

# Porteføljeoptimering og diversifiseringsfordeler

Kan en optimeringsalgoritme basert på Markowitz  
middelverdi-variens-teori (MVT) forbedres med alternative  
risikobegrep og med lineær optimeringsalgoritme?

Erik Andreas Vold

Masteroppgave

Masteroppgaven i ECON 390 (60 vekttall) inngår i graden

**Master i samfunnsøkonomi**

Universitetet i Bergen, Institutt for økonomi

Desember 2019



UNIVERSITETET I BERGEN

# Innhold

<b>1</b>	<b>Problembeskrivelse</b>	<b>1</b>
1.1	Innledning . . . . .	1
1.2	Investeringsstrategier . . . . .	2
1.3	Spørsmål som underlegges nærmere undersøkelse . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Statistiske begrep</b>	<b>5</b>
2.1	Innledning . . . . .	5
2.2	Noen grunnleggende statistiske begrep . . . . .	5
2.2.1	Aritmetisk gjennomsnitt . . . . .	5
2.2.2	Forventning . . . . .	5
2.2.3	Varians . . . . .	5
2.2.4	Standardavvik . . . . .	6
2.2.5	Kovarians . . . . .	6
2.2.6	Korrelasjonskoeffisienten . . . . .	6
2.2.7	Skjevhet . . . . .	6
2.2.8	Kurtosis . . . . .	6
2.3	Noen risikomål . . . . .	7
2.3.1	Varians . . . . .	7
2.3.2	Semivarians . . . . .	7
2.3.3	Minste avvik . . . . .	7
2.3.4	Minste semieavvik . . . . .	7
2.4	Diversifisering, korrelasjon og risiko . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Noen grunnleggende relasjoner i finans</b>	<b>9</b>
3.1	Innledning . . . . .	9
3.2	Avkastning . . . . .	10
3.3	Geometrisk forventet avkastning . . . . .	10
3.4	Total forventet avkastning . . . . .	10
3.5	Portefølje . . . . .	11
3.6	Forventet avkastning til en aksje . . . . .	11
3.7	Forventet avkastning til en portefølje . . . . .	11
3.8	Investorens risikoaversjon . . . . .	11
3.9	Investorens nyttefunksjon . . . . .	12

<b>4</b>	<b>Matematisk optimering</b>	<b>13</b>
4.1	Optimering . . . . .	13
4.2	Matematisk problemformulering . . . . .	15
4.3	Lineære programmeringsproblem . . . . .	15
4.4	Ikke-lineære programmeringsproblem . . . . .	15
4.5	Heltallige programmeringsproblem . . . . .	16
4.6	Sensitivitetsanalyse . . . . .	16
4.7	Dynamiske programmeringsproblem . . . . .	16
4.8	Heuristiske metoder . . . . .	17
4.9	Løsningsmetoder . . . . .	17
4.10	Egenskaper ved løsninger . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Porteføljeteori</b>	<b>19</b>
5.1	Innledning . . . . .	19
5.2	Markowitz porteføljeteori . . . . .	20
5.2.1	Markowitz's egen problemstilling . . . . .	20
5.2.2	Markowitzs effisiente porteføljer . . . . .	21
5.3	Noen individsentrerte teorier . . . . .	26
5.3.1	Fundamentalanalyse . . . . .	26
5.3.2	Behavioristisk finans . . . . .	28
5.4	Markedssentrerte teorier . . . . .	30
5.4.1	Teknisk analyse . . . . .	30
5.4.2	Den effisiente markedshypotesen . . . . .	31
5.4.3	Kapitalverdimodellen - CAPM . . . . .	32
<b>6</b>	<b>Om risiko og ulike risikomål</b>	<b>39</b>
6.1	Intuitiv oppfatning av risiko . . . . .	39
6.2	Noen aktuelle risikobegrep . . . . .	40
6.3	Porteføljetap . . . . .	41
6.3.1	Tapsmål . . . . .	42
6.3.2	Aksiomer for risikomål . . . . .	45
6.3.3	Egenskaper ved risikomål . . . . .	48
6.3.4	Sammenhengen mellom avviks- og tapsmål . . . . .	48
6.3.5	Ulike typer risiko . . . . .	49
<b>7</b>	<b>Alternative porteføljemodeller</b>	<b>51</b>
7.1	Innledning . . . . .	51
7.2	Generalisert optimeringsproblem . . . . .	52
7.3	Datamodeller for maksimering av avkastning . . . . .	53
7.3.1	Algebraiske symbol i datamodellen . . . . .	53
7.3.2	Objektfunksjon . . . . .	54
7.3.3	Felles spesifikasjoner av grunnleggende sidebetingelser . . . . .	54
7.3.4	Beregning av verdien av CVaR . . . . .	58
7.3.5	Beregninger foretatt etter optimering . . . . .	58

7.3.6	Empirisk testing . . . . .	58
7.4	Tillegg til basismodell for utvidede funksjoner . . . . .	59
7.4.1	Eksekvering av programmet . . . . .	59
7.4.2	Diskontering . . . . .	59
7.4.3	Bruk av vekter . . . . .	60
7.4.4	Styring av sektorer, typer og markeder . . . . .	62
<b>8</b>	<b>Markedsanalyse</b>	<b>65</b>
8.1	Innledning - Oversikt over data . . . . .	65
<b>9</b>	<b>Empirisk analyse av risiko</b>	<b>69</b>
9.1	Innledning . . . . .	69
9.2	Resultat for de ulike risikodefinsjonene . . . . .	70
9.2.1	Skalerbarhet . . . . .	70
9.2.2	Diversifiserbarhet . . . . .	70
9.2.3	Investorens nytte . . . . .	71
9.2.4	Eksempel på porteføljer . . . . .	74
9.2.5	Fordeling på type, marked og sektorer . . . . .	76
9.3	Beregning av flytende gjennomsnitt <i>CVaR</i> . . . . .	77
9.4	Konklusjon . . . . .	78
<b>10</b>	<b>Ex-post prognoser</b>	<b>79</b>
10.1	Innledning . . . . .	79
10.2	Noen enkle prognosemetoder . . . . .	80
10.3	Kan vi si noe om fremtidig verdiutvikling? . . . . .	81
10.3.1	Noen trendindikatorer . . . . .	82
10.3.2	Prognoser basert på risikodefinsjonene . . . . .	85
10.3.3	Prognoser basert på trendindikatorene . . . . .	85
10.3.4	Alternative prognosemetoder . . . . .	86
10.3.5	Diskontering . . . . .	86
10.3.6	Bruk av vekter . . . . .	87
10.3.7	Utvelgelse av interessente aksjer . . . . .	88
10.4	Verdianalyse av selskapsinformasjon . . . . .	90
10.5	Konklusjoner om bruk av trendindikatorer . . . . .	92
10.6	Konklusjon for nullhypotesene . . . . .	92
<b>11</b>	<b>Konklusjon og videre arbeid</b>	<b>93</b>
11.1	Oppsummering av empiriske resultater . . . . .	93
11.2	Konklusjon . . . . .	96
11.3	Videre arbeid . . . . .	97
<b>12</b>	<b>Litteraturliste</b>	<b>99</b>
<b>A</b>	<b>Notasjon</b>	<b>107</b>

<b>B</b>	<b>Empiri for prognoser</b>	<b>111</b>
B.1	Innledning . . . . .	111
B.2	Oversikt over datasettet . . . . .	113
B.3	RSA, SMA og S faktorer . . . . .	121
B.4	Prognosemetoder som trendindikatorer . . . . .	129
B.5	Ex-poste analyse for $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ . . . . .	137
B.6	Alternative prognosemetoder . . . . .	145
B.7	Alternative prognosemetoder - avkastning . . . . .	153
B.8	Diskontering . . . . .	161
B.9	Vurderinger av verdier for CVaR . . . . .	169
<b>C</b>	<b>Modellprogram</b>	<b>171</b>
<b>D</b>	<b>Eksempel på dataoppsett</b>	<b>177</b>
<b>E</b>	<b>Kommandoprogram</b>	<b>179</b>
<b>F</b>	<b>Data fra <math>\Gamma_4</math> eksekveringer</b>	<b>201</b>
<b>G</b>	<b>Kjøreoppsett</b>	<b>205</b>

# Figurer

4.1	Optimeringsprosessen . . . . .	14
5.1	Mulige (E,Var)-kombinasjoner, (Kopi fra Markowitz (1952:82))	21
5.2	Valg av optimal portefølje sammensatt av to verdipapirer . .	23
5.3	Ulike optimale porteføljer sammensatt av to verdipapirer . . .	24
5.4	Valg av optimal portefølje med et sikkert verdipapir . . . . .	25
5.5	Beta til en vilkårlig aksje . . . . .	33
6.1	Avkastningsfunksjonen $L_{[t,t+\Delta]}(j)$ sortert for hele perioden . .	41
6.2	Brukt datasett med kvantiler inntegnet . . . . .	42
6.3	Datasettet med inntegnet VaR og CVaR . . . . .	44
6.4	Totalrisiko . . . . .	50
8.1	Histogram over avkastningssfunksjonen til hele datasettet . .	67
9.1	Resultat av analysen - historisk avkastning . . . . .	71
9.2	Resultat av analysen - diversifisering . . . . .	72
9.3	Resultat av analysen - differanseavkastning . . . . .	72
9.4	Inndeling i risikokategorier . . . . .	73

# Tabeller

1.1	Differanseindeksen fondsgrupper 1.1.1998-31.12.2017 . . . . .	3
8.1	Indekser på Oslo Børs perioden 12.09.14 til 11.09.19 . . . . .	65
8.2	Oversikt over inndeling i sektor, type og marked . . . . .	66
8.3	Oversikt over %-vis inndeling i sektor, type og marked . . . . .	66
8.4	Statistiske egenskaper ved avkastningsdata for hele perioden . . . . .	67
9.1	Eksekveringstiden i sekund for de ulike risikodefinsjoner . . . . .	70
9.2	Diversifiseringgrad for de ulike risikodefinsjoner . . . . .	70
9.3	Eksempler på porteføljer del 1 . . . . .	74
9.4	Eksempler på porteføljer - del 2 . . . . .	75
9.5	Aktuelle verdier for $l$ -kvantiler . . . . .	77
9.6	Valg av CVaR . . . . .	77
10.1	Resultat av bruk prognoser etter algoritmer . . . . .	85
10.2	Resultat av bruk trendindikatorer som algoritmer . . . . .	85
10.3	Markedindekser siste året . . . . .	86
10.4	Resultat av bruk av alternative prognosemetoder . . . . .	86
10.5	Resultat for ulike diskonteringsfaktorer . . . . .	86
10.6	Resultat for bruk av $\mathfrak{R}_1$ med vekter . . . . .	87
10.7	Resultat for bruk av $\Gamma_2$ med vekter . . . . .	87
10.8	Oppsummering for utvalg av aksjer . . . . .	88
10.9	Resultat for bruk utvelgelse av interessente aksjer I . . . . .	88
10.10	Resultat for bruk utvelgelse av interessente aksjer II . . . . .	89
A.1	Notasjoner brukt i oppgaven Del I . . . . .	107
A.2	Notasjoner brukt i oppgaven Del II . . . . .	108
A.3	Notasjoner brukt i oppgaven Del III . . . . .	109
A.4	Notasjoner brukt i oppgaven Del IV . . . . .	110
B.1	Selskaper på Oslo Børs - Del 1 . . . . .	113
B.2	Selskaper på Oslo Børs - Del 2 . . . . .	114
B.3	Selskaper på Oslo Børs - Del 3 . . . . .	115
B.4	Selskaper på Oslo Børs - Del 4 . . . . .	116
B.5	Selskaper på Oslo Børs - Del 5 . . . . .	117

B.6	Selskaper på Oslo Børs - Del 6	118
B.7	Selskaper på Oslo Børs - Del 7	119
B.8	Selskaper på Oslo Børs - Del 8	120
B.9	Resultat for RSA, SMA og $S$ Del 1	121
B.10	Resultat for RSA, SMA og $S$ Del 2	122
B.11	Resultat for RSA, SMA og $S$ Del 3	123
B.12	Resultat for RSA, SMA og $S$ Del 4	124
B.13	Resultat for RSA, SMA og $S$ Del 5	125
B.14	Resultat for RSA, SMA og $S$ Del 6	126
B.15	Resultat for RSA, SMA og $S$ Del 7	127
B.16	Resultat for RSA, SMA og $S$ Del 8	128
B.17	Prognoser for $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 1	129
B.18	Prognoser for $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 2	130
B.19	Prognoser for $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 3	131
B.20	Prognoser for $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 4	132
B.21	Prognoser for $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 5	133
B.22	Prognoser for $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 6	134
B.23	Prognoser for $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 7	135
B.24	Prognoser for $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 8	136
B.25	Bruk for ex-porte med $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 1	137
B.26	Bruk for ex-porte med $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 2	138
B.27	Bruk for ex-porte med $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 3	139
B.28	Bruk for ex-porte med $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 4	140
B.29	Bruk for ex-porte med $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 5	141
B.30	Bruk for ex-porte med $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 6	142
B.31	Bruk for ex-porte med $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 7	143
B.32	Bruk for ex-porte med $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$ Del 8	144
B.33	Alternative prognosemetoder Del 1	145
B.34	Alternative prognosemetoder Del 2	146
B.35	Alternative prognosemetoder Del 3	147
B.36	Alternative prognosemetoder Del 4	148
B.37	Alternative prognosemetoder Del 5	149
B.38	Alternative prognosemetoder Del 6	150
B.39	Alternative prognosemetoder Del 7	151
B.40	Alternative prognosemetoder Del 8	152
B.41	Alternative prognosemetoder - avkastning Del 1	153
B.42	Alternative prognosemetoder - avkastning Del 2	154
B.43	Alternative prognosemetoder - avkastning Del 3	155
B.44	Alternative prognosemetoder - avkastning Del 4	156
B.45	Alternative prognosemetoder - avkastning Del 5	157
B.46	Alternative prognosemetoder - avkastning Del 6	158
B.47	Alternative prognosemetoder - avkastning Del 7	159
B.48	Alternative prognosemetoder - avkastning Del 8	160
B.49	Diskontering Del 1	161



B.50 Diskontering Del 2 . . . . .	162
B.51 Diskontering Del 3 . . . . .	163
B.52 Diskontering Del 4 . . . . .	164
B.53 Diskontering Del 5 . . . . .	165
B.54 Diskontering Del 6 . . . . .	166
B.55 Diskontering Del 7 . . . . .	167
B.56 Diskontering Del 8 . . . . .	168
B.57 Valg av CVaR Del 1 . . . . .	169
B.58 Valg av CVaR Del 2 . . . . .	170

## Forord

Valget av oppgave er gjort fordi jeg ønsket å lære mer om finansmarkedet og hvordan det fungerer. Det gir oppgaven mulighet til gjennom arbeidet med masteroppgaven. Jeg har ikke funnet dokumentasjon om at andre har gjort akkurat det samme som meg. Jeg vil si at oppgaven er nyttig for investorer som ønsker å investere, men også andre som er interessert i finans og porteføljeforvaltning vil kunne finne oppgaven interessant.

I moderne økonomi søkes det å konstruere modeller som kan forklare og forutsi beslutningene til det økonomiske, rasjonelle menneske. Disse beslutningene er ofte begrunnet i optimering. Adam Smith's usynlige hånd ligger over det hele ved å sørge for at beslutningene ofte styres mot en optimal likevekt mellom ressursene og ikke mot et kaos. Matematisk optimeringsteori kan brukes til å styre mot en slik optimal likevekt.

Siden jeg i løpet av studiet har emner både innen lineær programmering, optimal beslutningsteori samt økonomi, var det nærliggende for meg å velge et tema for masteroppgaven som går ut på å gjøre bruk av matematisk optimeringsteori på en avgrenset økonomisk problemstilling.

Med *indeksforvaltning* av en portefølje mener vi at porteføljen settes sammen slik at den har samme risiko og samme forventning som indeksene (OSEBX ved Oslo Børs). Det vi her er på jakt etter er en portefølje som gir optimal forventet avkastning til en akseptbar risiko. Den optimaliserte porteføljen må være bedre enn markedsporteføljen. Vil ulike tilnærminger til risiko gi ulike eller like optimale porteføljer?

Som fagfelt valgte jeg finans med avgrensning til aksjer med styring av risiko. Analysen av mulige modeller vil kunne kreve tusenvis av variable, konstanter og restriksjoner (sidebetingelser). Derfor vil det være et helt nødvendig behov for å ha en databasert støtte. Men vil slike støttesystem gi bedre beslutninger? Og hvordan kan investoren integrere egne fremtidsoppfatninger i analysen?

Oppgaven ligger i skjæringspunktet mellom anvendt matematikk, informatikk, statistikk og finansiell økonomi og kombinerer metoder fra alle disse feltene (Engle 2001).

Min veileder i arbeidet med problemstillingen har vært Førsteamanuensis Bjørn Sandvik ved Institutt for Økonomi, Universitetet i Bergen. Jeg vil rette en stor takk til ham for hans store tålmodighet og ikke minst hans gode råd og inspirasjon både i mitt arbeid med å belyse problemstillingene og i mine forsøk på å finne svar på alle utfordringene.

## Sammendrag

**Tittel: Porteføljeoptimering og diversifiseringsfordeler.**

**Kan en optimeringsalgoritme basert på Markowitz middelværdivarians-teori (MVT) forbedres med alternative risikobegrep og med lineær optimeringsalgoritme?**

*Bakgrunn:*

I porteføljeteori velges en portefølje av verdipapirer for å minimere risiko for en gitt forventet avkastning. Med utgangspunkt i Markowitz porteføljeteori hvor risiko er definert ved varians, vil andre definisjoner av risiko som minste avvik og tapsmål bli nærmere undersøkt. Nøkkelspørsmålet er:

*Hvilken definisjon av risiko gir porteføljen med størst nytte til en akseptabel risiko?*

*Hvordan gjøres det:*

Siden Markowitz opprinnelige risikomål er kvadratisk, ønsker jeg å undersøke om en lineær formulering gir større diversifisering og større nytte for en gitt verdi av risiko. Den optimerte porteføljen sammenlignes med markedsporteføljen hvor den diversifiserbare risiko er minimert.

Det er et forhold mellom den risiko en investor er villig til å ta (hans risikoaversjon), og det utbytte han vil kunne oppnå. Jo større risiko investoren er villig til å ta, jo større forventet avkastning vil han kunne få. Jeg ønsker å undersøke denne sammenhengen med ulike risikodefinitjoner.

For å sammenligne de ulike porteføljene utvikles et begrep om investorens nyttefunksjon og hans risikoaversjon. En nyttefunksjon defineres for investoren og brukes for å måle og sammenligne nytteverdien av de ulike tilnærmelser.

*Hvorfor gjøres det:*

Systemene/modellene vil kunne hjelpe investorer og andre med interesse i å identifisere aktuelle aksjer som de kan selge eller kjøpe etter nærmere analyse.

Analysemetoden i oppgaven er utformet slik at den lett kan tilpasses eventuelle andre definisjoner av risiko. Det eneste krav er at risikodefinitjonen må kunne beskrives eksakt i et matematisk språk.

Algoritmene er utviklet for å analysere historiske data. Men en investor er i første rekke interessert i å nyttiggjøre seg disse resultatene basert på historiske data ved å benytte analysene til å investere for fremtiden. I oppgaven ser jeg derfor på ulike metoder hvor investorene kan legge inn sine egne oppfatninger om den forventede fremtidige markedsutvikling.

## Summary in english.

**Title: Portfolio optimization and diversification benefits.**

**Can an optimization algorithm based on Markowitz mean-variance theory (MVT) be improved with an alternative risk definitions and with a linear optimization algorithm?**

### *Background:*

In portfolio theory, a portfolio of securities is chosen to minimize the risk and to yield back a given expected return. Based on Markowitz's portfolio theory where risk is defined by variance, other definitions of risk such as least deviations and loss targets will be examined more closely. The key question is:

*Which definition of risk provides the portfolio with the greatest benefit for an acceptable risk?*

### *How to do it:*

Since Markowitz's original risk measure is quadratic, I would like to investigate whether a linear formulation provides a greater diversification and benefits for a given expected value. The optimized portfolio is compared with the market portfolio where the diversifiable risk is minimized.

There is a relationship between the risk an investor is willing to take (his risk aversion) and the expected return he will be able to achieve. The greater the risk the investor is willing to take, the greater the expected return he will have.

In order to compare the various portfolios, I use investor's utility function and his relative risk aversion. A utility function is defined for the investor and is used to measure and compare the utility of the various approaches.

### *Why it is done:*

The systems/models will help investors and others with an interest in identifying relevant stocks that they can buy or sell after further analysis.

The method of analysis used in the thesis is designed so that it can easily be adapted to other definitions of risk. The only requirement is that the risk definition must be accurately described in a mathematical language.

The algorithms are designed to analyze historical data. But an investor is primarily interested in utilizing these results based on historical data to invest for the future. In the thesis, I therefore look at different methods in which investors can enter their own perceptions for investing in future market development.



# Kapittel 1

## Problembeskrivelse

### 1.1 Innledning

I oppgaven vil jeg undersøke hvordan bruk av ulike definisjoner av risiko i porteføljeteori påvirker portefølje valget.

Markowitz etablerte en metode hvor risikoaverse investorer kunne generere en *effisient portefølje* slik at de fant en optimal balanse mellom forventet avkastning og akseptabel risiko. Han definerte risiko som *varians* eller *standardavvik*, og formulerte dermed et kvadratisk optimeringsproblem.

I senere forskning og praksis innen finans har det blitt fremsatt flere ulike måter å definere risiko ved omsetning av aksjer på, og i oppgaven vil jeg undersøke effekten av noen av disse ulike valg innenfor samme rammeverk som Markowitz benyttet. Men vil en lineær optimering gi like gode resultater?

Risiko kan defineres på ulike måter, og jeg vil undersøke i hvilken grad dette påvirker resultatet av analysene. Implementeringen av de ulike risikobegrep må gjøres på en slik måte at resultatene er sammenlignbare. Markowitz hevdet at *investorens nytte* var en funksjon av forventning og risiko (varians).

For å kunne sammenligne nytten generert ved de ulike definisjonene av risiko, definerer jeg en *nyttefunksjon* hvor den *historiske avkastningen* er en funksjon av en risikoindikator. Den *historiske* eller *reelle* avkastningen blir regnet ut for alle porteføljer som er et resultat av optimeringen. Denne reelle avkastningen er hva investoren kan putte i banken og utgjør direkte investorens nytte.

Nøkkelspørsmålet i oppgaven er:

*Hvilken definisjon av risiko gir porteføljen med størst nytte til en akseptabel risiko?*

I oppgaven vil jeg bruke matematisk optimeringsteori anvendt på verdipapirer for å finne den optimale porteføljen.

Er diversifisering ved de forskjellige metodene like? Og hvordan kan vi måle og sammenligne porteføljer?

## 1.2 Investeringsstrategier

En investor ønsker i utgangspunktet størst mulig avkastning til en risiko som han kan akseptere. Han kan blant annet velge mellom:

1. Sette pengene inn på høyrente konto i bank.  
Fordel: Midlene er lett tilgjengelige avhengig av avtalt bindingstid.  
Ulemper: Avkastningen er svak og dekker knapt inflasjonen.
2. Låne ut midlene privat eller utenfor bankvesenet.  
Fordeler: Midlere kan være lite tilgjengelige. Kan oppnå høy rente.  
Ulemper: Stor risiko.
3. Investere i faste realia f. eks. eiendom, egen virksomhet eller råvarer.  
Fordeler: Langsiktig investeringer. Kan gi stor avkastning på lang sikt.  
Ulemper: Midlene er bundne og lite tilgjengelige ved behov. Risiko avhenger av investors vurdering.
4. Investere i verdipapirer.  
Fordeler: Kan investere både på lang og kort sikt.  
Ulemper: Usikkerhet om verdien av aksjer går opp eller ned.

Sett fra et risikoperspektiv vil en i tilfelle 1 - 4 kunne tape hele investeringen. I tilfelle 3 vil en i tillegg måtte dekke eventuell gjeld dersom en hadde organisert et firma som enkeltmannsforetak.

Investering i ulike verdipapirer - punkt 4 - kan foregå på ulike måter:

1. Investere privat med selvvalgt portefølje.  
Ulempe: Må avsette tid og ressurser til å analysere markedet.  
Risiko: Avhengig av investors egne valg.  
Fordel: Her har investoren en aktiv rolle og velger selv ut porteføljen.  
Forvaltningsgebyr 0 %.
2. Investere i indeksfond eller passive fond.  
Et aksjefond som forsøker å kopiere børsens avkastning ved at aksjesammensetningen er likest mulig fondets referanseindeks.  
Fordel: Fondet har lave forvaltningsgebyrer ca 0.25 %.  
Risiko: Risiko er lav. Ulempe: Avkastningen er lav.
3. Investere i aktivt aksjefond.  
Et aksjefond som etterstreber å gi høyere avkastning enn referanseindeksen. Fondet forvaltes aktiv av et forvalterteam som analyserer selskaper og markedsforhold.  
Fordel: Avhenger av hvor godt forvalteren kjenner markedet.  
Risiko: Høy risiko.  
Ulempe: Aktive aksjefond har et forvaltningsgebyr som i gjennomsnitt er seks ganger høyere enn indeksfond, 1.50 - 2.00%

#### 4. Investere i faktorfond.

Er en hybrid av aktivt aksjefond og indeksfond. Forvaltningen er automatisert, basert på fastsatte kriterier.

Fordel: Gebyrene ligger nærmere aktive fond enn indeksfond.

Risiko: Moderat risiko.

Ulempe: Forvaltningsgebyr 1.5 %. Noen har også suksessbonus på 15 % av resultat høyere enn tidligere resultat (High-watermark).

Prisen på forvaltning av aksjefond setter et skille mellom små og store investorer. I oppgaven vil jeg undersøke nærmere hva som kan kalles et privat faktorfond. Jeg søker å implementere et system som er automatisert, men hvor den enkelte investor også kan legge inn sine egne oppfatninger rundt markedsutviklingen. Jeg oppnår en privatisert aktiv forvaltning.

Men hva er en ”god historisk avkastning”? På Norges Banks Investment Management (2019), som administrerer Oljefondet, sine nettsider sies det at:

*”Fra etableringen av Norges Bank Investment Management 1. januar 1998 og frem til utgangen av tredje kvartal 2019 har fondet hatt en årlig avkastning på 5,9 prosent. Etter forvaltningskostnader og inflasjon har avkastningen vært på 4,0 prosent.”*

Et aksjefond måles etter hvor mye bedre det er enn referanseindeksen. Denne differansen kalles *differanseavkastningen*. Forbrukerrådet (2018a, 2018b) har i en undersøkelse sammenlignet hvor godt et fond gjør det mot børsen.

Kategori	Differanseavkastning
Globale fond	-0.89 %
Europa fond	-1.08 %
Norden fond	-3.48 %
Norge fond	0.86 %

Tabell 1.1: Differanseindeksen fondsgrupper 1.1.1998-31.12.2017

Den kontinuerlige forrentningen er beregnet ved formlene:

$$dind = \frac{1 + \text{fondets } \% - \text{vise avkastning}}{1 + \text{referanseindeksens } \% - \text{vise avkastning}} \quad (1.2.1)$$

$$\text{differanseavkastning} = \ln(dind) \quad (1.2.2)$$

Vil jeg kunne oppnå like god eller bedre differanseavkastning ved metodene skissert i oppgaven?



### 1.3 Spørsmål som underlegges nærmere undersøkelse

For å kunne undersøke nøkkelspørsmålet nærmere må følgende delspørsmål undersøkes:

1. Hva er forholdet mellom markedsporteføljen og den optimerte porteføljen?
2. Vil de ulike risikodefinsjonene gi den samme optimerte portefølje?
3. Hvilket risikomål gir størst nytte?
4. Gir ulike optimeringsmodeller samme optimerte portefølje?
5. Kan andre faktorer enn ulike risikomål påvirke den optimale porteføljen?
6. Hvor skalerbare er de ulike løsningsalgoritmene?
7. Hvilken optimeringsalgoritme egner seg best for analyse av finansdata?
8. Kan Markowitz middelve-di-varians metode forbedres?
9. Kan investoren legge inn egne oppfatninger av trender i analysen?

Hovedspørsmål:

- *Hvilken definisjon av risiko gir porteføljen med størst nytte til en akseptabel risiko?*
- *Kan en optimeringsalgoritme basert på Markowitz middelve-di-varians-teori (MVT) forbedres med alternative risikobegrep og med lineær optimeringsalgoritme?*

## Kapittel 2

# Statistiske begrep

Kapitlet gir en oversikt over noen statistiske begrep som er implementert i optimeringsprogrammet.

### 2.1 Innledning

La  $X$  være en diskret random variabel med sannsynlighetsfordeling  $f(x_i)$ .

### 2.2 Noen grunnleggende statistiske begrep

#### 2.2.1 Aritmetisk gjennomsnitt

Det aritmetiske gjennomsnitt (mean) av  $n$  tall  $z_i$  for  $i = (1, \dots, n)$  er gitt ved

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i = \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_n}{n} \quad (2.2.1)$$

#### 2.2.2 Forventning

*Forventningsverdien* eller *mean* til  $X$  er da

$$\mu_X = E(X) = \sum_i x_i f(x_i) \quad (2.2.2)$$

#### 2.2.3 Varians

*Variansen* til  $X$  er da

$$\text{Var}(X) = \sigma_X^2 = E[(X - \mu_X)^2] = \sum_i (x_i - \mu_X)^2 f(x_i) \quad (2.2.3)$$

## 2.2.4 Standardavvik

Standardavviket til  $X$  er da

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (2.2.4)$$

## 2.2.5 Kovarians

Kovariansen mellom  $X$  og  $Y$  er da

$$\sigma_{XY} = \text{Cov}(X, Y) = \sum_i \sum_j (x_i - \mu_X)(y_j - \mu_Y) f(x_i, y_j) \quad (2.2.5)$$

Her vil kovariansen ligge mellom  $-\infty$  og  $+\infty$ . Hvis begge aksjer samtidig enten er positive eller negative, vil vi få en positiv kovarians. Hvis den ene er positiv og den andre er negativ vil vi få en negativ kovarians. Hvis det ikke er noen sammenheng mellom avvikene vil kovariansen være null.

## 2.2.6 Korrelasjonskoeffisienten

Korrelasjonskoeffisienten mellom  $X$  og  $Y$  er gitt ved

$$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (2.2.6)$$

Korrelasjonskoeffisienten forteller hvor mye de enkelte aksjene lineært avhenger av hverandre innenfor nedre og øvre grense på  $-1$  og  $+1$ .

Intervallet mellom øvre og nedre grense kan deles inn i tre kategorier:

- $0 < \rho_{XY} \leq 1$  Aksjene er positivt korrelert med hverandre.
- $\rho_{XY} = 0$  Aksjene er ikke korrelert med hverandre.
- $-1 \leq \rho_{XY} < 0$  Aksjene er negativt korrelert med hverandre.

## 2.2.7 Skjevhet

$$\text{Skjevhet til } X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_X} \right)^3 f(x_i) \quad (2.2.7)$$

## 2.2.8 Kurtosis

$$\text{Kurtosis til } X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_X} \right)^4 f(x_i) - 3 \quad (2.2.8)$$

## 2.3 Noen risikomål

I optimeringsprogrammet ønsker jeg å undersøke ulike tilnærmelser til begrepet *risiko* og jeg må derfor implementere begrepet i en matematisk formel. I dette avsnitt gis en oversikt over disse formlene.

### 2.3.1 Varians

For at en funksjon  $\mathfrak{R}_1$  skal være egnet som et risikomål må den ha et maksimums- eller minimumspunkt i definisjonsområdet. For *varians* har vi definert i 2.2.3

$$\mathfrak{R}_1 = Var(X) = \sigma_X^2 = E[(X - \mu)^2] = \sum_i (x_i - \mu)^2 f(x_i) \quad (2.3.1)$$

### 2.3.2 Semivarians

Markowitz definerte risiko ved varians, men investorer oppfatter intuitivt at det burde være den delen av variasjonene som ligger under snittet som utgjør risiko. Verdier som ligger over snittet blir også sett på som risiko med varians som risikomål. Mens semivarians gir en mer intuitiv forståelse av risiko slik en investor ser det fordi investoren forbinder risiko med tap og ikke med gevinst.

Det som intuitivt betraktes som problematisk for investoren er verdier som ligger under gjennomsnittet som et mål for potensiell nedside av en investeringsportefølje, *semivarians*. (Boffelli et. al 2016:190) Formelen for semivarians er:

$$\mathfrak{R}_2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f(x_i) \quad x_i \leq \bar{x} \quad (2.3.2)$$

### 2.3.3 Minste avvik

For *minste avvik* kan vi definere risikomålet  $\mathfrak{R}_3$  ved

$$\mathfrak{R}_3(x) = MA(x) = \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| f(x_i) \quad (2.3.3)$$

### 2.3.4 Minste semieavvik

For *minste semieavvik* kan vi definere risikomålet  $\mathfrak{R}_4$  ved

$$\mathfrak{R}_4(x) = MSA(x) = \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| f(x_i) \quad x_i \leq \bar{x} \quad (2.3.4)$$

## 2.4 Diversifisering, korrelasjon og risiko

Forestillingen om at diversifisering reduserer risiko er flere århundreder gammel. I følge Herbison (2003) forekommer ordtaket *"Do not keep all your eggs in one basket"* første gang skriftlig i 1666 i Torriano's *Common Place of Italian Proverbs*. Diversifiseringen var da tenkt slik at ved å spre ut eggene (rikdommen) i så mange *uavhengige* kurver (risikoer) som mulig ville de motvirke hverandre slik at den samlede risikoen gikk mot null hvis antallet kurver var tilstrekkelig stort.

Men som Markowitz (1952) skrev:

*"This presumption, that the law of large numbers applies to a portfolio of securities, cannot be accepted. The returns from securities are too inter-related. Diversification cannot eliminate all variance."*

Markowitz (1952) viste analytisk at det er en sammenheng mellom de tre begrepene diversifisering, korrelasjon og risiko. I stedetfor ordtaket ovenfor sier han

*"It is safer to spread your eggs among imperfectly correlated baskets than to spread them among perfectly correlated baskets"*.

Men hvordan henger diversifisering, korrelasjon og risiko sammen? Og hvordan påvirker valg av risiko diversifiseringen?

## Kapittel 3

# Noen grunnleggende relasjoner i finans

### 3.1 Innledning

Oppgaven ligger innenfor fagfeltet finans (finansiell økonomi) med de to hovedområdene *investering* og *finansiering*. De to mest grunnleggende særtrekk ved begge er at de både har en *tidsdimensjon* og en *usikkerhetsdimensjon*.

Jeg vil her bare se på investeringsprosjekt i form av investering i aksjer hvor jeg påtar meg en ulempe i dag i påvente av fordeler i fremtiden. Tidsdimensjonen krever at alle tidsavhengige forventede kontantstrømmer blir konvertert til *nåverdi*.

Usikkerhetsdimensjonen viser at jeg på beslutningstidspunktet ikke kjenner til den fremtidige forventede avkastningen og beslutningen er derved tatt under usikkerhet. Begrepene *usikkerhet* og *risiko* brukes som synonyme her.

## 3.2 Avkastning

I finans arbeides det vanligvis med avkastning (return) ( $r_t$ ) istedenfor priser. Det er to ulike definisjoner for avkastning:

- *En periode avkastning* fåes fra den grunnleggende relasjonen i finansiell matematikk  $p_t = p_{t-1}(1 + r_t)$  hvor  $p_t$  er lik verdien av verdipapiret ved tiden  $t$ , slik at avkastningen er gitt ved

$$r_t = \frac{p_t}{p_{t-1}} - 1 \quad (3.2.1)$$

- *Kontinuerlig eller logaritmisk avkastning* fåes fra  $p_t = p_{t-1}e^{r_t}$  hvor  $r$  er enkel-periode avkastning. Avkastningen er derfor definert ved

$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right) \quad (3.2.2)$$

Jeg forutsetter her at utbytte ikke blir utbetalt i perioden og jeg ser også bort fra transaksjonskostnader.

## 3.3 Geometrisk forventet avkastning

Den årlige geometriske avkastningen fra 1 til  $n$  er gitt ved

$$\bar{r} = \left(\prod_{t=1}^n (1 + r_t)\right)^{1/n} - 1 \quad (3.3.1)$$

Her er avkastning (return)  $r_t$  definert i ligning 3.2.

## 3.4 Total forventet avkastning

Den totale avkastningen fra 1 til  $n$  er gitt ved

$$K = \left(\prod_{t=1}^n (1 + r_t)\right)^{1/n} = 1 + \bar{r} \quad (3.4.1)$$

Her er avkastning (return)  $r_t$  definert i ligning 3.2.1.

### 3.5 Portefølje

En *portefølje*  $p$  er en samling av ikke-negative tall  $x_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) som hver enkelt representerer den prosentdelen av investeringen som er knyttet til verdipapir  $j$  slik at

$$\sum_j^n x_j = 1 \quad (3.5.1)$$

I dette notatet er short handel (kjøp finansiert gjennom lån) ikke tillatt slik at alle tall er ikke-negative, dvs.  $0 \leq x_j$ .

### 3.6 Forventet avkastning til en aksje

Den forventede avkastning til en aksje  $j$  er gitt ved:

$$E(r_j) = \sum_{i=1}^n r_{ij} f(r_{ij}) \quad (3.6.1)$$

hvor  $f(r_{ij})$  er *sannsynlighetsmassefunksjonen* med følgende egenskaper:  $f(r_{ij}) > 0 \forall i, j$  og  $\sum_{ij} f(r_{ij}) = 1$ .

### 3.7 Forventet avkastning til en portefølje

Den forventede avkastning til en portefølje  $p = (x_1, \dots, x_n)$  er gitt ved

$$E(r_p) = \sum_{j=1}^n x_j E(r_j) \quad (3.7.1)$$

$E(r_j)$  defineres som forventede avkastning for aksje  $j$  mens  $n$  er antall aksjer i porteføljen totalt.

