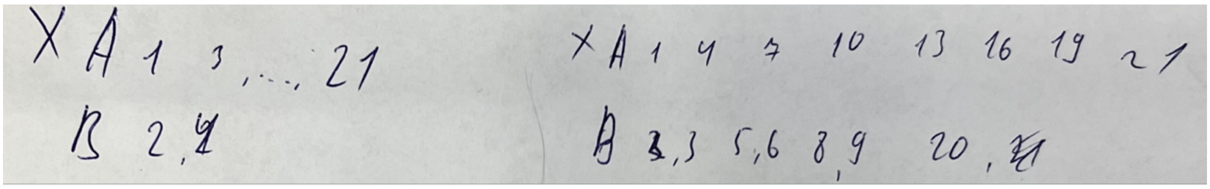
Ole: Ja også om den som begynne sie ett tal, mens den andre alltid sie to.

Sara: 10

Ole: Så pluss 3

Sara: 13.

Ole: Ja okey så da han skal si 20, 21 men han ikke kommer til å si 21, det skal være vanskelig, det er for mye kombinasjoner.



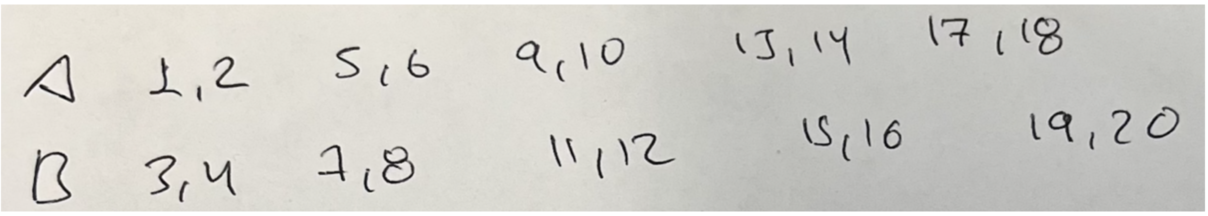
Figur 4.6: Ole sine notat frå tidleg fase av løysingsprosessen av oppgåve 3.

Over er eitt utdrag frå samtalen mellom Ole og Sara medan læraren fyl med på kva dei seier. Det er også eit utklipp frå korleis Ole noterer dei to forskjellige spela. Her vekslar elevane mellom å forklara det munnleg og notera det ned på eit kladdeark. Dei vekslar altså mellom diskursive og ikkje-diskursive representasjonar innan det multifunksjonelle og til dels det monofunksjonelle system (Bravo et al., 2007), då tala dei skriv ned kan fungera som ein framgang for å kjenna att mønster innan tal.

Ole syner ei aktiv omgrepsforståing innan konseptet oddetal, då han kan nytta seg av eigenskapane til oddetal for å kjapt konkludera med at den som startar spelet også må tapa dersom begge deltakarane berre seier eitt tal om gangen. Dei går taktisk til verks ved å prøva ulike mønster, og går frå at begge seier eitt tal om gongen til at ein seier eitt og den andre seier to tal. Her oppdagar dei at også det vil føra til tap, då dei godtek at spelar B berre seier eitt tal når hen kjem til 20 som vist i utklippet over. Dei viser at dei klarar å bryte spelet ned i reglar som omhandlar tala frå 1 til 21, og syner her nedbryting innan algoritmisk tenking. Dei konstruerer vidare algoritmar basert på ulike strategiar i spelet, og ser kva som kan føra til seier, og kva som ikkje gjer det. Dei ser likevel at sjølv om dei legg “reglar” for kva person A og B har lov til å seia, så kan ein spelar vika frå reglane dersom hen ser at ein mogleg seier er i sikte. Dei viser difor at dei forstår at spelet er meir innvikla fordi det avheng av to spelarar, og ikkje berre eigen innsats. Sidan dei testar ulike måtar å setja saman tala for å koma til 21 på, syner dei også ei form for feilsøking og iterasjon, då designprosessen allereie har blitt gjennomført to gongar i arbeidet med å finna ei løysing (Shute et al., 2017, s. 153).

Elevane ser på dei to moglege utfalla spelet kan føra med seg, og læraren spør dei om korleis dei to måtane speler seg ut. Elevane merkar seg dette med at motstandaren plutseleg kan gå ut av mønsteret sitt, og at det er vanskeleg å sjå kva som vil skje vidare. Då spør læraren kva for tal som kan vera lure å landa på, og dei seier at 19 og 20 kan vera ein plass å «starta»:

> L: Ja, men den foran kan jo hindre at du får lov til å si 20 da. Hva skjer viss man sier to og to tall hele veien da? Hva merket dere da?
>
> Ole: Kanskje vi kan prøve å spille bare?
>
> L: Ja, det tror jeg er en lur ide.
>
> ... (elevane speler og skriv ned)
>
> L: Okey. Hvem må si 21 i dette tilfellet? Nå har A begynt å si 1 og 2 også ender B opp med å si 19 og velger å si 20.
>
> Sara: 17 må vi ha.
>
> L: Så viss A hadde valgt å bare si 17, og ikke sagt 17, 18. Hva hadde B gjort da? Hadde B sagt 18, eller 18 og 19?
>
> Ole: Han må velge begge, men uansett han skal tape. Så viss han svare 18, da kan A si 19, 20, viss han sier 18,19 da kan A si bare 20.
>
> L: Mhm, så det er veldig lurt å få sagt 17 i hvert fall.
>
> Sara: Mhm, fordi viss B sier 18, han kan si 19,20, så tapt, men viss B sier 18,19, A kan si 20 og da tape han også.



Figur 4.7: Utklipp frå kladdeark oppgåve 3 gruppe 1.

Ole og Sara fortset å halda seg til dei same representasjonane, og dei noterer ned ulike utfall av spelet, truleg for å få ei oversikt over kva dei har snakka om. Læraren fungerer som ei god støtte ved å visa til ulike utfall dei ser føre seg, og prøva å få dei til å sjå kva for manipulasjonar motstandaren kan gjera for å vinna – kva trekk som er smarte for å vinna sjølv. Både Ole og Sara syner ei aktiv omgrepsforståing – dei nyttar seg av omgrepet i møte med nye fenomen for å finna svar på nye problem (Bravo et al., 2007), då dei nyttar seg av talmønster dei kjenner frå før for å sjå på potensielle utfall av spelet og kva som kan vera fordelar og ulemper.

I utklippet over er ein mogleg runde vist ved bruk av bokstavar og tal, og det ser ut til at dei forsøker å finna noko generelt ut i frå deira konkrete spelerundar. Dei nyttar abstraksjon i den grad at dei trekker ut moglege mønster (Shute et al. 2007) frå individuelle trekk i spelet, og nyttar dette vidare til å sjå på kva for konsekvensar tidlegare val i spelet har for resultatet - altså tap eller vinn. Elevane er frampå med tanke på å forsøka å finna eit passande mønster, og dei jobbar mot å finna ein generell strategi for spelet.

Læraren spør så Ole og Sara om det er noko dei kan gjera for å få seia talet 17, slik at dei vidare kan seia talet 20 for å unngå å tapa, og forklarar dei kva ordet «strategi» som er nytta i oppgåveteksten tyder spesifikt for denne samanhengen. Elevane fortset å sjå på kva tal som kan vera lure å få sagt som eit trekk før talet 17, då dei nettopp har konstatert at det er naudsynt for å vinna:

> L: Ja da kan vi sikre oss at vi vinner, fant dere ut av, kan vi prøve å finne en måte hvor vi kan sikre oss tallet 17? Er det tall vi må si for at vi kan si 17?
>
> Ole: Vi må si 14.
>
> L: Hvorfor tenker du at vi må si 14?
>
> Ole: Fordi at hvis vi sier 14, og han svare 15, vi kan si 16,17, og hvis han svare 15,16, vi kan si bare 17. Så 14 er hva vi trenger for å si 17.
>
> L: Mhm, men viss du sier 14,15
>
> Sara: Den andre kan si 16,17
>
> Ole: Så du må stoppe på 14, da du har mulighet å si 17, da har du mulighet å si 19, da kan du vinne.
>
> L: Oi, no e vi inne på noe her, da tror jeg dere skal få tenke litt.

