«Jeg har aldri jobbet så mye som nå, og så får jeg en treer, liksom?»

En studie av elevers læringsstrategier og overgangsvansker i møte med Matematikk 1T

Aleksander Willatz Bratlie

Masteroppgave i matematikkdidaktikk – MAUMAT650

Matematisk institutt

Universitetet i Bergen

20. november 2016

Sammendrag

Denne masteroppgaven handler om elevene som ved overgangen fra ungdomsskole til videregående skole opplever møtet med matematikkurset 1T som spesielt vanskelig. De elevene jeg studerer har på papiret et godt utgangspunkt og høy måloppnåelse i matematikk fra ungdomsskolen, og de er motiverte for å begynne på videregående skole og lære mer matematikk. Men i møtet med 1T opplever de en sterk nedgang i karakterer uten at de forstår hvorfor og de føler at de ikke er i stand til å gjøre noe med dette selv. Sitatet i oppgavetittelen er hentet fra et av intervjuene i studien, og er dekkende for den frustrasjonen flere av elevene føler på. Jeg har undersøkt læringsstrategier blant disse elevene, og studert om det er samsvar mellom elevenes bruk av læringsstrategier og deres besvarelse av et utvalg oppgaver på terminprøven og under intervju.

Dette er et mixed methods-studie, med hovedvekt på det kvalitative. Hensikten med studien var å avdekke spesifikke læringsstrategier og eventuelle lærevansker hos en nøye utvalgt gruppe fokuselever. Studien har kvantitative innslag ved at jeg undersøkte andelen av 1T-elevgruppen som hadde de ulike utgangspunktene, samt elevenes karakterutvikling tre måneder ut i 1T-kurset. Gjennom analyser av elevbesvarelser på terminprøven i 1T høsten 2015, isolerte jeg elever som var i målgruppen for denne studien. I tillegg avdekket jeg hvilke oppgavetyper elevene hyppigst løste feil, noe som la grunnlaget for oppgaveutvalget.

Hovedvekten av studien ligger på det kvalitative: Jeg gjennomførte intervjuer med i alt fem frivillige informanter. Gjennom spørsmål om mestring og motivasjon, læring og læringsstrategier, og løsning av et utvalg oppgaver, gav intervjuene interessant informasjon om informantenes forhold til matematikk og læringsstrategier. Gjennom analyser av transkripsjoner og oppgaveløsning, avdekket jeg at samtlige informanter hadde et begrenset forhold til læringsstrategier i matematikk. Informantene benyttet seg i stor grad av enkle strategier som tidligere hadde vist seg å fungere tilstrekkelig. De hadde vanskelig for å utvikle nye, effektive strategier på videregående skole og samtidig henge med i den relativt raske progresjonen i 1T-kurset, som for mange av informantene var uvant og problematisk. Resultatene kan ses i lys av relevant teori, om at det er sammenheng mellom elevenes bruk av læringsstrategier i matematikk, deres forståelse av hva matematikk er, og deres evne til å anvende tillært kunnskap i nye sammenhenger.

Forord

Da jeg startet på deltidsstudiet «Erfaringsbasert master i undervisning med fordypning i matematikk» høsten 2012, hadde jeg jobbet to år i videregående skole. Jeg følte jeg hadde havnet på rett hylle, men var ivrig etter å utvikle meg videre som lærer. Jeg hadde erfaringer fra undervisning som jeg ønsket å forske på, blant annet temaet som denne studien tar for seg. Nå står jeg ved veis ende. Det har vært en lang og tidvis krevende prosess å balansere et deltidsstudium på toppen av fulltidsjobb. Men den har vært en svært lærerik prosess, og jeg ser frem til å dele nyvunne erfaringer med kolleger.

Det er mange som fortjener en takk i forbindelse med denne studien. Først og fremst vil jeg takke min veileder Arne Jakobsen, som gjennom hele prosessen har vært engasjerende og gitt meg konstruktive tilbakemeldinger. Du har vært en svært god rådgiver og støtte, og bidratt til å gi studien den form og det innhold den har fått. Jeg vil i tillegg takke andre forelesere og veiledere på masterstudiet, Runar Ile, Christoph Kirfel og Mette Andresen, som har gitt mastersamlingene verdifullt innhold. Samtidig vil jeg rette en takk til mine medstudenter, særlig kull-12: Berit, Gerd Anne, Tor, Jarl Harald, Geir og Hogne, for tett og godt samarbeid gjennom mange år. Takk for mange gode middager i hyggelig lag rundt omkring i Bergen, takk for interessante diskusjoner og for deres bidrag til inspirerende samlinger.

Takk til arbeidsgiver som har lagt til rette for at jeg har kunnet gjennomføre studien. Takk til gode kolleger som gjennom hele prosessen har vært entusiastiske og interesserte, og spesielt takk til de tre som la forholdene til rette for meg, ga meg tilgang til sine terminprøvebunker, og lot meg forske på sine elever. Takk til de fem flotte informantene som villig stilte opp til intervju og lot meg forske på dem, uten dere hadde det ikke blitt noen oppgave.

Takk til familie og venner som har støttet meg underveis, og takk til Joakim for tak over hodet og hyggelig selskap i første fase. Ikke minst vil jeg rette en stor takk til min kjære Alli. Du har vært en fantastisk god støtte gjennom fire lange år, og du mistet aldri troen på meg. Du har tålmodig passet hus og vofser hver gang jeg har reist av gårde til seminar, og du har villig korrekturlest oppgaven. Uten din hjelp og støtte ville jeg ikke klart å fullføre dette.

Drammen, 20.11.16 Aleksander W. Bratlie

Innholdsfortegnelse

Figurer og tabeller

1 Innledning

1.1 Bakgrunn og motivasjon

Jeg har de fire siste årene undervist VG1-elever i Matematikk 1T. Hvert år erfarer jeg at mange elever synes overgangen fra matematikk på ungdomsskolen til 1T-kurset i videregående skole er særlig utfordrende. Jeg sitter med et inntrykk av at mange elever føler de ikke får uttelling for innsatsen sin, selv om de legger mye tid og arbeid i matematikkfaget, både på skolen og hjemme. Flere elever som kommer fra ungdomsskolen med høy måloppnåelse i matematikk, og som har en forståelse av at de har gode nok forkunnskaper, opplever å falle gjennom i møtet med de mange nye, utfordrende temaene som møter dem første gang i 1T.

Hvorfor møter enkelte elever disse utfordringene? Hvorfor gjentar mønsteret seg hvert år? Hva er det med enkelte elevers matematiske forståelse som skiller dem fra elever som klarer overgangen bedre? Skyldes dette faktorer som elevene selv – eller sammen med lærer – kan gjøre noe med, om de blir gjort oppmerksomme på dem?

1.2 Oppbygging av oppgaven

Videre i kapittel 1 gjør jeg kort rede for bakgrunnen for valg av tema, før jeg presenterer studiens problemstilling og forskningsspørsmål.

I kapittel 2 presenterer jeg relevant teori. Jeg starter med å definere læringsbegrepet. Videre tar jeg for meg ulike læringsteorier, før jeg begrunner hvilke læringsteorier jeg støtter meg på i denne studien. Deretter følger utfyllende teori om læringsbegrepet og tilknyttede begreper, og jeg ser på ulike måter å forstå hva læring er og hvordan læring oppstår. Jeg avslutter kapittel 2 med fyldig teori om læringsstrategier, som er et hovedfokus i studien.

I kapittel 3 presenterer jeg metode, og jeg begrunner hvorfor jeg har valgt en mixed-methods-studie med kvantitative innslag, men med hovedvekt på det kvalitative. Jeg beskriver videre gjennomføringen av studien. Særlig planleggingen og gjennomføringen av intervjuer blir detaljert beskrevet, da intervjuene jeg har gjennomført med et utvalg elever danner kjernen i denne studien.

I kapittel 4 presenterer jeg resultater og analyse. Denne delen er strukturert slik at jeg tar for meg de fem informantene etter tur, og presenterer analyser av intervjuer. Jeg analyserer først informantenes svar på innledende spørsmål, og deretter deres løsning av utvalgte oppgaver.

I kapittel 5 følger sammendrag av analyse, diskusjon og konklusjon. Jeg samler tråder fra analysedelen, og se på likheter og forskjeller mellom informantene. Videre setter jeg dette i sammenheng med relevant litteratur, før jeg avslutningsvis forsøker å trekke slutninger. Jeg drøfter også studiens validitet og reliabilitet.

1.3 Fokus, problemstilling og forskningsspørsmål

Flere tidligere studier har sett på overgangen enten mellom ungdomsskole og videregående skole, eller mellom videregående skole og høyere utdanning, og sett på generelle kjennetegn for matematikkvansker i overgangen mellom ulike utdanningsnivåer (bl.a. Ali, 2011; Clark & Lovric, 2009; Gueudet, 2008). Gueudet (2008) sammenfattet i sin studie tidligere forskning på overgangsvansker i matematikk, og hun kartla ulike årsaker til at mange elever og studenter strever i overgangen. Selv om hun fokuserte på overgangen mellom videregående opplæring og høyere utdanning, kan mye av det hun trakk frem overføres til overgangen mellom ungdomsskole og videregående skole. Blant annet trakk hun frem ulike måter å tenke på matematikk på, og hun vektla at måten lærebøker og lærere velger å presentere teori og oppgaver påvirker elevenes evne til å tenke bredt og anvende kunnskapen. Selv har jeg inntrykk av at mange av elevene som velger 1T-matematikk takler overgangen til videregående matematikk fint. Likevel opplever jeg hvert år at en gruppe høyt motiverte, på papiret sterke elever opplever møtet med 1T-kurset som spesielt vanskelig. I denne studien ønsket jeg å vie min oppmerksomhet til denne elevgruppen: Dette er elever som i utgangspunktet har god motivasjon og mestringsfølelse i matematikk, og som er vant til å få gode karakterer på ungdomsskolen. De føler selv at de arbeider godt i undervisningstimene, og de investerer mye tid i faget, på skolen og hjemme. Likevel faller de stadig gjennom på mer sammensatte oppgaver, som større prøver. Dette kommer særlig tydelig frem på større terminprøver.

Gjennom min egen erfaring har jeg inntrykk av at mange elever mangler den nødvendige evnen til å forstå komplekse oppgaver, sette ulike kunnskaper i sammenheng, og anvende teori (i motsetning til å bare flyte på innlært rutine). Elevene har, bevisst eller ubevisst, større fokus på kortsiktig læring og pugging, og mindre fokus på dybdelæring og forståelse. Dette er et inntrykk som støttes av mange forskere, blant dem Ali (2011), Lithner (2008) og Sierpinska (2000). Elever som mestrer mindre oppgaver og småtester, kan oppleve å falle gjennom på større oppgaver og prøver fordi læringen og forståelsen blir for overfladisk. En hypotese er at de elevene som faller gjennom i møtet med 1T-kurset, i større grad enn andre bruker enklere læringsstrategier, som viser seg å være utilstrekkelige for mer komplekse og sammensatte oppgaver. Elevene har innarbeidede teknikker og strategier som stort sett fungerer på det nivået som matematikkfaget ligger på inntil 10. klasse, med relativt stor grad av repetisjon av kjente temaer. Ved overgangen til videregående skole, og møtet med 1T-kursets nye, mer teoretiske temaer, fungerer ikke lenger det verktøyet elevene har med seg fra ungdomsskolen.

Min intensjon er ikke å finne en syndebukk, eller se på hva som burde vært gjort annerledes. Men jeg er interessert i at de elevene det gjelder blir bevisste sine egne begrensninger, slik at de selv kan gjøre noe med dem. Kanskje kan disse elevene få økt matematisk forståelse om de angriper oppgaver på en annen måte? Hva skal til for at de skal føle mestring, få en dypere forståelse av matematikk, og et bedre møte med matematikkfaget på videregående nivå? Mitt ønske og min motivasjon er å hjelpe disse elevene til å kunne hjelpe seg selv.

Dette leder gir følgende problemstilling:

- *Hvilke læringsstrategier går igjen hos elever som faller gjennom i møtet med matematikkfaget 1T i videregående opplæring?*

Problemstillingen leder til følgende forskningsspørsmål:

- *<u>Hva kjennetegner læringsstrategiene</u> hos elever som opplever matematikk i overgangen fra ungdomsskole til videregående skole som spesielt vanskelig?*
- *<u>Hvilke tanker</u> har disse elevene selv om sin situasjon? I hvilken grad er de bevisste på situasjonen?*
- *<u>Hvordan</u> kan disse elevene angripe oppgavene på en annen måte for å få økt forståelse og anvendelse av matematisk kunnskap? (Korrigerende tiltak.)*

2 Teoretisk forankring

Det finnes mye litteratur om hva læring er, og i denne oppgaven har jeg bare plass til et lite utvalg. Jeg vil starte med å definere selve læringsbegrepet. Deretter presenterer jeg ulike læringsteorier, før jeg begrunner hvilke jeg støtter meg mest på i denne oppgaven. Videre supplerer meg med øvrig teori om læring og læringsstrategier.

2.1 Læringsbegrepet

Alle har en viss forståelse av hva læring er. Men akkurat hva som ligger i begrepet, varierer. Imsen (2014) trekker frem en svensk undersøkelse der 90 personer ble bedt om å svare på hva de mente med læring (Säljö, 1979; sitert i Imsen, 2014). Utvalget bestod av ungdom og voksne med ulik utdanningsbakgrunn og erfaring. Säljö (1979) viste gjennom undersøkelsen at det fantes svært ulike forståelser av læring, som grovt kunne deles i følgende fem grupper:

1. Læring som økning i kunnskap
2. Læring som gjenkalling av informasjon
3. Læring som tilegnelse av fakta, som lagres og brukes i praksis
4. Læring som abstraksjon av mening
5. Læring som en tolkningsprosess

Gruppe 1 betraktet læring som å fylle på med kunnskap hos individet, tilsvarende å fylle vann i en kanne. Individet selv er passivt i læringsprosessen, og kunnskap er noe som kommer utenfra. Dette synet har visse fellestrekk med et behavioristisk rettet læringssyn. Gruppe 2 betraktet læring som å gjenkalle kunnskap, det vil si at individet lagrer kunnskap i hodet, og har evnen til å hente frem og reprodusere kunnskapen ved behov. Dette synet støttes opp av kognitivt orienterte læringsteorier. Gruppe 3 betraktet læring som noe som kan anvendes. Det som ses på som nyttig, er verdt å lære, og står i kontrast til det som bare pugges. Læring er for livet, og tilegnet kunnskap kan overføres til nye sammenhenger. Gruppe 4 så på læring som en konstruksjonsprosess, hvor individet omformer, plukker ut og setter sammen informasjon til en helhetlig enhet. Dette synet støttes av konstruktivistiske læringsteorier. Gruppe 5 så også på læring som en tolkningsprosess, men understreket at læring skal hjelpe individet til å tolke verdenen rundt seg: kunnskapen skal brukes til noe. Tilegnelsen av ny kunnskap er i seg selv et ledd i individets utvikling, og dets evne til å se tilværelsen på nye måter.

De nevnte fem forståelsene av læring er ulike, men har likevel fellestrekk. Imsen (2014) trekker frem tre gjennomgående aspekter ved forståelser av læring: For det første knyttes læring alltid til *kunnskap*, der innholdet er viktig. For det andre er læringen alltid en *prosess*, der det legges opp til at det skal skje noe. Og for det tredje har læring alltid en *funksjon*, i forståelsen at læring skjer fordi individet har bruk for kunnskapen. Jeg vil komme tilbake til ulike forståelser av læring senere i oppgaven, når jeg skal ta for meg mine fokuselevers forhold til læring og læringsstrategier.

Det finnes et utall ulike definisjoner av begrepet læring. Imsen (2014) illustrerer dette godt ved å trekke frem to ulike definisjoner: Den første definisjonen er fra Schunk (2014), som beskriver læring som *«en varig endring i atferd, eller i evnen til å handle på en bestemt måte, som et resultat av øving eller andre former for erfaring»* (Schunk, 2014; sitert i Imsen, 2014, s. 63). Den andre definisjonen er fra Moreno (2010), som beskriver læring som *«en relativt varig endring i mentale strukturer som skjer som et resultat av individets samspill med omgivelsene»* (Moreno, 2010; sitert i Imsen, 2014, s. 63). Jeg merker meg at Schunk (2014) og Moreno (2010) er samstemte i at læring medfører en varig endring gjennom samspill eller erfaring. Men de er uenige om hva som endres: Schunk (2014) fokuserer på det ytre, og vektlegger at det er atferden eller handlingen som endres. Moreno (2010) ser derimot på det indre, og vektlegger at læring henger sammen med endringer på individets mentale plan. Disse to definisjonene illustrerer at det finnes svært ulike syn på hva læring innebærer, her illustrert ved henholdsvis et behavioristisk og et kognitivt syn på læring. Dette samstemmer godt med at nevnte undersøkelse av Säljö (1979) gav hele fem ulike forståelser av læring. De ulike læringssynene jeg presenterer videre, vil illustrere dette ytterligere.

2.2 Læringssyn

I dette delkapittelet vil jeg kort presentere noen sentrale læringssyn, og ta for meg viktige fellestrekk og forskjeller mellom dem. Jeg baserer meg i stor grad på Imsen (2014), da jeg mener hun gjennomgår disse på en grundig og oversiktlig måte. Avslutningsvis vil jeg begrunne hvilke læringssyn jeg har støttet meg på videre i studien.

2.2.1 Behavioristisk læringssyn

Sentralt i et behavioristisk læringssyn står tanken om at alt er observerbart, og at også mennesket er en biologisk mekanisme, som følger gitte fysiske lover. Sentralt står også begrepene stimulus og respons: Det eneste observerbare er hvilken reaksjon (respons) en ytre påvirkning (stimulus) gir hos et individ. Vi kan ikke vite hva som foregår inne i individet i tiden mellom stimulus og respons, det er ikke målbart. Individet er som en maskin som mates med kunnskap og gir en viss respons, og man kan i utgangspunktet oppnå hva man vil, om man bare får riktig stimuli (Imsen, 2014). I klasserommet har behavioristisk tankegang særlig relevans når det gjelder disiplin og atferd. En lærers systematiske bruk av belønning (ros, gode karakterer) og straff (anmerkninger, varsler, melding til foreldre) er ment å forandre en elevs atferd i en ønsket retning. Høihilder (2014) trekker frem at behavioristisk tankegang også preger andre deler av skolehverdagen: Både tavleundervisning, pugging, leksehøring, testing og graderte karakterer kjennetegner et grunnleggende behavioristisk læringsperspektiv.

Sentralt blant behavioristisk orienterte læringsteorier står klassisk og operant betinging. Teorien om klassisk betinging ble utviklet av Ivan Pavlov i første halvdel av 1900-tallet. Gjennom forsøk studerte han hvordan hunder reagerte hver gang en bjelle ringte, fordi de assosierte lyden med at de skulle få mat. En i utgangspunktet nøytral stimulus var blitt en betinget stimulus, som fikk en betinget respons. Tilsvarende nevner Imsen (2014) hvordan småbarn ofte kobler hvite frakker med smerte, og derfor frykter leger. Også for en elev er det situasjoner som kan vekke angst og frykt: angst for å høres høyt, angst for å presentere for medelever, angst for å mislykkes på en prøve, eller angst for å skille seg ut i mengden.

Operant betinging skiller seg fra den klassiske hovedsakelig ved tidspunktet for belønning. Fokuset er rettet på det som skjer *etter* at en respons er avgitt. Hvis responsen etterfølges av en positiv forsterkning, styrkes sammenknytningen mellom stimulus og respons. I et eksperiment av B. F. Skinner ble en rotte plassert i en boks, og hver gang den tilfeldigvis var nær en utløserspak fikk den en godbit. Raskt ble rotten stadig mer bevisst sammenhengen mellom spaken og godbiten, og til slutt utløste den spaken bevisst i håp om å få noe godt. Responsen (berøringen av spaken) kom først, og ble fulgt opp av stimulusen (godbiten)

(Imsen, 2014). Dette er også overførbart til klasserommet: En lærers vurdering av et elevarbeid, eller medelevers tilbakemeldinger på en presentasjon, kan virke som respons og påvirke i hvilken grad eleven er komfortabel med å havne i en liknende situasjon igjen.

Behavioristisk læringssyn er gjerne knyttet sammen med ytre motivasjon. Fordi det indre følelseslivet til eleven ikke er målbart, er fokuset på de ytre påvirkningene eleven opplever. En elev har ofte ytre motivasjon for en oppgave, fordi han ønsker å få en god karakter på en prøve, få ros av lærer eller foreldre, eller gjøre det bedre enn sine medelever. I denne sammenhengen kan god karakter og ros være en ønsket, forventet respons, som gjør at eleven blir motivert for å jobbe med en oppgave.

2.2.2 Kognitivt og humanistisk læringssyn

Det kognitive læringssynet skiller seg fra det behavioristiske, ved at fokuset er på indre prosesser og ikke på det ytre observerbare. Tilhengere av kognitiv teori mener det blir for snevert å bare se på de ytre prosessene, fordi det skjer interessante indre prosesser i tidsrommet mellom respons og stimuli. Hvordan husker vi? Hvordan lærer vi? Hvordan organiserer vi kunnskapen? Imsen (2014) peker på et sentralt prinsipp innenfor kognitiv teori: Alle har en naturlig tendens til å tolke, lage systemer og sortere oppfatninger om verden rundt seg, og et grunnleggende fokus er å finne en mening i tilværelsen.

Blant de kognitive læringssyn finner vi sosialkognitiv læringsteori, særlig utviklet av Albert Bandura fra 1950-tallet. Han rettet fokuset mot indre, mentale prosesser: Hvorfor reagerer individet som det gjør, hvorfor gir individet en viss respons på en viss stimuli, og hva har skjedd i mellomtiden? Bandura påpeker at læring er mer enn bare stimulus-respons. Viktige stikkord er observasjon og imitasjon. Alle individer påvirkes av hverandre, og man har evnen til å ta lærdom ved å observere hva andre gjør, eller ved å imitere andres atferd. Sentralt i denne læringstradisjonen står observasjonslæring, med fire delprosesser: Oppmerksomhet – hukommelse – etterlikning – motivasjon.

I oppmerksomhetsprosessen vil individet observere og iaktta en modellatferd. I hukommelsesprosessen må individet huske det som er verdt å huske for å kunne gjenta atferden. I etterligningsprosessen skal den indre forestillingen omsettes i etterlignet handling, slik at resultatet blir mest mulig likt det observerte. Men det er motivasjonsprosessen som er avgjørende i observasjonslæring, av den grunn at individet trenger en form for motivasjon eller forsterkning, som gir individet lyst til å etterlikne atferden. Indre motivasjon er et viktig stikkord her: Følelsen av å lykkes kan være en drivkraft i seg selv, og mestringsfølelsen som individet opplever etter å ha utført et arbeid kan være motivasjon til å gjøre arbeidet. Dette står i kontrast til den ytre motivasjon man gjerne forbinder med behavioristisk læringssyn.

Innenfor sosialkognitive teorier trekker Bandura også frem selvregulert læring som et sentralt begrep. Alle kan være sine egne læremestre, sette seg egne mål, vurdere hva de er i stand til å lære, og vurdere egne prestasjoner. Men dette krever bevisstgjøring og trening (Imsen, 2014). Selvregulert læring kjennetegnes ved tre delprosesser: selvobservasjon, vurdering og reaksjon. Dette henger tett sammen med individets metakognitive ferdigheter, som jeg vil komme tilbake til senere.

2.2.2.1 Konstruktivistisk læringssyn

Konstruktivismen tar utgangspunkt i hva det vil si å tilegne seg kunnskap. Kunnskap er noe som bare finnes inne i våre hoder, individuelt konstruert av hver og en av oss, og som blir kontinuerlig rekonstruert (Imsen, 2014). John Dewey regnes gjerne som konstruktivismens far. Han var tidlig på 1900-tallet blant de første som vektla elevens aktive medvirkning i klasserommet, og så på læring som noe eleven selv må bidra til gjennom aktivitet og handling. Ideer om elevaktiv og erfaringsbasert undervisning stammer opprinnelig fra Dewey. Det er vanlig å skille mellom to ulike typer syn på konstruktivisme: Den kognitive og den sosiale konstruktivismen.

Kognitiv konstruktivisme forbindes gjerne med sveitsiske Jean Piaget. Han mente at læring ikke kunne skje ved passiv mottakelse av ytre stimuli alene. Fordi all stimuli blir tolket individuelt, gjennom den enkeltes unike filter av eksisterende kunnskaper og forestillinger, bør fokuset være på individets egne, mentale strukturer. Læringen forstås derfor i stor grad som en individuell prosess. Hva skjer inne i hodet på individet under læring? Hvordan interagerer individet med den fysiske omverdenen? Ifølge Piaget innebærer læring at indre, mentale forestillinger forandrer seg. Den ytre verden erfares gjennom handling, men det som fester seg i bevisstheten til et individ, er ulike handlingsmønstre, som Piaget kalte skjemaer. Fra fødselen av er vi utstyrt med noen få skjemaer, som gripe- og sugerefleksen. Med tiden utvikles stadig flere skjemaer ettersom individet vokser og påvirkes av handling og erfaring. I vår sammenheng er de kognitive skjemaene mest interessante: dette er skjemaer som innebærer former for tenkning (i motsetning til automatiserte handlinger). De kognitive skjemaene kan hentes frem og brukes i nye situasjoner, ulike situasjonene de er blitt brukt i før, for eksempel for å forstå abstrakte spørsmål. Dette krever tenkning og vurdering av individet (Imsen, 2014).

Når det gjelder læringsprosessen, snakket Piaget om to delprosesser som utfyller hverandre: assimilasjon og akkomodasjon. Ved assimilasjon tar et individ til seg nye inntrykk, og tilpasser de nye inntrykkene til allerede eksisterende skjemaer. Imsen (2014) nevner som eksempel et barn som sier at sola «står opp» og «legger seg», fordi barnet knytter solas gang til noe som er kjent for barnet fra før, nemlig å stå opp og legge seg. Ved akkomodasjon innser individet at de eksisterende skjemaene ikke lenger er tilstrekkelige for å forklare et fenomen. Da skjer en utvidelse eller reorganisering av skjemaene. Barnet innser at det blir natt fordi jorda beveger på seg, og ikke fordi sola «legger seg». Imsen (2014) påpeker at assimilasjon alene ikke gjør ny læring mulig: Det er ved ubalanse mellom ny erfaring og eksisterende skjemaer, at det skjer en akkomodasjon, en endring eller en reorganisering av eksisterende skjemaer. Her har vi likevektsprinsippet, som Imsen kaller *«drivkraften i den intellektuelle utviklingen, og dermed også i læringsprosessen»* (Imsen, 2014, s. 154): Når individet opplever at noe ikke stemmer, må de indre skjemaene endres og tilpasses slik at likevekten kan gjenopprettes.

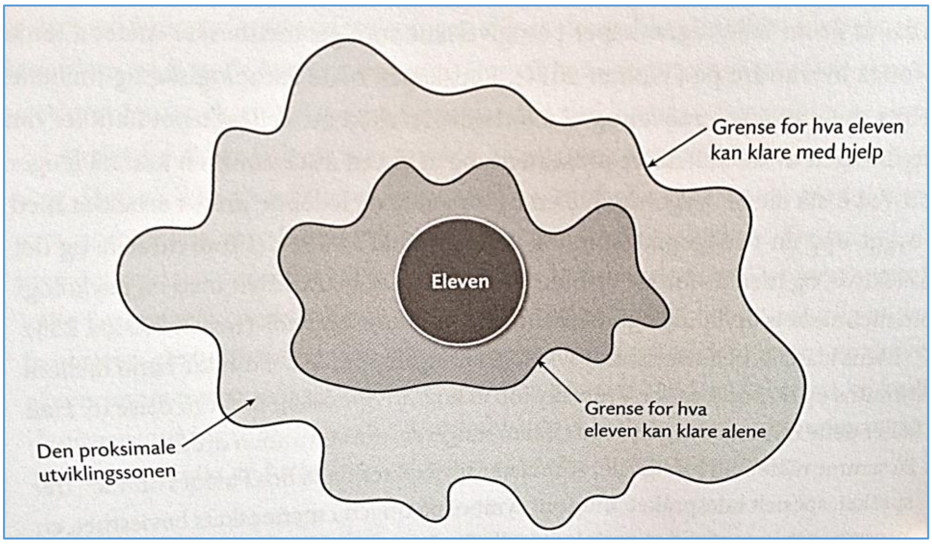
Overført til klasserommet, vil konstruktivister se på læring som en aktiv prosess. Hver enkelt elev konstruerer individuelt sin egen kunnskap, ut fra sin egen bakgrunn og sine erfaringer (Imsen, 2014). Fordi elevene stadig gjør nye erfaringer og utvikler sine kunnskaper, er læring en kontinuerlig konstruksjons- og rekonstruksjonsprosess. Læreren må innta en veilederfunksjon der oppgaven er å stille de riktige spørsmålene, gi de riktige oppgavene, og hjelpe hver elev til å selv konstruere sin kunnskap. Læreren er ikke bare en formidler av kunnskap, men like fullt en tilrettelegger av lærestoffet (Høihilder, 2014). Imsen påpeker at det som betyr noe for elevers læring er at *«…det skjer en aktiv, personlig konstruksjonsprosess hos eleven. Aktivitetens form [er] av mindre betydning. Viktigere er det at aktiviteten er slik at den påkaller ubalanse»* (Imsen, 2014, s. 164). Dette er noe av kjernen i konstruktivismen: Det er eleven selv som konstruerer sin kunnskap, som følge av en unik, individuell tolkning av erfaringer. Denne kunnskapen utvikles først idet det er ubalanse, altså idet eleven møter utfordringer som ligger litt utenfor hans komfortsone, slik at det skjer en akkomodasjon.

2.2.2.2 Sosiokulturelt læringssyn

Kritikere av den kognitive konstruktivismen påpeker at den i for liten grad tar hensyn til at læring foregår i en sosial sammenheng. Kognitiv konstruktivisme har sitt motstykke i den sosiale konstruktivismen, som gjerne forbindes med russeren Lev Vygotsky. Denne læringsteorien vektlegger at all læring og kunnskap må ses i lys av det fellesskapet som individet er en del av: en må ta hensyn til språk, kultur og interaksjon med andre. Særlig språket trekkes frem som avgjørende for individets læring. Vygotsky så på kunnskap som en del av kulturen, utviklet gjennom sosial samhandling med andre. Derfor blir hans teori ofte omtalt som sosiokulturell læringsteori (Imsen, 2014).

Om vi forstår læring som en sosial prosess, tar vi hensyn til at individet alltid interagerer med sine sosiale omgivelser. Samspillet påvirker individets læring. Ifølge Vygotsky er individuell tenkning et resultat av sosialt samspill: *«Enhver funksjon i barnets kulturelle utvikling framtrer to ganger på scenen, og på to plan. Først på det sosiale planet, og så på det psykologiske»* (Vygotsky; sitert i Imsen, 2014, s. 188).

Et annet sentralt begrep hos Vygotsky er den proksimale utviklingssone. En konsekvens av at utvikling går fra det sosiale plan til det individuelle, er at individet er i stand til å utføre en handling sammen med andre før han er i stand til å gjøre det på egen hånd. Forskjellen mellom disse nivåene kalles den proksimale utviklingssone, og er et bilde på hva individet nå klarer med hjelp, men etter hvert kan strekke seg til å få til alene (Imsen, 2014).



Figur 1. Den proksimale utviklingssone. Fra Høihilder, 2014, s. 166.

Dette henger sammen med ideen om tilpasset opplæring. Det innebærer at ideell undervisning for et individ ikke ligger på det nivået som individet allerede behersker på egen hånd, men på et litt høyere nivå, som individet må gjøre en innsats for å nå. Undervisningen bør ligge innenfor individets proksimale utviklingssone. Dette beskriver også noe av utfordringen med tilpasset opplæring: Fordi alle elever har sin egen unike proksimale utviklingssone, vil det ikke la seg gjøre å gi undervisning som er på et litt høyere nivå enn alle elevene i en gruppe behersker. De elevene som får undervisning på et for lavt nivå, har ikke noe å strekke seg mot, og kan miste interessen. De elevene som får undervisning på et alt for høyt nivå, har ikke forutsetninger for å klare å henge med, og faller derfor av. Bare de elevene som får undervisning på et litt høyere nivå enn de behersker alene, får fullt utbytte av undervisningen.

2.2.2.3 Attribusjonsteori

Attribusjonsteorien ser på hvordan ulike mennesker kan ha svært ulik forståelse av den samme hendelsen, og hvordan de kan reagere svært ulikt. Ulike mennesker fortolker en hendelse ulikt, også i et klasserom. Elever er unike individer som alle har sin egen forståelsesverden, og en gjennomgang eller beskjed fra lærer kan oppfattes svært ulikt av de ulike elevene. Læreren kan i tillegg ha en helt annen intensjon om elevenes fortolkning, enn det som blir tilfellet (Imsen, 2014). Et av Imsens eksempler fra en historietime kunne like gjerne tatt for seg en høring av matematikklekser: Læreren har en ide om hvilke elever som alltid er pliktoppfyllende og gjør leksene, og hvilke elever som ikke følger opp. Læreren kan velge å alltid høre de slappe elevene, i håp om at det har en skjerpende effekt på disse elevene. Den flinke, pliktoppfyllende eleven som alltid gjør alle lekser men aldri blir hørt, kan oppleve dette som at læreren bevisst unngår henne, kanskje fordi han anser hennes kunnskap som en trussel mot autoriteten? Eleven kan resignere og slutte å rekke opp hånda, og læreren kan igjen tolke dette som at eleven er sjenert og ikke vil ta ordet. Og slik kan misforståelsene følge på hverandre, som følge av en rekke personlige fortolkninger.

Særlig interessant i forbindelse med denne oppgaven, er Imsens eksempel om retur av en matematikkprøve. Fem elever som har fått den samme svake karakteren, har helt ulike reaksjoner. Elev 1 mener prøven var altfor vanskelig, mens elev 2 mener han hadde en dårlig dag, og egentlig kan bedre. Elev 3 mener læreren ikke hadde gjennomgått det som prøven testet. Elev 4 mener tiden var altfor dårlig, mens elev 5 mener at han bare er dum og ikke forstår matematikken (Imsen, 2014). Interessant nok kjenner jeg igjen flere av disse beskrivelsene i mine intervjuobjekters beskrivelser av høstens terminprøve, etter at samtlige gikk ned fra karakter 5 i 10. klasse, til karakter 3 på terminprøven. Alle Imsens eksempelreaksjoner kunne vært uttalt av en eller flere av mine fem informanter, bortsett fra den aller siste. De fleste av disse reaksjonene handler om ytre faktorer: vanskelig prøve, dårlig tid, læreren har ikke gjennomgått… Elever som fremhever slike ytre faktorer kan resignere, og føle at de selv ikke har kontroll over situasjonen. Elev 2 i eksempelet over skylder derimot på indre faktorer: det var han som hadde en dårlig dag, han tror at han kan gjøre det bedre neste gang. Han er i større grad selv herre over situasjonen enn de øvrige elevene.

Hvordan elevene velger å forklare og fortolke sine seirer og nederlag i et fag, har stor innvirkning på elevenes motivasjon til å arbeide videre med faget. Attribusjonsteorien forsøker å systematisere de mulige fortolkningene, og fremhever tre egenskaper ved årsaksfortolkninger: lokalisering, stabilitet og kontrollerbarhet. Den første handler om lokalisering av indre og ytre faktorer: Elevene som i eksempelet over skyldte på ytre, ikke-kontrollerbare faktorer, har vanskelig for å endre på situasjonen. Eleven som skyldte på indre faktorer, kan derimot lettere vurdere hvordan han kan gjøre det bedre ved neste prøve. Andre egenskap er stabilitet: Hvis eleven har vent seg til at prøvene alltid er vanskeligere enn oppgavene man jobber med til vanlig, at prøvene alltid er for lange eller læreren aldri forklarer godt nok, er årsaksfaktorene stabile. Faktorer som innsats, opplagthet eller flaks er derimot varierende årsaksforhold. Den tredje egenskapen er kontrollerbarhet, og henger tett sammen med de øvrige: eleven kan i stor grad kontrollere sin egen innsats i faget, men i langt mindre grad kan han velge hvordan læreren skal undervise, eller prøvens vanskelighetsgrad (Imsen, 2014). Elevenes årsaksfortolkninger har stor innvirkning på deres motivasjon. En viktig forutsetning for å vekke indre motivasjon hos elevene, er derfor å overbevise dem om at de selv kan være herrer over situasjonen. En elev som vender blikket vekk fra ytre, ukontrollerbare faktorer, over til indre faktorer han kan rå over selv, blir mer bevisst på hvordan han kan komme seg videre og oppleve økt mestring i faget.

2.2.3 Oppsummering

Alle de nevnte læringssynene har elementer som jeg kjenner igjen fra egen undervisning og erfaring fra klasserommet. Men jeg har i denne studien valgt å støtte meg mest på kognitive og humanistiske syn på læring, med særlig fokus på den kognitive konstruktivismen. Årsaken er at i denne studien står individuelle intervjuer med utvalgte fokuselever sentralt. Jeg vil ta for meg enkeltelevers individuelle syn på læring, deres læringsmåter og læringsstrategier, og deres oppfatninger og misoppfatninger, som isolerte individer. Jeg vil fokusere på deres indre, mentale prosesser. Jeg ser også at begreper som skjema, assimilasjon og akkomodasjon er naturlige å bruke videre, og at kognitiv konstruktivisme kan brukes til å forklare noen av resultatene som jeg kan vise til.

En konsekvens av mitt fokus i denne studien, er at det sosiale aspektet av læringen i stor grad er tilsidesatt: Jeg vil på individuelt plan se hvordan fokuselevene har prestert tidligere, hvordan de presterer nå, og hvordan de begrunner sine valg. Likevel er det viktig å ta hensyn til at noen av svarene på forskningsspørsmålene mine kan ligge på det sosiale plan. Jeg vil derfor ikke gå helt vekk fra det sosiokulturelle læringssyn, da jeg mener at også dette kan bidra til å forklare hvorfor fokuselevene svarer eller handler som de gjør. Selv om jeg i denne studien vil ta for meg elever individuelt, mener jeg at det er viktig å ta hensyn til at de til vanlig tar del i en større sosial prosess. Jeg vil derfor bruke begreper som den proksimale utviklingssone. En mulig årsak til at visse elever mangler mestringsfølelse, kan jo være at de føler at undervisningen ligger utenfor deres proksimale utviklingssone. Dette vil jeg komme tilbake til i analysen.

Fra kognitivt læringssyn kan det i tillegg være aktuelt å ta med ideen om observasjonslæring: Muligens kan feil bruk av denne teknikken (observere – huske – imitere, men uten dypere forståelse) også være en av årsakene bak elevers stagnasjon i 1T-kurset.

Jeg tror også noe av løsningen kan ligge i attribusjonsteorien: Felles for de fem informantene jeg intervjuet, er at alle har vært stabilt sterke elever i matematikk på ungdomsskolen, og stadig fått tilbakemeldinger på at de har kontroll. De kan ha hatt en følelse av indre lokalisering, altså at de selv hadde kontroll over matematikkfaget. De kan ha følt stabilitet og forutsigbarhet, med gode tilbakemeldinger og jevnt høye karakterer. Men ved overgangen til videregående skole og et nytt matematikkfag, kan mye av det trygge rammeverket ha blitt revet bort: Elevene har brått opplevd at undervisningen er vrien, at læreren ikke forklarer godt nok, at progresjonen i pensum går for fort, at prøvene er vanskelige og tiden altfor kort – med ett har elevene følt at det er mange ytre faktorer som påvirker resultatet, som de selv ikke har kontroll over. Men dette gjelder ikke alle elever, bare det utvalget jeg studerer i denne studien. Andre elever har lyktes i å holde fast på karakteren fra ungdomsskolen, enten det er en 5 eller en 4. Kan noe av svaret ligge i at de elevene som opprettholder karakter er mer tilpasningsdyktige, og samtidig har en indre lokalisering av faktorer, mens de elevene som faller gjennom, i større grad har ytre lokalisering av faktorer og føler at de ikke er herrer over situasjonen? Imsen (2014) pekte på sammenhengen mellom elevers evne til indre lokalisering, og utviklingen av deres indre motivasjon for en fag eller oppgave. Kanskje noe av løsningen for elevene ligger her?

2.3 Flere syn på læring

I kapittel 2.1 viste jeg at det finnes svært ulike syn på hva læring er. I de neste delkapitlene vil jeg presentere et lite utvalg forskeres ulike syn på læring. Underveis introduserer jeg utvalgte begreper som jeg finner det naturlig å ta med videre i studien.

2.3.1 Læringsnivåer

Ali (2011) har gjort undersøkelser blant elever i ulike aldersgrupper i Pakistan. Han ser et tydelig skille mellom ulike typer læring, der elevene grovt sett deler seg i to grupper: Den største gruppen av elever bedriver det Ali kaller kortsiktig læring. Disse elevene har, enten bevisst eller ubevisst, et fokus på pugging av kunnskap. Målet deres er kortsiktig gevinst, for eksempel i form av en god karakter på den nærest forestående prøven. Et mindretall av elevene bedriver det Ali kaller dybdelæring (engelsk: in-depth learning). Ali (2011) går langt i å trekke frem dette som den riktige typen læring. Ali definerer dybdelæring som elevenes evne til å gi matematikken mening, ved å anvende ulike strategier til å løse ukjente matematiske problemer, se sammenhenger mellom ulike prinsipper og se helheten i matematikkfaget. Det handler om at elevene utvikler en konseptuell forståelse av faget, og Ali setter begrepet i nær sammenheng med både matematisk tenkning (Jenkins, 2010) og relasjonell læring (Skemp, 1976). Jeg mener dette gir et dekkende bilde av hva dybdelæring handler om, og vil bruke denne definisjonen når jeg bruker begrepet videre i studien.