### 3.8 Investorens risikoaversjon

En investor er *risikoavers* hvis han for alle formuesnivå  $w$  misliker enhver ny investering  $z$  med forventet avkastning lik null  $E(z) = 0$ . Investorens nyttefunksjon  $u$  vil da oppfylle ulikheten under hvis  $w$  er sikker og investoren maksimerer forventet nytte

$$E[u(w + z)] \leq u(w) \quad (3.8.1)$$

For en risikoavers investor vil nyttefunksjonen  $u(w)$  alltid være konkav. (Eeckhoudt 2005:7-8)



### 3.9 Investorens nyttefunksjon

Markowitz (2014, 44-45) ser investorens nytte ved avkastning i sammenheng med den nytten han har av sin totale rikdom. Investorens rikdom på tiden  $t$  er  $w_t$  og hans rikdom på tidspunkt  $t + 1$  kan uttrykkes ved:

$$w_{t+1} = (1 + H)w_t \quad (3.9.1)$$

hvor  $H$  står for den historiske eller realiserte avkastningen for tidsperioden  $[t, t+1]$  han oppnådde ved porteføljen. Ved å ta den naturlige logaritmen får vi:

$$\ln(w_{t+1}) = \ln(1 + H) + \ln(w_t) \quad (3.9.2)$$

Her er  $\ln(w_t)$  en konstant sett i forhold til porteføljeinvesteringen og er bare avhengig av investorens eget formuesforhold, mens uttrykket  $\ln(1 + H)$  er et uttrykk for den merverdien som investeringen i porteføljen gir.

I mine beregningen er det en forutsetning at hele formuen blir investert,  $w_t = 1$  (100 %). Da har jeg:

$$\ln(w_{t+1}) = \ln(1 + H) \quad (3.9.3)$$

eller

$$u = w_{t+1} = 1 + H \quad (3.9.4)$$

hvor nyttefunksjon  $u$  settes lik den realiserte eller historiske avkastningen i den aktuelle perioden.

Beslutningsregelen blir da:

*Hvis den historiske avkastningen av en portefølje  $p_1$  generert med risikodefinsjon 1 er større enn den historiske avkastningen av en portefølje  $p_2$  generert med risikodefinsjon 2, da er risikodefinsjon 1 gunstigere enn risikodefinsjon 2 så lenge risikoene er sammenlignbare.*

## Kapittel 4

# Matematisk optimering

### 4.1 Optimering

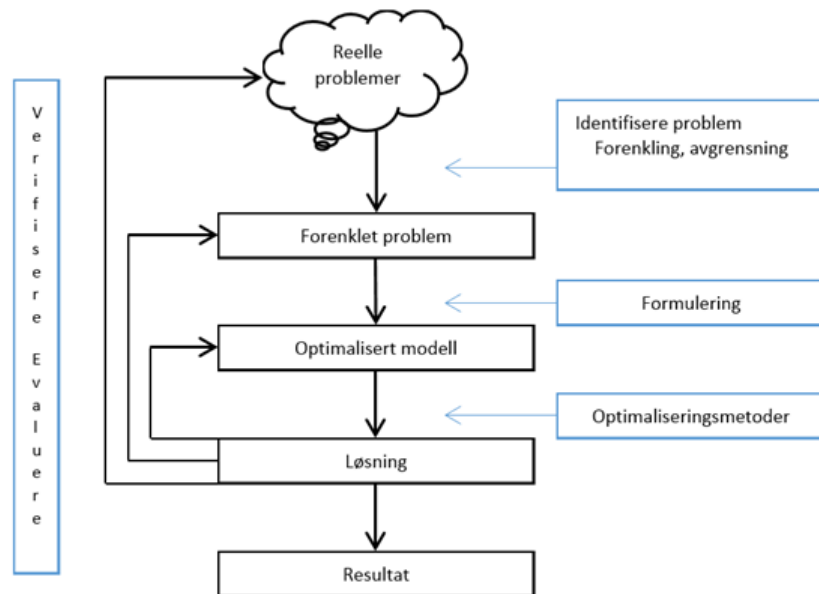
Optimering er en metode for bruk av matematiske modeller for å finne det beste alternativ i situasjoner hvor en står overfor alternative valg. Det er situasjoner som ofte forekommer innen faget økonomi hvor en stadig søker å finne det beste (det optimale) valget mellom ulike alternativer gitt flere forutsetninger som må tilfredsstilles.

En har gitt en funksjon hvor maksimum eller minimum verdien søkes, når gitte sidebetingelser er oppfylt. Til det bruker økonomene den kjente Lagranges metode. Helt analogt kan en bruke matematisk programmering for å finne den aktuelle maksimums- eller minimumsverdien.

Matematisk programmering er en metode som kan anvendes på svært mange problemstillinger innen økonomifaget og kombinert med mer generell programmering og/eller simuleringsteknologi gis det gode og robuste løsninger på mange problemstillinger. Hensikten er både å få innsikt i problemet og å finne løsninger på beslutningsproblem. Termen matematisk programmering er noe missvisende siden ordet programmering oftes knyttes til program på en datamaskin skrevet i et programmeringsspråk som f. eks. Java. Termen må heller forstås som matematisk planlegging.

Formulering av en optimeringsmodell starter med en beskrivelse av problemet ved bruk av uttrykk i det aktuelle fagspråket (økonomi) og deretter av en modellbeskrivelse uttrykt ved matematiske termer. Her gis en målfunksjon (objektfunksjon) som skal maksimeres eller minimeres samt beskrivelse av sidebetingelser som må tilfredsstilles. Alle matematiske programmeringsspråk består av tre adskilte deler: selve modelleringsspråket, data og løsningsalgoritmen (solveren). Det er vist i teksten nedenfor.

En av målsettingene til oppgaven er å utvikle en optimeringsmodell som kan brukes som støtte til de beslutninger en må ta i en investeringssituasjon.



Figur 4.1: Optimeringsprosessen

Fagfeltet optimering omfatter bruk av matematiske modeller og metoder for å identifisere det beste alternativet i en beslutningssituasjon. Hovedhensikten er både å få innsikt i systemene og å finne en mulig løsning på et beslutningsproblem. Begrepet *optimering* kommer fra det latinske ordet *optimus* som betyr *best, meget god*.

Optimering er vitenskapen om å *ta den beste mulige beslutningen*. Dette forutsetter at vi har et *problem* hvor vi kan definere problemets *beslutningsvariable* og at vi har en *målfunksjon* som avhenger av disse variable. I tillegg vil vi ofte også ha en eller flere *begrensninger* på beslutningsvariablene. Målfunksjonen skal da enten maksimeres eller minimeres.

Lundgren (2012) gir en skjematisk oversikt over optimeringsprosessen som her er gjengitt i figur 4.1. Vi starter med et reelt problem som vi ønsker en løsning på eller som vi søker å forstå bedre. Deretter søker vi å beskrive en forenklet modell av problemet i form av en algebraisk beskrivelse.

Den algebraiske beskrivelsen formuleres i matematiske termer som en optimeringsmodell. Hele prosessen er en iterativ prosess hvor vi gjennom økt forståelse av komponentene og sammenhengen mellom dem får bedret vår forståelse av det opprinnelige reelle problemet. Til slutt sitter vi igjen med et *Resultat* som er den siste aksepterte løsningen og som er et svar på vårt opprinnelige reelle problem.

## 4.2 Matematisk problemformulering

Et generelt optimeringsproblem (her som minimalisering) kan formuleres som

$$\min f(\mathbf{x}) \quad (4.2.1)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x} \in X \quad (4.2.2)$$

Målfunksjonen (Objektfunksjonen)  $f(\mathbf{x})$  er avhengig av beslutningsvariablene  $\mathbf{x} = (x_1 \dots x_n)^T$ . Mengden  $X$  består av alle mulige (feasible) løsninger på problemet.  $X$  er til vanlig uttrykt ved en eller flere sidebetingelser (constraints) og en alternativ formulering på et generelt optimeringsproblem blir

$$\min f(\mathbf{x}) \quad (4.2.3)$$

$$\text{s.t. } g_i(\mathbf{x}) \leq b_i, i = 1, \dots, m \quad (4.2.4)$$

hvor  $g_1(\mathbf{x}), \dots, g_m(\mathbf{x})$  er funksjoner som avhenger av  $\mathbf{x}$  og  $b_1, \dots, b_m$  er gitte parametre. Sidebetingelsene uttrykkes ved *subject to*, forkortet *s.t.*

## 4.3 Lineære programmeringsproblem

Et optimeringsproblem sies å være et lineært programmeringsproblem (LP problem) hvis

- alle funksjoner  $f, g_1, \dots, g_m$  er lineære.
- alle variable er kontinuerlige dvs.  $\mathbf{x} \in R^n$ .

Et LP problem kan skrives i følgende generelle form

$$\min z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (4.3.1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m \quad (4.3.2)$$

$$\text{s.t. } x_j \geq 0, j = 1, \dots, n \quad (4.3.3)$$

## 4.4 Ikke-lineære programmeringsproblem

Et optimeringsproblem sies å være et ikke-lineært programmeringsproblem hvis

- minst en av funksjonene  $f, g_1, \dots, g_m$  er en ikke-lineær funksjon
- alle variable er kontinuerlige dvs.  $\mathbf{x} \in R^n$ .

Avhengig av hvordan disse funksjonene er definert kan vi definere en stor mengde av problemklasser. Den vanligste er at  $f$  er kvadratisk og at  $g_1, \dots, g_m$  er lineære. Da har vi et kvadratisk programmeringsproblem.

## 4.5 Heltallige programmeringsproblem

Hvis minst en variabel er heltallig har vi et heltallig optimeringsproblem. Disse variable kan defineres slik at de bare tar diskrete verdier  $x_j \in \{0, 1, 2, \dots\}$ , eller som binære variable  $x_j \in \{0, 1\}$ .

Et lineært heltallig programmeringsproblem kan skrives i følgende generelle form:

$$\min z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (4.5.1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, \dots, m \quad (4.5.2)$$

$$\text{s.t.} \quad x_j \geq 0, j = 1, \dots, n \quad (4.5.3)$$

Hvis alle variable er heltall, har vi et *rent heltallig programmeringsproblem*. Hvis bare noen variable er heltall, har vi et *blandet heltallig programmeringsproblem*. Og hvis alle variable er binære 0/1-variable har vi et *0/1-problem*. (MILP - Mixed Integer Linear Programming).

## 4.6 Sensitivitetsanalyse

Løsningen på et optimeringsproblem gir oss i tillegg til den optimale løsningen også en mengde data rundt løsningen, som setter oss i stand til å analysere hvor robust løsningen er med gitte input data. Vi kan derved analysere effekten av endringer i datagrunnlaget eller endringer i koeffisientene knyttet til objektfunksjonen eller til begrensningene.

## 4.7 Dynamiske programmeringsproblem

Ved dynamisk programmering i Lundgren (2012) søker en å dele et problem opp i flere selvstendige problem som kan løses hver for seg. Forbindelsen mellom de ulike problemene brukes til slutt til å løse det gitte problem.

Bruken av denne metoden forutsetter at en kan dele det gitte problem inn i et eller flere sekvensielle *trinn*. I et optimaliseringsproblem kan vi bare ha en objektfunksjon. Skal en bruke flere objektfunksjonen, må problemet deles opp i ulike trinn hvor hvert trinn kan ha en egen objektfunksjon.

Anta at vi har  $T$  trinn. I hvert enkelt trinn  $t = 1, \dots, T$  ønsker vi å foreta optimalisering av *én* variabel  $x_t$  som i hvert trinn  $t$  er avhengig av den tilstanden  $s_t$  vi er i. Vi må da bestemme den optimale beslutningen  $x_t(s_t)$  for alle mulige tilstander  $s_t$ . Beslutningen på hvert enkelt trinn må gi klar informasjon om hvordan den aktuelle tilstanden er transformert til en ny tilstand i det neste trinn.

## 4.8 Heuristiske metoder

En heuristikk er en metode som genererer en god løsning innenfor en begrenset tid, men uten at en kan garantere for kvaliteten. Løsningen ligger oftest nær det optimale uten at det er mulig å måle hvor nær. Dette gjelder også problemer med flere lokale maksimums- eller minimumsverdier. Her vil en optimering ikke nødvendigvis gi den beste verdien. Heuristiske metoder er ofte betegnet som *tommelfingerregler*.

For å bruke en heuristikk kreves det ikke alltid en eksplisitt formulering av et problem uttrykt eksakt ved variable, målfunksjoner og begrensninger. Heuristiske metoder garanterer ikke en optimal løsning, men kan gi en tilnærming til en løsning som i neste trinn kan forbedres. Et problem som har en så stor mengde variable og/eller begrensninger at dataprogrammet ikke makter å foreta beregninger, kan ved heuristikk splittes opp slik at en får en god løsning til slutt.

## 4.9 Løsningsmetoder

For å kunne løse et optimeringsproblem må vi bruke en egen Solver som er en samling av løsningsalgoritmer som er tilpasset de matematiske formuleringene som vi gjør nytte av. Jeg gjør bruk av følgende løsningsalgoritmer;

- CPLEX som er tilpasset heltallig lineær programming (MILP) og
- CONOPT som er tilpasset ikke-lineær optimering.

Programkoden i AMPL er gitt i Tillegg C og Tillegg E på henholdsvis side 171 og 179. Optimeringsprogrammene er kjørt på en optimeringsserver ved University of Wisconsin, Madison, USA.

## 4.10 Egenskaper ved løsninger

Løsningene på lineære optimeringsproblemer har følgende alternativ:

- En unik optimal løsning i et punkt.
- Alternative (ubegrenset) optimale løsninger på en linje eller i et plan.
- Ingen løsning finnes.

For et ikke-lineært optimeringsproblem kan den funne løsningen være:

- Et av mange lokale optimumspunkt.
- Et globalt optimumspunkt.

For at det lokale optimum en har funnet er garantert også å være et globalt optimum, må problemet være *konvekt* (Lundgren 2012:241-255).

**Definisjon 6.1** Minimaliseringen

$$\min f(\mathbf{x}) \quad (4.10.1)$$

$$s.t. \quad g_i(\mathbf{x}) \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (4.10.2)$$

er et *konvekt problem* hvis  $f(\mathbf{x})$  er en konveks funksjon og hvis den aksepterbare regionen som er definert ved begrensningene  $g_i(\mathbf{x}) \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m$  er en konveks mengde.

**Teorem 6.2** Mengden

$$X = \{\mathbf{x} \mid g(\mathbf{x}) \leq b\} \quad (4.10.3)$$

er en konveks mengde hvis funksjonen  $g(\mathbf{x})$  er kvasi-konveks.

**Teorem 6.3** Anta at funksjonen  $f(\mathbf{x})$  er to ganger deriverbar ( $f(\mathbf{x})$  en  $C^2$  funksjon) på en konveks mengde  $U$ . Da er

- $f(\mathbf{x})$  en konveks funksjon på  $U$  når Hesse-matrisen  $D^2f(\mathbf{x})$  er positiv semidefinit for alle  $\mathbf{x} \in U$ , dvs. alle matrisens  $2^n - 1$  ledende prinsipale underdeterminanter  $\geq 0$ .
- $f(\mathbf{x})$  en strengt konveks funksjon på  $U$  når Hesse-matrisen  $D^2f(\mathbf{x})$  er positiv definit for alle  $\mathbf{x} \in U$ , dvs. alle matrisens  $n$  ledende prinsipale underdeterminanter  $> 0$ .

**Teorem 6.4** Hvis problemet

$$\min f(\mathbf{x}) \quad (4.10.4)$$

$$s.t. \quad \mathbf{x} \in U \quad (4.10.5)$$

er konvekt, da er ethvert lokalt minimum også et globalt minimum.

# Kapittel 5

## Porteføljeteori

### 5.1 Innledning

Moderne porteføljeteori ble utviklet av Harry Markowitz (1952) som introduserte middelve-di-vari-ans-teorien (*Mean-variance theory - MVT*). For dette arbeidet fikk han Nobel-prisen i økonomi (1990).

Dette kapitlet gir en oversikt over eksisterende porteføljeteori rundt handel med aksjer. Investeringsstrategier som var dominerende før Markowitz gjennombrudd er kort skissert opp i avsnittet 5.3.1 og 5.4.1.

Markowitz lanserte sin teori i 1952 og da var investeringsbeslutninger basert mer eller mindre på ren *intuisjon* om hva den fremtidige prisen på en aksje ville bli. Eller på om investoren kunne lokalisere et repeterbart mønster som kunne forutsi fremtidige bevegelser i aksjeprisene.

Markowitz teori lanserte en optimeringsalgoritme hvor investoren gav input om den minste forventede avkastning han kunne akseptere, og algoritmen beregnet da automatisk den porteføljen som hadde den laveste risiko for den gitte avkastning. Denne revolusjonerende metoden for investeringer ble raskt akseptert både i akademia og til praktisk bruk. Algoritmen er senere blitt utfordret på flere punkter.

Det optimale valget av en portefølje basert på en datamaskinell prosess kan *kun* bruke historiske data. Investoren er imidlertid interessert i å velge en portefølje som gir høy *forventet* avkastning av de investeringene han foretar *nå* på bakgrunn av denne historiske analysen. En prognose som kun gjør bruk av informasjon som er tilgjengelig på forhånd kalles *ex-ante prognose*. (Hyndman 2019)

Jeg ønsker å undersøke nærmere om:

- Er der alternativer til Markowitz definisjon av risiko?
- Hvordan påvirker ulike risikodefinsjoner resultatet av optimeringsanalysen?



## 5.2 Markowitz porteføljeteori

### 5.2.1 Markowitz's egen problemstilling

I sitt Nobel-foredrag pekte Markowitz (1991:469) på tre punkter som karakteriserte hans porteføljeteori:

1. Teorien omhandler investorer og ikke produsenter og kunder.
2. Teorien omhandler økonomiske agenter (investorer) som tar beslutninger under usikkerhet.
3. Teorien kan brukes direkte i praksis gitt at de nødvendige beregningsressurser er tilgjengelige.

Hans problem var da hvordan agentene kunne oppnå størst mulig nytte? Hvilke beslutninger gav det optimale resultatet eller den optimale porteføljen? Markowitz tilnærming til dette var basert på statistisk analyse i motsetning til eksisterende tilnærmelser som var basert på mer uformelle betraktninger.

Investorer ønsker høyest mulig forventet avkastning av en portefølje  $p$  (definert i formel 3.5.1) og  $x_j$  er prosentdelen av totalinvesteringen som investeres i aksje  $j$  (vektet) i porteføljen hvor  $\sum_j x_j = 1$ . Markowitz (1952:78) utelukket short salg og satte derfor et krav om at  $x_j \geq 0 \quad \forall j$ . Analysen i dette notatet gjør det samme.

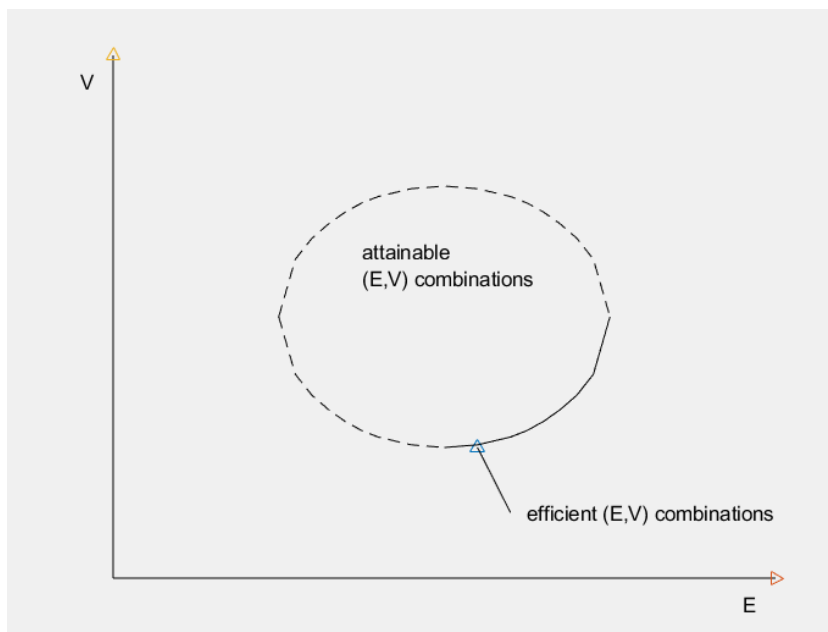
Med full sikkerhet, ville alle investorer valgt enkeltaksjen med størst avkastning. Usikkerheten eller risikoen til porteføljen  $p$  uttrykker Markowitz som variansen  $Var(r_p)$  til porteføljen

$$Var(r_p) = \sigma_p^2 = \sum_j x_j^2 \sigma_j^2 + \sum_k \sum_{j \neq k} x_k x_j \sigma_k \sigma_j \rho_{kj} \quad (5.2.1)$$

hvor  $\sigma_j$  er standardavviket til avkastningen til en aksje  $j$  og  $\rho_{kj}$  er korrelasjonskoeffisienten mellom avkastning av aksje  $k$  og  $j$ . Her vil korrelasjonskoeffisienten ligge i intervallet  $-1 \leq \rho_{kj} \leq 1$ .

Markowitz undersøkte nærmere forholdet mellom varierende risiko og tilhørende forventet avkastning for ulike porteføljer  $p$  med forventet avkastning ( $E(r_p)$ ) og varians ( $Var(r_p)$ ). Han illustrerte disse valgene i figur 5.1. (Merk hans noe uvanlige bruk av aksene i figuren.)

Markowitz hevdet at en rasjonell investor alltid ville velge en kombinasjon av (E,Var) som ligger på den heltrukne kurven i figur 5.1. Han kaller disse kombinasjoner for *effisiente kombinasjoner*. Dvs. de med minimum varians for gitt forventet avkastning eller mer, og maksimum forventet avkastning for gitt varians eller mindre.



Figur 5.1: Mulige (E,Var)-kombinasjoner, (Kopi fra Markowitz (1952:82))

Teorien forteller oss at mellom mange ulike porteføljesammensetninger vil den rasjonelle investoren velge en kombinasjon som er optimal med den laveste mulige risiko målt ved varians til den angitte akseptable avkastningen.

Markowitz understreket at (1952:77):

*”The process of selecting a portfolio may be divided into two stages. The first stage starts with observation and experience and ends with belief about the future performance of available securities. The second stage starts with the relevant beliefs about future performance and ends with the choice of portfolio. This paper is concerned with the second stage.”*

Markowitz sier i avslutningen av artikkelen (1952:91):

*”One suggestion as to tentative  $\mu_i, \sigma_{ij}$  is to use the observed  $\mu_i, \sigma_{ij}$  for some period of the past. I believe that better methods, which take into account more information, can be found. I believe that what is essentially a ”probabilistic” reformulation of security analysis. . . . . We have not considered the first stage: the formation of relevant beliefs on basis of observation.”*

### 5.2.2 Markowits effisiente porteføljer

Den grunnleggende egenskap ved porteføljeteorien er at den fremtidige avkastning er ukjent og at en velger en portefølje basert på ulike statistiske beregninger med basis i historiske data hvor begrepene avkastning og risiko er sentrale. Hvordan kan dette forholdet best uttrykkes?

Markowitz hevdet at en rasjonell investor gjorde et valg av effisiente  $(E(r_p), Var(r_p))$  – kombinasjoner på en av de to måtene:

1. For ønsket forventet avkastning  $M$ , velg en portefølje  $p = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  hvor  $x_j \geq 0 \forall j$  og  $\sum_j^n x_j = 1$  som minimerer

$$Var(r_p) = Var\left[\sum_{j=1}^n r_j x_j\right] \quad (5.2.2)$$

med krav om

$$E(r_p) \geq M \quad (5.2.3)$$

2. For en gitt verdi av en felles risikoindikator  $\varphi$ , velg en portefølje  $p = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  hvor  $x_j \geq 0 \forall j$  og som oppfyller kravet maksimer

$$E(r_p) \quad (5.2.4)$$

med krav om

$$Var(r_p) \leq \varphi \quad (5.2.5)$$

Begge metodene gir samme resultat på grunn av *dualitetsprinsippet* og Markowitz (1952:78) brukte alternativ 1 for å generere effisiente porteføljer.

Variansuttrykket i metode 1 formel 5.2.2 og sidekravet i metode 2 formel 5.2.5 inneholder en random variabel  $r_j$ . Jeg ønsker ikke å optimere på *en random variabel*, men uttrykket for variansen kan omformes til en determinerbar kvadratisk funksjon (Roelofs 2016: 208-209) ved følgende regnestykke.

$$\begin{aligned} Var\left[\sum_{j=1}^n r_j x_j\right] &= E\left[\left(\sum_{j=1}^n r_j x_j - E\left[\sum_{j=1}^n r_j x_j\right]\right)^2\right] \\ &= E\left[\left(\sum_{j=1}^n r_j x_j - \sum_{j=1}^n x_j E[r_j]\right)^2\right] \\ &= E\left[\left(\sum_{j=1}^n x_j (r_j - E[r_j])\right)^2\right] \\ &= E\left[\left(\sum_{j,k}^n x_j x_k (r_j - E[r_j]) (r_k - E[r_k])\right)\right] \\ &= \sum_{j,k}^n x_j x_k E[(r_j - E[r_j]) (r_k - E[r_k])] \\ &= \sum_{j,k=1}^n x_j Cov[r_j, r_k] x_k \end{aligned} \quad (5.2.6)$$

siden

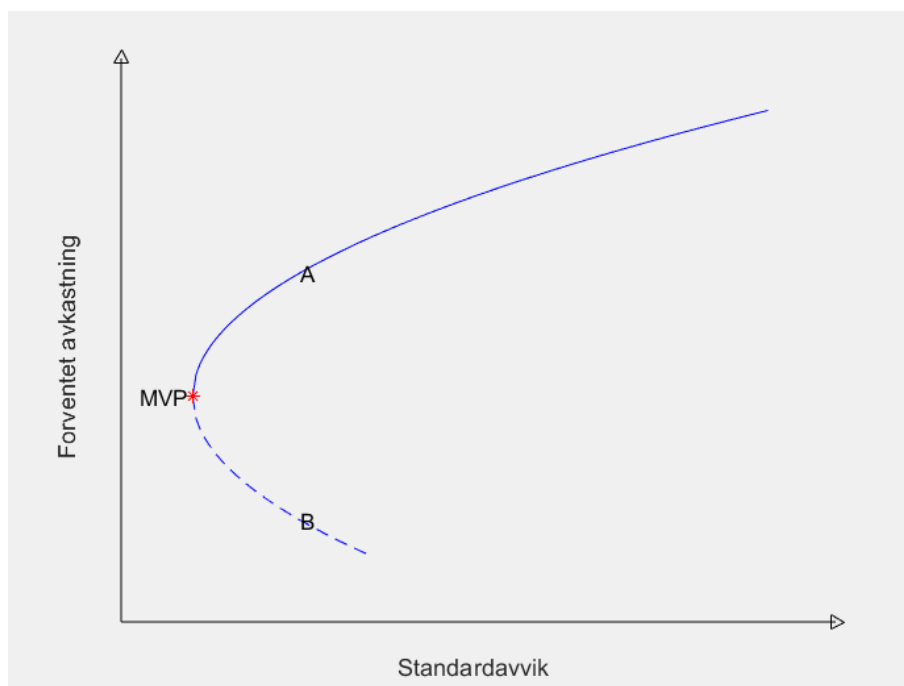
$$Cov[r_j, r_k] = E[(r_j - E[r_j]) (r_k - E[r_k])] \quad (5.2.7)$$

Variansuttrykket i metode 1 (5.2.2) og betingelsen (5.2.5) kan da erstattes av (5.2.6). I tillegg vil uttrykket for forventning i 5.2.3 og 5.2.4 erstattes av:

$$E(r_p) = \sum_{j=1}^n m_j x_j \quad (5.2.8)$$

Investoren vil stå ovenfor et valg siden det i følge teorien alltid er en sammenheng mellom forventet avkastning og risiko gitt at porteføljen er optimalt tilpasset. Ved å velge høyere avkastning vil også risikoen bli høyere.

Et grunnleggende begrep i moderne porteføljeteori er *diversifisering* som betyr at en forsøker å redusere risiko til investeringene ved å spre dem ut så bredt som mulig. Dette er illustrert i figur 5.2. I eksemplet er risiko langs den horisontale akse og forventet avkastning er langs den vertikale akse. Den kurvede linjen i figuren illustrerer hvordan forventet avkastning og standard avvik endrer seg etter hvert som jeg holder ulike kombinasjoner av aksjene. I figur 5.2 illustreres ulike kombinasjoner mellom forventet avkastning og risiko (som standardavvik) for to ulike verdipapirer A og B. Her har A og B samme risiko, og en rasjonell investor vil da foretrekke A fremfor B siden A har høyere forventet avkastning enn B til samme risiko.



Figur 5.2: Valg av optimal portefølje sammensatt av to verdipapirer

Ulike kombinasjoner av usikre aksjer kan velges, men bare de som ligger på den heltrukkede linjen gir effisiente porteføljer. Andre kombinasjoner i planet kan forbedres enten ved lavere risiko til samme forventede avkastning eller med høyere forventet avkastning til samme risiko. Porteføljer som lå på den øverste heltrukkede delen av denne kurven, kalte Markowitz for *effisiente porteføljer*.

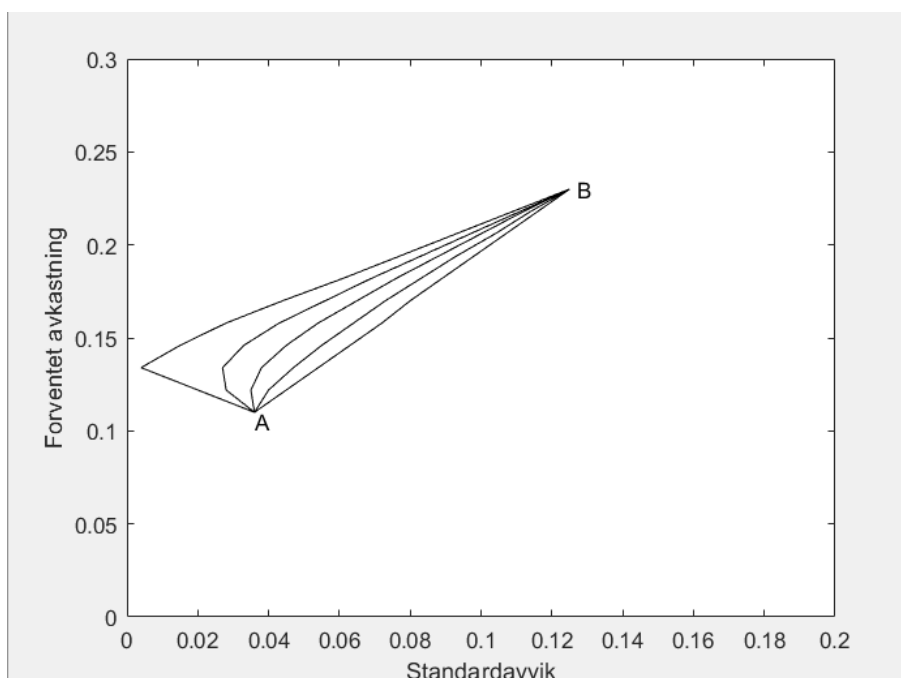
Investorens endelige valg av effisient portefølje avhenger av individets grad av risikoaversjon, dvs. investorens motvilje mot å utsette seg for risiko.

En svært risikoavers investor vil foretrekke en portefølje med minimal risiko.

Markowitz definerte risiko ved varians og derfor ble porteføljen med minimum risiko (markert ved en stjerne i figurene 5.2 og 5.4) også kalt *minimumsvariansporteføljen (MVP)*.

I dette notatet vil jeg i kapittel 9 undersøke ulike definisjoner av risiko og derfor undersøke i hvilken grad disse ulike definisjonene fører til ulike effisiente porteføljer.

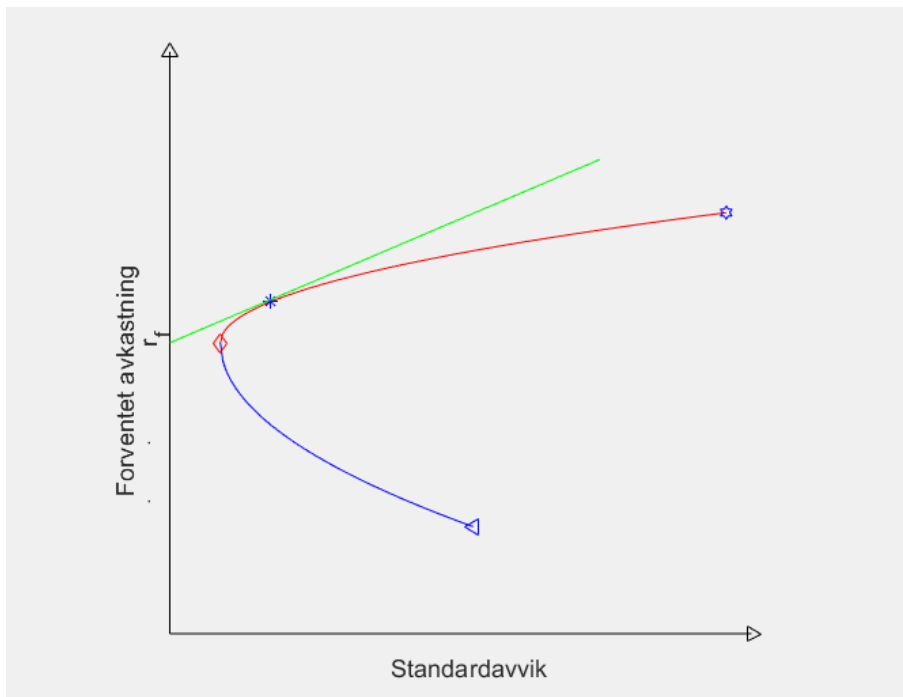
Vi har at variansen er kvadratet av standardavvik og siden det er lite intuitivt å betrakte kvadrattall, vil jeg bruke standardavviket istedenfor som risikomål på den horisontale akse. Vi får en litt annen form på kurven med standardavvik på førsteaksen enn med varians.



Figur 5.3: Ulike optimale porteføljer sammensatt av to verdipapirer

I figur 5.3 ser vi også hvordan *korrelasjonskoeffisienten* mellom A og B ( $\rho_{AB}$ ) påvirker verdiene. I den rette linjen mellom A og B er korrelasjonskoeffisienten lik 1.0 og den avtar med 0.5 for hver linje til venstre for den rette linjen helt til -1.0.

Vi kan innføre sikre investeringer som illustrert i figur 5.4 ved å sette penger i banken til risikofri rente, ( $r_f$ ). Innføringen av et sikkert verdipapir vil også påvirke valget av portefølje. Hvis investor plasserer all sin kapital i den risikofrie investeringen, vil forventet avkastning være lik den risikofrie renten. Dersom investoren ønsker høyere avkastning må han eksponere seg for risiko.



Figur 5.4: Valg av optimal portefølje med et sikkert verdipapir

Dersom investoren plasserer  $x$  deler av sin formue i sikre investeringer til risikofri rente,  $r_f$ , og resten  $1-x$  i en usikker portefølje,  $p$ , vil hans forventede avkastning være

$$E(\text{investering}) = xr_f + (1-x)E(p) \quad (5.2.9)$$

Dette gir den heltrukne rette linjen i figur 5.4 som kalles for *kapitalmarkedslinjen* og hellningen på den angir hvor mye investorer får igjen i økt forventet avkastning for en gitt økt risiko. Den heltrukne linjen skjærer den vertikale aksjen i et punkt som gir den risikofri renten ( $r_f$ ). Linjen går gjennom skjæringspunktet  $r_f$  med den vertikale aksjen og skal ha ett og bare ett punkt felles med kurven for effisiente porteføljer. Den vil derfor være en tangent til effisienskurven. Porteføljen i tangentpunktet mellom kapitalmarkedslinjen og kurven for de effisiente usikre porteføljer kalles for *tangentporteføljen*.

Det er også mulig for investorer å låne for å kunne kjøpe andeler av det sikre verdipapiret og senere selge det. Han vil da bevege seg langs kapitalmarkedslinjen. Men slike short-posisjoner vil ikke bli tillatt i dette notatet. For å avgrense oppgaven sees det kun på risikoen til verdipapirinvesteringer isolert og jeg ser bort fra modeller med eksogen formue.

## 5.3 Noen individsentrerte teorier

Individsentrerte teorier som har forankring i adferdspsykologien som forklarer investorenes atferd og atferdsendring i aksjehandel med utgangspunkt i individuelle, kognitive faktorer.

Markowitz matematiske risikomål er bare nyttig i den grad de avspeiler investorens usikkerhet. Det har ingen hensikt å minimere variable som ingen bryr seg om. Markowitz forutsetter at alle investorer er rasjonelle, men investorer er enkeltindivid som ikke alltid oppfører seg rasjonelt. Hvordan kan irrasjonell atferd integreres i teorien?

### 5.3.1 Fundamentalanalyse

Blume og Siegel (1992) hevder at verdipapirer har en indre, sann eller *fundamental* verdi som kan skille seg fra den aktuelle *markedsverdi*. Den aktuelle markedsverdi drives mot denne fundamentale verdien. Den fundamentale verdien skulle innbefatte fremtidige fortjenestepotensiale i motsetning til ren bokført verdi og markedsverdi.

Warren Buffett's strategi var å kjøpe aksjer i virksomheter som var billigere enn de burde være slik at en vil ha en forventning om at aksjene vil kunne stige. Derfor måtte en analysere selskapets faktiske verdisetting og dets vekstpotensiale. Det legges vekt på hvilke reelle verdier som virksomheten produserer og ikke primært på verdien og omsetningshastigheten av virksomhetens aksjer.

Et essensielt poeng her er at det burde være forholdet mellom selskapets produksjonsverdier og dets aksjekurs som avgjør om investoren kommer til å investere i en virksomhet, og ikke markedets forventninger om fremtidig utvikling. Warren Buffett investerte derfor ikke i IT-aksjer fordi han ikke kunne se at disse selskapene produserte noen reelle verdier, hvor stigning av aksjeverdien bare var basert på forventninger i markedet. Hans verdiinvesteringsmetode unngikk derved it-boblen så vel som problemene med de amerikanske huslånene.

For å kunne vurdere selskapets fundamentale verdi må investoren sette seg grundig inn i og forstå ulike sider ved selskapet. Hva påvirker de fremtidige inntjeningsmuligheter? Er det kvaliteten på selskapets ledelse? Er det påliteligheten til selskapets leverandører? Er det produktets konkurransedyktighet i markedet? I tillegg må investoren også følge konkurrerende selskap.

En slik fundamentalanalyse krever svært god markedsforståelse. Investoren skal ikke bare finne selskap hvor den fundamentale verdien er lokalisert av ham, men han må gjøre det *før* andre investorer oppdager det samme.