Ole: Så, la oss bare skrive, 19,20, så vi må ta 19, og etter 19 vi må ta 17, og etter 17 vi må ta 14, hvordan vi kan få 14?

Sara: Vi må få ha 11.

Ole: 11, ja, 11 og 8.

Sara: Ja 8 det er riktig. 5?

Ole: Også 2.

Sara: Ja så den som sier 1,2 skal vinne. Så den som kan begynne.

Elevane har no utarbeidd ei røff skisse til ein strategi for å vinne, og har tala i hovudet, men har kanskje ikkje identifisert eitt konkret mønster enno. "Så du må stoppe på 14, da du har mulighet å si 17, da du har mulighet å si 19, da du kan vinne." I denne uttalen viser Ole at han har identifisert ei form for eitt mønster, men det er ein liten feil der han seier at det er eitt mål å seia 19 og ikkje 20. Vidare nyttar dei tidlegare trekk: 20, 17, 14 til å jobba seg nedover og finna dei resterande tala som kan vera hensiktsmessig å seia for å vinna spelet. Dei har no oppdaga eit talmønster ved bruk av forståinga av spelet, og finn fort tidlegare tal basert på dette. Dei nyttar framleis abstraksjon frå det konkrete og nyttar dette for å koma vidare i oppgåva. Elevane ser førebels berre på ei mogleg talrekke som vil gje ein garantert seier, som er eit teikn på at dei framleis ser på brotstykke av problemet før dei samlar trådane i problemet til slutt.

Elevane skildrar framgangsmåten til læraren som så kjem med ein kommentar på den moglege løysinga deira. Ho spør spesifikt etter eitt mønster, noko Ole kjapt svarar på, og det kan virka som at han har funne mønsteret før han fann alle tala, nettopp for å koma fram til talrekka:

L: Mhm, så dere mener at vi er nødt for å si 2, 5, 8, 11, 14, 17, 19/20? Må man si 19?

Sara: Nei.

Ole: Du trenger si 20, eller kanskje også 19.

L: Kan dere se noe mønster?

Ole: 3, 3, 3, 3.

L: Hva mener du med 3, 3, 3, 3?

Ole: Hver andre nummer er større på tre.

L: Ja, ja, det er jeg enig i. Okey, vi spiller en gang til, også følger dere litt med på hva jeg velger og hva dere velger.

Læraren og Ole spelar to rundar mot kvarandre, der Ole byrjar kvar gong. Den fyrste runden seier læraren alltid eitt tal og Ole to tal, og den andre runden seier læraren alltid to tal og Ole eitt tal.

Ole: Vi må alltid telle tre.

L: Ja det må vi, vi må gå tre og tre. Men hvordan bestemmer du hva du skal gjøre?

Sara: Hvis du sier to tall, eg skal si en tall kanskje.

L: Oi, og hvis jeg bare sier ett tall da?

Sara: Da jeg skal si to tall.

Dei er framleis innan den munnlege representasjon og nyttar seg av mønstra dei har skrive ned tidlegare som støtte der det trengs. Både Ole og Sara syner at dei no ikkje berre har skjønt kva for talrekke som vil gje sikker seier, men også korleis dei kan tilpassa seg svara til motstandaren dersom den skulle veksla mellom å seia eitt og to tal. På den måten tyder det sterkt på at dei faktisk har identifisert eitt mønster, og forstått korleis det fungerer. Dei syner at dei forstår omgrepet mønster når læraren spør om dei har funne eitt, ved å skildra korleis det fungerer, i alle fall etter at dei speler to rundar med læraren.

Her kjem fleire delar ved algoritmisk tenking til uttrykk. Dei har bevegd seg bort frå nedbrytinga no og ser ut til å prøva å samla trådane att ved å nytta mønster i data dei har samla inn gjennom fleire spelerundar for å utvikla ein strategi. Dei har designa ein algoritme som fungerer for problemet gjennom fleire steg, og har tilpassa den gjennom fleire forskjellige scenario, som kan knytast til iterasjon i algoritmisk tenking, og er dermed innan fleire delar av algoritmisk tenking som skildra av Shute et al. (2017).

Heilt til slutt snakkar læraren med Ole og Sara om eitt endeleg svar på oppgåva, og dei fortel at det er mogleg å vinna uansett om du byrjar eller ikkje - så sant motstandaren din ikkje kan strategien:

Ole: Så den som sier to, han vinner. Viss man vet denne reglene.

L: Ja og hva er regelen deres.

Sara: Ja, viss du fikk 2, og den ene personen si en tall, du skal sia to tall, men viss den andre personen sier to, du skal si en.

Ole: Men viss du spiller mot en person som vet ikkje denne mønster og han sier to, kan du vinne enda.

L: Ja det kan man, hvordan kan man vinne da?

Ole: Viss du kan for eksempel seie 1,2?

L: 1,2.

Ole: 3

L: 4,5

Ole: ehm, 6,7

L: 8, 9

Ole: 10, 11, okey jeg har vunnet nå.

L: Ja fordi du har kommet inn i mønsteret ditt?

Ole: Ja, viss jeg komme inn i mønster.

Ole og Sara syner i utdraget over at dei har funne ei løysing på problemet, og at dei forstår kva dei må gjera for å vinna, uansett kva for trekk motspelaren gjer. Dei skildrar løysinga gjennom munnlege forklaringar, som diskursiv og multifunksjonell representasjon (Duval, 2006), og har synt gjennom forklaringar at dei har ei god forståing for omgrepet mønster, og tidleg byrjar å nytta seg av omgrepet for å finna ei løysing på oppgåva, som er typisk for ei aktiv omgrepsforståing i fylgje Haug & Ødegaard (2014, s. 780) Dei syner at dei har kome fram til ei løysing det tydar på som at dei ser som gyldig, noko som kan vera underbygga av elevane sine prosessar med feilsøking som tidleg sette i gang i løysingsprosessen.

Gjennom ulike aspekt ved algoritmisk tenking og bruk av diskursive og ikkje-diskursive representasjonar gjennom oppgåva har elevane kome fram til ei løysing på oppgåva. Dei har nytta seg av informasjon dei har funne i oppgåva, og ulike funn dei har gjort seg undervegs for å til slutt koma fram til ei løysing. Gjennom nedbryting, abstraksjon, algoritmekonstruksjon, feilsøking og iterasjon (Shute et al., 2017) har dei til slutt kome fram til eitt mønster og korleis det kan nyttast praktisk i rundar av spelet, basert på motstandaren. Dei byrja å prøva og feila tidleg, men fann fort nøkkelidear som dei bygde vidare på for å laga ein algoritme som fungerte for problemet, som kan kjennast att som abstraksjon i form av datainnsamling og analyse, å kjenna att mønster, og modellering (Shute et al., 2017, s. 153).

Innan algoritmekonstruksjon har det vore teikn til algoritmedesign (Shute et al., 2017, s. 153). Elevane laga løysinga på problemet ut i frå eitt mønster dei fann i spelet, som var gitt avhengig av motspelaren, og dermed er også rekkefylgja viktig. Feilsøking og iterasjon har gått hand i hand i utviklinga av ei løysing på problemet, då elevane har funne ut kva tal dei må unngå/treffa for at dei skal vinna spelet. Dei gongane dei har funne ut kva neste steg er for å finna ein vinnande strategi har dei spelt, og testa fleire gongar for å vera sikker på at det fungerer, noko læraren også bidrog med å få dei til å gjera ved å ta initiativ til å spela med dei – som igjen kan kjennast att som å støtta kunnskapsbygging (Scott et al., 2011, s. 16).