Ali (2011) understreker at det er altfor få elever som bedriver dybdelæring, og han setter mangelen på dybdelæring i sammenheng med det kunnskapshullet som han opplever at mange elever har med seg i overgangen mellom grunnskole og videregående utdanning. Ali trekker frem Mohammad (2002) som kan vise til lignende resultater i sine undersøkelser: For mange elever bestod matematikklæring hovedsakelig av å memorisere regler for å løse lærebokproblemer: Elever pugget og brukte matematiske regler uten å forstå hvorfor de gjorde som de gjorde, og uten å vurdere gyldighet eller reflektere over hva de gjorde (Mohammad, 2002).

Newton (2000) bruker også begrepet dybdelæring, og han trekker frem en rekke fordeler ved at elevene behersker dybdelæring. Han sier dette tilfredsstiller en rekke behov hos eleven: Det inkluderer økt mestringsfølelse, tilfredsstillelse av nysgjerrighet, og økt tilfredshet ved løsning av problemer. Videre påpeker Newton (2000) at dybdelæring akselererer mestringsprosesser: Det innebærer at dybdelæring åpner for utvikling og utvidelse av kunnskapen, i motsetning til overfladisk, kortsiktig læring. Dybdelæring øker mulighetene for en fleksibel bruk av tillært kunnskap. Dersom eleven forstår i dybden, kan han lettere overføre kunnskapen til andre fagområder og også andre arenaer.

Newton (2000) presiserer at dybdelæring ofte er vanskelig. Dette skyldes at det krever et dypere kognitivt engasjement av eleven selv. Eleven må se forbi neste prøve, og ha en videre forståelse for hvorfor han søker kunnskapen. Mange elever velger heller den enklere utveien, å pugge til neste prøve, fordi det ikke krever like dypt kognitivt engasjement fra eleven selv, og fordi det er det enkleste der og da.

Matematisk tenkning er som nevnt nært sammenknyttet med dybdelæring. Jenkins (2010) beskriver matematisk tenkning i svært like ordelag som Ali (2011) definerer dybdelæring. Jenkins understreker i tillegg at elevenes matematiske tenkning er avgjørende for deres evne til å utvikle seg i matematikkfaget, og lykkes i å bygge ny kunnskap på gammel.

2.3.2 Læring og forståelse

Jenkins (2010) trekker frem betydningen av ulike forståelser, når det kommer til å utnytte elevers potensiale i klasserommet. Alle elever har ulike, individuelle forståelser av hva læring er, noe som påvirker deres evner til å tilegne seg kunnskap og utvikle seg. Jenkins trekker særlig frem Skemp (1976, 1987):

Skemp (1976) setter læring i sammenheng med elevenes forståelse. Han trekker et tydelig skille mellom instrumentell forståelse og relasjonell forståelse. Relasjonell forståelse er forbundet med elevens evne til å bruke kunnskapen i ulike sammenhenger, og deres evne til å kunne utvide og bygge på eksisterende kunnskap ved behov. Instrumentell forståelse er langt mer fragmentert, og elever med stor grad av instrumentell forståelse har liten evne til å sette sine tillærte kunnskaper i sammenheng.

Videre påpeker Skemp (1976) at den relasjonelle forståelsen er mer varig. Elever som ser verdien av relasjonell forståelse, utforsker aktivt nye områder. De er også i større grad preget av indre motivasjon. Elever som preges av instrumentell forståelse, er i større grad ytre motivert, der fokuset kan være å pugge til neste prøve og få god karakter, eller å få ros og anerkjennelse av foreldre eller kamerater.

2.3.3 Læring, tenkning og resonnement

Tenkning er et begrep som er nært knyttet til læring. Sierpinska (2000) ser på tenkning som avgjørende for elevenes læring. Hun skiller mellom to ulike måter å tenke på, som hun kaller teoretisk tenkning og praktisk tenkning. Teoretisk tenkning kjennetegnes av konsepter satt i system. Dette er organisert tenkning som medfører at ny kunnskap plasseres på rett sted, og bygger på allerede tillært, eksisterende kunnskap. Praktisk tenkning kjennetegnes derimot av resonnementer basert på lært logikk. Elever som benytter seg av praktisk tenkning, begrunner sine valg ikke utfra et helhetlig system, men utfra hva som virker logisk der og da (Sierpinska, 2000).

Ifølge Sierpinska (2000) bruker dyktige matematikere begge formene for tenkning, og de er gode på å veksle mellom teoretisk og praktisk tenkning etter behov. Dette er uvant og vanskelig for mange ferske elever og studenter. De benytter seg derfor i langt større grad av praktisk tenkning, fordi det er det mest intuitive for dem. Kanskje noe av svaret på problemstillingen ligger nettopp her – at elevene som faller gjennom i møtet med den nye matematikken i 1T-kurset, ikke i tilstrekkelig grad evner å tenke teoretisk og se kunnskaper i sammenheng.

Lithner (2003, 2008) setter læring i sammenheng med et annet begrep: resonnement. Han ønsker seg problemløsere i matematikk, men ser gjennom personlig erfaring og forskning at utenatlæring i stor grad dominerer blant elevene. Han påpeker at elevenes fokus ofte ligger på hva som må kunnes her og nå, og at elevene prioriterer pugging til prøver og rask kunnskap fremfor dypere forståelse.

Lithner (2008) skiller mellom to ulike måter for elever å tenke og resonnere på: imitative og kreative resonnement. Hans inntrykk er at imitative resonnement er den dominerende typen i elevgruppene han har studert. Imitative resonnement kjennetegnes av memoriseringer og pugging. Elever fokuserer på memoriserte resonnement ved utledning av formler og bevis, og dette gir gjerne kortsiktig læring. Målet til disse elevene er å kunne gjengi en formel eller et bevis korrekt ved behov – for eksempel om det blir spurt etter på en prøve. Lithner (2008) bruker også begrepet algoritmiske resonnement, dersom elevens mål er å gjenkjenne en oppgavetype, og deretter hente frem riktig løsningsalgoritme. Han kaller bruk av disse resonnementene for løsning uten forståelse: Det kan godt hende at eleven får til oppgaven, men han vet ikke hva han har gjort eller hvorfor han har gjort det.

Som en motsetning til disse imitative, memoriserte og algoritmiske resonnementene har vi det Lithner (2008) kaller for kreative resonnement (CMR). Han beskriver tre kriterier som må være oppfylt i kreative matematiske resonnementer:

1. *Novelty: A new (to the reasoner) reasoning sequence is created, or a forgotten one is re-created.*
2. *Plausibility: There are arguments supporting the strategy choice and/or strategy implementation motivating why the conclutions are true or plausible.*
3. *Mathematical foundation: The arguments are anchored in intrinsic mathematical properties of the components involved in the reasoning.*

(Fra Lithner, 2008, s. 266)

Disse kriteriene viser at kreative resonnement krever en innsats fra eleven selv. Belønningen eleven får igjen er langsiktig læring. Lithner (2008) presenterer et eksempel der en elev blir gitt oppgaver han ikke har sett maken til tidligere. For å løse oppgaven må han bruke kunnskapen han besitter på en ny måte, og lage en løsningsstrategi som kan egne seg (novelty). Dette valget av løsningsstrategi må kunne begrunnes utfra elevens kunnskaper (plausibility), og eleven må kunne vurdere validiteten til resonnementet ved å gå god for alle de ulike matematiske operasjonene han gjør underveis (mathematical foundation).

2.3.4 Læring og kunnskap

En av forskerne som tar for seg begrepene prosedural kunnskap og konseptuell kunnskap, er Jon Star (2000, 2006). Han benytter seg av definisjonene til Hiebert og Lefevre (1986). De beskriver *konseptuell kunnskap* på følgende måte: *«…a connected web of knowledge, a network in which the linking relationships are as prominent as the discrete pieces of information»* (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 3-4). Videre beskrives *prosedural kunnskap* blant annet som *«…a familiarity with the individual symbols of the system, […] rules or procedures for solving mathematical problems»* (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 7-8).

Forskjellen mellom disse to ulike typene kunnskap ligger ifølge Star (2000) i kvaliteten på kunnskapen. Konseptuell kunnskap innebærer et fyldigere nettverk av kunnskap, der individet ser sammenhenger mellom ulike deler av kunnskapen. Prosedural kunnskap handler derimot i stor grad om enkle, innlærte prosedyrer, isolert fra hverandre. Hall (2002) bruker også disse begrepene, og han setter den konseptuelle kunnskapen i sammenheng med en dypere forståelse og større kvalitet på kunnskapen.

En annen som har sett på forskjeller mellom konseptuell kunnskap og prosedural kunnskap, er Bethany Rittle-Johnson (Rittle-Johnson & Schneider, 2015; Rittle-Johnson & Star, 2007). Hun tar også utgangspunkt i definisjonen til Hiebert & Lefevre (1986). Rittle-Johnson og Schneider (2015) ser på sammenhenger mellom de ulike typene kunnskap. De viser til at ulike studier har gitt svært ulike svar på hvilken type kunnskap barn naturlig lærer først: Om konseptuell kunnskap blir utviklet først (e.g. Gelman & Williams, 1998); om prosedural kunnskap utvikles først (e.g. Karmiloff-Smith, 1992); om de utvikles parallelt men uavhengig av hverandre (e.g. Haapasalo & Kadijevick, 2000); eller om det skjer en toveis, gjensidig påvirkning der dypere konseptuell kunnskap gir dypere prosedural kunnskap, som igjen gir enda dypere konseptkunnskap (e.g. Baroody, 2003). Rittle-Johnson og Schneider (2015) støtter det siste synet, og argumenterer for at det er en tett sammenheng mellom utviklingen av konseptuell og prosedural kunnskap.

I en annen studie tar Rittle-Johnson og Star (2007) for seg disse to kunnskapsformene, og undersøker hva som er best egnet ved løsning av likninger. De avdekker at elever som behersker både konseptuell og prosedural kunnskap, kan vise til større forbedringer fra en pretest til en posttest, enn sine medelever. De påpeker en sammenheng mellom elevenes evne til å bruke kunnskap på ulike måter, og elevenes rom for forbedring og utvikling.

2.3.5 Læring og forestillinger

Törner og Grigutsch (1994) ser på elevers forestillinger i matematikk, og setter dette i sammenheng med elevenes læring. De presenterer tre grunnleggende aspekter, som kan forstås som tre ulike måter å betrakte matematikkfaget på: verktøykasseaspektet, systemaspektet og prosessaspektet. Hvilket syn elevene har på matematikkfaget, vil påvirke hvordan elevene lærer matematikk. Elever som har et verktøykasseaspekt ser på matematikken som en samling regler, formler, prosedyrer, ferdigheter og regneoperasjoner som må læres. For dem handler matematikk i stor grad om å regne masse oppgaver. Elever med et systemaspekt vil kunne vektlegge at matematikk handler om logikk, bevis, eksakte definisjoner og korrekte anvendelser av et presist matematisk språk. Elever som har et prosessaspekt på matematikkfaget vil derimot vektlegge at matematikk er en konstruksjonsprosess, med relasjoner mellom ulike deler av faget (Törner & Grigutsch, 1994).

En elevs forestillinger om matematikk kan betraktes som en kombinasjon av disse tre aspektene, men ulike elever har sitt tyngdepunkt på ulike aspekter (Törner og Grigutsch, 1994). Elever som i stor grad har et verktøykasse-forhold til faget, vil ikke kunne tilegne seg like dyp forståelse av matematikk som elevene som har et prosess-forhold til faget. Ifølge Törner og Grigutsch (1994) har elever med et prossessaspekt forståelse for at dypere innsikt i matematikkfaget krever kreativt arbeid, problemløsning og utledning av regler og formler. Elevenes utgangspunkt er derfor viktig. Dette er også relevant for min studie: Kan dette være en av årsakene til at enkelte elever faller gjennom i faget tross iherdig innsats – at de har en annen forståelse av hva matematikk er, enn andre elever?

2.3.6 Læring og systematiske feil

Ayres (2001) snakker om systematiske feil. Han påpeker hvordan matematiske feil ikke nødvendigvis skyldes manglende kunnskaper, men at det også kan skyldes begrensninger i ens arbeidsminne. Han henviser til flere studier som ser sammenhenger mellom elevers arbeidsminnekapasitet og matematiske feil (Adams & Hitch, 1997; Ashcraft, Donley, Halas, & Vakali, 1992; Kintsch & Greeno, 1985). Videre henviser han til studier som viser at mange elever har store vanskeligheter med å forstå grunnleggende algebra (Herscovics &

Linchevski, 1994; Kieran, 1992; MacGregor & Stacey, 1996). Dette innebærer at oppgaver som kombinerer parentesuttrykk, negative tall og manipulasjon av algebraiske uttrykk, kan utgjøre en stor belastning for en elevs arbeidsminne.

I sine undersøkelser blant en gruppe på 115 elever på ungdomsskolenivå, avdekket Ayres (2001) en rekke ulike systematiske feil. En av oppgavene som elevene ble bedt om å løse, var denne:

$$-3(-4-5x)-2(-3x-4)$$

De fleste systematiske feil ble avdekket i tilfellene der elevene skulle multiplisere to negative tall. Ayres (2001) argumenterer for at dette har sammenheng med elevenes arbeidsminnekapasitet. For enkelte elever blir det rett og slett for mye å holde styr på, og det blir lett å gjøre feil. Ser vi på eksempeloppgaven over, observerte Ayres (2001) at elevene gjorde langt flere feil i arbeidet med andre ledd, enn i arbeidet med første ledd. Han setter dette i sammenheng med begrenset arbeidsminnekapasitet.

Hall (2002) har i en studie av totalt 246 elever, analysert matematiske feil ved løsning av enkle lineærlikninger. Hall avdekket og kategoriserte alle de ulike typene matematiske feil som forekom ved løsning av et sett lineærlikninger, og figur 2 gir en oversikt over ulike typer matematiske feil, utarbeidet etter nevnte studie. Hall (2002) avdekket at enkelte typer matematiske feil gjentok seg hyppigere enn andre. De tre klart vanligste matematiske feilene som ble begått var posisjonsfeil (transposing error, 40 tilfeller), koblingsfeil (switching addends error, også 40 tilfeller) og delingsfeil (division error, 34 tilfeller). En annen observasjon Hall gjorde, var at flere typer feil forekom hyppigere blant eldre elever enn blant yngre kull. Det gjaldt blant annet posisjonsfeil. I den påfølgende diskusjonen argumenterte Hall (2002) for at elever kan over-simplifisere innlærte regler, noe som dette kan være en av årsakene til at posisjonsfeil forekom hyppigere i eldre elevkull. Dette er noe jeg vil ha i bakhodet når jeg senere vurderer mine egne informanters besvarelser.

Deletion error (Lit)

$$3x - 3 + 2 = 12 - 3$$
$$x + 2 = 9$$

Redistribution error (Lit)

$$5x + 2 - 2x = 2x + 12 - 2x$$
$$3x + 2 + 2 = 12 - 2$$

Switching Addends error (Lit)

$$6x + 2 = 3x + 12$$
$$9x = 14$$

Transposing error (Lit)

$$5 + \frac{x}{2} = 2$$
$$5 + x = 4$$

Omissions error (New)

$$5x + x + 2 = 3x + 12$$
$$6x + 2 - 2 = 3x + 12$$

Other Inverse error (New)

$$4x = 1$$
$$x = 1 - 4$$

Number Line Error (New)

$$-3 + 1 = -4$$

Division error (New)

$$3x = 10$$
$$x = 3.1$$

Absence of Structure error (New)

$$5x + x + 2 = 3x + 12$$
$$3 + 2 = 3x - 8$$

Figur 2. Ulike typer matematiske feil ved løsning av lineærlikninger. Fra Hall, 2002, s. 35.

2.4 Lærebøkenes rolle

Lithner (2003) har gjennomført en stor studie av over 600 oppgaver, fordelt på tre ulike læreverk i matematikk. Hans funn viser at hele 70 % av oppgavene kunne løses ved det han kaller imitative resonnement: Først identifiserer eleven en liknende situasjon, for eksempel en eksempeloppgave eller en tidligere løst oppgave, der prosedyren er kjent for eleven. Deretter løser eleven den nye oppgaven ved å herme etter løsningsprosedyren på den kjente oppgaven. Lithner (2003) argumenterer for at mange elever som støtter seg til slike lærebøker, sannsynligvis vil utvikle imiterende strategier. Elevene vil venne seg til at det er én måte å løse en viss type matematikkoppgaver på, og de vil derfor ikke få en dypere forståelse av matematikken.

Lithner (2003) trekker også tråder til eksamen: I klasserommet blir elevene gjerne fortalt hvordan en bestemt oppgavetype skal løses, enten gjennom lærerens undervisning og eksempeloppgaver på tavla umiddelbart før elevene skal prøve selv, eller gjennom eksempeloppgaver i riktig delkapittel i læreboka. Mange elever får til mange oppgaver, og er fornøyde med egen innsats. Men når elevene senere møter en liknende oppgave på en avsluttende terminprøve eller eksamen, har de ikke lenger like lett tilgang til denne prosedyren som de vanligvis benytter. De har ingen lærer å spørre, og ingen eksempeloppgaver å kikke på. Dermed blir de tvunget til å bruke andre strategier, som de ikke har fått tilstrekkelig trening på å bruke og utvikle. I klasserommet er det en utstrakt bruk av imitative resonnement, mens det på større prøver kreves at elevene også behersker kreative resonnement (Lithner 2003).

2.5 Læringsstrategier

I studien ser jeg på hva slags læringsstrategier jeg finner blant elever som opplever 1T-kurset som spesielt vanskelig. Det er derfor nødvendig å si mer om dette fra et teoretisk ståsted. Innledningsvis vil jeg trekke frem et knippe definisjoner av begrepet læringsstrategier. Elstad og Turmo (2006) sier at utviklingen av læringsstrategier «…*handler om hvordan elever på en aktiv, fleksibel og effektiv måte kan tilnærme seg ulike typer læringssituasjoner og ulike typer lærestoff*» (Elstad & Turmo, 2006, s. 16). Det handler om at eleven selv er aktiv og engasjert, noe som krever stor innsats fra eleven selv, og en bevisstgjøring omkring ens egen læring.

Imsen (2014) definerer læringsstrategier som *«tanker og handlinger som fokuserer [på] hvordan en skal gå fram i læringsprosessen, og oppskrifter eller teknikker en kan benytte seg av for å lære bedre»* (Imsen, 2004, s. 131). Her ser vi igjen at bruk av læringsstrategier krever en *bevisstgjøring* hos eleven selv. Hensikten med å bruke læringsstrategier er å lette informasjonsbehandlingen og forbedre kunnskapstilegnelsen hos den enkelte.

Jeg vil også trekke frem Weinstein, Bråten og Andreassen (2006). De beskriver læringsstrategier som *«enhver tanke, atferd eller handling som en person engasjerer seg i under læring og studier for å påvirke tilegnelsen og integreringen av ny kunnskap slik at den kan lagres bedre og gjøres mer tilgjengelig for senere bruk»* (Weinstein, Bråten & Andreassen, 2006, s. 32). Etter min mening er dette en svært dekkende beskrivelse av hva læringsstrategier handler om. Det er snakk om elevens metakognitive kunnskap om seg selv og sin egen læring, og målet er en best mulig lagring av kunnskap, for å gjøre den best mulig tilgjengelig ved senere behov.

Jeg vil videre i delkapittelet se på læringsstrategier både generelt og i matematikk spesielt.

2.5.1 Hovedgrupper av læringsstrategier

Læringsstrategier kan deles inn i ulike hovedgrupper. Wernstein og Mayer (1986) skiller mellom tre kategorier læringsstrategier, kalt repetisjonsstrategier, elaboreringsstrategier og organiseringsstrategier. Både Grønmo og Throndsen (2006) og Imsen (2014) henviser til Wernstein og Mayers tre kategorier. I det videre vil jeg se nærmere på disse tre.

Repetisjonsstrategier brukes hyppig når en skal lære seg konkret faktakunnskap, og forbindes gjerne med pugging. Repetisjonsstrategier brukes for å *«gjenta kodingen i arbeidsminnet så mange ganger at lagringen i langtidsminnet forsterkes»* (Imsen, 2014, s. 132). Disse strategiene egner seg godt når eleven skal pugge gloser eller faglige begreper, eller i andre situasjoner der hensikten er å koble faktakunnskaper for å kunne gjenta disse ved behov. Men repetisjonsstrategier har sine begrensninger: Det krever lite dypere forståelse og bearbeiding hos individet selv. Dersom repetisjonsstrategier brukes når det ikke er gunstig, kan det lede til misoppfatninger. Elstad og Turmo (2006) påpeker at læring i skolen er langt mer enn å pugge gloser og remser. Det hjelper ikke å kunne en mengde franske gloser, hvis man ikke kan omsette dette og bruke språket i en praktisk sammenheng. Det samme er tilfellet i matematikk: Det er ikke tilstrekkelig å pugge formler, i tillegg kreves det en forståelse av hvordan og hvorfor de fungerer.

Den andre gruppen strategier kalles elaboreringsstrategier eller utdypingsstrategier. Dette er strategier som krever at eleven går dypere inn i et tema for å søke forståelse. Imsen (2014) setter elaboreringsstrategier i sammenheng med Piagets assimilasjon, der ny kunnskap blir tolket inn i eksisterende skjemaer. Det holder ikke å gjenkalle kunnskap, den nye kunnskapen må settes i sammenheng med det eksisterende. Elstad og Turmo (2006) påpeker at bruken av elaboreringsstrategier innebærer en evne til å konstruere relasjoner mellom det en kan fra før og det som skal læres, samtidig som relasjonene blir utbrodert gjennom tenkning. Elaboreringsstrategier krever mer fra eleven, sammenliknet med repetisjonsstrategier.

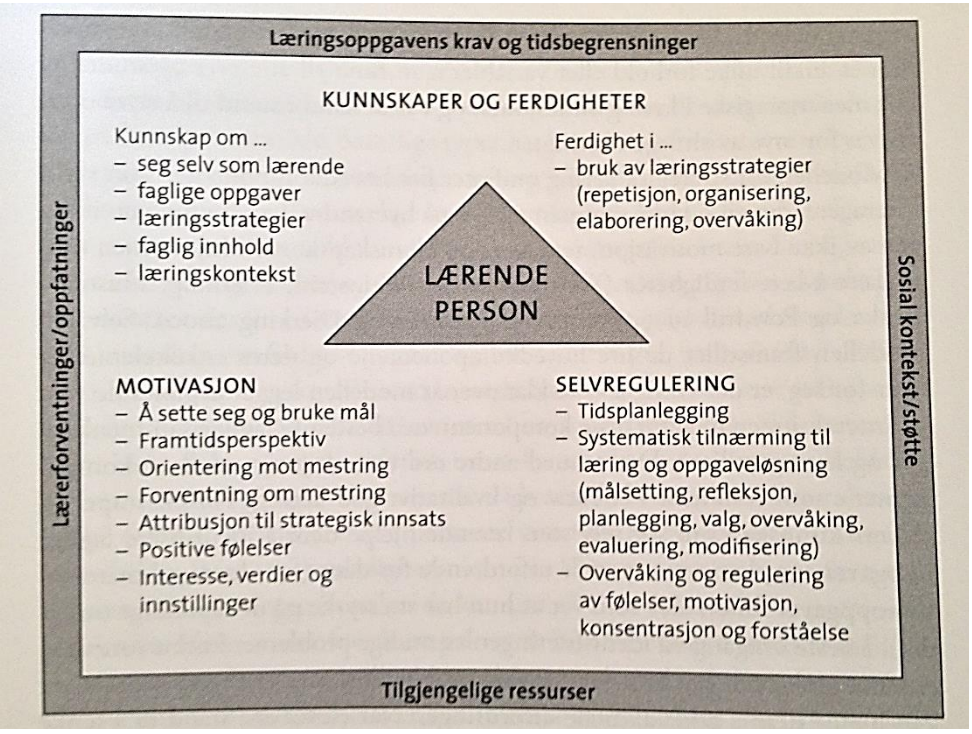
Den siste gruppen kalles organiseringsstrategier, og går enda dypere enn den forrige. Det handler om å *«…skape oversikt, struktur og innbyrdes sammenheng, eller å danne nye skjemaer der nytt og gammelt integreres på en ny måte»* (Imsen, 2014, s. 133). Dersom de eksisterende skjemaene ikke er tilfredsstillende, må eleven omorganisere og danne nye egnede skjemaer. Et kjennetegn på organiseringsstrategier er at eleven forholder seg mer kritisk til ny kunnskap. Imsen (2014) nevner eksempler på slike strategier: En kan skumme gjennom en tekst for å få oversikt og merke seg sentrale elementer, før en leser teksten grundigere. En kan stille seg spørrende til et tema og på den måten ta føringen: I stedet for å ukritisk lese et helt kapittel, kan en lete i teksten etter svar på konkrete spørsmål. Eller en kan benytte tankekart: Gode og ryddige tankekart krever at en har god oversikt over temaet og hva som henger sammen.

2.5.2 Kjennetegn på strategisk læring

Weinstein, Bråten og Andreassen (2006) har undersøkt hva som kjennetegner det de kaller for strategisk læring. Innledningsvis lister de opp kjennetegn på strategiske elever: Dette er elever med høy forventning om mestring og god oversikt over hvordan de skal gå frem for å løse en bestemt oppgave. De er arbeidsomme og snarrådige, de gir ikke lett opp, og de forstår at å lære er en aktiv prosess som de i stor grad kan kontrollere selv. For å beskrive hva som kjennetegner strategisk læring, presenterer Weinstein et al. (2006) en modell for strategisk læring. Modellen har fire komponenter som virker på hverandre og interagerer med hverandre: en kunnskaps- og ferdighetskomponent, en motivasjonskomponent, en selvreguleringskomponent, samt den konteksten som læringen skjer i. Modellen kan illustreres som vist i figur 3.

Kunnskaps- og ferdighetskomponenten handler om at elevene må skaffe seg nødvendig kompetanse knyttet til et sett med underkomponenter: Elevene må skaffe seg kunnskap om seg selv, om selve oppgaven, om aktuelle læringsstrategier, om faglig innhold, samt om den læringskonteksten læringen foregår i. For at en elev skal lykkes optimalt innenfor et fagområde, må eleven inneha alle de ulike typer kunnskap innenfor dette området. Her vektlegges elevens kunnskap om seg selv som en sentral komponent: Det handler om elevens metakognitive bevissthet. Hvordan lærer eleven best? Hva er elevens sterke og svake sider, og hvordan påvirkes elevens motivasjon, holdninger og stressnivå i ulike læringssituasjoner?

Hvordan kan eleven disponere tid og ressurser på en mest hensiktsmessig måte? Det er viktig at eleven er bevisst på både ytre ressurser (læringsmateriell og andre hjelpemidler) og indre ressurser (motivasjon og følelser, aktivisering av læringsstrategier, strukturering av tid). Elevens kunnskap om læringsstrategier handler om hvordan eleven tilegner seg, reflekterer over og anvender ny informasjon. Weinstein et al. (2006) beskriver læringsstrategier som *«…enhver tanke, atferd eller handling som en person engasjerer seg i under læring og studier for å påvirke tilegnelsen og integreringen av ny kunnskap slik at den kan lagres bedre og gjøres mer tilgjengelig for senere bruk»* (Weinstein et al., 2006, s. 32). Også her står elevens metakognitive kunnskap om seg selv og sin egen læring sentralt. Målet er best mulig lagring av kunnskap, slik at den senere er tilgjengelig ved behov. Weinstein et al. (2006) påpeker i denne forbindelse at elevens engasjement er sentralt: Passive elever kan ikke regne med å nå sine mål.



Figur 3. En modell av strategisk læring. Fra Weinstein, Bråten og Andreassen, 2006, s. 29.

Motivasjonskomponenten er en annen komponent i modellen for strategisk læring, Den henger sammen med nødvendigheten av elevens engasjement: En viktig forutsetning for at eleven skal nå sine mål, er at eleven ønsker å nå målet og har en indre drivkraft. Weinstein et al. (2006) påpeker betydningen av at elever orienterer seg mot mestringsmål, og at de vurderer hva som er hensikten med arbeidet de legger ned. Mestringsmål settes i kontrast til prestasjonsmål: Elever med stor grad av mestringsmål vil søke dypere forståelse av fagstoffet, mens elever med stor grad av prestasjonsmål vil søke anerkjennelse og demonstrere fortreffelighet, for eksempel ved å forsøke å være flinkere enn medelevene på en prøve. I tillegg er motivasjon relatert til mestringsforventning, ved at elever som tror de kan lykkes med en oppgave, vil være mer motivert for å gjennomføre den. Hvis eleven ikke tror han kan lykkes, ser han kanskje ikke noe poeng med å prøve i det hele tatt. Dette henger videre sammen med Vygotskys tanker om elevens proksimale utviklingssone (Høihilder, 2014; Imsen, 2014).

Selvreguleringskomponenten i modellen for strategisk læring handler om hvordan eleven kontrollerer og styrer sin egen læring. Elever som behersker selvregulert læring, har evne til å disponere tid, planlegge og gjennomføre oppgaver, og selv kontrollere de ulike faktorene innenfor kunnskap, ferdigheter og motivasjon (Bråten, 2002). Tidsplanlegging er et sentralt begrep: Selvregulert læring innebærer at eleven kan kontrollere bruk av tid og planlegge fremover, samt overvåke og kontrollere sin tidsbruk underveis, for å utnytte tiden effektivt. Dette henger sammen med de nevnte mestringsmål og prestasjonsmål: Elever med mestringsmål vil planlegge og disponere tid med tanke på langsiktig læring, og arbeide jevnt med fagstoff. Elever med prestasjonsmål vil derimot ha fokus på kortsiktig gevinst, og pugge og søke kjapp læring rett før en prøve. Weinstein (1988, 1994) presenterer en systematisk tilnærming til selvregulert læring og oppgaveløsing:

1. Sett deg et mål for hva du ønsker å oppnå: For eksempel mestring av en bestemt oppgave, eller et bestemt resultat på neste prøve.
2. Reflekter over læringsoppgaven: Identifiser oppgavekrav, og vurder disse opp mot din egen kompetanse og motivasjon. Reflekter også over tilgjengelige ressurser og lærerens forventninger.
3. Utvikle en plan ved hjelp av brainstorming: Kom opp med flere ulike mulige fremgangsmåter for å nå målet.
4. Vurder hvilke av strategiene som er mest effektive.
5. Iverksett valgt(e) strategi(er).
6. Overvåk og evaluer strategibruken.
7. Hvis resultatene ikke er tilfredsstillende: Modifiser eller erstatt valgte strategier, og iverksett deretter på nytt.

8. Når resultatene er tilfredsstillende, og oppgaven er fullført: Foreta en sluttevaluering av effektiviteten av læringsstrategiene som er brukt og resultatet som er oppnådd. Dette er sentralt med tanke på fremtidige situasjoner: Ved å reflektere vil du øke din metakognitive lære-å-lære-kompetanse og skaffe deg et repertoar av effektive strategier.
   (Fra Weinstein et al., 2006)

Den siste komponenten i modellen for strategisk læring er kontekstkomponenten. Den handler om hvilke ressurser som er tilgjengelige for eleven, hvilke forventninger læreren har til eleven, hvilke krav og begrensninger oppgaven setter, samt hvilken sosiale setting oppgaven løses i. Alt dette er faktorer som vil ha påvirkning for elevens læring.

2.5.3 Læringsstrategier i matematikk

Hva kjennetegner læringsstrategier i matematikk? Grønmo og Throndsen (2006) peker på tre hovedtyper av læringsstrategier i matematikk: oppgavespesifikke strategier, generelle strategier og metakognitive strategier.

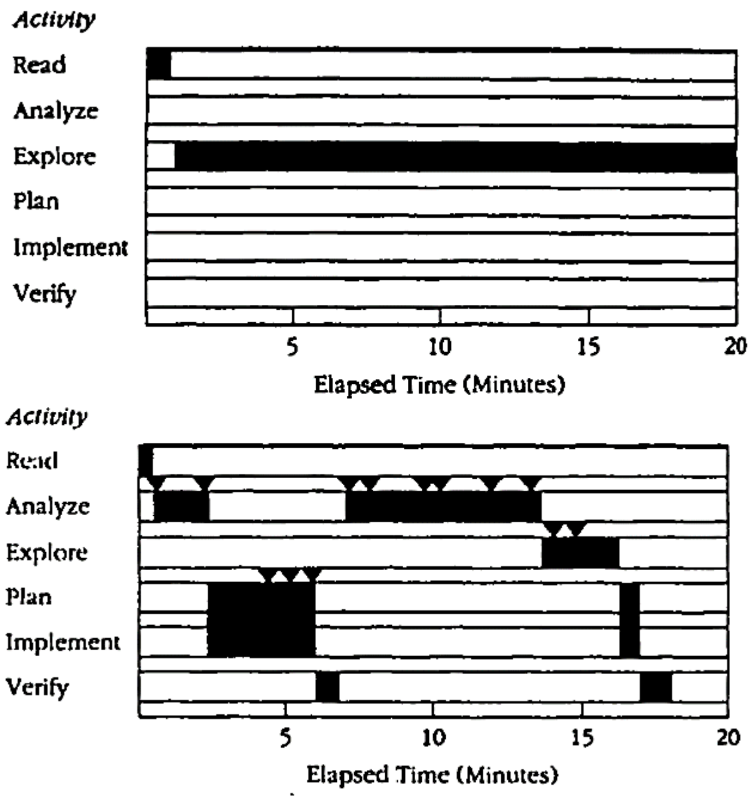
Oppgavespesifikke strategier er strategier som brukes for å løse helt bestemte oppgaver, for eksempel måten en summerer eller multipliserer tall. Generelle strategier er strategier med et noe bredere anvendelsesområde, som å pugge for å automatisere visse regneoperasjoner, eller å stille spørsmål til oppgaveteksten for å løse komplekse oppgaver. Metakognitive strategier er den typen Grønmo og Throndsen (2006) tillegger størst vekt. Dette er strategier på et dypere plan enn de to førstnevnte, og det handler om i hvilken grad eleven er i stand til å kontrollere sin egen tenkning og læring. Som eksempel nevner Grønmo og Throndsen elever som planlegger læringsaktiviteter, ved å først analysere en læringsoppgave, og deretter velge en hensiktsmessig strategi.

Grønmo og Throndsen (2006) trekker frem skillet mellom prosedural kunnskap og ferdigheter på den ene siden, og konseptuell kunnskap og forståelse på den andre, jamfør kapittel 2.3.4: Prosedural kunnskap dreier seg om å vite hvordan noe skal gjøres, mens konseptuell kunnskap dreier seg om å vite hva noe er, underforstått forståelse av matematiske prinsipper og sammenhenger. En forutsetning for god faglig utvikling er at disse kunnskapsformene virker og utvikler seg sammen: Eleven må både beherske grunnleggende, automatiserte ferdigheter, og ha en dypere begrepsmessig forståelse. Grønmo og Throndsen (2006) sier at god undervisning kan kjennetegnes ved at *«trening og automatisering av fakta og ferdigheter, og refleksjon med sikte på bedre begrepsforståelse, integreres på en måte som bidrar til at de gjensidig styrker hverandre»* (Grønmo & Throndsen, 2006, s. 184).

Prosedural og konseptuell kunnskap omtales med en fellesbetegnelse som områdespesifikk kunnskap. Parallelt med at elever utvikler disse kunnskapene, er det av avgjørende betydning at de også utvikler sin metakognitive kunnskap om sine egne læringsstrategier, prosedyrer og fremgangsmåter, og om hva de selv er komfortable og fortrolige med. Schoenfeld (1992) bruker begrepet metakognisjon om elevens kunnskap om egne kognitive prosesser, og han presiserer begrepet med følgende tre kategorier (Schoenfeld, 1992, s. 347): For det første elevens kunnskap om egne tankeprosesser: hvor nøyaktig han kan beskrive sine egne tanker. For det andre elevens selvregulering: hvor god oversikt han har over hva han gjør underveis når han løser oppgaver. For det tredje elevens holdninger og intuisjoner: hvilke ideer han har med seg når han regner matematikk, og i hvilken grad han lar dette styre hvordan han løser oppgaven.

Schoenfeld (1992) påpeker betydningen av metakognisjon for utviklingen av en elevs selvregulerte læring: Hvis eleven er bevisst problemene han møter underveis, kan han justere underveis ved for eksempel å prøve andre strategier. Forskning viser at utviklingen av metakognitive ferdigheter ikke bare er avgjørende for om eleven lykkes med problemløsing i matematikk, men også en forutsetning for elevens effektive læring av nytt lærestoff (bl.a Lester, Garofalo & Kroll, 1989; Schoenfeld, 1992). Schoenfeld har studert forskjeller på dyktige og svake problemløsere i matematikk, og finner tydelige forskjeller i hvordan de angriper oppgaver: Den øverste tidslinjen i figur 4 illustrerer en svak problemløsers fremgangsmåte, mens den nederste tidslinjen ifølge Schoenfeld (1992) illustrerer en dyktig problemløsers fremgangsmåte.

Som den øverste tidslinjen illustrerer, vil en svak problemløser ikke ha en spesiell fremgangsmåte for å løse en oppgave. Han leser oppgaveteksten, velger en strategi (som ikke nødvendigvis er den hensiktsmessige), og prøver til han enten løser oppgaven eller gir opp. Den nederste tidslinjen illustrerer hvordan en typisk dyktig problemløser går frem: Han vil først lese og analysere oppgaven for å forsikre seg om at han forstår problemet, deretter planlegge løsningsprosessen ved å vurdere ulike strategier opp mot hverandre, og til sist iverksette planen mens han kontinuerlig overvåker og evaluerer prosessen. Om det stopper opp underveis, går han tilbake og vurderer en ny strategi (Schoenfeld, 1992).



Figur 4. Forskjeller mellom svake og dyktige problemløsere. Fra Schoenfeld, 1992, s. 356.

Her peker Schoenfeld (1992) på noe sentralt: Også svakere problemløsere kan være i besittelse av den kunnskapen som kreves for å løse et gitt problem. For eksempel kan de få til rutineoppgaver i klasserommet, fordi de er blitt fortalt hvilken teknikk de skal bruke for å løse den gitte oppgaven, gjennom felles gjennomgang og lærebokeksempler. Men de er ikke i stand til å anvende kunnskapen på en konstruktiv måte: De mangler metakognitiv kunnskap, og klarer derfor ikke å overføre kunnskapen slik at de får nytte av den på for eksempel større prøver.

Lester, Garofalo og Kroll (1989) har også undersøkt elevers evne til metakognisjon i arbeid med matematisk problemløsing. De fremhever lærerens rolle, og presenterer et konkret undervisningsopplegg for effektiv problemløsning, gjengitt i figur 5. Lester et al. (1989) understreker at trening i problemløsning alltid bør inneholde metakognitive aspekter, og at trening i ulike ferdigheter og strategier alene ikke er nok. Det er viktig at elever er bevisste på at det som skjer før og etter selve oppgaveløsningen, er vel så viktig som selve løsningsprosessen. Denne tredelingen er gjengitt blant annet hos Schoenfeld (1992): Elever må tenke metakognitivt både før, under og etter arbeidet med oppgaver.

Teaching Actions for Problem Solving

		Teaching Action	Purpose
BEFORE	1	Read the problem to the class. Discuss words or phrases students may not understand.	Illustrate the purpose of reading problems carefully, focus on words that have special interpretations
	2	Use a whole-class discussion about understanding the problem.	Focus on important data in the problem, clarify parts of the problem
	3	Use a whole-class discussion about possible solution strategies.	Elicit ideas for possible ways to solve the problem
DURING	4	Observe and question students to determine where they are in the problem-solving process	Diagnose students' strengths and weaknesses related to problem solving
	5	Provide hints as needed	Help students past blockages
	6	Provide problem extensions as needed	Challenge early finishers to generalize their solution strategy to a similar problem
	7	Require students who obtain a solution to "answer the question"	Require studends to look over their work and make sure it makes sense
AFTER	8	Show and discuss solutions	Show and name different strategies
	9	Relate the problem to previously solved problems or have students solve extensions of the problem	Demonstrate that problem-solving strategies are not problem-specific
	10	Discuss special features of the problem, such as pictures	Show how the special features of a problem may influence how one thinks about a problem

Figur 5. Undervisningsopplegg for effektiv problemløsning. Fra Lester et al., 1989, s. 32.

Grønmo og Throndsen (2006) tar dette videre og oppsummerer et undervisningsopplegg for utvikling av metakognitive ferdigheter, med tre stikkord: planlegge, overvåke og evaluere:

- Å planlegge handler om metakognitive strategier som opptrer før en læringsaktivitet, og innebærer at eleven analyserer oppgaven, aktiverer relevant forkunnskap og velger en egnet strategi, på bakgrunn av oppgavens krav og sine egne forkunnskaper.
- Å overvåke handler om metakognitive strategier som opptrer under selve læringsaktiviteten, og innebærer at eleven kvalitetskontrollerer seg selv, vurderer om valgt strategi gir forventet fremgang, samt vurderer sin forståelse og læring underveis.
- Å evaluere handler om metakognitive strategier som opptrer etter en læringsaktivitet, og innebærer at eleven vurderer både resultatet, læringsutbyttet, og effektiviteten av den valgte strategien. Kunne oppgaven vært løst annerledes?