I enkelte tilfeller som ved oppstartsbedrifter finnes ikke historiske data som kan danne grunnlag for en analyse. Her må investoren etter beste skjønn prøve å fastslå den fundamentale verdien basert på en formening om bedrif-

tens utviklingspotensiale og muligheter i det aktuelle markedsegment. I dette tilfellet er fundamentalanalyse den eneste muligheten. Det må understrekes at den fundamentale verdien ikke må betraktes som en *fast verdi*. Den fundamentale verdien vil endres hele tiden f.eks. ved ny informasjon.

### 5.3.1.1 Verdiinvestering

Verdiinvestering er en variant av fundamentalanalysen beskrevet i avsnitt 5.3.1 med Buffett som sin fremste talsmann. Den fremste talsmann for verdiinvestering var Benjamin Graham (1973). Strategien synes å være så enkelt at en kjøper billig og selger dyrt. Men en lav aksjekurs behøver ikke å bety at en bør kjøpe. Det kan være at det er dårlige nyheter om selskapet eller at markedet frykter en snarlig konkurs. En verdiinvestor vil ønske å kjøpe i et nedadgående marked.

Graham snakker om den *intelligente investor*. Med det mener han en person som investerer med tålmodighet og disiplin og er opptatt med å lære og forstå. Han må kunne styre sine følelser og tenke selvstendig og ikke følge massene (flokkene). Den intelligente investoren må kunne forstå effekten av menneskelig adferd på det finansielle markedet.

Verdiinvestoren må basere sine investeringer på en grundig analyse av de enkelte selskap som han vurderer å investere i og ikke basere seg på løse rykter og magesfølelse. Motsetningen er en *spekulant* som ser mer på kort-siktig stigning av aksjeverdien. En sterkt volatil aksje kan gi stor fortjeneste på kort sikt, men også store tap.

Graham gir råd om at en verdiinvestor bør begrense seg til maksimum 6 selskaper for å kunne følge verdiutviklingen nøye nok i de enkelte selskap. Det er viktig at verdiinvestoren engasjerer seg i selskapet og tilegner seg stor bransjekunnskap, og kunnskap om selskapet sine produkter.

Det er også viktig for verdiinvestoren å ha en sikkerhetsmargin mellom hva han vurderer som aksjens indre verdi og hva han må betale for aksjen på markedet. Graham omtaler også den *defensive investor* som ikke legger like mye tid og energi i sine investeringer. Han bør diversifisere mest mulig og ikke konkurrere med markedet.

Verdiinvesteringer bygger på praktisk erfaring. Det ligger ikke noen vitenskapelig teori bak som verdiinvestoren kan følge en filosofi og foreta beslutninger basert på noen nøkkeltall. Suksess med verdiinvestering krever god erfaring og en dyp forståelse av markedet og av den bransjen investoren velger å gå inn i.

Men det er ikke kostnadsfritt å investere så mye i analyse av investeringsobjekt som verdiinvestoren nødvendigvis må gjøre. Det betyr at han må kreve høyere avkastning for å dekke inn dette. Dette investeringsbehovet vil også gjøre at det primært er meglerhus eller meget kapitalsterke investorer som kan drive denne form for analysevirksomhet.

Noen enkeltstående meglere eller meglerhus vil nok kunne tilby tilgang



til analysetjenester på Internett av automatiserte tjenester basert på verdi-analyse og teknisk analyse i avsnitt 5.4.1, men til en kostnad for investor.

### 5.3.2 Behavioristisk finans

Kahneman (1979) introduserte bruk av kognitiv psykologi i økonomisk analyse spesielt når det gjelder adferd under usikkerhet og la derved grunnlaget for feltet behavioristisk finans. For dette arbeidet fikk han Nobelprisen i økonomi i 2002.

Den moderne porteføljeteori og EMH (se side 31 ) forutsetter at en økonomisk rasjonell beslutningstaker finnes for å kunne forklare investorenes adferd. I følge Kahneman kan investorer opptre irrasjonelt og modellering av beslutninger under usikkerhet i et aksjemarked må ta høyde for dette. All informasjon blir i følge EMH teorien inkorporert i prisen på et verdipapir umiddelbart. Det skulle derfor i teorien ikke være noen feilprisede aksjer slik at avkastningsmulighet ikke vil kunne forekomme. Dette er ikke realistisk i praksis.

Behavioristisk finans er en empirisk retning innen finans som går videre enn hva den moderne porteføljeteori og den effektive markedshypotesen gjør for å forklare oppførselen til investorene. Tilhengerne tror ikke på at markedet alltid har rett, ved at prisen på et verdipapir alltid avspeiler all tilgjengelig informasjon i markedet og at alle investorer oppfører seg som økonomisk sett rasjonelle beslutningstakere.

Behavioristisk finans inndeles ofte i to hovedretninger som er:

#### 5.3.2.1 Arbitrageavgrensninger

Teorien går her ut på at investorer kan agere irrasjonelt i markedet hvor de aller fleste investorer tenkes å agere rasjonelt. Begrepet *implementasjonskostnader* brukes for å dekke de kostnader investorer har med å overvåke markedet for å finne muligheter til å kunne oppnå arbitrage. Disse kostnadene indikerer at det ikke er uten risiko å søke etter avkastningsmuligheter. Avkastningsmuligheter oppstår ved samtidig kjøp og salg av en aksje når det er ubalanse i prisene f.eks. i ulike markeder.

Investorer som ikke utelukkende handler i markedet på bakgrunn av beregninger og analyser eller som alltid er passive uansett hvordan markedsutviklingen forløper, kan kalles for *støy investorer*. Det er en forventning i markedet om at de skal handle, men de unnlater å følge forventningen. En slik irrasjonell og uforutsigbar oppførsel skaper støy i aksjekursene siden mangel på handling også påvirker kursen. Dette genererer en uoverensstemmelse mellom hva aksjeprisen faktisk er og hva den burde være. Noe som igjen gir *avkastningsmuligheter*.

### 5.3.2.2 Kognitiv psykologi

Et annet grunnleggende element i behavioristisk finans er kognitiv psykologi som betrakter måten mennesker oppfatter informasjon på og formidler den videre til andre. Her kan selv små endringer medføre ulike irrasjonelle beslutninger hos investoren. Personer kan ha ulik utdanning, ulik alder, ulik sosial bakgrunn, ulik erfaringsbakgrunn og livsopplevelser og vil derved ha ulike referanserammer eller følelsesmessige filtre.

Investoren oppfatter signaler fra markedet innen sin *referanseramme* (*frame*) som vil være individuell. Ulike investorer vil derfor kunne handle ulikt basert på de samme stimulus fra markedet. Personer gjør hele tiden feil i resonering og dette kalles *kognitiv bias*. En slik bias er *overdreven til-lit*. Beslutningstakere har en tendens til å overdrive deres egen dyktighet og suksess. I en studentundersøkelse fant en at 70-90 % av bilførere vurderer seg selv til å være blant de 20-30 % beste bilførere. (Svenson 1980).

Mennesket har en tendens til å være overmodig og har ofte urealistiske oppfatninger av egne evner og tror at det er bedre enn gjennomsnittet. Det er ofte en tendens til å forsterke betydningen av informasjon som støtter under egne oppfatninger og se bort fra informasjon som ikke gjør det. (*Selv-bekreftelse*).

Vi har også en motvilje mot å innrømme feil. Noe som fører til at vi underestimerer betydningen av de feil vi gjør. Dette kan føre til at vi ikke kvitter oss med verdipapirer som er tydelige feilinvesteringer fordi vi ikke vil innrømme at vi tok feil (*Angeraversjon*).

*Forankring* er en bias som gjør at vi bruker en pris som er kjent for oss når vi skal foreta en beslutning. Det kan være den prisen vi i sin tid gav for aksjen som brukes som referansepunkt (et anker) når vi vurderer å selge. Dette kan forlede oss til å beholde taps aksjer lengre enn vi burde.

En annen bias er *flokkadferd* hvor investoren i panikksituasjon følger flokken. Her slutter investoren å følge egne selvstendige beslutninger, men viser typisk flokkadferd og handler instinktivt. Slik flokkadferd er ikke alltid rasjonelt og kan føre til dannelse av eller sprekking av bobler. (It-boblen)

Statman (2017) gir en god forklaring på hvorfor verden trenger behavioristisk finans:

*"People in standard finance are rational. They are not confused by frames, they are not affected by cognitive errors, they do not know the pain of regret, and they have no lapses of self control. People in behavioral finance may not always be rational but they are always normal. Normal people are often confused by frames, affected by cognitive errors and know the pain of regret, and the difficulty of self control."*

## 5.4 Markedssentrerte teorier

De markedssentrerte teorier tar utgangspunkt i tilbud og etterspørsel i et marked av aksjer. Transaksjonskostnader er et viktig element, men i dette notatet er de antatt være lik null siden de er tilnærmet like.

### 5.4.1 Teknisk analyse

Blume og Siegel (1992) undersøker også trender i diagram over verdipapirets utvikling over år. Tilhengere av teknisk analyse kalles for *kartister*. Denne metoden går ut på å prøve å forutsi prisen på verdipapirer gjennom en analyse av trender i et diagram eller et kart. Eksempel er *Dow Theory* (1902).

Slik analyse baseres på en antagelse om at historien gjentar seg selv. Dette betyr at tidligere trender eller mønstre i hvordan prising av verdipapirer oppfører seg også antas å forekomme i fremtiden. Kartistene vil derfor samle seg mange mønstre som de søker å finne igjen i fremtiden og at de derved makter å forutsi det videre forløpet i mønsteret. I teknisk analyse antas det at tidsrekken av avkastninger  $\{r_t\}$  vil gjenta seg i gitte intervall slik at det dannes mønstre eller trender. Tidsrekken kan være stasjonær, dvs. tidsrekken inneholder periodiske gjenntagelser.

Aksjer følger gjerne *trender* i lengre perioder, men før eller siden vil de fleste selskaper oppleve ytre hendelser eller sjokk som gir et midlertidig, eller varig avvik fra trenden. Slike hendelser kan være at selskapet får nye store kunder eller nye ordrer, at selskapets virksomhet reguleres eller forbyes, eller at selskapet går konkurs. Investorer som kun baserer seg på teknisk analyse vil gå glipp av slike viktige påvirkningsforhold, derfor vil teknisk analyse aldri i seg selv være nok for å investere i aksjer over tid.

Forskjellige metoder anvendes og ved bruk av flere av metodene kan en sikrere si noe om kursutviklingen. Hovedmetodene er å enten studere

- analyse av mønstre i kursutviklingen (analyse av topper og bunner)
- trendanalyse i form av glidende gjennomsnittsverdi (SMA)
- relativ styrkeanalyse (RSA). Analysere hvor lenge en aksjekurs har vært fallende eller stigende. RSA angir sannsynligheter for at retningen av kursen. Ser på en tidsperiode (2 uker) bare stigning gir  $RSA = 1$ , bare nedgang  $RSA = 0$ . Beslutningsregelen er da  $RSA > 0.8 \rightarrow$  selg og  $RSA < 0.2 \rightarrow$  kjøp. Ellers  $0.2 \leq RSA \leq 0.8$  behold aksjene.

I senere teorier som hos Fama i 1965 hevdes det at prisene på verdipapirer ikke er repetitive, men at de er uforutsigbare, de følger en random walk oppførsel. Fama ser derved på teknisk analyse som fullstendig verdiløs. Fama (1995:15) hevder *"If the random-walk model is a valid description of reality, the work of the chartist, like that of the astrologer, is of no real value in stockmarket analysis."*

## 5.4.2 Den effisiente markedshypotesen

Eugene Fama (1965) fremsatte hypotesen om at all tilgjengelige informasjon virker inn på prisdannelsen i markedet for verdipapirer gjennom hva han kalte et *effisient marked*.

### Den effisiente markedshypotesen (/teori) - EMH eller EMT

Med et effisient kapitalmarked mener vi et marked hvor prisen på alle verdipapir reflekterer tilgjengelig informasjon.

Fama skiller mellom tre nivå av markedseffisiens:

1. *Nivå: Svak form for effisiens* – Et marked er *svakt effisient* hvis de aktuelle priser reflekterer alle tidligere priser og informasjon om omsetningsvolum. Når et marked sies å være effisient i en svak betydning betyr det at en ikke kan gjøre meningsfulle spådommer om den fremtidige prisutvikling basert på slik informasjon.
2. *Nivå: Semi-sterk form for effisiens* – Den aktuelle prisen på et verdipapir reflekterer all offentlig tilgjengelig informasjon. Dette betyr at slik informasjon ikke har noen verdi for å kunne forutsi fremtidig prisutvikling siden informasjonen allerede er gjort rede for i den aktuelle prisen.
3. *Nivå: Sterk form for effisiens* – Et marked er effisient i sterk betydning hvis aktuell pris på en aksje avspeiler all informasjon både offentlig og ikke-offentlig.

Siden prisene reflekter fremtidig pris i et effisient marked vil den eneste grunnen til endring av pris være tilkomst av ny og uventet informasjon. Denne informasjonen kan forårsake enten en stigning eller en nedgang i prisen på en aksje og selve endringen er derfor uforutsigbar.

Fama (1965b:2-16) formulerte også *random-walk* teorien for aksjekurser. Innen fagfeltet er det stor aksept for holdbarheten til denne teorien, men det er også flere som peker på mangler som Lowenstein (1994:925-944) og Ibbotson (2015:93.97).

Fama (1970) konkluderte senere at empirisk evidens opp til 1970 understøttet den svake og den semi-sterke formen av hypotesen om markedseffektivitet (Ang 2010).

Teorien er her basert på ulike antagelser, men det er også fremsatt utvidede teorier hvor en eller flere av disse forutsetningene ikke er oppfylt.

### 5.4.3 Kapitalverdimodellen - CAPM

Sharpe (1964) satte sammen med Treynor, Lintner og Mossin frem CAPM-modellen. Sharpe fikk nobelprisen i økonomi for sitt arbeid i 1990 sammen med Markowitz og Miller. Teorien er akseptert i stor grad og er videreutviklet av blant annet Jarrow (1994).

Sharpe påpekte at beskrivelsen av oppførselen i verdipapirmarkedet manglet en mikroøkonomisk teori som gjorde rede for risiko på en korrekt måte. Han utviklet en likevektsteori for verdipapirprising under ulike risikobetingelser.

Sharpe (1964) definerer *nytte*  $U(E_p, \sigma_p)$  som en funksjon av forventet avkastning ( $E_p = E(r_p)$ ) og risiko (standardavvik) ( $\sigma_p$ ) til en portefølje  $p = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Investorer vil *ceteris paribus* foretrekke en høyere forventet fremtidig avkastning fremfor en lavere slik at  $\delta U / \delta E_p > 0$ . Investoren er også risikoavers slik at han vil foretrekke investeringer som har et lavere nivå av  $\sigma_p$ . Eller for et gitt nivå av  $E_p$  har vi  $\delta U / \delta \sigma_p < 0$ . Han antok at indifferenskurvene uttrykt ved  $E_p$  og  $\sigma_p$  var konvekse.

Markedsporteføljen benevnes  $p_m$  og omfatter nesten alle aksjene på børsen med den forventede avkastning er  $E(r_m)$  og variansen  $\sigma_m^2$ . Den risikofrie renten benevnes  $r_f$ . For en vilkårlig aksje  $j$  har vi da at

$$E(r_j) = r_f + \beta_j(E(r_m) - r_f) \quad (5.4.1)$$

hvor

$$\beta_j = \frac{Cov(r_j, r_m)}{\sigma_m^2} \quad (5.4.2)$$

kalles for *beta* til aksje  $j$ . I CAPM-modellen vil forventningen til vilkårlig portefølje  $p = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  kunne skrives som

$$E(r_p) = r_f + \beta_p(E(r_m) - r_f) \quad (5.4.3)$$

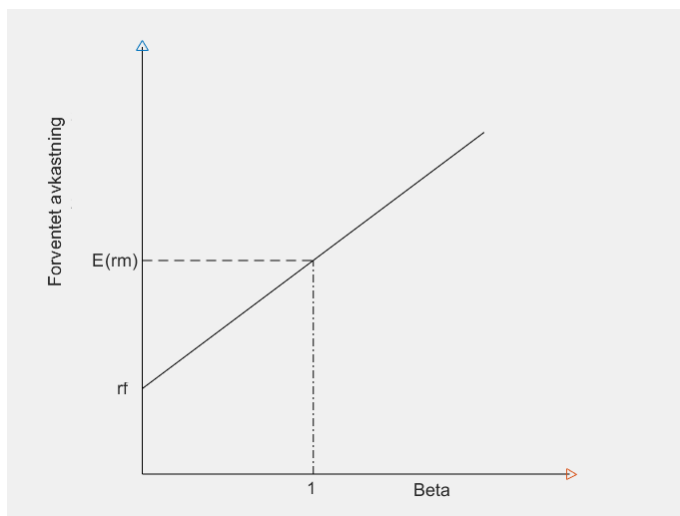
hvor

$$\beta_p = \sum_{j=1}^n x_j \beta_j \quad (5.4.4)$$

Betaverdien er et viktig mål på risiko både for individuelle aksjer og for porteføljer og måler den ikke-diversifiserbare risikoen.

Denne modelles kalles ofte for en *likevektsmodell* for markedet.

I likevekt vil prisen på verdipapirer – justere seg slik at hvis investoren har fulgt alle rasjonale prosedyrer som primært er diversifisering (som er et resultat av optimering) – ligge i et punkt på *verdipapirmarkedslinjen*. Denne kurven er i figur 5.4 fremstilt som en rett linje. Markedet har to typer av kostnader, *tidskostnad* (price of time) som er markedsrenten og *risikokostnad* (price of risk) som er endring i forventet avkastning per risikoenhet.



Figur 5.5: Beta til en vilkårlig aksje

Den rette linjen i figur 5.5 kalles for *verdipapirmarkedslinjen* (Securities Market Line - SML). Hellingsvinkelen til SML er lik  $E(r_m) - r_f$  og den skjærer den vertikale akse i punktet  $r_f$ . (Av formel 5.4.1).

Beta ( $\beta$ ) måler kun den systematiske risiko eller i hvilken grad porteføljens forventede avkastning og markedsavkastningen beveger seg i samme retning (samvarierer, korrelerer). Betaverdiens betydning for en aksje:

1.  $\beta_m = 1$  – Markedsporteføljen har beta lik 1

For en veldiversifisert portefølje  $p$  har vi at

1.  $\beta_p = -1$  – Perfekt negativ samvariasjon.
2.  $-1 < \beta_p < 0$  – Delvis negativ samvariasjon.
3.  $\beta_p = 0$  – Er ukorrelert med markedsporteføljen. Det er ingen samvariasjon mellom porteføljen og markedsporteføljen.
4.  $0 < \beta_p < 1$  – Porteføljen har mindre risiko enn markedsporteføljen.
5.  $\beta_p = 1$  – Porteføljen har samme risiko enn markedsporteføljen.
6.  $\beta_p > 1$  – Porteføljen har større risiko enn markedsporteføljen.

### 5.4.3.1 APT - Strategisk portefølje planlegging

Ross (1976) satte frem sin arbitrasje pristeori (APT) som er en utvidelse av CAPM-teorien. Kjernen i teorien er at det bare er et fåtall systematiske faktorer som påvirker den gjennomsnittlige langsiktige avkastningen av finansielle verdipapirer. Teorien gir rom for at det er mange faktorer som påvirker de kortsiktige prisfluktasjoner av aksjekurser, men fokuserer på å identifisere noen få langtvirkende makroøkonomiske faktorer.

Teorien uttrykker sammenhengen mellom 5 systematiske faktorer som er gitt under i tillegg til markedsporteføljen og de usystematiske faktorer ved

$$E(r_j) = r_f + \beta_m^j (E(r_m - r_f)) + \beta_1^j h_1 + \beta_2^j h_2 + \beta_3^j h_3 + \beta_4^j h_4 + \beta_5^j h_5 + e_j \quad (5.4.5)$$

hvor

$E(r_j)$  - forventet avkastning til aksje j

$r_f$  - risikofri rente

$r_m$  - forventet avkastning av markedsporteføljen

$\beta_m^j$  - beta til markedsporteføljen for aksje j

$\beta_i^j$  - sensitivitet til endringer i systematisk faktor  $h_i$  for aksje j

$h_i$  - forventet avkastning av den systematiske faktor  $h_i$

$e_j$  - avkastning av alle de usystematiske faktorer hvor  $E(e_j) = 0$

De systematiske faktorene  $h_i$  er nummerert under

1. Uforutsatte endringer i inflasjon
2. Uforutsatte økonomiske endringer i industriell produksjon
3. Uforutsatte endringer i risikopremier (målt ved ulikhet mellom lavpriset og høypriset obligasjoner)
4. Uforutsatte endringer i rentebanen
5. Uforutsatte endringer i valutakurser

Avkastningen av individuelle aksjer vil i løpet av en periode bli utsatt for et mangfold av forutsatte og uforutsatte påvirkninger. En utfordring er her å skille mellom uforutsatte og forutsatte endringer. De forutsatte endringer vil allerede være tatt hensyn til i markedsprisen og effekten av de usystematiske faktorene vil derved bli jevnet ut av diversifiseringen.

Det er sensibiliteten til de uforutsatte endringer som muliggjør en strategisk portefølje planlegging. I tillegg til de fem grunnleggende makroøkonomiske risikofaktorene som er nevnt i dette avsnitt, vil vi i neste avsnitt (5.4.3.3) prøve å identifisere ytterligere noen faktorer som vi kan bruke for å øke avkastningen av vår portefølje.

Ross (1976) lanserte APT som er utvidelse av CAPM modellen til Sharp. Teorien er utviklet videre av flere (Shefrin, Statman 1994) til å utgjøre en behavioristisk multifaktor modell

$$E(r_j) = r_f + \beta(r_m - r_f) + \alpha X_1 + \delta X_2 + \gamma X_3 + \tau X_4 \quad (5.4.6)$$

hvor det her er 5 faktor modell. Men modellen kan utvides med flere faktorer til en mer omfattende modell.

### 5.4.3.2 Passiv og aktiv forvaltning

Ang (2010) hevder at alle moderne investorer står overfor den grunnleggende beslutning om å bruke en passiv forvaltningstrategi, en aktiv forvaltningstrategi eller en kombinasjon av disse to tilnærmelsene.

En passiv forvaltningsstrategi er også kjent som *indeksering* og prøver å kopiere resultatene til en indeksert samling av verdipapirer som har en positiv avkastning og akseptabel risiko for investoren. Teorien bak er den effisiente markedshypotesen (EMH) som sier at prisen på et verdipapir reflekterer all tilgjengelig informasjon om aksjen på ethvert tidspunkt. Hvis denne teorien er korrekt vil det være umulig for en investor å konsistent kunne slå markedet, basert på den type info som ligger i EMH.

I markedet for verdipapirer med svært mange deltagere, vil "den usynlige hånden" drive markedsprisene mot likevekt slik at den spekulative profitten blir null. I et slikt spekulativt marked skulle det derfor ikke være mulig å få en fortjeneste, men det er likevel alltid noen som tjener penger i aksjemarkedet. I følge EMH vil det i forventning ikke kunne eksistere feilprisede verdipapirer siden "den usynlige hånden" antas å bevege seg hurtigere enn investorene.

Men EMH kan ikke være så absolutt. Det finnes investorer som f. eks. Warren Buffett som tjener store penger ved å utnytte slike feilprisinger i markedet. Dette gjør at vi må se oss nødt til å justere hvor strengt vi vil kunne tolke kravene som stilles ved EMH.

EMH omtaler at all tilgjengelig *informasjon* om marked er tilgjengelig. For å uttrykke oss mer presist må vi skille mellom begrepene *informasjon* og *data*. *Informasjon oppstår først etter bearbeiding av data*. Noen av disse bearbeidingene er åpenbare og kan få umiddelbare virkninger i markedet, mens andre vil kreve omfattende analyse før informasjonen blir kjent.

Dette vil kunne bety at intensiv bearbeiding av data som finner sted f. eks. ved verdiinvestering vil kunne avdekke feilprising av verdipapirer som kan utnyttes til å oppnå ekstra avkastning. Men denne ekstra innsats vil koste. Så det må regnes på om den ekstra kostnaden er mindre enn den ekstra avkastningen. Dette vil da utgjøre aktiv forvaltning.

I de tre siste seksjonene 5.4.3.1, 5.4.3.2 og 5.4.3.3 indikeres flere ulike faktorer som kan inkorporeres i en multifaktor modell.



### 5.4.3.3 Faktorinvestering

Hou, Karolyi og Kho (2011) søker å utvide APT-teorien presentert i seksjon 5.4.3.1 ved å identifiserer noen bedriftsøkonomiske faktorer. De påpeker at det er mye evidens for at slike faktorer relatert til et selskaps økonomiske karakteristikk har innvirkning på forholdet mellom selskapenes avkastning og risiko. Noen aktuelle faktorer er:

- *Momentum investering* – går ut på å investere i aksjer som har hatt god avkastning de siste 9-12 måneder. Filosofien bak er kort sagt å beholde vinnerne og kutte ut taperne.  
Vurderingen foretas hvert halvår.

En strategi kan gå ut på:

1. Selg de 30 % av aksjene med svakest avkastning i porteføljen
  2. Behold de øvrige aksjer i porteføljen.
  3. Utvid porteføljen med kjøp av de 30 % aksjer med best avkastning i markedet.
- *Rentabilitet* – En virksomhets rentabilitet eller lønnsomhet finnes ved å se på selskapets resultat og inntjening i forhold til andre regnskapstall. Et slikt mål kan være avkastningsgraden ( $D_{perI}$ ):

$$D_{perI} = \frac{DE}{IK} = \frac{\text{Driftsresultat etter skatt}}{\text{Investert kapital}} \quad (5.4.7)$$

- *Kapitalverdivekst* – Selskapet bør ha vekst eller verdiøkning gjennom økning i selskapets egenkapital. Forholdet mellom markedsverdi og bokført verdi bør bedres.

$$M_{perP} = \frac{MS}{PB} = \frac{\text{Selskapets markedsverdi}}{\text{Selskapets bokførte verdi}} \quad (5.4.8)$$

- *Inntjening per aksje* – sammenligner selskapets markedspris med inntjening -  $M_{perF}$

$$M_{perF} = \frac{MS}{FO} = \frac{\text{Markedspris}}{\text{Inntjening}} \quad (5.4.9)$$

- *Utbytte per aksje* – ( $U_{perM}$ ) Angir hvor mye selskapet betaler i utbytte sett i forhold til aksjeprisen.

$$U_{perM} = \frac{UB}{MS} = \frac{\text{Totaltutbytte}}{\text{Markedspris}} \quad (5.4.10)$$

- *Kontantstrøm per aksje* – Viser verdien av selskapets omsetning per aksjeverdi. Her vil det være store forskjeller mellom ulike typer foretak. Et skipsbyggeri vil f.eks. ha svært ujevn kapitalflyt, mens et foretak som selger forbruksvarer vil ha en jevnere kapitalflyt. Dette kan ha betydning for selskapets likviditet.

- *Kvalitetsforvaltning* – Benjamin Graham (1973) foreslår følgende strategi:
  - Krav: Sammenhengende 10 år med positiv inntjening
  - Krav: Positivt utbytte de siste 10 år
  - Krav: 33 % inntjeningsvekst de siste 10 år
  - Krav: Gjeld/aktiva < 1.10
  - Krav: Omløpsmidler / kortsiktig gjeld > 1.5
  - Krav: Egenkapitalens markedsverdi/ bokført verdi < 1.20
- *Nyskappingsgraden* – Fremtidig vekst i et selskap avhenger av hvor innovativt selskapet er og om de viser omstilling til endrede teknologier. Selskapets nyskappingsgrad kan måles gjennom selskapets satsing på forskning og utvikling av ny teknologi. F. eks. var Kodak for sent ute med å tilpasse seg digital fototeknologi.
- *Størrelse* – I hvilken grad vil størrelsen av foretaket påvirke dets fremtidige avkastning?
- *Sektortilhørighet* – Fortjenestemulighetene vil variere etter hvilken sektor foretaket tilhører. Er det mulig å forbedre avkastning ved strategisk valg av sektorer? Vil sektorer som historisk har hatt stor avkastning fortsette med det?
- *Psykologiske faktorer* – Mange hevder at foretak som ledes av kvinner ofte tar mindre risiko. Er dette riktig, og kan det være en faktor som påvirker fremtidig avkastning? Det hevdes også at likestillingsgraden i et selskap påvirker selskapets inntjening og derved også aksjeverdien.
- *Nedadgående eller voksende teknologier* – Skal en investere i oljesektoren eller i grønn teknologi? Mange hevder at oljesektoren er på vei ut mens grønn teknologi i vekst. Hvordan påvirker dette forholdet mellom risiko og avkastning?
- *Etiske faktorer* – Mange mener at en bør velge investeringer etter etiske retningslinjer, og ikke bare tenke på avkastning. Derfor bør en velge bort noen investeringer i foretak som gjør bruk av barnearbeid, hogger ned regnskog eller driver med spill. Dette er en faktor hvor investoren gir fra seg en mulighet for meravkastning.
- *Politiske faktorer* – Dersom en ønsker å investere i selskaper som har aktiviteter i land hvor det er ustabile politiske forhold, vil foretaket kunne tape stort der. Dette må vurderes som en ekstra risiko. En må derfor foreta en ekstra risikovurdering av internasjonale selskap.
- *Risikofaktorer* – Investoren må vurdere selskapets likviditetsrisiko. Han kan ønske kun å investere i selskap med god likviditet.



## Kapittel 6

# Om risiko og ulike risikomål

### 6.1 Intuitiv oppfatning av risiko

All investering involverer risiko. I aksjehandel er risiko knyttet opp mot faren for å tape penger. Men hva er risiko og hvordan måles den? Hvilken risiko er det i enkeltaksjer og i porteføljer? Kan risiko reduseres? Og i såfall hvordan? Er det mulig å forsikre seg mot risiko?

Det er ingen felles definisjon av risiko som de ulike fagområder er enige om. Innen finans betraktes *risiko* som synonymt med *usikkerhet* (Bøhren 2017). For hele porteføljen et individ holder blir risiko uttrykt som standardavvik. Basert på historiske data kan dette beregnes ved statistiske metoder.

Men risiko er usikkerhet rundt vurderinger om hvordan verden vil se ut i fremtiden. Slike vurderinger er basert på mer eller mindre sikre fakta og vil være avhengig av personen som står bak vurderingene. Oppfatning av risiko er ofte subjektiv og vil variere fra person til person.

I Markowitz porteføljeteori brukes *variansen* eller *standardavviket* til aksjene som et uttrykk for risiko. I sin porteføljeteori fastla Markowitz en effisient portefølje slik at den gav maksimal avkastning for en gitt risiko og gitte historiske data.

Men risiko kan også defineres på andre måter enn som varians eller standardavvik. Jeg vil i seksjon 6.2 gå gjennom ulike måter å definere avviksmål på. Variansen beregner avvik fra en gjennomsnittsverdi og både avvik over og avvik under denne gjennomsnittsverdien betraktes på samme måten. Men intuitivt oppfatter investorer bare avvik under gjennomsnittsverdien som problematiske. Et slikt risikomål er *semivarians* hvor kun slike negative avvik tas med.

I porteføljeteori kan også risiko defineres ved *porteføljetapet* hvor investoren fastsetter er skranke for hvor stort tap han maksimalt kan akseptere. Tapsfunksjonen er gjennomgått i 6.3.1, med de to risikomålene VaR og CVaR i henholdsvis seksjon 6.3.1.1 og seksjon 6.3.1.2. Egenskaper ved de ulike risikomålene gjennomgås i seksjon 6.1. Her gis en oversikt over egenskaper

ved de ulike risikomålene og av sammenhengen mellom dem.

Jeg ønsker å undersøke de ulike risikomålene som er samlet i dette kapitlet nærmere. I kapittel 7 implementerer jeg disse definisjonene i et optimeringsprogram, mens jeg i kapittel 9 undersøker om det gjør noen forskjell for analysen at jeg bruker ulike risikodefinsjoner. Vil disse alternative risikodefinsjonene forbedre analysen?

Uryasev (2010:17) påpeker at *risiko* kan oppfattes på to ulike måter:

- **I Risiko kan defineres som avvik fra forventet utfall**  
Ofte som standardavvik.
- **II Risiko kan defineres som et mulig tap**  
Risiko eller tapet er da en mengde kapital som vi må legge til en portefølje (eller et prosjekt) for at det skal gå i null. En investor betrakter den risiko han tar ved en investering lik det maksimale tap han kan lide.

Eksempel 1: Gitt tre like sannsynlige utfall  $\{0,6,9\}$

I følge avviksdefinisjon er standardavvik og risiko  $> 0$ .

I følge tapsdefinisjon er det maksimalt tap  $= 0$  og risiko  $= 0$ .

Eksempel 2: Gitt tre like sannsynlige utfall  $\{-5,2,4\}$

I følge avviksdefinisjon er risiko målt ved standardavvik  $= 3.8$

I følge tapsdefinisjon er maksimalt tap  $= 5$  og risiko  $= 5$ .

## 6.2 Noen aktuelle risikobegrep

*Risiko* eller *usikkerhet* kan defineres på flere måter. Intuitivt må risikoen være 0 når det ikke er noen risiko, og stige etterhvert som risikoen øker. Dette gjelder både for risiko målt ved avvik og målt ved tap.

Jeg vil i dette notatet undersøke ulike definisjoner av risiko.

Vi kan definere en funksjon som måler risiko på flere ulike måter. Jeg vil undersøke følgende varianter (Markowitz 2014:124)

- Avviksdefinisjoner  $\mathfrak{R}$ 
  1. *Varians* eller *standardavvik* ( $\mathfrak{R}_1$ )
  2. *Semivarians* ( $\mathfrak{R}_2$ )
  3. *Avvik* ( $\mathfrak{R}_3$ )
  4. *Semiavvik* ( $\mathfrak{R}_4$ )
- Tapsdefinisjoner  $\Gamma$  (Sarykalin 2008)
  5. *Value-at-Risk* – VaR (Inkludert i CVaR) ( $\Gamma_1$ )
  6. *Betinget-Value-at-Risk* – CVaR ( $\Gamma_2$ )

### 6.3 Porteføljetap

En investor ønsker å oppnå *fortjeneste* på investeringene sine. Hans intuitive oppfatning av hvilken *risiko* han utsetter seg for gjennom sin portefølje er hvor mye han risikerer å *tape* på porteføljen. Han tenker ikke på standardavvik, men på sitt mulige porteføljetap. Hvordan kan det minimeres?

Investoren taper verdier når og bare når den realiserte avkastningen av hans portefølje gitt i formel 3.7.1 er negativ. Det kan den bare være når den realiserte avkastningen av en aksje gitt i formel 3.6.1 er negativ.

*Avkastningsfunksjonen* for et verdipapir  $j$  over en periode  $[t, t + \Delta]$  defineres til å være summen av logaritmen til avkastningsratene i denne perioden:

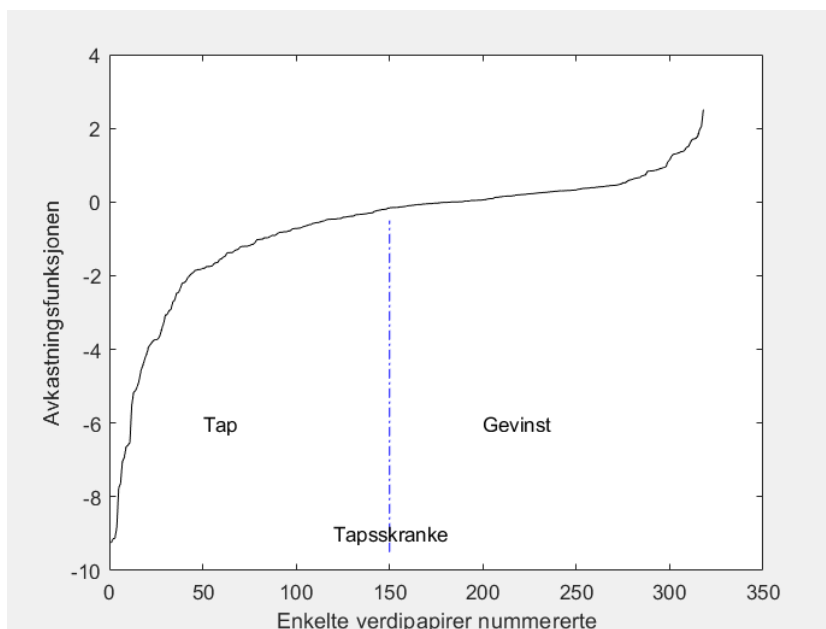
$$L_{[t,t+\Delta]}(j) = \sum_t^{t+\Delta} \ln\left(\frac{p_{t+1,j}}{p_{t,j}}\right) \tag{6.3.1}$$

hvor  $L_{[t,t+\Delta]}(j)$  er avkastningsfunksjonen til verdipapirer  $j$  ved tiden  $t$  og  $\Delta$  er tidshorizonten som det er relevant for å beregne tapet over (når vi betrakter daglige data er  $\Delta = 1$ , for uker er  $\Delta = 5$ , mens det for årlige data er  $\Delta = 251$ , antall børsdager.)

Boffelli (2016:188-189) definerer da *tapsfordelingen*  $F_{L_{[t,t+\Delta]}(j)}$  ved:

$$F_{L_{[t,t+\Delta]}(j)} = \{L_{[t,t+\Delta]}(j) : P(L_{[t,t+\Delta]}(j) \leq l)\} \tag{6.3.2}$$

hvor  $l$  er en tapskranke. Her kan  $l$  være fast for hele analysen eller variere med tiden  $t$ . Jeg bruker en fast skranke  $l$ .