Dersom oppgåva hadde utfordra dei vidare, og bedt dei om å gjera det same for ei lengre rekke, eller dersom reglane var annleis med tanke på kor mange tal det er lov å sei etter kvarandre for kvar tur, trur eg den kunnskapen dei har opparbeidd seg i arbeidet med denne oppgåva kunne ha ført til ei betre «rustning». Om det er tilfelle har me også det sjette av dei seks aspekta ved algoritmisk tenking som nemnt i teorikapittelet, Shute et al. (2017), nemleg generalisering, som handlar om å overføra ferdigheitene innan algoritmisk tenking til nye problem for å kunna løysa dei meir effektivt. Undervegs i arbeidet med oppgåva nytta dei seg både av det diskursive og det ikkje-diskursive innan representasjonar, men haldt seg til det multifunksjonelle system (Duval, 2006). Dei syner ei aktiv omgrepsforståing rundt tal og talmønster, då dei klarar å nytta seg av eigenskapane til mønsteret for å koma fram til ein vinnande strategi.

Resultata oppsummert

Før eg set i gang å diskutera resultata mine vil eg oppsummera hovudfunna frå kapittelet kort ut i frå dei tre emna: representasjonar, omgrepsforståing og algoritmisk tenking.

Funn knytt til analysen er at elevane nyttar seg av representasjonar av multifunksjonell karakter. Dei nyttar seg mykje av munnlege forklaringar (diskursiv representasjon) og stort sett vert svara formulerte som ein ikkje-diskursiv representasjon (teikning, kladd eller mønster). Noko som var oppsiktsvekkande i løysinga til gruppe 2 på oppgåve 1 var at ei omdanning i representasjonar virka til å bidra til å finna ei ny løysing på problemet. Det kan likevel ikkje trekkast noko overordna konklusjon som seier at ei representasjonsomdanning alltid vil føra til framgang, då også elevane på gruppe 1, oppgåve 2, gjekk gjennom ei representasjonsomdanning, men ikkje viste framgang direkte knytt til dette. Som eg har vore inne på i metodekapittelet, kunne ei anna formulering av oppgåvene spelt inn på elevane sine representasjonsval, noko eg kjem inn på i diskusjonskapittelet att.

Oppsummert kan omgrepsforståing kjennast att på fleire måtar medan elevane arbeider med problemløysing. Det kan koma fram gjennom skifte av representasjonar, når læraren spør elevane på ein måte som får dei til å reflektera sjølve over det dei kan om omgrepa og gjennom dialog eller gruppesamtalar undervegs der dei må forklara oppgåva eller løysingar til kvarandre. På denne måten kan også ei låg omgrepsforståing kjennast att, dersom læraren er til stades og observerer/ høyrer etter på samtalane elevane har. Omgrepsforståing kan knytast til både representasjonar og algoritmisk tenking på ulike måtar, noko eg òg kjem tilbake til i diskusjonskapittelet.

Kjenneteikn på algoritmisk tenking som dukkar opp medan elevane arbeider med oppgåvene er det Shute et al. (2017) kallar nedbryting, abstraksjon, algoritmekonstruksjon, feilsøking, iterasjon og såvidt generalisering. Dette kjem fram gjennom elevane sine representasjonar og framgangsmåtar, samt korleis dei nyttar seg av eigenskapane til omgrepa som er skildra i oppgåveteksten. Dette er eit funn som kan tyda på at algoritmisk tenking kan ha ein samanheng med omgrepsforståing, representasjonar og problemløysing, som er ein tredje ting eg vil ta opp att i diskusjonskapittelet.

5 Diskusjon

Problemstillinga i oppgåva er som tidlegare nemnt formulert slik: «*Kva samanhengar er det mellom elevar si omgrepsforståing og arbeid med problemløysing?»* For å svara på denne har eg laga tre forskingsspørsmål som skal underbyggja arbeidet med å koma fram til eit svar på problemstillinga:

1) *Korleis vert representasjonar nytta når elevar arbeider med problemløysing?*
2) *Korleis kan omgrepsforståing kjennast att når elevar arbeider med problemløysing?*
3) *Kva for kjenneteikn på algoritmisk tenking kjem til syne når elevar arbeidar med problemløysing?*

Analysen i oppgåva har basert seg på funn i data som har blitt samla inn ved å gjera lydopptak av to grupper som har arbeidd med ulike problemløysingsoppgåver, for å sjå korleis elevar kommuniserer medan dei arbeider. Dette har vore utgangspunktet for å undersøkja dei tre forskingsspørsmåla som saman dannar grunnlaget for å svara på problemstillinga mi som presentert i kapittel 3.6.4, forenkla i figur 3.6. For å underbyggja resultata og visa relevans har eg knytt dei opp mot det teoretiske rammeverket som presentert i kapittel 2. Den baserer seg i hovudsak på Duval (2006), Haug & Ødegaard (2014) og Shute et al. (2017) sine tidlegare produserte rammeverk, og har munna ut i ei felles støtte eg har knytt funna i analyse- og resultatkapittelet mitt opp mot.

I dette kapittelet vil eg jobba for å finna svar på dei tre forskingsspørsmåla i oppgåva, som så vil knytast saman til eit svar på problemstillinga. Kvart forskingsspørsmål vil drøftast i lys av funn frå analysen, teori i oppgåva og tidlegare forsking. Når det er gjort vil diskusjon frå kvart av dei tre forskingsspørsmåla nyttast for å knyta dei saman og tilby eitt svar på problemstillinga før eg vil retta eitt kritisk blikk på oppgåva, og utbetringar som kunne ha vore gjort for at resultata skal bli meir fokusert mot problemstillinga.

5.1 Representasjonsbruk i samband med problemløysing

Medan elevane arbeidde med oppgåvene, var det noko variasjon i kva for representasjonar dei nytta seg av. Nokre representasjonsformer var likevel hyppigare brukt enn andre, slik som munnlege forklaringar, konkretar, kladdar og mønster. Desse representasjonsformene har til felles at dei er del av det Duval (2006) skildrar som det multifunksjonelle system, men varierer mellom å vera diskursive og ikkje-diskursive.

Sidan elevane arbeidde i grupper er det naturleg at det blei mykje munnlege forklaringar og samtale om oppgåvene i løysingsprosessen. Dette kan kjennast att som behandling av den diskursive, multifunksjonelle representasjonen munnleg forklaring (Duval, 2006), som i fleire omgangar førte til progresjon i oppgåveløysinga, slik som når Ole og Sara arbeidde med oppgåve 3 og jobba baklengs for å finna ein vinnande strategi på spelet 21. Gruppearbeid kan dessutan i fylgje Hiebert og Carpenter (1992) vera hensiktsmessig for å få fram kompetanse hos elevane, noko eg kjem nærare inn på i kapittel 5.4. Dersom elevane satt og arbeidde med ei oppgåve gjennom ikkje-diskursive representasjonar – slik som rutenettet når dei arbeidde med det magiske kvadrat – gjekk dei ofte tilbake til det munnlege for å høyra kva dei andre hadde gjort, eller dela strategiar dei hadde trua på dersom dei ikkje kom direkte vidare på eiga hand.

Eit interessant funn hos gruppe 2 på oppgåve 1 – iskrem – var korleis ei omdanning i representasjonar – frå å teikna kombinasjonane til å nytta post-it lappar som konkretar - førte til at dei fekk augo opp for ei ny mogleg løysing på oppgåva. Dei har ikkje i følge Duval (2006) bevegd seg ut av det ikkje–diskursive, multifunksjonelle system, men hatt ei intern omdanning i dette systemet. Dette funnet byggjer opp under Land et al. (2014) si tidlegare forsking då dei skildrar semiotiske representasjonar som eit hjelpemiddel til å byggja bru mellom det kognitive og fysiske domenet. Når elevane beveger seg over til å nytta den konkrete representasjonen, kan nettopp dette fungere som den brua.