Grønmo og Throndsen (2006) henviser til PISA-undersøkelsen 2003, som blant annet ser en sammenheng mellom elevers bruk av kontrollstrategier i matematikk og deres prestasjoner i faget. En av årsakene til at norske elever scorer dårlig, er elevers (og læreres?) manglende vektlegging av kontrollstrategier, og manglende evaluering av sine strategier og løsninger.

Videre påpeker Grønmo og Throndsen (2006) betydningen av motivasjon for en elevs læring i matematikkfaget. Det holder ikke at eleven har kunnskap om ulike læringsstrategier, han må i tillegg være motivert for å ta ulike strategier i bruk. De henviser til studier som viser sammenheng mellom elevers tiltro til egen mestring, og deres innsats, engasjement og utholdenhet i læringssituasjonen (bl.a. Collins, 1982), og de påpeker at tidligere mestringserfaringer er den faktoren som i størst grad påvirker elevenes forventninger om å lykkes. Her spiller læreren en viktig rolle: Han kan gi et viktig bidrag for å holde på elevenes mestringstro, ved å gi elevene oppgaver med moderat vanskelighetsgrad. Dette henger tydelig sammen med Vygotskys teori om elevenes proksimale utviklingssone, jamfør kapittel 2.2.4. Elevene lærer best dersom de får oppgaver som er på et nivå som ligger litt høyere enn hva de er komfortable med – og de opplever stor grad av mestring om de lykkes i å løse disse oppgavene.

Grønmo og Throndsen (2006) peker på viktigheten av å ha variasjon i læringsstrategier. På den ene siden kreves trening i å løse visse oppgavetyper ved repetisjoner og gjentakelser, på den andre siden er det nødvendig med kontroll, refleksjon og metakognitiv tenkning. Prosedural kunnskap, konseptuell kunnskap og metakognitiv kunnskap må alle utvikles parallelt, og hver enkelt elev må gjøre dette i sitt tempo, men med læreren som en viktig støttespiller.

3 Metode

Min erfaring gjennom flere års undervisning i 1T var at mange elever syntes 1T-kurset var fryktelig vanskelig. Jeg opplevde at mange sterke elever mistet motivasjonen tidlig i kurset, primært på grunn av dårlige karakterer og nedslående resultater. Et år mistet jeg tre faglig sterke elever til 1P halvveis i 1T-kurset, på grunn av skuffende resultater første termin. Dette var dyktige elever som valgte 1T fordi de var svært motiverte for matematikk, de syntes faget var interessant og hadde en forståelse av at de kunne mye matematikk. Hvorfor gikk det galt? Kanskje ble karakterjag og fokus på resultater på prøvene satt foran fokus på langsiktig læring? Eller kanskje var det matematiske verktøyet og læringsstrategiene som elevene hadde med seg fra ungdomsskolen, ikke tilstrekkelig for å løse ny og vanskeligere matematikk?

All erfaring tilsa at det også i skoleåret 2015/16 ville være elever som havnet i denne kategorien. Jeg ønsket å avdekke hvem disse elevene var, med tanke på å intervjue et utvalg av disse elevene. Hensikten med studien var å avdekke spesifikke læringsstrategier og lærevansker hos disse elevene, som ikke klarer å henge med i faget til tross for motivasjon og iherdig egeninnsats. Jeg var interessert i hva den enkelte tenkte om sine strategier, og hvordan eleven valgte å løse utvalgte oppgaver. Derfor var det nødvendig med et kvalitativt fokus på studien, for å sørge for at jeg kom tett nok på fokuselevene. Samtidig var det en forutsetning å få oversikt over hele 1T-elevgruppen, for å klare å isolere de elevene som var i målgruppen for denne studien. Det krevde innslag av kvantitative metoder. Dette er derfor en mixed methods-studie, der hovedfokuset ligger på det kvalitative.

3.1 Innhenting av godkjenninger

Sentralt i planleggingen av denne studien stod gjennomføring intervjuer med enkeltelever, med bruk av lydopptak og transkripsjon av potensielt sensitive opplysninger. Derfor var det nødvendig å melde inn forskningsprosjektet til Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD). Prosjektet ble godkjent av NSD i juni 2015 (vedlegg 1). Ledelsen ved den aktuelle videregående skolen var informert muntlig om prosjektet allerede i foregående skoleår, og en formell søknad om tillatelse til gjennomføring av forskningsprosjektet ble godkjent av rektor i august 2015 (vedlegg 2). Deretter fikk samtlige elever og foresatte i 1T-gruppene skriftlig informasjon om prosjektets formål og gang (vedlegg 3). De ble i dette skrivet informert om kriteriene bak det kommende utvalget av elever til intervjuer. I tillegg ble det presisert at all deltakelse selvfølgelig var frivillig, at informantene ville anonymiseres, og at all data ville bli behandlet sensitivt. Samtidig ble elever og foresatte bedt om å returnere samtykkeskjema.

3.2 Informasjonsinnhenting og kartlegging

I utgangspunktet fokuserte jeg på hele elevgruppen som valgte Matematikk 1T på begynnelsen av VG1. Erfaring tilsa at dette ville tilsvare anslagsvis 80-100 elever, tilsvarende omtrent halvparten av elevmassen i studiespesialiserende VG1. Dette viste seg å stemme også for skoleåret 2015/16, ettersom omtrent 90 elever valgte 1T-kurset.

Første mål var å avdekke i hvilken grad elevene hadde kontroll på de matematiske forkunnskapene som antas å være kjent ved inngangen til videregående skole. Jeg benyttet meg av Utdanningsdirektoratets elektroniske læringsstøttende prøve i matematikk[1] (som i 2015 erstattet tidligere års kartleggingsprøve). Jeg vurderte denne som godt egnet: Dette er en test som er grundig kontrollert, og som på et bredt grunnlag tester elevenes matematiske kunnskaper og ferdigheter ved inngangen til videregående skole. Derfor:

> *Skritt 1: Kartlegging av kunnskaper og ferdigheter hos elever som velger 1T i VG1, ved hjelp av Utdanningsdirektoratets læringsstøttende prøve i matematikk*

Dette gav et førsteinntrykk av hver enkelt elevs utgangspunkt. Resultatene ble kryssjekket med den andre typen data som allerede var tilgjengelig om elevene ved skolestart, nemlig oversikten over deres avsluttende matematikkarakterer på ungdomsskolen. Derfor:

> *Skritt 2: Innhenting av elevenes avgangskarakterer i matematikk fra ungdomsskolen, og kryssjekking med kartleggingsresultater*

[1] http://www.udir.no/eksamen-og-prover/prover/laringsstottende-prover/

3.3 Gjennomføring av undervisning

Den elevgruppen som jeg fokuserte på i denne studien, er elever som på ungdomsskolen opplevde høy mestring i matematikk. De var ikke feilfrie, men de hadde gjerne ligget stødig på karakter 5 gjennom ungdomsskolen, og de svarte godt på den læringsstøttende prøven i august. De hadde kontroll på det aller meste som de skulle beherske i matematikkfaget etter endt grunnskole. Dette er en forutsetning, for fokuset mitt er hvorfor enkelte elever opplever overgangen til matematikk 1T på videregående skole som ekstra vanskelig, når de ikke har opplevd spesielle matematikkvansker tidligere i skoleløpet.

En forutsetning for studien var at 1T-lærerne i 2015/16 ikke la om på undervisningen, men gjennomførte tradisjonell undervisning med tavlegjennomgang og oppgaveregning, så likt som mulig de foregående årene. Dermed hadde elevkullet 2015/16 likest mulig forutsetninger som de foregående kull, og det var rimelig å anta at også resultatet kunne bli tilsvarende: Noen antatt sterke elever ville falle gjennom faglig. Målet var å sørge for best mulig forutsetninger for å kartlegge hvilke elever som særlig opplevde å falle i karakterer og miste motivasjon, slik at jeg i neste omgang kunne intervjue og hjelpe disse elevene. Derfor:

> *Skritt 3: Tradisjonell gjennomgang av kursets første tema, grunnleggende algebra, etterfulgt av ordinære prøver og første store terminprøve etter omtrent tre måneder.*

På den videregående skolen som er involvert i denne studien, har man tradisjon for å begynne med algebra-emner i 1T. Det er flere årsaker til dette. For det første er dette pensum som er en direkte videreføring av det de skal kunne etter ungdomsskolen. For det andre bygger mange av kursets senere temaer på denne grunnleggende algebraen, og det er derfor viktig at elevene søker dypere forståelse og ikke faller av allerede de første par månedene. Dette er med andre ord en kritisk fase for elever som allerede synes disse temaene er litt vanskelige. Den grunnleggende algebraen utgjør på et vis grunnmuren til mye av det som elevene skal lære videre i løpet av 1T-kurset, og videre gjennom videregående opplæring. For eksempel opplever mange elever store vanskeligheter med å beherske derivasjonskapittelet første gang de møter det utpå våren i VG1, fordi de ikke er stødig nok på de ulike matematiske forutsetningene som kreves for å forstå derivasjon (funksjonsbegrepet, regneregler, faktorisering, grafisk fremstilling, sammenheng mellom funksjon og graf, og så videre).

Etter tre måneder med undervisning, og to mindre, temabaserte prøver underveis i første termin, rundet vi av høstterminen med en større terminprøve. Denne ble gjennomført i utgangen av november, og dekket alt som var gjennomgått i undervisningen frem til da. Terminprøven ble utarbeidet av de fire 1T-lærerne i fellesskap, og tok utgangspunkt i tre ulike lærebokforlags forslag til terminprøver[2]. Ved å kontrollere de ulike forlagenes forslag opp mot hverandre og mot læreplanen i faget, ble vi tryggere på at vår terminprøve lå på et riktig nivå med hensyn på vanskelighetsgrad og oppgaveutvalg.

3.4 Isolering av fokuselever

Dette ledet til en kritisk fase i studien: Elevenes resultater på terminprøven måtte sjekkes opp mot den informasjonen jeg tidligere hadde samlet inn om elevene. Derfor:

> *Skritt 4: Sammenlikne elevenes resultater på terminprøven som gjennomføres etter første termin, med elevenes ungdomsskolekarakterer og kartleggingsresultater.*

Etter mine hypoteser ville denne prøven kunne avdekke hvilke elever som var i målgruppen. For å isolere fokuselever, var det behov for tydelige kriterier. Elevene ble i første omgang delt inn i tre grupper:

> *Gruppe 1: Elever som presterte til høy måloppnåelse på avgangskarakterer i 10. klasse og på kartleggingstesten, og som samtidig presterte bra på prøven som testet tillært kunnskap etter tre måneder med Matematikk 1T.*

> *Gruppe 2: Elever som presterte til høy måloppnåelse på avgangskarakterer i 10. klasse og på kartleggingstesten, men som presterte dårligere – og svakere enn sine egne målsetninger – på prøven som testet tillært kunnskap etter tre måneder med 1T.*

> *Gruppe 3: Elever som presterte til middels måloppnåelse på avgangskarakterer i 10.klasse og på kartleggingstesten, og også presterte under middels – og som de selv forventet – på prøven som testet tillært kunnskap etter tre måneder med 1T.*

Den første gruppen var utenfor fokusområdet for denne studien. Disse elevene har innarbeidede teknikker for å tilegne seg kunnskap og ferdigheter i matematikk, som

[2] Forlagene bak lærebøkene Sinus (Cappelen Damm), Lokus (Aschehoug) og Sigma (Gyldendal) har alle egne lærersider på sine hjemmesider, med blant annet forslag til kapittelprøver og terminprøver i matematikk.

tilsynelatende fungerer bra også i videregående skole, i alle fall foreløpig. Den siste gruppen var også utenfor mitt fokusområde. Disse elevene har ikke vist stort avvik mellom sine forkunnskaper, sine (realistiske) målsetninger og sine faktiske resultater. Erfaring tilsier at det er en nokså stor andel elever i denne tredje gruppen i hvert 1T-kull, men at flere av disse elevene velger å bytte til 1P-kurset etter første termin.

Det er den andre elevgruppen vi skal vie vår oppmerksomhet. Gitt at vi deler elevene i tre grupper som beskrevet over, sortert etter resultater på terminprøven, ville de elevene som er aktuelle for denne studien befinne seg i den midtre tredelen, blant de midterste ca. 20-30 elever. Dette er elever som har kommet seg gjennom ungdomsskolen med gode matematikkarakterer, men som opplever møtet med 1T som vanskelig. Kanskje har de med seg innøvde teknikker for å løse oppgaver (for eksempel instrumentelle teknikker fremfor relasjonell forståelse)? Kanskje opplever de at deres læringsstrategier ikke er tilstrekkelige for å tilegne seg en mer teoretisk matematikkunnskap i 1T?

Her har jeg antatt at jeg klarte å identifisere elever i den aktuelle gruppen. For å plukke ut hvilke elever av disse 20-30 som var aktuelle for intervjuer, hadde jeg følgende skritt:

Skritt 5: Gjennomføre spørreundersøkelse blant aktuelle elever

Denne spørreundersøkelsen skulle ta for seg konkrete spørsmål som: Er elevene selv fornøyd med resultatet på terminprøven? Er de overrasket over resultatet? I hvilken grad har de arbeidet for å tilegne seg fagstoffet før prøven? Følte de at de var godt forberedt til prøven? Er det spesielle forhold som må tas i betraktning og som kan ha påvirket resultatet, for eksempel sykdom i forkant av prøven eller stort fravær fra undervisning? Og så videre.

3.5 Intervjuer av fokuselever

Det jeg nå hadde samlet sammen av informasjon om elevene, ville forhåpentligvis være tilstrekkelig til å plukke ut 4-6 elever som var i målgruppen for intervjuer. Jeg anså det som viktig å gjennomføre intervjuene i relativt kort tid etter terminprøven, mens elevene fortsatt hadde et klart minne om hvordan det gikk på prøven og hvorfor. Det var også et poeng at progresjonen i kurset ikke hadde gått for langt videre, slik at elevene ikke hadde tilegnet seg for mye ny kunnskap som bygget på den gamle. Derfor:

Skritt 6: Gjennomføre intervjuer med elever kort tid etter gjennomføring av terminprøve og spørreundersøkelse

Det er intervjuene som er mest i fokus i denne studien, for det er intervjuene som skulle avdekke tanker og handlinger hos de utvalgte elevene. På forhånd så jeg for meg at intervjuer med 4-5 elever ville være tilstrekkelig (med ytterligere et par elever i reserve). Jeg planla opprinnelig å gjennomføre intervjuene i to runder:

- Runde 1, med fokus på elevens løsning av nye oppgaver innen algebra, liknende oppgavene på prøven. Dette skulle foregå på elevens premisser. Jeg skulle kun iaktta, og be elever forklare fremgangsmåter, men ikke rette. Beregnet tidsbruk var omtrent 30 minutter per elev.
- Runde 2, med fokus på samtale med eleven om fag og læringsstrategier. Jeg skulle ta utgangspunkt i elevens regning og forklaring fra runde 1. Hensikten var å få kjennskap til elevenes tanker og læringsteknikker, samt å få elevene til å innse hva som går galt og hvorfor. Beregnet tidsbruk på denne runden var omtrent 20 minutter per elev.

Før gjennomføringen av intervjuene ble dette gjort om: Jeg bestemte meg for å gjennomføre kun ett lengre intervju per elev, og ikke to kortere intervjuer. En viktig årsak til dette var det tidspresset som både jeg og elevene følte på etter nyttår: Elevenes skolehverdag bestod av tette timeplaner og mange innleveringer, prøver og frister. Det var lettere å få elever med på å stille til ett intervju, enn å koordinere to intervjuer per elev. I tillegg mente jeg at det ville gi mer verdifull og korrekt informasjon om jeg samtalte med elevene om hver enkelt oppgave, umiddelbart etter at eleven hadde gjort oppgaven. På den måten ville jeg sikre at eleven fortsatt husket hva vedkommende hadde gjort og hvorfor, og dette er viktig informasjon som kunne gått tapt dersom oppfølgingsintervjuet hadde vært på et senere tidspunkt.

Jeg gjennomførte i alt fem intervjuer, og jeg gjennomførte hvert av dem omtrent som beskrevet ovenfor. Dette beskriver jeg i detalj i neste kapittel.

4 Resultat og analyse

I dette kapittelet presenterer jeg resultat og analyse. I kapittel 4.1 presenterer jeg analyser av terminprøvene gjennomført høsten 2015, og jeg begrunner utvalget av fokuselever og oppgaver. I kapittel 4.2 til 4.6 tar jeg for meg de fem informantene etter tur, og analyserer systematisk hvert intervju. Jeg vil i disse delkapitlene presentere informantenes svar på innledende spørsmål, oppgaveløsninger, forklaringer og begrunnelser. Jeg har valgt å presentere informantene etter tur, fordi jeg ønsker å komme nærmest mulig den enkelte informant, og avdekke kjennetegn på læringsstrategier og misoppfatninger hos hver og en av informantene.

Deretter ser jeg i kapittel 5 etter fellestrekk blant informantene, både når det gjelder læring og læringsstrategier, misoppfatninger og annet som kom frem under intervjuene og informantenes arbeid med oppgaver. Jeg knytter også resultatene opp mot relevant teori.

4.1 Analyser av terminprøver

Som forklart i metodekapittelet, var det vesentlig for studien at jeg klarte å identifisere de elevene jeg ønsket å studere. For å avdekke hvilke elever som var best egnet for intervju og analyser, sammenliknet jeg alle 1T-elevenes terminprøvebesvarelser med de forutsetningene som elevene hadde da de startet på 1T-kurset. Elevgrunnlaget etter gjennomført terminprøve november 2015 var som følger:

- Av totalt ca. 160 elever i VG1-kullet skoleåret 2015/16, fulgte 90 elever 1T-kurset per november 2015.
- 84 av disse 90 elevene gjennomførte ordinær, skriftlig femtimers terminprøve i matematikk i slutten av november 2015. De øvrige 6 er tatt ut av tallmaterialet.
- For 81 av disse 84 elevene fikk jeg tilgang til karakteropplysninger fra ungdomsskolen. Disse 81 elevene utgjør derfor grunnlaget for det videre utvalget.

4.1.1 Utvalg av elever

Tabell 1 viser de 81 1T-elevenes karakterprestasjoner etter første termin i 1T, sammenliknet med avgangskarakterene som de samme elevene fikk i matematikk ved utgangen av ungdomsskolen et halvt år tidligere:

		Termin (jul)						
		6	5	4	3	2	1	TOT
Avgangskarakter (US)	6		1					1
	5		9	11	10	1		31
	4		1	4	26	9		40
	3				2	7		9
	TOT		11	15	38	17		81

Tabell 1. Oversikt over sammenhengen mellom avgangskarakterer på ungdomsskolen og terminkarakterer etter første termin i 1T.

Utfra denne oversikten observerer jeg følgende:

- 31 elever hadde høy måloppnåelse (avgangskarakter 5 eller 6) fra ungdomsskolen:
    - ca. 28 % beholder karakteren etter første termin i 1T.
    - ca. 72 % faller minst én karakter, ca. 34 % faller minst to karakterer
- 40 elever hadde sterk middels måloppnåelse (avgangskarakter 4) fra ungdomsskolen:
    - 12,5 % beholder eller hever karakteren etter første termin i 1T.
    - 87,5 % faller minst én karakter, men bare 22,5 % faller to karakterer

Hva forteller disse observasjonene oss? Jeg merker meg at en større andel av elevene som fikk avgangskarakter 5 i 10. klasse faller mer enn en karakter, enn hva tilfellet er for elevene som fikk avgangskarakter 4. Dette kan kanskje begrunnes med at fallhøyden er større for en elev som ligger på karakter 5; at de har mer å tape. Men samtidig skulle en karakter 5 og høy måloppnåelse i matematikk etter ungdomsskolen tilsi at disse elevene har et bredere og mer solid grunnlag, og dermed et bedre utgangspunkt før 1T-kurset: De burde være bedre rustet til å møte nye matematiske utfordringer. Videre observerer jeg at de 31 elevene som hadde avgangskarakter 5 i 10. klasse, deler seg i tre omtrent like store grupper: De som beholder karakter 5 etter første termin i 1T (9 av 31), de som faller en karakter etter første termin i 1T

(11 av 31), og de som faller minst to karakterer og får karakter 3 eller svakere etter første termin (11 av 31). Denne siste gruppen, altså de 11 elevene som hadde karakter 5 fra ungdomsskolen og falt minst to karakterer i løpet av første termin i 1T, utgjør det jeg videre i studien omtaler som fokuselevene.

Overgangen fra ungdomsskolematematikk til Matematikk 1T på videregående skole er tøff for mange, og det kan være mange årsaker til dette. Flere studier har tatt for seg overgangsvansker i overgangen mellom ungdomsskole og videregående skole (Clark & Lovric, 2009; Gueudet, 2008). Jeg ser det derfor som nokså naturlig og udramatisk at en elev faller én karakter fra 5 til 4, eller fra 4 til 3, i løpet av den første terminen med 1T-matematikk. Mange elever trenger tid for å modnes, og ta inn over seg all den nye kunnskapen. Flere av elevene som faller en karakter i første termin, vil sannsynligvis kunne heve seg når den nye kunnskapen har fått modnet, og ende opp på samme karakter som utgangspunktet innen standpunktkarakteren settes i juni.

De elevene jeg vil vie oppmerksomhet i denne studien, er gruppen av elever som fikk høy måloppnåelse i matematikk på ungdomsskolen, og som faller mer enn én karakter i møtet med 1T. Tabell 1 viser at disse fokuselevene utgjør en betydelig andel, 11 av 31 av elevene med høy måloppnåelse og avgangskarakter 5 fra 10. klasse. Hva er årsaken til at disse elevene opplever overgangen som vanskeligere enn medelever som på papiret har samme utgangspunkt? Kan noe av svaret ligge i hvordan elevene arbeider med matematikk, og hvilke læringsstrategier de bruker? Gjennom intervjuer med noen av disse elevene forsøker jeg å avdekke noen av årsakene til dette.

4.1.2 Utvalg av oppgaver

Ved å analysere de 81 elevenes terminprøvebesvarelser, og sammenlikne løsningsalternativer, avdekket jeg andelen elever som fikk til de ulike deloppgavene på terminprøven. I første omgang merket jeg meg hvilke deloppgaver som skilte seg ut, enten ved at oppgavene hadde en særlig lav andel korrekte løsninger, eller ved at oppgavene hadde mange ulike kreative løsninger. I neste omgang tok jeg for meg fokuselevene, altså elevene som var aktuelle for intervju, for å se nærmere på hvordan disse elevene hadde svart på de utvalgte oppgavene.

En sentral del av intervjuene var elevenes løsning av utvalgte oppgaver, og det var viktig at hver av informantene fikk oppgaver tilpasset deres egne besvarelser på terminprøven. Derfor fikk alle informantene et litt forskjellig utvalg oppgaver under intervjuene, avhengig av hvilke oppgavetyper den enkelte hadde løst feil på terminprøven. Samtidig ønsket jeg å begrense antallet ulike oppgaver til bruk i intervjuene, for å senere kunne sammenlikne informantenes besvarelser og forklaringer ved behov. Tabell 2 viser oversikten over oppgaver:

		Oppgavenummer				
		2	3	5	6	11
Informant	A		X	X	X	
	B	X	X	X		X
	C		X	X	X	
	D	X	X	X		
	E	X		X	X	

Tabell 2. Oversikt over oppgaveutvalg for de ulike informantene A til E.

Under planleggingen av intervjuene plukket jeg ut 4-5 aktuelle oppgaver per intervju, siden jeg ikke kunne vite på forhånd hvor lang tid informantene ville bruke per oppgave. Under intervjuene sørget jeg for at alle informantene besvarte oppgave 5, og tilsvarende at de fleste informantene besvarte oppgave 3. Dette gjorde jeg med tanke på en eventuell sammenlikning av informanters løsning av den samme oppgaven, og muligheten for å kunne dra konklusjoner på tvers av intervjuene.

Analysen av terminprøven avdekket hvilke oppgaver som flest elever ikke fikk til, samt hvordan utvalget av fokuselever besvarte de utvalgte oppgavene. På bakgrunn av denne analysen lagde jeg nye oppgaver til bruk under intervjuene, se figur 6. Dette var oppgaver som elevene ikke hadde sett før, men som i struktur liknet oppgavene som elevene hadde løst feil på terminprøven. Av praktiske og tidsmessige årsaker var jeg nødt til å foreta et begrenset utvalg av oppgaver. Samtidig har jeg forsøkt å velge oppgaver som dekker et bredt utvalg av den grunnleggende algebraen som elevene skal beherske etter første termin i 1T-kurset. Det er faktorisering og kvadratsetninger, brøkregning med variable og sammensatte uttrykk, rasjonale funksjoner, og løsning av andregradslikninger og –ulikheter. Alt sammen er sentrale temaer som elevene er nødt til å beherske, om de skal ha grunnlag for å forstå det som kommer i vårterminen, som for eksempel funksjonsdrøfting og derivasjon. Et annet, kanskje større, utvalg oppgaver kunne gitt andre resultater. Jeg mener likevel å ha gjort et velbegrunnet valg av både fokuselever og oppgaver, gitt rammene for denne studien.

Oppgave 2.1

Regn ut.

$$\frac{7a}{3} - \frac{3}{2} + \frac{4a}{6}$$

Oppgave 3.2

Skriv så enkelt som mulig.

$$(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$$

Oppgave 3.4

Skriv så enkelt som mulig.

$$(10 - x)(10 + x)$$

Oppgave 5.1

Løs likningen

$$\frac{3x}{x-1} - \frac{8}{x+4} = 3$$

Oppgave 5.2

Løs likningen

$$\frac{3}{x-2} - \frac{x}{x+3} = -1$$

Oppgave 6.2

Faktoriser uttrykket

$$3\mathrm{x}^2 + 6\mathrm{x} - 24$$

Oppgave 11.2

Løs ulikheten

$$-2x^2 + 10x \geq 8$$

Figur 6. Oppgaveutvalg til intervjuer, basert på analyse av terminprøven desember 2015.

4.1.3 Gjennomføring av intervjuer

De 11 elevene som var aktuelle for intervjuer, fordelte seg nokså likt i alle de fire 1T-gruppene. To av elevene gikk i min egen 1T-gruppe, og jeg valgte derfor å utelate dem fra studien for å unngå rollekonflikter. En tredje elev byttet skole ved årsskiftet, og er derfor også utelatt fra studien. De resterende åtte elevene fikk i januar 2016 et skriftlig tilbud om intervju.

Jeg forklarte i dette skrivet at elevene var plukket ut på bakgrunn av resultatene i matematikkfaget i første termin på videregående skole, og at jeg svært gjerne ville intervjue dem, snakke om terminprøven og la dem regne noen oppgaver. Jeg la vekt på at jeg ønsket å avdekke årsaker, og hjelpe dem på veien videre. Jeg var tydelig på at deltakelse var frivillig, og at de når som helst kunne ombestemme seg og ikke delta. Jeg presiserte at de ville forbli anonyme, og at vi selvfølgelig ble enige om egnet tid og sted for intervjuene.

Av de åtte elevene som fikk tilbud om intervju, takket to nei umiddelbart. En tredje elev var positiv, men trakk seg samme dag som hennes intervju skulle finne sted. De øvrige fem elevene gjennomførte intervjuer som planlagt. Blant de fem informantene er det både jenter og gutter, og de fordeler seg så jevnt som mulig på de tre øvrige 1T-gruppene. Jeg mener derfor at jeg har fått et representativt utvalg av elever i studien. Alle de fem informantene som ble intervjuet, hadde ligget jevnt på en karakter 5 på ungdomsskolen. De hadde alle falt ned til karakter 3 etter første termin i 1T, og alle var svært overrasket og skuffet over dette. Flere av elevene gav uttrykk for at de var svært positive til intervju, og at de håpet at dette kunne bidra til at de mestret faget bedre.

Intervjuene ble gjennomført i februar-mars 2016, på tidspunkt som var avtalt med elevene i god tid i forveien. Hvert intervju hadde en varighet på 40-45 minutter. Intervjuene ble gjennomført uten pause, men elevene var informert om at de når som helst underveis kunne be om pause eller trekke seg. Jeg benyttet meg av lydopptak under intervjuene, for å sikre å få mest mulig fokus på eleven og spørsmålene under selve intervjuene. Lydopptakene ble transkribert kort tid etter gjennomført intervju.

Som planlagt fikk intervjuene et todelt fokus. Omtrent 10 minutter gikk med til innledende spørsmål. Jeg startet intervjuet med åpne spørsmål som hvordan informanten trivdes med matematikk, og gikk gradvis over til å fokusere på informantens tanker omkring læring spesielt. Spørsmålene fokuserte på læringsstrategier som begrep og informantens forståelse av dette, men også på overgangen mellom 10. klasse og 1T, når det gjaldt undervisning, motivasjon og egeninnsats i matematikk[3]. Omtrent 30 minutter av hvert intervju var satt av til oppgaveregning og –gjennomgang. Elevene fikk utdelt oppgaver som de ikke hadde sett før, men som liknet oppgaver fra terminprøven. Målet var å gi elevene oppgaver som de burde kunne mestre, og deretter observere hvordan de løste oppgavene og begrunnet sine strategier og fremgangsmåter.

[3] Se vedlegg for full intervjuguide, basert på Christoffersen og Johannessen (2012).

I kapittel 4.2 til 4.6 presenterer jeg etter tur de fem informantene. Jeg tar dem for meg individuelt, for å forsøke å få et helhetlig bilde av den enkelte informant. Jeg baserer meg på det gjennomførte intervjuet, med både innledende spørsmål og informantenes løsning av oppgaver med begrunnelser og forklaringer. Der det er naturlig trekker jeg også frem informantenes løsning av oppgaver på terminprøven.

4.2 Informant A

4.2.1 Informant A: Analyse av innledende spørsmål

Informant A valgte 1T fordi hun følte at hun hadde et godt grunnlag i matematikk etter ungdomsskolen, med 5 som avgangskarakter. Matematikk hadde aldri vært et fag hun hadde hatet eller elsket, men det hadde alltid vært greit å jobbe med faget, og enkelte deler av faget hadde vært morsommere enn andre. Hun mente at hun ville trives bedre i 1T enn i 1P, fordi hun var mer glad i formler og likninger enn i prosent og praktisk matematikk.

Jeg spurte alle informanter om deres forventninger til 1T-kurset og matematikk på videregående skole. Følgende kommentar fra informant A er typisk for flere av informantene og deres reaksjoner på møtet med 1T-kurset[4]:

A. *Jeg trodde jo ikke at jeg kom til å gå så drastisk ned, for å være ærlig. Men jeg visste jo det kom til å bli vanskelig. Jeg var veldig godt forberedt, lærerne var veldig gode og strenge på ungdomsskolen. Jeg fikk høre at «T er ikke lett. Du må jobbe, du må gjøre lekser, du må øve til prøver.» Men det var jeg godt vant med på ungdomsskolen og. Så det skulle ikke bli noe helt nytt.*

X. *Hva tror du er årsaken til at du har gått såpass mye ned?*

A. *Det har jo noe med hvor fort vi har gjennomgått. Og så er det vel det at vi har fått litt lite tid på prøver. Den [terminprøven], det var alt for dårlig tid. […] Og så har jeg ikke vært kjempefornøyd med hvordan NN har undervist i forhold til min læring da. […] Han har rotet litt når han satte på tavla, det kan være rotete*

[4] Ved utdrag angir bokstavene A til og med E hvilken informant som er sitert. X angir sitater fra meg, forskeren.

> *oppsetting, at du får litt dårlig tid, at det går veldig raskt gjennom… […] Vi sitter egentlig ikke og skjønner noen ting, men så bare, okay, nå må vi gå videre.*

Informant A uttrykte overraskelse over at overgangen til 1T-kurset var så vanskelig, og skuffelse over å ha falt to karakterer. Hun hadde følt seg godt forberedt, og var på forhånd blitt fortalt av matematikklæreren på ungdomsskolen om at 1T-kurset kom til å bli tøft. Hun forventet derfor at det ville bli vanskelig, og var forberedt på å måtte jobbe hardt. Likevel ble hun overrasket over hvor vanskelig det faktisk var. På spørsmål om vanskelighetsnivået i 1T sammenliknet med matematikkfaget på ungdomsskolen, svarte informant A følgende:

> A. *Det er jo vanskeligere. Men jeg føler at vi har gått gjennom utrolig mye mer enn vi gjorde på ungdomsskolen da, det gikk veldig raskt [i høst]. Så det var vel litt vanskelig å henge med. Og det er jo mere kompliserte ting enn på ungdomsskolen.*

Denne kommentaren kan ses i sammenheng med kommentaren i forrige utdrag: Informanten opplevde at 1T-kurset var mye vanskeligere enn hva hun var vant med, og begrunnet det særlig med at tempoet gikk *«utrolig mye fortere»* i 1T enn hun var vant med fra ungdomsskolen. Hun kommenterte også at det var mye nytt å ta inn over seg på kort tid.

En av informant A sine største utfordringer i første termin hadde vært progresjonen i faget. Hun opplevde at gjennomgangen hadde gått for fort frem, slik at hun ofte ikke rakk å arbeide nok med et tema før det var på tide å gå videre til et nytt. Hun ble stadig hengende på etterskudd. Dette tidspresset var noe hun trakk frem gjentatte ganger under intervjuet: Etter en tavlegjennomgang kunne hun sitte med en følelse av at hun *«ikke skjønte noen ting»*. Deretter fikk hun tilmålt tid til å gjøre noen få oppgaver, og kanskje rekke å spørre om hjelp, før læreren gikk videre med felles gjennomgang av neste delkapittel.

På spørsmål om arbeidsmengden informanten la ned i matematikkfaget nå, sammenliknet med på ungdomsskolen, svarte informant A følgende:

> A. *Jeg har aldri øvd så mye til en prøve som jeg har gjort til den [terminprøven] før jul. Der satt jeg så mye, flere uker satt jeg og jobbet hver dag, med den matten. Jeg jobbet masse, jeg var på studieverksted, og jeg jobbet på skolen.*

Informant A presiserte flere ganger under intervjuet at hun jobbet mye med matematikkfaget, og at arbeidsmengden i 1T var mye større enn hun var vant med fra tidligere. Likevel hadde hun gått ned fra karakter 5 på ungdomsskolen til karakter 3 på terminprøven og i terminkarakter. Hun uttrykte stor frustrasjon over dette.

Hva angår terminprøven, var også tidspresset noe informant A vektla under intervjuet. Hun følte at det var for dårlig tid, og at det var mange oppgaver hun ikke rakk å gjøre ferdig. Oppgaver som hun hoppet over for å komme tilbake til senere, rakk hun ikke tilbake til. Hun rakk heller ikke se over etter småfeil. Hun påpekte at hun aldri hadde øvd så mye til en prøve som til denne terminprøven i 1T. Hun hadde jobbet hver dag i flere uker, og var derfor ekstra frustrert over at det ikke gikk bedre enn det gjorde: *«Jeg har aldri jobbet så mye som nå, og så får jeg en treer, liksom? Jeg synes jo det er kjipt da, når jeg har jobbet så mye, og så klarer jeg ikke å få noe utbytte av det.»*

Denne informanten visste tilsynelatende hva hun gikk til, og overraskelsen ble desto større. Det er verdt å merke seg informantens egne forslag til hvorfor det hadde gått dårligere enn forventet:

1. for rask gjennomgang av pensum
2. for liten tid på prøver, særlig terminprøven
3. generell misfornøyelse med lærers gjennomgang

Felles for forslagene er at dette er ytre årsaker som informanten selv ikke hadde kontroll over, og derfor følte at hun ikke kunne gjøre noe med. Informanten gjorde alle lekser, prøvde å følge med i undervisningen, og gjorde generelt det som ble forventet. Likevel lyktes hun ikke. Attribusjonsteorien setter informantens manglende kontroll over situasjonen i sammenheng med hennes sterke fokus på ytre faktorer. Hun hadde ingen forklaring på hvorfor hun ikke lenger mestrer matematikkfaget like godt som tidligere, for hun følte at hun gjorde det samme som hun hadde gjort på ungdomsskolen. I slike situasjoner er det lett for en elev å skylde på ytre faktorer, men desto vanskeligere å gjøre noe med situasjonen, fordi eleven føler at hun selv ikke rår over den (Imsen, 2014).

Læringsstrategier er et sentralt begrep, og jeg ønsket derfor å få et inntrykk av hvor bevisste informantene var i bruk av læringsstrategier. Dette henger sammen med hva Grønmo og Throndsen (2006) sier om elevenes metakognitive kunnskap – i hvilken grad er de bevisste på hvordan de lærer, og hvordan de bruker kunnskapen sin? Alle informantene ble spurt om sitt forhold til læringsstrategier, og informant A svarte følgende:

X. *Hva tenker du på hvis jeg sier læringsstrategier?*

A. *Da tenker jeg på måter man jobber og hvordan man lærer best. Om man enten går gjennom veldig nøye, eller om man… jobber med andre, eller… ja… [stillhet]*

X. *Er du bevisst på bruk av læringsstrategier?*

A. *Ja jeg er jo det, jeg har jo prøvd å finne ut hva som funker best for meg. Og det må jo jobbes mye. Jeg må skrive det ordentlig, så hvis jeg ikke skjønner noe, kan jeg gå tilbake igjen og se hva det er jeg har gjort. Så jeg er veldig mye, sånn i alle fag, på å skrive. Å skrive ned, gjøre oppgaver, ikke snakke med andre, bare jobbe konsentrert selv.*

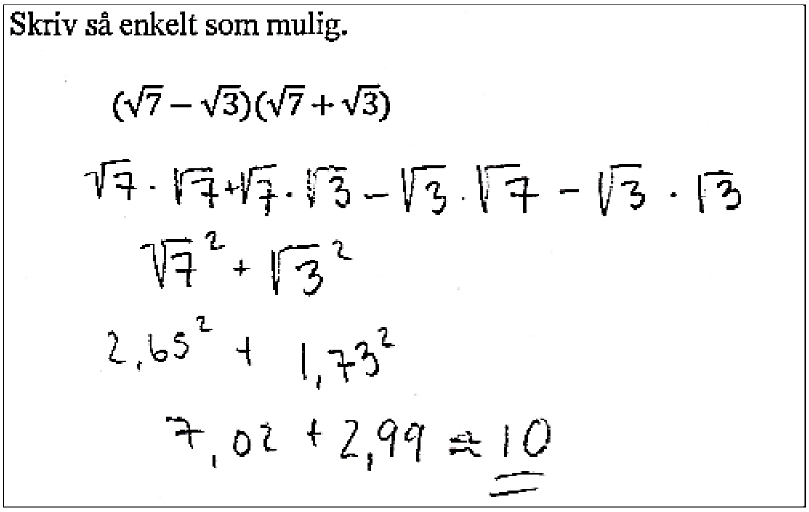
Informant A svarte altså ja på spørsmålet om hun var bevisst på bruken av læringsstrategier. Likevel virket hun usikker da hun ble bedt om å forklare meg hva læringsstrategier er, og hun klarte ikke komme med mange konkrete eksempler. Hun nevnte noen enkle, konkrete strategier: gå gjennom nøye, skrive ned ordentlig, jobbe med andre, og gjøre oppgaver.

Informant A hadde et relativt enkelt forhold til læringsstrategier i matematikk. Hun forbandt begrepet med hvordan man jobber med faget og hvordan man lærer best. Hun forklarte at det måtte jobbes mye, og at hun måtte jobbe konsentrert og skrive ned ordentlig, slik at hun kunne gå tilbake senere og se hva hun har gjort. Hun hadde alltid hatt en strategi i matematikk å gå gjennom alt nøye og gjøre mye oppgaver, og hadde ikke endret på strategier siden ungdomsskolen.

4.2.2 Informant A: Analyse av oppgaver

Informant A – Oppgave 3

Den første reaksjonen til informant A da hun så oppgave 3 (se figur 7), var at *«det minner om en kvadratsetning, fordi det er samme tall, og så er det minus og pluss»*. Hun mente det kunne minne om tredje kvadratsetning. Informanten forklarte at hun hadde vært usikker på denne typen oppgaver før, og at dette sikkert var en av oppgavene hun hadde hoppet over på terminprøven. På spørsmål om strategier svarte hun at det første hun ville gjort, var å gå til sine notater og se hvordan hun har løst liknende oppgaver tidligere: *«Der er det jo forskjellige tall, men det ville jo vært lik strategi da…»* Hun utdypet at hun var vant med regelbok fra ungdomsskolen, og at hun i dette tilfellet ville gått og funnet den og sjekket opp.



Figur 7. Informant A, løsning av oppgave 3.2 under intervju.

Jeg bekreftet på dette tidspunktet at oppgaven kunne løses med tredje kvadratsetning. Men informanten var usikker, og hun valgte derfor å *«ta omveien»*, som hun uttrykte det. I 2. linje multipliserte hun ut uttrykkene, og i 3. linje har hun ryddet opp. Men her stoppet hun opp da hun ikke visste hva kvadratroten av 7 var. Hun så på uttrykket $\sqrt{7}$ isolert, og mente at hun måtte vite hva det var før hun kom seg videre. På det tidspunktet fikk hun lov til å bruke kalkulator, og hun regnet dermed ut $\sqrt{7}$ og $\sqrt{3}$, før hun summerte opp og rundet av til 10.