Figur 6.1: Avkastningsfunksjonen  $L_{[t,t+\Delta]}(j)$  sortert for hele perioden

## 6.3.1 Tapsmål

### 6.3.1.1 VaR

Det mest kjente målet på risiko som er knyttet direkte opp mot tapsfunksjonen, er VaR, *Value-at-Risk*. Dette målet ble introdusert av J. P. Morgan i 1990-årene og det har siden fått stor utbredelse innen finanssektoren på grunn av at det er enkelt å bruke. VaR målet gir svar på følgende spørsmål:

*Hva er det maksimale tap som min portefølje kan lide de neste  $\Delta$  dagene med en sannsynlighet lik  $1 - \alpha$  ?*

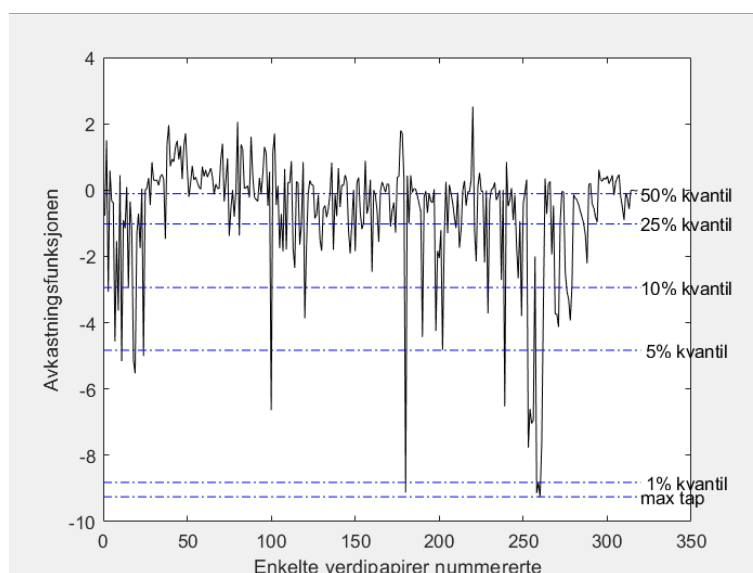
Vi vil nå gi en formell definisjon av VaR som  $l$ -kvantilen til tapsfordelingen. (Boffelli 2016:190) Konfidensnivået til  $\alpha$  er typisk et tall i intervallet 0,95 og 1 og horisonten er mellom 1 og 10 dager.

**Definisjon 4.1** La  $\alpha \in (0, 1)$  være det konfidensnivået som vi ønsker å bestemme VaR for. Da er  $\alpha$ -nivået til VaR:

$$VaR_{\alpha}(j) = \inf\{l \in R : P(L_{[t, t+\Delta]}(j) \leq l) \leq (1 - \alpha)\} \quad \forall j \quad (6.3.3)$$

VaR bruker også kvantiler hvor parameteren  $\alpha$  først må bestemmes ut fra hvor stort tap jeg vil akseptere å lide.

I figur 6.2 har jeg skissert det aktuelle datasettet som brukes i oppgaven med kvantiler tegnet inn. Ulempen med VaR er at vi ikke får noen indikasjon på hvor *omfattende* tapet er. Bare at det er over den skranken ( $l$ -kvantil) vi har valgt og hvor lang perioden er.



Figur 6.2: Brukt datasett med kvantiler inntegnet

### 6.3.1.2 CVaR

Dataene trenger ikke å være normalfordelt, men siden VaR metoden ikke tar høyde for formen av halen vil denne metoden ha sine begrensninger for analyse av data som ikke er normalfordelte. For å ta høyde for de manglene som VaR har, innfører vi en betingelse slik at vi med utgangspunkt i den valgte verdien for VaR beregnet middelveidien av det overskytende tap (tapet i halen etter valget av VaR). Deretter beregnes CVaR som det vektete gjennomsnittet av disse to verdiene. På denne måten tar jeg hensyn til størrelsen av tapet i halen.

**Definisjon 4.2**  $CVaR_\alpha$  eller kvantilmål av tap er gitt ved:

- $CVaR_\alpha^+$  er et forventet tap som skal være strengt større enn tapet til VaR:

$$CVaR_\alpha^+(j) = E [L_t(j) : L_t(j) < VaR_\alpha(j)] \quad (6.3.4)$$

- $CVaR_\alpha$  er det veide gjennomsnitt av  $VaR_\alpha$  og  $CVaR_\alpha^+$  uttrykt ved

- hvis  $F_{L_t}(VaR_\alpha(j)) < 1$  :

$$CVaR_\alpha(j) =$$

$$\lambda L_t(j) VaR_\alpha(j) + (1 - \lambda) L_t(j) CVaR_\alpha^+(j) \quad (6.3.5)$$

- hvis  $L_t(j)(VaR_\alpha(j)) = 1$  :

$$CVaR_\alpha(j) = VaR_\alpha(j)$$

- For diskret fordelingfunksjon:

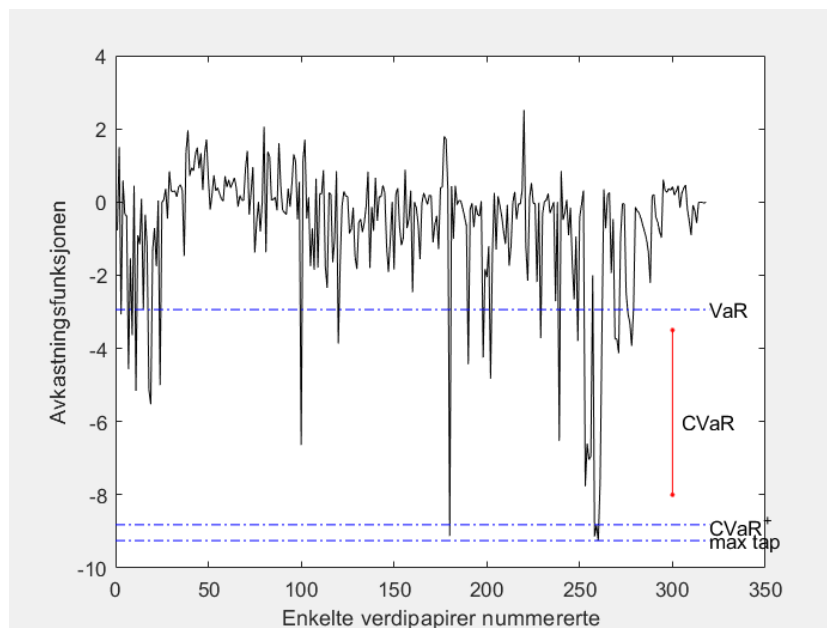
$$\lambda(L_t(j)) = \frac{L_t(VaR_\alpha(j)) - \alpha}{1 - \alpha} \quad (6.3.6)$$

- For kontinuerlig fordelingsfunksjon:

$$\lambda L_t(j) = 0 \quad (6.3.7)$$

Betinget  $VaR_\alpha$  eller  $CVaR_\alpha$  er en utvidelse av definisjonen til  $VaR_\alpha$ .  $CVaR_\alpha$  kalles en superkvantil og er avhengig av vårt valg av  $\alpha$ . Definisjonen er hentet fra Uryasev (2010:7-9).





Figur 6.3: Datasettet med inntegnet VaR og CVaR

Vi velger en sannsynlighet for tap  $\alpha$  og bestemmer VaR som den minste verdien av  $z$  slik at  $L_{[t,t+\Delta]}(z) \geq \alpha$ . Dette er markert ved VaR i figur 6.3. Differansen mellom VaR-verdien og gjennomsnittet (eller 0-verdien) er da *VaR avviket*. Differansen mellom CVaR og gjennomsnittet er *CVaR avviket*.

Det maksimale tapet er markert og er litt større enn  $CVaR_{\alpha}^{+}$ . Differansen mellom det maksimale tap og valgt verdi utgjør *det maksimale tapsavviket*. I stedet for gjennomsnittet kunne vi valgt verdien 0 hvor tapet begynner.

I figur 6.3 er verdien for  $VaR_{\alpha}$  valgt ut her som 10%-kvantil og tegnet inn. Deretter er  $CVaR_{\alpha}^{+}$  valgt til å ligge mellom  $VaR_{\alpha}$  og  $max - tap$ . Her valgt ut som 1%-kvantil. Jeg velger også en vekt  $\lambda$  og beregner det veide gjennomsnittet mellom  $VaR_{\alpha}$  og  $CVaR_{\alpha}^{+}$ .

$$CVaR = \lambda VaR + (1 - \lambda) CVaR^{+} \quad (6.3.8)$$

På figur 6.3 vil  $CVaR$  ligge et sted på den røde vertikale linjen mellom  $VaR_{\alpha}$  og  $CVaR_{\alpha}^{+}$ .

Det må testes ut hvordan disse ulike valgene påvirker den forventede og den historiske avkastningen av de ulike porteføljene som kan genereres.

### 6.3.2 Aksiomer for risikomål

Krokhmal et. al. (2011:52) understreker det fundamentale synspunkt at beslutninger under usikkerhet kan evalueres uttrykt i sammenhengen mellom risiko og avkastning. Men begrepet *risiko* er ofte blitt svakt beskrevet i finans og må derfor formaliseres. I finans har en ofte brukt mer uformelle tapsmål som er lett å oppfatte intuitivt for investorer, men som ikke alltid har de nødvendige matematiske egenskapene.

For å kunne implementere risiko i et matematisk optimeringsprogram, bør alle risikomål oppfylle ett av de to aksiomsettene som er gitt nedenfor enten som avviksmål eller tapsmål. De må være oppfylt for at datamaskinen skal kunne oppfattes som en rasjonell beslutningstaker.

#### 6.3.2.1 Som avviksmål

Risiko kan defineres ved *avvik* (*usikkerhet i utfallet*) og Uryasev gav følgende aksiom for et risikomål basert på avvik ( $\mathfrak{D}$ ). Rockafellar et al (2006) definerer *avvik som et risikomål* ved en funksjon  $\mathfrak{D} : \mathcal{L}^2(\Omega) \rightarrow [0, \infty]$  Her står  $\mathbf{x}$  for en lineær kombinasjon av de random variabel  $r_i \in \Omega$  som representerer avkastningen. Avviksmålet  $\mathfrak{D}$  er minimalisert over en undermengde av  $\mathcal{L}^2(\Omega)$ . Følgende aksiom definerer da funksjonen  $\mathfrak{D}$ :

- D1: Konstant

$$\mathfrak{D}(\mathbf{c}) = \mathbf{0} \text{ for } \mathbf{c} \text{ konstant, } \mathfrak{D}(\mathbf{c}) > \mathbf{0} \text{ ellers} \quad (6.3.9)$$

- D2: Konveksitet

$$\mathfrak{D}((1 - \lambda)\mathbf{x} + \lambda\mathbf{x}') \leq (1 - \lambda)\mathfrak{D}(\mathbf{x}) + \lambda\mathfrak{D}(\mathbf{x}') \text{ for } \lambda \in ]0, 1[ \quad (6.3.10)$$

- D3: Lukkethet

$$\mathfrak{D}(\mathbf{x}) \leq d \text{ dersom } \|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}\|_2 \rightarrow 0 \text{ med } \mathfrak{D}(\mathbf{x}^k) \leq d \quad (6.3.11)$$

- D4: Positiv homogenitet

$$\mathfrak{D}(\lambda\mathbf{x}) = \lambda\mathfrak{D}(\mathbf{x}) \text{ for } \lambda > 0 \quad (6.3.12)$$

- D5: Øvre skranke avgrensning

$$\mathfrak{D}(\mathbf{x}) \leq \sup \{\mathbf{x}\} - E[\mathbf{x}] \quad (6.3.13)$$

Et risikomål ( $\mathfrak{D}$ ) kan tilfredsstillere en eller flere av disse aksiom, og gir ulike grupperinger med ulike egenskaper:

- *Avviksmål i utvidet betydning.*  
Oppfyller definisjonene D1, D2 og D3.

- *Avviksmål.*  
Oppfyller definisjonene D1, D2, D3 og D4.
- *Koherent avviksmål i utvidet betydning.*  
Oppfyller definisjonene D1, D2, D3 og D5.
- *Koherent avviksmål.*  
Oppfyller definisjonene D1, D2, D3, D4 og D5.

Eksempler på avviksmål:

- Standardavvik
- Standard semiavvik
- Gjennomsnittlig absolutte avvik

### 6.3.2.2 Som tapsmål

Rockafellar et al (2006) definerer *tap som et risikomål* ved en funksjon  $\Gamma : \mathcal{L}^2(\Omega) \rightarrow ]-\infty, \infty]$  Her står  $\mathbf{x}$  for en lineær kombinasjon av de random variabel  $r_i \in \Omega$  som representerer avkastningen. Avviksmålet  $\Gamma$  er minimalisert over en undermengde av  $\mathcal{L}^2(\Omega)$ .

Uryasev (2010:18-22) gir følgende aksiom for et risikomål basert på tapsmål ( $\Gamma$ ) :

- $\Gamma 1$ : Konstant

$$\mathfrak{T}(\mathbf{c}) = \mathbf{c} \text{ om } \mathbf{c} \text{ konstant} \quad (6.3.14)$$

- $\Gamma 2$ : Konveksitet

$$\mathfrak{T}((1 - \lambda)\mathbf{x} + \lambda\mathbf{x}') \leq (1 - \lambda)\mathfrak{T}(\mathbf{x}) + \lambda\mathfrak{T}(\mathbf{x}') \text{ for } \lambda \in ]0, 1[ \quad (6.3.15)$$

- $\Gamma 3$ : Monotonitet

$$\mathbf{x} \leq \mathbf{x}' \rightarrow \mathfrak{T}(\mathbf{x}) \leq \mathfrak{T}(\mathbf{x}') \quad (6.3.16)$$

- $\Gamma 4$ : Lukkethet

$$\mathfrak{T}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \text{ dersom } \|\mathbf{x}^k - \mathbf{x}\|_2 \rightarrow 0 \text{ med } \mathfrak{T}(\mathbf{x}^k) \leq \mathbf{0} \quad (6.3.17)$$

- $\Gamma 5$ : Positiv homogenitet

$$\mathfrak{T}(\lambda\mathbf{x}) = \lambda\mathfrak{T}(\mathbf{x}) \text{ for } \lambda > 0 \quad (6.3.18)$$

- $\Gamma 6$ : Aversitet

$$\mathfrak{T}(\mathbf{x}) > E\mathbf{x} \text{ for } \forall \text{ ikke - konstant } \mathbf{x} \quad (6.3.19)$$

- $\Gamma_2 + \Gamma_5$ : Subadditivitet. Kombinert krav som muliggjør diversifisering

$$\mathfrak{T}(\lambda \mathbf{x} + \lambda \mathbf{x}') \leq \lambda \mathfrak{T}(\mathbf{x}) + \lambda \mathfrak{T}(\mathbf{x}') \text{ for } \lambda > 0 \quad (6.3.20)$$

Et tapsmål ( $\Gamma$ ) kan tilfredsstillere en eller flere av disse aksiomer, og gir ulike grupperinger med ulike egenskaper:

- *Koherent tapsmål*. Oppfyller definisjonene  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$  og  $\Gamma_5$ .
- *Averst tapsmål*. Oppfyller definisjonene  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_4, \Gamma_5$  og  $\Gamma_6$ .
- *Koherent tapsmål i utvidet betydning*. Oppfyller definisjonene  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  og  $\Gamma_4$ .
- *Averst tapsmål i utvidet betydning*. Oppfyller definisjonene  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_4$  og  $\Gamma_6$ .

Eksempler på *koherent* risikomål:

$$\begin{aligned} \mathfrak{T}(\mathbf{x}) &= E[\mathbf{x}] \\ \mathfrak{T}(\mathbf{x}) &= CVaR_\alpha(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

Risikomålet  $\mathfrak{T}(\mathbf{x}) = CVaR_\alpha(\mathbf{x})$  oppfyller alle kravene  $\Gamma_1 - \Gamma_6$  og er derfor et koherent og averst risikomål. (Krokhmal 2001:4)

Av definisjonene fremgår det at et averst risikomål ikke trenger å være koherent og at et koherent risikomål ikke trenger å være averst.

Uryasev (2010:22) viser til formler for Value-at-Risk

$$VaR_\alpha^\Delta(\mathbf{x}) = VaR_\alpha(\mathbf{x} - E\mathbf{x})$$

ikke tilfredsstillere konveksitetsaksiomet  $\Gamma_2$  og det er derfor ikke et avviksmål.

### 6.3.3 Egenskaper ved risikomål

Kravet om koherens er så sterkt at de fleste risikomål ikke oppfyller alle krav. Men de ulike kravene har ikke samme viktighet, spesielt må krav R2 + R5 om subadditivitet være oppfylt. Dette kravet er en forutsetning for at et risikomål skal være diversifiserbart.

VaR oppfyller ikke krav R2 + R5 om subadditivitet og er derfor ikke et koherent sikkerhetsmål. Dette betyr at risikoen til den aggregerte porteføljen ikke alltid er mindre eller lik summen av risikoen av de enkle posisjonene. Risikomålet ser derfor bort fra diversifiseringsfordelene som er helt grunnleggende i moderne porteføljeteori.

De fire risikomålene: *minste kvadraters metode (varians)*, *minste avviks metode*, *semivarians* og *semiavvik* er heller ikke koherente. Ingen av dem tilfredsstiller krav om translasjons invarians eller krav om monotonisitet, men det viktigste kravet R2 + R5 om subadditivitet er oppfylt for alle.

Siden CVaR er et koherent risikomål (Rockafellar and Uryasev 2000:2) (Pfluge 2012) vil jeg i oppgaven bruke de ulike risikomålene for å undersøke om de utgjør noen forskjell på den oppnådde diversifisering. Vil bruken av avviksmål og tapsmål utgjøre noen forskjell med det datagrunnlaget jeg har?

### 6.3.4 Sammenhengen mellom avviks- og tapsmål

Rockafellar et al. (2006) og Uryasev (2010:24) viste at det er en *en-til-en korrespondanse* mellom avviksmål i utvidet betydning og averse risikomål i utvidet betydning slik at om

$$\mathcal{D}(\mathbf{x}) = \mathcal{I}(\mathbf{x} - E\mathbf{x})$$

og

$$\mathcal{I}(\mathbf{x}) = \mathcal{D}(\mathbf{x}) + E\mathbf{x}$$

så er

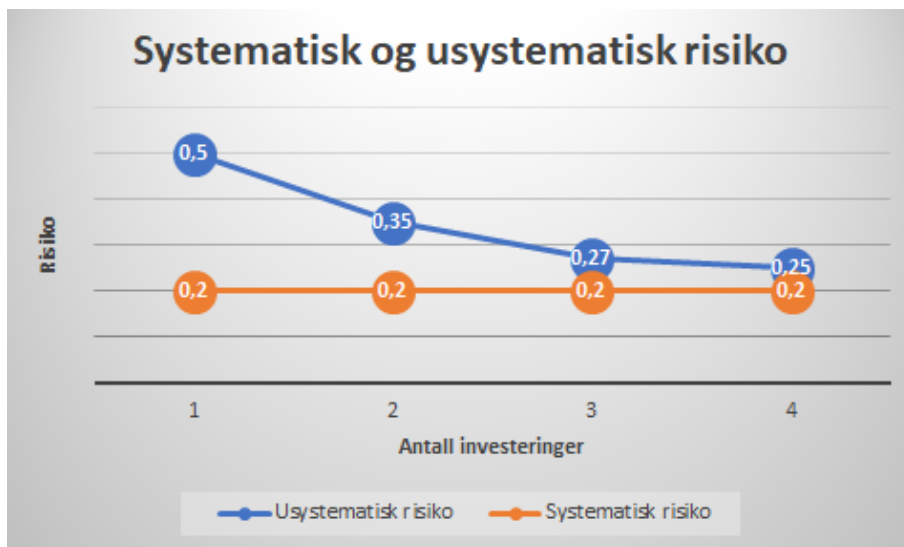
$$\mathcal{I} \text{ er koherent} \iff \mathcal{D} \text{ er koherent} \quad (6.3.21)$$

$$\mathcal{I} \text{ er positivt homogent} \iff \mathcal{D} \text{ er positivt homogent} \quad (6.3.22)$$

### 6.3.5 Ulike typer risiko

Boffelli and Urga (2016:187) gir en oversikt over ulike typer risiko.

- *markedsrisiko* eller *systematisk risiko* eller *relevant risiko* – Denne type risiko dekker hele markedet. Omfatter risikoen for nedgang i verdien av en finansiell posisjon på grunn av uforutsette endringer i verdiene til de underliggende komponenter som posisjonen avhenger av. Markedsrisikoen oppstår ved at det er en generell usikkerhet i økonomien som f.eks. inflasjon, økonomisk politikk, rente eller valutakurser.
- *usystematisk risiko* eller *diversifiserbar risiko* eller *irrelevant risiko* – risiko som er knyttet til det enkelte selskap som dets daglige drift, produktutvikling, strategiske beslutninger og lignende som er særegent for selskapet. Den usystematiske risikoen kan reduseres ved å spre investeringen så bredt som mulig i markedet. I et marked er det kun den usystematiske risiko som kan diversifiseres.
- *kredittrisiko* – oppstår når det er usikkerhet med hensyn til om motparten kan møte sine finansielle forpliktelser. For eksempel hvis motparten er en utsteder av obligasjoner, er risikoen for at han vil gå konkurs slik at han ikke kan stå ved sine forpliktelser til å utløse obligasjonene.
- *operasjonell risiko* – direkte eller indirekte tap som følge av inadekvate eller mislykkede interne prosesser, folk eller system fra eksterne begivenheter som ulykker eller naturkatastrofer. Denne definisjonen inkluderer *juridisk risiko*. Operasjonell risiko omfatter også konkurranse situasjonen i markedet.
- *likviditets risiko* – mangel på betalingsdyktighet for noen finansielle instrument, dvs. umuligheten av å handle i en kort periode. Likviditets risiko er spesielt viktig i perioder med finansielle uroligheter på grunn av voksende uro rundt utviklingen av markedspriser på noen verdipapirer.
- *modell risiko* – feilspesifiserte finansielle modeller for beslutninger f.eks. måling av risiko eller fastsettelse av prisen på finansielle objekt.
- *total risiko* – summen av systematisk (relevant risiko) og usystematisk risiko (irrelevant risiko)



Figur 6.4: Totalrisiko

Figur 6.4 illustrer forskjellen mellom systematisk (relevant) og usystematisk (irrelevant) risiko. Vi ser at den systematiske risikoen ikke er påvirket av antall investeringer, mens den usystematiske risikoen kan reduseres når en sprer investeringene mellom ulike verdipapirer.

Hvis jeg ser på en enkeltaksje vil den relevante risikoen være usikkerheten målt ved standardavvik. Når jeg legger til en aksje til en portefølje av aksjer kan usikkerheten knyttet til denne aksjen ikke bare adderes til, men jeg må se på hvordan aksjens avkastning varierer i takt med avkastningen til porteføljen. Jeg må se på kovariansen mellom den nye aksjen og porteføljen.

En pedagogisk god, men litt forenklet formulering av variansen til en portefølje,  $p$ , er gitt av Bøhren (2017:73) ved:

$$Var(r_p) \approx \overline{Cov} + \frac{1}{N}(\overline{Var} - \overline{Cov}) \quad (6.3.23)$$

hvor vi kan definere

$\overline{Var} =_{def}$  gjennomsnittlig total risiko

$\overline{Cov} =_{def}$  gjennomsnittlig systematisk risiko (alternativt begrep til  $\beta$ )

$\overline{Var} - \overline{Cov} =_{def}$  usystematisk risiko

Leddet  $\frac{1}{N}$  foran den usystematiske risikoen viser at bidraget av denne faktor til den totale risikoen blir mindre når antall aksjer  $N$  i porteføljen øker som illustrert i figur 6.4.

Den totale gjennomsnittlige risikoen til et investeringsprosjekt som er definert i formel 6.3.23 er summen av systematisk og usystematisk risiko:

$$\text{total gjennomsnittlig risiko} = \text{systematisk risiko} + \text{usystematisk risiko}$$

## Kapittel 7

# Alternative porteføljemodeller

### 7.1 Innledning

Som vi så i kapittel 5.2.2 definerte Markowitz risiko ved variansen. Jeg ønsker å undersøke porteføljeproblemet med alternative definisjoner av risiko og *sammenligne* porteføljene som genereres ved de ulike risikodefinsjonene.

En måte er å sammenligne de ulike risikodefinsjonene på, er å finne deres forventede nytte for investoren. Her vil jeg modifisere Markowitz problem ved også å bruke andre risikodefinsjoner.

Jeg har da to hovedformuleringer, enten å minimere risiko eller å maksimere forventet avkastning. Markowitz viste at det er en sammenheng mellom dem slik at når jeg optimerer med hensyn til den ene, vil verdien av den andre være gitt. Jeg trenger derfor *kun* å se på risiko i mine optimeringsalgoritmer og den tilhørende maksimale avkastning for denne risiko vil bli beregnet av algoritmen uten at den trenger å oppgis som en egen sidebetingelse. Hvis alle investeringer var sikre, ville vi valgt den investeringen som hadde størst avkastning ( $r_{max}$ ) og derved fått maksimert avkastningen  $E(x_{max})$ . Men siden det er en risiko ved hver enkel investering, må vi ta hensyn til det i vår analyse. I tillegg til at hvert element i porteføljen har en risiko knyttet til seg, vil også sammensetningen av porteføljen kunne påvirke den samlede risiko siden også kovariansen mellom de enkelte aksjene varierer. Avsnitt 2.3 diskuterte ulike definisjoner av risiko.

Markowitz viste effisiente kombinasjoner i et koordinatsystem med risiko (varians) langs den horisontale akse og forventet avkastning langs den vertikale akse. Sammenhengen mellom risiko og historisk avkastning vil bli vist i et diagram. Kurvene vil deretter kunne sammenlignes direkte i dette diagrammet ved å lese av hvilken risikodefinsjon som har høyest historisk avkastning for en gitt verdi av risikoindikatoren. Vil disse kurvene falle sammen, skjære hverandre eller vil en ene alltid ligge over den andre?



## 7.2 Generalisert optimeringsproblem

I avsnitt 5.2.2 skisserte jeg opp metode 1 og 2 for Markowitz algoritme. I dette kapitlet vil jeg generalisere Markowitz metode 2 med alternative definisjoner av risiko. Metoden er justert slik at de ulike risikodefinsjonene oppnår en felles mal. Denne justeringen endrer ikke resultatene av Markowitz opprinnelige algoritme. Problemet vil bli analysert for investorer med ulik risikoaversjon og minimaliserer derfor automatisk på risiko under en gitt grense som kan være definert på ulike måter. Den vesentlige endringen fra Markowitz opprinnelige problem er generalisering til flere ulike risikodefinsjoner, mens Markowitz brukte variansen til porteføljen som risikomål.

Det generaliserte optimeringsproblemet er da å maksimere avkastningen,  $E(r_p)$  (alternativt minimere  $-E(r_p)$ ) gitt en ønsket risiko  $\mathfrak{R}(r_p) \leq \varphi$  av porteføljen  $p = (x_1, \dots, x_n)$  hvor  $x_j$  betegner den økonomiske vekten av aksje  $j$ , altså (Vanderbei 2008, 407-412):

$$\max_p E(r_p) \quad (7.2.1)$$

gitt at

$$\mathfrak{R}(r_p) \leq \varphi \quad (7.2.2)$$

$$\sum_j^J x_j = 1 \quad (7.2.3)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \quad (7.2.4)$$

Metoden kan med mindre justeringer brukes både for avviksdefinisjoner og for tapsdefinisjoner av risiko. Vi trenger bare å sette inn den aktuelle risikodefinsjonen i formelen 7.2.2 og legge til noen ekstra sidekrav for tapsdefinisjonene og avviksdefinisjonene (Bisschop 2009: 201-226).

Prosessen gjentas ved å la risikoparameteren ( $\varphi \rightarrow 0$ ) stegvis inntil  $\varphi \approx 0$  eller til optimeringen ikke er gjennomførbar (feasible) lenger. Optimeringen genererer derved en optimal portefølje for hver verdi av risikoparameteren.

Denne prosessen er i optimeringsprogrammet definert ved iterasjonen fra  $k=5$  til  $k=1700$  i steg på 15 ved følgende definisjon av  $\varphi$ :

$$\varphi = \left( \frac{k}{1000} * 0.007 + \frac{1-k}{1000} * 0.017 \right) / 100 \quad (7.2.5)$$

Iterasjonen er på 111 steg som genererer verdier av  $\varphi$  i intervallet  $(0, 0.0001695]$ . Andre definisjoner av  $\varphi$  kunne ha blitt brukt og de gir bare et stipulert risikomål, som er  $\geq 0$  og som går stegvis  $\rightarrow 0$  når risikoen synker.

På denne måten genereres den optimale historiske avkastning for ulike definisjoner av risiko. Jeg får generert en kurve som illustrer resultatet ved bruk av de ulike risikodefinsjoner og av den stipulerte risikoindekatoren  $\varphi$ .

## 7.3 Datamodeller for maksimering av avkastning

Dette avsnittet gir en detaljert oversikt over hvordan modellene er implementert i optimeringsprogrammet, ved bruk av AMPL (A Modeling Language for Mathematical Programming).

I alle algoritmene har jeg antatt at sannsynlighetsmassefunksjonen  $f(x_i)$  viser at *alle* forekomster er *like sannsynlige*. For en stor datasamling er dette en rimelig antagelse siden jeg identifiserer tilstander med tidspunkt og jeg har det samme antallet observasjonen for hvert verdipapir. Siden funksjonen da bare multipliserer inn en konstant, er den fjernet fra algoritmene. Dette påvirker ikke optimeringsresultatene.

### 7.3.1 Algebraiske symbol i datamodellen

#### Mengder

$A$  mengde av aksjer

$D$  mengde av dataobservasjoner (tidspunkt)

#### Indekser

$j$  aksjeindikator - indeks for mengden  $A$

$i$  indikerer dataobservasjoner (tidspunkt) - indeks for mengden  $D$

#### Parametre basis

$I$  antall observasjoner for hver kategori  $j$  - kardinaltallet til mengden  $D$

$J$  antall investeringskategorier (aksjer) - kardinaltallet til mengden  $A$

$v_i = \text{ord}(i, D) \quad \forall i \in D$  - Ordinaltallet til  $i$  i mengden  $D$

$d$  - diskonteringsfaktor Default = 1 (Er av formen  $d = 1.05$ )

$\text{disk}_i = \frac{1}{d^{(v_i-1)}} \quad \forall i \in D$  - beregnet diskonteringsmultiplikator på tidspunkt  $i$ . Default = 1

$p_{ij}$  Kursverdien av aksje  $j$  på tidspunkt  $i$

$U_{ij} = \frac{p_{ij}}{p_{i-1,j}}$  total avkastning fra tidspunkt  $i-1$  til  $i$  for aksje  $j$

(Uendret lik 1, < 1 nedgang, > 1 stigning)

$R_{ij} = \text{disk}_i U_{ij}$  Diskonterte verdier

$m_j = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I R_{ij}$  middelverdien av total avkastning til aksje  $j$

$F_{ij} = R_{ij} - m_j$  Avvik mellom total avkastning på tidspunkt  $i$  og gjennomsnittsverdien for aksje  $j$

$\text{minporte}$  angir minste aksepterte %-verdi for aksje default verdi 0.001

#### Justerbare parametre:

$\varphi$  variabel som brukes for å avgrense  $y_i \rightarrow 0$

#### Variable basis:

$x_j$  brøkdel av budsjettet som er investert i kategori  $j \in A$

### 7.3.2 Objektfunksjon

Her maksimeres det på avkastning:

**Maximer:**

$$\sum_j^J m_j x_j \quad (7.3.1)$$

### 7.3.3 Felles spesifikasjoner av grunnleggende sidebetingelser

Krav som er felles for risikodefinsjonene er gitt ved

**Sidebetingelser:**

$$\sum_j^J x_j = 1 \quad (7.3.2)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \quad (7.3.3)$$

#### 7.3.3.1 Varians

##### Varians

Varians er definert i formel 2.2.3 og er standardmetoden i Markowitz algoritme. Bruken av varians har vært standardmetoden både i akademia og i praktisk bruk i en årrekke.

##### Parametre

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^D (R_{ij} - m_j)^2 \quad \forall j \in A \text{ Varians til aksje } j$$

$$\sigma_{kj} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^D R_{ik} R_{il} - m_k m_l \quad \forall kl \in A \text{ Kovariansen mellom aksje } k \text{ og } j$$

$$\rho_{kj} = \frac{\sigma_{kj}}{\sigma_k \sigma_l} \quad \forall kj \in A \text{ Korrelasjonskoeffisienten mellom aksjene } k \text{ og } j$$

##### Modell

Uttrykket for varians som er brukt her er hentet fra formel 5.2.6 og kan optimeres direkte. Uttrykket for  $\mathfrak{R}_1$  blir da:

$$\sum_{j,k=1}^J x_j \sigma_{jk} x_k \leq \varphi \quad (7.3.4)$$

### 7.3.3.2 Semivarians

Ved semivarians benyttes formel 2.3.2 hvor en bare ser på verdier hvor  $F_{ij} \leq 0$ , dvs, erstatter  $F_{ij} > 0$  med 0.

#### Parametre

$F_{ij}^-$  binær parameter verdi 1 for  $R_{ij} < m_j$  og verdi 0 for  $R_{ij} \geq m_j$

$$O_{jk} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I F_{ij}^- F_{ik}^- \quad \forall kl \in A \text{ Semikovarians (Estrada(2008:60))}$$

#### Modell

Semivariansen til en portefølje,  $p$ , uttrykkes ved  $\mathfrak{R}_2 \leq \varphi$  ved:

$$\sum_{j,k=1}^J x_j O_{jk} x_k \leq \varphi \quad (7.3.5)$$

### 7.3.3.3 Avvik

#### Modell

Formelen for avvik til porteføljen,  $p$ , er gitt ved formel 2.3.3, men den kan ikke optimeres direkte på grunn av tallverditegnet

$$\mathfrak{R}_3 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J |F_{i,j}| x_j \quad (7.3.6)$$

For å minimalisere formel 7.3.6 innfører jeg en ekvivalent lineær optimeringsalgoritme utviklet av Konno og Yamazaki (1991:524) som er kjent som *Konno-Yamazaki  $L_1$  Risk Model*

(Merk at en her innfører den variable  $y_i$  og minimaliserer rundt  $\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I y_i$ ):

#### Variable

$y_i$  mål på risiko for den enkelte observasjon  $i$

#### Sidebetingelser - felles avvik/tap

$$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I y_i \leq \varphi \quad (7.3.7)$$

$$y_i \geq 0 \quad \forall i \quad (7.3.8)$$

#### Ekstra sidebetingelser for avvik

$$y_i + \sum_{j=1}^J F_{ij} x_j \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (7.3.9)$$

Jeg vil også ta med et ekstra sidekrav som kan utelates (Fox 2014):

$$y_i - \sum_{j=1}^J F_{ij} x_j \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (7.3.10)$$

#### 7.3.3.4 Semiavvik

##### Parametre

$bryter_{ij}$  binær variabel =1 for  $F_{ij} < 0$  og =0 for  $F_{ij} \geq 0$

##### Modell

Formelen for avvik til porteføljen,  $p$ , er gitt ved formel 2.3.4, men den kan ikke optimeres direkte på grunn av tallverditegnet

$$\mathfrak{R}_3 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J |F_{i,j}| x_j \quad x \leq \bar{x} \quad (7.3.11)$$

For å minimalisere formel 7.3.11 innfører jeg derfor en fortegnfunksjon i Konno-Yamazaki  $L_1$  Risk Model:

##### Ekstra sidebetingelser for semiavvik

$$y_i + \sum_{j=1}^J bryter_{ij} F_{ij} x_j \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (7.3.12)$$

Jeg vil også ta med et ekstra sidekrav som kan utelates (Feinstein and Thapa 1993):

$$y_i - \sum_{j=1}^J bryter_{ij} F_{ij} x_j \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (7.3.13)$$

### 7.3.3.5 Tapsfunksjon

Den enkelte investor har ikke noen intuitiv oppfatning av hva statistiske begrep som varians og standardavvik betyr når det gjelder hans konkrete investeringsvalg. Det investoren har en intuitiv forståelse for, er om han taper verdier eller får gevinst på sine investeringer. Er det da mulig å definere en funksjon som direkte viser risikoen for å tape penger? Optimeringen består her i å minimalisere tapet som er definert som investorens risiko.

For å minimalisere formel 7.3.14 utvikler jeg her en ny algoritme basert på idéene i den lineære optimeringsalgoritmen utviklet av Konno og Yamazaki (1991:524) for avviksmål gitt i avsnitt 7.3.3.3. (Merk at jeg her innfører den variable  $y_i$  og minimaliserer rundt  $\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I y_i$ ) i formel 7.3.7:

#### Parametre

$L_j = \sum_i^I \ln(R_{ij}) \quad \forall j \in A$  – Forventet avkastningsrate til aksje  $j$

$\lambda$  Verdi for beregning av veid gjennomsnitt default 1.0

$kindex$  Verdi for beregning av veid gjennomsnitt default 6

$CVaR$  Veid gjennomsnitt av  $VaR$  og  $CVaR^+$

(Default verdien av  $CVaR$  blir med disse valg satt til 0)

#### Modell

Tapsfunksjonen kan uttrykkes på flere måter, og som tapsfunksjon har jeg brukt avkastningsratefunksjonen  $L_j$ . Dette er et enkelt begrep som kan oppfattes intuitivt av de fleste investorer (Uryasev 2010:7-9)

$$\Gamma_2 = - \sum_{j=1}^J L_j x_j \quad (7.3.14)$$

For å minimalisere formel 7.3.14 bruker to ekstra sidekrav:

$$\sum_{j=1}^J F_{ij} x_j \leq y_i \quad \forall i \in I \quad (7.3.15)$$

$$- \sum_j^J (L_j + CVaR)x_j \leq y_i \quad \forall i \in I \quad (7.3.16)$$

Jeg vil også ta med et ekstra sidekrav som kan utelates:

$$- \sum_j^J (L_j - CVaR)x_j \leq y_i \quad \forall i \in I \quad (7.3.17)$$

### 7.3.4 Beregning av verdien av CVaR

Jeg beregner  $CVaR$  som det veide gjennomsnitt mellom  $VaR$  og  $CVaR^+$  etter formelen:

$$CVaR = \lambda VaR + (1 - \lambda) CVaR^+ \quad (7.3.18)$$

Her setter jeg:

$$CVaR^+ = \text{verdien av } 1\% - \text{kvantil av } L_j \quad (7.3.19)$$

og

$$VaR = \text{verdien av } \text{Vario}(\text{kindex}) \quad (7.3.20)$$

hvor

kindex = 1 gir min[0, 1%-kvantil]

kindex = 2 gir min[0, 5%-kvantil]

kindex = 3 gir min[0, 10%-kvantil]

kindex = 4 gir min[0, 25%-kvantil]

kindex = 5 gir min[0, 50%-kvantil (median)]

kindex  $\geq$  6 gir 0

### 7.3.5 Beregninger foretatt etter optimering

#### Parametre

$Prod_j = \prod_{i=1}^{I-1} R_{ij} \quad \forall j \in J$  Beregnet historisk avkastning av aksje  $j$  i perioden

$S_p$  Beregnet historisk avkastning for porteføljen  $p$

#### Noen aktuelle beregninger

Beregning av historisk avkastning for den aktuelle porteføljen:

$$S_p = \sum_{j=1}^J Prod_j x_j \quad (7.3.21)$$

### 7.3.6 Empirisk testing

Jeg ønsker å teste empirisk den tapsalgoritmen  $\Gamma_2$  som jeg formulerte i avsnitt 7.3.3.5 mot de etablerte algoritmene. Og min testhypotese er:

$H_0^1$  : Tapsalgoritmen  $\Gamma_2$  gir empiriske resultater som er sammenlignbare med resultater fra Markowitz algoritme basert på varians  $\mathfrak{R}_1$ .