Det er viktig at læraren bidreg med å få elevane gjennom overgangsfasen ved å bruka forskjellige semiotiske representasjonar for å skildra terskelomgrep slik at elevane kan utvikla den matematiske omgrepsforståinga (Land et al., 2014, s. 204). Overgangsfasen vert skildra som ei utfordring for elevane dersom dei ikkje har god støtte frå lærar (Land et al., 2014, s.

204), men i tilfellet over kan funn i datamaterialet tyda svakt på at elevane kryssar denne sjølv ved bruk av problemløysing, som så gjer at ei betra omgrepsforståing vert eit resultat av ei representasjonsomdanning.

I figur 3.6 vert ein samanheng mellom forskingsspørsmåla mine og problemstillinga presentert. Her vert representasjonar plassert i botn som ein slags grunnmur, og peikar på dei to andre forskingsspørsmåla. Det kjem av Duval (2006) sitt standpunkt som viser til problemet elevane i møte med oppgåver som krever algoritmisk tenking vil støyta på, dersom dei ikkje har evna til å forstå og sjølv endra representasjonsregister, og han peikar spesifikt på omdanningar (Duval, 2006, s. 122). I teorien er også det å nytta seg av ulike sider ved omgrep i matematikken sett på som naudsynt for å nå dei ulike aspekta ved algoritmisk tenking, som igjen vert sagt å bli tilgjengeleg gjennom representasjonar, og dei ulike moglegheitene forskjellige representasjonar tilbyr (Bravo et al., 2007).

Det er likevel også eksempel på tilfelle der ei omdanning innan representasjonar ikkje har ført til framdrift med oppgåva, slik som når Ole og Sara sluttar å kladda magiske kvadrat og heller byrjar å nytta post-it lappane slik at dei kan flytta tala rundt. Dette kan ha med det Land et al. (2014) skildrar som utfordrande for elevar i møte med nye utfordringar, då denne representasjonen ikkje direkte bidreg til ei brubygging mellom det kognitive og fysiske på same måte som det gjorde for Mari og Oda med iskremoppgåva.

5.2 Kjenneteikn på omgrepsforståing under arbeid med problemløysing

Basert på rammeverket som er presentert i kapittel 2.2, kan omgrepsforståing koma fram som låg, passiv eller aktiv (Bravo et al., 2007), som har vore forsøkt å avdekka hos elevane gjennom analyse- og resultatkapittelet. I dette delkapittelet vil eg forsøka å finna ut korleis omgrepsforståing kjem til syne medan elevane arbeider med oppgåvene, og byggja vidare på det som vart diskutert om representasjonar. I fylgje tidlegare teori/forsking som Stengrundet & Valbekmo (2018; 2019), Land et al. (2014) og Hiebert & Carpenter (1992) skal det eksistera ein tydeleg samanheng mellom representasjonar og omgrepsforståing.

Elevar kan syna omgrepsforståing gjennom bruk av forskjellige representasjonar for det same omgrepet (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3). I figur 3.6 er det plassert ei ekvivalenspil mellom forskingsspørsmål 1 og 2, som stemmer godt med slik Stengrundet & Valbekmo skildrar det. Eit eksempel på dette er når elevane på gruppe 2 nyttar seg av munnlege forklaringar på moglege kombinasjonar av is (oppgåve 1), før dei teiknar sirklar som representerer ulike smakar og til slutt overfører det til konkretar. Elevane syner i det minste ei passiv omgrepsforståing når dei klarar å nytta ulike representasjonar for same omgrep, og det er fyrst når dei nyttar betydninga av omgrepet til å løysa ei oppgåve at dei viser ei aktiv omgrepsforståing (Bravo et al., 2007). Eit eksempel på syntese, som går under det Bravo et al. (2007) skildrar som aktiv omgrepsforståing i analysekapittelet, er når elevane Ole og Sara arbeider med spelet 21, og Ole fort dreg ein konklusjon om at den som byrjar tapar dersom begge seier eitt tal kvar gong, og dermed syner han ei aktiv omgrepsforståing av mønster og oddetal.

Hiebert & Carpenter (1992, s. 75) skildrar omgrepsforståing som ei forutsetning for å kunna arbeida med problemløysing, men også problemløysing som ei forutsetning for å utvikla omgrepsforståing. I oppgåve 2 syner elevane på gruppe 1 at dei har god kontroll på omgrepa som vert nemnt i oppgåveteksten, noko som gjer dei rusta til å fort setja i gang med oppgåva, medan Mari og Oda på gruppe 2 treng noko meir omgrepsavklaring før dei kan byrja. Begge gruppene kjem likevel i gang, då gruppe 2 får ei kort forklaring på dei relevante omgrepa i oppgåveteksten. Dette syner at læraren kan bidra til utvikling av omgrepsforståinga til elevane gjennom å berre vera til stades, men det kan også gjerast på andre måtar, som ved å knyta det faglege til kvardagslege situasjonar for elevane som skildra av Haug & Ødegaard (2014, s.781) gjennom å støtta kunnskapsbygging. Dette forsøker læraren fleire gongar for begge gruppene på den fyrste oppgåva, då ho spør kva dei ville valt av iskuler dersom dei visste at den eine smaken var mykje betre enn alle andre, med hell på gruppe 2, med mindre hell på gruppe 1.

Eksempelet der elevane på gruppe 2 gjekk gjennom ei representasjonsomdanning og difor vidareutvikla løysinga si, viser at dei gjennom representasjonar får tilgang på omgrep gjennom arbeid med problemløysing. Dette er eit funn som kan tyda på at ekvivalenspila Hiebert & Carpenter set mellom problemløysing og omgrepsforståing kan ha noko føre seg. Då elevane på gruppe 2 etter ein del tid klarar å skilja mellom omgrepa smakar og kombinasjonar, kan det tyda på at ei nedbryting av oppgåveteksten fører til at oppgåva vert meir handterbar, noko som tyder på ein samanheng mellom representasjonane elevane nyttar seg av, forståing av vesentlege omgrep og fyrste fase i algoritmisk tenking. Dette kan vera eitt teikn på at algoritmisk tenking kan vera eit middel på vegen mot omgrepsforståing via problemløysingsoppgåver.

På oppgåve 2 – det magiske kvadrat – seier Adam at det er hensiktsmessig å nytta tala 1 og 9 sjeldnast mogleg, då dei vil trekka summen opp/ned. Han forklarar så at det er lurt å setja desse tala på kantar, men gjer ikkje eksplisitt uttrykk for at det ikkje gjeld hjørna. Dette kan vera eitt tilfelle der ei omdanning innan representasjonar – frå det munnlege til det visuelle – kunne ha hjelpt han i løysingsprosessen. Han har teikna eitt rutenett, men det kan tyda på at han ser på det som eit arrangement av tal, og ikkje som ein geometrisk figur sjølv om han dreg inn geometriske omgrep i diskursen sin. Eigenskapane til omgrepet kant kunne blitt klarare for han slik som Stengrundet & Valbekmo (2018, s.7) seier ved å nytta variasjonen i representasjonane aktivt i møte med problemet, for å nytta fleire sider av omgrepet.

5.3 Kjenneteikn på algoritmisk tenking under arbeid med problemløysing

Då trekk ved algoritmisk tenking kan bli nytta når elevar arbeider med problemløysing, ser eg dette som eitt relevant forskingsspørsmål til problemstillinga. På oppgåve 1 ser eg bort i frå gruppe 1, Ole og Sara, si algoritmiske tenking, då dei ikkje tok fatt på oppgåva som ei problemløysingsoppgåve slik Thorkildsen (2017) skildrar det, og det vart for enkelt å koma fram til eitt svar for dei.