Under den påfølgende samtalen spurte jeg om desimaltallene 7,02 og 2,99 minte henne om noe hun hadde sett tidligere i oppgaven. Etter litt betenkningstid pekte hun på tallene 7 og 3 og sa at desimaltallene liknet dem, *«på mystisk vis»*, men at hun ikke kunne forklare hvorfor.

Informant A var *«ganske sikker»* på at svaret var riktig, men hun påpekte at det sikkert fantes bedre måter å løse oppgaven på. Hun tenkte innledningsvis at hun måtte bruke kvadratsetninger for å løse oppgaven, fordi det var en metode hun hadde lært om i 1T-kurset. Men hun var usikker og valgte derfor å bruke den trygge, gamle metoden. Dette var et bevisst valg: Siden hun var usikker på den nye metoden og *«ikke hadde lyst til å gamble»*, valgte hun en gammel, kjent metode, og dette er en strategi hun ofte benyttet om hun stod fast på prøver.

Informant A – Oppgave 5

Informantens første tanke da hun så oppgave 5.2 (se figur 8), var at hun måtte finne fellesnevner. Etter en liten tenkepause foreslo hun $(x+6)$ som fellesnevner. Jeg spurte hvordan hun tenkte for å komme frem til dette, og hun svarte: *«[Jeg tenker på] hva jeg må gange for å få disse to like [peker på nevnerene,* $x-2$ *og* $x+3$*]. Så her [peker på første nevner,* $x-2$*] kan jeg gange med* $x-3$*, og der [peker på andre nevner] kan jeg gange med* $x+2$*.»* Hun mente at hun på den måten fikk fellesnevneren $(x+6)$, som hun kunne gange inn i alle ledd.

Løs likningen

$$\frac{3}{x-2}-\frac{x}{x+3}=-1$$

$$\frac{(x^2+6)3}{(x-2)} - \frac{(x^2+6)x}{(x+3)} = -1(x^2+6)$$

$$\frac{\cancel{(x-2)}(x+3)3}{\cancel{(x-2)}} - \frac{(x-2)\cancel{(x+3)}x}{\cancel{(x+3)}} = -1(x-2)(x+3)$$

$$3x+9-x^2+2x = \cancel{-x^2} -(x^2+3x-2x-6)$$

$$= -x^2-3x+2x+6$$

$$3x+3x-2x-x^2+x^2 = 6-2-9$$

$$\frac{4x}{4}=\frac{-5}{4}$$

$$x=-\frac{5}{4}$$

Figur 8. Informant A, løsning av oppgave 5.2 under intervju.

Informanten ganget sin fellesnevner inn i alle ledd, og fikk uttrykket

$$\frac{(x+6)3}{(x-2)} - \frac{(x+6)x}{(x+3)} = -1(x+6)$$

På dette tidspunktet stoppet hun opp. Hun ønsket å stryke og forenkle uttrykket, men hun var svært usikker på om det var lov å stryke: *«Siden det står pluss imellom [tallene i parentesuttrykket], og ikke ganger, er jeg litt sånn 'er det lov eller ikke lov?'»* Hun var veldig usikker på hvordan hun skulle komme videre. Idet hun var i ferd med å gi opp, tipset jeg om at hun måtte se på de to nevnerne vi startet med en gang til. Hvordan kunne hun finne fellesnevneren til $(x-2)$ og $(x+3)$ på enkleste måte? Hun sa at hvis vi ganget dem sammen, var vi garantert å få felles nevner. Etter en liten tenkepause sa hun at da måtte fellesnevneren være (x^2+6), og ikke $(x+6)$, og hun endret på dette i uttrykket over. Nå fikk hun andregradsuttrykk i tellerne, og hun var fortsatt usikker på om det var lov å stryke: *«Jeg er ganske sikker på at man ikke kan stryke, og da vet jeg ikke helt hva jeg skal gjøre hvis jeg ikke kan stryke, for jeg har veldig lyst…»*

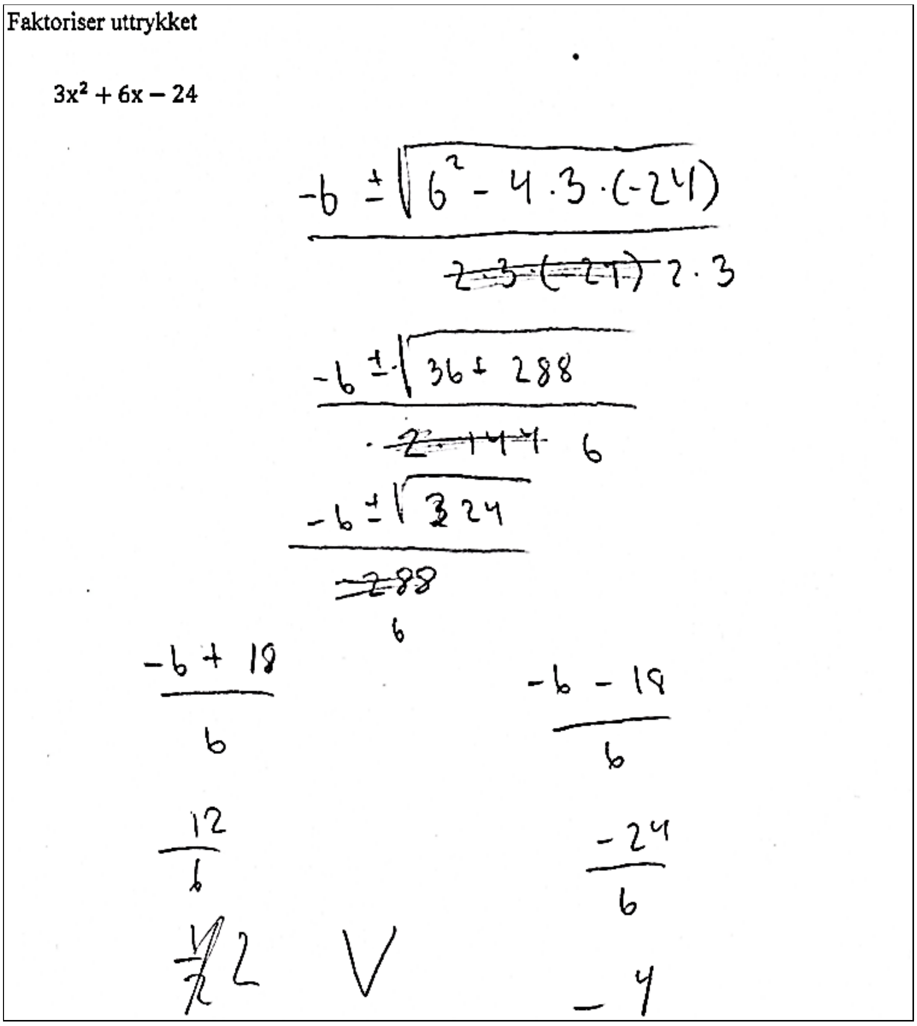
Her var hun igjen på vei til å gi opp, og jeg spurte om det ikke var noe annet hun kunne gange med i stedet. Da var det som det gikk opp et lys, og hun sa at hun kunne gange med $(x-2)$ og $(x+3)$ hver for seg. Hun gjorde dette, og regningen videre gikk deretter raskt. En liten regnefeil (der $(+2x)$ har blitt til (-2) etter sidebytte) gjorde at svaret ikke ble helt korrekt, men dette registrerte hun ikke selv.

I den påfølgende diskusjonen mente informanten at hun kunne finne på å løse en liknende oppgave på samme måte på en prøve: Hun ville ha regnet ut uttrykket som beskrevet over (og fått enten $(x+6)$ eller (x^2+6)), og deretter blitt usikker og gått videre til neste oppgave. Hun hadde alltid tenkt det var enklere å slå sammen nevnerne med en gang, men hun innså under intervjuet at hun da ikke kunne stryke etterpå. Hun forklarte at dersom hun hadde hatt bedre tid, hadde hun kanskje sett hva hun skulle gjort etter hvert. Under tidspress ville hun antakeligvis gitt opp og gått videre. Det var akkurat hva som skjedde med den tilsvarende oppgaven på terminprøven: Hun ganget sammen nevnerne, turte ikke stryke, og gav opp.

En av utfordringene til informant A var at hun har ulike metoder for å løse oppgaver, men at hun manglet strategier for å avgjøre hvilken metode som var hensiktsmessig å bruke når. Hun visste at hun måtte tenke på fellesnevner for å kunne løse oppgaven. Men hun valgte å regne ut fellesnevneren først, selv om dette viste seg å være en omvei ved løsningen av akkurat denne oppgaven. Da den utregnede fellesnevneren ble satt inn i uttrykket, ble hun forvirret, og hun så ikke noen vei videre.

Informant A – Oppgave 6

I det samme informanten fikk utdelt denne oppgaven (se figur 9), husket hun å ha sett noe liknende på terminprøven. Hun sa at hun hadde hoppet over oppgaven fordi hun var usikker, og deretter ikke rakk tilbake til den. Hun gjettet på at det handlet om abc-formelen, eller om fullstendig kvadrat. Hun forklarte at hun aldri hadde lært seg fullstendig kvadrat-metoden, og at hun derfor hoppet over slike oppgaver. Jeg påpekte at det ikke stod noe sted at hun måtte bruke fullstendig kvadraters metode for å løse oppgaven, og hun svarte at *«det bare ser sånn ut. Men da tar jeg heller abc-formelen…»* Deretter begynte hun straks å regne.



Figur 9. Informant A, løsning av oppgave 6.2 under intervju.

Informanten reagerte underveis på at det ble *«høye tall»*, og kom i det samme på at hun kunne ha forenklet uttrykket først. Hun kommenterte selv at *«det er ikke feil, men det gjør det litt vanskeligere for meg selv»*. På et tidspunkt stusset hun over at hun fikk 288 i nevneren. Jeg spurte om hun kunne fortelle meg andregradsformelen muntlig, og idet hun ramset opp denne formelen helt korrekt, innså hun at hun hadde husket den feil, og ganget med en *c* for mye i nevneren. Hun gjorde om, og regnet videre, til hun fikk svarene -4 og $\frac{1}{2}$.

Her er det flere ting å bemerke. Som allerede nevnt var informanten unøyaktig idet hun satte inn uttrykket i formelen, og det ble feil fordi hun i farten husket formelen feil. Men i tillegg var informanten unøyaktig i føringen av oppgaven. Hun gjenkjente oppgaven som en som skulle løses ved hjelp av abc-formelen, men hun tenkte ikke på å faktorisere eller forenkle uttrykket før hun satte inn i formel. Ingen steder underveis i oppgaven brukte hun variabelen x, verken innledningsvis da hun satte uttrykket inn i formelen, eller avslutningsvis da hun kom frem til de endelige svarene. Informanten gjorde i tillegg en slurvefeil på slutten, da hun forkortet $\frac{12}{6}$ til $\frac{1}{2}$. Dette begrunnet hun i etterkant med at *«…jeg har lært at i mange svar er det litt brøk og sånn. Og så bare ser hjernen min tolv og seks, og så tenker jeg med en gang en halv. Uansett hvilken posisjon den står i, så tenker jeg en halv.»* Men hun mente hun kunne luket ut akkurat denne feilen, dersom hun hadde hatt tid til å gått over oppgaven etterpå.

Mer betenkelig er det at informanten oppga at svaret på oppgaven var -4 og $\frac{1}{2}$. Her viste hun manglende forståelse for hva oppgaven egentlig spurte om. Hun gjenkjente et uttrykk som hun mente skulle løses på en bestemt måte, ved hjelp av abc-formelen. Hun puttet deretter inn i formelen, forenklet og regnet ut, og kom frem til noen tall som hun mente liknet på et svar. Dersom dette hadde vært en prøve, hadde hun kanskje gått over og luket ut småfeil, og oppgitt at svarene var 2 og -4. Men hun brukte ikke variabelen x under utregningen, og hun innså ikke at hun ikke hadde svart på det oppgaven spurte om, nemlig å faktorisere det opprinnelige uttrykket. Informant A assosierte utseendet på uttrykket hun skulle faktorisere, med at hun skulle bruke abc-formel. Men hun assosierte ikke noe med selve begrepet faktorisere, og hun forstod derfor ikke hva oppgaven spurte om. Dette vitner om at hun prøvde å bruke en memorisert tenknikk, men at hun brukte den feil eller ufullstendig. Siden hun heller ikke hadde grunnlaget for å innse at hun ikke svarte fullstendig på oppgaven, var hun likevel fornøyd med svaret sitt.

4.2.3 Informant A: Oppsummerende kommentarer

Avslutningsvis spurte jeg informanten hvordan det var å gjøre disse oppgavene, På spørsmål om hun syntes oppgavene var lettere eller vanskeligere de hun fikk på terminprøven, svarte hun at de sikkert var ganske like. Da jeg påpekte at hun hadde fått til mye mer nå enn på terminprøven, forklarte hun dette med tidspresset på terminprøven: *«Du blir så stressa og du får vite at du har så dårlig tid, og at du skal gjennom åtte oppgaver, og det er deloppgaver under hver. Ja, du rett og slett bare suser gjennom…»* Jeg spurte hvordan hun hadde forberedt seg til terminprøven, og hun påpekte at det hadde vært mye pugging: *«Det var veldig mye pugg. Spesielt når jeg måtte gjøre det veldig bra for at ikke karakteren skulle gå veldig mye ned. Så det ble ekstremt mye jobbing…»*

På spørsmål om ambisjonene fremover, påpekte informant A at det føltes rart å si at hun ville heve karakteren til fire: *«Jeg synes det er kjipt å ha en treer i matte. For det har jeg jo aldri hatt før… Jeg har jo alltid hatt en femmer»*. Hun gjentok at hun syntes 1T-matematikk virket morsommere enn 1P-matematikk, men hun uttrykte samtidig frustrasjon for at hun ikke fikk uttelling for den innsatsen hun følte at hun la i faget.

Når jeg ser på oppgavene informant A har løst under ett, er det visse fellestrekk som utmerker seg: Informantens oppgaveløsning preges av innlærte prosedyrer, og hun assosierer umiddelbart hver oppgave med en teknikk eller metode som hun mener er riktig for å løse oppgaven. Hun får til enklere deloppgaver, men gjør lett feil på større, mer kompliserte eller sammensatte oppgaver. I flere tilfeller er hun ikke i stand til å oppdage feilene selv, men hun ser dem først idet jeg påpeker at noe er feil. Hun blir veldig fort stresset og usikker, særlig under tidspress, slik som på terminprøven. En vanlig strategi er at hun gir opp, og går videre til en annen oppgave, i stedet for å prøve å løse oppgaven på en annen måte. På prøvene resulterer dette stadig i at hun ikke rekker å vende tilbake og svare på de oppgavene hun har hoppet over, fordi hun bruker opp tiden på andre, enda mer kompliserte oppgaver.

4.3 Informant B

4.3.1 Informant B: Analyse av innledende spørsmål

Informant B forklarte at han valgte 1T fremfor 1P, fordi han syntes matematikk var spennende og interessant. Han syntes at 1P virket for enkelt, og han var interessert i å fortsette med matematikk og lære om nye temaer. Han fikk karakter 5 på ungdomsskolen, og ble anbefalt å velge 1T av sin matematikklærer på ungdomsskolen. Han var forberedt på at det ville bli vanskelig, og at han måtte jobbe. Han hadde erfart at det var mye repetisjon i faget på ungdomsskolen, og spesielt i 10. klasse. Overgangen til 1T var derfor ekstra stor:

> B. *Det er vanskeligere [i 1T], fordi det er mye nytt. På ungdomsskolen hadde vi […] to år med nye ting, og så hadde vi nesten bare repetisjon i hele tiende, det var noe nytt. Vi fikk jo repetert en del i slutten av tiende.*

Da jeg spurte om høstsemesterets resultater i 1T, forklarte informant B at han følte det hadde gått dårlig, og han pekte på mange årsaker til dette. Han la særlig vekt på at han hadde hatt det travelt i tiden før terminprøven, og ikke fått tid til å repetere alt som var gjennomgått i løpet av høsten. Terminprøven kom for brått på ham, og det var mye han var usikker på. Vi snakket videre om hvordan informanten foretrakk å arbeide med matematikk. Han fortalte at han prøvde å jobbe så effektivt som mulig, og utdypet at det var viktig å prøve å forstå oppgavene, *«så fort som mulig»*, og jobbe med oppgavene de fikk i timene. En typisk matematikkøkt for ham begynte med felles undervisning om nytt tema, deretter oppgaver om det som var gjennomgått, deretter ny undervisning – og så videre. Han fortalte at dette var en grei måte å ha undervisning på, og at han i timene følte at han forstod det meste. Men han la også vekt på at det gikk veldig fort frem, og at det kunne være vanskelig å følge tempoet i undervisningen. I tillegg vektla han andre eksterne faktorer, som for eksempel at det kunne være vanskelig å se tavla fra bakerst i klasserommet, på grunn av gjenskinn av lys.

På spørsmål om arbeidsmengde svarte informant B følgende:

> B. *Jeg tror jeg jobber litt mer med matte i uka hjemme, enn jeg gjorde i tiende. Men jeg jobbet kanskje litt mer på skolen med matte da enn nå, for vi hadde matte så å si hver dag*

Informanten mente altså at han jobbet mer med matematikk per uke i VG1, enn i 10. klasse. Men det er interessant at han mente han jobbet oftere med faget før, fordi de hadde matematikk nesten hver dag på ungdomsskolen, mot to dager i uken i VG1. Nå var det mer opp til hver enkelt elev å jobbe med faget hjemme, og det opplevde han som uvant og krevende på grunn av nye temaer.

På spørsmålet om læringsstrategier svarte informant B følgende:

X. *Hva tenker du på hvis jeg sier læringsstrategier?*

B. *Repetere, det er viktig. Og så må du… Noen steder må du jo nesten pugge, for eksempel pugge formler, hvis du ikke forstår hvorfor det er sånn. Det er noe du må pugge, som du må bare huske på. Men jeg tenker mest det er repetisjon, og forstå det man går gjennom.*

X. *Hvis du står fast på en oppgave, hva gjør du da? Hva er strategien?*

B. *Hvis jeg står helt fast og ikke kommer meg videre, da går jeg videre til neste oppgaver, for å løse dem, og kanskje gå tilbake senere. Eller så bare husker jeg plutselig formelen eller hvordan jeg skal regne ut hvis jeg jobber med andre oppgaver*

X. *Er du bevisst på hvilke oppgaver du går videre på, eller er det tilfeldig?*

B. *Det er vel... Det er jo i rekkefølge da, hvilken rekkefølge det er satt opp i…*

Det første informant B foreslo da jeg spurte om læringsstrategier, var å repetere og pugge. Han sa at det var viktig å repetere, og ofte valgte han bevisst å pugge. For eksempel pugget han formler for å huske dem, om han visste at han ikke forstod dem. Han hadde en strategi som gikk ut på å memorisere formler for å bruke dem ved behov, og han satte bevisst behovet for å lære formler utenat over behovet for å forstå formlene. Da jeg spurte om han kjente til andre læringsstrategier i matematikk, ble han mer usikker. Jeg spurte hvordan han ville gått frem om han stod fast på en oppgave. Han forklarte at han i slike tilfeller ville gå til neste oppgave, og prøve å løse den i stedet. Kanskje ville han gå tilbake til den forrige oppgaven senere, om han fikk tid. Kanskje kom han på hvordan den forrige oppgaven skulle løses, mens han løste den neste. Jeg spurte om han var bevisst på hvilke oppgaver han gikk videre til. Han forklarte da at oppgavene stod i rekkefølge i læreboka, og at han gikk videre til neste oppgave i den rekkefølgen de stod oppført i boka.

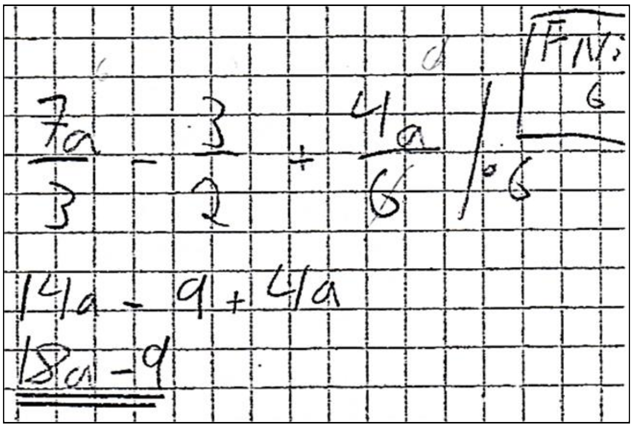
Intervjuet avdekket at informant B forbandt læringsstrategier i matematikk med å gjøre mange oppgaver, repetere og pugge formler. Han foretrakk å pugge i forkant av prøver, slik at han kanskje husket formlene selv om han ikke forstod dem. Han hadde ingen effektive strategier for å angripe oppgaver som han ikke klarte å løse. Den eneste strategien hans i slike tilfeller var å gå videre på den neste oppgaven i læreboka; en oppgave som kanskje, eller kanskje ikke, liknet på den oppgaven han stod fast på i utgangspunktet. Det viste seg senere i intervjuet at denne strategien også var brukt ved prøver: Hvis han stod fast på en oppgave, gikk han gjerne videre til den neste, og han opplevde ofte at han ikke rakk å komme tilbake til oppgaven på grunn av tidspress.

Jeg merker meg to kommentarer: For det første virker det vilkårlig om informanten kom på hvordan en tidligere oppgave skal løses, under arbeid med en annen oppgave. Dersom han ikke kom på hvordan en tidligere oppgave skal løses, lot han være å gå tilbake og løse den. For det andre hadde han et ukritisk forhold til hvilke oppgaver han løste. Om han stod fast på en oppgave, var strategien å gå videre til neste oppgave i læreboken, uten å reflektere over om den neste oppgaven kunne bidra til å forstå den første. Han manglet tilsynelatende gode strategier for å komme seg videre om han stod fast på en oppgave. Informant B var likevel mer presis i sin forståelse av læringsstrategier i matematikk enn tilfellet var for informant A. Jeg merker meg dette, og ser hvordan dette gir utslag i løsningen av oppgaver.

4.3.2 Informant B: Analyse av oppgaver

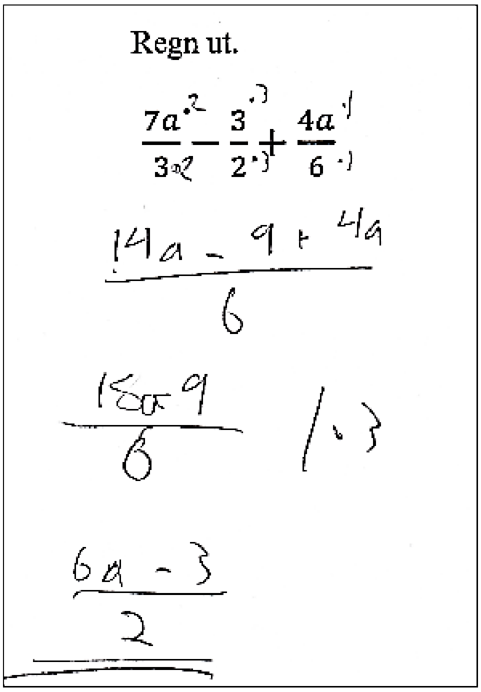
Informant B – Oppgave 2

Den første oppgaven informant B fikk var oppgave 2, som gikk ut på å summere brøker med ulike nevnere. På den tilsvarende oppgaven på terminprøven (se figur 10) multipliserte han hvert ledd med fellesnevneren, en nokså vanlig feil som skyldes sammenblanding mellom forenkling av uttrykk og løsning av likninger, men som ikke bør forekomme hos elever halvveis ute i 1T-kurset.



Figur 10. Informant B, løsning av oppgaven på terminprøven tilsvarende oppgave 2 under intervju.

Jeg var interessert i å høre informantens forklaring på hvordan han tenkte underveis, så jeg bestemte meg derfor for å gi ham en helt identisk oppgave under intervjuet (se figur 11). Da informanten fikk denne oppgaven så han straks at fellesnevneren var 6, og at han kunne utvide brøkene før han slo dem sammen. Han løste oppgaven rett frem, uten min innblanding, og fikk riktig svar. Informanten løste altså oppgaven på en annen måte under intervjuet, enn på terminprøven. Jeg spurte hvilke strategier han hadde brukt underveis. Han svarte at han ikke tenkte på noen spesiell teknikk eller strategi, men at han bare hadde teknikken inne fra før, *«så slipper man liksom å tenke på teknikker»*.



Figur 11. Informant B, løsning av oppgave 2.1 under intervju.

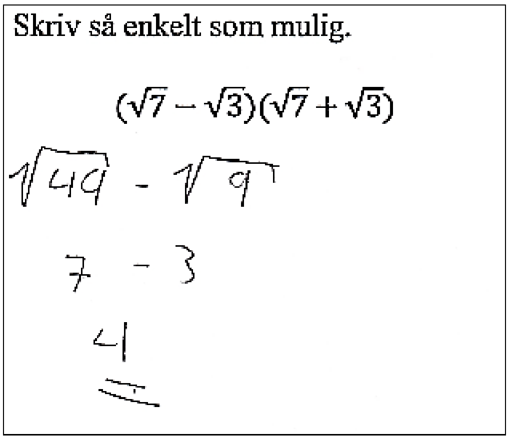
Jeg tok da frem terminprøven, og ba informanten forklare hvordan han hadde løst oppgaven den gang. Han bemerket straks at den var løst på en annen måte, og han ble brått usikker på hvilken måte som var den riktige: måten han hadde løst oppgaven på på terminprøven, eller måten han løste oppgaven på under intervjuet. Etter litt betenkningstid mente han at det han gjorde under intervjuet måtte være den korrekte måten. Men han hadde vanskeligheter med å forklare hvorfor det var feil å gange alle brøker med fellesnevner, slik han hadde gjort på terminprøven. Denne informanten hadde lært gjennom repetisjon og øving at noen oppgaver løses på den ene måten, og at andre oppgaver løses på den andre måten. Men under terminprøven hadde han følt han seg stresset, og i ettertid mente han at stress kunne være en mulig årsak til at han løste oppgaven feil den gangen og riktig på andre forsøk.

Informant B – Oppgave 3

Oppgave 3 testet om informanten behersket multiplisering av parentesuttrykk, og helst gjenkjente tredje kvadratsetning selv om faktorene var uvante (rotuttrykk). På terminprøven var informanten inne på riktig spor, men han virket å ha blitt forvirret av rotuttrykkene, og regnet ut følgende:

$$\left(\sqrt{11}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{11}+\sqrt{5}\right)=\sqrt{11^2}-\sqrt{5^2}$$

Da informanten fikk den tilsvarende oppgaven under intervjuet (se figur 12), sa han at han husket at han hadde vært usikker på denne oppgaven på terminprøven. Han forklarte at han gjenkjente oppgaven som en han kunne løse med konjugatsetningen, men at han ikke visste hva han skulle gjøre videre på grunn av rotuttrykkene.



Figur 12. Informant B, løsning av oppgave 3.2 under intervju.

Informanten løste oppgaven tilfredsstillende under intervjuet, og fikk et svar han var fornøyd med. Igjen pekte han på at han ikke tenkte på det på terminprøven, sannsynligvis på grunn av tidspresset og stresset, som var noe han følte på fordi det var en prøve som telte mye.

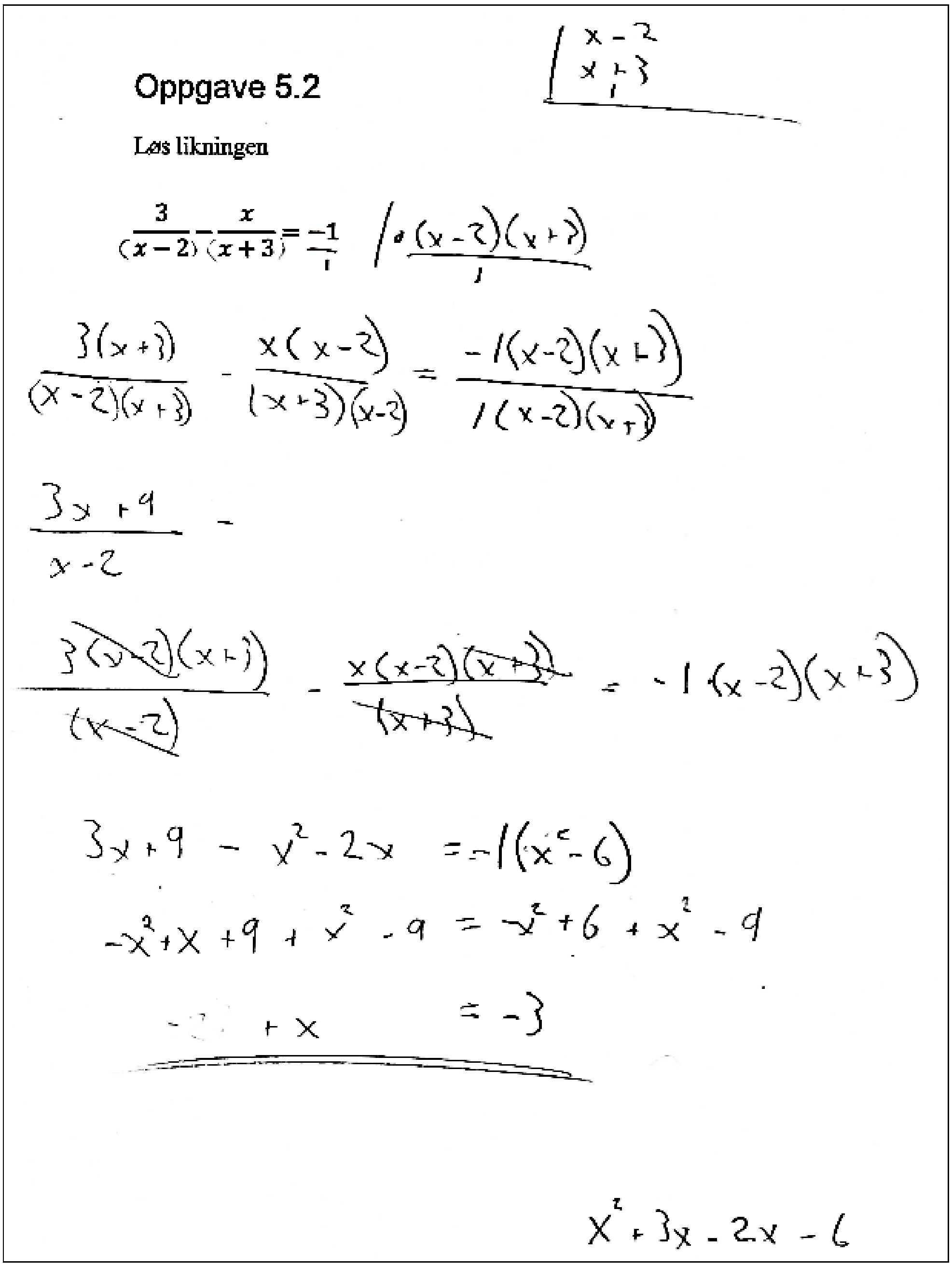
Informanten løste altså begge de to første oppgavene tilfredsstillende under intervjuet. Begge oppgavene hadde han løst feil eller ufullstendig på terminprøven, og ved begge tilfeller skyldte han i etterkant på stress *«fordi prøven var viktig»*. Informanten opplevde å bomme da det gjaldt som mest, selv om intervjuet avdekket at han egentlig behersket å løse denne typen oppgaver.

Informant B – Oppgave 5

I oppgave 5 skulle informanten løse en rasjonal likning. Han hadde løst den tilsvarende oppgaven delvis riktig på terminprøven: Han hadde funnet riktig fellesnevner ved hjelp av de to oppgitte nevnerne, og deretter ganget hvert ledd med fellesnevneren, som i det tilfellet var $(x-1)(x+4)$. Men han gjorde flere regnefeil i den videre utregningen.

Da informanten fikk denne oppgaven under intervjuet (se figur 13), tenkte han straks på fellesnevner. Interessant nok valgte han deretter en annen strategi enn på terminprøven: nå utvidet han hvert av leddene slik at alle tre ledd fikk nevneren $(x-2)(x+3)$. Deretter begynte han å regne ut uttrykkene i tellerne. Dette var ikke direkte feil, men en lite hensiktsmessig metode når målet er å løse likningen. Underveis stoppet informanten opp, og han ble veldig usikker. Var det riktig å gange bare i teller, eller skulle han også gange i nevner? Han gav uttrykk for at han blandet sammen ulike metoder.

Som figur 13 viser stoppet informanten opp underveis i utregningen i 3. linje: på dette tidspunktet visste han ikke hvordan han skulle gå videre. Jeg valgte da å vise ham hva han gjorde på terminprøven, der han ganget inn fellesnevner i alle ledd. Etter litt betenkningstid ombestemte informanten seg og mente at det han gjorde på terminprøven var mer hensiktsmessig. Han startet derfor på nytt i 4. linje, og multipliserte fellesnevner inn i alle ledd, slik an også hadde gjort på terminprøven.



Figur 13. Informant B, løsning av oppgave 5.2 under intervju.

På spørsmålet om hva som skilte de to ulike metodene, ble han igjen usikker. Han forklarte at han i første forsøk prøvde å forkorte uttrykkene, men at han så at det ikke lønte seg, og at han stoppet opp da han innså at han ikke kunne forkorte $\frac{3x+9}{x-2}$. Informanten viste i oppgave 5, som i oppgave 2, at han blandet sammen metoder og var usikker på hvilken metode han skulle bruke når. Det var ingen samsvar mellom hvordan han løste oppgavene på terminprøven, og hvordan han løste oppgavene under intervjuet.

Det er verdt å bemerke at informanten gjorde to feil videre i utregningen, og at begge feilene også ble gjort på terminprøven. Informanten gjentok altså feilene, selv om han på dette tidspunktet ikke så på terminprøvebesvarelsen og hermet etter denne. Den første feilen er at han konsekvent glemte å ta hensyn til fortegnet foran brøk nummer to, og slik ble for eksempel $-x(x-2)$ til $-x^2-2x$. Informanten så ikke denne grunnleggende feilen, verken på terminprøven eller under intervjuet, og svarene ble derfor feil. Den andre feilen som informanten gjentok, er verdt å merke seg: I oppgaven informanten løste under intervjuet, mente han at

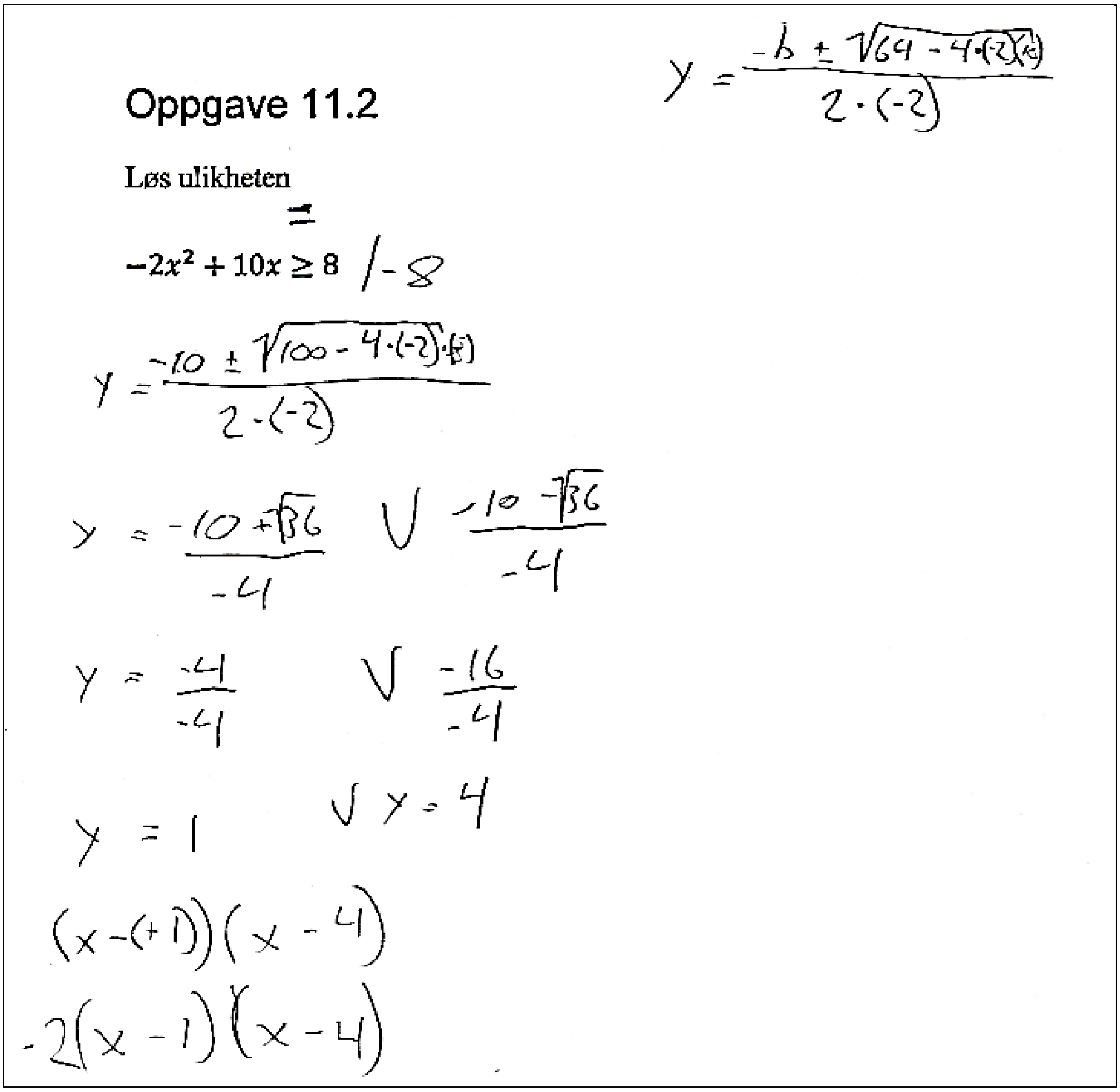
$$-1(x-2)(x+3) = -1(x^2-6)$$

Jeg spurte informanten om hvordan han hadde tenkt da han løste denne oppgaven. Underveis i sin forklaring innså han at dette måtte være feil, fordi han ville jo få en x igjen, ved å regne ut $3x-2x$. Informanten forklarte feilen med at han automatisk tenkte på konjugatsetningen hver gang han så slike uttrykk. Han tenkte at *«det midterste leddet bare forsvant»*, fordi man kan bruke konjugatsetningen når man har *«x pluss noe»* ganget med *«x minus noe»*. Det var først da jeg spurte hva han hadde tenkt, at han innså at dette ikke var tilfellet, siden tallene var ulike. Dette er et godt eksempel på en misoppfatning: Informanten tror han har lært seg en formel, og bruker den i tilfeller der den ikke kan brukes. Hadde han heller brukt en enklere teknikk, og multiplisert parentesuttrykkene ledd for ledd, hadde han fått rett svar. Men han stolte på at han brukte den nye teknikken riktig, og hadde ingen strategier for å kontrollere svaret i etterkant.

Informant B – Oppgave 11

I oppgave 11 skulle informanten løse en annengradsulikhet. Informant B forsøkte seg på denne oppgaven også på terminprøven. Den gang startet han riktig: Han flyttet over konstantleddet til venstre side av likhetstegnet så han fikk et fullstendig annengradsuttrykk, satte dette uttrykket lik null, og fylte korrekt inn i annengradsformelen, før han endte opp med to svar, i det tilfellet $x=-3$ og $x=1$. Informanten sa seg deretter ferdig med oppgaven, tilsynelatende fornøyd med løsningen. Jeg var interessert i å undersøke hvorfor han hadde stoppet ved denne løsningen, og gav ham derfor en tilsvarende oppgave under intervjuet (se figur 14).

Da informanten fikk denne oppgaven under intervjuet, fortalte han straks at han først måtte flytte over konstantleddet og deretter bruke abc-formelen. I første forsøk (øverst til høyre) fylte han imidlertid inn feil i formelen, som følge av at han blandet sammen b- og c-leddet i uttrykket. Informanten reagerte selv på tallene, og spurte meg derfor om han kunne ha gjort noe feil. Jeg ba ham fortelle meg hva som var a, b og c i uttrykket, og han innså da at han hadde forvekslet b og c. Han gjorde et nytt forsøk, og regnet helt korrekt til han fikk to svar, $x = 1$ og $x = 4$, På dette tidspunktet stusset han på svarene, fordi han *«vet at en av [svarene] skal bli positiv, og en av dem skal bli negativ»*. Da han ikke så noen feil i utregningen, fortsatte han likevel videre, og hans endelige svar på oppgaven var $(x - 1)(x - 4)$.



Figur 14. Informant B, løsning av oppgave 11.2 under intervju.

På direkte spørsmål bekreftet informanten at dette var svaret på oppgaven, og at han var fornøyd med det. Jeg spurte derfor om hva oppgaven spurte om, og han svarte at det var *«om den delen der [til venstre for ulikhetstegnet] var større eller lik 8»*. Han innså at han ikke hadde svart på dette, men han visste ikke hvordan han skulle komme videre fra sitt svar. Han fikk litt betenkningstid, og etter en stund førte han på -2 i svaret, slik at endelig svar på oppgaven ble $-2(x-1)(x-4)$. Informanten kom seg ikke videre etter dette, men gav opp, selv om jeg på et tidspunkt gav ham stikkordet fortegnsskjema.