Jeg ønsker også å teste hvordan ulike tilleggsbetingelser som f. eks. trendfaktorer har på de ulike algoritmene. Og min nullhypotese er da:

$H_0^2$  : Tapsalgoritmen  $\Gamma_2$  lar seg best integrere med ulike trendfaktorer.

## 7.4 Tillegg til basismodell for utvidede funksjoner

Basismodellen analyserer *kun historiske data* og finner en effisient portefølje basert på forventet avkastning og den aksepterte risiko basert på en anvendt definisjon av risiko.

Men mange investorer bruker disse historiske analysene som basis for å investere i verdipapirer her og nå. Men i hvilken grad passer Markowitz analyse til å gi prognoser for den *fremtidige* utviklingen av markedet?

Her er skissert opp to metoder som søker å bedre prognosene. I programmet kan en velge hvilken periode en ønsker å analysere ved bruk av:

### Parameter

*from* – Angir hvor samlingen vi plukker data ut fra starter Default = 1

*to* – Angir til hvilken dato uttaket varer Default = I

### 7.4.1 Eksekvering av programmet

Programmet kjøres på en server i USA og modellfilen, datafilen og eksekveringsfilen må sendes samlet dit og resultatene kommer tilbake i en epost. Det er derfor ikke laget noe interaktivt bruk av programmet. Alle data må sendes samlet og legges inn på forhånd.

Analysen styres av parameteren  $k$  (se formel 7.2.5 på side 52) hvor:

### Parameter

*start* minste brukte verdi av  $k \in (0, 1700)$  default 600

*stop* steglengden ved bruk av  $k \in (0, 1700)$  default 500

*utskrift* binær verdi angir om en vil ha utvidet utskrift default 1

Standard for  $k$  er derfor 600, 1100 og 1600 som gir  $\varphi$  på henholdsvis 0.00011, 0.00006 og 0.00001 som representerer lav, middels og høy risiko.  $\varphi$  ligger i intervallet  $[0, 0.00017]$  som kan deles inn i segmenter etter investorens risikoaversjon. (Se alternativt valg på side 52)

### 7.4.2 Diskontering

Denne metoden gir større vekter til de siste observasjonene. Dette er i overensstemmelse med EMH som forteller oss at all informasjon i markedet ligger i den siste observasjonen. Ved høyere vekting legges det større vekt på de nyeste observasjoner. Vil dette føre til bedre analyser?

Dette gjøres ved bruk av diskonteringsfaktoren  $d$ . Standardverdien er 1.

### Parametre

$d$  – diskonteringsfaktor Default = 1 (Er av formen  $d = 1.0025$ )



### 7.4.3 Bruk av vekter

En annen metode er å legge *ulik vekt* på de ulike aksjer. Dette gir investoren mulighet til å legge inn egne forventninger i selve modellen eller til å bruke modellen automatisk ved å vektlegge de verdipapirer som hadde høyest verdistigning i siste periode. Ved å sette alle vekter lik standardverdien 1 får jeg formlene som de er gitt, uten vekter i basisversjonen. Bruken av vekter styres av parameteren *brukvekt*.

#### Parametre

*momentum* angir periodelengden for RSA og SMA default 250 (siste år).  
*brukvekt* velger hvilken vekt som skal brukes:

- = 0 uten vekter (default verdi - alle vekter er lik 1),
- = 1 bruk Vekt1 Brukergenererte verdier som blir omdannet til vekt.
- = 2 bruk Vekt5 Brukergenererte verdier som blir omdannet til vekt.
- = 3 bruk Beste Angir 1 for verdipapirer som er med, 0 ellers.
- = 4 bruk VektNy RSA - relativ styrke analyse omdannet til vekt.
- = 5 bruk SMA - glidende gjennomsnitt omdannet til vekt.
- = 6 bruk VektTr - Hvis  $SMA > 1$ , verdi 10, hvis  $SMA \leq 1$ , verdi 1.
- = 7 bruk av verdivekten  $P_j = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I R_{ij}$  som vekt.
- = 8 bruk av historisk vekstfaktor  $S_p$  som vekt.

*Vekt1* Investor kan selv angi verdier To ulike valg av vekter.

*Vekt5* Investor kan selv angi verdier To ulike valg av vekter - alternativ.

*Beste* verdien 0 for ikke med, 1 for med (binær) Investor angir verdier.

$W_j$  - Mulig vekstfaktor for den enkelte  $j \in A$  Default = 1.

Ved bruk av verdiene 4 og 5 for *brukervekt* vil programmet automatisk beregne verdiene for RSA og SMA henholdsvis for de siste verdiene gitt ved *momentum*. Disse verdiene kan også skrives ut for ytterligere analyse av trender.

RSA - Relativ Styrke Analyse - angir hvor lenge en aksjekurs har vært stigende eller fallende i en gitt periode. RSA angir sannsynligheten for at kursbanen holder samme trend. Hvis alle stiger er  $RSA = 1$ , hvis halvparten stiger,  $RSA = 0.5$ . Investoren må da vurdere om han tror at trenden holder seg for fremtiden. Bruken av *brukvekt* = 4 indikere at investoren tror at den målte trenden fortsetter.

SMA - angir glidende gjennomsnitt og gir også en trendanalyse til investoren. Ved *brukvekt* = 5 brukes verdiene som vekter i beregningene.

Investoren kan da selv legge inn sine egne forventninger til fremtidig kursendringer i Vekt1, Vekt5 eller Beste. Disse verdiene må da legges inn i datafilen som vist i Tillegg E på side 179.

### 7.4.3.1 Endring av tilleggskrav og krav for bruk av vektorer

Vektorer kan legges inn i programet slik at investoren kan få oversikt over effekten på de historiske data, men investoren kan selvsagt også vektlegge resultatet av kjøringene etter at de foreligger.

#### Sidebetingelser

$$\sum_{j=1}^J W_j = 1 \quad (7.4.1)$$

$$W_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (7.4.2)$$

#### Varians $\mathfrak{R}_1$

Formel 7.3.4 erstattes av

$$\sum_{j,k=1}^J W_j x_j \sigma_{jk} x_k W_k \leq \varphi \quad (7.4.3)$$

#### Semivarians $\mathfrak{R}_2$

Formel 7.3.5 erstattes av

$$\sum_{j,k=1}^J W_j x_j O_{jk} x_k W_k \leq \varphi \quad (7.4.4)$$

#### Avvik $\mathfrak{R}_3$

Formlene 7.3.9 og 7.3.10 erstattes av

$$y_i + \sum_{j=1}^J W_{ij} F_{ij} x_j \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (7.4.5)$$

$$y_i - \sum_{j=1}^J W_{ij} F_{ij} x_j \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (7.4.6)$$

#### Semiavvik

Formelen 7.3.12 og 7.3.13 erstattes av

$$y_i + \sum_{j=1}^J bryter_{ij} W_{ij} F_{ij} x_j \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (7.4.7)$$

$$y_i - \sum_{j=1}^J bryter_{ij} W_{ij} F_{ij} x_j \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (7.4.8)$$

#### Tapsfunksjon $\Gamma_2$

Formlene 7.3.15 erstattes av:

$$\sum_{j=1}^J W_j F_{ij} x_j \leq y_i \quad \forall i \in I \quad (7.4.9)$$

#### 7.4.4 Styring av sektorer, typer og markeder

Oppgaven legger også opp til å kunne velge fritt innen ulike markeder, ulike investeringstyper og ulike sektorer. Dette er standardverdien. Men det er også mulig å avgrense investeringen innen hver av disse feltene. For eksempel ved å angi at ikke mer enn 20 % skal være innen sektoren industri, eller at ikke mer enn 43 % kan være obligasjoner.

De tre gitte feltene er styrt av:

##### **Parametre**

*anttype* angir antall mulige typer default 3

*antmark* angir antall mulige markeder default 4

*antsekt* angir antall mulige sektorer default 16

Programmet kan utvides ved å tilpasse nye markeder som utenlandske børser eller råvaremarkeder. Alle data som er brukt i oppgaven er imidlertid hentet fra Oslo Børs og inndelingen er derfor lik deres. En begrensning i oppgaven er at en aksje bare kan tilhøre en sektor, ett marked og en type.

##### 7.4.4.1 Datainnleggingen initierer følgende verdier

De enkelte verdipapirene i analysen kan deles inn i 3 ulike typer. I analysen er følgende typer verdipapirer i bruk:

1. Aksjer
2. Råvarer
3. Obligasjoner

Oslo Børs inndeler verdipapirer i 16 sektorer:

1. Energi
2. Finans
3. Helsevesen
4. Konsum
5. Forbruksvarer
6. Egenkapitalbevis
7. Industri
8. IT
9. Eiendom

10. Forsyning
11. Telekom
12. Materialer
13. ETN med underliggende olje
14. ETN med underliggende gull
15. Statsobligasjoner
16. ETN med underliggende verdipapirer

Verdipapirene kan i oppgaven hentes fra 4 ulike markeder:

1. Oslo Børs
2. Oslo Axxess
3. Oslo Merkur
4. Oslo Børs - ETN-marked

De faktiske verdiene legges inn ved parametrene under. En kan bare gi en verdi for hvert felt.

#### **Parametre**

*typeind(k)*  $\forall k \in [1, anttype]$  default 1

*markedind(k)*  $\forall k \in [1, antmark]$  default 1

*sektind(k)*  $\forall k \in [1, antsekt]$  default 1

*Type* - Angir typen av verdipapirer

*Sektor* - Andir hvilken sektor et verdipapir primært tilhører

*Marked* - Angir hvilket marked verdipapiret tilhører

*Ut* - Angir om et verdipapir er med 1, ikke med 0

Disse verdiene angis i dataene som vist i tillegg D:

#### **7.4.4.2 Fastsetting av grenseverdier**

Det er mulig å angi grenseverdier for analysen ved følgende

##### **Parametre**

*DelSekt(k)*  $\forall k \in [1, antsekt]$  Maksimum %-del i sektor default 1

*DelType(k)*  $\forall k \in [1, anttype]$  Maksimum %-del i type default 1

*DelMark(k)*  $\forall k \in [1, antmark]$  Maksimum %-del i marked default 1

*MinSekt(k)*  $\forall k \in [1, antsektor]$  Minimum %-del i sektor default 0

*MinType(k)*  $\forall k \in [1, anttype]$  Minimum %-del i type default 0

*MinMark(k)*  $\forall k \in [1, antmark]$  Minimum %-del i marked default 0

$TaMedSekt(k) \forall k \in [1, antsektor]$  Minimum %-del i sektor default 0  
 $TaMedType(k) \forall k \in [1, anttype]$  Minimum %-del i type default 0  
 $TaMedMark(k) \forall k \in [1, antmark]$  Minimum %-del i marked default 0  
 Parametre som viser fordelingen mellom sektorer, typer og markeder:

**Parametre**

*FordelingType* Angir %-vis fordeling mellom ulike typer  
*FordelingMarked* Angir %-vis fordeling mellom ulike markeder  
*FordelingSektor* Angir %-vis fordeling mellom ulike sektorer

### 7.4.4.3 Sidebetingelser for grensesetting

Sidebetingelsene som er gitt under besørger at de verdiene som programmet genererer ligger mellom gitte minimums- og maksimumsverdier. Siden Oslo Børs er en forholdsvis liten børs kan en finne sektorer med kun et fåtall aksjer.

**Parameter**

*ValgtUt<sub>j</sub>* - Angir aksjer *j* som er utelatt fra analysen

Denne variablen blir satt automatisk av programmet og angir de verdipapirer *j* som er kuttet ut. Brukeren kan sette verdier i parameteren *Ut*.

**Sidebetingelser**

$$if \quad ValgtUt_j = 0 \quad then \quad x_j = 0 \quad \forall j \in A \quad (7.4.10)$$

$$\sum_j TaMedSekt_{kj} x_j \leq DelSekt_k \quad \forall k \in [1, antsekt] \quad \forall j \in A \quad (7.4.11)$$

$$\sum_j TaMedMark_{kj} x_j \leq DelMark_k \quad \forall k \in [1, antmark] \quad \forall j \in A \quad (7.4.12)$$

$$\sum_j TaMedType_{kj} x_j \leq DelType_k \quad \forall k \in [1, anttype] \quad \forall j \in A \quad (7.4.13)$$

$$\sum_j TaMedSekt_{kj} x_j \geq MinSekt_k \quad \forall k \in [1, antsekt] \quad \forall j \in A \quad (7.4.14)$$

$$\sum_j TaMedMark_{kj} x_j \geq MinMark_k \quad \forall k \in [1, antmark] \quad \forall j \in A \quad (7.4.15)$$

$$\sum_j TaMedType_{kj} x_j \geq MinType_k \quad \forall k \in [1, anttype] \quad \forall j \in A \quad (7.4.16)$$

De 6 sidebetingelsene ovenfor stiller krav om at %-delen som tas med av Sektor, Marked og Type ligger mellom minimums- og maksimumsverdiene som brukeren har angitt. For eksempel se tillegg G,

# Kapittel 8

## Markedsanalyse

### 8.1 Innledning - Oversikt over data

Jeg ønsker i dette kapitlet å gi en oversikt over det datasettet som brukes i min analyse. De aktuelle aksjene er listet opp i Tillegg B.2.

Oslo Børs er Norges eneste *regulerte* markedsplass for handel med verdipapirer. All empiri i denne markedsanalysen er hentet fra verdipapirer som er notert på Oslo Børs i en hel 5 års periode fra 12.09.14 til 11.09.19.

Alle verdipapirer som var notert på Oslo Børs den 11.09.19 er tatt med i analysen, inkludert aksjer, ETN noteringer og noen obligasjoner. I alt er det tatt med 318 ulike verdipapirer som hver enkelt har 1253 observasjoner. Det utgjør nær 400 000 dataposter. En samlet oversikt over alle verdipapirer i vist i tabellene B.1 til B.8. Det er tatt med daglige observasjoner for perioden. Verdiene er ikke justert for utbytte. Transaksjonskostnader er heller ikke tatt med.

Oversikt over avkastningsraten til 7 indekser på Oslo Børs for samme perioden er gitt ved tabell 8.1 under.

Indeks kode	Indeks navn	Avkastningsrate
OSEBX	Hovedindeksen	1,44
OBX	Total return indeks	1,45
OSEAX	All-share indeks	1,45
OAAX	Oslo Axess indeks	1,41
OSLENX	Energi indeks	1,06
OSLSFX	Sjømat indeksen	3,30
OSLSHX	Shipping indeksen	0,95

Tabell 8.1: Indekser på Oslo Børs perioden 12.09.14 til 11.09.19

Sektor	Antall	Marked	Antall	Type	Antall
1	58	1	196	1	241
2	18	2	20	2	70
3	13	3	25	3	7
4	15	4	77		
5	7				
6	28				
7	39				
8	26				
9	9				
10	5				
11	13				
12	10				
13	31				
14	32				
15	7				
16	7				
Antall	318		318		318

Tabell 8.2: Oversikt over inndeling i sektor, type og marked

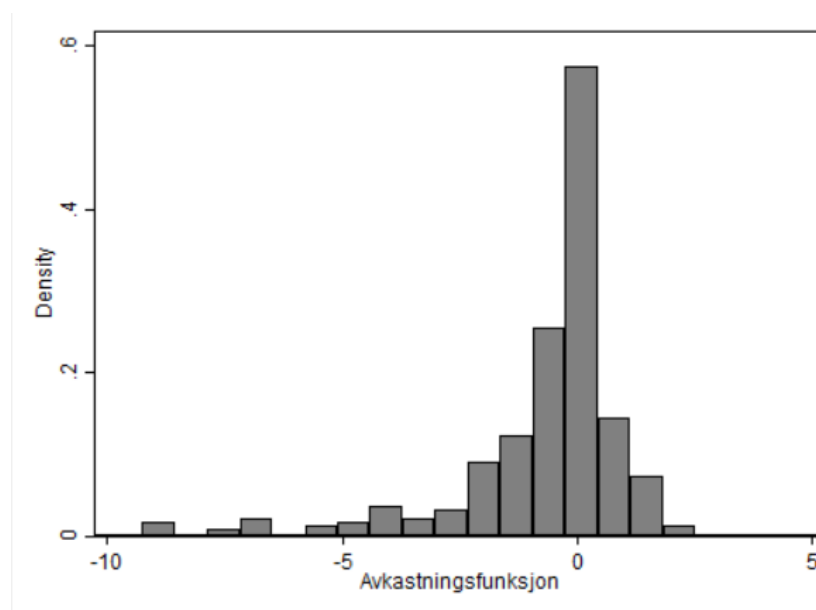
Sektor	Antall	Marked	Antall	Type	Antall
1	0,182	1	0,616	1	0,758
2	0,057	2	0,063	2	0,220
3	0,041	3	0,079	3	0,022
4	0,047	4	0,242		
5	0,022				
6	0,088				
7	0,123				
8	0,082				
9	0,028				
10	0,016				
11	0,041				
12	0,031				
13	0,097				
14	0,101				
15	0,022				
16	0,022				
Antall	1,000		1,000		1,000

Tabell 8.3: Oversikt over %-vis inndeling i sektor, type og marked

Oversikt over de gitte verdier i tabell 8.2 er gitt i avsnitt 7.4.4.1. Oslo Børs opererer med totalt 12 ulike sektorer. Sektorer med nummer 13 - 16 er lagt til av meg for å ta med noen ekstra sektorer for råvarer og obligasjoner.

Alle verdipapirer er klassifisert med en og bare en sektor, en og bare en type og at det tilhører ett og bare ett marked. Dette er en forenkling. Et verdipapir er registrert under sin hovedsektor på børsen. Det er selvsagt mulig å føye til flere felter. F.eks. flere markeder som London børs osv.

Statistiske data for avkastningsfunksjonen er vist i tabell 8.4 og et histogram for samme funksjon er vist i figur 8.1. Vi ser at funksjonen er nær normalfordelt, men med en hale i negativ retning.



Figur 8.1: Histogram over avkastningsfunksjonen til hele datasettet

Største verdi	2,51069	1 % -kvantile	-8,82394
Minste verdi	-9,24956	5 % -kvantile	-4,82951
median	-0,106885	10 % -kvantile	-2,94197
gjennomsnitt	-0,7001319	25 % -kvantile	-1,02165
varians	3,539186	50 % -kvantile	-0,106885
standard avvik	1,881272	75 % -kvantile	0,29013
skjevhet	-2,252014	90 % -kvantile	0,73196
kurtosis	9,035273	95 % -kvantile	1,3021
		99 % -kvantile	1,78826

Tabell 8.4: Statistiske egenskaper ved avkastningsdata for hele perioden





## Kapittel 9

# Empirisk analyse av risiko

### 9.1 Innledning

Dette kapitlet inneholder resultatene av den empiriske analysen av de ulike risikodefinsjonene som imidlertid gir ulike numeriske verdier fordi de måler helt ulike ting. De bruker ulike skalaer. En analogi kan være et termodynamisk eksperiment hvor temperaturen kan måles i Fahrenheit, Celcius, Rankine eller Réaumur. Dette vil gi ulike numeriske verdier som best kan sammenlignes ved å bruke en ny skala, som f.eks. Kelvin.

For å kunne foreta en objektiv sammenligning mellom risikomålene har jeg definert et stipulert risikomål  $\varphi$  som det optimeres mot. For et gitt stipulert risikomål genereres den optimerte porteføljen. For denne porteføljen  $p$  beregnes den faktiske avkastningen  $S_p$  og derved kan jeg sammenligne verdieneparene  $(\varphi, S_p)$  for ulike risikodefinsjoner.

Det er en sammenheng mellom risiko og forventet avkastning slik at økning i risiko gir økning i forventet avkastning. Implementasjonen utnytter dette ved å maksimere forventet avkastning når risikoen vokser opp til en skranke  $\varphi$ . Ved å la denne skranken variere fra nær null til maks risiko, vil algoritmen generere et forslag til en portefølje for hver enkelt verdi. Investorer har ulik risikoaversjon og vil kunne plassere seg inn på en risikoskala.

Algoritmen gir i alt 111 forslag til optimale porteføljer for ulike risikoaversjoner. Investoren kan da velge ut en fra sin risikoaversjon.

De empiriske analysene er kjørt på en internet basert NEOS-server ved Wisconsin Institute for Discovery at the University of Wisconsin in Madison, US. Her er det en tidsbegrensning på 8 timer (28 800 sekund) eksekveringstid og 3GB hukommelse. For de ikke-lineære risikodefinsjonene  $\mathfrak{R}_1$  og  $\mathfrak{R}_2$  er løsningsalgoritmen CONOPT brukt, mens for de heltallig-lineære  $\mathfrak{R}_3$ ,  $\mathfrak{R}_4$  og  $\Gamma_2$  er løsningsalgoritmen CPLEX (MILP versjon) benyttet. Alle er skrevet i AMPL. Modellen er gitt i Tillegg C, et eksempel på data i Tillegg D og kommandoprogrammet i Tillegg E. Et kjøreeksempel for  $\Gamma_2$  med 49 aksjer er vist i Tillegg F.

## 9.2 Resultat for de ulike risikodefinsjonene

### 9.2.1 Skalerbarhet

I tabell 9.1 vises hvor lang tid analysen tar målt i sekund, og for  $\mathcal{R}_1$  og  $\mathcal{R}_2$  brukes en kovariansmatrise som krever mye hukommelse på serveren. Dette gir brudd for  $\mathcal{R}_2$ . I sammenligningene i dette kapitlet er derfor bare de 125 første aksjene i tabellene i Tillegg B.2 tatt med. Dette betyr at  $\mathcal{R}_2$  *ikke* er skalerbare, men at både  $\mathcal{R}_1$ ,  $\mathcal{R}_3$ ,  $\mathcal{R}_4$  og  $\Gamma_2$  er det. De er alle kjørt med hele datasettet på 318 poster uten problemer verken på tid eller hukommelse.

Risiko definsjon	Antall	Antall	Antall	Antall	Antall
	49	100	125	150	318
$\mathcal{R}_1$	59	237	200	300	1357
$\mathcal{R}_2$	853	6330	7647	brudd	brudd
$\mathcal{R}_3$	50	155	395	294	2131
$\mathcal{R}_4$	67	132	384	529	1983
$\Gamma_2$	91	224	416	597	2750

Tabell 9.1: Eksekveringstiden i sekund for de ulike risikodefinsjoner

### 9.2.2 Diversifiserbarhet

Et nøkkelbegrep i porteføljeteorien er diversifisering som reduserer den usystematiske eller diversifiserbare risiko til en portefølje. Jeg har testet diversifiseringsgraden ved de ulike risikodefinsjonene med et ulikt antall verdipapirer, og resultatene presenteres i tabell 9.2.

Risiko definsjon	Antall	Antall	Antall	Antall	Antall
	49	100	125	150	318
$\mathcal{R}_1$	18	35	41	45	99
$\mathcal{R}_2$	5	6	8	brudd	brudd
$\mathcal{R}_3$	16	29	33	40	64
$\mathcal{R}_4$	2	2	2	2	2
$\Gamma_2$	14	27	30	36	68

Tabell 9.2: Diversifiseringgrad for de ulike risikodefinsjoner

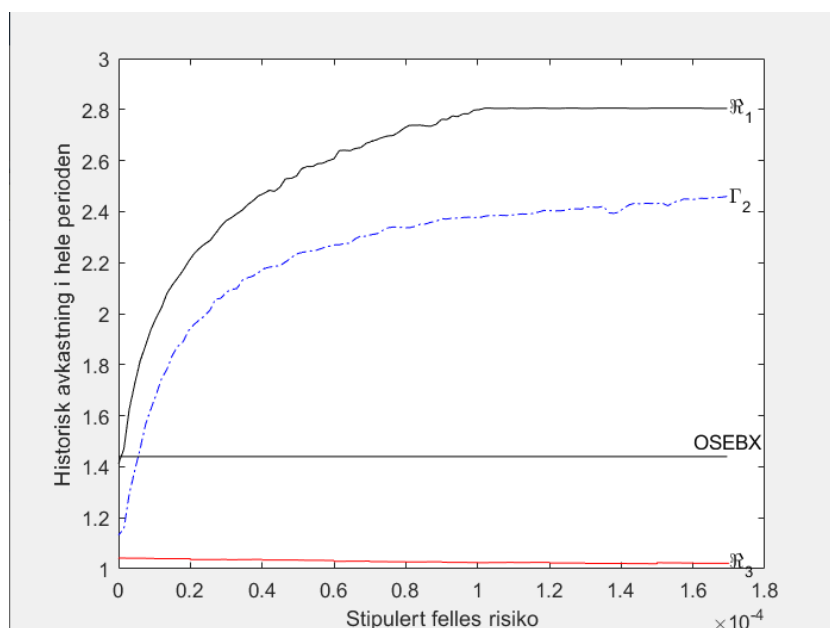
Av tabellen fremgår det at risikodefinsjonene  $\mathcal{R}_2$  og  $\mathcal{R}_4$  viser svak diversifiseringsgrad. Implementasjonen av disse risikomål oppfyller ikke kravet om subadditivitet og de er derfor ikke diversifiserbare. De vil derfor ikke tas med i den videre analyse. Kun  $\mathcal{R}_1$ ,  $\mathcal{R}_3$  og  $\Gamma_2$  vil sammenlignes.

### 9.2.3 Investorens nytte

I figur 9.1 vises et plot av risiko  $\varphi$  på den horisontale akse og den realiserte avkastningen som investeringen av 1 NOK ved starten av perioden gav ved periodens slutt (historisk avkastning  $S_p$ ). Jeg bruker verdien av den realiserte avkastningen som investoren mottar for en gitt risiko til å representere investorens nytte. Større realisert avkastning foretrekkes for alle investorer fremfor en mindre avkastning ved samme risiko og verdiene for et gitt stipulert risikomål kan derfor sammenlignes.

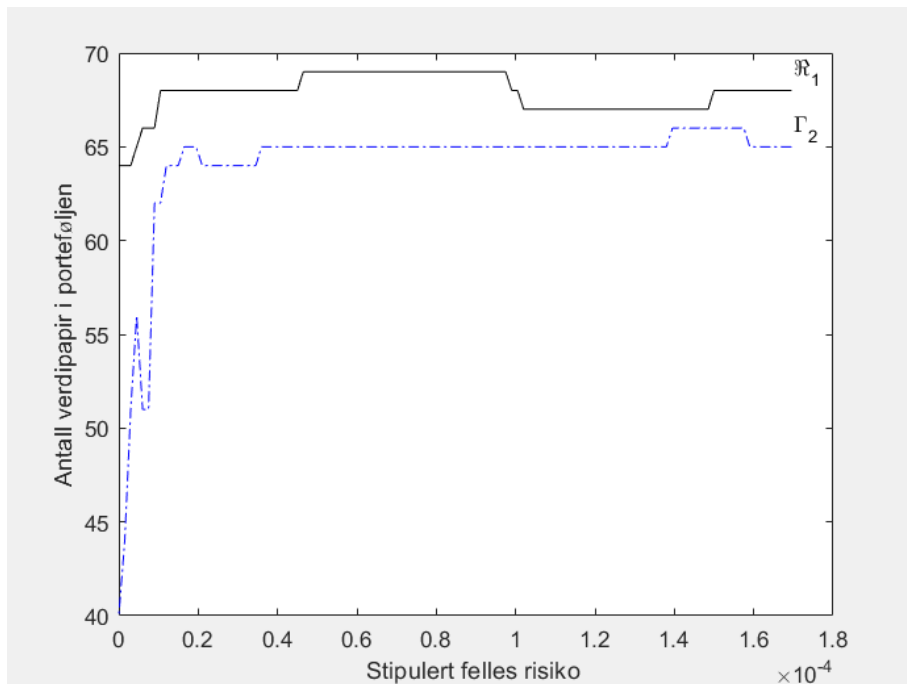
I figur 9.1 vises nyttekurvene til investorer for de ulike risikodefinsjoner. Den heltrukne sorte linjen representerer  $\mathfrak{R}_1$  og den strek-prikkede blå linjen representerer  $\Gamma_2$ . Helt nederst på den røde linjen ligger  $\mathfrak{R}_3$ . Nyttekurven for  $\mathfrak{R}_1$  ligger øverst. Dette betyr at porteføljer generert ved denne risikodefinsjonen har høyest realisert avkastning (nytte) for alle investorer uavhengig av deres risikoaversjon.

Vi ser også at nyttefunksjonen til markedsportefølgen OSEBX ligger under kurvene for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  mens den ligger over  $\mathfrak{R}_3$ . Dermed er  $\mathfrak{R}_3$  ikke interessant og tas ut av den videre analysen.

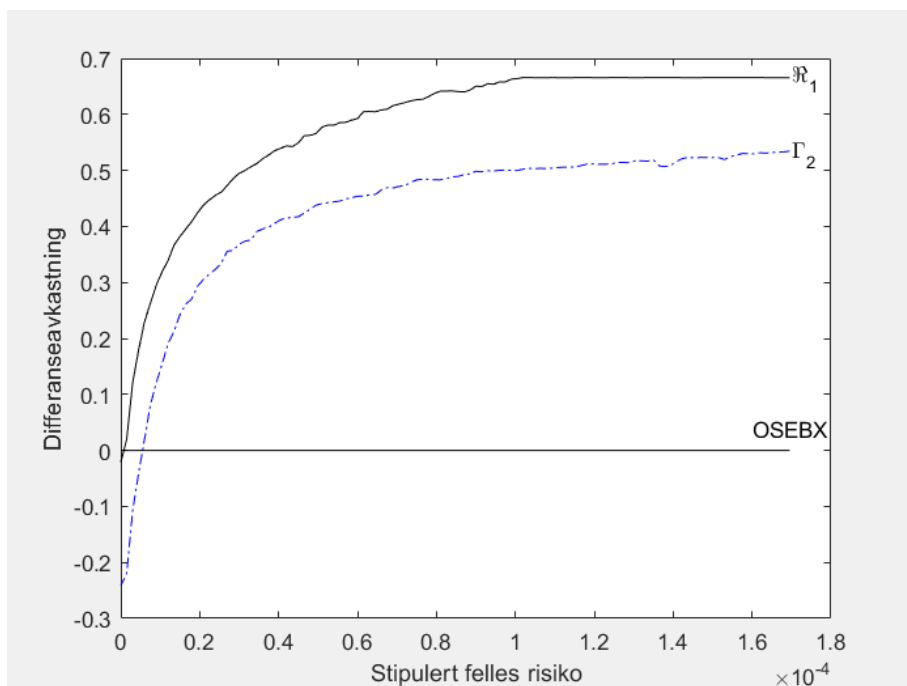


Figur 9.1: Resultat av analysen - historisk avkastning

I figur 9.2 illustrer jeg sammenhengen mellom antall verdipapirer i porteføljen og risikoen  $\varphi$ . Figuren viser at diversifiseringen er tilstrekkelig for begge, best for  $\mathfrak{R}_1$ , deretter for  $\Gamma_2$ . De to kurvene skjærer ikke hverandre, slik at risikodefinsjonen  $\mathfrak{R}_1$  gir større realisert avkastning enn  $\Gamma_2$  for alle verdier av risikonivået.



Figur 9.2: Resultat av analysen - diversifisering



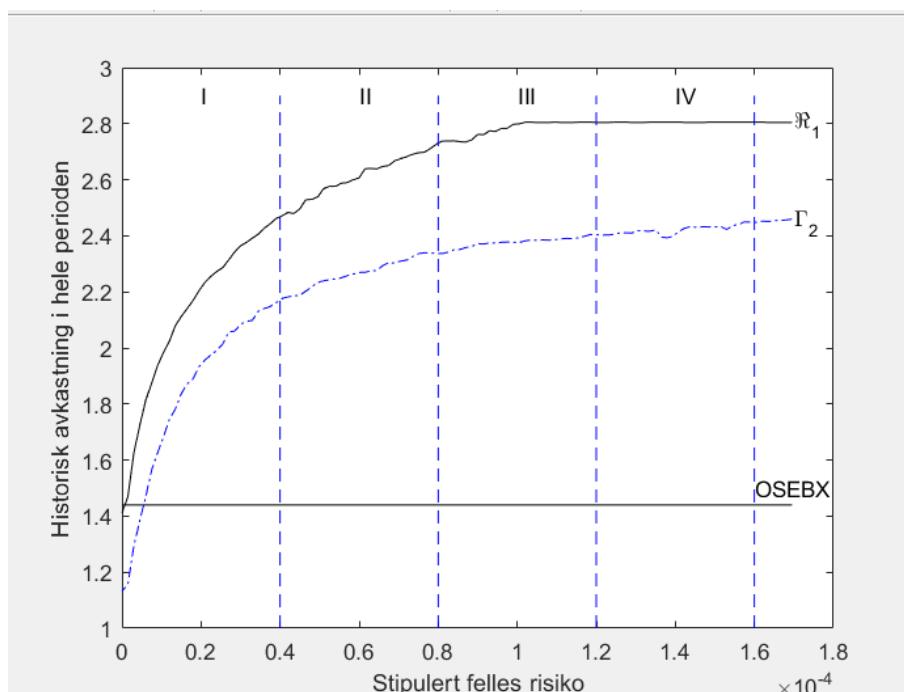
Figur 9.3: Resultat av analysen - differanseavkastning

Den historiske avkastningen for referanseindeksen OSEBX er 1.441433 for hele 5-års perioden og i figur 9.3 er differanseavkastningen mot de ulike alternative risikomål beregnet (Se formel 1.2.1).

Ved svært lave risikoer er differanseavkastningen negativ dvs. at indeksreferansen gir bedre historisk avkastning. Men for de fleste risikoavsetninger (målt med  $\varphi$ ) er differanseavkastningen positiv.

Figur 9.3 viser at differanseavkastningen er best for  $\mathfrak{R}_1$ , men er også tilfredsstillende for  $\Gamma_2$ .

Størrelsen på differanseavkastningen viser oss at metoden er en investeringsmetode som kan konkurrere med de beste fond (se tabell 1.1) og i tillegg er der ikke noe forvaltningsgebyr.



Figur 9.4: Inndeling i risikokategorier

I figur 9.4 er skalaen for risiko delt inn i 4 verdier I - IV som kan stå for henholdsvis liten, middels, stor og ekstra stor risiko.

En interessant observasjon er formen på kurven. Der er en sterk økning i den realiserte avkastningen når vi flytter oss fra nullpunktet til grensen mellom risikokategori II og III ( $0,8E-4$ ), mens kurven etter det punktet flater ut. Investoren vil da få lite igjen i form av økning i den realiserte avkastningen ved å øke risikoen fra  $0,8E-4$  til  $1,6E-4$ .

### 9.2.4 Eksempel på porteføljer

I tabellene 9.3 og 9.4 er porteføljer generert for ulike risikodefinsjonene vist. Her er vist for en middels risikoaversjon (kategori II,  $\varphi = 0,00006$ ).

Kode	$\mathfrak{R}_1$	$\Gamma_2$
AKERBP	0,046	0,031
BON	0,020	0,011
BWO	0,004	0,008
DNO	0,001	0,003
FRO	0,012	0,009
HAVI		0,016
IOX	0,003	0,000
PEN	0,003	0,004
REACH	0,001	0,001
SIOFF	0,048	
SUBC		0,004
TGS	0,013	0,014
AKER	0,008	
AXA	0,003	0,001
DNB	0,011	
SRBANK		
STB	0,004	
COV	0,032	0,028
MEDI	0,025	0,019
NAVA	0,009	0,008
PHO	0,007	0,010
BAKKA	0,016	0,015
GSF	0,013	0,017
NRS	0,008	
SALM	0,010	0,015
SSC	0,015	0,004
GYL	0,015	0,014
POL	0,005	0,004
SCHA	0,010	0,001
AURG	0,030	0,018
HELG	0,011	0,008
HSPG	0,005	0,003
SKUE	0,034	0,028
SBVG	0,004	0,004
RING	0,008	0,011

Tabell 9.3: Eksempler på porteføljer del 1

Kode	$\mathfrak{R}_1$	$\Gamma_2$
MING	0,007	0,016
SOAG	0,032	0,024
MORG	0,011	0,015
TOTG	0,052	0,177
AFG	0,051	0,044
AKVA	0,030	0,029
BEL	0,004	0,009
BMA	0,015	0,013
RISH	0,004	0,004
NEL	0,013	0,012
NRC	0,011	0,009
NTS	0,011	0,009
ODFB	0,010	0,013
SASNOK	0,005	
TOM	0,040	0,026
WWI	0,005	0,003
WILS	0,005	0,006
ATEA	0,008	0,005
BOUVET	0,027	0,018
DAT	0,020	0,023
FUNCOM	0,006	0,003
GIG	0,005	0,002
ITE	0,018	0,017
KIT	0,023	0,017
NAPA		0,001
NOD	0,001	0,002
STRONG	0,020	0,016
NPRO	0,010	0,015
OLT	0,005	
SBO	0,023	0,023
STORM	0,003	0,002
AFK	0,009	0,008
AVM	0,001	
BRG	0,019	0,017
INC	0,003	0,002
YAR	0,004	0,007
ADEA	0,021	0,069
Stipulert risiko	0,00006	0,00006
Historisk avkastning $S_p$	2,60694	2,26953
Differanseavkastning	0,59	0,45
Aksjer i porteføljen	69	65

Tabell 9.4: Eksempler på porteføljer - del 2



### 9.2.5 Fordeling på type, marked og sektorer

I programmet kan det settes beskrankninger på hvor stor prosentdel den enkelte type, marked og sektor som ønskes. Inndelingen følger Oslo Børs, men kan justeres. Analysen av alle 318 postene har ved bruk av  $\Gamma_2$  følgende prosentvise fordeling (Her er det ikke stilt noen krav om ønsket fordeling, dvs. vi har at minimum = 0,000 og maksimum = 1,000 for alle fordelinger):

```
FordelingType [*] :=
```

```
1 0.709  
2 0.245  
3 0.005
```

```
FordelingMarked [*] :=
```

```
1 0.658  
2 0.024  
3 0.027  
4 0.25
```

```
FordelingSektor [*] :=
```

```
1 0.08  
2 0.002  
3 0.065  
4 0.049  
5 0.013  
6 0.127  
7 0.154  
8 0.098  
9 0.027  
10 0.035  
11 0.056  
12 0.003  
13 0.043  
14 0.183  
15 0.005  
16 0.019
```

Den %-vise fordelingen i hele markedet er vist i tabell 8.3.