På gruppe 2 såg det ut til at oppgåva var noko meir utfordrande og tidkrevjande, som gjer at den som skildra av Hagland et al. (2005) i større grad enn for gruppe 1 kan kjennast att som ei rik oppgåve. For denne gruppa kan nedbryting og til dels abstraksjon kjennast att. Nedbryting av eit problem i mindre delar, slik at delane ein står att med ikkje er tilfeldige, men element som bryt opp problemet slik at det ikkje er like vanskeleg å finna ei løysing (Shute et al., 2017, s. 153) skjer når elevane går gjennom ei omdanning i representasjonsform som skildra av Duval (2006, s.111) frå det munnlege knytt til teikning over til å bruka post-it lappane.

Når elevane nyttar konkretar kan det tyda på at ein meir visuell, handfast representasjon bidreg til å bryta ned problemet. Dette kan tyda på abstraksjon på same måte som Gjøvik & Torkildsen (2019) skildrar sorteringsalgoritmen, ved å abstrahera i form av å laga ein representasjon av noko fysisk. Måten algoritmisk tenking kjem fram for denne gruppa på er difor via representasjonar – spesielt ved overgangar, som kan tyda på ein samanheng mellom representasjonsbruk og algoritmisk tenking.

Kjenneteikn på nedbryting, abstraksjon, algoritmekonstruksjon, feilsøking og iterasjon kan identifiserast i arbeidet til gruppene, i noko varierande grad. Nedbrytinga som er det å gjera eit komplekst problem handterbart med å dela det inn i mindre delar (Shute et al., 2017, s. 153), kan kjennast att ved at elevane gjer uttrykk for å skjøna at det vil vera 8 kombinasjonar som må gje same sum og at det er nokre tal som vil nyttast oftare enn andre i arbeidet med oppgåve 2. Det same gjeld for oppgåve 3, der elevane tidleg ser kva som ikkje vil vera tilstrekkelege metodar, då spelet avhenger av motspelar, og ikkje berre eigne val. Vidare er identifisering av mønster vesentleg i oppgåvene, som er ei form for abstraksjon som skildra i definisjonen til Shute et al. (2017). Eit anna eksempel på abstraksjon er når elevane nyttar modellering (ser på kva som vil skje framover i ulike scenario) der dei skriv ned ulike spelerundar og ser kva dei kan gjera for å vinna basert på trekka til motstandaren som vist i figur 4.7 på oppgåve 3 – spelet 21.

Algoritmekonstruksjon kjem til syne i oppgåve 2 og 3, ved at elevane nyttar seg av informasjonen oppgåvene gjer, og eigenskapane dei ulike omgrepa har, for å utarbeida ei løysing via fleire algoritmar - gjennom parallellisme og effektivitet. Automatiseringa ved algoritmekonstruksjon kan vera noko vanskelegare å avdekka når elevane arbeider med oppgåvene utan digitale hjelpemiddel, noko Gjøvik og Torkildsen (2019) og nemner i sin artikkel, men Rekstad (2021) skildrar det som eitt av tre aspekt som kan koma fram i aktivitetar utan digitale verktøy. Måten Rekstad (2019) skildrar dei fem aspekta for algoritmisk tenking er likevel noko annleis enn det rammeverket som er nytta for denne oppgåva, og kan i større grad minna om effektivitet under algoritmekonstruksjon slik Shute et al. (2017) definerer det. Å leggja ein strategi for korleis ei oppgåve kan løysast enklast og raskast mogleg er noko som kan identifiserast i funna i denne oppgåva, som gjer at funna til Rekstad (2019) likevel kan samanliknast og stemma over eins med funna mine.

Overgangen frå dei initierande rundane til dei siste for elevane på oppgåve 3 kan vera eit teikn på iterasjon, då designprosessane til elevane vert gjentekne heilt til dei når ønska mål som samsvarar med slik Shute et al. (2017) definerer det. I dette arbeidet kan og Shute et al. (2017) sin definisjon på feilsøking også klassifiserast, då elevane gjennom feil dei oppdagar vidareutviklar dei rekkene dei allereie har laga. Generalisering er gjerne den delen av algoritmisk tenking som dukkar opp minst, om i det heile teke, då Ole nytta seg av omgrepet kombinasjonar vidare i oppgåve 2. Dette kan tyda svakt på at ei betra forståing av dette omgrepet har ført til at han får drege ut essensen og tek det med seg vidare i møte med nye oppgåver, som igjen kan tyda på ein samanheng mellom omgrepsforståing og algoritmisk tenking.

5.4 Forskingsspørsmåla sett i lys av kvarandre

I dette underkapittelet vil eg forsøka å fletta det som er blitt lagt fram tidlegare i diskusjonen på ein slik måte at det kan tilby eitt svar på problemstillinga i oppgåva: «*Kva samanhengar er det mellom elevar si omgrepsforståing og arbeid med problemløysing?»*

Som vist i figur 3.6, har eg tenkt at dei tre forskingsspørsmåla på ulike vis kan knytast til problemstillinga. Både representasjonsbruk og algoritmisk tenking er her skildra som relevant for å kunna syna omgrepsforståing. Elevane nyttar seg mykje av munnlege representasjonar, og når dei arbeider i grupper slik dei har gjort i dette studie, vert det også snakka meir om oppgåva. Dette var eit funn i studiet til Hiebert & Carpenter (1992) som oppdaga at å la elevane arbeida i grupper gjorde at det var lettare å leggja fram ideane sine. Gjennom desse munnlege representasjonane har elevane nettopp gitt uttrykk for korleis dei tenkjer og kommunisert med kvarandre for å koma vidare med oppgåvene. Det hendte at ein omdanning innan representasjonar gjorde at elevane oppdaga ei ny løysing på eitt problem gjennom oppdaging av eitt nytt mønster, som gjer at ein kan dra ei vag linje mellom representasjonar og algoritmisk tenking – spesifikt mellom representasjonsomdanning og abstraksjon i form av å kjenna att mønster. Ein kan vidare dra ei line til omgrepsforståing ut i frå Bravo et al. (2007) sitt rammeverk som skildrar omgrepsforståing av den aktive sort som det å nytta omgrepet i kommunikasjon rundt eitt nytt problem. Her kan det seiast at å byta mellom representasjonar med hensikt om å nytta forskjellige eigenskapar ved omgrepet for å finna ei løysing på problemet, knyt omgrepsforståing til både representasjonar og algoritmisk tenking i form av nedbryting, abstraksjon og til dels algoritmekonstruksjon.

Eit mogleg kjenneteikn på omgrepsforståing medan elevane arbeider med problemløysing er at det vert nytta fleire representasjonar for same omgrep, og at dette opnar for at eleven kan sjå fleire løysingar ved bruk av omgrepet. Det knyt omgrepsforståing til representasjonar, som er grunnen til at pila i figur 3.6 er ei ekvivalenspil. Ei aktiv omgrepsforståing bidreg til å lettare kunna bryta ned ei oppgåve, som igjen viser til at omgrepsforståing og algoritmisk tenking heng saman, og at eleven effektivt finn ut kva essensen er i ei oppgåve kan visa til ei omgrepsforståing av den aktive typen. Omgrepsforståing kan kjennast att når elevane nyttar seg av munnlege forklaringar, og her kjem også det å støtta kunnskapsbygging frå læraren inn. Dette kan vera ein fin måte å retta opp i omgrepsforståinga til elevane, og bidra slik at den vert supplert til å omfatta meir enn den gjorde i utgangspunktet.

Samanhengar mellom omgrepsforståing og problemløysing kan seiast å omfatta omgrepsforståing som kan utviklast gjennom algoritmisk tenking, og at algoritmisk tenking er tett knytt opp mot problemløysing, også i fylgje Utdanningsdirektoratet (2019), Rodríguez-Martínez et al. (2019) og Lohne & Frankrig (2023). Ei omgrepsforståing kjem til uttrykk gjennom representasjonsbruk, og algoritmisk tenking i form av nedbryting kan òg seiast å botna i representasjonar. Representasjonar kan med andre ord fungera som ein grunnmur som gjer omgrepsforståing og algoritmisk tenking tilgjengeleg. Desse to kan byggja opp under kvarandre på ein slik måte at omgrepsforståing fordrar algoritmisk tenking og vice versa. Ei ikkje-eksisterande omgrepsforståing vil gjera det umogleg å bryta ned eitt problem som omfattar omgrep, og mangel på evna algoritmisk tenking, vil vera ein konsekvens av ei låg eller passiv omgrepsforståing slik Bravo et al. (2007) skildrar det. Algoritmisk tenking vert av Utdanningsdirektoratet (2019) skildra som å vurdera kva steg som må til for å løysa eitt problem, og Lohne & Frankrig (2023) nemner algoritmisk tenking som ei forutsetning for problemløysing.