Informanten virket trygg på bruk av abc-formelen, som er en strategi han har lært seg for å løse andregradslikninger. Men i møte med andregradsulikheter hadde han ikke noen supplerende metoder for å løse disse. Han endte derfor opp med å løse andregradsulikhetene som om de skulle vært andregradslikninger, både på terminprøven og under intervjuet. Han behersket ikke metodene han trengte for å komme videre, og var heller ikke trygg nok til å prøve seg frem videre på egen hånd, uten disse metodene.

4.3.3 Informant B: Oppsummerende kommentarer

Avslutningsvis i intervjuet snakket vi om hvordan informanten hadde opplevd å bli intervjuet. Han hadde opplevd at det var positivt å regne mens jeg så på, fordi da fikk han vist for en annen om han kunne oppgavene, og han fikk umiddelbar respons. Han trakk også frem at det føltes litt lettere enn på terminprøven, fordi han underveis kunne snakke og forklare hva han hadde gjort. På den måten var han mer oppmerksom, og han følte at det var lettere å oppdage om han hadde gjort en feil. Dette virket som en aha-opplevelse for informanten, at det å snakke matematikk og forklare hva han gjør og hvorfor, var en læringsstrategi i seg selv.

Informanten viste gjennom arbeidet med oppgavene at han ikke behersket nødvendige metoder godt nok. Han behersket til en viss grad ulike metoder, men manglet strategier for å avgjøre hvilken metode som var korrekte i hvilke tilfeller. Han blandet sammen teknikker han skulle bruke for å regne ut og forenkle brøkuttrykk, med metoder han skulle bruke for å løse rasjonale likninger. Han var usikker i sine forklaringer, og det virket noe vilkårlig hvilken metode han valgte når. I flere tilfeller brukte han en annen metode for å løse en oppgave under intervjuet, enn han hadde brukt for å løse den tilsvarende oppgaven på terminprøven. Han viste også andre tilfeller av misoppfatning, som for eksempel at han konsekvent brukte konjugatsetningen for å gange sammen uttrykk av typen $(x-a)(x+b)$, selv når a og b er ulike. Gjennomgående manglet han verktøy for å avgjøre om en metode ble brukt feil, eller om en oppgave var korrekt løst. I stedet var han tilsynelatende fornøyd når han fikk noe som liknet et svar.

Mye av det ovennevnte samsvarer med det som kom frem under de innledende spørsmålene: Informanten forbandt matematikk med repetisjoner og pugging av formler. Han hadde ingen spesielle læringsstrategier i faget utover repetisjon og pugging, og dette kan ses i sammenheng med det som kom frem under arbeidet med oppgavene: Innledningsvis kommenterte informanten at om han ikke forstod en formel, valgte han å pugge den. Gjennomgangen av oppgavene viser at dette gjentatte ganger medførte at han trodde han husket en formel korrekt, selv om det viste seg å ikke være tilfellet. Men han hadde ikke noe verktøy for å kontrollere eller justere svaret. I etterkant av ulikhetsoppgaven spurte jeg informanten om hva han kunne gjøre for å klare å løse slike oppgaver en annen gang. Han svarte raskt at han bare måtte øve og repetere mer. Men så tok han seg i det, og sa at *«aller først må jeg vite hvorfor eller hva jeg skal gjøre når jeg kommer til en sånn oppgave, og så må jeg øve og repetere. Men det viktigste er å forstå hvorfor det blir sånn».*

4.4 Informant C

4.4.1 Informant C: Analyse av innledende spørsmål

Informant C fortalte tidlig i intervjuet at han tydelig merket overgangen fra ungdomsskolen til videregående skole, og at det nå krevdes langt mer av elevene enn før. Han forklarte at han ikke hadde vært så god på *«studieteknikker og sånt»*, og mente at det kunne være en av årsakene til at det hadde vært vanskelig med 1T. Jeg ba ham innledningsvis ta stilling til noen påstander om matematikk. Han krysset av på «helt enig» i påstandene om at matematikk var både interessant, spennende og viktig. Informanten begrunnet dette med at han var glad i matematikk, og at han hadde tenkt en del på å bli sivilingeniør. Informanten sa at han følte han hadde et godt utgangspunkt for 1T med karakter 5 fra ungdomsskolen. I tillegg hadde han hørt at 1P-kurset var veldig lett, og *«at man på en måte går tilbake et steg fra ungdomsskolen»*, som han uttrykte det. Han ønsket seg utfordringer, og han ønsket et godt utgangspunkt for eventuelle sivilingeniørstudier. Han forventet at det ville bli vanskelig med

1T, men han hadde trodd at det skulle gå bra så lenge han bare jobbet jevnt. På spørsmål om vanskelighetsnivået i 1T sammenliknet med tidligere, svarte han følgende:

> C. *Det er mye som ikke er altfor vanskelig. Men det er noen oppgaver som jeg synes er veldig vanskelige, og da blir det på en måte litt følgefeil da, fordi jeg sliter med en liten del av en oppgave da, og da blir det fort mer som blir feil.*

Informant C kommenterte altså at 1T-kurset i seg selv ikke var altfor vanskelig. Derimot syntes han enkelte oppgaver var vanskelige. Det er verdt å merke seg at informant C i større grad la vekt på indre faktorer enn andre informanter: «*Jeg sliter med en del av en oppgave, og da blir det fort [følge]feil*». Dette er et helt annet perspektiv enn for eksempel informant A, som i svært høy grad la vekt på ytre faktorer. Ifølge attribusjonsteorien skulle dette være en fordel for informant C: Ved å ta herredømme over situasjonen og tenke at han kan gjøre noe med dette, kan han få en positiv utvikling i faget. Jeg merker meg dette, og ser hvordan disse ulike synsvinklene gjør utslag i informantens oppgaveløsning.

Informant C fortalte at han jobbet mer med lekser nå enn han hadde gjort på ungdomsskolen. Men han mente at han hadde kapasitet til å jobbe enda mer enn han hadde gjort hittil, og at han innså at han var nødt til det etter tilbakemeldingen han fikk på terminprøven. Han mente han hadde mer å gå på, og hadde derfor god tro på at neste termin skulle gå bedre. Han fortalte at han likte å lese gjennom temaer, men at han følte han lærte mer av å bare gjøre mange oppgaver. Følgende sitat viser at informanten var bevisst i utvalget av oppgaver:

> C. *Jeg prøver å løse de [oppgavene] jeg sliter med. Hvis det er for eksempel ti delkapitler, og jeg klarer syv av dem bra, så gjør jeg kanskje en eller to oppgaver fra hver av dem før en prøve, så jeg er sikker på at jeg kan det. Så fokuserer jeg mer på de vanskelige [delkapitlene].*

Dette er en bevisst strategi som informanten selv følte fungerte for ham, og som står i kontrast til hvordan informant B jobbet med oppgaver. Videre spurte jeg informant C om hans forhold til læringsstrategier i matematikk:

> X. *Hva tenker du på hvis jeg sier læringsstrategier?*
>
> C. *Lese og skrive, eller gjøre oppgaver*

X. *Tror du at du har noen spesielle læringsstrategier i matematikk?*

C. *Nei, men jeg skulle ønske at jeg hadde hatt det egentlig*

X. *Hvis du står fast på en oppgave, hva gjør du da?*

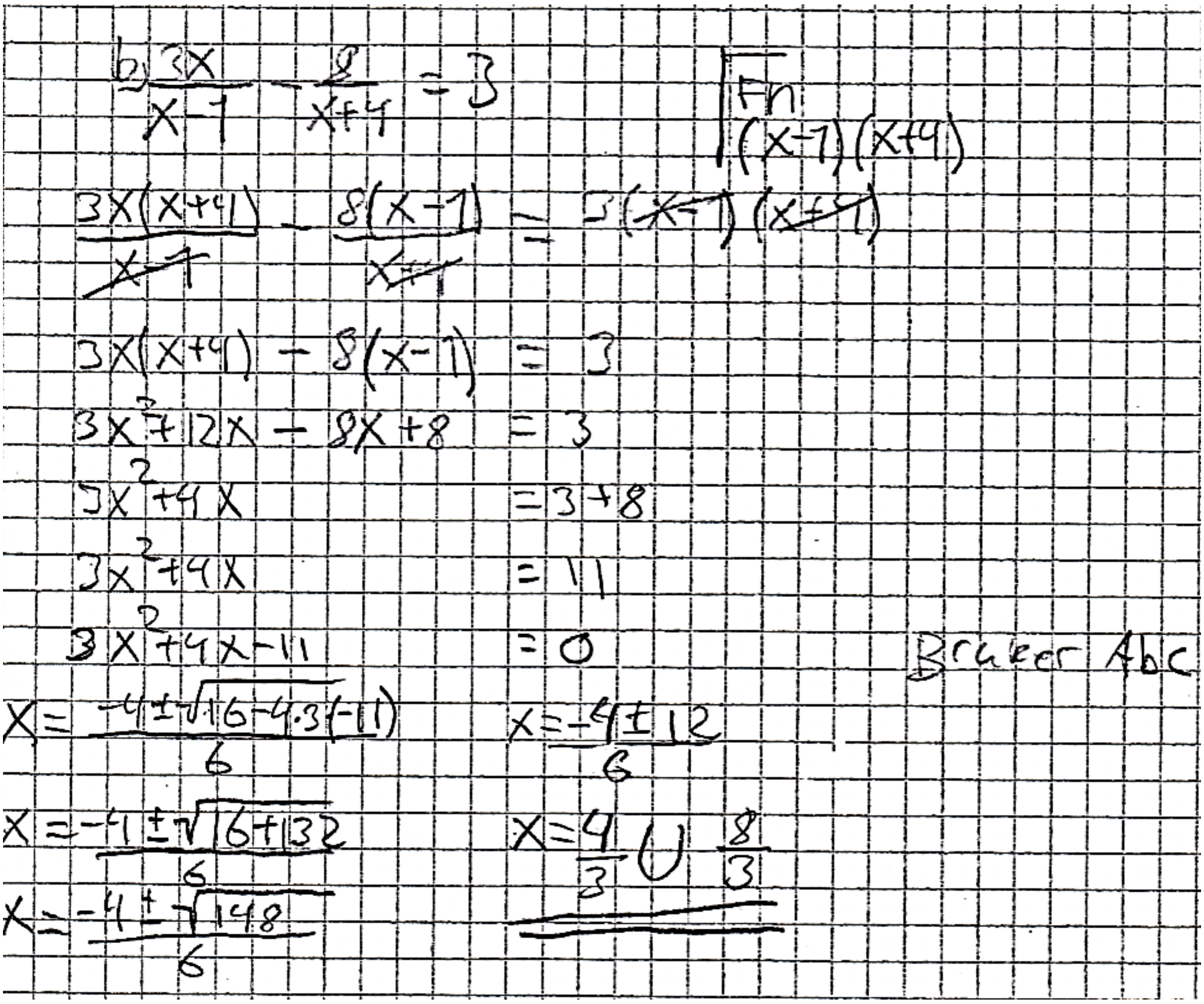
C. *Jeg prøver først å se hva det er jeg har gjort feil. Men hvis jeg ikke ser det da, så pleier jeg se på fasiten hvis det er noe, prøve å finne ut utfra den da. Og hvis det ikke går da spør jeg pappa…*

Informant C var tydelig på at han ikke hadde gode nok læringsstrategier i matematikk. Han nevnte lese, skrive og gjøre oppgaver som de strategiene han brukte mest. Dersom han stod fast på en oppgave, manglet han gode strategier for å komme seg videre. Han nevnte en strategi som gikk ut på å se på fasit, og prøve å forstå hva svaret skal bli ved å løse oppgaven baklengs, samt strategien «*spør pappa*». Men verken fasiten eller pappa er tilgjengelige under prøver, i situasjoner hvor han skal vise hva han virkelig kan, og dette var et problem for ham. Han manglet tilstrekkelige strategier for å komme seg videre med vanskelige oppgaver for eksempel i prøvesituasjoner. Likevel merker jeg meg at informanten virker mer reflektert i sitt syn på læringsstrategier enn de to foregående: Han hadde et par strategier han brukte, som å fokusere på de oppgavetypene han måtte jobbe mer med. Dette står i sterk kontrast med informant B, som ukritisk gikk videre til neste oppgave i læreboka. Samtidig er informant C bevisst på at han ønsker å bli bedre, og viser med det at han ønsker å kontrollere situasjonen selv, jamfør attribusjonsteorien.

4.4.2 Informant C: Analyse av oppgaver

Informant C – Oppgave 5

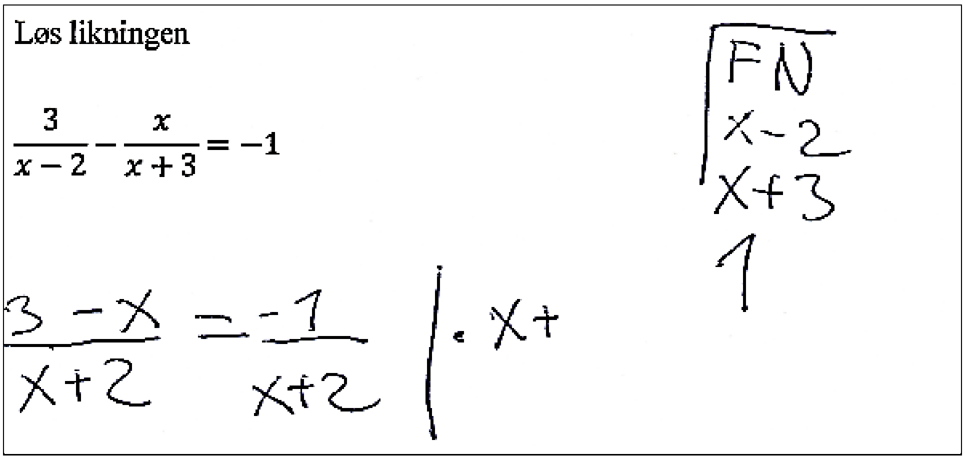
Den første oppgaven jeg gav informant C var oppgave 5. På terminprøven hadde han forsøkt å løse en liknende oppgave, se figur 15. Han hadde den gang funnet riktig fellesnevner, og multiplisert riktig i alle tre ledd, men deretter hadde han strøket feil:



Figur 15. Informant C, løsning av oppgaven på terminprøven tilsvarende oppgave 5 under intervju.

Informanten hadde strøket ledd på høyre side av likhetstegnet, som ikke kunne strykes. Han hadde ikke oppdaget denne feilen, og regnet videre. Han hadde i tillegg en fortegnfeil lenger ned (8 forblir positiv etter sidebytte), som ytterligere forvansket oppgaven. Til sist hadde han rundet av $\sqrt{148}$ til 12 for å klare å regne videre, samt forkortet begge brøker feil i siste utregning. Her var det mye å ta tak i. Men jeg ønsket å se hvordan informanten løste oppgaven under intervjuet, et par måneder etter terminprøven, før vi sammenliknet løsningene.

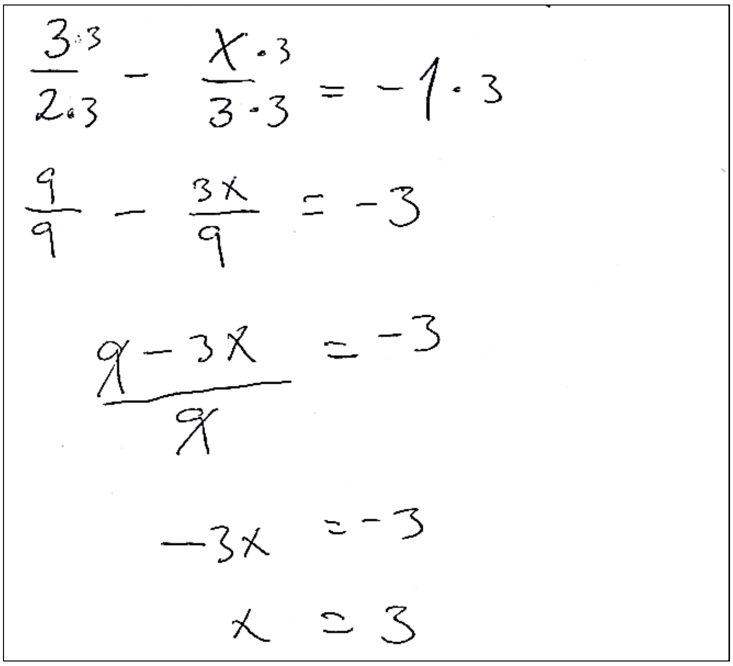
Som figur 16 viser, valgte informanten en annen metode for å løse oppgaven under intervjuet. Han kom raskt inn på at han ville bruke fellesnevner. Hans første forslag var å multiplisere første brøk med $(x + 3)$ i nevneren, og multiplisere andre brøk med $(x - 2)$, for å få brøkene på felles brøkstrek. Men han tenkte lenge på hva han i så fall skulle gjøre med -1 på høyre side. Etter litt betenkningstid kom han frem til at det måtte stå 1 i nevneren på høyre side. Han forklarte at fellesnevneren da måtte være produktet av $(x-2)$, $(x+3)$ og 1, hvilket var korrekt. Videre mente han at fellesnevneren da ble $(x+2)$, *«siden* $x-2+x+3+1$ *var lik* $(x+2)$*»*. Deretter satte han tellerne på venstre side over felles brøkstrek, før han satte $(x+2)$ i nevner på begge sider. På dette tidspunktet sa informanten at han ikke kom videre, og at oppgaven var vanskeligere enn han hadde trodd. Han følte han hadde gjort noe galt, men var veldig usikker på hva.



Figur 16. Informant C, løsning av oppgave 5.2 under intervju.

På dette tidspunktet tok jeg frem terminprøven, og ba informanten forklare hvordan han hadde tenkt på den tilsvarende oppgaven på terminprøven, jamfør figur 15. Han forklarte hvordan han hadde funnet fellesnevner, ganget, forkortet, og til sist brukt abc-formelen. På spørsmål om hvilken metode som så mest riktig ut, sa informanten at det han hadde gjort på terminprøven «*helt klart*» så mest riktig ut. Jeg ba ham da om å gå gjennom skritt for skritt hva han hadde gjort på terminprøven. Han ble svært usikker da han skulle forklare hvorfor han hadde strøket $(x-1)(x+1)$ på høyre side. Etter noe betenkningstid sa han at han ikke kunne forklare hva han hadde gjort, og han la til at han ikke hadde tenkt nok gjennom denne oppgaven etter at han fikk tilbake terminprøven.

Jeg var interessert i å se hvordan informant C ville reagere på en enklere likning, og lagde en oppgave til ham på sparket, se figur 17.



Figur 17. Informant C, løsning av alternativ oppgave 5 under intervju.

På spørsmål om denne var enklere, like vanskelig, eller vanskeligere å løse enn den foregående, mente informanten at denne oppgaven helt klart var enklere å løse. Han startet straks med å multiplisere alle ledd med 3, både i teller og nevner, samt i konstantleddet på høyre side. Dette gjorde han, som han sa, for å få felles nevner. Allerede her gjorde informanten to alvorlige feil: Han utvidet brøkene på venstre side av likhetstegnet, men multipliserte leddet på høyre side med 3. I tillegg regnet han feil, og fikk at $2 \cdot 3 = 9$ i nevner i første ledd. Han regnet videre, trakk sammen leddene på venstre side, og utførte ulovlig stryk ved å si at $\frac{9-3x}{9} = -3x$. Avslutningsvis gjorde informanten ytterligere en regnefeil, idet han forkortet $-3x = -3$ til endelig svar $x = 3$.

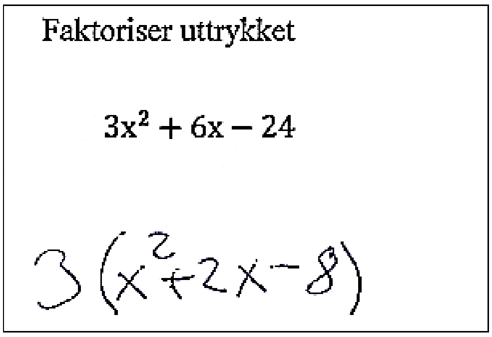
Jeg ba informanten gå gjennom steg for steg hva han hadde gjort denne gang. Da han skulle forklare, så han umiddelbart at han skulle utvidet første ledd ved å gange med 2, og ikke med 3. Jeg spurte hvordan han kom fra tredje til fjerde linje, og hva som skjedde med nierne. Han forklarte at *«de forsvinner»*, men innså ikke selv at dette var en alvorlig feil.

Jeg gav informanten denne enklere oppgaven for å sammenlikne hvordan han løste den i forhold til den andre, mer kompliserte rasjonale likningsoppgaven. Jeg ble svært overrasket over hvor mange regnefeil informanten gjorde bare under løsningen av denne oppgaven, både av typen forhastede feil (som at han utvidet feil i første ledd), og av direkte ulovlige regneoperasjoner. Dette samsvarte med inntrykket jeg hadde etter å ha studert oppgaven på terminprøven (figur 15): Informanten hadde også der flere feil underveis, og feilene fulgte på hverandre så tett at det hadde vært vanskelig for ham å gå gjennom og avdekke alle feil i etterkant. Informanten selv var i etterkant svært usikker, og forklarte at han ikke hadde noe god følelse, men at han innså at han måtte arbeide mer med denne typen oppgaver.

Arbeidet med oppgave 5 avdekket at informanten ikke var konsekvent i arbeidet med denne typen likninger. Han hadde én løsningsstrategi på terminprøven, men to måneder senere hadde han en helt annen, uriktig strategi for å løse tilsvarende oppgave. Under intervjuet klarte han ikke forklare hvordan han hadde tenkt på terminprøven. Informanten gjorde feil også på enklere oppgaver. Informantens løsning av oppgaven gjengitt i figur 17 illustrerer hvordan mange småfeil underveis gjør at det er fort gjort å miste viktige poeng og karakterer på prøver. Denne informanten har flere grunnleggende hull i kunnskapen, som gjør at det blir svært vanskelig å løse mer sammensatte oppgaver.

Informant C – Oppgave 6

En annen av oppgavene på terminprøven dreide seg om å faktorisere andregradsuttrykket $3x^2 - 9x - 30$. Informant C løste den gang oppgaven ved å faktorisere ut 3 fra alle ledd, og trekke utenfor en parentes, men deretter stoppet han og var tilsynelatende fornøyd. Jeg ønsket å finne ut om dette skyldtes at han mente han var ferdig, eller om han var usikker på fortsettelsen. Derfor fikk han en liknende oppgave å løse under intervjuet, se figur 18:



Figur 18. Informant C, løsning av oppgave 6.2 under intervju.

Informanten kommenterte straks at denne oppgaven var han mer fan av. Han forklarte at 3 var felles i alle ledd, og at han derfor ville trekke ut denne og setter utenfor parentes. Videre kommenterte han at *«x^2 får jeg ikke gjort noe med…»*, underforstått at han hadde løst oppgaven ferdig. Han løste altså oppgaven på akkurat samme måte som på terminprøven. Jeg spurte om det ikke var mer han kunne gjøre med uttrykket, men dette var han svært usikker på. Jeg spurte videre om han kjente igjen uttrykket inne i parentesen, og om han kanskje hadde jobbet med å løse liknende uttrykk. Da avbrøt informanten og utbrøt *«…abc-formel?»* Jeg sa at det kunne være en mulighet, og spurte om han husket denne. Det gjorde han ikke: *«Minus b kvadratroten av pluss minus… Nei… Kvadratroten av minus b minus 4 ganger a ganger b, delt på 2 ganger a?»* Informanten husket ikke abc-formelen, og forklarte det med at det på daværende tidspunkt (under intervjuet) var en stund siden den var gjennomgått. Han forklarte at mye av det han hadde jobbet med i forrige termin, ikke lenger satt. Jeg spurte om det var det han følte på terminprøven også, siden han løste den på tilsvarende måte. Han svarte at han den gang bare hadde tenkt at *«dette var en lett oppgave»*.

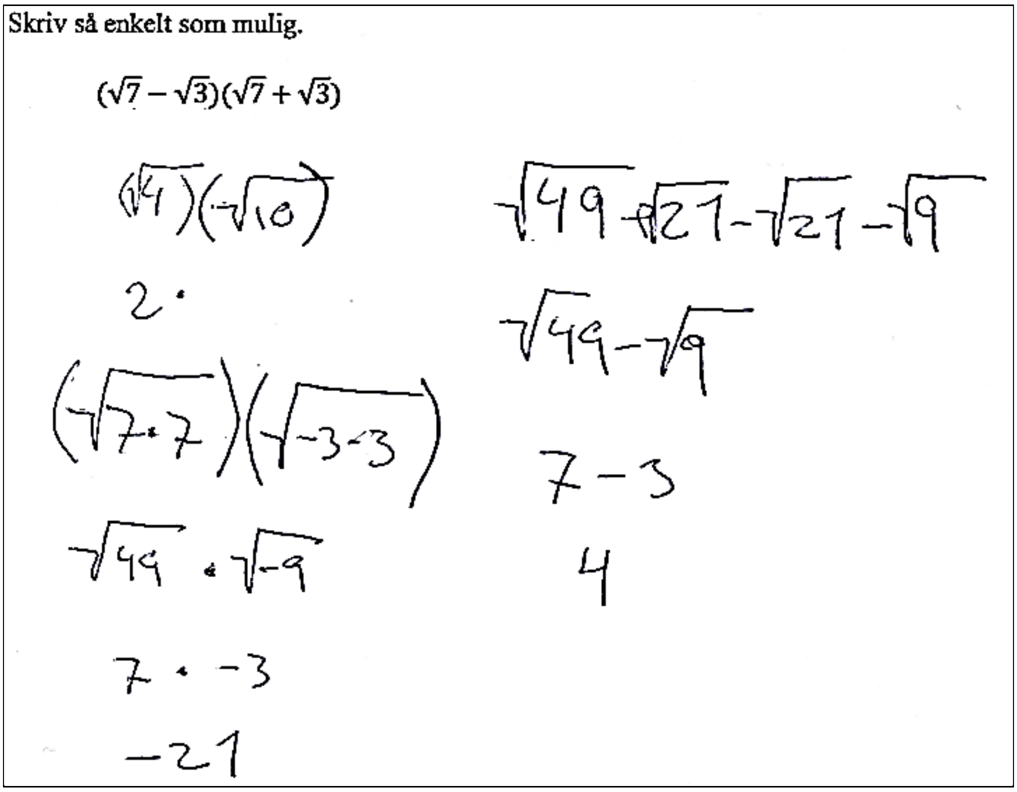
Informant C – Oppgave 3

Oppgave 3 skulle teste om informanten kjente igjen konjugatsetningen, og samtidig om han kunne regne med kvadratrøtter. Informanten løste den tilsvarende oppgaven på terminprøven på følgende vis:

$$\left(\sqrt{11}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{11}+\sqrt{5}\right) = 121 - 110 + 25 = 36$$

$$\sqrt{36} = 6$$

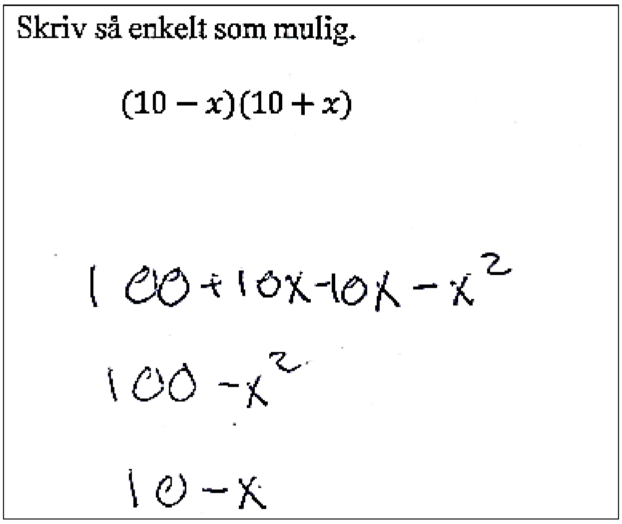
Svaret var korrekt, til tross for at informanten underveis tilsynelatende gjorde feil. Det ser ut som om informanten brukte andre kvadratsetning i utregning, likevel kom han frem til korrekt svar. Jeg ønsket derfor å teste informanten med en liknende oppgave, for å se om han løste den på tilsvarende måte, og i så fall høre hvordan han argumenterte underveis. Oppgaven under intervjuet løste han som vist i figur 19, første kolonne:



Figur 19. Informant C, løsning av oppgave 3.2 under intervju.

Informanten var først usikker på hvordan han skulle angripe oppgaven. Han foreslo å trekke sammen, slik at $\sqrt{7}-\sqrt{3}$ blir $\sqrt{4}$ og $\sqrt{7}+\sqrt{3}$ blir $\sqrt{10}$. Så ombestemte han seg, og sa at det opprinnelige uttrykket var likt med $(\sqrt{7\cdot 7})(\sqrt{-3\cdot 3})$. Jeg ba ham begrunne dette, og han sa at han ville gange sammen 7-erne for seg og 3-erne for seg, fordi han da fikk tall som han visste kvadratroten av. Han regnet videre, og reagerte ikke på negativt tall under rottegnet, men mente at han endte med $7\cdot -3$ som var lik -21. Han var fornøyd med svaret, og jeg ba ham gå gjennom og forklare hva han tenkte underveis. Han gjentok at siden han ikke kunne ta kvadratroten av 7 eller 3, ville han finne tall han visste kvadratroten av. På dette tidspunktet fortalte jeg at han hadde løst oppgaven svært annerledes på terminprøven, og jeg tok frem denne og ba ham forklare hva han hadde tenkt den gang. Han husket heller ikke denne gang hvorfor han hadde regnet som han gjorde, han kommenterte bare at det *«virket vel logisk den gangen»*.

Jeg registrerte at informant C i stor grad hang seg fast i at det var vanskelig å regne med kvadratrøtter av tall, og mistenkte at det alene var grunnen til at han var usikker på denne oppgaven. Derfor ba jeg ham løse en liknende oppgave, jamfør figur 20. Denne oppgaven tester også bruk av konjugatsetningen, men med et mer velkjent uttrykk, uten rottegn.



Figur 20. Informant C, løsning av oppgave 3.4 under intervju.

Informanten mente at han ville løse denne oppgaven *«på samme måte som på terminprøven»*. Han brukte ikke konjugatsetning, men brukte den klassiske metoden med å gange ledd med ledd. Det er verdt å merke at han nå regnet riktig, der han hadde regnet feil på terminprøven. Han forkortet uttrykket til $100 - x^2$, men deretter fant han kvadratroten av begge ledd, og endte opp med svaret $10 - x$. Han stoppet altså ikke ved riktig svar, men fortsatte å «forenkle» uttrykket til han var fornøyd med svaret. Han gjenkjente ikke uttrykket som en kvadratsetning før jeg hintet om dette i etterkant, og han forklarte at han ikke hadde kontroll på kvadratsetninger, fordi han *«…var borte fra den timen vi lærte kvadratsetninger, og har ikke kommet helt inn i det»*.

Avslutningsvis spurte jeg om han hadde lyst til å løse forrige oppgave annerledes, nå som han hadde kikket på terminprøven og løst en liknende oppgave. Han løste oppgaven på nytt (se figur 19, andre kolonne), og denne gangen løste han oppgaven uten å gjøre feil underveis (men fortsatt uten bruk av kvadratsetninger), og kom frem til korrekt svar. Det er interessant å merke seg at informanten nå løste denne oppgaven korrekt. Men da han forsøkte å løse uttrykket $(10 - x)(10 + x)$ på tilsvarende måte, gjorde han feil på grunn av manglende forståelse av hva han skulle gjøre. Informanten var ikke fornøyd med uttrykket $100 - x^2$, men ville forenkle og finne røtter.

4.4.3 Informant C: Oppsummerende kommentarer

Avslutningsvis spurte jeg informant C om hvordan det hadde vært å løse oppgaver under intervjuet, sammenliknet med oppgavene på terminprøven. Han fortalte at han følte det var vanskeligere under intervjuet, fordi han hadde glemt mye som han husket på terminprøven. For å oppsummere inntrykket av informant C etter oppgaveløsningene under intervjuet, virket han svært usikker på mye av den grunnleggende matematikkforståelsen, som burde sittet mye bedre på et tidspunkt han var godt inne i andre termin av 1T-kurset. Han satte seg fortsatt fast ved løsninger av relativt enkle likninger, han utførte fortsatt ulovlig stryk av ledd både på terminprøven og under intervjuet, og han hadde fortsatt ikke kontroll på begreper som faktorisering og kvadratsetninger. Informanten fortalte selv ved en anledning, at han ikke husket så mye av det han lærte første termin. Dette til tross for at det var snakk om grunnleggende begreper i faget, som alt det nye han skulle lære i løpet av vårterminen bygget videre på. Det er derfor svært alvorlig at han ikke husket, og heller ikke tok dette nok inn over seg til å ville gjøre noe med det. Informanten hadde høy måloppnåelse ved utgangen av 10. klasse, men åpenbarte under intervjuet store mangler i forståelsen. Jeg føler at dette bidrar til å forklare hvorfor denne informanten har falt så drastisk i første del av 1T-kurset.

Likevel er det verdt å trekke frem forskjellen mellom informant C og de to foregående: I langt større grad vektla han indre faktorer da han beskrev hvorfor faget er vanskelig, og i større grad enn informant A og B, var han bevisst på hvilke typer oppgaver han jobbet med. Han viste innledningsvis at han var mer bevisst på læringsstrategier enn de foregående informanter. Likevel virker det som han har mer å hente når det kommer til hvordan han jobber med oppgavene: Gjennomgangen av oppgaver på terminprøven og under intervjuet viser at han fortsatt var usikker på mye av det grunnleggende i 1T.

4.5 Informant D

4.5.1 Informant D: Analyse av innledende spørsmål

Informant D fortalte innledningsvis at hun trivdes godt på videregående, og utdypet at det skyldtes både flinke lærere og godt sosialt miljø. Men hun syntes matematikken var vanskeligere enn tidligere. Hun beskrev det som at *«jeg føler det som at […] alt henger sammen. Det er som vi har lært en vanskelig formel, og så skal vi bruke den videre igjen på en enda vanskeligere ting…»* Her pekte informant D på noe som kjennetegnet flere av informantene: Det er så mye nytt å ta inn over seg, og fordi alt henger sammen, er det så kritisk at eleven forstår det grunnleggende, før en kan bygge videre på dette. Informanten valgte 1T fordi hun hadde lyst til å satse på realfag, og hun siktet på å ta R1-kurset i VG2. Hun hadde opplevd at 1T-kurset var vanskeligere enn forventet. Hun mente det kunne skyldes at hun ikke hadde jobbet så jevnt med faget, som hun kunne ha gjort. Hun forklarte hvordan hun hadde lagt til seg dårlige vaner på ungdomsskolen:

D. *På ungdomsskolen trengte jeg ikke gjøre så mye lekser, siden det var så greit. Og jeg trengte ikke øve til prøvene og sånn. Mens nå merker jeg at jeg trenger det. Det er en overgang. Det er vanskelig å venne seg til at man må jobbe med leksene igjen…*

Informant D poengterte at hun jobbet mer med matematikk nå enn tidligere. Men hun hadde en interessant refleksjon: Tidligere trengte hun ikke å jobbe fordi det var så mye repetisjon av temaer som hun allerede kunne. Derfor var det veldig uvant for henne å måtte jobbe med faget hjemme. Hun manglet gode rutiner i faget. Dette er en viktig selvinnsikt som tidligere informanter ikke har påpekt i samme grad.

På spørsmålet om læringsstrategier svarte informant D følgende:

X. *Hva tenker du på hvis jeg sier læringsstrategier?*

D. *Ulike måter å jobbe på? Vet ikke jeg, man kan jo pugge formler og jobbe mye med oppgaver for eksempel.*

X. *Men er det forskjellige måter å jobbe med oppgaver på?*

D. *Det er vel det… Man kan i hvert fall gjøre veldig mange oppgaver av samme type, eller så kan man gjøre veldig få og bare gå rett videre liksom.*

X. *Hvis du står fast på en oppgave, hva gjør du da?*

D. *Enten så legger jeg den til side og spør om hjelp når jeg kan få hjelp liksom. Men jeg pleier som regel liksom ikke å legge den fra meg liksom og gi meg helt da. For jeg føler jeg må kunne klare den.*

X. *Hvis du er alene, hvis det er på en prøve for eksempel?*

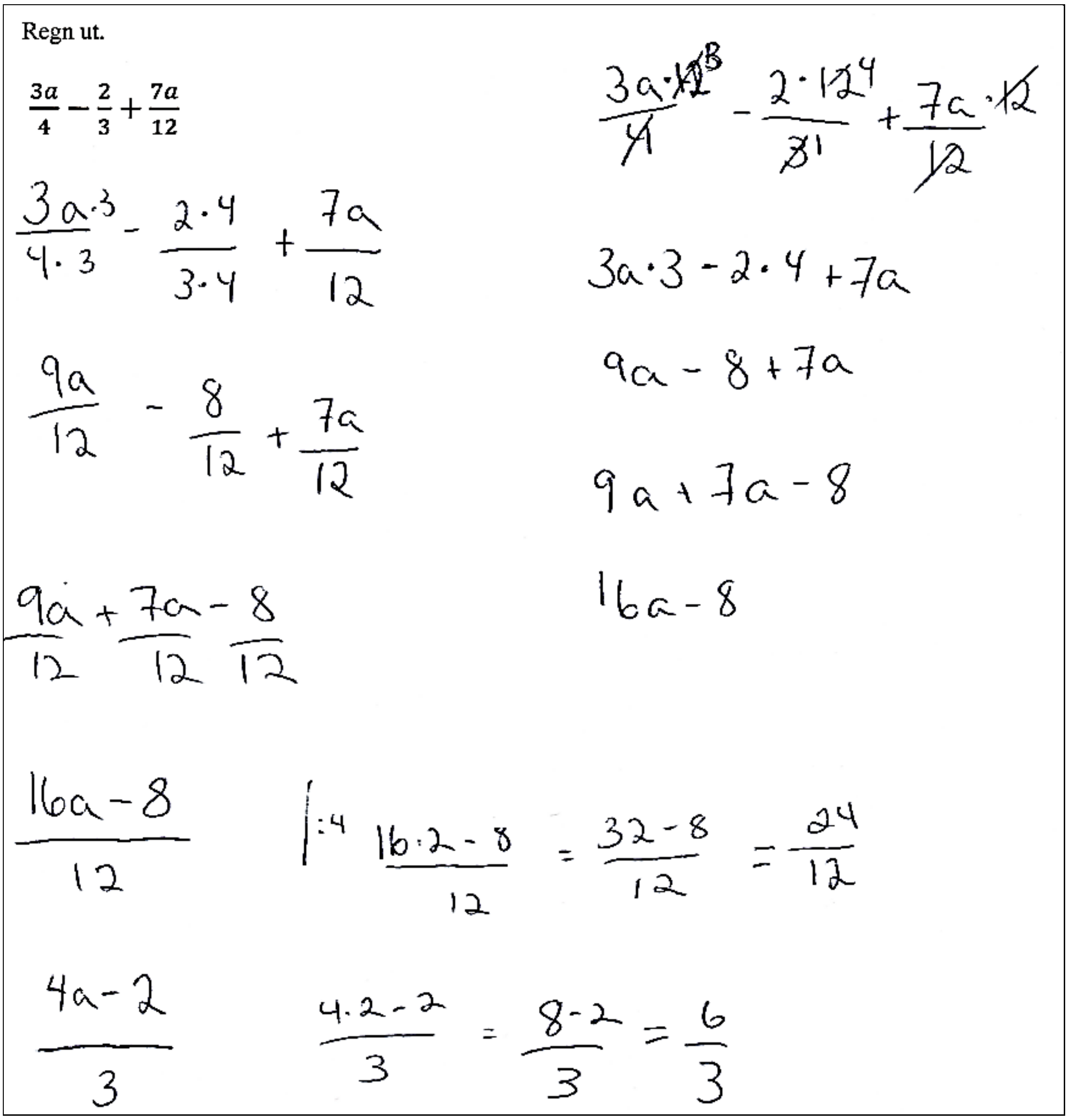
D. *Da pleier jeg å starte på nytt, og se om det er noen andre måter å gjøre oppgaven. Eller så velger jeg å gå tilbake til den hvis jeg får tid.*

Informant D mente at hun lærte best når lærer gjennomgikk eksempeloppgaver på tavla, og hun fikk tid til å jobbe med liknende oppgaver etter det. Men også hun forbandt begrepet læringsstrategier først og fremst med å pugge formler og gjøre oppgaver. På spørsmålet om det fantes ulike måter å jobbe med en oppgave på, hadde hun ingen gode svar: Man kunne enten gjøre mange like oppgaver, eller gjøre få og gå videre. Da jeg spurte nærmere om hva hun gjorde dersom hun stod fast på en oppgave, viste informant D at hun likevel hadde en effektiv strategi: Hun pleide å starte på nytt, og se om det fantes alternative måter å løse oppgaven på. Hun sa selv at hun ønsket å bli mer bevisst på bruken av læringsstrategier i matematikk, og mente at om hun bare hadde hatt bedre læringsstrategier, kunne hun gjort det bedre på terminprøven. Her ser jeg likhetstrekk med informant C: Begge viser et indre fokus, ved å påpeke at de selv ikke er bevisste nok på læringsstrategier, men at de ønsker å bli bedre.