### 9.3 Beregning av flytende gjennomsnitt $CVaR$

De aktuelle verdiene for  $l$ -kvantil for det datasettet som brukes i oppgaven er gitt i tabell 9.5.

1%-kvantil	-8,82394	25%-kvantil	-1,02165
5%-kvantil	-4,82951	50%-kvantil	-0,112526
10%-kvantil	-2,94197	Tapsgrense	0

Tabell 9.5: Aktuelle verdier for  $l$ -kvantiler

Resultatet er summert opp i Tillegg B.9 i tabellene B.57 og B.58. Her ser jeg at diversifiseringen og det historiske avkastningen er gunstigst når det flytende gjennomsnitt ligger i nærheten av medianen. Dette oppnås ved å sette  $\lambda = 1$  og  $kindex = 5$ .

Som standard er tap betraktet som alle verdier  $< 0$  slik at defaultverdiene er satt til  $\lambda = 1$  og  $kindex = 6$  i alle andre analyser.

CVaR	-8,82394	-4,82951	-2,94197	-1,0216	-0,112526	0
kindex	1	2	3	4	5	6
Antall aksjer i porteføljen	0	0	1	45	75	79
Historisk avkastning	0	0	12,3134	3,1454	1,15106	1,05554

Tabell 9.6: Valg av CVaR

## 9.4 Konklusjon

Konklusjonen av undersøkelsen er at:

1. Risiko definert ved  $\mathfrak{R}_1$  gir porteføljer som har den største historiske avkastningen for investorer uavhengig av deres risikoaversjon. Men implementeringen krever mye tilgjengelig hukommelse og setter en begrensning på størrelsen av datamengden som kan analyseres.
2. Risiko definert ved semivarians  $\mathfrak{R}_2$  er ikke diversifiserbar og er derfor ikke brukbar.
3. Den ikke-lineære definisjonene  $\mathfrak{R}_4$  er ikke diversifiserbar. Den er derfor ikke brukbare.
4. Den ikke-lineære definisjonene  $\mathfrak{R}_3$  har lavere historisk avkastning enn markedsporteføljen. Den er derfor ikke brukbare.
5. Alle algoritmene er blitt utvidet til å dekke investorer med ulik risikoaversjon.
6. Alle algoritmene er blitt utvidet ved at analysen kan stille krav om prosentvis fordeling på typer, marked og sektorer.
7. Algoritmene  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  har større historisk avkastning enn markedsporteføljen.
8. Markedsporteføljen er ikke effisient.
9. Differansavkastningen er tilfredsstillende sett i forhold til investeringer i både indeksfond og aktive fond.
10. Tapsalgoritmen  $\Gamma_2$  gir best resultat når tapsgrensen settes til medianen.

Analysene i dette notatet er kun basert på datasettet fra 2014-2019. Fordelingen av avkastningsdata fremgår av tabell 8.4.

Flere forskere som Boasson, Boassen og Zhou (2011:66) hevder at selv om Markowitz's middelve-di-varians modell er den mest brukte modellen i finansmarkedet, så vil den være ineffektiv dersom fordelingen av aksjene er skjev. Skjevhet og kurtosis i reelle avkastningsdata med ikke-normal fordeling kan forårsake at varians og standardavvik som underestimerer risiko. En annen ulempe ved middelve-di-varians modellen er at den ignorerer investorens risikoaversjon. Som vist i tabell 8.4 er avkastningsdata som er brukt i denne undersøkelsen tilnærmet normalfordelte.

Resultatene for de ulike risikomål for varians og tap er sammenlignbare for det datagrunnlaget er valgt ut. Dette stemmer med de teoretiske resultatene til Rockafellar et. al. (2006) og Uryasev (2010:24) som er nevnt i avsnitt 6.3.4.

# Kapittel 10

## Ex-post prognoser

### 10.1 Innledning

Bruken av Markowitz middelverdi-varians metode (MVT - engelsk forkortelse MPT) har etter sin presentasjon i 1952 blitt tatt i omfattende bruk både innen akademia og innen finansnæringen. Markowitz (2016:257) viser til en undersøkelse fra BNY Mellon i 2014 som viser ”... *survey estimates that the majority of endowments and pension plans – controlling tens of trillions of dollars’ worth of assets – use MPT regularly*”.

I 1952 var tilgangen til og kapasiteten til datamaskiner svært begrenset. Dagens IKT-infrastruktur gjør at metoden nå er anvendbar til praktisk bruk innen finans og store finansielle databaser er blitt gjort tilgjengelige for analyse.

Bruken av MVT gir kun en analyse av *historiske finansdata*. Selv om mengden slike data nå er blitt nærmest astronomiske og de er tilgjengelige i sanntid, er de likevel bare historiske data. Slike omfattende analyser kan i dag bare utføres ved hjelp av avanserte datamaskiner.

Markowitz (2014:14-17) skiller mellom HDM (Human Decision Maker) og RDM (Rational Decision Maker). RDM er en platonisk idé om den rasjonelle beslutningstakeren som alltid ”gjør alt rett”. Denne idéen søker vi å realisere gjennom datamasinell implementering av MVT som er en RDM, hvis og bare hvis modellen og implementasjonen er helt korrekt. HDM vil bruke RDM som grunnlag for sine beslutninger.

For å si noe om *fremtidens kursutvikling*, må vi (Markowitz 2016:3) si noe om:

1. Forventet avkastning basert på historiske data.
2. Muligheter i senere perioder.

Men hvordan kan vi integrere dette i Markowitz’s modell?

## 10.2 Noen enkle prognosemetoder

Finansdata kan betraktes som en tidsrekke  $y_1, y_2, \dots, y_t$  og vi har under skissert noen enkle prognosemetoder. Her brukes notasjon  $T$  for tidspunkt,  $h$  for periodelengden,  $\hat{y}_{T+h|T}$  gir fremtidig verdi på tidspunkt  $T + h$  når verdien på tidspunkt  $T$  er gitt. De mest brukte er (Hyndman 2019):

- Naiv metode:

$$\hat{y}_{T+h|T} = y_T \quad (10.2.1)$$

Alle prognoser er lik den siste observerte verdien av dataene. All informasjon om markedet er inneholdt i den siste observasjon. Dette er i overensstemmelse med teorien om det effisiente markedet (EMH) i avsnitt 5.4.2. Metoden kalles også for *random walk prognoser*.

- Enkel gjennomsnittsmetode:

$$\hat{y}_{T+h|T} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \quad h = 1, 2, 3, \dots \quad (10.2.2)$$

Alle prognoser er lik med det enkle gjennomsnittet av de observerte data. Alle observasjoner har like stor betydning.

- Vektet gjennomsnittsmetode:

$$\hat{y}_{T+1|T} = \alpha y_T + (1 - \alpha) \hat{y}_{T|T-1} \quad (10.2.3)$$

hvor  $0 \leq \alpha \leq 1$  er vekt parameteren.

Alle prognoser er lik med et vektet gjennomsnittet av de observerte data. Rekursjon til første observasjon gir formelen

$$\hat{y}_{T+1|T} = \sum_{t=0}^{T-1} \alpha(1 - \alpha)^t y_{T-t} + (1 - \alpha)^T y_0 \quad (10.2.4)$$

- Sesongvariasjons naiv metode:

$$\hat{y}_{T+h|T} = y_{T+h-m(k+1)} \quad (10.2.5)$$

hvor  $m$  er sesongperioden og  $k$  er antall komplette år i perioden.

- Drifts metode:

$$\hat{y}_{T+h|T} = y_T + h \left( \frac{y_T - y_1}{T - 1} \right) \quad (10.2.6)$$

som er det samme som å trekke en linje mellom første og siste observasjon og forlenge den  $h$  steg.

Markowitz metode er en avansert prognosemetode sammenlignet med disse enkle metodene, men den gir ikke prognoser basert på sesongvariasjoner.

### 10.3 Kan vi si noe om fremtidig verdiutvikling?

De analysene vi har sett på opp til nå har utelukkende vært basert på historiske data uten noen justerende faktorer. I dette avsnittet ønsker jeg å undersøke om det er mulig å kombinere historiske data og investorens egne oppfatninger om markedsutviklingen slik at vi *analytisk får beregnet en effisient markedsportefølje som har samme risiko, men som er justert etter hvilken oppfatning investoren har om utviklingen av markedet.*

Denne analysen har et dobbelt siktemål. Det tas sikte på å gi:

- Mulighet til å forbedre analysene av de historiske data.
- Mulighet til å forbedre estimering av den fremtidige kursutviklingen.

Investorens oppfatning av markedets utvikling eller hans ”magesfølelse” vil kunne uttrykkes i et optimeringsprogram på ulike måter:

- *Ved bruk av skranker.* Investoren kan legge beskrankninger inn i analysen. F. eks. ved at han bare er interessert i å investere i aksjer med omsetning over et gitt volum, %-vis fordeling mellom markeder.
- *Ved bruk av vekter.* Investoren gir verdier (vekter) for de ulike aksjer etter hans oppfatning av markedsverdien. Deretter kan disse verdiene omregnes (hver enkelt divideres med summen av dem) til vekter  $w_j$  slik at

$$\sum_{j=1}^n W_j = 1 \quad (10.3.1)$$

$$W_j \geq 0 \quad \forall j \quad (10.3.2)$$

Disse beskrankningene eller vektene kan legges inn i den samme modellen vi brukte for beregninger av de historiske dataene. Ved disse to fremgangsmåtene får vi inkorporert investorens oppfatning om den fremtidige markedsutviklingen inn i denne modellen (Se avsnitt 7.4 hvor dette gjøres i praksis).

Bruken av vekter innfører derved et nytt element hvor investorer legger til egne vurderinger som ikke trenger å være begrunnet i de faktiske data. Noen investorer investerer kun i såkalte ”trygge” aksjer med lav risiko, mens andre ønsker å ta med noen mer ”spekulative” aksjer for å få muligheten til en stor fortjeneste, men hvor risikoen er svært høy. Dersom investoren ønsker å støtte nyetablerte selskap, finnes det sparsomt med historiske data og han må derfor ”tvinge” selskapet inn i porteføljen via bruk av vekter.

Vi har også inkorporert binære variable hvor aksjer som vil utelates helt, gis verdien 0 og de elimineres derved fra analysen, mens de vi ønsker å ta med gis verdien 1. Dersom investoren kun ønsker å investere i grønn økonomi, kan han effektivt gjøre utvalg ved bruk av binære variable.

Når investorer ser på mulighetene for å kunne forutsi endringer eller aktiviteter i markedet, har vi en *ex ante* situasjon.

Optimeringsprogrammet er også laget slik at det er mulig å plukke ut spesielle tidsrom (epoker) med *from* og *to* parametre. Dette kan f. eks. brukes for å analysere effekten av tidsfestede hendelser som Brexit-avstemmingen (23.06.16) på endringer i valg av effisient portefølje.

Men er det også mulig å redusere risiko og samtidig øke avkastningen?

### 10.3.1 Noen trendindikatorer

Teknisk aksjeanalyse er en analyse av de historiske aksjekursene som utføres for å si noe om den fremtidige utviklingen av aksjekursen. Tanken bak den tekniske analysen er at all kunnskap om selskapet sitter lagret hos alle som handler med aksjer og at denne kunnskapen avspeiles i dagens pris. Ingen vesentlig informasjon om selskapet er ukjent, og dermed er alle reelle forhold om selskapet offentlig kjent og allerede blitt priset inn. Dette indikerer at en kan studere den fremtidige aksjeverdi ut fra selve *kursutviklingen* av aksjen uten å måtte studere nærmere selskapets interne forhold som lønnsomhet, gjeldsgrad o.l.

Aksjene følger gjerne en trend over lenger perioder, men kan oppleve *ytre hendelser* eller *sjokk* som gir et midlertidig eller varig avvik fra trenden. Dette betyr at det også vil være behov for å anvende fundamental aksjeanalyse i tillegg til den tekniske aksjeanalysen.

Til hjelp for investoren til å danne seg en oppfatning om fremtidige utviklingstrender, vil jeg i oppgaven bruke:

- RSA - relativ styrkeanalyse.  
Den relative styrkeanalysen baserer seg på å analysere hvor lenge en aksjekurs har vært stigende eller fallende. Relativ styrkeanalyse bidrar til å beregne sannsynligheten for at kursbanen skal snu.
- SMA - glidende gjennomsnitt.  
Det glidende gjennomsnittet gir en oversikt over aksjekursens gjennomsnitts- eller medianverdi. Verdien vil angi prisbanens trend når en antar at aksjen vil fortsette å følge trenden en stund til.
- S - historisk vekstfaktor.  
Den historiske vekstfaktoren angir hvor mye aksjeverdien har vokst eller avtatt i en periode.

Som input til programmet gis verdien av variabelen *momentum* som angir lengden på den perioden analysen omfatter. Her analyseres perioden fra *from* til *from + momentum*. Periodelengden er satt til 250 som standard (tilsvarer 1 år), men kan endres helt til å omfatte alle observasjoner (Se Tillegg B.3).

I tabellene B.9 til B.16 er verdiene for RSA og SMA for en periode gitt ved  $momentum = 250$  vist. Meningen med denne utskriften er å hjelpe investoren med å fastsette sine egne trendfaktorer.

Ved å sette  $brukvekt = 4$  vil investoren omregne RSA-verdiene til en vekt  $W_j$  og med  $brukvekt = 5$  vil han omregne SMA-verdiene til en vekt  $W_j$ . I tillegg vil  $brukvekt = 6$  omregnes til en vekt hvor SMA-verdier  $> 1$  gis høy vekt (10), mens  $<$  gis lav vekt (1). Ved å sette  $brukvekt = 8$  vil investoren bruke S-verdien som vekt  $W_j$ . Alle disse omregningene skjer automatisk i programmet.

Bruk av vekter vil være et viktig middel til å legge inn forventede trender inn i de historiske dataene. Dette gjør investoren enklest ved bruk av vekten  $Best$  ( $brukvekt = 3$ ), ved å sette vekten 1 til de fleste verdipapirer og gi de han finner ønskelige en høyere vekt. Aksjer han ønsker å utelukke gis verdien 0. Programmet regner automatisk de gitte verdiene om til en vekt  $W_j$ . Men jo færre han vektlegger jo større blir diversifiseringen.

Markowitz's algoritme legger like mye vekt på alle data uansett om de er gamle eller fra nyere dato. Men burde ikke de nyeste dataene vektlegges mest? Dette kan oppnås ved å bruke ulike diskonteringsfaktorer.

Utskrift av RSA for de 49 første aksjene ( $brukvekt = 4$ ):

RSA [*] :=					
AKA	0.521912	KVAER	0.569721	TGS	0.541833
AKERBP	0.549801	OTS	0.589641	ASC	0.517928
ARCHER	0.52988	PEN	0.541833	AKER	0.541833
BON	0.513944	PGS	0.545817	AXA	0.59761
BWO	0.517928	PLCS	0.505976	DNB	0.498008
DNO	0	PRS	0.482072	GJF	0.466135
DOF	0.557769	QEC	0.61753	PROTCT	0.549801
EIOF	0	REACH	0.609562	SRBANK	0.549801
EMGS	0.557769	SDRL	0.533865	STB	0.537849
FRO	0.541833	SIOFF	0.784861	VVL	0.673307
HAVI	0.741036	SOFF	0.553785	BIOTEC	0.450199
HLNG	0.525896	EQNR	0.533865	COV	0.589641
IOX	0.565737	SUBC	0.52988	MEDI	0.645418
NAVA	0.561753	BAKKA	0.513944	NRS	0.501992
PHO	0.577689	GSF	0.537849	ORK	0.482072
AUSS	0.537849	LSG	0.541833	SALM	0.561753
SSC	0.541833				

Her har  $momentum = 250$  slik at dette er verdiene som indikerer trend det siste året. Investoren har her også valgt å utelukker DNO og EIOF.

Investorer kan bruke disse verdiene til å finne sine egne vekttrender, eller han kan omforme verdiene til vekter som i formel 10.3.1.



Utskrift av SMA for de 49 første aksjene (*brukvekt* = 5):

SMA [\*] :=

AKA	0.998868	KVAER	0.99958	TGS	0.999387
AKERBP	0.999901	OTS	1.00139	ASC	0.998193
ARCHER	0.998581	PEN	1.00064	AKER	0.999213
BON	1.00256	PGS	0.997543	AXA	0.998578
BWO	1.00128	PLCS	0.998707	DNB	0.999676
DNO	0	PRS	0.99652	GJF	1.00103
DOF	0.997007	QEC	0.998849	PROTCT	0.99966
EIOF	0	REACH	0.999344	SRBANK	1.00005
EMGS	1.00153	SDRL	0.994629	STB	0.999028
FRO	1.00292	SIOFF	1.00003	VVL	1.00115
HAVI	0.997918	SOFF	0.993981	BIOTEC	0.999581
HLNG	0.999913	EQNR	0.999371	COV	1.00192
IOX	0.997472	SUBC	0.999744	MEDI	1.0033
NAVA	1.0039	BAKKA	1.00032	ORK	1.00068
PHO	1.00043	GSF	1.00064	SALM	1.0003
PHO	1.00043	LSG	0.999534	SSC	1.00256
AUSS	0.999358	NRS	0.999874		

Utskrift av S for de 49 første aksjene (*brukvekt* = 8):

S [\*] :=

AKA	0.00279159	PLCS	0.00241286	STB	0.00302145
AKERBP	0.00357645	PRS	0.00137336	VVL	0.00517733
ARCHER	0.00238095	QEC	0.00237929	BIOTEC	0.00325397
BON	0.00711291	REACH	0.00284979	COV	0.006148
BWO	0.00465808	SDRL	0.000704427	MEDI	0.00801667
DNO	0	SIOFF	0.00400212	NAVA	0.00871532
DOF	0.00137662	SOFF	0.000562879	PHO	0.00356809
EIOF	0	EQNR	0.00328397	AUSS	0.0031632
EMGS	0.00357143	SUBC	0.00348722	BAKKA	0.00408023
FRO	0.00720024	TGS	0.00313428	GSF	0.00432186
HAVI	0.00172065	ASC	0.00240532	LSG	0.00334885
HLNG	0.00350823	AKER	0.00306705	NRS	0.00355533
IOX	0.00144469	AXA	0.00255268	ORK	0.00462212
KVAER	0.00330777	DNB	0.00358584	SALM	0.00403765
OTS	0.00181988	GJF	0.00506073	SSC	0.00681445
PEN	0.00400834	PROTCT	0.00326231		
PGS	0.00166664	SRBANK	0.00393312		

### 10.3.2 Prognoser basert på risikodefinsjonene

I Tillegg B.5 viser tabellene B.25 til B.32 resultatet av å bruke  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  på et testdatasett (252-1253) og undersøker i hvilken grad de genererte porteføljer kan brukes til å gi prognoser for den siste perioden (1-251 siste året).

Av den siste tabellen B.16 fremgår det at prognosene for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  gav henholdsvis 0,9457 og 1,0074 i historisk avkastning mot 0,9909 for indeksporteføljen i samme periode. Her er viser porteføljen generert av  $\mathfrak{R}_1$  en svakere historisk avkastning enn markedsporteføljen, mens porteføljen generert av risikodefinsjonen  $\Gamma_2$  viser litt bedre historisk avkastning enn markedsporteføljen.

$\mathfrak{R}_1$	$\Gamma_2$	OSEBX
0,9457	1,0074	0,9909

Tabell 10.1: Resultat av bruk prognoser etter algoritmer

### 10.3.3 Prognoser basert på trendindikatorene

I Tillegg B.3 viser tabellene B.9 til B.16 verdien av RSA, SMA og vekstfaktoren S.

Og i Tillegg B.4 viser tabellene B.17 til B.24 resultatene av bruk av trendindikatorene RSA og SMA. Her er de eldste observasjoner 252-1253 brukt for å beregne testverdier, mens de siste verdien 1-251 er brukt til å vurdere hvor gode prognosene er. Jeg har utført testene for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  for hele datasettet.

brukvekt	Historisk avkastning	Historisk avkastning	Antall aksjer	Antall aksjer
	$\mathfrak{R}_1$	$\Gamma_2$	$\mathfrak{R}_1$	$\Gamma_2$
0	0,9457	1,0074	92	56
4	0,4425	0,8173	1	11
5	0,7710	0,7887	2	14
6	0,9231	0,2518	1	7
7	0,7995	0,7912	2	14
8	0,8650	0,7912	2	14

Tabell 10.2: Resultat av bruk trendindikatorer som algoritmer

Utviklingen av markedsporteføljen OSEBX i samme tidsrom (siste året) er vist i tabell 10.3.

Markedsindekser	Vekstfaktor	Markedsindekser	Vekstfaktor
OSEBX	0,990907	OSLENX	0,862206
OBX	0,983824	OSLSEX	1,092880
OSEAX	0,977858	OSLSHX	0,941953
OAAX	1,191172		

Tabell 10.3: Markedindekser siste året

Dette viser at den historiske avkastningen til  $\Gamma_2$  er litt bedre enn for  $\mathfrak{R}_1$  og at markedsporteføljen ligger mellom dem.

Tabell 10.2 viser tydelig at bruk av vekter på alle eller svært mange verdipapirer gir en svak diversifisering og er derfor ikke velegnet i analysen. Vi oppnår heller ikke noen akseptabel historisk avkastning.

### 10.3.4 Alternative prognosemetoder

I Tillegg B.6 gjengis genererte verdier for de fire prognosemetoder nevnt i Tillegg 10.2 i tabellene B.33 til B.40. Disse verdiene kan gi investoren informasjon om hvilke trender han ønsker å satse på.

I Tillegg B.7 har jeg i tabellene B.41 til B.48 generert et resultat basert på alle fire metodene. Her er verdiene omgjort til vekter slik at en oppnår en diversifisering som inneholder alle 318 verdipapirene.

naiv	snitt	vektet	drift
1,87	1,88	1,88	1,87

Tabell 10.4: Resultat av bruk av alternative prognosemetoder

### 10.3.5 Diskontering

I Tillegg B.8 genereres porteføljer ved bruk av diskonteringsfaktoren  $d$  i tabellene B.49 til B.56.

Av tabell 10.5 fremgår det at bruk av diskontering gir svakere prognoser og er derfor ikke å anbefale. Diskontering gi nedgang i prognosene.

$\Gamma_2$ med $d =$	1,0000	1,00001	1,000025	1,0000	1,00001	1,000025
Analyse	252-1253	252-1253	252-1253	1-251	1-251	1-251
Antall aksjer i porteføljen	65	51	7			
Historisk avkastning				1,0352	0,8865	0,3234
Differenseavkastning				0,04	-0,11	-1,12

Tabell 10.5: Resultat for ulike diskonteringsfaktorer

### 10.3.6 Bruk av vekter

En klar konklusjon fra de tre siste avsnittene er at dersom en ønsker å bruke vekter vil dette i stor grad påvirke diversifiseringsgraden. I dette avsnittet vil jeg avgrense bruken av vekter til 5 ulike aksjer for å se effekten av det. Jeg har valgt ut 5 aksjer som jeg har tro på vil komme til å få en positiv markedsutvikling og jeg gir dem en vekt etter hvordan jeg tror markedsutviklingen vil bli.

Ved å kjøre analysen med risikodefinsjon  $\mathfrak{R}_1$  på disse 5 aksjene får jeg generert resultatene i tabell 10.6 under.

$\mathfrak{R}_1$	test uten	Vekt	test vekt
AKERBP	0,344	20	0,00
HAVI	0,001	10	0,908
IOX	0,032	0,5	0,013
AXA	0,074	15	0,064
GSF	0,548	0,5	0,013

Tabell 10.6: Resultat for bruk av  $\mathfrak{R}_1$  med vekter

Samme analysen er kjørt med risikodefinsjon  $\Gamma_2$  og vi ser at effekten ved bruk av vekter er som forventet i dette tilfellet ved at vekt  $> 1$  skal gi økning, mens vekt  $< 1$  skal gi nedgang. Verdiene for AKERBP er ikke som forventet i tabell 10.6, mens alle verdiene er som forventet i tabell 10.7.

$\Gamma_2$	uten vekt	Vekt	med vekt
AKERBP	0,259	20	0,910
HAVI	0,000	10	0,004
IOX	0,075	0,5	0,003
AXA	0,054	15	0,081
GSF	0,610	0,5	0,000

Tabell 10.7: Resultat for bruk av  $\Gamma_2$  med vekter

### Konklusjon

Innføring av vekter påvirker dataene som behandles ved at de blir mer skjevfordelte. De stiller derved krav til koherensen til risikodefinsjonen.

- Risikodefinsjon  $\mathfrak{R}_1$  egner seg derfor ikke i kombinasjon med vekter.
- Bruk av vekter må derfor begrenses til analyser med  $\Gamma_2$ .
- Bruk av vekter må avgrenses i antall siden diversifiseringen avtar.

### 10.3.7 Utvelgelse av interessente aksjer

Investoren kan etter nærmere analyse av markedsutsiktene for de enkelte aksjene gjøre bruk av variabelen  $Ut$  som sier om aksjene skal være med i analysen ( $=1$ ) eller utelates ( $=0$ ). I tabellene 10.9 og 10.10 analyseres først testdataene (252-1253) og den porteføljen som genereres inversteres deretter for det siste året (1-251).

Antall aksjer i porteføljen	Historisk avkastning	Markedsporteføljen
16	1,82904035	0,990907

Tabell 10.8: Oppsummering for utvalg av aksjer

Ved denne fremgangsmåten oppnådde jeg en avkastning på hele 82,9 % mens markedsporteføljen i samme tidsrom gav en avkastning på -0,009 %. Det gir en differanseavkastning på 0,61.

$\Gamma_2$	252-1253	ut = 0/1	1-251	Avkastning
BON	0,00093	1	1,78908	0,001663844
FRO	0,00034	1	1,84979	0,000628929
GJF	0,00044	1	1,28732	0,000566421
VVL	0,00113	1	1,30469	0,0014743
COV	0,00118	1	1,55477	0,001834629
SSC	0,00094	1	1,75972	0,001654137
NEL	0,00016	1	2,01682	0,000322691
AVANCE	0	1	1,78493	0
SSHIP	0,00021	1	3,1903	0,000669963
HBC	0	1	1,81481	0
ASAME	0	1	2,18478	0
EPICME	0	1	1,77778	0
ZENAME	0	1	2,33696	0

Tabell 10.9: Resultat for bruk utvelgelse av interessente aksjer I

$\Gamma_2$	252-1253	ut = 0/1	1-251	Avkastning
BEARGULLX1ND	0	1	0,87238	0
BEARGULLX1NON	0,00355	1	0,88083	0,003126947
BEARGULLX10ND	0,00016	1	0,0725	0,0000116
BEARGULLX10NON	0	1	0,06307	0
BEARGULLX12ND	0,0004	1	0,03578	0,000014312
BEARGULLX12NON	0,00008	1	0,02792	2,2336E-06
BEARGULLX15SNONN	0	1	0,05391	0
BEARGULLX2ND	0	1	0,69471	0
BEARGULLX2NON	0	1	0,7054	0
BEARGULLX3ND1	0	1	0,5467	0
BEARGULLX3NON	0	1	0,5587	0
BEARGULLX4NON	0,0002	1	0,43644	0,000087288
BEARGULLX5ND	0	1	0,32572	0
BEARGULLX5NON	0	1	0,33024	0
BEARGULLX8ND	0,0015	1	0,13139	0,000197085
BEARGULLX8NON	0	1	0,12449	0
BULLGULLX1ND1	0	1	1,17964	0
BULLGULLX1NON	0	1	1,30149	0
BULLGULLX10ND	0	1	3,912	0
BULLGULLX10NON	0	1	3,41354	0
BULLGULLX12ND	0	1	4,42148	0
BULLGULLX12NON	0	1	3,73841	0
BULLGULLX15SNONN	0,98616	1	1,83815	1,812710004
BULLGULLX2ND	0	1	1,5465	0
BULLGULLX2NON	0,00246	1	1,53361	0,003772681
BULLGULLX3ND1	0	1	1,81697	0
BULLGULLX3NON	0	1	1,79012	0
BULLGULLX4NON	0	1	2,10968	0
BULLGULLX5ND	0	1	2,42308	0
BULLGULLX5NON	0	1	2,37533	0
BULLGULLX8ND	0	1	3,31203	0
BULLGULLX8NON	0	1	2,84884	0
SV3M	0	1	1,92308	0
SV6M	0	1	1,77143	0
SV9M	0,00018	1	1,68493	0,000303287
SV12M	0	1	1,53846	0
Historisk avkastning			0,990907	1,82904035
Antall aksjer i porteføljen		49		16
Differansavkastning				0,61

Tabell 10.10: Resultat for bruk utvelgelse av interessente aksjer II

## 10.4 Verdianalyse av selskapsinformasjon

Relevant og oppdatert informasjon om de selskaper jeg ønsker å handle med er av stor betydning når jeg skal spå om den fremtidige utvikling i markedet. Mye av denne informasjonen skriver seg fra lovpålagte rapporteringer fra selskapene som årsrapporter, halvårsrapporter og øvrige delrapporter. Mange selskaper rapporterer også om fremtidsutsikter og skaper derved forventninger i markedet.

Av informasjon som kan være av interesse kan jeg nevne de faktorer som Oslo Børs legger ut rapporter om (Oslo Børs 2016):

- Selskapsledelse.
- Styrets sammensetning og ledelse.
- Selskapets informasjonspolitikk.
- Selskapets samfunnsansvar.
- Informasjon om de største aksjeeiere.
- Kursinformasjon om selskapets aksjer på ulike markedsplasser.
- Informasjon utarbeidet av ulike meglerhus.
- Informasjon om utbytte.
- Informasjon om selskapets finansielle strategi.
- Informasjon om selskapets gjeldsstruktur.

Markedet reager på informasjon og i et effisient marked inkorporeres all tilgjengelig informasjon i aksjekursen. Likevel bør investorer danne seg et eget bilde både av hvilket markedsegment de bør investere i og hvilke aksjer de bør holde seg unna.

En *verdianalyse* vil derfor kunne ha interesse for alle typer informasjon som påvirker prissettingen i markedet. En investor som benytter verdiinvestering må bygge opp en omfattende samling data. Datateknisk må investoren bygge opp et *stordatasystem* som er kjennetegnet ved de tre V-er:

- *Volum* – Omfatter svært store mengder data ( fra terabyte til zeta-byte).
- *Varietet* – Omfatter mange typer av data (tekst, video, tale ol.).
- *Velocity* – Dataene endres i stor hastighet.

Det omfatter både strukturerte og ustrukturerte data slik at tradisjonelle metoder som relasjonsdatabaser ikke strekker til.

Beyer et. al. (2012) definerer *stordata (big data)* ved:

*”Big data is high-volume, high-velocity and/or high-variety information assets that demand cost-effective, innovative forms of information processing that enable enhanced insight, decision making, and process automation.”*

Vi møter denne typen informasjonsbehandling daglig gjennom vår bruk av sosiale media og av søkemotorer. Både Facebook og Google har samlet opp enorme informasjonsmengder av ustrukturerte data som de bruker aktivt i sin tilnærming til markedet. Når vi foretar et søk i Google vil dette bli lagret og senere påvirke svarene på alle fremtidige søk, og hvilken målrettet reklame vi presenteres for.

På samme måten lagrer Facebook all vår aktivitet på sin plattform og danner seg en profil som inneholder alle våre venner og våre holdninger. Ved sammenstilling og analyse av denne type data kan de få tilgang til informasjon som kan brukes til påvirkning av f. eks. det amerikanske presidentvalget i 2016. Men de kan også manipulere et aksjemarked.

I et marked for aksjer vil summen av små påvirkninger bevege aksjekursen i ulike retninger. Men hvordan kan vi beskrive og analysere en slik prosess? Dataene i en slik prosess er ikke organisert etter en bestemt hypotese eller et bestemt formål, men en må søke etter interessante mønstre som kan gi oss ny innsikt i markedsbevegelsene. Dette vil være en modernisert mønsteranalyse (Dow analyse).

Analysen av data i et slikt stordatasystem skiller seg i stor grad fra behandling av tradisjonell dataanalyse. Det kan sies å være et paradigmeskifte. Noen ulikheter:

- Alle data lagres i motsetning til ufullstendige data.
- Kaotiske data i motsetning til strukturerte data.
- Komplekse koplinger i motsetning til deterministiske data.
- Eksplorativ utforskning i motsetning til standard hypotesttesting.
- Sanntidsanalyse av data i motsetning til tidsforsinkelse i dataanalysen.

Sanntidsanalyse av komplekse sammenhenger er oppgaver som vil kreve maskinlæring og kunstig intelligens. Datamaskiner programmert på riktig måte er langt bedre enn mennesker til å finne små mønstre i markedsbevegelsene. Dagens sjakkdatamaskiner er uslåelige for mennesker.

Det er også etiske dilemmaer ved at automatiserte prosesser overtar. Når roboten kan analysere ørsmå bevegelser i markedet, vil den da ikke selv kunne skape slike bevegelser for å innkassere gevinst på vegne av de som har skapt den?

Mange forvaltere er engstelige for at automatiserte prosesser vil overta hele markedet.



## 10.5 Konklusjoner om bruk av trendindikatorer

Innledningsvis sa jeg at analysen hadde et dobbelt siktemål:

- Mulighet til å forbedre resultatene av de historiske analysene (ex post).
- Mulighet til å forbedre estimering av markedsutvikling (ex ante).

Undersøkelsene opp til nå har vist at det første punktet *ikke* er oppfylt. Bruken av de gitte vektorer gav ikke noen forbedring av resultatet av analysen, snarere tvert om. Vektene påvirker optimaliseringen negativt slik at andre løsninger enn de optimale blir generert. Men vil løsninger med andre vektorer kunne være optimale?

Men når det gjelder det andre punktet vil bruken av justerte vektorer etter investorens oppfatninger om markedsutviklingen være aktuelle.

For å kunne estimere den fremtidige markedsutviklingen må vi kunne lokalisere trender.

Bruk av vektorer påvirker datasettet slik at det oppstår en mulighet for at fordelingen av verdipapirene blir skjev. Skjevhet og kurtosis i avkastningsdata med ikke-normalfordeling kan forårsake at varians og standardavvik underestimerer risiko (Boasson, Boassen og Zhou (2011:66)).

Konklusjon:

- Bruk av trendfaktorer begrenses til lineære risikomål ( $\Gamma_2$ ).
- Diskontering egner seg ikke for bruk for noen av risikomålene.
- Bruk av vektorer må avgrenses til bruk med koherente risikomål ( $\Gamma_2$ ).
- Antallet vektorer må holdes på et rimelig nivå  $\leq 10$ .

## 10.6 Konklusjon for nullhypotesene

Jeg satte frem følgende to nullhypoteser:

- $H_0^1$  : Tapsalgoritmen  $\Gamma_2$  gir empiriske resultater som er sammenlignbare med resultater fra Markowitz algoritme basert på varians  $\mathfrak{R}_1$ .
- $H_0^2$  : Tapsalgoritmen  $\Gamma_2$  lar seg best integrere med ulike trendfaktorer.

Begge disse hypotesene er blitt bekreftet av de empiriske resultatene.

# Kapittel 11

## Konklusjon og videre arbeid

### 11.1 Oppsummering av empiriske resultater

I kapittel 1 skisserte jeg opp noen punkter som denne undersøkelsen skulle prøve å gi svar på. Disse punktene er gjengitt under med kommentar om resultater:

1. Hva er forholdet mellom markedsporteføljen og den optimerte porteføljen?

Vi har vist at:

- *Markedsporteføljen ikke er effisient.*
- *Porteføljeteorien gir investeringsbeslutninger som er bedre enn markedsporteføljen.*

2. Vil de ulike risikodefinsjonene gi den samme optimerte portefølje?

Vi har vist at:

- *Varians gir mest effisiente porteføljer for avgrensede normaliserte datasett.*

3. Hvilket risikomål gir størst nytte?

Vi har vist at:

- *Risikomål definert som tapsmål egner seg best for mine analyser siden det er det eneste koherente risikomål.*

4. Gir ulike optimeringsmodeller samme optimerte portefølje?

Vi har vist på side 78 at:

- Risiko definert ved  $\mathcal{R}_1$  gir porteføljer som har den største historiske avkastningen for investorer uavhengig av deres risikoaversjon. Men implementeringen krever mye tilgjengelig hukommelse og setter en begrensning på størrelsen av datamengden som kan analyseres.
- Risiko definert ved semivarians  $\mathcal{R}_2$  er ikke diversifiserbar og er derfor ikke brukbar.
- Den ikke-lineære definisjonene  $\mathcal{R}_4$  er ikke diversifiserbar. Den er derfor ikke brukbare.
- Den ikke-lineære definisjonene  $\mathcal{R}_3$  har lavere historisk avkastning enn markedsporteføljen. Den er derfor ikke brukbare.
- Alle algoritmene er blitt utvidet til å dekke investorer med ulik risikoaversjon.
- Alle algoritmene er blitt utvidet ved at analysen kan stille krav om prosentvis fordeling på typer, marked og sektorer.
- Algoritmene  $\mathcal{R}_1$  og  $\Gamma_2$  har større historisk avkastning enn markedsporteføljen.
- Markedsporteføljen er ikke effisient.
- Differansavkastningen er tilfredsstillende sett i forhold til investeringer i både indeksfond og aktive fond.
- Tapsalgoritmen  $\Gamma_2$  gir best resultat når tapsgrensen settes til medianen.

5. Kan andre faktorer enn ulike risikomål påvirke den optimale porteføljen?

På side 92 har vi vist at:

- Bruk av trendfaktorer begrenses til lineære risikomål  $\Gamma_2$ .
- Diskontering egner seg ikke for bruk for noen av risikomålene.
- Bruk av vektorer må avgrenses til bruk med koherente risikomål.
- Antallet vektorer må holdes på et rimelig nivå  $\leq 10$ .