5.5 Kritisk blikk

I dette kapittelet vil eg sjå på kva val eg kunne ha gjort annleis for rusta oppgåva betre til å svara på problemstillinga, og i kva grad mine funn er gyldige.

Det fyrste eg vil ta for meg er oppgåvene som vart nytta i datainnsamlinga. Dei kunne i større grad ha bidrege til å undersøkja omgrepsforståing på fleire måtar. Som nemnt har eg funne ein samanheng mellom representasjonsomdanningar, omgrepsforståing og algoritmisk tenking medan desse elevane arbeidde med problemløysingsoppgåver. Desse oppgåvene kunne ha vore meir retta mot ei omgrepsforståing ved å til dømes handla om funksjonar, då eg ser for meg at det i større grad kunne ha gjort at elevane nytta seg av ulike representasjonar.

Funksjonar er ein del av matematikkfaget 1P, og kan representerast ved bruk av til dømes grafar eller funksjonsuttrykk som igjen kan nyttast til å undersøka problemstillingar frå ulike perspektiv. Dette kunne eg ha knytt til kvardagslege hendingar og dermed også støtta kunnskapsbygging gjennom oppgåvene. Elevane *kunne* ha dratt inn dette sjølve på oppgåve 1 med å laga ein funksjon og ei grafisk framstilling for funksjonen, men dette tvilar eg på hadde kome sjølv uansett 1P – gruppe med mindre eg hadde formulert oppgåva annleis. Eg kunne eksempelvis bedd elevane om å finna eit funksjonsuttrykk som kunne vore nytta til å finna ut kor mange kombinasjonar som finst dersom dei kunne valt mellom x tal smakar på iskulene. Eit anna alternativ er å be elevane finna talet på kombinasjonar for 4, 10 og eventuelt 1000 smakar, som eg trur ville ha ført til at elevane hadde arbeidd for å finna eitt utrykk sjølve, og dermed fått fram representasjonar, algoritmisk tenking og omgrepsforståing på ein annan, gjerne tydlegare måte. Dette blir synsing frå mi side, men eg ser at det kan eksistera svakheiter med oppgåvene og korleis dei er formulert – også fordi elevane på gruppe ein, oppgåve 1, ganske tidleg sa seg ferdige og som nemnt truleg ikkje oppfatta oppgåva som særleg utfordrande.

Oppgåveformuleringa har truleg blitt påverka av det opprinnelege forskingsfeltet, då datainnsamlinga vart gjort med eitt anna fokus enn omgrepsforståing og problemløysing. I utgangspunktet ville eg sjå på gestar og problemløysing, som òg er grunnen til at det i vedlegget «Samtykkeskjema» står at elevane skriv under på å bli filma, som også har verka inn på oppgåveval. Då gestar blei sett fokus på var eg meir oppteken av å sjå korleis elevane forklarte kvarandre og uttrykte seg gjennom kroppsspråk, og det var ikkje like viktig kva for omgrep oppgåvene tok føre seg.

Eg vil og retta fokus mot korleis eg gjennomførte mi oppgåve som observatør, spesielt eitt tilfelle medan elevane arbeidde med oppgåve 2 – det magiske kvadrat. Medan elevane på gruppe ein jobba med å finna ut kva for sum dei burde bestemma seg for i oppgåva vart eg for ivrig på at dei skulle lukkast, og nærast gav dei svaret 15. Eg peikar spesifikt på eitt av fleire rutenett dei allereie har laga på kladdearket og seier at den er lur å arbeida vidare med. Då skjønar dei at det har med summen å gjera fordi eg spør eksplisitt kva sum dei fekk i det eksakte rutenettet. Her vert eg for opphengt i den didaktiske kontrakt og går sjølv i fella på det Winsløw (2006) skildrar som Topaze-effekten. Eg minkar krava til elevane på oppgåva, og tek frå dei sjansen til å koma fram til svaret sjølv, og kunnskapen som målet eigentleg er at elevane skal visa, fell bort (Strømskag, 2020, s. 56). Her kan eg difor ikkje seia noko om elevane på gruppa si evne til algoritmisk tenking i akkurat det steget, som gjer den delen av data mine ubrukande til å svara på forskingsspørsmål 3 og problemstillinga.

Det tredje og siste eg vil ta opp som kritikk til oppgåva er gyldigheita den har for elevar i 1P generelt. Eg har etter denne forskinga ingen grunnlag for å uttala meg om andre klassar eller elevar enn akkurat dei som var med i prosjektet. Likevel har forskinga gjort at eg no ser omgrepsforståing som viktigare enn før, og har fått innsikt i korleis den heng saman med representasjonar, algoritmisk tenking og problemløysing. Sjølv om dei spesifikke funna ikkje kan seiast å gjelda andre elevar, vil eg likevel tru med botn i tidlegare forsking og teori at det er viktig å nytta seg av varierte representasjonar i undervisning for å hjelpa elevane å underbyggja omgrepsforståing, og at ei aktiv omgrepsforståing er viktig for at elevar skal kunne ta i bruk eigenskapane til ulike matematiske objekt i møte med nye problem.

6 Konklusjon og vegen vidare

Formålet med denne studia har vore å finna ut korleis omgrepsforståing heng saman med elevar sitt arbeid med problemløysing. I utgangspunktet har eg tenkt at representasjonsbruk og algoritmisk tenking spelar sine roller, og at desse tre didaktiske aspekta heng saman når elevar arbeider med nettopp problemløysing.

Eg kan konkludera med at det finst samanhengar på tvers av dei tre forskingsspørsmåla og i retning problemstillinga ut i frå det datamaterialet eg sit med, og kan uttala meg om funna i den gruppa med elevar eg har vore saman med. Samanhengar som finst mellom elevar si omgrepsforståing og arbeid med problemløysing er difor at dersom dei har gode evner innan algoritmisk tenking, og klarar å nytta seg av representasjonar – gjerne fleire – i løysingsprosessen, så skin ei god omgrepsforståing gjennom. Dersom elevar som arbeidar med problemløysing har ei god omgrepsforståing, er dei betre rusta for å klara oppgåvene, då dei kan nytta seg av omgrepet sine fleire sider i løysingsprosessen. Her vil eg difor seia at det finst samanhengar då omgrepsforståing kan virka inn på kor godt elevar får til problemløysingsoppgåver, men at problemløysingsoppgåver også kan bidra til å auka elevar si omgrepsforståing gjennom representasjonsbruk – spesielt overgangar mellom representasjonar.

Til arbeidslivet vil eg ta med meg relevansen ei god omgrepsforståing har for elevane sine matematiske ferdigheiter, då det krevst for at elevane ikkje skal gå i lås dersom dei møter på ei formulering som er litt annleis enn den dei er kjend med frå før. Problemløysing og algoritmisk tenking har gjennom innføringa av LK20 lagt krav på større plass i matematikken i skulen, noko som gjer studiet relevant. I mi undervisning vil eg ta med meg dei resultata eg har kome fram til gjennom å nytta meg av ulike representasjonar i undervisninga for det same omgrepet slik at dei får sett det frå sine fleire sider. Eg vil jobba for å utarbeida oppgåver som legg opp til at dei må gjera det same, og nytta seg av eigenskapane dei ulike representasjonane kan gje omgrepet. Frå sjølve skriveprosessen tek eg med meg tolmod, som eg ser som ein nyttig eigenskap i arbeidslivet som lærar.