4.5.2 Informant D: Analyse av oppgaver

Informant D – Oppgave 2

Den første oppgaven jeg gav informant D var en oppgave med brøk, der hun skulle finne fellesnevner og slå sammen brøkene til et felles uttrykk. På terminprøven hadde informanten gjort en klassisk feil, nemlig å multiplisere hvert ledd med fellesnevner for å fjerne nevnerne, men uten å være klar over at hun da forandret verdien av uttrykket. Straks informanten fikk den tilsvarende oppgaven under intervjuet (se figur 21), løste hun den derimot korrekt: Hun identifiserte fellesnevner, og utvidet hver av brøkene slik at de alle fikk felles nevner, i dette tilfellet 12. Deretter løste hun oppgaven korrekt inntil hun kom frem til uttrykket $\frac{16a-8}{12}$. På dette tidspunktet stanset hun imidlertid opp, ombestemte seg, og begynte å regne oppgaven helt på nytt (høyre kolonne i figur 21). Denne gang valgte hun å gange med samme tall i hver brøk, tilsvarende hva hun gjorde på terminprøven, og hun endte opp med uttrykket $16a - 8$. Her stoppet hun opp på nytt, og hun forklarte at hun var svært usikker. Hun bemerket at de to uttrykkene liknet på hverandre, men at det ene uttrykket hadde 12 i nevner. Hun visste ikke hvilket uttrykk som var riktig, men forstod at ett av dem måtte være feil. Jeg spurte da hva hun forsøkte å gjøre, og hun svarte at hensikten var *«å liksom forenkle, gjøre det mindre, eller regne det ut da…»* Etter litt betenkning gikk hun for at alternativ 2 var korrekt. Hun gikk altså for feil løsning, selv om hun i utgangspunktet hadde regnet korrekt.



Figur 21. Informant D, løsning av oppgave 2.2 under intervju.

Informanten forklarte i etterkant at *«alt blir liksom så meget komplisert når det står en a inni der»*. Variabelen bidro til å forvanske uttrykket for henne, og gjorde henne forvirret da hun skulle avgjøre hvilken metode som var korrekt. Før jeg røpet hvilken metode som var korrekt, viste jeg informanten hva hun hadde gjort på terminprøven. Hun bemerket at hun hadde gjort det samme der som på andre forsøk under intervjuet, men gjentok at den løsningen så mest riktig ut. På det tidspunktet gav jeg informant D en alternativ oppgave, der jeg endret oppgaven fra et å være et uttrykk til å bli en likning, se figur 22. Dette gjorde jeg fordi jeg ønsket å undersøke om hun ville løse denne oppgaven annerledes.

Regn ut.

$$\frac{3a}{4} - \frac{2}{3} \overset{=}{\cancel{+}} \frac{7a}{12}$$

Figur 22. Informant D, alternativ oppgave 2 under intervju.

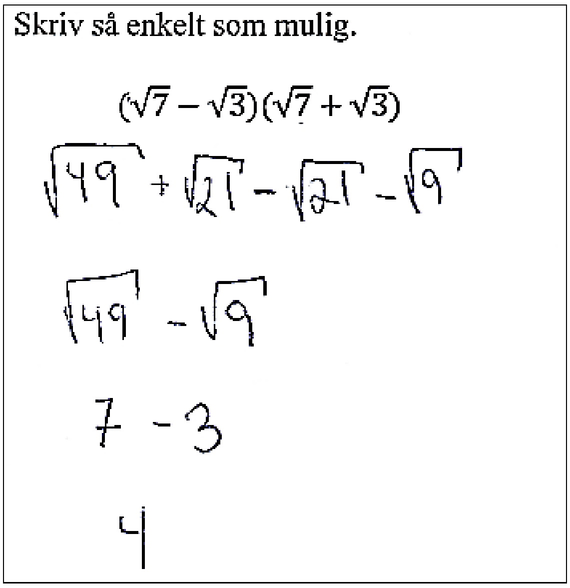
Informanten hadde ikke noe klart svar på hva som var forskjellen mellom de to oppgavene (figur 21 og figur 22). Jeg spurte derfor om hva som var lov å gjøre når man løser likninger, og hun forklarte da at det var lov å flytte og bytte, og at det du gjorde måtte du gjorde på begge sider av likhetstegnet. På dette tidspunktet sa jeg at det var hennes alternativ 1 som var riktig, og ba henne tenke over hvorfor alternativ 2 var feil. Hun påpekte at hun i alternativ 2 fjernet nevneren, men hun klarte fortsatt ikke å forklare hvorfor dette gav feil svar, eller hvorfor svaret ble et annet enn i hennes alternativ 1. Informanten viste gjennom arbeidet med disse oppgavene at hun blandet sammen metoder for å regne ut uttrykk og løse likninger. I tillegg manglet hun strategier for å avdekke hvilken av metodene som var korrekt, når hun brukte to ulike metoder som endte opp i to ulike svar.

Informant D – Oppgave 3

Vi gikk over til oppgaven der informanten skulle gjenkjenne og regne med konjugatsetning. Den tilsvarende oppgaven på terminprøven hadde hun løst på følgende måte:

$$(\sqrt{11} - \sqrt{5})(\sqrt{11} + \sqrt{5}) = \pm\sqrt{121} \pm \sqrt{25}$$

Interessant nok løste informanten straks oppgaven på en annen måte under intervjuet, som vist i figur 2. Hun ganget ledd for ledd, og endte raskt opp med det korrekte svaret, uten å la seg forvirre av rotuttrykkene.

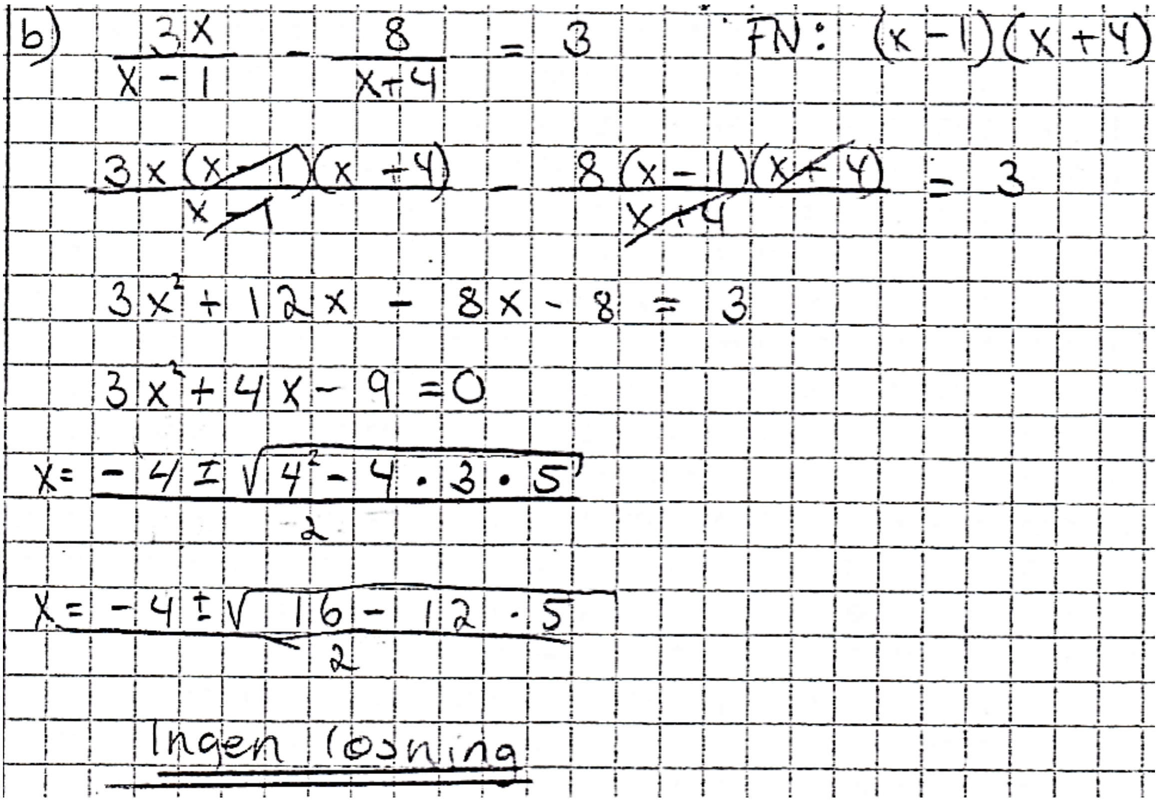


Figur 23. Informant D, løsning av oppgave 3.2 under intervju.

Informanten var nokså fornøyd med svaret, men fortalte at hun var forvirret på grunn av rotuttrykkene, som hun ikke var vant til å regne med. Hun husket at hun løste oppgaven annerledes på terminprøven, men hadde ikke noe tydelig svar på hvorfor hun ikke hadde løst oppgaven tilsvarende da. Hun mente at hun ble mer stresset i prøvesituasjoner, og at hun derfor lettere gjorde feil på prøver. Hun forklarte at det var stressende å ikke ha fasit, og ikke bli forklart akkurat hvordan man skulle regne ut en oppgave. Her er informanten inne på noe sentralt: I trygge omgivelser i en undervisningssituasjon ble hun gjerne forklart hvordan en oppgave skulle løses, ved hjelp av felles gjennomgang eller eksemplene i forkant av oppgavene. I tillegg hadde hun alltid fasit eller lærer å lene seg på. Men under prøver hadde hun ikke disse hjelpemidlene som hun hadde vent seg til å bruke. Hun hadde i tillegg gjort nummer av at hun aldri behøvde å øve til prøver på ungdomsskolen, fordi hun kunne alt på forhånd, og hun manglet således gode strategier for å tilegne seg ny kunnskap, på en måte som gjorde at hun fortsatt husket og kunne anvende kunnskapen i en prøvesituasjon.

Informant D – Oppgave 5

Jeg ville undersøke hvordan informant D løste oppgave 5, fordi også hun gjorde feil i løsningen av den tilsvarende oppgaven på terminprøven, se figur 24. Hun hadde ikke noe problem med å finne fellesnevner, med utgangspunkt i nevnerne i brøkene på venstre side av likhetstegnet. Men hun ganget fellesnevner bare med brøkene på venstre side, og lot konstantleddet på høyre side stå uforandret. Jeg var interessert i å finne ut om dette var en glipp, eller en systematisk feil.



b) $\frac{3x}{x-1} - \frac{8}{x+4} = 3$ FN: $(x-1)(x+4)$

$$\frac{3x\cancel{(x-1)}(x+4)}{\cancel{x-1}} - \frac{8(x-1)\cancel{(x+4)}}{\cancel{x+4}} = 3$$

$$3x^2 + 12x - 8x - 8 = 3$$

$$3x^2 + 4x - 9 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{2}$$

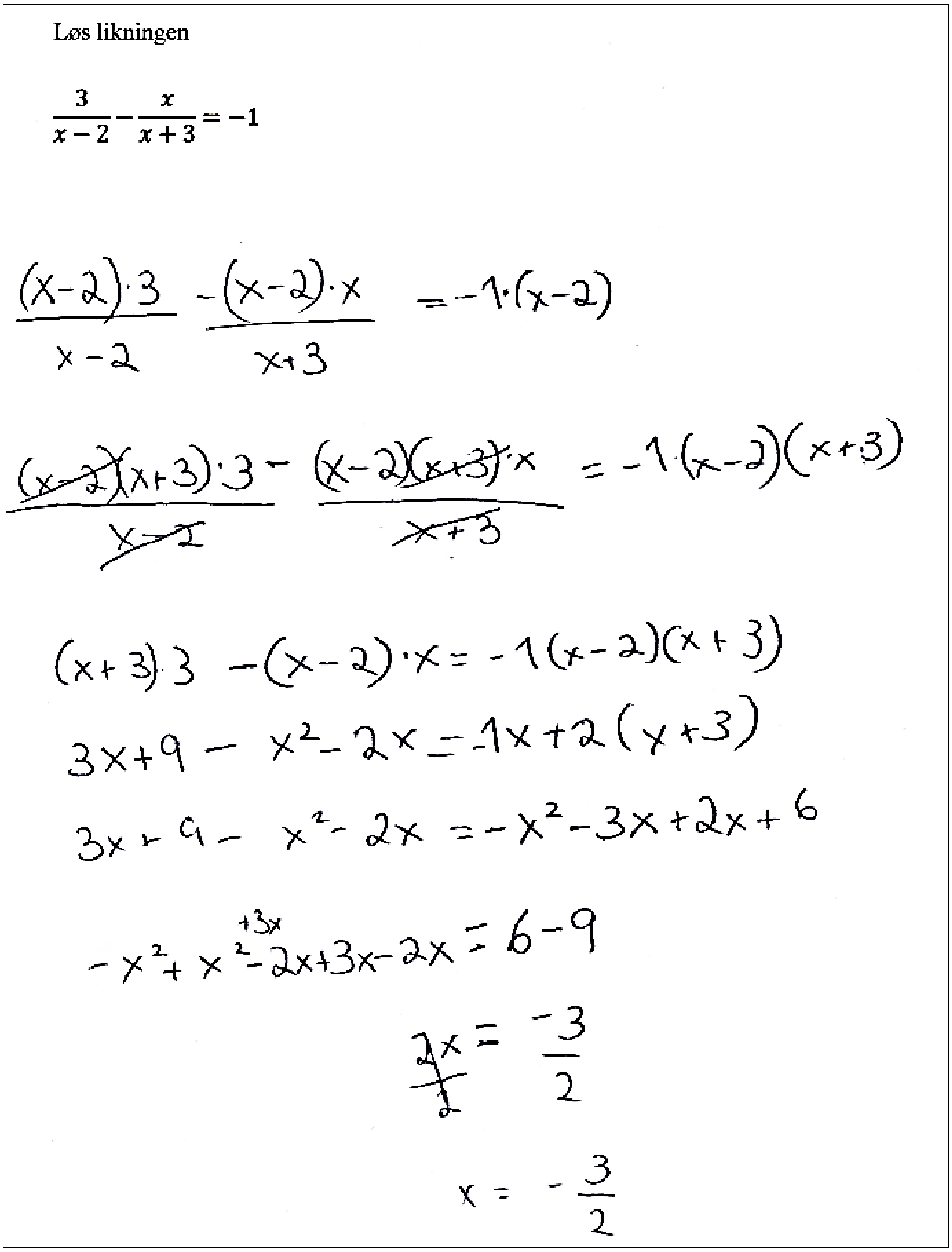
$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12 \cdot 5}}{2}$$

Ingen løsning

Figur 24. Informant D, løsning av oppgaven på terminprøven tilsvarende oppgave 5 under intervju.

Som figur 25 viser, valgte informanten en annen strategi for å løse den tilsvarende oppgaven under intervjuet. Hun multipliserte først den ene nevneren i alle tre ledd, deretter den andre nevneren. Informanten strøk deretter faktorer i leddene på venstre side, og regnet videre til hun endte med svaret $x = -\frac{3}{2}$, og alt var korrekt utført.

Da jeg spurte hva informanten tenkte om løsningen, sa hun at hun var svært usikker på om svaret stemte. Hun tvilte på at hun hadde løst oppgaven riktig, fordi *«det ble rart svar»*. Hun kommenterte at hun kunne satt prøve på svaret, men at hun ikke fikk til det i oppgaver der svaret var brøk. Videre forklarte hun at hun antakelig ikke hadde vært fornøyd med dette svaret på terminprøven heller, men at hun sannsynligvis ikke hadde rukket å gå tilbake og se mer på den, så hun ville da ha godtatt løsningen som den var.



Løs likningen

$$\frac{3}{x-2} - \frac{x}{x+3} = -1$$

$$\frac{(x-2)\cdot 3}{x-2} - \frac{(x-2)\cdot x}{x+3} = -1\cdot(x-2)$$

$$\frac{\cancel{(x-2)}(x+3)\cdot 3}{\cancel{x-2}} - \frac{(x-2)\cancel{(x+3)}\cdot x}{\cancel{x+3}} = -1\cdot(x-2)(x+3)$$

$$(x+3)\cdot 3 - (x-2)\cdot x = -1(x-2)(x+3)$$

$$3x+9 - x^2 - 2x = -1x+2(x+3)$$

$$3x+9 - x^2 - 2x = -x^2 - 3x + 2x + 6$$

$$-x^2 + x^2 \overset{+3x}{-} 2x + 3x - 2x = 6 - 9$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{-3}{2}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

Figur 25. Informant D, løsning av oppgave 5.2 under intervju.

Jeg tok frem løsningen av oppgaven på terminprøven (figur 24), og ba informanten sammenlikne løsningene. Hun registrerte raskt at de var ulike, men hun var svært usikker på hvilken løsning som var den riktige. Informanten kommenterte på dette tidspunktet at brøk gjorde henne svært usikker: Hun var klar over at det var ulike regler til *«om det står minus eller pluss eller om man skal gange og dele»*, men sa at hun blandet sammen dette.

Jeg spurte informanten om hvilken av løsningene hun trodde var mest riktig, og hun valgte straks løsningen fra terminprøven som den riktige. Jeg ba henne forklare hvorfor, men da ble hun igjen mer usikker, og sa at det for så vidt virket logisk å *«gjøre det samme på begge sider»*, slik hun gjorde under intervjuet. Jeg minnet henne på det hun selv sa litt tidligere, at med likninger gjaldt det å gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet. Jeg forklarte at hun hadde gjort akkurat det under intervjuet, og at oppgaven da var helt korrekt løst. Informanten ble overrasket over dette.

4.5.3 Informant D: Oppsummerende kommentarer

I etterkant var informant D fornøyd med hvor mye hun hadde fått til under intervjuet. Hun viste under arbeidet med oppgavene at hun behersket både å regne ut uttrykk med brøk (oppgave 2) og å løse likninger med brøk (oppgave 5). Men, hun viste også at hun var svært usikker på seg selv, og ikke stolte på om hun regnet riktig. I tilfellet med oppgave 2 begynte hun å løse oppgaven på nytt, denne gangen på feil måte. Hun hadde to alternative løsninger å velge mellom, og da jeg ba henne fortelle hvilket alternativ hun mente var riktig, gikk hun for den gale løsningen. Informanten hadde ingen strategi for å avdekke hvilken av løsningene som faktisk var korrekt. I tilfellet med oppgave 5 løste informanten oppgaven korrekt under intervjuet, men var selv usikker på svaret og hadde ikke noen strategier for å sjekke om svaret var korrekt. Hun pleide å kontrollere svar ved å sette prøve på svaret, men forklarte at hun ikke fikk til dette i tilfeller der svaret ble et brøkuttrykk, og da forsøkte hun heller ikke. Da jeg gjorde henne oppmerksom på at hun løste oppgaven annerledes på terminprøven, og spurte hvilken av de to alternative løsningene hun følte var mest riktig, gikk hun nok en gang for den gale løsningen. Informanten viste at hun hadde tillært kunnskap om hvordan hun skulle løse de ulike oppgavene, men hun røpet samtidig stor usikkerhet og manglende strategier for å avdekke hvilken løsning som var riktig, når det stod mellom ulike alternativer.

Sammenliknet med de tidligere informantene virket informant D mer bevisst på læringsstrategier, men hun sa selv at hun ønsket hun var enda mer bevisst og hadde mer kunnskap om hvordan hun kunne løse ulike oppgaver. Det gjennomgangen av oppgavene viser, er nettopp at informanten var usikker og blandet sammen ulike metoder. Hun hadde mange metoder inne, men manglet mye av den dypere forståelsen som kunne bidratt til å skille ulike metoder fra hverandre. Hun var usikker på når og hvorfor de ulike metodene skal brukes, og gjorde derfor ofte feil uten å være i stand til å oppdage dem. Men hennes ønske om å bli mer bevisst på ulike læringsstrategier i matematikk, er et godt utgangspunkt for å gjøre noe med dette.

4.6 Informant E

4.6.1 Informant E: Analyse av innledende spørsmål

Informant E fortalte innledningsvis i intervjuet at videregående skole var veldig annerledes enn ungdomsskolen. Han opplevde at det var forventet at elevene var mye mer selvstendige på videregående skole, og at elevene i større grad selv måtte vurdere hvor mye de trengte eller hadde lyst til å jobbe i de ulike fagene. Dette hadde han opplevd som en utfordring. Informanten fortalte at han trivdes med matematikkfaget, men viste samtidig frustrasjon over å ha falt fra karakter 5 i 10. klasse til karakter 3 halvveis gjennom 1T-kurset. Informanten sa at faget var vanskelig, fordi det var så mye forskjellig de måtte gjennom, og han opplevde at pensum i faget var større enn hva han var vant med fra ungdomsskolen. Det var vanskelig å få med seg alt, og han opplevde at hvis man var borte bare en økt, var det vanskelig å ta igjen resten av gruppen og komme ajour, på grunn av fagets raske progresjon: *«Hvis man går glipp av noe, hvis vi er halvveis inne i et tema, så vil det hullet bare bli større og større etter hvert som det kommer inn mer nytt»*. Dette var noe informanten kom tilbake til gjentatte ganger, som en av de største utfordringene i overgangen mellom ungdomsskolematematikk og 1T.

Informant E hadde ambisjoner om å få 5 eller 4 i faget da han startet med 1T, og han opplevde at faget var vanskeligere enn ventet. Han forklarte at han brukte mye mer tid på lekser og øving foran matematikkprøver på videregående skole, enn han gjorde på ungdomsskolen. Han forklarte også at han tok mer notater i timene nå, og generelt jobbet mer. Likevel mente han at han ikke hadde jobbet så godt som han kunne. Følgende utdrag tar for seg informant E sine tanker om læringsstrategier:

X. Hva tenker du på hvis jeg sier læringsstrategier?

E. Ja det er vel… hvordan man jobber?

X. Tror du at du bruker læringsstrategier i matematikk?

E. Ja, mest sannsynlig ikke de mest effektive, men jeg bruker noen. […] Det er vel en kombinasjon av å se på eksempler, prøve å gjøre de eksemplene, så prøve forskjellige versjoner av det.

X. Hvis du står du fast på en oppgave, hvilke strategier har du da?

E. Vel, hvis jeg jobber hjemme vil jeg prøve å se på eksempelet hva jeg har gjort feil. Og hvis jeg ikke kan se det da, eller hvis jeg fortsetter å regne feil på nytt, så kan det være jeg prøver å se på fasiten for å se hva jeg skal komme fram til og hva jeg eventuelt da har gjort. Hva som kan ha vært feil. Og så prøve å gå gjennom igjen, ved å da vite hva jeg skal prøve å komme frem til.

X. Hva hvis du står fast på en oppgave under en prøve?

E. Da vil jeg først bare hoppe over og bli ferdig med det jeg husker. Og så når jeg da er ferdig med resten, komme tilbake og kanskje prøve forskjellige strategier for å gjøre det.

X. Tenker du på noen spesielle strategier da?

E. Vel, det kommer an på hva slags oppgave det er. Men det er de måtene man har lært i 10. da, for det er ofte forskjellige måter å løse ting. Kanskje det er noen av dem som funker.

X. Har du tenkt på om du bruker andre læringsstrategier nå enn du gjorde før?

E. Før trengte jeg ikke å bruke så mye læringsstrategier, jeg bare satt i timene, fulgte halvveis med, og skjønte det. Mens nå føler jeg at jeg må jobbe for å forstå.

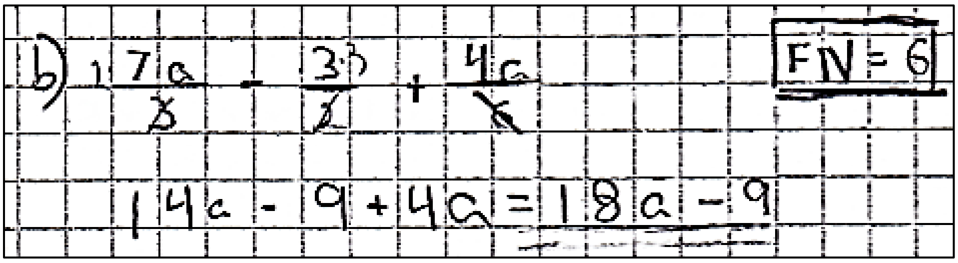
Informant E forklarte i utgangspunktet nokså likt som andre informanter: Hans forbandt læringsstrategier i første omgang med å se på eksempler og gjøre oppgaver. Men han var mer presis enn flere andre. Han forklarte at strategien hans var å gjøre oppgaver, se på eksempler om igjen dersom han ikke fikk til en oppgave, eller prøve å gjøre eksemplene først for å se om han fikk til dem. Neste strategi var å se på fasiten om mulig, og deretter prøve å gjøre oppgaven på nytt når han visste hva svaret skulle bli. Dersom han stod fast på en oppgave under en prøve, var strategien i første omgang å gå videre og gjøre ferdig alle oppgaver han fikk til, deretter gå tilbake og *«prøve forskjellige strategier»* for å løse oppgaven. Til spørsmål om hva slags strategier han tenkte på, svarte han «*det er de måtene man har lært i 10. da, for det er ofte forskjellige måter å løse ting. Kanskje det er noen av dem som funker.*» Her kan han ha vært inne på noe sentralt, men jeg spurte dessverre ikke videre om hvilke konkrete strategier han hadde i tankene. Det ser jeg i etterkant at jeg burde ha gjort.

Noe senere i intervjuet spurte jeg informant E om han brukte andre læringsstrategier i matematikk på videregående skole enn han gjorde i 10. klasse. Da svarte han at *«før trengte jeg ikke å bruke så mye læringsstrategier, jeg bare satt i timene, fulgte halvveis med, og skjønte det. Men nå føler jeg at jeg må jobbe for å forstå»*. Informanten trengte ikke jobbe hardt i faget tidligere. Han sa selv under intervjuet at han følte at dette har vært en ulempe for ham, det at han *«ikke har lært å jobbe ordentlig med matte tidligere»*. Informanten følte at han nå gradvis lærte seg å jobbe bedre med faget, og han hadde derfor håp om at det ville gå bedre i 1T-kurset etter hvert. Jeg tror han var inne på noe sentralt her: Dette er en elev som i utgangspunktet hadde et godt hode for matematikk, men som gjennom ungdomsskolen hadde vent seg til at det aller meste i faget var svært lett å forstå for ham, og at han derfor ikke trengte å jobbe så hardt med faget eller følge med i timene for å få gode karakterer. Samtidig var han interessert i matematikk, så han ønsket å ta 1T-kurset på videregående skole for å lære mer. Men overgangen viste seg å være tøffere enn ventet, til tross for at han selv følte at han jobbet mer med matematikken enn tidligere.

4.6.2 Informant E: Analyse av oppgaver

Informant E – Oppgave 2

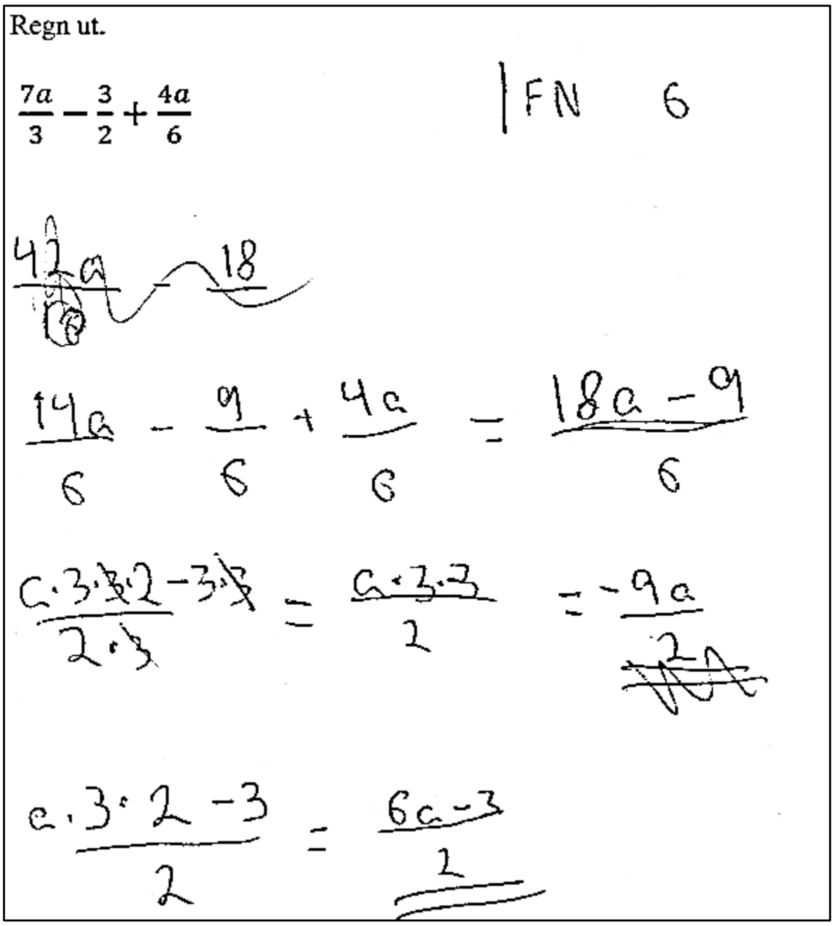
Første oppgave for informant E var oppgave 2, der han skulle forenkle et rasjonalt uttrykk. Den tilsvarende oppgaven på terminprøven løste han feil, ved at han multipliserte alle ledd med fellesnevner og forkortet, som om det skulle vært en likning (se figur 26).



Figur 26. Informant E, løsning av oppgaven på terminprøven tilsvarende oppgave 2 under intervju.

Oppgave 2 under intervjuet ble løst som vist i figur 27. Til å begynne med løste han nå oppgaven helt korrekt, ved at han fant fellesnevner, og ganget teller og nevner hver av brøkene med faktoren som gav fellesnevner 6 i hver av nevnerne. Han kom enkelt frem til uttrykket $\frac{18a-9}{6}$, og forklarte straks at dette kunne faktoriseres videre. Informanten valgte her å faktorisere alle leddene for seg, for å avdekke felles faktorer. Han stoppet opp og forklarte at han var svært usikker på hva som var lov å gjøre her, og når det var lov å stryke. Men han mente at man måtte være forsiktig med å stryke når det var flere ledd. Informanten strøk deretter 3 i alle ledd, helt korrekt, før han trakk sammen uttrykket feil. Men da jeg i etterkant ba ham forklare hva han hadde gjort, innså han raskt at 2-eren i første ledd hadde forsvunnet. Han trakk da sammen uttrykket på nytt, korrekt, uten at jeg hadde rettet på ham.

Bortsett fra den nevnte feilen som jeg kan tolke som slurv, løste informanten oppgaven feilfritt. Derfor trakk jeg frem terminprøven og ba ham sammenlikne de to løsningene. Informanten kommenterte straks at løsningene var ulike, før han sa at løsningen av oppgaven på terminprøven så mest riktig ut. Jeg spurte hvorfor den så mer riktig ut, og informanten svarte *«jeg vet ikke jeg, det bare ser ut som det var mer orden og kontrollert der [peker på oppgaven på terminprøven]»*. Jeg fortalte deretter at én av løsningene var riktig, og at én var feil, og ba informanten peke ut den riktige løsningen. Umiddelbart sa han at det han gjorde nå sikkert var riktig, fordi han regnet med at han hadde fått feil på oppgaven han løste på terminprøven. Jeg ba ham utdype hvorfor løsningen av oppgaven på terminprøven var feil. Etter litt betenkningstid sa han brått at det han gjorde på terminprøven måtte være riktig. Han klarte ikke forklare hvorfor den løsningen var riktig og det han hadde gjort under intervjuet var feil, men han var nå fast bestemt på at det han hadde gjort på terminprøven var riktig. Informanten så ikke hvilken løsning som er riktig eller feil. Han hadde lært seg ulike metoder, men viste at han blandet sammen når de skulle brukes, ikke ulikt informant D. Han manglet verktøy for å avdekke om han hadde valgt riktig eller feil metode, dermed hadde han vanskelig for å vurdere gyldigheten av svaret.

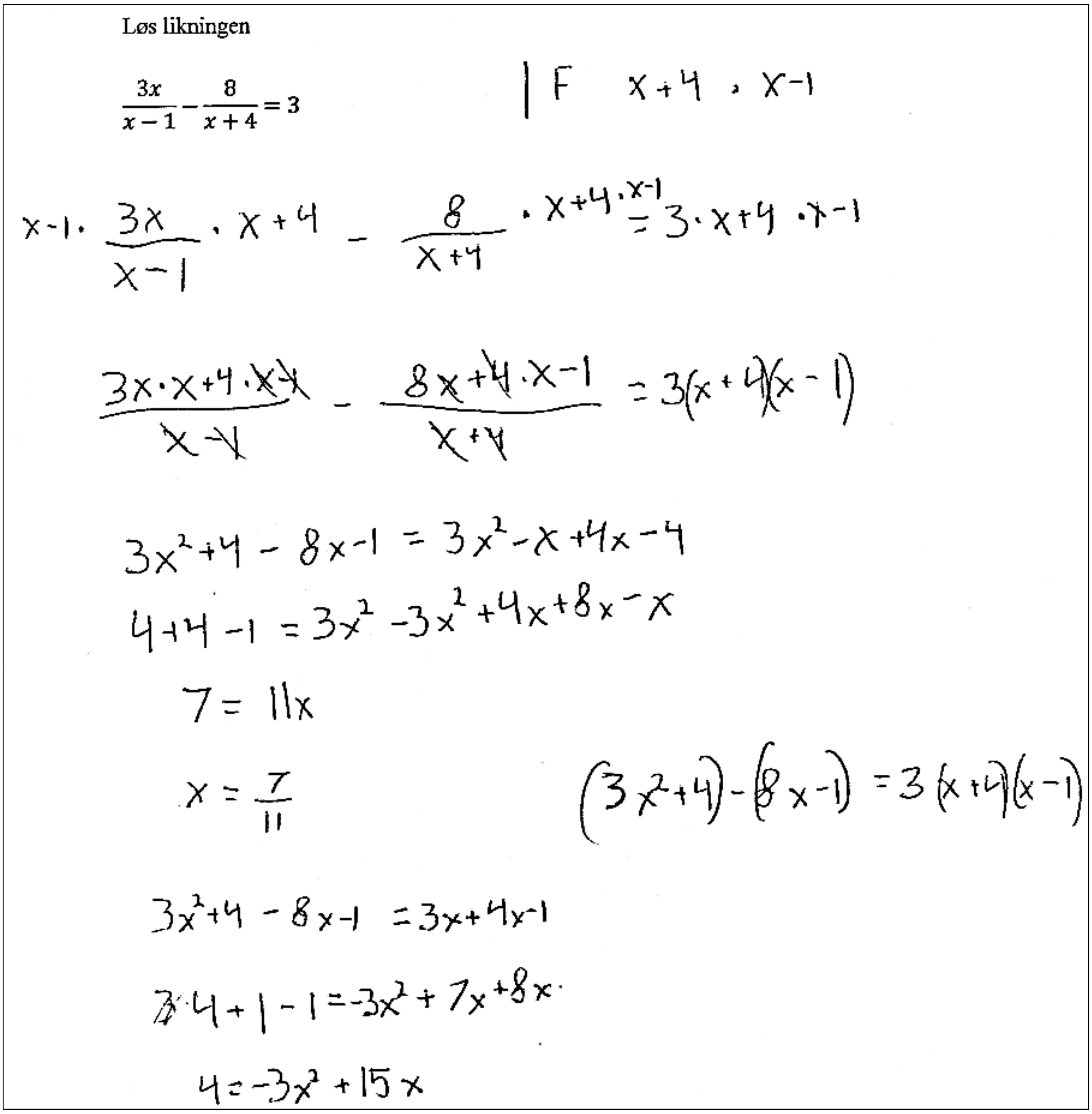


Figur 27. Informant E, løsning av oppgave 2.1 under intervju.

Informant E – Oppgave 5

Oppgave 5 testet om informantene kunne løse en rasjonal likning, og på terminprøven svarte ikke informant E på denne oppgaven i det hele tatt. Jeg ønsket å undersøke om det var tidspress som var skyld i at oppgaven ikke var løst, eller om informanten ikke visste hvordan den skulle løses, så jeg gav ham en tilsvarende oppgave under intervjuet, se figur 28. Informanten virket skeptisk straks han så oppgaven, og forklarte at *«brøk med ukjente er ikke min favoritt»*. Han forklarte at dette hadde han gjort feil så ofte, og jeg ba ham utdype. Han sa at man ikke kunne gjøre mye hoderegning med ukjente, og at han var vant fra ungdomsskolen til å løse oppgaver med brøk raskt ved hoderegning. Han opplevde altså at de teknikkene han var vant til å bruke ikke lenger fungerte i likninger som inneholdt variabler.

Informanten var likevel med på å gjøre et forsøk. Han startet korrekt med å multiplisere med begge nevnere i alle tre ledd, men han unnlot å bruke parenteser på uttrykkene $(x-1)$ og $(x+4)$. Da han så skulle forkorte brøkene, forkortet han ikke uttrykkene, som for eksempel $(x-1)$, men han forkortet x og -1 hver for seg. Han behandlet også det gjenværende uttrykket uten parenteser, slik at $3x \cdot (x+4)$ feilaktig ble lik $3x^2+4$, og $8 \cdot (x-1)$ ble lik $8x-1$. I den videre utregningen gjorde informanten ytterligere en feil, da han trakk sammen uten å forandre fortegn på begge ledd i andre brøk.



Løs likningen

$$\frac{3x}{x-1} - \frac{8}{x+4} = 3 \qquad | \; F \quad x+4 \; , \; x-1$$

$$x-1 \cdot \frac{3x}{x-1} \cdot x+4 - \frac{8}{x+4} \cdot x+4 \cdot x-1 = 3 \cdot x+4 \cdot x-1$$

$$\frac{3x \cdot x+4 \cdot \cancel{x}\cancel{-1}}{\cancel{x}\cancel{-1}} - \frac{8\cancel{x}+\cancel{4} \cdot x-1}{\cancel{x}+\cancel{4}} = 3(x+4)(x-1)$$

$$3x^2+4 - 8x-1 = 3x^2-x+4x-4$$

$$4+4-1 = 3x^2-3x^2+4x+8x-x$$

$$7 = 11x$$

$$x = \frac{7}{11}$$

$$(3x^2+4)-(8x-1) = 3(x+4)(x-1)$$

$$3x^2+4 - 8x-1 = 3x+4x-1$$

$$\cancel{3} \cdot 4+1-1 = -3x^2+7x+8x$$

$$4 = -3x^2+15x$$

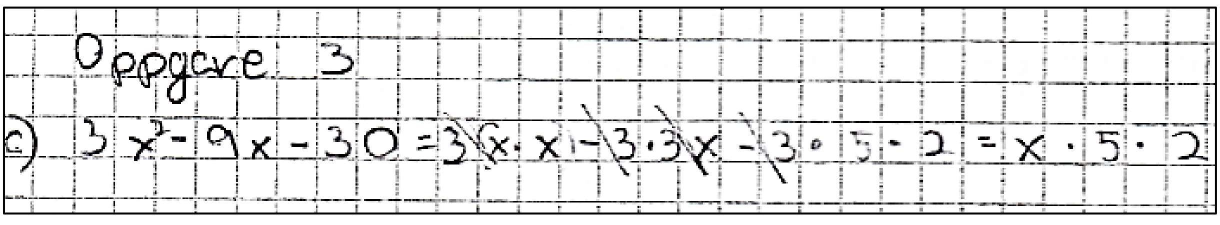
Figur 28. Informant E, løsning av oppgave 5.1 under intervju.

Jeg spurte i etterkant om informanten var fornøyd med svaret. Han var for så vidt det, og han nevnte ingen av feilene jeg hadde observert. Men derimot nevnte han at han var veldig usikker på om han hadde løst riktig på høyre side av likhetstegnet. Han valgte å prøve å løse oppgaven igjen, men denne gangen uten parenteser på høyre side. Uttrykket på høyre side var første gang løst slik: $3(x+4)(x+1) = 3x^2 - x + 4x - 4$, men informanten forkastet dette og mente at det var riktigere å løse slik: $3 \cdot x + 4 \cdot x - 1 = 3x + 4x - 1$. Han løste videre, men stoppet opp idet han fikk et andregradsuttrykk som han stod fast på. På dette tidspunktet var han veldig usikker på hvilken av de to metodene som var mest riktig. Gjennomgangen av denne oppgaven viser at informanten var svært usikker på løsning av rasjonale likninger, og at det raskt stoppet opp for ham straks det introduseres variabler. Han klarte ikke selv å avdekke de alvorlige feilene han hadde gjort underveis i oppgaven, derimot valgte han å gjøre om og forvanske løsningen, ved å gjøre feil noe han til opprinnelig hadde gjort korrekt.

Jeg spurte hvorfor han hoppet over denne oppgaven på terminprøven, og informanten lo og sa kort, *«brøk med ukjente»*. Han gjentok at denne typen oppgaver var vanskelige, og han mente det kunne skyldes at han aldri hadde lært å løse denne typen oppgaver skikkelig første gang. Han hadde en forståelse av at han kunne regne brøkoppgaver, men siden han var vant til å løse mye i hodet, hadde han ingen strategier som lot seg overføre til å regne ut brøkoppgaver med variabler.