På side 87 har vi vist at:

- Risikodefinitjon  $\mathcal{R}_1$  egner seg ikke i kombinasjon med vektorer.
- Bruk av vektorer må derfor begrenses til analyser med  $\Gamma_2$ .
- Bruk av vektorer må avgrenses i antall siden diversifiseringen avtar.

6. Hvor skalerbare er de ulike løsningsalgoritmene?

Vi har vist at:

- *De lineære algoritmene er skalerbare.*
- *De ikke-lineære algoritmene er ikke skalerbare.*

7. Hvilken optimeringsalgoritme egner seg best for analyse av finansdata?

Vi har vist at:

- *Den beste algoritmen for avgrensede datamengder er varians.*
- *For større datamengder må ikke-lineære algoritmer brukes.*
- *For ikke-normaliserte data kan kun tapsdefinisjonen brukes.*
- *For bruk av trendindikatorer bør tapsdefinisjonen brukes.*

8. Kan Markowitz middelvei-varians metode forbedres?

Vi har vist at:

- *Markowitz middelvei-varians modell kan forbedres.*
  - *Genererer porteføljer for mange ulike risikoaversjoner.*
  - *Kan oppnå fordeling etter typer, markeder og sektorer.*

9. Kan investoren legge inn egne oppfatninger av trender i analysen?

- *Det er mulig å legge inn vektorer i analysen slik at dette avspeiler investorens egen estimering av markedsutviklingen.*

## 11.2 Konklusjon

Intensjonen med oppgaven er å se på anvendelser av matematisk optimeringsteori innen handel med verdipapirer. Hovedspørsmålet var:

- *Hvilken definisjon av risiko gir porteføljen med størst nytte til en akseptabel risiko?*
- *Kan en optimeringsalgoritme basert på Markowitz middelve-di-varians-teori (MVT) forbedres med alternative risikobegrep og med lineær optimeringsalgoritme?*

Vi sier at vi har muligheter for sikker gevinst i et finansmarked dersom vi har mulighet for gevinst samtidig som vi er sikre på ikke å lide tap. I et aksjemarked kan vi aldri være helt sikre på at vi ikke lider tap. Vi opererer alltid med en viss risiko for tap. Vi kan selv velge hvilken risiko vi ønsker å ta, men den vil aldri være lik null og vår gevinstmulighet vil henge nært sammen med vårt risikovalg.

Markowitz gjennomsnitt-varians modellen har vært den mest brukte metoden til å analysere porteføljer både i akademia og i praktisk finans. Jeg har her vist at den kan forbedres i noen tilfeller og at algoritmer basert på tapsdefinisjon gir bedre resultat i noen tilfeller.

Jeg fremsatte på side 58 to nullhypoteser:

- $H_0^1$  : *Tapsalgoritmen  $\Gamma_2$  gir empiriske resultater som er sammenlignbare med resultater fra Markowitz algoritme basert på varians  $\mathfrak{R}_1$ .*
- $H_0^2$  : *Tapsalgoritmen  $\Gamma_2$  lar seg best integrere med ulike trendfaktorer.*

Begge disse nullhypotesene er bekreftet av empirien og jeg har da trekke den hovedkonklusjon at:

*Den tapsalgoritmen  $\Gamma_2$  som jeg formulerte i avsnitt 7.3.3.5 gir en adekvat beskrivelse av optimeringsprosessen ved bruk av tapsmål.*

## 11.3 Videre arbeid

Et felt som vil kunne nyttiggjøre seg stordata teknologi er finanssektoren. Her er det nødvendig å kunne analysere løpende den finansielle risikoen investoren står ovenfor, og kunne foreta hurtige strategiske valg basert på disse analysene. Her gjelder det at tid er penger. Gjennom slike analyser vil en kunne få en bedre forståelse av hva risiko er for de enkelte transaksjoner og derved for hele forretningsvirksomheten og hvordan risiko best kan møtes.

Finansiell virksomhet inneholder en stor mengde transaksjoner, endrings-hastigheten er omfattende og det er en svært stor mengde av ulike datakilder som påvirker beslutningene. Definisjons kravet om de tre V-er (Volume, Velocity og Variety) er derfor oppfylt slik at vi står overfor et tilfelle av stordata (Big Data).

Her vil jeg bare se nærmere på handel med aksjer. Det essensielle er her at en kjøper aksjen til en gitt pris på et gitt tidspunkt og selger den til en forhåpentligvis høyere pris på et senere tidspunkt. Det er stor usikkerhet i hvordan prisutviklingen på de enkelte aksjene vil være. Kjøperen står derfor overfor muligheten til å tape hele investeringen, men han kan også tjene stort dersom kursutviklingen er positiv for ham.

Men hva påvirker kursutviklingen på aksjer? Hva og hvordan bestemmes kursen? Kursen endrer seg nærmest kontinuerlig som en balansegang mellom tilbud og etterspørsel. Noen er villige til å selge aksjer de eier til en pris (salgspris), mens andre ønsker å kjøpe til en pris de aksepterer (kjøpspris). Disse to prisforventningene må så justeres mot en felles pris (aksjekursen) for at det skal bli en overføring av eiendomsretten til aksjen.

All informasjon som er tilgjengelig i markedet vil bidra til at prisen justeres mot ønsket nivå og de aller fleste samfunnsøkonomer mener at kapitalmarkedet er effisient i den betydning at prisen på alle verdipapir reflekterer all tilgjengelig informasjon. I et slikt effisient marked vil den eneste grunnen til endring i prisen være tilkomst av ny og uventet informasjon siden all eksisterende informasjon allerede er inkludert i prisen.

Prisen på verdipapirer endrer seg i takt med den informasjonen som er tilgjengelig i markedet til enhver tid. Men kan vi samle inn så mye av denne informasjonen at vi kan følge og forutsi utviklingen i markedet i sanntid? En slik informasjonsmengde er enorm, endrer seg svært hurtig og kan ha mange forskjellige former eller formater. Det er stordata.

Dataene kan være både *strukturerte*, *semi-strukturerte* og *ustrukturerte*. Noen data som utviklingen av kursen på verdipapirer, rentekostnader og lignende gir en beskrivelse av hvordan utviklingen var tidligere. På disse data vil vi kunne anvende *deskriptiv analyse* som ville gitt gi oss svar på "hva som hendte i fortiden". Vi kan finne hvilken aksjeportefølje som ville gitt den største avkastning til en gitt risiko som er akseptabel for oss (Markowitz).

Men for å kunne foreta en *prediktiv analyse* for å svare på spørsmålet "hvordan vil kursen utvikle seg i fremtiden" må vi kunne trekke ut trender

og mønstre fra den tilgjengelige informasjon om hva som vil skjer i fremtiden. Denne informasjonen vil i tillegg til data om hva som har skjedd tidligere også vil måtte inneholde all informasjon som påvirker markedet.

Og i tillegg må vi ut fra dette foreta en *preskriptiv analyse* for å finne ut hvordan vi på best mulig måte skal behandle analyseresultatene, ”hvordan skal vi behandle resultatene”. Hvordan bør vi sette sammen vår aksjeportefølje for å oppnå best mulig avkastning til en akseptabel risiko?

De tilgjengelige markedsdata kommer fra mange kilder. Fra børsene som utenom oppdatert informasjon om prisutviklingen på alle aksjer også inneholder mye informasjon om de enkelte firma bak aksjene. Firmaene rapporterer pliktmessig til børsen om forhold som vil kunne påvirke kursene som regnskapstall, mulig utbytte, gjeldsgrad og i tillegg vil hjemmesidene til firmaene gi informasjon om relevante forhold. De forventninger som markedet har til utvikling av kurser vil også avspeiles i tekstlig informasjon i pressen. Grovt sagt vil all informasjon som er tilgjengelig for markedet kunne hjelpe oss med å finne trender i markedsutviklingen. Mange firma er også registrert på utenlandske børser slik at det også må inkorporeres i analysene.

Foruten omfattende statistisk analyse av de kvantitative data, vil ulike *data mineringsteknikker* samt maskinlæring måtte bli tatt i bruk. Både sannsynlighets estimering av ulike klasser og verdi estimering samt profilering vil være sentrale metoder. Kausal modellering vil også være sentralt.

Ut fra dataene må det bygges en modell som skal kunne komme frem til nøyaktige forutsigelser, samt være både hurtig (aksjekursen endres i mikrosekund) og robust. Modellen må også være skalerbar til å kunne behandle en voksende mengde av data i løpet av brøkdeler av sekund.

Dette vil gjøre det mulig å gjøre nytte av automatiserte aksjetransaksjoner hvor kjøp og salg foregår i løpet av mikrosekunder.

De basiske metodene for data minering vil være å bygge opp modeller basert på klassifikasjon etter flere ulike algoritmer som beslutnings tre og næreste nabo algoritme.

Det må også utvikles regelsett for assosiativ regel minering for å finne samgruppering av interessante aksjer.

Stadig kraftigere datamaskiner, bedre og mer effektive algoritmer og stadig hurtigere infrastruktur er kommet for å bli. Dette vil også i stadig større grad påvirke finansmarkedet hvor bearbeiding av store datamengder (big data) er nødvendig for god teknisk analyse. Dagens datamaskiner kan slå verdens beste sjakkspillere hver gang fordi de kan analysere alle tilgjengelige data og trekke de optimale konklusjoner. Så hvorfor kan ikke datamaskinebaserte beregninger slå selv den beste markedsanalytiker?

Som den legendariske investoren Benjamin Graham (1973) en gang sa: *”You are neither right nor wrong because the crowd disagrees with you. You are right because your data and reasoning are right”*.

# Kapittel 12

## Litteraturliste

- Agwuebbbo, S.O.N. , Adewole, A. P. and Maduegbuna, A. N.** (2010) *A Random Walk Model for Stock Market Prices* Journal of Mathematics and Statistics 6(3): 342-346, 2010
- AMPL manualer** (2016) Lastet ned 03.10.2016
- AMPL nettsider** (2016) www.ampl.com Lastet ned 03.08.2016
- Ang, Andrew, Goetzmann William and Schaefer, Stephen** (2010) *The Efficient Market Theory and Evidence: Implications for Active Investment Management* Foundations and Trends in Finance, vol 5, no 3, pp 157-242
- Aven, Terje, Røed, Willy og Wiencke, Hermann S.** (2008) *Risikoanalyse Prinsipper og metoder, med anvendelser* Universitetsforlaget 2008
- Berk,Jonathan and DeMerzo, Peter** (2007) *Corporate Finance*, Pearson
- Beyer, Mark A. and Laney, Douglas** (2012) *The Importance of 'Big Data' : A Definition* Gartner
- Bisschop, Johannes** (2009) *AIMMS Optimization Modelling* Paragon Decision Technology
- Blume, Marshall E. and Siegel, Jeremy J.** (1992) *The Theory of Security Pricing and Markets Structure* in Journal of Financial Markets, Institutions, and Instruments 1 (3), August 1992 pp. 3 - 58
- Boasson Vigdis, Boasson Emil og Zhou Zhao** (2011) *Portfolio optimization in a mean-semivariance framework* Investment Management and Financial Innovations, Volum 8, Issue 3, 2011



- Boffelli, Simona and Urga, Giovanni** (2016) *Financial Econometrics Using Stata* A Stata Publication, Texas
- Branda, Martin** (2016) *Linear programming and CVaR* Charles University in Prague [http://artax.karlin.mff.cuni.cz/~branm1am/download/VAO\\_HW1.pdf](http://artax.karlin.mff.cuni.cz/~branm1am/download/VAO_HW1.pdf) Lastet ned 03.08.2016
- Bøhren, Øyvind, Michalsen, Dag og Norli, yvind** (2017) *Finans: Teori og praksis* Fagbokforlaget, Bergen
- Cormier, Warren** (2014) *What Is Behavioral Finance – And Why Do We Need It?* Plan Consultant fall 2014
- Dow, Charles** (1902) *Series of editorials* Wall Street Journal 1899-1902.
- Eeckhoudt,Louis, Gollier, Christian and Schlesinger, Harris** (2005) *Economic and Financial Decision under Risk* Princeton University Press, New Jersey
- EIA** (2017a) (U.S. Energy Information Administration) terminpriser [http://www.eia.gov/dnav/pet/pet\\_pri\\_fut\\_s1\\_d.htm](http://www.eia.gov/dnav/pet/pet_pri_fut_s1_d.htm) Lastet ned 2.12.2017
- EIA** (2017b) (U.S. Energy Information Administration) spotpriser [http://www.eia.gov/dnav/pet/pet\\_pri\\_spt\\_s1\\_d.htm](http://www.eia.gov/dnav/pet/pet_pri_spt_s1_d.htm) Lastet ned 2.12.2017
- Engle, Robert** (2001) *Financial econometrics . A new discipline with new methods* Journal of Econometrics 100 (2001) 53-56
- Estrada, Javier** (2008) *Mean-Semivariance Optimization; A Heuristic Approach* Journal of Applied Finance- Spring/Summer 2008 p 57-72
- e24** (2016) [e24.no/betalt-innhold/bak-tallene/investeringsdirektoer-kan-misteyrket-til-datamaskiner/23699515](http://e24.no/betalt-innhold/bak-tallene/investeringsdirektoer-kan-misteyrket-til-datamaskiner/23699515). Lastet ned 03.11.2016
- Fama, Eugene F.** (1965a) *The Behavior of Stock-Markets Prices* The Journal of Business, Vol. 38 No.1 January 1965, pp 34 - 105
- Fama, Eugene F.** (1965b) *Random Walks in Stock-Market Prices* Financial Analysts Journal, September/October 1965, Vol. 21, No. 5:55-59
- Fama, Eugene , Fisher, Lawrence, Jensen, Michael and Roll, Richard** (1969) *The Adjustrment Of Stock Prices to New Information* International Economic Review, Vol 10 (February 1969)
- Fama, Eugene and Burton, Malkei** (1970) *Efficient Capital Theory and Empirical Work* The Journal of Finance
- Feinstein, Charles and Thapa, Mukund** (1993) *Notes: A Reformulation of a Mean-absolute Deviation Portfolio Optimization Model* Management Science, Vol. 39, No. 12, December 1993 pp 1552 - 1553

- Forbrukerrådet** (2018a) *Velge aktive aksjefond eller indeksfond? - 20 års analyse* 13.02.2018
- Forbrukerrådet** (2018b) *Analyse av aksjefond - flaks eller dyktighet?* 13.12.2018
- Fourer, Robert et al:** (2003) *AMPL A Modelling Language for Mathematical Programming* (2.ed) Brooks/Cole, Cengage Learning
- Fox, Mike** (2014) *Further Reduction of the Konno-Yamazaki Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model* Polymathian, Brisbane, Australia SSRN Electronic Journal January 2014
- Graham, Benjamin** (1973) *The Intelligent Investor* 287 (4 th rev. ed.)
- Guajardo, Mario** (2015) *ENE420: Decision Modelling in Business*. NHH 2015. Kompendium.
- Halvorsen, Trond Arne** (2007) *Prising av opsjoner ved lineær programmering* Masteroppgave i samfunnsøkonomi, Universitetet i Bergen
- Helbæk, Morten og Løvaas, Ragnar** (2011) *Finansmodeller i Excel med VBA* Universitetsforlaget, Oslo
- Hendricks, Darryll** (1996) *Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data* Economic Policy Review, Federal Reserve Bank of New York vol. 2, no. 1 (April 1996): 39-67
- Herbison, B. J.** (2003)  
*"Notes on the Translation of Don Quixote"*  
[https://www.herbison.com/herbison/broken\\_eggs\\_quixote.html](https://www.herbison.com/herbison/broken_eggs_quixote.html)
- Hou, Kewei, Karolyi, G. Andrew and Kho, Bong Chan** (2011) *What Factors Drive Global Stock Return?*, Charles A. Dice Center Working Paper No. 2006-009; Fisher College of Business Working Paper No. 2006-03-009.
- Hull, John** (2015a) *Options, Futures and Other Derivatives*, Pearson
- Hull, John** (2015b) *Student Solution Manual for Options, Futures and Other Derivates* Pearson
- Hyndman, Rob J and Athanasopoulos, George** (2019)  
*Forecasting: Principles and Practice* Monash University, Australia  
<https://otexts.com/fpp2/>
- Ibiamke, Adzor** (2015) *50 Years of Efficient Market Hypothesis (EMH): Benefits and Challenges to Accounting Research and Practice* (December 1, 2015). Available at SSRN: [ssrn.com/abstract=2980791](https://ssrn.com/abstract=2980791) or [dx.doi.org/10.2139/ssrn.2980791](https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2980791) Lastet ned 04.04.2018

- Investopedia** (2018) investopedia.com/terms/s/semivariance.asp Lastet ned 05.06.2018
- Jarrow, Robert A.** (1994) *Derivative Security Markets, Market Manipulation, and Option Pricing Theory* Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 29, No 2, June 1994
- Kahneman, D and Tversky, A** (1979) *Prospect theory: An Analysis of decision under risk* Econometrica 47(2):263-291
- Kall, Peter and Wallace, Stein,** (1994) *Stochastic Programming* John Wiley & Sons, Chichester, 1994
- Konno, Hiroshi and Yamazaki, Hiroaki** (1991) *Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market* Management Science, Vol. 37, No 5 (May, 1991), pp. 519-531
- Krokhmal, Pavlo , Palmquist, Jonas and Uryasev, Stanislav** (2001) *Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk Objective and Constraints* www.ise.ufl.edu/uryasev/files/2011/11/kro\_CVaR.pdf Lastet ned: 02.07.2018
- Krokhmal, Pavlo, Zabarankin, Michael, Uryasev, Stan** (2011) *Modeling and optimization of risk* Surveys in Operations Research and Management Science 16 (2011) 49-66
- Kurs ved NHH** (2016) FIE439: Empiriske analyser av finans og varemarkeder. Kompendium.
- Levy, H and Markowitz, H. M.** (1979) *Approximating Expected Utility by a Function of Mean and Variance* The American Economic Review Vol.69 No 3 p 308-317
- Lowenstein, Louis** (1994) *Efficient Market Theory: Let the Punishment Fit the Crime* 51 Wash. & Lee L. Rev. 925 (1994),  
 scholarlycommons.law.wlu.edu/wlulr/vol51/iss3/5 Lastet ned: 03.04.2017
- Lundgren, Jan Rönnquist, Mikael og Värbrand** (2012) *Optimization* Studentlitteratur Malmö 2012
- Mangram, Myles E.** (2013) *A Simplified Perspective of the Portfolio Theory*, Global Journal of Business Research Vol 7, no.1, 2013
- Mansini, Renata, Ogryczak Wlodzimierz and Speranza, M. Grazia** (2003) *On LP Solvable Models for Portfolio Selection* Informatica Januar 2003, Vol. 14, No. 1, 37-62

- Mansini, Renata, Ogryczak Włodzimierz and Speranza, M. Grazia** (2006) *Conditional value at risk and related linear programming models for portfolio optimization* <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.106.7022&rep=rep1&type=pdf> Lastet ned 03.04.2018
- Markowitz, Harry** (1952) *Portfoil Selection*, The Journal of Finance, Vol.7, No. 1. (Mar., 1952), pp. 77-91
- Markowitz, Harry** (1991) *Foundation of Portfolio Theory* The Journal of Finance Vol. 46, No. 2 (Jun., 1991), pp. 469-477
- Markowitz, Harry with Blay, Kenneth A** (2014) *The Theory and Practice of Rational Investing of Rational Investing. Risk-Return Analysis* Volum I McGraw Hill Education
- Markowitz, Harry** (2016) *The Theory and Practice of Rational Investing of Rational Investing. Risk-Return Analysis* Volum II McGraw Hill Education
- Neumann, John von and Morgenstern, Oskar** (Third ed. 1953) (1944) *Theory of Games and Economic Behavior* Princeton, NJ: Princeton University Press
- Norges Banks nettsider** (2015) [www.norgesbank.no](http://www.norgesbank.no)  
Lastet ned 03.10.2015
- Norges Banks Investment Management nettsider** (2019)  
<http://www.nbim.no/no/oljefondet/avkastning>  
Lastet ned 15.11.2019
- Oslo Børs nettsider:** (2016) [www.oslobors.no](http://www.oslobors.no) Lastet ned 05.10.2016
- Pekár, Juraj, Brezina Ivan jr., Čičková, Zuzana** (2012) *CVaR as linear programming model* [http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/vedavyskum/prace/2012/Pekar\\_Brezinajr\\_Cickova2012.pdf](http://www.fhi.sk/files/katedry/kove/vedavyskum/prace/2012/Pekar_Brezinajr_Cickova2012.pdf)  
Lastet ned 03.10.2017
- Perold, André F.** (2004)  
*The Capital Asset Pricing Model*  
Journal of Economic Perspectives Volum 18, nr 3, 2004, p. 3-24
- Pflug, Georg Ch.** (2000) *Some Remarks on the Value-at-Risk and the Conditional Value-at-Risk* PDF from psu.edu  
Department of Statistics and Decision Support Systems University of Vienna
- Pratt, W** (1964) *Risk Aversion in the Small and in the Large* *Econometrica* (January/April 1964): 122-36

- Rockafellar, R. Tyrrell and Uryasev, Stanislav** (2000) *Optimization of Conditional Value-at-Risk* The Journal of Risk, Vol. 2, No. 3, 2000, 21-41
- Rockafellar, Tyrrell , Ulyasev, Stan , Zabaranin, Michael** (2006) *Optimality Conditions in Portfolio Analysis with Generalized Deviation Measures* Research Report # 2004-7 in Mathematical Programming, 2006
- Roelofs, Marcel and Bisschop, Johannes** (2016a) *AIMMS The Language Reference* Paragon Decision Technology, Haarlem
- Roelofs, Marcel and Bisschop, Johannes** (2016b) *AIMMS Optimization Modeling* Paragon Decision Technology, Haarlem
- Roelofs, Marcel and Bisschop, Johannes** (2016c) Roelofs, Marcel and Bisschop, Johannes *AIMMS The User's Guide* Paragon Decision Technology, Haarlem
- Roelofs, Marcel and Bisschop, Johannes** (2016d) *AIMMS The Excel Add-In User's Guide* Paragon Decision Technology, Haarlem
- Ross, Stephen A** (1976) *The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing* Journal of Economic Theory 13, pp 341-360
- Sandvik, Bjørn** (2009) *Innføring i finans*, UiB, Bergen 2009
- Sarykalin, Sergey, Serranio, Gaia , Uryasev, Stan** (2008) *Value-at-Risk vs. Conditional Value-at-Risk in Risk Management and Optimization* Tutorials in Operations Research INFORMS 2008
- Sharpe, William F.** (1964) *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk* The Journal of Finance, Vol. 19, No 3 (Sep., 1964) pp. 424-442
- Shefrin, Hersh and Statman, Meir** (1994) *Behavioral Capital Asset Pricing Theory* Journal of Financial and Quantitative Analyses, Volum 29, Issue 3
- SINTEF** (2018) Sigmund Ø. Størset, Grethe Tangen, Ove Wolfgang og Gunnar Skeid *Industrielle muligheter og arbeidsplasser ved storskala CO<sub>2</sub>-håndtering i Norge* Rapportnr 2018:0450
- Statman, Meir** (2017) *Finance for Normal People: How Investors and Markets Behave* Oxford University Press
- Sydsæter, Knut, Strøm, Arne og Berck, Peter** (2005) *Matematisk formelsamling for økonomer* (3. utgave), Gyldendahl Norsk Forlag

- TradingView** (2018) Lasted ned 07.05.2018
- Uryasev, Stan** (2008) *Conditional Value-at-Risk (CVaR): Algorithms and Applications* file pdf Lastet ned 07.04.2018
- Uryasev, Stan** (2010) *VaR vs CVaR in Risk Management and Optimization* CARISMA Conferens, Joint presentation with Sergey Sarykalin, Gaia Serraino and Konstantin Kalinchenko Risk Management and Financial Engineering Lab, University of Florida and American Optimal Decisions pdf file Lastet ned 07.01.2018
- Uryasev, Stan** (2017) *CASE STUDY: Background and Problem Formulations: Basic CVaR Optimization Problem, Beyond Black-Litterman (cvar\_risk)* University of Florida, Department of Industrial and System Engineering
- Uryasev, Stan** (2018) *Risk Management with POE, VaR, CVaR, and bPOE* University of Florida, Department of Industrial and System Engineering
- Vanderbei, Robert J.** (2008) *Linear Programming* Springer New Jersey 2008
- Vormestrand, Øystein** (2006) *Opsjonsprising- Utvikling og betydning av Black-Scholes-Merton-modellen* Masterutredning, Norges Handelshøgskole
- Wikipedia** (2016) Buffett Warren Lastet ned 08.08.2016
- Winnem, Marcus N. og Pedersen, Martin G.** (2005) *Finansielle metoder for produksjonsplanlegging av vannkraft*, NTNU, Trondheim
- Wooldridge, Jeffrey** (2009) *Introductory Econometrics*



# Tillegg A

## Notasjon

Notasjon	Beskrivelse	Side	Definisjon
$A$	Mengde av verdipapirer	53	7.3.1
$CVaR_\alpha$	Betinget tapsmål	43	6.3.6
$d$	Diskonteringsfaktor	53	7.3.1
$dind$	Differanseavkastning = $\ln(dind)$	3	1.2.1
$disk_i$	Diskonteringsfaktor for observasjon $i$	53	7.3.1
$D$	Mengde av observasjoner	53	7.3.1
$DperI$	Rentabilitet	36	5.4.7
$E(p)$	Forventet avkastning av portefølje	11	3.7.1
$E(r_j)$	Forventet avkastning av aksje $j$	11	3.6.1
$e_j$	Avkastning av usystematiske faktorer	34	5.4.5
$f(r_i)$	Sannsynlighetsmassefunksjon	11	3.6.1
$F_{ij}^-$	Binær variabel 1 for $F_{ij} > 0$ ellers	55	7.3.3.2
$F_{ij}$	Differensen mellom $R_{ij}$ og $m_j$	53	7.3.1
$f$	Målfunksjon, objektfunksjon	15	4.2
$F_L$	Tapsfordelingen	41	6.3.2
$g_i$	Sidebetingelser	15	4.2
$h_i$	Forventet avkastning av den systematiske faktoren $h_i$	34	5.4.5
$H$	Historisk avkastning	53	7.3.1
$i$	Indeks for observasjon i $D$	53	7.3.1
$I$	Antall observasjoner i $D$	53	7.3.1
$j$	Indeks for aksjer i $J$	53	7.3.1
$J$	Antall aksjer i $J$	53	7.3.1
$K_j$	Faktisk avkastning av aksje $j$	58	7.3.5
$Kov$	Kovarians	6	2.2.5
$L$	Porteføljetapet	41	6.3.1

Tabell A.1: Notasjoner brukt i oppgaven Del I



Notasjon	Beskrivelse	Side	Definisjon
$l$	Tapsskranke	41	6.3.2
$m_j$	Gjennomsnittsverdien av aksje $j$	53	7.3.1
$M$	Minimumsverdi for avkastning	22	5.2.3
$M_{perF}$	Inntjening per aksje	36	5.4.9
$M_{perP}$	Kapitalverdivekst	36	5.4.8
$O$	Kovarians for semivarians	55	7.3.3.2
$p$	Portefølje $p$	11	3.5.1
$P$	Masse fordelingsfunksjon	42	6.3.3
$p_t$	Verdien til aksjen ved tiden $t$	10	3.2.2
$p_{ij}$	Kursverdien av aksje $j$ på tidspunkt $i$	53	7.3.1
$Prod_j$	Historisk avkastning av aksje $j$	58	7.3.5
$r_f$	Risikofri rente	25	5.4.5
$r_m$	Forventet avkastning av markedsporteføljen	34	5.4.5
$R_{ij}$	Observert avkastning justert for diskontering $j$	53	7.3.1
$r$	Avkastning	10	3.2.1
$r_t$	Avkastning i perioden $t$	10	3.2.1
$\bar{r}$	Årlig geometrisk avkastning	10	3.3.1
$\mathfrak{R}_1$	Risikomål for varians	7	2.3.1
$\mathfrak{R}_2$	Risikomål for minste avvik	7	2.3.3
$\mathfrak{R}_3$	Risikomål for semivarians	7	2.3.2
$\mathfrak{R}_4$	Risikomål for semiavvik	7	2.3.4
$RSA$	Relativ styrke analyse	82	10.3.1
$SMA$	Glidende gjennomsnitt	82	10.3.1
$S_p$	Beregnet forventet avkastning for porteføljen $p$	58	7.3.21
$S$	Prosentvis økning av investering	58	7.3.5
$u$	Nyttefunksjon	12	3.9.4
$U_{ij}$	Observert avkastning tidspunkt $i$ av aksje $j$	53	7.3.1
$U_{perM}$	Utbytte per aksje	36	5.4.10
$v_i$	Ordinaltallet til element $i$ in $D$	53	7.3.1
$Var(X)$	Varians	5	2.2.3
$VaR_\alpha$	Tapsmål	42	6.3.3
$w$	Rikdomsnivå Formuesnivå	11	3.8.1
$W$	Mulig vektfaktor for den enkelte $j \in A$	60	7.4.3
$CVaR$	Gjennomsnitt av VaR og $CVaR^+$	57	7.3.3.5
$x_j$	Verdivekten til aksje $j$ i porteføljen $p$	53	7.3.1
$\bar{x}$	Geometrisk forventet avkastning	10	3.3.1
$y_i$	Risikomål for den enkelte observasjon	55	7.3.3.3
$\bar{z}$	Aritmetisk gjennomsnitt	5	2.2.1

Tabell A.2: Notasjoner brukt i oppgaven Del II

Notasjon	Beskrivelse	Side	Definisjon
<i>antmark</i>	Antall mulige markeder.	62	7.4.4
<i>antsekt</i>	Antall mulige sektorer.	62	7.4.4
<i>anttype</i>	Antall mulige typer.	62	7.4.4
<i>brukvekt</i>	Bestemmer bruk av vekter.	60	7.4.3
<i>bryter</i>	Binær variabel for fortegn til $F_{ij}$	56	7.3.3.4
<i>DelMark</i>	Maksimal %del av markedet	63	7.4.4.2
<i>DelSekt</i>	Maksimal %del av sektoren	63	7.4.4.2
<i>DelType</i>	Maksimal %del av typen	63	7.4.4.2
<i>FordelingMarked</i>	Fordeling mellom markeder.	64	7.4.4.2
<i>FordelingSektor</i>	Fordeling mellom sektorer.	64	7.4.4.2
<i>FordelingType</i>	Fordeling mellom typer.	64	7.4.4.2
<i>from</i>	Angir første observasjon i utvalg.	59	7.4
<i>k</i>	Indeks for beregning av $\varphi$	52	7.2
<i>kindex</i>	Angir indeks for valg av $CVaR^+$	57	7.3.3.5
<i>Marked</i>	De ulike markeder	63	7.4.4.1
<i>markedind</i>	Antall ulike markeder.	63	7.4.4.1
<i>MinMark</i>	Minimum %del av markedet som tas med.	64	7.4.4.2
<i>minporte</i>	Minste aksepterte aksjeverdi i %	53	7.3.1
<i>MinSekt</i>	Minimum %del av sektorer som tas med.	63	7.4.4.2
<i>MinType</i>	Minimum %del av typen som tas med.	63	7.4.4.2
<i>momentum</i>	Angir lengden av perioden for RSA/SMA.	60	7.4.3
<i>sektind</i>	Antall ulike sektorer.	63	7.4.4.1
<i>Sektor</i>	De ulike sektorer	63	7.4.4.1
<i>start</i>	Minste brukte verdi av k.	59	7.4.1
<i>stop</i>	Steglengden ved bruk av k.	59	7.4.1
<i>TaMedMarked</i>	Hvor stor % del av markedet tas med.	64	7.4.4.2
<i>TaMedSekt</i>	Hvor stor % del av sektorer tas med.	64	7.4.4.2
<i>TaMedType</i>	Hvor stor %del av typen er tatt med.	64	7.4.4.2
<i>to</i>	Angir siste observasjon i utvalg.	59	7.4
<i>Type</i>	De ulike typer.	63	7.4.4.1
<i>typeind</i>	Antall ulike typer.	63	7.4.4.1
<i>Ut</i>	Binær variabel 1 med, 0 ikke med	63	7.4.4.1
<i>utskrift</i>	Mangden av utskrift. Binær.	59	7.4.1
<i>ValgtUt</i>	Binær variabel f1 med 0 ute.	64	7.4.4.3

Tabell A.3: Notasjoner brukt i oppgaven Del III

Notasjon	Beskrivelse	Side	Definisjon
$\alpha$	Sannsynlighetsskranke	42	6.3.3
$\beta_i^j$	Sensitivitet til endring i systematisk faktor $h_i$ for aksje j	34	5.4.5
$\beta_j$	Beta til aksje j	32	5.4.2
$\beta_m^j$	Beta til for aksje j markedsportefølje	34	5.4.5
$\beta_p$	Beta til porteføljen p	32	5.4.4
$\mathfrak{D}$	Betegnelse på avviksmål	46	6.3.9
$\lambda$	Vekt for beregning av gjennomsnitt	43	6.3.6
$\mu$	Forventning	5	2.2.2
$\Gamma_1$	Tapsdefinisjon VaR	42	6.3.3
$\Gamma_2$	Tapsdefinisjon CVaR	43	6.3.4
$\Delta$	Tidshorisont	41	6.3.1
$\rho_{jk}$	Korrelasjonskoeffisient	6	2.2.6
$\sigma_j$	Standardavvik	6	2.2.4
$\sigma_{jk}$	Kovarians	6	2.2.5
$\sigma^2$	Varians	20	2.2.3
$\varphi$	Maksimumsverdi for risiko	22	5.2.5

Tabell A.4: Notasjoner brukt i oppgaven Del IV

# Tillegg B

## Empiri for prognoser

### B.1 Innledning

I denne innledningen gis en kort oversikt/forklaring på de etterfølgende avsnitt.

#### 1. Oversikt over datasettet i Tillegg B.2.

I Tillegg B.2 gis en oversikt over de 318 verdipapirer som var registrert på Oslo Børs den dato alle data ble lastet ned på min egen datamaskin (11.09.2019).

Sammen med navnet er også børs-koden gitt samt hvilken sektor, type og marked som er hovedkategorien. En oversikt over sektorer, typer og marked er vist i avsnitt 7.4.4 på side 62. For selskap som har skiftet navn, er bare den koden som ble brukt på nedlastningsdatoen tatt med. Selskap som kunne vært aktive tidligere i 5-års-perioden enn nedlastningsdatoen, er ikke med dersom de ikke var registrert på selve nedlastningsdatoen.

Verdiene av *Type* har jeg satt til Aksjer, Råvarer og Obligasjoner. Dette er min egen klassifisering.

I Tillegg D gir en oversikt over hvordan disse data legges inn i analyseprogrammet.

Verdiene av *Marked* er klassifiseringen til Oslo Børs gjennom skillet mellom Oslo Børs (1), Oslo Axxess (2), Oslo Merkur (3) og ETN-markedet (4).

#### 2. RSA og SMA faktorer i Tillegg B.3

Tillegget viser verdier av RSA - relativ styrkeanalyse, SMA - glidende gjennomsnitt og S - historisk vekstfaktor for momentum lik henholdsvis 200, 200 og 1253 for datasettet. Dette brukes av investoren til å analysere trender i kursutviklingen på verdipapirene.

3. **Prognosemetoder som trendindikatorer** i Tillegg B.4

Tabellene B.17 til B.24 gir resultatene av analyse med bruk av RSA som vekt (brukvekt = 4). Datasettet er delt i en testdel (de 4 første årene) og en del (siste året) som brukes til å teste de prognosene som genereres av  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$ . Resultatene er summert opp i tabell 10.1. Bare *brukvekt* = 4 er tatt med her. De øvrige verdiene (5-8) har lignende resultat.

4. **Ex-post analyse for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$**  i Tillegg B.5

Datasettet er delt i en testdel (252 - 1253) for de 4 første årene hvor de to risikodefinsjonene  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  brukes for å generere hver sin portefølje. Den realiserte vekstfaktoren er beregnet for det siste året (1-251) og den historiske avkastningen er regnet ut for hver av porteføljene for det siste året.

5. **Alternative prognosemetoder** i Tillegg B.6

I tabellene B.33 til B.40 er de alternative prognosemetodene *naiv*, *snitt*, *vektet* og *drift* brukt på data for testperioden 252-1253. Dette viser hvordan disse metodene antar at fremtidig utvikling av aksjekursen vil komme til å bli.

6. **Alternative prognosemetoder - avkastning** i Tillegg B.7

I tabellene B.41 til B.48 er prognosene generert under Tillegg B.6 brukt for å analysere utviklingen det siste året (1-251). Analysen viser en forventet avkastning på ca. 0,94 som er lavere enn for markedsporteføljen (0,99).

7. **Diskontering** i Tillegg B.8

I tabellene B.49 til B.56 vises analyse med bruk av risikodefinsjon  $\Gamma_2$  kjøring med tre ulike verdier på diskonteringsfaktoren (1.00000, 1.00001, 1.000025) for testperioden (352-1253). De tre siste kolonnene merket (1-251) angir resultatet av bruken av testdata til å forutsi avkastningen i siste perioden.

8. **Vurderinger av verdier for wCVaR** i Tillegg B.9

I tabellene B.57 og B.58 vises analyse resultatet ved bruk av ulike verdier for beregning av det flytende gjennomsnittet *wCVaR*. De aktuelle verdiene for kvantiler er gitt i tabell 9.5.