Med tanke på vegen vidare innan forskinga ville eg sett det relevant å forska på problemløysingsoppgåver. Med dette meiner eg å sjå på korleis oppgåver bør vera strukturert og formulert for å best mogleg bidra til elevar si omgrepsforståing og knyta fleire representasjonar til same omgrepet for å igjen utvikla ferdigheitene innan problemløysing hos elevane. Dette ser eg som relevant då det i den overordna delen for grunnopplæringa er presisert at elevar si kompetanse handlar om å bruka kunnskapar og ferdigheiter til å meistra utfordringar og løysa oppgåver i kjende og ukjende samanhengar (Kunnskapsdepartementet, 2017). Eit anna interessant forskingsfelt kunne vore å sjå på i kva grad gruppearbeid der elevar må snakka saman bidreg til ei auka omgrepsforståing, og samanlikna dette med kor godt den vert utvikla gjennom lærarproduserte forklaringar, eller gjennom sjølvstendig arbeid med oppgåver.

Kjeldeliste

Andersen, S. S. (2007). Kausalforklaringer i case-studier. *Tidsskrift for samfunnsforskning*, *48*(4), 591-605. https://doi.org/10.18261/ISSN1504-291X-2007-04-06

Bjørndal, C. R. (2017). *Det vurderende øyet: observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis*. Gyldendal akademisk.

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, *3*(2), 77-101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Bravo, M. A., Cervetti, G. N., Hiebert, E. H. & Pearson, D. (2007). From passive to active control of science vocabulary. I D. W. Rowe (Red.), *56th Yearbook of the National Reading Conference* (Bd. 56, s. 122-135). Literacy Research Association.

Brinkmann, S., Kvale, S., Rygge, J. & Anderssen, T. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (Bd. 2). Gyldendal Akademisk.

Căprioară, D. (2015). Problem solving-purpose and means of learning mathematics in school. *Procedia-social and behavioral sciences*, *191*, 1859-1864. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.332

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. I S Prediger & D. Wagner (Red.), *Educational studies in mathematics* (Bd. 61, s. 103-131). Springer. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Gjøvik, Ø. & Torkildsen, H. A. (2019). Algoritmisk tenkning. *Tangenten–tidsskrift for matematikkundervisning*, *30*(3), 31-37. https://tangenten.no/wp-content/uploads/2021/12/Tangenten-3-2019-Gjovik-Torkildsen.pdf

Grønmo, S. (2012). Kvalitative og kvantitative metoder: Begreper og distinksjoner. *Sosiologisk tidsskrift*, *20*(1), 85-91. https://doi.org/https://doi.org/10.18261/ISSN1504-2928-2012-01-06

Hagelia, M. (2021). Kjerneelementene–det virkelig nye i fagfornyelsen. *Bedre skole*, *2*. https://www.utdanningsnytt.no/bedre-skole-fagartikkel-fagfornyelse/kjerneelementene--det-virkelig-nye-i-fagfornyelsen/290318

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). Vad är problem? I B. Magnusson (Red.), *Rika matematiska problem* (s. 27-31). Liber.

Haug, B. S. & Ødegaard, M. (2014). From words to concepts: Focusing on word knowledge when teaching for conceptual understanding within an inquiry-based science setting. *Research in Science Education*, *44*(5), 777-800. https://doi.org/10.1007/s11165-014-9402-5

Hestenes, S. G. & Fossland, E. A. (2023). Fortviler etter endringar i matteundervisninga: - Kvifor skal vi halde på med dette? *NRK*. https://www.nrk.no/nordland/elever-er-frustrerte-fordi-de-ma-skrive-mye-for-a-lose-matte-oppgaver-i-matematikk-1.16408001

Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 65-92.

Justnes, C. N. (2018). Representasjoner i matematikk. *Realfagsløyper*. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-12/Hva%20er%20representasjoner%20i%20matematikk%2018.11.29_0.pdf

Krogsæther, V. M. (2023). *Algoritmisk tenking og undervisningsmodellen PRIMM-Eit studium av algoritmisk tankegang hos elevar når dei programmerer i Scratch* [University of Agder]. https://hdl.handle.net/11250/3078323

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del - verdier og prinsipper i grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk fellesfag vg1 praktisk (matematikk P) (MAT08-01) - Kjerneelementer*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat08-01/om-faget/kjerneelementer?lang=nob

Land, R., Rattray, J. & Vivian, P. (2014). Learning in the liminal space: A semiotic approach to threshold concepts. *Higher education*, *67*, 199-217.

Lohne, B.-J. & Frankrig, R. H. K. (2023). *Problemløsningsoppgaver i Scratch. En studie av elevers algoritmiske tenkning* [University of Agder]. https://hdl.handle.net/11250/3076244

Matematikksenteret. (2008). *NIM*. NTNU. https://www.matematikksenteret.no/l%C3%A6ringsressurser/barnehage/nim

Matus, P. (2018). Discursive representation: Semiotics, theory, and method. *Semiotica*, *2018*(225), 103-127. https://doi.org/doi:10.1515/sem-2017-0019

Meld. St 28 (2015 - 2016). *Fag - Fordypning - Forståelse - En fornyelse av Kunnskapsløftet*. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/

NCTM. (2014). *Principles to actions : ensuring mathematical success for all* (NCTM, Red.). National Council of Teachers of Mathematics.

Norén, E. & Thornberg, P. (2015). Normer og kommunikasjon i matematikklasserommet. *Realfagsløyper*, (11). https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-10/Artikkel%20Normer%20og%20kommunikasjon%20i%20matematikklasserommet.pdf

NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole - fornyelse av fag og kompetanser*. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf

Palm, K. & Stokke, R. S. (2015). Utforskende samtaler i flerspråklige klasserom. I K. Palm & R. S. Stokke (Red.), *Samtalens didaktiske muligheter* (s. 83-102). Gyldendal Akademisk.

Pennant, J. (2013). Developing a Classroom Culture That Supports a Problem-solving Approach to Mathematics. *nrich maths*.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Universitetsforlaget.

Rekstad, M. (2021). *Algoritmisk tenkning i matematikkopplæringen* [Høgskulen på Vestlandet]. https://hdl.handle.net/11250/2767859

Riese, H. (2022). Introduksjon: aksjonsforskning, kunnskapssyn og politisk innramming. I M. Ulvik, H. Riese & D. Roness (Red.), *Å forske på egen praksis: aksjonsforskning og andre tilnærminger til profesjonell utvikling i utdanningsfeltet* (Bd. 2). Fagbokforlaget.

Rodríguez-Martínez, J. A., González-Calero, J. A. & Sáez-López, J. M. (2019). Computational thinking and mathematics using Scratch: an experiment with sixth-grade students. *Interactive Learning Environments*, *28*(3), 316-327. https://doi.org/https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1612448

SamordnaOpptak. (2013, 19.12.2023). *Universitet og høgskole - 23/5 - regelen*. https://www.samordnaopptak.no/info/opptak/opptak-uhg/generell-studiekompetanse/23-5-regelen/

Scott, P., Mortimer, E. & Ametller, J. (2011). Pedagogical link-making: a fundamental aspect of teaching and learning scientific conceptual knowledge. *Studies in Science Education*, *47*(1), 3-36. https://doi.org/https://doi.org/10.1080/03057267.2011.549619

Shute, V. J., Sun, C. & Asbell-Clarke, J. (2017). Demystifying computational thinking. *Educational research review*, *22*(1), 142-158. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.edurev.2017.09.003

Stedøy, I. M. (2018). Utforskende matematikkundervisning. *Realfagsløyper*, (2). https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T2.P1.M3A%20Artikkel%20Utforskende%20undervisning_0.pdf

Stedøy-Johansen, I. M. Magiske kvadrater. *Matematikk.org*. https://www.matematikk.org/uopplegg.html?tid=65720

Stengrundet, S. & Valbekmo, I. (2018). Begrepslæring i matematikk. *Realfagsløyper*, (6). https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-11/T3.P1.M2A%20Begrepsl%C3%A6ring%20i%20matematikk_nybu.pdf

Stengrundet, S. & Valbekmo, I. (2019). Begrepslæring og begrepsforståelse i matematikk. *Realfagsløyper*, (3). https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-03/T3.P1.M2A%20Begrepsl%C3%A6ring%20og%20begrepsforst%C3%A5else%20i%20matematikk.pdf

Strømskag, H. (2020). Teorien for didaktiske situasjoner i matematikk: Et systemisk rammeverk for å utvikle og studere matematikkundervisning. I S.-M. Høynes & V. Nilssen (Red.), *Samtaleorientert matematikk: Et samspill mellom didaktiske og adidaktiske situasjoner* (s. 25-80). Fagbokforlaget.