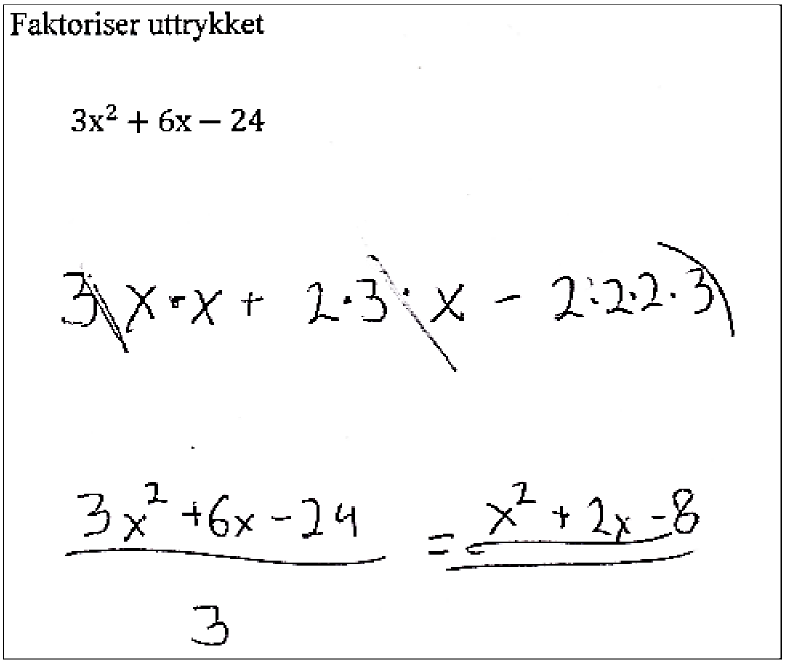
Informant E – Oppgave 6

Oppgave 6 ble inkludert fordi informanten løste denne feil på terminprøven, se figur 29. Den gang startet han riktig ut ved å faktorisere hvert av leddene, men deretter hadde han strøket ledd tilsynelatende uten system: I første ledd hadde han strøket $3 \cdot x$, i andre ledd hadde han strøket $3 \cdot 3 \cdot x$, og i tredje ledd hadde han bare strøket 3. Jeg var interessert i å undersøke hvordan han hadde tenkt, og samtidig se om han løste oppgaven på tilsvarende måte under intervjuet.



Figur 29. Informant E, løsning av oppgaven på terminprøven tilsvarende oppgave 6 under intervju.

Informanten startet på samme måte i oppgaven under intervjuet, se figur 30. Han brøt raskt hvert ledd ned i faktorer, deretter strøk han faktoren som gikk igjen i alle tre ledd. Men idet han innså at alle leddene inneholdt faktoren 3, valgte han i stedet å dele hele uttrykket på 3, slik at svaret ble $x^2 + 2x - 8$. På dette tidspunktet mente han at oppgaven var ferdig løst. Jeg spurte derfor om han kunne forklare hva det ville si å faktorisere et uttrykk. Han mente det handlet om å gjøre uttrykket så lite som mulig, og han mente at det hadde han gjort.



Figur 30. Informant E, løsning av oppgave 6.2 under intervju.

På dette tidspunktet tok jeg frem besvarelsen fra terminprøven, og ba informanten sammenlikne de to løsningene. Begge løsningene var altså feil, men i mine øyne var løsningen under intervjuet en mer systematisk feil, ved at han hadde forkortet uttrykket ved å fjerne det som var felles i alle ledd. Informanten så at oppgavene var løst ulikt, og han mente at det han hadde gjort nå var riktig. Han begrunnet det med at om man skulle stryke, måtte man passe på å stryke det samme i alle ledd. Han påpekte at på terminprøven strøk han også faktorer som var felles bare i to av leddene, og han innså nå at det var feil.

Informanten mente at løsningen under intervjuet var riktig, og at han kunne dele på 3 siden han fant ut at det var noe som var felles i alle ledd. Jeg spurte igjen om hva det betød å faktorisere, og han gjentok at det handlet om å skrive svaret enklere. Jeg har lyst til å gjengi den påfølgende dialogen:

X.	*Kan du fortelle meg hva en faktor er?*
E.	*[stillhet]*
X.	*Hva er et ledd, da?*
E.	*Det skilles med pluss og minus.*
X.	*Når et uttrykk er faktorisert, er det noen regler for hvordan uttrykket skal se ut?*
E.	*Det skal vel være uten pluss og minus.*
X.	*Er svaret ditt uten pluss og minus?*
E.	*Det er vel stort sett <u>bare</u> pluss og minus der…*

Informanten innså altså underveis i samtalen at oppgaven likevel måtte være løst feil. Men da jeg i etterkant spurte om han hadde noen forslag til hva han i stedet burde ha gjort, hadde han ingen ideer. Han sa bare at dette kunne han ikke godt nok.

4.6.3 Informant E: Oppsummerende kommentarer

Informant E var misfornøyd i etterkant av oppgaveøkten. Han mente at alle oppgavene hadde gått dårlig, og at han ikke kunne dette bra nok. Jeg spurte om han kunne si noe om forskjellen på de to første oppgavene, oppgave 2 (forenkling av uttrykk) og oppgave 5 (løsning av likning). Han forklarte ganske riktig at bare oppgave 5 var en likning. Videre sa han at det som skilte oppgavene, var at bare oppgave 5 ville gi et konkret svar. Han sa at det man ville fjerne, måtte fjernes fra alle ledd, men han mente at dette var en regel som gjaldt for begge oppgavene. Jeg tok frem oppgave 2 og spurte om han ville vurdere på nytt hvilken av løsningene som var riktig. Informanten sa at det han gjorde nå var riktig, fordi han ganget både i teller og nevner, mens han på terminprøven bare ganget i teller. Jeg spurte hvorfor det var feil å bare gange i teller i oppgave 2, når det var greit å gjøre det ved løsning av likninger, som i oppgave 5. Informanten svarte at i likninger blir svaret det samme uansett hva man ganger det med, fordi man ganger i alle ledd. Men han hadde vanskelig for å forklare hvorfor det ble feil å gjøre det samme i oppgaver tilsvarende oppgave 2, der han skulle forenkle uttrykk.

Informanten viste at han var svært usikker på grunnleggende ferdigheter i 1T. Han løste i utgangspunktet oppgave 2 feil på terminprøven, og han løste den samme oppgaven riktig under intervjuet, men han mente likevel lenge at det han hadde gjort på terminprøven var riktig. I løsningen av den rasjonale likningen gjorde han flere feil på grunn av manglende parentesbruk og forveksling mellom ledd og faktorer, og han var ikke i stand til å avdekke feilene selv. I oppgave 6 viste han at han hadde misforstått begrepet faktorisering, og at han derfor løste denne typen oppgaver feil. Intervjuet avdekket flere hull, som informanten er nødt til å jobbe godt med for å hente opp det tapte i faget. Mye av det som ble avdekket gjennom arbeidet med oppgavene, henger sammen med informantens kommentar innledningsvis i intervjuet: Han fortalte at han ikke hadde behøvd å utvikle effektive læringsstrategier på ungdomsskolen, fordi han hadde erfart at det var nok å følge halvveis med i timene, for å få tilfredsstillende karakterer på prøvene. Informanten hadde vent seg til at det ikke var nødvendig å legge større innsats i faget, og han var tydelig på at han nå følte at dette hadde vært en ulempe for ham. Jeg mener denne tankerekken viser evne til refleksjon og metakognisjon. Informanten pekte på indre faktorer: det var han som hadde lagt seg til dårlige vaner tidligere, og han innså nå at det straffet seg og at arbeidet ble desto tyngre. Men denne innsikten er et viktig første skritt for at han selv kan endre måten han arbeider med matematikken på.

Avslutningsvis spurte jeg informant E om hva han syntes om å bli intervjuet og gjøre oppgaver. Han svarte at dette var en grei gjennomgang, og at han følte han hadde blitt mer bevisst på hva han måtte øve mer på. Han forklarte at matematikken var vanskelig fordi oppgavene var mer kompliserte nå enn han var vant med på ungdomsskolen, og at han merket at han ikke husket reglene godt nok. Han opplevde at han blandet regler for hva som var lov og ikke lov i de ulike tilfellene, og at han ikke hadde noen strategi for å finne ut av hva som var lov når. Men han gav inntrykk for at intervjuet hadde vært en positiv opplevelse. Han var blitt mer bevisst sine utfordringer, og ønsket å jobbe videre med dette.

5 Diskusjon og konklusjon

I dette kapittelet vil jeg forsøke å finne fellestrekk mellom de fem informantene, basert på analysene i kapittel 4. Der det er naturlig vil jeg linke funn opp mot relevant teori. Alle informanter ble valgt ut på samme grunnlag: De fikk alle høy måloppnåelse og karakteren 5 i avgangskarakter i matematikk på ungdomsskolen, og alle fem var motiverte til å begynne på 1T-kurset for å lære mer matematikk. Videre fikk de alle karakteren 3 på terminprøven i slutten av november, og alle hadde gått ned to karakterer i matematikk ved halvårsvurderingen desember 2015. Alle fem var positivt innstilt til å delta i denne undersøkelsen, og flere sa de håpet det kunne bidra til å hjelpe dem videre med 1T-kurset. Kan analyser av intervjuer og oppgaveløsninger avdekke noen fellestrekk blant disse elevene? Kan vi finne årsaker til at en vesentlig del av elevene som går ut av ungdomsskolen med høy måloppnåelse, faller gjennom i møtet med 1T, år etter år?

5.1 Om informantenes forventninger og møtet med 1T-kurset

Alle informantene var positivt innstilte før de startet på 1T-kurset i august 2015, og de valgte 1T-kurset fremfor 1P-kurset fordi de ønsket å lære mer avansert matematikk. Både informant B og informant C begrunnet valget av 1T med at 1P virket *«alt for lett»*, og flere av informantene kom inn på den store avstanden i nivå som er mellom kursene 1T og 1P: Informantene var interesserte i faget og motiverte for å utvikle sin kunnskap, og de følte derfor at 1P bare ville bli repetisjon. Flere av informantene begrunnet i tillegg valget av 1T med åpningen det gav for å satse videre med realfag og senere sivilingeniørstudier. De fleste informantene var på forhånd forberedt på at det kom til å bli vanskelig med 1T, og flere av dem hadde samtalt med sin matematikklærer på ungdomsskolen og blitt anbefalt å velge 1T på bakgrunn av resultatene de hadde vist på ungdomsskolen.

De fem informantene var samstemte i at 1T-kurset viste seg å være enda vanskeligere enn forventet. Flere av dem la særlig vekt på den raske progresjonen i faget, og gav inntrykk for at det var uvant å gå gjennom nye temaer i det tempoet de opplevde i 1T-kurset. Informantene var fra ungdomsskolen vant til mye repetisjon og god tid på hvert tema, og de var ikke forberedt på å måtte ta inn over seg ny kunnskap i det tempoet som 1T-kurset krever.

Kombinasjonen av at mange temaer var nye og vanskeligere, at temaene gikk dypere enn på ungdomsskolen, samt den raske progresjonen, gjorde det vanskelig for informantene å henge med og få bearbeidet all ny kunnskap. Flere av informantene gav inntrykk av at det rett og slett ble for mye å få oversikt over. Dette kan ses i sammenheng med hva Ayres (2001) sier om systematiske feil og arbeidsminnekapasitet: Systematiske feil i matematikk skyldes ikke nødvendigvis manglende kunnskaper, det kan skyldes begrensninger i elevenes arbeidsminne. Alle de fem informantene hadde gode forkunnskaper fra ungdomsskolen, men fikk det likevel vanskelig i møtet med videregående matematikk i 1T. Ayres (2001) trekker frem at store oppgaver som kombinerer for eksempel parentesuttrykk, negative tall og manipulasjon av algebraiske uttrykk, kan være en belastning for elevens arbeidsminne, for det krever trening å sette kunnskaper i sammenheng. I en prøvesituasjon skal elever hente frem mye ny kunnskap på en gang og anvende kunnskapen riktig, og det er særlig i prøvesituasjoner disse informantene føler at de ikke har oversikt.

Flere av informantene kommenterte i tillegg hvordan alt i 1T-kurset tilsynelatende hang sammen. De opplevde at om de manglet forståelse innenfor grunnleggende temaer i faget, fikk det store følger for forståelsen av temaer som kom senere og bygget på de første. På grunn av progresjonen var det dessuten vanskelig for elevene å finne den nødvendige tiden til å få repetert og jobbet mer med grunnleggende temaer. Informant A satte ord på en frustrasjon det virket som flere av informantene delte: Hun forklarte hvordan hun kunne sitte og fortvile over ikke å forstå et tema som var gjennomgått, men likevel oppleve at læreren fortsatte videre på nye eksempler eller temaer, slik at hun bare måtte forsøke å henge med uten å forstå det skikkelig. Dette kan også sees i lys av mye av den forskningen som tidligere er presentert: Blant annet påpeker Newton (2000) at elever som av ulike årsaker bedriver en overfladisk læring av matematikk fremfor dybdelæring, får langt mindre forståelse av faget, og at kunnskapen deres sitter løsere og lettere glemmes. Det tidspresset som elevene kjenner på, kan virke som en ekstern faktor som de ikke har kontroll på, og som får dem til å føle at de må nøye seg med overflatisk forståelse. Jeg kan også trekke frem Skemp (1976) sitt skille mellom instrumentell og relasjonell forståelse: Relasjonell forståelse krever at eleven tar seg tid til å sette seg inn i temaer og søke forståelse, for å anvende kunnskapen på nye måter. Hvis eleven derimot føler at det ikke er tid og rom for dypere forståelse, vil forståelsen bli mer instrumentell, og lettere å misforstå og forvrenge.

Informant E forklarte hvordan det fikk store utslag om man var syk i en økt eller to: Hun klarte ikke arbeide like godt hjemme med det hun hadde gått glipp av, og hun opplevde at hun fikk et hull i kunnskapen som bare vokste seg større. Fordi hun i neste undervisningsøkt følte at hun måtte følge undervisningen videre i gjennomgangen av neste tema, som gjerne bygget på det hun allerede hadde gått glipp av, følte informanten at det var vanskelig å hente seg inn igjen. Kunnskapen ble mer fragmentert, og det ble vanskelig å se sammenhenger. Dette henger igjen sammen med hva Skemp (1976) sier om forståelse: blir kunnskapen mer fragmentert, er det vanskelig å anvende kunnskapen i nye situasjoner.

5.2 Om informantenes egeninnsats i faget

Alle informantene kommenterte at de arbeidet mer med 1T-kurset enn de hadde gjort med matematikk tidligere, de fulgte med i undervisningstimene, de gjorde lekser hjemme, og de øvde foran prøver. Informant D sa rett ut at hun ikke hadde behøvd å gjøre lekser eller øve til prøver på ungdomsskolen, fordi *«det var så greit»* og hun hadde forstått alt og fått gode karakterer uansett. Hun presiserte at overgangen til 1T derfor ble særlig brå, fordi hun opplevde at det var uvant å måtte arbeide så mye med matematikkfaget, både på skolen og hjemme. Flere av de andre informantene var inne på det samme, de hadde gjort mindre lekser på ungdomsskolen fordi de hadde inntrykk av at det var enkelt å forstå faget og få gode karakterer. De hadde på den måten lagt seg til dårlige vaner, og de hadde ikke hatt behov for å utvikle gode rutiner og strategier i faget.

Informant A kommenterte at hun aldri hadde øvd så mye til en prøve før, som hun hadde gjort til terminprøven i november 2015. Hun jobbet godt i timene, hun jobbet hjemme hver dag, og hun deltok på studieverksted. Likevel gikk hun kraftig ned i karakter. Hun uttrykte stor frustrasjon for dette, og det var noe som gikk igjen blant informantene: De følte at de jobbet mer med matematikk enn tidligere, likevel følte de at de ikke fikk uttelling for dette.

Flere informanter pekte også på at det ble forventet at de var mye mer selvstendige på videregående skole. I mye større grad enn på ungdomsskolen, var det opp til dem selv å sørge for å være oppdatert, og vite hvor mye de trengte å arbeide med faget, vurdere om de skulle delta på studieverksted, og ta ansvar for egen læring. Dette var noe informantene trakk frem som uvant. Kombinert med vanskeligere, mer sammensatte temaer og mye raskere progresjon enn hva de var vant med i matematikk fra ungdomsskolen, bidro denne forventningen om økt selvstendighet til at 1T-kurset opplevdes som ekstra vanskelig, sammenliknet med øvrige VG1-fag i videregående skole.

5.3 Om informantenes læring i lys av relevant teori

Det er et interessant poeng at alle informantene sier at de jobbet mer med matematikk på videregående skole enn tidligere, men at de likevel ikke fikk igjen for det. Derimot opplevde samtlige informanter en kraftig fall i karakter og manglende mestringsfølelse i faget. Det er derfor verdt å reflektere over hvordan elevene jobber med matematikk, og lete etter svar i tidligere forskning. Mange av forskerne jeg var innom i kapittel 2 tok for seg ulike sider ved læring og forståelse, og jeg vil i dette delkapittelet trekke frem et utvalg av dem.

Newton (2000) snakket om behovet for dybdelæring: Han argumenterte for at det er svært viktig at elever søker en dypere forståelse i matematikkfaget, og at de ser sammenhenger mellom ulike deler av faget. Ifølge Newton fokuserer mange elever likevel på det nære, umiddelbare: De er opptatt av å pugge til neste prøve, og kunnskapen sitter løsere. Dette er en enklere vei å gå for eleven, og det krever ikke like dypt kognitivt engasjement av eleven som dybdelæring ville gjort. Resultatet blir at elevens kunnskap blir overflatisk, og at den enklere glemmes (Newton, 2000). Ali (2011) satte også dybdelæring opp mot kortsiktig læring, og i liknet med Newton viste han at bare et mindretall elever bedriver dybdelæring. Ifølge Ali kjennetegnes elever som bedriver kortsiktig læring, ved at de bevisst eller ubevisst fokuserer på pugging av kunnskap. Målet er kortsiktig gevinst, som god karakter på neste prøve, heller enn dypere langsiktig forståelse (Ali, 2011). Også Jenkins (2010) var inne på det samme, men han brukte begrepet matematisk tenkning: god matematisk tenkning handler om at eleven evner å se sammenhenger og bygge ny kunnskap på gammel, og dette mente Jenkins var avgjørende for elevens evne til å utvikle seg i faget (Jenkins, 2010). Flere av informantene jeg snakket med, trakk frem nettopp pugging som en naturlig måte å lære matematikk på. Både Ali (2011), Jenkins (2010) og Newton (2000) pekte altså på en sammenheng mellom elevenes fokus på pugging og umiddelbare resultater, og elevenes manglende resultater i faget.

Læring henger også tett sammen med forståelse. Jeg har flere ganger vært innom Skemp (1976) sitt skille mellom instrumentell og relasjonell forståelse. Han argumenterte for at mange elever har en instrumentell forståelse av faget, og kun fragmenterte, tillærte kunnskaper de ikke evner å sette i sammenheng. Dette mener jeg har sammenheng med tidspresset i 1T-kurset. Gjennom intervjuene kom det frem at mange informanter prioriterte å pugge det de skulle kunne akkurat her og nå, fremfor å sette kunnskapen i større sammenheng, fordi det var det enkleste når tiden er knapp. Intervjuene viste også at flere av informantene hadde glemt mye bare på de to månedene som var gått fra terminprøven ble avholdt, til intervjuene ble gjennomført. Ifølge Skemp (1976) bør elever søke relasjonell forståelse, bruke tillært kunnskap i ulike sammenhenger, og utvide og bygge på sin eksisterende kunnskap. Den relasjonelle forståelsen er langt mer varig enn den instrumentelle (Skemp 1976). Siden informantene ikke har hatt behov for å jobbe like grundig med faget tidligere, er overgangen til videregående skole stor, og det er uvant å måtte jobbe med forståelse av matematikk.

To forskere som så på læring i sammenheng med kunnskapsbegrepet, var Star (2000) og Hall (2002). Begge så på motsetningene mellom prosedural kunnskap og konseptuell kunnskap. De pekte på at prosedural kunnskap i stor grad handler om innlærte prosedyrer og pugging, mens konseptuell kunnskap innebærer at elever ser sammenhenger mellom ulike deler av kunnskapen. Begge satte konseptuell kunnskap i sammenheng med dypere forståelse av matematikk og større kvalitet på kunnskapen (Star, 2000; Hall, 2002). Også dette mener jeg underbygger hva funnene i intervjuene viser: Informantene så i stor grad på matematikkfaget som et fag som handlet om nettopp å lære prosedyrer og pugge formler. Ifølge Star og Hall driver informantene innhenting av prosedural kunnskap.

Jeg vil også trekke frem Törner og Grigutsch (1994), som snakket om elevers forestillinger i matematikk, og som argumenterer for at det er tre grunnleggende aspekter, eller tre måter å betrakte matematikk på. Elever som i hovedsak har et verktøykasseaspekt, vil se på matematikken som en samling regler, regneoperasjoner og formler som i stor grad må pugges, og ha en forståelse av at matematikk handler om å *«regne masse oppgaver»*. Igjen finner jeg mange argumenter for at informantene jeg har snakket med, i hovedsak har et verktøykasseaspekt i synet på matematikkfaget. Om elevene blir bevisste på dette, og sikter mot de to dypere nivåene forestillinger (systemaspektet og prosessaspektet), kan dette ha en positiv innvirkning for deres bearbeidelse av kunnskap.

Mange av de nevnte forskerne kommer inn på at mange elever bevisst eller ubevisst velger en måte å jobbe med matematikk på, som gir dem kortsiktig gevinst og overflatisk, fragmentert kunnskap (bl.a Ali, 2011; Jenkins, 2010; Skemp, 1976). Skal en elev lykkes i å endre måten han arbeider med matematikk på, kreves en bevisstgjøring hos eleven selv. Det kreves langsiktig trening på å sette kunnskaper i en større sammenheng, og utvide og bygge på det eksisterende på en måte som sikrer dypere, langvarig forståelse. Kanskje er det her noe av problemet til informantene ligger: De hadde med seg metoder som hadde fungert godt nok tidligere, men som på videregående nivå viste seg å være utilstrekkelige for å få en dypere forståelse av faget. De forstod ikke lenger alle sammenhenger mellom gamle og nye formler og metoder, og de opplevde å få hull i kunnskapen og falle i karakterer. Mange av informantene trakk frem nettopp dette: De opplevde gjerne mestringsfølelse i undervisningsøkter, ved at de klarte å løse mange enkeltoppgaver. Men disse oppgavene ble gjerne løst ved å kopiere metoden fra et liknende eksempel, kikke i fasiten for umiddelbar tilbakemelding, eller spørre lærer om hjelp om de stod fast. Selv ved øving til prøver var riktig metode ofte gitt, utfra hvilket delkapittel de var sortert under. Men informantene klarte ikke gjenskape dette i prøvesituasjoner der de skulle løse mange ulike oppgaver, under tidspress, uten vante hjelpemidler og uten at metodene var gitt på forhånd. De forstod ikke selv hvorfor, og flere av dem uttrykte frustrasjon og fortvilelse over dette.

I neste avsnitt vil jeg ta for meg hver enkelt informant for seg. Jeg vil oppsummere hver informants syn på læringsstrategier i lys av relevant teori, og trekke tråder til informantenes løsning av oppgaver.

5.4 Om informantenes syn på læringsstrategier i matematikk

Siden læringsstrategier står sentralt i studien, brukte jeg tid på å samtale om dette med hver enkelt informant. Også her er det tydelige fellestrekk blant informantene, men også enkelte forskjeller. Generelt har alle informantene en noe upresis forståelse av hva som ligger i begrepet læringsstrategier. Både informant A, D og E mente at læringsstrategier handlet om hvordan man jobber, men bare informant A presiserte at det i tillegg handlet om hvordan man lærer best i et fag.

5.4.1 Informant A

På spørsmålet om læringsstrategier i matematikk, nevnte informant A at hun skrev ned alt ordentlig, for å ha et oppslagsverk å gå tilbake til, og at hun ellers repeterte, gjorde oppgaver, og jobbet konsentrert uten å snakke med andre. Denne informanten hadde et nokså avslappet forhold til læringsstrategier, noe som senere i intervjuet gav utslag i løsningen av oppgaver: Hun hadde lært seg ulike metoder for å løse oppgaver, men hun husket ikke hvilken metode hun skulle bruke når. Informanten viste at hun manglet strategier for å avgjøre hvilken metode som var hensiktsmessig å bruke for hvilken type oppgaver. Hun opplevde at alt ble *«blandet* *sammen»* og at hun ofte ble forvirret og stresset. Informanten evnet ikke å se på en oppgave fra flere innfallsvinkler: For eksempel hoppet hun over en oppgave (tilsvarende oppgave 6) på terminprøven fordi hun så på den og antok at hun måtte bruke fullstendig kvadraters metode for å løse oppgaven, og hun *«visste»* at hun ikke behersket den metoden. Jeg trengte bare hinte om at hun kanskje kunne bruke en annen metode, før informanten så at hun i stedet kunne bruke andregradsformel for å løse oppgaven. Den samme oppgave 6 under intervjuet avdekket også et annet problem for denne informanten: Hun hadde liten forståelse for hva oppgaven spurte om. Selv om oppgaven ba om å faktorisere et andregradsuttrykk, var informanten fornøyd med å finne to tallverdier, og lot dette være svaret på oppgaven. Informanten oppsummerte selv noe av problemet avslutningsvis i intervjuet: Hun forklarte at hun fikk til enklere oppgaver der hun visste akkurat hva hun skulle gjøre, men at hun lett falt av på litt mer sammensatte oppgaver, eller på oppgaver hvor det ikke ble oppgitt hvilken metode hun skulle bruke. Informanten har lært seg noen metoder, men har ikke strategier for å avgjøre hvilken metode som skal benyttes når. Hun har heller ikke strategier for å avdekke om oppgaver er løst feil.

Mye av det som ble avdekket om informantens syn på læring og kunnskap, henger tett sammen med hva mange forskere (bl.a Ali, 2011; Jenkins, 2010; Newton, 2000) sier om elevers læring og kunnskap: Informant A demonstrerer at hun har fragmentert, overflatisk kunnskap på mange områder, men at hun mangler dybdekunnskapen som kreves for å hente opp riktig metode i en prøvesituasjon uten hjelpemidler. Hun mangler relasjonell forståelse, og evner ikke å bruke sin tillærte kunnskap for å løse ukjente oppgaver (Skemp, 1976).

5.4.2 Informant B

Informant B nevnte at han repeterte, og pugget: han presiserte at han ofte måtte pugge om han ikke forstod *«hvorfor det er sånn»*, og det var tydelig at dette var en bevisst strategi. Om informant B stod fast på en oppgave, gikk han bare videre til neste, etter rekkefølgen de var satt opp i boka. Informant B manglet gode strategier i matematikk, og var svært lite bevisst på hvordan han arbeidet med faget, utover å gjøre de oppgavene læreren sa han skulle gjøre, og pugge formler han ikke forstod meningen med. Dette gav senere utslag i arbeidet med oppgaver, der informanten viste at han ikke behersket grunnleggende metoder godt nok. Dette har sammenheng med at informant B bevisst valgte å pugge formler og metoder, heller enn å forstå hvorfor og hvordan alt henger sammen. Ved flere tilfeller under arbeidet med oppgaver senere i intervjuet, trodde informanten at han husket en formel korrekt, eller at han husket riktig metode for å løse en viss type oppgave. Men han manglet verktøy for å kontrollere om han faktisk husket korrekt formel, og han manglet strategier for å avgjøre om en oppgave var korrekt løst. Om han kom frem til et svar som for ham var tilfredsstillende, gikk han videre til neste oppgave.

Flere av forskerne jeg har tatt for meg kan sette lys på hvorfor informant B har fått det vanskelig i møte med 1T-kurset: Informanten pugget bevisst formler fremfor å søke forståelse, fordi han så på dette som enkleste utvei. Han var svært lite bevisst på hvilke oppgaver han arbeidet med, men gikk fra en oppgave til den neste. Han viste med dette manglende dybdelæring (Ali, 2011; Newton, 2000), manglende relasjonell forståelse til matematikken (Skemp 1976), og i tillegg en stor grad av prosedural kunnskap (Hall, 2002; Star, 2000). Informant B er dessuten blant informantene som tydeligst passer inn i verktøykasseaspektet i Törner og Grigutsch (1994) sitt tredelte syn på elevers forestillinger i matematikk: Informant B pugget bevisst regler og formler, og matematikkfaget handlet for ham i stor grad om å *«regne masse oppgaver»*. Det hadde fungert godt nok til å oppnå høy måloppnåelse i faget på ungdomsskolen, men det viste seg å ikke være tilstrekkelig på videregående nivå.

5.4.3 Informant C

Da jeg spurte informant C om læringsstrategier, nevnte han i første omgang bare å lese, skrive og gjøre oppgaver. Jeg spurte derfor om han hadde noen spesielle læringsstrategier i matematikk, hvorpå han svarte at han ikke hadde det, men at han skulle ønske at han hadde det. Om informant C opplevde å stå fast på en oppgave, ville han først forsøke å se hva han hadde gjort feil, men om det ikke gav resultat, ville han se på fasiten eller *«spørre pappa»*. Under prøvesituasjoner og liknende manglet informanten derfor gode strategier for å komme videre på oppgaver han ikke fikk til: Som et resultat av at informanten hadde vent seg til å støtte seg på fasiten og pappa, manglet han både disse trygge støttene og alternative strategier, i de situasjonene det gjaldt som mest. En av forskerne som tar for seg dette problemet, er Lithner (2003). I sin studie av over 600 lærebokoppgaver setter han lys på hvordan mange elever venner seg til å støtte seg på lærebok, eksempler og fasit. De mangler dypere forståelse, og derfor behersker de ikke å løse de samme oppgavene i en prøvesituasjon, der de samme hjelpemidlene ikke er tilgjengelige (Lithner, 2003). Informant C er en elev som tydelig faller inn i denne kategorien.

Gjennom arbeidet med oppgaver senere i intervjuet, ble det tydelig at mange av de grunnleggende ferdighetene som informant C ikke behersket på terminprøven, fortsatt ikke ble behersket i intervjuet. Informanten kommenterte selv at han *«ikke husket så mye av det han lærte forrige termin»*. Han fortsatte å stryke ulovlig, og han viste at han fortsatt ikke hadde kontroll på grunnleggende ferdigheter innenfor faktorisering eller arbeid med kvadratsetninger. Dette til tross for at han mellom tidspunktet for terminprøven og tidspunktet for intervjuet hadde fulgt 1T-kurset i ytterligere to måneder: Han burde ha kommet seg videre i kurset, og skulle ha lært mer avansert matematikk som bygget på temaer han var forventet å beherske og huske fra høstterminen. Dette tydeliggjorde det han selv kommenterte, at strategiene hans i faget ikke er tilstrekkelige. Hans nye, tillærte kunnskap satt for løst, og ble glemt fordi han ikke satt det i sammenheng med eksisterende kunnskap (bl.a Hall, 2002; Newton, 2000; Star, 2000).

5.4.4 Informant D

Informant D forbandt i første omgang læringsstrategier i matematikk med å *«pugge formler og jobbe mye med oppgaver»*. Da jeg spurte nærmere om hvordan man kunne jobbe med oppgaver, sa hun at man enten kunne gjøre veldig mange oppgaver av samme type, eller gjøre veldig få oppgaver og *«bare gå videre»*. Hun gav med dette inntrykk av å ha et begrenset forhold til læringsstrategier i faget. Jeg henviser igjen til Törner og Grigutsch sitt tredelte syn på matematisk kunnskap, der informant D faller inn under gruppen elever som har et verktøykasseaspekt. Hun så på matematikk som formler og regler som må pugges, og det viktige var å gjøre masse oppgaver.

Dersom informant D stod fast på en oppgave, ville hun vanligvis legge oppgaven til side inntil hun kunne spørre lærer om hjelp. Men under en prøve, der hun ikke hadde noen å spørre om hjelp, pleide hun å starte på oppgaven på nytt, og se om det var noen andre måter å løse oppgaven på. Informanten hadde her en bevisst strategi som hun benyttet seg av om hun stod fast på en oppgave. Dette er noe som ifølge Grønmo og Throndsen (2006) kjennetegner gode problemløsere: Hvis de blir stående fast, går de tilbake og analyserer oppgaven på nytt, og vurderer om det er andre måter å løse den på. Denne strategien kan informant D med hell utvikle videre, om hun blir mer bevisst på den.

Heller ikke informant D hadde strategier for å kontrollere og vurdere løsninger, noe som fikk store utslag under arbeidet med oppgaver senere i intervjuet. Både i oppgave 2 og i oppgave 5 stod hun med to ulike, alternative løsninger: i første tilfelle løste hun oppgaven på to ulike måter under intervjuet, og i andre tilfelle løste hun oppgaven annerledes på intervjuet enn hun hadde gjort på terminprøven. Felles for både oppgave 2 og oppgave 5 var at en av løsningsmetodene var korrekt, og den andre var helt feil. Men felles var også det faktum at informanten i begge tilfeller valgte å gå for gal løsning, da jeg ba henne velge. Hun blandet sammen metoder, og hun hadde ingen strategier som kunne gjøre henne trygg på hvilken løsning som var korrekt. Derfor fulgte hun magefølelsen og valgte løsningen som *«føltes mest riktig»*, og i begge nevnte tilfeller valgte hun feil løsning. Her er det tydelig at også informant D mangler dybdekunnskapen som skal til for at kunnskapen skal kunne overføres, hun har en viss forståelse av ulike metoder hun har lært i løpet av høsten, men hun er preget av overflatisk læring og klarer ikke benytte kunnskapen. Også hun mangler relasjonell forståelse og evne til å bruke anvendt kunnskap i nye sammenhenger (Ali, 2011; Newton, 2000; Skemp, 1976).

Informant D forbandt i stor grad matematikk med å pugge formler og gjøre mye oppgaver, og viste under intervjuet at dette ikke var tilstrekkelig: Hun virket usikker på seg selv, blandet sammen metoder, og var preget av manglende forståelse for det hun gjorde. Hun kommenterte selv at hun ønsket å bli mer bevisst på bruken av ulike læringsstrategier i matematikk.

5.4.5 Informant E

Informant E sin strategi i matematikk var en kombinasjon av å gjøre oppgaver, se på eksempler, og prøve å gjøre eksemplene selv. Om han stod fast på en oppgave, ville han sammenlikne oppgaven med et liknende eksempel for å finne ut hva han hadde gjort feil, eventuelt ville han se på fasiten for å se hva han skulle komme frem til. I en prøvesituasjon uten tilgang til de nevnte hjelpemidlene som eksempler og fasit, ville han latt oppgaven ligge, kommet tilbake til den om han fikk tid, og forsøkt å se på oppgaven på nytt. Informanten forklarte at han ikke hadde behøvd å tenke noe særlig på læringsstrategier på ungdomsskolen, det hadde vært nok å følge halvveis med i timene, så forstod han det meste på prøvene. Han hadde ikke trengt å jobbe så hardt med faget, og han hadde ikke trengt å utvikle effektive måter å arbeide med matematikk på. Under intervjuet sa han selv at dette hadde vært en ulempe for ham, og at han nå led i 1T fordi han hadde med seg dårlige vaner. Han jobbet hardt med faget nå, men opplevde at det var uvant og at han manglet gode strategier for å tilegne seg ny kunnskap. Dette henger sammen med hva Ali (2011) sier om elevers dybdelæring, i sammenheng med kunnskapshullet eleven har ved overgangen til videregående opplæring. Informant E er selv bevisst på at han har hatt det lett tidligere, og at han ikke har utviklet gode nok strategier. Dermed har han heller ikke noe å bygge videre på, og kunnskapen blir mer fragmentert (Ali, 2011).

Av andre forskere kan jeg trekke frem Lithner (2008) som snakker om ulike resonnement, og setter imitative resonnement opp mot kreative resonnement i matematikk. Informant E er svært bevisst på at han ikke har tilstrekkelige læringsstrategier og setter dette selv i sammenheng med manglende tidligere erfaring. Han har i stor grad brukt imitative, memoriserte resonnement, og opplevd at memoriseringer og pugg har vært tilstrekkelig for å gjengi formler eller løse oppgaver på prøver. Men i møtet med 1T-kurset opplever informant E at dette ikke lenger er tilstrekkelig. Ifølge Lithner (2008) kjennetegnes kreative resonnement av at elever gjør en innsats selv, bruker kunnskapen han besitter på nye måter, og utvikler og vurderer ulike løsningsstrategier der han står fast. Informant E har ingen erfaring med dette fordi faget tidligere har *«gått lett»* for ham, og han faller dermed gjennom i møtet med 1T-kurset. Ali (2011) satte elevers manglende evne til dybdelæring i videregående opplæring i sammenheng med kunnskapshullet han opplevde at mange elever har med seg i overgangen mellom grunnskole og videregående utdanning (Ali, 2011). Dette kan kanskje sees i sammenheng med utsagnet fra informant E – siden det har gått for lett for ham, har han ikke utviklet metoder i faget som egner seg å anvende på nye områder.

Gjennom arbeidet med oppgaver senere i intervjuet, viste informant E at han fortsatt var svært usikker på grunnleggende ferdigheter i 1T, over halvveis ute i 1T-kurset. Han hadde fortsatt store hull, han gjorde ulovlige regneoperasjoner, han var usikker på metoder og på når de skulle brukes, og han forvekslet ofte metodene. I arbeidet med oppgave 2 var han ikke i stand til å skille mellom en riktig og en uriktig løsningsmetode, og i likhet med mange av de andre informantene manglet også informant E gode strategier for å vurdere løsningene.

5.4.6 Om informantenes læringsstrategier – oppsummert

Mitt generelle inntrykk er at alle de fem informantene har en noe uklar forståelse av *hva* læringsstrategier i matematikk er. Eksemplene jeg har trukket frem på de foregående sidene viser at flere av informantene har et svært begrenset utvalg læringsstrategier i faget. Dette henger delvis sammen med at de tidligere har hatt lett for å forstå matematikken, og ikke har måttet anstrenge seg for å få gode karakterer i faget. Informantene har derfor ikke hatt behov for å utvikle ulike strategier. Strategier som går igjen blant informantene er å gjøre masse oppgaver, pugge formler, hoppe over oppgaven og gå videre til neste oppgave, se i fasit, spørre lærer/pappa, se på eksemplet foran, og så videre. Informantene har erfart at dette er tilstrekkelig for å oppnå en god karakter, og de har derfor ikke søkt dypere forståelse av matematikken. Mange av forskerne jeg har nevnt støtter opp om dette, elever som velger overflatisk læring og pugg fremfor dybdelæring i matematikk, får ikke den viktige relasjonelle forståelsen av matematikken, og de får heller ikke konseptuell kunnskap. De evner ikke å bygge ny kunnskap på eksisterende kunnskap, og de evner ikke å benytte kunnskapen i nye situasjoner (bl.a Hall, 2002; Newton, 2000; Skemp, 1976; Star, 2000).

Mitt inntrykk er at informant D svarte best for seg om læringsstrategier: Hun presiserte at hun ville begynne på en oppgave på nytt og bevisst prøve å gjøre den på en annen måte, hvis hun stod fast. Informant E var antakelig inne på noe av det samme, da han sa at det ofte finnes flere strategier for å løse oppgaver, og flere måter å løse en oppgave på. Men dette fulgte jeg dessverre ikke opp. Informantenes manglende strategier gav seg utslag i deres løsning av oppgaver: Jeg merket meg særlig at flere av informantene hadde feil og mangler i viktige, grunnleggende kunnskaper i 1T, at de hadde liten begrepsforståelse, at de blandet sammen ulike metoder, at de manglet strategier for å sammenlikne løsninger og vurdere hvilken som er best, og generelt at de manglet strategier for å vurdere en løsnings gyldighet eller troverdighet.

5.5 Om studiens validitet og reliabilitet

I studiens problemstilling spurte jeg om hvilke læringsstrategier som gikk igjen hos elever som faller gjennom i møtet med 1T-kurset i starten av videregående opplæring. De tilhørende forskningsspørsmålene dreide seg om hva som kjennetegnet elever som opplevde matematikken i overgangen til videregående skole spesielt vanskelig, hvilke tanker elevene hadde om sin egen situasjon, og i hvilken grad de var bevisst på situasjonen.