Thorkildsen, S. H. (2017). Å undervise matematisk problemløsing. *Matematikksenteret*. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/MAM/Revisjon%2020-21/Modul%209/09%20Torkildsen%20A%CC%8A%20undervise%20Matematisk%20Probleml%C3%B8sing.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Algoritmisk tenkning*. Kunnskapsdepartementet. https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/digitalisering/algoritmisk-tenkning/

Valenta, A. (2016). Kognitive krav i matematikkoppgaver. *Matematikksenteret*. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/2022-10/Kognitive%20krav%20i%20matematikkoppgaver.pdf

Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L. & Wilensky, U. (2016). Defining computational thinking for mathematics and science classrooms. *Journal of science education and technology*, *25 (1)*, 127-147. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5

Winsløw, C. (2006). Didaktiske elementer. I O. Jørgensen (Red.), *En indføring i matematikkens og naturfagenes didaktik*. Biofolia.

Vedlegg

Vedlegg 1: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskingsprosjektet

Kommunikasjon og representasjonar i problemløysingsoppgåver?

Dette er eit spørsmål til deg om å delta i eit forskingsprosjekt der føremålet er å undersøkja korleis elevar nyttar ulike representasjonsformer for å leggja fram idear til medelevane sine gjennom arbeid med problemløysingsoppgåver. I dette skrivet får du informasjon om måla for prosjektet og om kva deltaking vil innebere for deg.

Føremål

I dette prosjektet vil eg sjå på korleis elevar kommuniserer seg imellom når dei arbeider med problemløysingsoppgåver i matematikk. Eg vil undersøkja om språk kan vera ei barriere for representasjonar og/eller ein fordel ved at andre representasjonsformer enn den verbale kjem tydlegare fram. Forskinga er del av masteroppgåva eg skal skriva i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Bergen som skal inn våren 2024.

Eg har ikkje landa på ei endeleg problemstilling til oppgåva foreløpig, men den vil vera noko som: «Korleis kjem ulike representasjonsformer fram når elevar arbeider i grupper for å løysa problemløysingsoppgåver i 1P?»

Foreløpige forskingsspørsmål:

- Korleis nyttar elevar ulike representasjonsformer for å gjera seg forstått til medelevar?
- Nyttar elevar gestar og kroppsspråk til å underbyggja den verbale representasjonen?
- Er det nokre representasjonsformer som kjem oftare til syne enn andre når elevane jobbar i grupper?
- Korleis kjem det til uttrykk om elevar som høyrer på andre elevar sine matematiske idear forstår godt/mindre godt i gruppearbeid?

Kven er ansvarleg for forskingsprosjektet?

Emma Brattli Djupevåg ved Matematisk institutt UiB er ansvarleg for prosjektet.
Inge Olav Hauge ved Høgskulen på Vestlandet er vegleiar for prosjektet.

Kvifor får du spørsmål om å delta?

Du og resten av klassen får spørsmål om å delta i dette prosjektet etter anbefaling frå din lærar som har sagt klassen kan vera eit godt utgangspunkt for å samla data relevant for mine forskingsspørsmål

Kva inneber det for deg å delta?

Dersom du vel å delta i prosjektet inneber det at eg er med for å observera ein skuletime, og at det vert teke videoopptak av deg saman med ei gruppe som arbeidar med problemløysingsoppgåver. Oppgåvene vil vera oppgåver du uansett ville fått av læraren din, og eg observerer/ tek videoopptak for å kunna sjå på korleis de har nytta representasjonar utover det verbale medan de løyser oppgåva de har fått.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Dersom du vel å delta, kan du når som helst trekkje samtykket tilbake utan å gje nokon grunn. Alle personopplysingane dine vil då bli sletta. Det vil ikkje føre til nokon negative konsekvensar for deg og ditt forhold til skulen/læraren dersom du ikkje vil delta eller seinare vel å trekkje deg.

Dersom du ikkje vil delta i prosjektet vil det vera lagt opp til eit alternativt opplegg for deg utanfor klasserommet når datainnsamlinga går føre seg.

Ditt personvern – korleis me oppbevarer og nyttar opplysingane dine

Vi vil berre bruke opplysingane om deg til føremåla vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandlar opplysingane konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det vil berre vera meg som student og min vegleiar som får tilgang til innsamla data. All data som blir samla inn vil lagrast i ein sikker database. Denne databasen heiter SAFE (Sikker Adgang til Forskningsdata og E-infrastruktur) og er ei løysing laga ved UiB for sikker behandling av sensitive personopplysningar i forskning.

I arbeidet med data vil du bli tildelt eit fiktivt namn, og det vil ikkje vera naudsynt for meg å lagra ditt personlege namn på noko måte utover den underskrifta du eventuelt leverer på dette skjema.

Du som deltakar vil ikkje kunne bli gjenkjent, då verken skulenamn eller annan informasjon vil bli gitt, og skulen vil bli omtala som ein skule i Vestland fylkeskommune. Som nemnt er det berre eg som student og min vegleiar som vil få tilgang til datamaterialet.

Kva skjer med opplysingane dine når vi avsluttar forskingsprosjektet?
Opplysingane blir anonymiserte når prosjektet er avslutta/oppgåva er godkjend, noko som etter planen er juni 2024. Masteroppgåva vil bli publisert med dei fiktive namna, men all innsamla video vil bli sletta.

Kva gjev oss rett til å behandle personopplysingar om deg?
Me behandlar opplysingar om deg basert på samtykket ditt.

På oppdrag frå Universitetet i Bergen, har personverntenestane ved Rette (system for risiko og etterleving) vurdert at behandlinga av personopplysingar i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettar
Så lenge du kan identifiserast i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i kva opplysingar vi behandlar om deg, og å få utlevert ein kopi av opplysingane,
- å få retta opplysingar om deg som er feil eller misvisande,
- å få sletta personopplysingar om deg,
- å sende klage til Datatilsynet om behandlinga av personopplysingane dine.

Dersom du har spørsmål til studien, eller om du ønskjer å vite meir eller utøve rettane dine, ta kontakt med:
- Universitetet i Bergen ved Emma Brattli Djupevåg, eller vegleiar Inge Olav Hauge.
- Vårt personvernombod: Janecke Helene Veim. Kontaktinformasjon: personvernombud@uib.no

Dersom du har spørsmål knytt til vurderinga av personverntenestene frå UIB, kan du ta kontakt med Inge Olav Hauge på epost: inge.olav.hauge@hvl.no

Venleg helsing

Prosjektansvarleg: Emma Brattli Djupevåg *Vegleiar: Inge Olav Hauge*

Samtykkeerklæring

Eg har motteke og forstått informasjon om prosjektet *Kommunikasjon og representasjonar i problemløysingsoppgåver* og har fått høve til å stille spørsmål. Eg samtykker til:

- ☐ at det vert nytta videoopptak av meg til datainnsamlinga
- ☐ at opplysningar som er gjort anonyme vil kunne publiserast i masteroppgåva

Eg samtykker til at opplysingane mine kan behandlast fram til prosjektet er avslutta.

(Signert av prosjektdeltakar, dato)