Validitet i kvalitativ forskning handler om i hvilken grad resultatene fra studien er gyldige eller troverdige, og i hvilken grad metodene som er benyttet er egnet til å undersøke det jeg ønsket å undersøke (Creswell, 2012). Jeg ønsket å se hvorfor en gruppe sterkt presterende elever opplevde overgangen til 1T-kurset som særlig vanskelig, og undersøke i hvilken grad disse elevene benyttet læringsstrategier i matematikk. Det var nødvendig med et hovedsakelig kvalitativt fokus, for bare gjennom intervjuer og samtaler med elevene kunne jeg få innsikt i hva elevene selv tenkte om læring og læringsstrategier, og hvordan de tenkte når de løste oppgaver. Av totalt 81 elever som gjennomførte terminprøven, var 11 elever i fokusgruppen som var aktuelle for intervju. En av disse byttet skole etter første termin, og to elever ble tatt ut av studien fordi de fulgte undervisning i min gruppe. De øvrige åtte fikk forespørsel om å delta i studien, og fem av dem var villige til å gjennomføre intervju. I forkant av intervjuene presiserte jeg at det var fullstendig frivillig å delta, og at de når som helst kunne trekke seg. Jeg mener at den store andelen av målgruppeelevene som likevel valgte å delta, bidrar til å gi studien validitet. Det var både gutter og jenter blant informantene, og alle 1T-gruppene utenom min egen var representert. Som analysene viser, ble det avdekket mange fellestrekk mellom informantene: Flere av dem hadde lagt seg til dårlige vaner på ungdomsskolen fordi de opplevde at de likevel gjorde det bra på prøver; de fokuserte på pugging av formler og repetisjoner av oppgaver fremfor forståelse og dybdelæring, og flere av informantene hadde et svært begrenset forhold til læringsstrategier i matematikk. Flere av informantene fokuserte i stor grad på ytre faktorer da de skulle forklare hvorfor det hadde gått dårlig i møte med 1T-kurset. Men de informantene som hadde en noe bredere forståelse av læringsstrategier (informant D og E), gav samtidig inntrykk av å være noe mer bevisste på situasjonen, og i tillegg mer positivt innstilt på at de selv kunne gjøre noe for å øke forståelsen av faget. Jeg mener jeg har belyst både likhetstrekk og ulikheter ved informantene, og gitt et realistisk bilde av hvilke læringsstrategier som går igjen blant den gruppen elever som faller gjennom i møtet med 1T-kurset. Mye av funnene jeg har gjort, samsvarer med annen forskning på feltet, som viser til at det er samsvar mellom elevers vansker i tilegnelsen av ny kunnskap og deres måte å arbeide med matematikk på (bl.a. Ali, 2011; Ayres, 2001; Lithner, 2008; Törner & Grigutsch, 1994). Gjennom intervjuer og analyser med en nøye utvalgt gruppe elever har jeg belyst og fått svar på problemstillingen, noe jeg mener bidrar til å øke studiens validitet.

Creswell (2012) trekker frem triangulering som et nyttig verktøy for å sikre en studies valididet. Ved å belyse en studie fra ulike sider, og med ulike metoder, kan en forsker få en fyldigere forståelse av det som det forskes på. Dette bidrar til å styrke studiens validitet (Creswell, 2012). Jeg har bevisst benyttet meg av metodetriangulering i denne studien, ved å kombinere og analysere data fra elevers besvarelser på terminprøven, spørsmålsbesvarelser og oppgaveløsninger under intervju. Analyser av terminprøvene gav svar på hvor stor andel elever som befant seg i den aktuelle målgruppen for studien. De påfølgende intervjusamtalene avdekket hva disse elevene tenkte om sin egen situasjon, og hvor bevisste de var på hvordan de arbeidet med matematikk. Analyser av oppgavene som ble løst under intervjuene bidro til å danne et tydeligere bilde av informantenes forståelse av matematikk, både ved å sammenlikne oppgavene med deres terminprøvebesvarelser, og ved å sammenlikne dem med elevenes egen forståelse av læring og læringsstrategier.

Når det gjelder studiens reliabilitet eller pålitelighet, handler det om hvorvidt studien kan etterprøves med en annen elevgruppe eller en annen forsker, med tilnærmet samme resultat (Creswell, 2012). En intervjusituasjon som den informantene har vært gjennom i denne studien, vil alltid oppleves som noe annerledes og uvant for elevene. De er vant til at matematikk er enten gjennomgang og oppgaveregning i klasserommet, eller testing av kunnskap i prøvesituasjoner. Denne uvante situasjonen kan påvirke påliteligheten til studien, ved at elevene ikke oppfører seg naturlig. Informantene ble derfor tydelig informert om at intervjuet ikke ville påvirke karakterer eller vurderinger i faget, men at jeg kun var interessert i å hjelpe dem. De kunne som nevnt trekke seg underveis, eller kontakte meg i ettertid dersom de angret seg. Likevel gav samtlige fem informanter uttrykk for at de syntes at intervjuet, med spørsmål, oppgaveregning og samtaler rundt oppgavene, hadde vært en positiv opplevelse. Et par av informantene la til at intervjuet hadde virket som en bevisstgjøring for dem, med tanke på økt fokus på læringsstrategier og ulike måter å jobbe med matematikk på. Dette mener jeg bidrar til å gi studien reliabilitet. En kvalitativ studie der intervjuer av enkeltindivider er i fokus, vil aldri kunne gjentas med eksakt samme resultat: en annen elevgruppe og en annen forsker kunne påvirket resultatene i noe grad (Creswell, 2012). Derfor var det viktig med tydelige rammer for studien. Jeg hadde presise kriterier for hvilke elever som var aktuelle for intervju, basert på resultater i første termin sammenliknet med inntakskarakter. Jeg var bevisst på valg av oppgaver, basert på elevenes besvarelser på terminprøven. Rammene under intervjuene var også tydelige, informantene besvarte åpne spørsmål, og de løste oppgaver som var håndplukket for dem. Påfølgende analyser viste samsvar mellom spørsmålsbesvarelser og oppgavebesvarelser. I tillegg valgte jeg å utelukke elevene fra min egen 1T-gruppe som falt inn under den aktuelle målgruppen elever. Dette var et bevisst valg for å unngå å blande roller som lærer og forsker, for å styrke studiens reliabilitet. Disse to elevene kjente meg svært godt som matematikklærer, og jeg mente sannsynligheten hadde vært stor for at dette kunne påvirke hvordan elevene ville svart under intervjuet: De ville vite at jeg skulle gi dem karakter til våren, og kanskje ville det påvirke dem til å svare det de trodde jeg ønsket å høre. På den annen side kunne mitt inntrykk av disse elevene blitt farget av at jeg kjente dem godt fra før. Det var derfor svært betryggende at hele fem av de øvrige utvalgte elevene villig stilte til intervju. Samtlige av disse fem var elever som ikke hadde noe forhold til meg som lærer, og som jeg ikke engang kunne navnet på. Jeg fikk inntrykk av at elevene turte å være seg selv under intervjuene, og at de var avslappede og ærlige, noe jeg mener styrker studiens reliabilitet.

5.6 Konklusjon

Studiens problemstilling handlet om å studere hvilke læringsstrategier som går igjen hos elevene som faller gjennom i møtet med 1T. Gjennom teoretisk forankring og analyser av terminprøver, intervjuspørsmål og intervjuoppgaver mener jeg at jeg har fått belyst dette på en tilfredsstillende måte. Jeg har avdekket at informantene mangler en dypere forståelse av faget, og at de i stor grad lener seg på pugging og repetisjoner for kortsiktig gevinst. Jeg har belyst deres begrensede evne til å sette ulike kunnskaper i sammenheng, noe som har sammenheng med at dette er uvant og tidkrevende for elevene. Kombinasjonen av mange nye temaer og en rask progresjon i faget, gjør at informantene ikke rekker å få dyp nok forståelse av enkelte deltemaer, før de føler at de må flytte fokus til neste deltema. Gjennomgående skylder informantene på at det er mange ytre faktorer som påvirker hvordan de mestrer faget, det gjelder både tidsperspektivet (rask progresjon i timene, dårlig tid på prøvene), mengdeperspektivet (mye nytt og vanskelig), og andre faktorer (lærer forklarer ikke godt nok). Alle disse ytre faktorene henger sammen med det attribusjonsteorien sier om elevenes evne til å endre situasjonen: Noe av årsaken til informantenes oppgitthet ligger i denne følelsen, av at de ikke henger med og ikke selv har kontroll over situasjonen. De informantene som i størst grad rettet fokuset på hva de selv kunne gjøre annerledes, var også de som så lysest på muligheten for å endre sin forståelse og sine resultater i faget.

Generelt har analysene av intervjuer og oppgaver avdekket det mange av de tidligere nevnte forskerne har vært inne på: Dypere kunnskap og forståelse krever tid og trening, og elevers manglende kunnskap og forståelse gjør at kunnskapen de besitter blir fragmentert, de misforstår lettere, og preges av kortsiktig forståelse. For å nevne noen av de mest sentrale: Informantene har mer fokus på kortsiktig læring og pugging mot neste delmål, og mindre fokus på dybdelæring og langsiktig forståelse (Ali, 2011; Lithner, 2008; Newton, 2002). Videre har informantene i stor grad en instrumentell forståelse av faget fremfor en relasjonell (Skemp, 1976), og de preges i stor grad av praktisk tenkning fremfor teoretisk (Sierpinska, 2000). Informantene viser en stor grad av imitative resonnement (Lithner, 2008). De viser gjennom forklaringer og oppgaveregning at de velger å memorisere regler for å løse lærebokproblemer, pugger og bruker regler og formler, uten å egentlig forstå hvorfor de gjør det de gjør. Dermed sitter kunnskapen løsere, og informantene glemmer eller misforstår i prøvesituasjoner. Flere av informantene sier rett ut at de bevisst velger å pugge fremfor å forstå, et tegn flere forskere mener kjennetegner elever som velger kortsiktig læring fremfor dybdelæring (Ali, 2011; Lithner, 2008; Mohammad, 2002).

Informantene har i stor grad et verktøykasseaspekt i sitt syn på matematikkfaget: De gir inntrykk av at de ser på matematikk som en samling regler, formler og regneoperasjoner (Törner & Grigutsch, 1994). Dette henger sammen med at informantene i stor grad benytter seg av rene repetisjonsstrategier: Når de blir bedt om å forklare hvilke læringsstrategier de benytter seg av, nevner nesten samtlige at de repeterer og pugger, øver og terper på fremgangsmåter og prosedyrer. Informantene benytter seg i relativt stor grad av en prøv-og-feil-teknikk, og flere av informantene løste like oppgaver på ulikt vis på terminprøven og under intervjuet, uten å kunne fortelle hvilken metode som var korrekt. En strategi som gikk igjen var å gå videre til neste oppgave, med ulik grad av bevissthet om hva slags oppgave en gikk videre til. Informantene viser i langt mindre grad bruk av elaborerings- og organiseringsstrategier (Grønmo & Throndsen, 2006).

Alt i alt viser analysen at informantene har mye å gå på både når det gjelder bruk av ulike læringsstrategier i matematikk, forståelse av matematikken, anvendelse av tillært kunnskap i nye sammenhenger, og evne til metakognisjon. Informantene behøver et større apparat av strategier for å klare å få en dypere forståelse av matematikkfaget. De behøver i tillegg i langt større grad å føle at de selv har kontroll på sin utvikling i faget, og ikke bare henger seg på så godt det lar seg gjøre.

5.7 Veien videre

Studien er av praktiske årsaker begrenset i omfang: Jeg har måttet nøye meg med å studere de elevene som har opplevd å falle i faget, og jeg har i tillegg måtte nøye meg med ett intervju per informant. Flere intervjuer kunne vært ønskelig: For det første skulle jeg gjerne hatt tid til oppfølgingsintervjuer av informantene, et par måneder etter første intervju. Det kunne belyst i hvilken grad informantene faktisk hadde hatt praktisk nytte av intervjuene, og om de hadde begynt å tenke på matematikkfaget på en annen måte enn tidligere.

Det hadde i tillegg vært svært interessant å intervjue sterkere elever: Jeg har fokusert på elevene som hadde falt to karakterer fra karakter 5 på ungdomsskolen til karakter 3 etter første termin i 1T. Men omtrent like mange elever hadde beholdt karakteren 5 etter et halvt år med 1T. Det hadde vært spennende å intervjue et knippe av disse elevene, og undersøkt om de hadde andre læringsstrategier enn informantene jeg har pratet med. Kanskje kunne jeg ved å sammenlikne gruppene, belyst hva som skiller elevene som faller gjennom fra elevene som ikke gjør det, som et verdifullt supplement til det jeg har funnet i teorien.

Det siste forskningsspørsmålet mitt gikk ut på å se på korrigerende tiltak: Det har det av praktiske og tidsmessige grunner blitt liten anledning til å se nærmere på. I et større prosjekt ville et naturlig neste skritt være å drøfte og sette i gang mulige, konkrete tiltak for de informantene jeg hadde intervjuet, og deretter følge dem gjennom denne prosessen. Dette kan for eksempel innebære gjennomføring av alternativ undervisning i en periode, for å forsøke å avdekke om den tradisjonelle undervisningsformen er en av årsakene til elevenes vansker. Det jeg eventuelt hadde avdekket gjennom et slikt oppfølgingsarbeid kunne gitt indikasjoner om hva som burde gjøres videre for disse elevene. Men et slikt oppfølgingsarbeid ville dessverre gått ut over rammene til dette forskningsprosjektet, med tanke på tid og ressursbruk.

6 Litteraturliste

Adams, J. W., & Hitch, G. J. (1997). Working memory and children's mental addition. *Journal of Experimental Child Psychology, vol. 67,* s. 21-38.

Ali, T. (2011). Exploring students' learning difficulties in secondary mathematics classroom in Gilgit-Baltistan and teachers' effort to help students overcome these difficulties. *Bulletin for Education and Research, vol. 33,* nr. 1

Ashcraft, M. H., Donley, R. D., Halas, M. A., & Vakali, M. (1992). Working memory, automaticity, and problem difficulty. Fra J. I. D. Campbell (red.), *Advances in psychology: The nature and origins of mathematical skills, vol. 91*, s. 301–329, Amsterdam: Elsevier.

Ayres, P. (2001). Systematic mathematical errors and cognitive load. *Contemporary Educational Psychology, vol. 26*, s. 227-248

Bandura, A. (1986). *Social Foundations of Thought and Action. A Social Cognitive Theory*. N. J.: Prentice Hall

Baroody, A. J. (2003). *The development of adaptive expertise and flexibility: the integration of conceptual and procedural knowledge*. Mahwah, NJ: Erlbaum

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Abstrakt forlag

Clark, M., & Lovric, M. (2009). Understanding secondary-tertiary transition in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, vol. 40:6,* s. 755-776

Creswell, J. W. (2012). *Educational Research. Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*, 4. Utgave. Boston, MA: Pearson Education.

Gelman, R., & Williams, E. M. (1998). Enabling constraints for cognitive development and learning: domain specificity and epigenesis. Fra D. Kuhn & R. S. Siegler (red.), *Handbook of Child Psychology: Cognition, Perception, and Language, 5. utgave, vol. 2,* s. 575– 630. New York: John Wiley

Grønmo, L. S., & Throndsen I. S. (2006). Læringsstrategier i matematikk. Fra Elstad og Turmo: *Læringsstrategier. Søkelys på lærernes praksis*, Universitetsforlaget

Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educ Stud Math, vol. 67*, s. 237-254

Haapasalo, L., & Kadijevich, D. (2000). Two types of mathematical knowledge and their relation. *JMD – Journal for Mathematic-Didaktik, vol. 21*, s. 139-157

Hall, R. D. G. (2002). An analysis of thought processes during simplification of an algebraic expression. *Philosophy of Mathematics Education Journal, vol. 15*

Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics, vol. 27(1)*, s. 59-78

Hiebert, J.. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. Fra J. Hiebert (red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, s. 1-27. Hillsdale, NJ: Erlbaum

Høihilder, E. K. (2014). Med læringsteorier som refleksjonsgrunnlag. Fra E. K. Høibilder og L. G. Lingås (red.). *Pedagogikk 8.-13. trinn,* Gyldendal Akademisk

Imsen, G. (2014). *Elevens verden, 5. utgave*. Oslo: Universitetsforlaget

Jenkins, O. F. (2010). Developing teachers' knowledge of students as learners of mathematics through structured interviews. *Journal for Research in Mathematics Education, vol. 13*, nr. 2, s. 141-154

Karmiloff-Smith, A. (1992). *Beyond Modularity: A Developmental Perspective on Cognitive Science.* Cambridge, MA: MIT Press

Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra.* Fra D.A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* New York: Macmillan.

Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review, vol. 92*, s. 109-129

Lester, F., Garofalo, J., & Kroll, D. (1989). *The role of metacognition in mathematical problem solving: A study of two grade seven classes.* Final report to the National Science Foundation of NSF project MDR 85-50346

Lithner, J. (2003). Students’ mathematical reasoning in university textbook exercises. *Educational Studies in Mathematics, vol. 52*, s. 29–55

Lithner, J. (2008). A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning. *Educational Studies in Mathematics, vol. 67*

MacGregor, M., & Stacey, K. (1996). Progress in learning algebra: Temporary and persistent difficulties. *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 3*, s. 297–304. Valencia, Spania.

Mohammad, R. F. (2002). *From theory to practice: An understanding of the implementation of in-service mathematics teachers’ learning from university into the classroom in Pakistan*. Upublisert D.Phil.thesis, University of Oxford, UK. Sitert i Ali, T. (2011)

Moreno, R. (2010). *Educational Psychology*. New Jersey: John Wiley

Newton, D. P. (2000). *Teaching for understanding: What it is and how to do it*. Rutledge & Falmer Press, London

Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics. Fra R.C. Kadosh & A. Dowker (red.). *Oxford handbook of numerical cognition*, Oxford University Press

Rittle-Johnsen, B., & Star, J.R. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimeltal study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology, vol. 99(3)*, s. 561-574

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. Fra D.A. Grouws (red.). *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan Publishing Company

Sierpinska, A. (2000). On some aspects of students’ thinking in linear algebra, Fra J.-L. Dorier (red.), *On the teaching of linear algebra*, s. 209-246. Dordrecht: Kluwer

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching, vol. 77*, s. 20-26

Skemp, R. R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics: Expanded American Edition*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers, New Jersey

Skinner, B. F. (1953). *Science and human behavior.* N.Y.: MacMillan.

Star, J. R. (2000). On the relationship between knowing and doing in procedural learning. Fra B. Fishman & S. O'Connor-Divelbiss (red.), *Proceedings of the Fourth International Conference of the Learning Sciences* (s. 80-86). Mahwah, NJ: Erlbaum

Star, J. R., & Seifert, C. (2006). The development of flexibility in equation solving. *Contemporary Educational Psychology, vol. 21*, s. 280-300

Säljö, R. (1979). Learning in the learner's perspective. I. Some commomsense comceptions. *Reports from the Institute of Education, University of Göteborg, nr. 76*

Törner, G. & Grigutsch, S. (1994). Mathematische Weltbilder bei Studienanfängern - eine Erhebung. *Journal für Mathematikdidaktik, vol. 15 (3/4)*, s. 211-252. Sitert i Rolka et.al (2006)

Wernstein, C. F., & Mayer, R.F. (1986). The teaching of learning strategies. Fra M.C. Wittrock, *Handbook of Research on Teaching*, 3. utg. N.Y.: MacMillan

7 Vedlegg

1. Godkjenning fra NSD
2. Godkjenning fra rektor
3. Søknad til rektor
4. Informasjonsskriv til elever og foresatte
5. Intervjuguide
6. Oppgaver til bruk under intervju

7.1 Godkjenning fra NSD

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Arne Jakobsen
Matematisk institutt Universitetet i Bergen
Johannes Bruns gt. 12
5008 BERGEN

Vår dato: 23.06.2015	Vår ref: 43804 / 3 / AMS	Deres dato:	Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 18.06.2015. Meldingen gjelder prosjektet:

43804	*Kartlegging av læringsstrategier blant elever som opplever vansker i overgangen mellom ungdomsskole og videregående skole*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Bergen, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Arne Jakobsen*
Student	*Aleksander W. Bratlie*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 01.07.2016, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Anne-Mette Somby

Kontaktperson: Anne-Mette Somby tlf: 55 58 24 10

Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Aleksander W. Bratlie

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 43804

Utvalget (elever og deres foresatte) informeres skriftlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet.

Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger Universitetet i Bergen sine interne rutiner for datasikkerhet. Dersom personopplysninger skal lagres på privat pc/mobile enheter, bør opplysningene krypteres tilstrekkelig.

Forventet prosjektslutt er 01.07.2016. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:

- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger somf.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)

7.2 Godkjenning fra rektor

Fra: [redacted]

Sendt: 21.06.2015 20:07

Til: Aleksander Bratlie

Emne: Forskningsprosjekt.

Jeg har lest søknaden din. Forskningsprosjektet ditt ser veldig spennende ut og jeg er veldig nysgjerrig på hva du kan finne ut.

Bare går videre i prosessen. Flott initiativ for å kunne si mer om forhold og læringsbetingelser om hva som kan gi mer læring.

Vennlig hilsen

[redacted]

7.3 Søknad til rektor

[redacted]18.6.2015

Søknad til [redacted] videregående skole v/ rektor [redacted] om gjennomføring av forskningsprosjekt i forbindelse med masteroppgave:

"Kartlegging av læringsstrategier i matematikk blant elever i overgangen mellom ungdomsskole og videregående skole"

Takk for hyggelig samtale vedrørende min masteroppgave tidligere i år, og for interessen for mitt prosjektarbeid som jeg har planer om å starte opp høsten 2015. Selv om tilbakemeldingen til nå har vært positiv, ønsker jeg gjerne en skriftlig bekreftelse av avtalen.

Før jeg starter med prosjektet i august, vil jeg sende et brev til involverte elever og foreldre/foresatte, der jeg informerer om prosjektet og ber om tillatelse til datainnsamling. Kopi er vedlagt.

Begrunnelse og motivasjon

Gjennom flere år som lærer i Matematikk 1T har jeg gjentatte ganger erfart at mange elever synes matematikk i overgangen fra ungdomsskole til 1T i videregående skole er særlig utfordrende. Mitt inntrykk er at mange elever føler at de ikke får tilstrekkelig uttelling for det de gjør, selv om de selv mener at de legger mye tid og arbeid i matematikkfaget, både i og utenfor undervisningssituasjoner. Elever som kommer fra ungdomskolen med gode matematikkarakterer (4-5) og en forståelse av at de har gode nok forkunnskaper, opplever likevel å 'falle gjennom' i møte med de mange nye, utfordrende temaene som møter dem for første gang i 1T.

Hvorfor møter enkelte elever disse utfordringene? Hva er det med disse elevenes matematiske forståelse som skiller dem fra elever som klarer overgangen bedre? Skyldes dette faktorer som disse elevene selv – eller læreren – kan gjøre noe med, om de bare blir gjort oppmerksomme på dem?

Bakgrunn og formål

Prosjektet er del av en masteroppgave som gjennomføres ved Universitetet i Bergen. Min veileder i prosjektarbeidet er Arne Jakobsen. Formålet med prosjektet er å kartlegge læringsvansker og ulike læringsstrategier i matematikk blant elever i VG1. Primært vil jeg undersøke læringsstrategier blant elever som har gode avgangskarakterer (4-5) i matematikk i 10. klasse, og i utgangspunktet er motiverte til å lære mer avansert matematikk, men som likevel opplever overgangen til teoretisk matematikk 1T i VG1 som veldig vanskelig.

Aktuelle problemstillinger er 'Hvilke læringsstrategier finnes hos elever som 'faller gjennom' i møte med matematikkfaget 1T i videregående opplæring?' og 'Hva kjennetegner de elevene som opplever overgangen fra ungdomsskole til videregående skole som spesielt vanskelig?'

Hva innebærer deltakelse i studien for elevene?

Utvalget vil bestå av de elever i VG1 på [redacted] videregående skole skoleåret 2015/16 som har valgt Matematikk 1T, anslagsvis 80-90 elever. Alle elevene skal gjennomføre en kartleggingstest i slutten av august. Etter en periode med gjennomgang av nytt pensum (ca 6 uker) skal alle elevene gjennomføre en oppfølgingstest og svare på en spørreundersøkelse i starten av oktober. Testene vil ikke være av lang varighet.

På grunnlag av innsamlet materiale (kartleggingstesten, oppfølgingstesten, spørreundersøkelsen, samt elevenes avgangskarakterer i matematikk i 10. klasse) blir et utvalg på 5 elever valgt ut til videre intervju, som vil finne sted i oktober-november. Intervjuene vil ha en varighet på ca 30 minutter.

Innsamling av innledende data vil finne sted i høsthalvåret 2015, og masteroppgaven vil være ferdig til sommeren 2016. Forskningsprosjektet er selvfølgelig uavhengig av karakterer og resultater i faget, og skal ikke påvirke læringssituasjonen for elevene.

Hva skjer med informasjonen?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Alle data registreres på papir, og intervjuene blir tatt opp på lydfil og deretter transkribert. Alle opplysninger samles og oppbevares på en privat, passordbelagt bærbar PC, og vil ikke være tilgjengelig for andre enn prosjektansvarlig. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen, selv ikke de som skal intervjues.

Prosjektet skal etter planen avsluttes ca. juni 2016. Innhenting av data avsluttes ca. november 2015. Personopplysninger og lydopptak anonymiseres og lagres trygt, og makuleres etter at oppgaven er avsluttet.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Frivillig deltakelse

Det er selvfølgelig frivillig for elever å delta i studien, og elevene kan når som helst trekke sitt samtykke uten å oppgi grunn.

Forhåpentligvis kan studiet bidra til utvikling av ny kunnskap, som kan hjelpe den enkelte elev med økt bevisstgjøring, forståelse og mestring.

Jeg håper at dere fortsatt finner prosjektet interessant. Om dere ønsker mer informasjon om prosjektet, kan dere kontakte meg på telefon [redacted] eller epost [redacted]

Vedlegg: Informasjonsskriv til foreldre/foresatte i VG1, august 2015

Mvh Aleksander Bratlie (sign.)

18. juni 2015

7.4 Informasjonsskriv til elever og foresatte

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjekt høsten 2015:

"Kartlegging av læringsstrategier i matematikk blant elever i overgangen mellom ungdomsskole og videregående skole"

Bakgrunn og formål

Forskningsprosjektet er del av en masteroppgave som gjennomføres ved Universitetet i Bergen. Innsamling av data vil finne sted i høsthalvåret 2015, og masteroppgaven er planlagt å være ferdig sommeren 2016.

Prosjektets formål er å kartlegge ulike læringsstrategier i Matematikk 1T blant elever i VG1. Det er spesielt interessant å undersøke læringsstrategier blant elever som har gode avgangskarakterer i matematikk i 10. klasse, og som i utgangspunktet er motiverte til å lære mer avansert matematikk, men som likevel opplever overgangen til teoretisk matematikk 1T i VG1 som vanskelig.

Aktuelle problemstillinger er 'Hvilke læringsstrategier finnes hos elever som 'faller gjennom' i møte med matematikkfaget 1T i videregående opplæring?' og 'Hva kjennetegner elever som opplever overgangen fra ungdomsskole til videregående skole som spesielt vanskelig?' Målet er å hjelpe aktuelle elever til å bli mer reflekterte og bevisste på egne læringsstrategier.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Utvalget består av elever i VG1 på [redacted] videregående skole 2015/16 som har valgt Matematikk 1T, anslagsvis 80 elever. Alle elever i VG1 har gjennomført en kartleggingstest i matematikk i uke 36. Etter perioder med gjennomgang av nytt pensum skal elevene gjennomføre prøver i uke 38 og uke 44, iht. prøveplanen. Elevene vil bli bedt om å svare på en spørreundersøkelse i etterkant av hver av prøvene.

På grunnlag av prøver og spørreundersøkelser vil et utvalg på 6 elever bli plukket ut til intervjuer. En typisk elev som er aktuell for intervju, vil være misfornøyd med sine resultater på prøvene og føle at dette ikke samsvarer med egen motivasjon, målsetninger og arbeidsinnsats i faget. Intervjuene vil forsøke å finne årsakene til elevenes manglende mestring, bla. ved å diskutere elevenes læringsstrategier. Intervjuene vil finne sted i uke 46-47, og hvert intervju vil ha en varighet på 20-30 minutter.

Hva skjer med informasjonen om elevene?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Alle data registreres på papir, og intervjuene blir tatt opp på lydfil og deretter transkribert. Alle opplysninger samles og oppbevares på en privat, passordbelagt bærbar PC, og vil ikke være tilgjengelig for andre enn prosjektansvarlig. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen, selv ikke de som skal intervjues.

Forskningsprosjektet er selvfølgelig uavhengig av elevenes karakterer og resultater i faget, og skal ikke påvirke læringssituasjonen for elevene.

Prosjektet skal etter planen avsluttes ca. juni 2016. Innhenting av data avsluttes ca. november 2015. Personopplysninger og lydopptak anonymiseres og lagres trygt, og makuleres etter at oppgaven er avsluttet. Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og elever kan når som helst trekke sitt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli makulert.

Dersom du har spørsmål til prosjektet, ta kontakt med Aleksander Bratlie på epost [redacted] eller på telefon [redacted] .

Mvh Aleksander Bratlie

September 2015

- -

Samtykke til deltakelse i forskningsprosjekt

Jeg/ vi har mottatt informasjon om prosjektet, og er villige til å delta.

Elevens navn: ______________________________ Klasse: __________________

____

(dato + sign. foresatt)

7.5 Intervjuguide

Intervjuguiden benyttet i denne studien ble utarbeidet med utgangspunkt i intervjuguiden til Christoffersen og Johannessen (2012). Nedenfor følger intervjuguiden i sin helhet.

Problemstilling:

- *Hvilke læringsstrategier går igjen hos elever som faller gjennom i møte med matematikkfaget 1T i videregående opplæring?*

Forskningsspørsmål:

- *Hva kjennetegner læringsstrategiene hos elever som opplever matematikk i overgangen fra ungdomsskole til videregående skole som (spesielt) vanskelig?*
- *Hvilke tanker har disse elevene selv om sin situasjon? (I hvilken grad er de bevisste på situasjonen?)*
- *Hvordan kan disse elevene angripe oppgavene på en annen måte for å få økt forståelse og anvendelse av matematisk kunnskap? (Korrigerende tiltak.)*

Prosjektets fokus er å kartlegge læringsstrategier blant elever som i utgangspunktet er motiverte for å lære matematikk og som har hatt gode karakterer på ungdomsskolen, men som synes møtet med 1T-matematikk er svært vanskelig. Intervjuene vil derfor fokusere på læringsstrategier:

- Hva kjennetegner læringsstrategiene som informantene bruker?
- Hvilke tanker har informantene selv om disse strategiene?
- I hvilken grad er informantene åpne for å bruke alternative strategier?
- Hvordan tenker informantene når de løser konkrete oppgaver?

I forkant av intervjuene har elevene nylig hatt en prøve, og fått tilbakemelding og karakter på denne. Basert på resultatet på prøvene, samt et spørreskjema som elevene har fått i etterkant av prøven, er en gruppe elever plukket ut som informanter.

Intervjuene innledes med spørsmål som gradvis peiles inn mot oppgaveløsing og strategier, før informantene får presentert et utvalg oppgaver som likner på oppgavene fra prøven. De får en oppgave etter tur, og besvarer skriftlig og muntlig. Jeg vil deretter diskutere strategi med dem, ta opp eventuelle feil de har gjort og diskutere disse, for å forsøke å danne meg inntrykk av hvordan elevene har tenkt når de har løst de forskjellige oppgavene.

Hvert intervju vil vare i ca. 30 minutter. Det vil bli gjort lydopptak for å lette transkribering og la meg fokusere på intervjuobjektet fullstendig. Lydopptakene vil anonymiseres.

<u>Del 1: Innledningsspørsmål</u>

1. **Innledning**: Før intervjuet starter.
   - Presentere meg
   - Informere om prosjektet og temaer jeg vil stille spørsmål om

- *[AJ: Viktig å få frem hvorfor du gjør intervjuet – få frem at du ønsker å forstå hvorfor noen flinke elever som kommer fra ungdomsskolen får mer vansker med matematikkfaget på videregående – målet på sikt er å forstå for så å kunne være til bedre hjelp for disse elevene også. Muligens har du det med i forklaringen om prosjektet]*

- Antyde hvor lenge intervjuet vil vare
- Nevne konsekvenser ved å delta på intervjuet, f.eks om anonymitet og tilbakemelding om resultat
  - *[AJ: Også muligheten for å trekke seg på et senere tidspunkt om de skulle endre mening (dvs at en da ikke kan bruke data fra dem om de trekker seg senere).]*
- Gjennomgå hvordan intervjuet vil dokumenteres, (lydopptak, transkribering, analyse) og hva som blir gjort med datamaterialet når prosjektet er avsluttet
- Garantere anonymitet og informere om informantens rett til når som helst å avslutte intervjuet

2. **Faktaspørsmål**: *Enkle spørsmål med enkle svar (om familie, fritidsinteresser osv.) Etablere relasjon og tillitsforhold mellom intervjuer og informant. I denne fasen må det ikke stilles spørsmål som kan skremme eller provosere.*

- Hvordan trives du på videregående skole?
- Synes du matematikk er gøy?
  - Hvorfor / hvorfor ikke? Mer eller mindre enn før?
- Synes du matematikk er interessant?
  - Hvorfor / hvorfor ikke? Mer eller mindre enn før?
- Synes du matematikk er spennende?
  - Hvorfor / hvorfor ikke? Mer eller mindre enn før?
- Synes du matematikk er vanskelig?
  - Hvorfor / hvorfor ikke? Mer eller mindre enn før?

3. **Introduksjonsspørsmål**: *Brukes ofte for å introdusere temaet som skal belyses. Brukes for at informanten skal rette sin oppmerksomhet mot temaet, og gjerne komme med sine egne erfaringer og betraktninger rundt temaet, før intervjueren setter i gang med hoveddelen av intervjuet.*

- Hvorfor har du valgt matematikk 1T på videregående skole?
- Hvilke forventninger hadde du til matematikk 1T da du begynte i høst?
- Hvordan har disse forventningene blitt møtt det første halvåret i VG1?
  - Evt: Hvorfor har ikke forventningene blitt innfridd?
- Du er plukket ut til intervju på bakgrunn av dine resultater så langt i år. Hva tror du selv er årsaken til at karakterene dine har gått ned?

- Hvordan arbeider du med matematikk?
    - På skolen?
    - Hjemme?
- Hvor mye arbeider du med matematikk i uka?
    - Jobber du mer / mindre / like mye som du gjorde i 10. klasse?

4. **Overgangsspørsmål**: Nå nærmer vi oss det som jeg synes er mest spennende.
   Den logiske forbindelsen mellom introduksjonsspørsmålene og nøkkelspørsmålene. Her skal intervjueren styre fra generelle betraktninger til personlige erfaringer og informantens forståelse av virkeligheten.

- Hvordan føler du selv at du lærer best i matematikk?
- Føler du at du jobber annerledes med matematikk nå enn du gjorde i 10. klasse?
- Hva tenker du på når jeg sier *læringsstrategier i matematikk*?
- Bruker du noen læringsstrategier i matematikk?
    - Hvis ja: Hvilke?
    - *Det kan være at elevene ikke har noe forhold til ordet <u>læringsstrategier</u>, eller ikke har reflektert over det. Jeg har derfor en forklaring klar slik at resten av intervjuet ikke stopper opp om elevene ikke forstår begrepet.*
- Har du noen læringsstrategier som du har brukt på ungdomsskolen, og som du føler at ikke virker lenger i 1T?
- Bruker du noen andre læringsstrategier nå som du ikke brukte på ungdomsskolen? (Eller bruker du samme læringsstrategier som tidligere?)

<u>Del 2: Oppgaver</u>

5. **Nøkkelspørsmål**: *Utgjør hoveddelen av et kvalitativt intervju. Over halvparten av intervjutiden bør brukes her. Her kan det komme frem ting som krever utdypning. Hensikten med nøkkelspørsmål er at forskeren får all den informasjonen han ønsker ut fra undersøkelsens problemstilling og formål.* ***I mitt tilfelle****: Her vil det være naturlig å introdusere oppgavene, en etter en, la informanten få noe tid til å løse, og deretter bruke hver av dem som en inngang til samtale.*

- I denne delen av intervjuet vil jeg du skal løse noen oppgaver. Du har ikke sett oppgavene før, men de likner på oppgaver du har møtt på prøver. Du får en oppgave om gangen. Jeg vil at du skal regne gjennom oppgaven, samtidig som du forklarer og kommenterer hva du gjør. På den måten får jeg bedre forståelse for hvilke strategier du bruker når du løser oppgaver. Jeg har ikke lov til å avbryte eller kommentere, før du sier fra eller spør meg konkret.

- *[Informanten får første oppgave, og regner som forklart over. Når han enten har funnet et svar eller står fast, går vi gjennom oppgaven sammen.]*

- *[I felles gjennomgang av oppgaven, får informanten spørsmål tilpasset hva han/hun har gjort: som for eksempel]*
    - Hva var det første du tenkte da du så oppgaven?
    - Visste du hvordan du ville starte på oppgaven?
    - Hva tenkte du her? [Om konkrete skritt i utregningen]
    - Hvilke regler brukte du når du løste oppgaven?
    - Hvilke læringsstrategier brukte du når du løste oppgaven?
    - Er det noe du ville gjort annerledes om du skulle løst oppgaven på nytt?
- *[Hvis informanten ikke får til oppgaven]*
    - Hva tenker du når du ser denne oppgaven?
    - Hva tror du gjør at du ikke får til oppgaven?
    - Hva pleier du å gjøre når du møter oppgaver som du ikke får til?
    - Har du noen strategier for å gjøre oppgaven lettere å løse?
- *[Generelt]*
    - Hva synes du om denne typen oppgaver?
    - Hva er det viktig å tenke på når du løser slike oppgaver?
    - Hvilke feil tror du det er vanlig å gjøre i denne oppgaven?

- *[Denne sekvensen gjentas, med til sammen 3-4 oppgaver, avhengig av hvor lang tid som går med til hver oppgave. Alle informanter får oppgavene i samme rekkefølge, slik at alle har svart på 3 av oppgavene.]*

6. **Avslutning**: *Når forskeren er ferdig, må det rundes av på en ryddig måte. Han kan forberede informanten at intervjuet går mot slutten, f.eks ved å si at «nå er det bare to spørsmål igjen». På slutten settes det av tid til avsluttende kommentarer, oppklaring av uklarheter, og sjekke om informanten sitter med spørsmål eller kommentarer.*

- *[Presisere når elevene får siste oppgave, at dette er «siste runde».]*
- [Etter siste oppgave] Det var siste oppgave. Hvordan synes du det var å gjøre disse oppgavene?
- Var oppgavene lettere, vanskeligere eller like lette/vanskelige som under prøven?
    - Hvis lettere: Hvorfor tror du oppgavene var vanskelige på prøven?
    - Hvis lettere: Hva kan du gjøre for at neste prøve skal bli lettere å løse?
- Hvordan var det å sitte og gjøre oppgavene mens jeg så på?
- Hvilke strategier brukte du når du løste disse oppgavene?
- Til slutt: Har du noen spørsmål eller kommentarer til meg?
- Takk for din oppmerksomhet!

7.6 Oppgaver

Vedlagt er oppgavene som ble plukket ut etter arbeidet med terminprøvebesvarelsene november-desember 2015. Kun et utvalg av disse ble benyttet under intervjuene, basert på hvordan informantene hadde besvart de ulike oppgavene på terminprøven.

Oppgave 1.1

Regn ut.

$$4(5 \cdot 3 - 2^3) - 8(3^2 - 2 \cdot 4)$$

Oppgave 2.1

Regn ut.

$$\frac{7a}{3} - \frac{3}{2} + \frac{4a}{6}$$

Oppgave 3.1

Skriv så enkelt som mulig.

$$(\sqrt{11} - \sqrt{5})(\sqrt{11} + \sqrt{5})$$

Oppgave 3.2

Skriv så enkelt som mulig.

$$(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$$

Oppgave 3.3

Skriv så enkelt som mulig.

$$(10 - \sqrt{3})(10 + \sqrt{3})$$

Oppgave 3.4

Skriv så enkelt som mulig.

$$(10-x)(10+x)$$

Oppgave 4.1

Løs likningen

$$2x^2 = 50$$

Oppgave 4.2

Løs likningen

$$2x^2 = 32$$

Oppgave 5.1

Løs likningen

$$\frac{3x}{x-1} - \frac{8}{x+4} = 3$$

Oppgave 5.2

Løs likningen

$$\frac{3}{x-2} - \frac{x}{x+3} = -1$$

Oppgave 6.1

Faktoriser uttrykket

$$\mathbf{3x^2 - 9x - 30}$$

Oppgave 6.2

Faktoriser uttrykket

$$\mathbf{3x^2 + 6x - 24}$$

Oppgave 7.1

Forkort brøken

$$\frac{\boldsymbol{4x^2 - 100}}{\boldsymbol{3x^2 - 9x - 30}}$$

Oppgave 7.2

Forkort brøken

$$\frac{\boldsymbol{3x^2 - 12}}{\boldsymbol{3x^2 + 6x - 24}}$$

Oppgave 8.1

Finn konstanten *b* slik at uttrykket blir et fullstendig kvadrat

$$x^2 + bx + 25$$

Oppgave 9.1

Løs likningssettet

$$\begin{bmatrix} 2x + 3y = 4 \\ 5x - 3y = 17 \end{bmatrix}$$

Oppgave 10.1

Løs ulikheten

$$\frac{x}{2} - \frac{2}{3} - 2x > 3 - (x + \frac{5}{6})$$

Oppgave 11.1

Løs ulikheten

$$-2x^2 - 4x \geq -6$$

Oppgave 11.2

Løs ulikheten

$$-2x^2 + 10x \geq 8$$

Oppgave 12.1

a) En rett linje l går gjennom punktene $A(2, 7)$ og $B(5, 1)$.
Bestem likningen for linja l ved regning.

b) En annen linje m er parallell med l og går gjennom punktet C(0, 9).
Bestem likningen for linja m.

Oppgave 13.1

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 - 11x + 12$$

a) Bestem skjæringspunktene mellom grafen til f og y-aksen.

b) Bestem skjæringspunktene mellom grafen til f og x-aksen ved regning.