## B.2 Oversikt over datasettet

Kode	Navn	Sektor	Type	Marked
AKA	Akastor	1	1	1
AKERBP	Aker BP	1	1	1
ARCHER	Archer	1	1	1
BON	Bonheur	7	1	1
BWO	BW Offshore Limited	1	1	1
DNO	DNO	1	1	1
DOF	DOF	1	1	1
EIOF	Eidesvik Offshore	1	1	1
EMGS	Electromagnetic Geoservice	1	1	1
FRO	Frontline	1	1	1
HAVI	Havills Shipping	1	1	1
HLNG	Hegh LNG Holdings	1	1	1
IOX	Interoil Exploration and Production	1	1	1
KVAER	Kværner	1	1	1
OTS	Oceanteam	1	1	1
PEN	Panoro Energy	1	1	1
PGS	PGS	1	1	1
PLCS	Polarcus	1	1	1
PRS	Prosafe	1	1	1
QEC	Questerre Energy Corporation	1	1	1
REACH	Reach Subsea	1	1	1
SDRL	Seadrill	1	1	1
SIOFF	Siem Offshore	1	1	1
SOFF	Solstad Offshore	1	1	1
EQNR	Equinor	1	1	1
SUBC	Subsea 7	1	1	1

Tabell B.1: Selskaper på Oslo Børs - Del 1

Kode	Navn	Sektor	Type	Marked
TGS	TGS-NOPEC Geophysical Company	1	1	1
ASC	ABG Sundal Collier Holding	2	1	1
AKER	Aker	2	1	1
AXA	Axactor	2	1	1
DNB	DNB	2	1	1
GJF	Gjensidige Forsikring	2	1	1
PROTCT	Protector Forsikring	2	1	1
SRBANK	SpareBank 1 SR-Bank	2	1	1
STB	Storebrand	2	1	1
VVL	Voss Veksel. Og Landmandsbank	2	1	1
BIOTEC	Biotec Pharmacon	3	1	1
COV	ContextVision	3	1	1
MEDI	Medistim	3	1	1
NAVA	Navamedic	3	1	1
PHO	Photocure	3	1	1
AUSS	Austevoll Seafood	4	1	1
BAKKA	Bakkafrost	4	1	1
GSF	Grieg Seafood	4	1	1
LSG	Lery Seafood Group	4	1	1
NRS	Norway Royal Salmon	4	1	1
ORK	Orkla	4	1	1
SALM	SalMar	4	1	1
SSC	The Scottish Salmon Company	4	1	1
GYL	Gyldendal	11	1	1
KOA	Kongsberg Automotive	5	1	1
POL	Polaris Media	11	1	1
SCHA	Schibsted ser. A	11	1	1
AURG	Aurskog Sparebank	6	1	1
HELG	Helgeland Sparebank	6	1	1
HSPG	Høland og Setskog Sparebank	6	1	1
MELG	Melhus Sparebank	6	1	1
SADG	Sandnes Sparebank	6	1	1
SKUE	Skue Sparabank	6	1	1
SBVG	SpareBank 1 BV	6	1	1
NONG	SpareBank 1 Nord-Norge	6	1	1
RING	SpareBank 1 Ringerike Hadeland	6	1	1
MING	SpareBank 1 SMN	6	1	1
SOAG	SpareBank 1 Østfold Akershus	6	1	1
MORG	Sparebanken Møre	6	1	1
SOR	Sparebanken Sør	6	1	1
SVEG	Sparebanken Vest	6	1	1
SPOG	Sparebanken Øst	6	1	1

Tabell B.2: Selskaper på Oslo Børs - Del 2

Kode	Navn	Sektor	Type	Marked
TOTG	Totens Sparebank	6	1	1
AFG	AF Gruppen	7	1	1
AKVA	AKVA Group	7	1	1
AMSC	American Shipping Company	7	1	1
BEL	Belships	7	1	1
BMA	Byggma	7	1	1
RISH	GC Rieber Shipping	7	1	1
GOD	Goodteck	7	1	1
HEX	Hexagon Composites	7	1	1
JIN	Jinhui Shipping and Transportation	7	1	1
KOG	Kongsberg Gruppen	7	1	1
NEL	NEL	7	1	1
NAS	Norwegian Air Shuttle	7	1	1
NRC	NRC Group	7	1	1
NTS	NTS	7	1	1
ODF	Odfjell ser. A	7	1	1
ODFB	Odfhell ser. B	7	1	1
SASNOK	SAS AB	7	1	1
SNI	Stolt-Nielsen	7	1	1
TOM	Tomra Systems	7	1	1
VEI	Veidekke	7	1	1
WALWIL	Wallenius Wilhelmsen	7	1	1
WWI	Wilh. Wilhelsend Holding ser. A	7	1	1
WWIB	Wilh. Wilhelsend Holding ser. B	7	1	1
WILS	Wilson	7	1	1
ASETEK	Asetek	8	1	1
ATEA	Atea	8	1	1
BOUVET	Bouvet	8	1	1
DAT	Data Respons	8	1	1
FUNCOM	Funcom	11	1	1
GIG	Gaming Innovation Group	5	1	1
HIDDEN	Hiddn Solutions	8	1	1
ITE	Itera	8	1	1
KIT	Kitron	8	1	1
NAPA	Napatech	8	1	1
NOD	Nordic Semiconductor	8	1	1
OTELLO	Otello Corporation	11	1	1
QFR	Q-Free	8	1	1
REC	REC Silicon	8	1	1
STRONG	StrondPoint	8	1	1
TECH	Techstep	8	1	1
NPRO	Norwegian Property	9	1	1

Tabell B.3: Selskaper på Oslo Børs - Del 3



Kode	Navn	Sektor	Type	Marked
OLT	Olav Thon Eiendomsselskap	9	1	1
SBO	Selvaag Bolig	9	1	1
SOLON	Solon Eiendom	9	1	1
STORM	Storm Real Estate	9	1	1
AFK	Arendals Fossekompani	10	1	1
TEL	Telenor	11	1	1
AVM	Avocet Mining PLC	12	1	1
BOR	Borgestad	12	1	1
BRG	Borregaard	12	1	1
ELE	Element	12	1	1
INC	Incus Investor	12	1	1
NHY	Norsk Hydro	12	1	1
YAR	Yara International	12	1	1
ADEA	Adevinta ser. A	11	1	1
ADEB	Adevinta ser. B	11	1	1
AKSO	Aker Solution	1	1	1
AQUA	AqualisBraemar	1	1	1
ARCUS	Arcus	4	1	1
AVANCE	Advance Gas Holding	1	1	1
AWDR	Awilco Drilling	1	1	1
B2H	B2Holding	2	1	1
BGBIO	BerGenBio	3	1	1
BDRILL	Borr Drilling	1	1	1
BWLPG	BW LPG	1	1	1
CARA	Carasent	8	1	1
CRAYON	Crayon Group Holding	8	1	1
CXENSE	Cxense	8	1	1
ELK	Elkem	12	1	1
ENDUR	Endur	1	1	1
ENTRA	Entra	9	1	1
EPR	Europris	5	1	1
EVRY	EVRY	8	1	1
FJORD	Fjord1	7	1	1
FKRAFT	Fjordkraft Holding	10	1	1
FLNG	FLEX LNG	1	1	1
GOGL	Golden Ocean Grpup	7	1	1
HYARD	Havyard Group	7	1	1
IDEX	IDEX Biometrics	8	1	1
INFRNT	Infront	2	1	1
INSR	Insr Insurance Group	2	1	1
JAEREN	Jæren Sparebank	6	1	1
KID	Kid	5	1	1

Tabell B.4: Selskaper på Oslo Børs - Del 4

Kode	Navn	Sektor	Type	Marked
KOMP	Komplett Bank	2	1	1
MGN	Magnora	1	1	1
MSEIS	Magseis Fairfield	1	1	1
MOWI	Mowi	4	1	1
MPCC	MPC Container Ships	7	1	1
MULTI	Multiconsult	7	1	1
NKR	Nekkar	7	1	1
NEXT	NEXT Biometrics Group	8	1	1
NORBIT	NORBIT	8	1	1
NANO	Nordic Nanovecyor	3	1	1
NODL	Northern Drilling	1	1	1
NOR	Norwegian Energy Company	1	1	1
NOFI	Norwegian Finans Holding	2	1	1
OCY	Ocean Yield	1	1	1
ODL	Odfjell Drilling	1	1	1
OKEA	OKEA	1	1	1
PARB	Pareto Bank	2	1	1
PCIB	PCI Biotech Holding	3	1	1
PSE	Petrolia	1	1	1
PLT	poLight	8	1	1
RAKP	RAK Petroleum	1	1	1
SDSD	S. D. Standard Drilling	1	1	1
SALMON	Salmones Camanchaca	4	1	1
SBANK	Sbanken	2	1	1
SSHIP	Scanship Holding	7	1	1
SSO	Scatec Solar	10	1	1
SCHB	Schibsted ser. B	11	1	1
SBX	SeaBird Exploration	1	1	1
SSG	Self Storage Group	7	1	1
SHLF	Shelf Drilling	1	1	1
SOGN	Sogn Sparebank	6	1	1
SNOR	SparBank 1 Nordvest	6	1	1
SPOL	SpareBank 1 Østlandet	6	1	1
SBTE	Sparebanken Telemark	6	1	1
SBLK	Star Bulk Carriers	7	1	1
TRVX	Targovax	3	1	1
TEAM	Team Tankers International	7	1	1
THIN	Thin Film Electronics	8	1	1
TRE	Treasure	7	1	1
ULTIMO	Ultimovacs	3	1	1
VISTIN	Vistin Pharma	3	1	1
WSTEP	Webstep	8	1	1

Tabell B.5: Selskaper på Oslo Børs - Del 5

Kode	Navn	Sektor	Type	Marked
XXL	WWL	5	1	1
ZAL	Zalais	7	1	1
2020	2020 Bulkers	7	1	2
FIVEPG	5th Planet Games	11	1	2
AEGA	Aega	10	1	2
ABT	Aqua Bio Technology	12	1	2
ALNG	Awilco LNG	1	1	2
AGS	Axxis Geo Solutions	1	1	2
EAM	EAM Solar	10	1	2
HBC	Hofseth BioCare	3	1	2
HUNT	Hunter Group	1	1	2
ICE	Ice Group	11	1	2
KCC	Klaveness Combination Carriers	7	1	2
NATTO	NattoPharma	4	1	2
NOM	Nordic Mining	12	1	2
NORTH	North Energy	1	1	2
OET	Okeanis Eco Tankers	1	1	2
PNOR	Petro Nor E and P Limited	1	1	2
PHLY	Philly Shipyard	7	1	2
PPGPREF	Pioner Property Group	9	1	2
ROM	RomReal	9	1	2
SAGA	Saga Tankers	2	1	2
AASBME	Aasen Sparabank	6	1	3
ADSCME	ADS Crude Carriers	1	1	3
ASAME	Atlantic Sapphire	4	1	3
BALTME	Baltic Sea Properties	9	1	3
BRAME	BRABank	2	1	3
BSPME	Black Sea Property	5	1	3
EPICME	Epic Gas	1	1	3
GENTME	Gentian Diagnostics	3	1	3
GEOSME	Golden Energy Offshore Services	1	1	3
GRONGME	Grong Sparebank	6	1	3
INDUCTME	Induct	8	1	3
JPKME	J.P. Kenny Petroleum	1	1	3
LAVOME	Lavo.tv	11	1	3
LIFEME	Lifecare	3	1	3
LSTSBME	Lillestrøm Sparebank	6	1	3
NISBME	Nidaros Sparebank	6	1	3
RIVERME	River iGaming	5	1	3
SOFTOXME	SoftOx Solutions	3	1	3
SUNSBME	Sunndal Sparebank	6	1	3
SUSBME	Surnadal Sparebank	6	1	3

Tabell B.6: Selskaper på Oslo Børs - Del 6

Kode	Navn	Sektor	Type	Marked
TEONEME	TargetEveryOne	8	1	3
TYSBME	Tysnes Sparebank	6	1	3
WREME	WR Entertainment	11	1	3
ZENAME	Zenith Energy	1	1	3
ZWIPEME	Zwipe	8	1	3
BULLOLJEX1NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX2ND1	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX2NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX3ND1	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX3NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX4NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX5ND1	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX5NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX5NOND2	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX1ND1	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX1NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX10ND3	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX10NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX10NON1	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX10NON2	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX10NOND3	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX12ND3	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX12NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX12NON1	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX12NON2	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX12NOND3	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX2NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX3ND1	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX3NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX4NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX5ND1	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX5NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX8NON	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX8NON1	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX8NON2	ETN Olje	13	2	4
BULLOLJEX8NOND3	ETN Olje	13	2	4
BEARGULLX1ND	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX1NON	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX10ND	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX10NON	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX12ND	ETN Gull	14	2	4

Tabell B.7: Selskaper på Oslo Børs - Del 7

Kode	Navn	Sektor	Type	Marked
BEARGULLX12NON	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX15SNONN	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX2ND	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX2NON	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX3ND1	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX3NON	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX4NON	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX5ND	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX5NON	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX8ND	ETN Gull	14	2	4
BEARGULLX8NON	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX1ND1	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX1NON	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX10ND	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX10NON	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX12ND	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX12NON	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX15SNONN	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX2ND	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX2NON	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX3ND1	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX3NON	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX4NON	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX5ND	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX5NON	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX8ND	ETN Gull	14	2	4
BULLGULLX8NON	ETN Gull	14	2	4
BEAR-NFLXX1-NONN	ETN Netflix Nordnet	16	2	4
BEAR-NFLXX2-NONN	ETN Netflix Nordnet	16	2	4
BEAR-NFLXX3-NONN	ETN Netflix Nordnet	16	2	4
BULL-NFLXX1-NONN	ETN Netflix Nordnet	16	2	4
BULL-NFLXX2-NONN	ETN Netflix Nordnet	16	2	4
BULL-NFLXX3-NONN	ETN Netflix Nordnet	16	2	4
SO3M	Statsobligasjon	15	3	4
SO5M	Statsobligasjon	15	3	4
SO10M	Statsobligasjon	15	3	4
SV3M	Statsobligasjon	15	3	4
SV6M	Statsobligasjon	15	3	4
SV9M	Statsobligasjon	15	3	4
SV12M	Statsobligasjon	15	3	4
AAKO06	Obligasjon Ålesund Kommune	16	2	4

Tabell B.8: Selskaper på Oslo Børs - Del 8

### B.3 RSA, SMA og S faktorer

momentum	200	200	1253
Analyse metode	RSA	SMA	S
AKA	0,560	0,99985	0,64650
AKERBP	0,485	1,00206	5,05502
ARCHER	0,545	0,99941	0,07857
BON	0,550	1,00119	0,97062
BWO	0,485	1,00396	0,63748
DNO	0,500	1,00245	0,75603
DOF	0,480	0,99987	0,02900
EIOF	0,440	0,99914	0,20765
EMGS	0,495	0,99962	0,02898
FRO	0,560	0,99991	0,84627
HAVI	0,840	0,99795	0,01293
HLNG	0,540	0,99844	0,46043
IOX	0,570	1,00698	0,82027
KVAER	0,545	1,00012	1,29204
OTS	0,620	0,99425	0,11505
PEN	0,500	1,00805	0,71279
PGS	0,470	1,00525	0,70330
PLCS	0,505	1,00528	0,00959
PRS	0,455	1,00592	0,01063
QEC	0,550	0,99905	0,44204
REACH	0,580	1,00103	0,66889
SDRL	0,070	0,99989	0,96970
SIOFF	0,775	1,00003	1,03483
SOFF	0,540	1,00001	0,04578
EQNR	0,490	1,00132	1,19104
SUBC	0,540	0,99967	1,16955
TGS	0,490	1,00242	1,78331
ASC	0,565	1,00023	1,08118
AKER	0,475	1,00290	2,99533
AXA	0,620	0,99961	2,05790
DNB	0,470	1,00065	1,47368
GJF	0,465	0,99968	1,05500
PROTCT	0,580	0,99812	1,38750

Tabell B.9: Resultat for RSA, SMA og S Del 1

momentum	200	200	1253
Analyse metode	RSA	SMA	S
SRBANK	0,515	1,00068	1,50317
STB	0,545	1,00046	2,06965
VVL	0,765	1,00033	1,05785
BIOTEC	0,535	0,99871	0,26927
COV	0,615	1,00021	2,57036
MEDI	0,670	1,00056	3,55434
NAVA	0,695	1,00110	0,96070
PHO	0,540	1,00487	3,02381
AUSS	0,460	1,00218	2,93122
BAKKA	0,525	1,00238	3,61011
GSF	0,460	1,00156	4,03024
LSG	0,465	1,00182	2,93274
NRS	0,470	1,00196	4,12955
ORK	0,535	0,99924	1,18647
SALM	0,425	1,00262	3,69273
SSC	0,495	1,00213	3,24444
GYL	0,760	1,00127	1,82439
KOA	0,535	0,99978	1,30922
POL	0,585	1,00222	1,13488
SCHA	0,525	1,00117	1,66957
AURG	0,710	1,00039	1,27158
HELG	0,715	0,99952	1,49602
HSPG	0,660	1,00024	0,96739
MELG	0,755	0,99993	1,01209
SADG	0,630	1,00048	0,98416
SKUE	0,705	1,00043	1,76389
SBVG	0,570	1,00039	1,50127
NONG	0,540	1,00060	1,80749
RING	0,680	1,00017	1,37275
MING	0,510	1,00070	1,57403
SOAG	0,680	1,00019	1,76544
MORG	0,570	1,00041	1,33971
SOR	0,655	0,99994	0,92955
SVEG	0,575	0,99984	1,22445
SPOG	0,650	1,00006	1,11871
TOTG	0,775	1,00003	1,03483
AFG	0,595	1,00013	1,73288
AKVA	0,670	0,99981	3,58974
AMSC	0,465	1,00151	0,57812
BEL	0,585	1,00085	1,03462
BMA	0,640	0,99959	2,31884

Tabell B.10: Resultat for RSA, SMA og S Del 2

momentum	200	200	1253
Analyse metode	RSA	SMA	S
RISH	0,670	1,00178	0,30380
GOD	0,390	0,99977	0,43123
HEX	0,570	0,99995	0,84880
JIN	0,505	1,00115	0,58188
KOG	0,520	1,00055	1,09517
NEL	0,605	1,00134	3,82364
NAS	0,570	1,00268	1,17624
NRC	0,610	1,00140	4,99838
NTS	0,650	1,00218	3,20030
ODF	0,620	1,00023	1,07246
ODFB	0,655	1,00020	1,10000
SASNOK	0,580	0,99947	1,85636
SNI	0,560	1,00114	1,00000
TOM	0,510	1,00224	3,51154
VEI	0,525	1,00006	1,27231
WALWIL	0,550	0,99764	1,21672
WWI	0,635	0,99837	0,98101
WWIB	0,570	0,99844	0,96122
WILS	0,590	1,00553	1,50758
ASETEK	0,630	0,99981	2,82821
ATEA	0,530	1,00086	1,79574
BOUVET	0,635	1,00212	3,13044
DAT	0,550	1,00055	2,37736
FUNCOM	0,530	1,00327	0,78567
GIG	0,560	0,99855	5,96226
HIDDEN	0,640	0,99912	0,01636
ITE	0,530	1,00357	4,59924
KIT	0,530	1,00193	5,46111
NAPA	0,635	0,99447	0,45709
NOD	0,540	1,00151	1,26582
OTELLO	0,520	0,99921	0,20940
QFR	0,415	0,99997	0,63492
REC	0,535	0,99866	0,23812
STRONG	0,670	0,99960	1,40000
TECH	0,475	0,99908	0,13155
NPRO	0,555	1,00037	1,08830
OLT	0,565	0,99963	1,27792
SBO	0,485	1,00175	1,90465
SOLON	0,435	1,00273	0,13871
STORM	0,670	1,00327	0,15977
AFK	0,595	1,00090	1,85316

Tabell B.11: Resultat for RSA, SMA og S Del 3



momentum	200	200	1253
Analyse metode	RSA	SMA	S
TEL	0,540	0,99961	1,11986
AVM	0,545	0,99477	0,23117
BOR	0,735	0,99984	0,79443
BRG	0,570	1,00047	1,85885
ELE	0,565	1,00225	0,35625
INC	0,645	0,99961	0,18721
NHY	0,535	0,99900	1,25623
YAR	0,570	1,00014	1,23431
ADEA	0,000	1,00000	1,00000
ADEB	0,000	1,00000	1,00000
AKSO	0,495	1,00151	0,82351
AQUA	0,455	1,00160	0,56750
ARCUS	0,605	0,99979	1,03596
AVANCE	0,480	0,99982	0,12556
AWDR	0,465	1,00047	0,35127
B2H	0,590	0,99947	1,27115
BGBIO	0,545	1,00352	1,37450
BDRILL	0,595	0,99997	1,13898
BWLPG	0,485	1,00048	0,37595
CARA	0,620	0,99887	0,26908
CRAYON	0,585	1,00179	1,24054
CXENSE	0,520	0,99915	0,30022
ELK	0,715	1,00218	1,51759
ENDUR	0,620	0,99925	0,62487
ENTRA	0,535	1,00023	1,78508
EPR	0,525	0,99779	0,46759
EVRY	0,555	0,99992	1,13214
FJORD	0,610	1,00094	1,56051
FKRAFT	0,700	1,00032	1,05857
FLNG	0,565	1,00088	1,75359
GOGL	0,495	1,00135	0,38643
HYARD	0,575	0,99893	0,34687
IDEX	0,600	1,00054	0,96333
INFRNT	0,635	1,00105	1,12598
INSR	0,410	1,00073	0,14138
JAEREN	0,705	1,00016	1,26267
KID	0,595	0,99873	1,16000
KOMP	0,560	1,00015	0,99048
MGN	0,415	1,00150	0,70386
MSEIS	0,620	0,99926	0,53108
MOWI	0,495	1,00106	2,07979

Tabell B.12: Resultat for RSA, SMA og S Del 4

momentum	200	200	1253
Analyse metode	RSA	SMA	S
MPCC	0,750	0,99982	1,10667
MULTI	0,470	0,99931	0,68298
NKR	0,650	1,00254	1,35608
NEXT	0,570	1,00158	0,84031
NORBIT	0,000	1,00000	1,00000
NANO	0,645	0,99943	1,54348
NODL	0,565	1,00063	1,18000
NOR	0,540	1,00010	0,12500
NOFI	0,525	1,00049	1,29073
OCY	0,540	0,99980	1,44671
ODL	0,535	0,99987	1,22217
OKEA	0,000	1,00000	1,00000
PARB	0,625	1,00033	1,36150
PCIB	0,540	1,00351	1,44800
PSE	0,615	1,00189	0,34130
PLT	0,000	1,00000	1,00000
RAKP	0,580	1,00149	0,67027
SDSD	0,595	1,00077	0,35775
SALMON	0,705	1,00213	1,49387
SBANK	0,565	1,00043	1,97701
SSHIP	0,545	1,00184	1,90909
SSO	0,550	1,00152	3,13228
SCHB	0,570	1,00101	1,07358
SBX	0,465	1,00084	0,00024
SSG	0,625	1,00055	1,17647
SHLF	0,150	0,99956	0,90538
SOGN	0,750	1,00101	1,47036
SNOR	0,230	1,00001	0,95763
SPOL	0,530	1,00017	1,13418
SBTE	0,000	1,00000	1,00000
SBLK	0,090	0,99918	0,84034
TRVX	0,605	0,99905	1,32688
TEAM	0,670	1,00042	0,82569
THIN	0,575	0,99673	0,18208
TRE	0,445	0,99992	0,84848
ULTIMO	0,000	1,00000	1,00000
VISTIN	0,465	0,99886	0,57351
WSTEP	0,690	1,00111	1,12222
XXL	0,000	1,00000	1,00000
ZAL	0,665	0,99855	1,27063
2020	0,000	1,00000	1,00000

Tabell B.13: Resultat for RSA, SMA og S Del 5

momentum	200	200	1253
Analyse metode	RSA	SMA	S
FIVEPG	0,530	1,00131	0,05615
AEGA	0,630	1,00045	0,11515
ABT	0,505	0,99533	0,18537
ALNG	0,490	1,00087	0,35742
AGS	0,455	0,99325	0,09737
EAM	0,420	0,99985	0,42386
HBC	0,570	1,00209	0,67323
HUNT	0,635	1,00198	0,22569
ICE	0,000	1,00000	1,00000
KCC	0,000	1,00000	1,00000
NATTO	0,640	0,99965	0,68165
NOM	0,615	0,99929	0,68445
NORTH	0,550	1,00026	0,47273
OET	0,045	0,99991	0,97959
PNOR	0,590	1,00276	0,15064
PHLY	0,530	0,99678	0,26552
PPGPREF	0,690	1,00020	1,00000
ROM	0,690	1,00048	1,84242
SAGA	0,660	0,99924	0,93750
AASBME	0,255	0,99961	0,85600
ADSCME	0,980	1,00001	1,00024
ASAME	0,090	0,99810	0,62585
BALTME	0,920	1,06768	11,06612
BRAME	0,420	0,99888	0,65802
BSPME	0,810	1,00290	0,29966
EPICME	0,245	1,00022	0,61333
GENTME	0,705	1,00195	1,97066
GEOSME	0,030	0,99918	0,83871
GRONGME	0,185	0,99985	0,93274
INDUCTME	0,490	1,00040	0,14875
JPKME	0,000	1,00000	1,00000
LAVOME	0,000	1,00000	1,00000
LIFEME	0,085	0,99778	0,57673
LSTSBME	0,185	0,99989	0,97222
NISBME	0,000	1,00000	1,00000
RIVERME	0,845	1,00247	1,36842
SOFTOXME	0,950	1,00027	1,03030
SUNSBME	0,135	0,99945	0,89130
SUSBME	0,140	0,99986	0,96957
TEONEME	0,110	0,99994	0,92889
TYSBME	0,805	1,00023	1,03478

Tabell B.14: Resultat for RSA, SMA og S Del 6

momentum	200	200	1253
Analyse metode	RSA	SMA	S
WREME	0,435	1,00136	0,01853
ZENAME	0,000	1,00000	1,00000
ZWIPEME	0,000	1,00000	1,00000
BEAROLJEX1NON	0,575	0,99880	0,63678
BEAROLJEX2ND1	0,880	1,00026	1,02090
BEAROLJEX2NON	0,555	0,99741	0,36925
BEAROLJEX3ND1	0,875	1,00024	0,97970
BEAROLJEX3NON	0,555	0,99600	0,19948
BEAROLJEX4NON	0,565	0,99427	0,09579
BEAROLJEX5ND1	0,875	1,00018	0,86212
BEAROLJEX5NON	0,570	0,99266	0,04452
BEAROLJEX5NOND2	0,000	1,00000	1,00000
BULLOLJEX1ND1	0,000	1,00000	1,00000
BULLOLJEX1NON	0,440	1,00144	1,49275
BULLOLJEX10ND3	0,135	0,99957	0,42034
BULLOLJEX10NON	0,465	1,01138	1,89123
BULLOLJEX10NON1	0,480	1,01042	1,13282
BULLOLJEX10NON2	0,480	1,01042	1,13282
BULLOLJEX10NOND3	0,000	1,00000	1,00000
BULLOLJEX12ND3	0,135	0,99922	0,26906
BULLOLJEX12NON	0,470	1,01317	0,81163
BULLOLJEX12NON1	0,480	1,01212	0,63606
BULLOLJEX12NON2	0,480	1,01225	0,63606
BULLOLJEX12NOND3	0,000	1,00000	1,00000
BULLOLJEX2NON	0,450	1,00268	2,03075
BULLOLJEX3ND1	0,805	1,00021	0,97602
BULLOLJEX3NON	0,450	1,00390	2,57227
BULLOLJEX4NON	0,455	1,00510	4,46327
BULLOLJEX5ND1	0,815	1,00010	0,84742
BULLOLJEX5NON	0,460	1,00649	4,08542
BULLOLJEX8NON	0,460	1,00965	2,38390
BULLOLJEX8NON1	0,460	1,00965	2,38390
BULLOLJEX8NON2	0,480	1,00859	1,62757
BULLOLJEX8NOND3	0,000	1,00000	1,00000
BEARGULLX1ND	0,465	1,00059	1,09023
BEARGULLX1NON	0,465	1,00063	1,08837
BEARGULLX10ND	0,470	1,00382	1,23946
BEARGULLX10NON	0,480	1,00298	0,79763
BEARGULLX12ND	0,485	1,00409	1,11419
BEARGULLX12NON	0,480	1,00403	0,68717
BEARGULLX15SNONN	0,000	1,00000	1,00000

Tabell B.15: Resultat for RSA, SMA og *S* Del 7

momentum	200	200	1253
Analyse metode	RSA	SMA	S
BEARGULLX2ND	0,815	1,00108	1,23600
BEARGULLX2NON	0,470	1,00108	1,13432
BEARGULLX3ND1	0,815	1,00150	1,33733
BEARGULLX3NON	0,475	1,00147	1,16752
BEARGULLX4NON	0,480	1,00174	1,24785
BEARGULLX5ND	0,480	1,00201	1,32369
BEARGULLX5NON	0,480	1,00202	1,12740
BEARGULLX8ND	0,810	1,00349	1,89975
BEARGULLX8NON	0,480	1,00248	0,93305
BULLGULLX1ND1	0,000	1,00000	1,00000
BULLGULLX1NON	0,520	0,99971	0,93377
BULLGULLX10ND	0,555	0,99505	0,16958
BULLGULLX10NON	0,555	0,99441	0,17044
BULLGULLX12ND	0,560	0,99604	0,10138
BULLGULLX12NON	0,545	0,99288	0,10110
BULLGULLX15SNONN	0,000	1,00000	1,00000
BULLGULLX2ND	0,215	0,99934	0,87431
BULLGULLX2NON	0,520	0,99927	0,84631
BULLGULLX3ND1	0,215	0,99889	0,79504
BULLGULLX3NON	0,565	0,99874	0,75724
BULLGULLX4NON	0,580	0,99831	0,71783
BULLGULLX5ND	0,560	0,99779	0,49838
BULLGULLX5NON	0,565	0,99767	0,56437
BULLGULLX8ND	0,220	0,99653	0,47317
BULLGULLX8NON	0,560	0,99572	0,28650
BEAR-NFLXX1-NONN	0,000	1,00000	1,00000
BEAR-NFLXX2-NONN	0,000	1,00000	1,00000
BEAR-NFLXX3-NONN	0,000	1,00000	1,00000
BULL-NFLXX1-NONN	0,000	1,00000	1,00000
BULL-NFLXX2-NONN	0,000	1,00000	1,00000
BULL-NFLXX3-NONN	0,000	1,00000	1,00000
SO3M	0,615	1,00255	0,99194
SO5M	0,575	1,00195	1,02069
SO10M	0,595	1,00099	0,89372
SV3M	0,800	1,00493	0,51181
SV6M	0,815	1,00544	0,56452
SV9M	0,820	1,00576	0,58871
SV12M	0,740	1,00520	0,63710
AAKO06	1,000	1,00001	1,00184

Tabell B.16: Resultat for RSA, SMA og S Del 8

## B.4 Prognosemetoder som trendindikatorer

periode brukvekt=5	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
AKA	0	0	0,7103	0	0
AKERBP	0	0,11331	0,90829	0	0,10291834
ARCHER	0	0	0,61181	0	0
BON	0	0	1,78908	0	0
BWO	0	0	1,16135	0	0
DNO	0	0	0,88679	0	0
DOF	0	0	0,35826	0	0
EIOF	0	0	1,02261	0	0
EMGS	0	0	0,92126	0	0
FRO	0	0	1,84979	0	0
HAVI	0,50996	0,00288	0,4426	0,225708296	0,001274688
HLNG	0	0	0,87283	0	0
IOX	0	0,0323	0,38197	0	0,012337631
KVAER	0	0	0,85546	0	0
OTS	0	0	0,46167	0	0
PEN	0	0	1,00756	0	0
PGS	0	0	0,43556	0	0
PLCS	0	0	0,62694	0	0
PRS	0	0	0,35977	0	0
QEC	0	0	0,60421	0	0
REACH	0	0	0,71538	0	0
SDRL	0	0	0,17642	0	0
SIOFF	0	0	1,00851	0	0
SOFF	0	0	0,1437	0	0
EQNR	0	0	0,83349	0	0
SUBC	0	0	0,89689	0	0
TGS	0	0	0,80309	0	0
ASC	0	0	0,60087	0	0
AKER	0	0	0,77896	0	0
AXA	0	0	0,64979	0	0
DNB	0	0	0,90922	0	0
GJF	0	0	1,28732	0	0
PROTCT	0	0	0,834	0	0
SRBANK	0	0	0,99738	0	0
STB	0	0	0,76967	0	0

Tabell B.17: Prognoser for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 1

periode brukvekt=5	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
VVL	0	0	1,30469	0	0
BIOTEC	0	0	0,84016	0	0
COV	0	0	1,55477	0	0
MEDI	0	0	2	0	0
NAVA	0	0	2,08889	0	0
PHO	0	0	0,90219	0	0
AUSS	0	0	0,80874	0	0
BAKKA	0	0	1,03157	0	0
GSF	0	0	1,11111	0	0
LSG	0	0	0,86232	0	0
NRS	0	0	0,92921	0	0
ORK	0	0	1,16818	0	0
SALM	0	0	1,03586	0	0
SSC	0	0	1,75972	0	0
GYL	0	0	1,04278	0	0
KOA	0	0	0,61987	0	0
POL	0	0	1,04724	0	0
SCHA	0	0	1,24026	0	0
AURG	0	0	1,06746	0	0
HELG	0	0	0,98137	0	0
HSPG	0	0	1,29609	0	0
MELG	0	0	1,07759	0	0
SADG	0	0	1,06087	0	0
SKUE	0	0	1,14961	0	0
SBVG	0	0	1,02222	0	0
NONG	0	0	1,0208	0	0
RING	0	0	1,07292	0	0
MING	0	0	1,06938	0	0
SOAG	0	0	1,09645	0	0
MORG	0	0	1,1223	0	0
SOR	0	0	0,94689	0	0
SVEG	0	0	0,9924	0	0
SPOG	0	0	0,94245	0	0
TOTG	0	0	1,00851	0	0
AFG	0	0	1,448	0	0
AKVA	0	0	1,11268	0	0
AMSC	0	0	1,22043	0	0
BEL	0	0	1,24717	0	0
BMA	0	0	1,125	0	0
RISH	0	0	0,81364	0	0

Tabell B.18: Prognoser for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 2

periode brukvekt=5	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
GOD	0	0	1,34821	0	0
HEX	0	0	1,19672	0	0
JIN	0	0	0,7381	0	0
KOG	0	0	0,92845	0	0
NEL	0	0,11677	2,01682	0	0,235504071
NAS	0	0	0,21836	0	0
NRC	0	0,20087	0,78743	0	0,158171064
NTS	0	0	1,06087	0	0
ODF	0	0	0,95082	0	0
ODFB	0	0	0,97222	0	0
SASNOK	0	0	0,60125	0	0
SNI	0	0	0,82171	0	0
TOM	0	0	1,40324	0	0
VEI	0	0	1,22399	0	0
WALWIL	0	0	0,66831	0	0
WWI	0	0	0,7486	0	0
WWIB	0	0	0,71989	0	0
WILS	0	0,00149	0,9598	0	0,001430102
ASETEK	0	0	0,31166	0	0
ATEA	0	0	0,91125	0	0
BOUVET	0	0	1,1746	0	0
DAT	0	0	1,2584	0	0
FUNCOM	0	0	0,78781	0	0
GIG	0	0,11365	0,28795	0	0,032725518
HIDDN	0	0	0,07918	0	0
ITE	0	0,03161	0,70862	0	0,022399478
KIT	0	0	1,00305	0	0
NAPA	0	0	1,37458	0	0
NOD	0	0	0,91673	0	0
OTELLO	0	0	0,81333	0	0
QFR	0	0	0,76875	0	0
REC	0	0	0,63027	0	0
STRONG	0	0	1,35119	0	0
TECH	0	0	1,26316	0	0
NPRO	0	0	1,14232	0	0
OLT	0	0	0,98229	0	0
SBO	0	0	1,22967	0	0
SOLON	0	0	1,26159	0	0
STORM	0	0	0,5875	0	0
AFK	0	0	0,73563	0	0
TEL	0	0	1,10065	0	0

Tabell B.19: Prognoser for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 3



periode brukvekt=5	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
AVM	0	0	0,78364	0	0
BOR	0	0	0,45848	0	0
BRG	0	0	1,25974	0	0
ELE	0	0	0,05956	0	0
INC	0	0	1,02062	0	0
NHY	0	0	0,73745	0	0
YAR	0	0	1,08144	0	0
ADEA	0	0	1,17333	0	0
ADEB	0	0	1,16667	0	0
AKSO	0	0	0,5167	0	0
AQUA	0	0	0,8366	0	0
ARCUS	0	0	0,82813	0	0
AVANCE	0	0	1,78493	0	0
AWDR	0	0	0,45812	0	0
B2H	0	0	0,44118	0	0
BGBIO	0	0	0,43361	0	0
BDRILL	0	0	0,39524	0	0
BWLPG	0	0	1,54609	0	0
CARA	0	0	3,28171	0	0
CRAYON	0	0	1,77487	0	0
CXENSE	0	0	0,53317	0	0
ELK	0	0	0,59275	0	0
ENDUR	0	0	0,69075	0	0
ENTRA	0	0	1,07096	0	0
EPR	0	0	1,27723	0	0
EVRY	0	0	1,01875	0	0
FJORD	0	0	0,73171	0	0
FKRAFT	0	0	1,49511	0	0
FLNG	0	0	0,76667	0	0
GOGL	0	0	0,7678	0	0
HYARD	0	0	0,40948	0	0
IDEX	0	0	0,39512	0	0
INFRNT	0	0	0,83368	0	0
INSR	0	0	1,105	0	0
JAEREN	0	0	0,99265	0	0
KID	0	0	1,25215	0	0
KOMP	0	0	0,50947	0	0
MGN	0	0	0,43598	0	0
MSEIS	0	0	0,70667	0	0
MOWI	0	0	1,16653	0	0
MPCC	0	0	0,44898	0	0

Tabell B.20: Prognoser for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 4

periode brukvekt=5	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
MULTI	0	0	0,919	0	0
NKR	0	0	1,00313	0	0
NEXT	0	0	0,10526	0	0
NORBIT	0	0	1	0	0
NANO	0	0	0,53326	0	0
NODL	0	0	0,45915	0	0
NOR	0	0	1,6744	0	0
NOFI	0	0	0,7348	0	0
OCY	0	0	0,88994	0	0
ODL	0	0	0,88194	0	0
OKEA	0	0	0,93596	0	0
PARB	0	0	0,88135	0	0
PCIB	0	0,06602	0,84017	0	0,055468023
PSE	0	0	0,93865	0	0
PLT	0	0	0,54	0	0
RAKP	0	0	1,016	0	0
SDSD	0	0	0,75676	0	0
SALMON	0	0	0,97647	0	0
SBANK	0	0	0,76995	0	0
SSHIP	0	0	3,1903	0	0
SSO	0	0	1,81336	0	0
SCHB	0	0	1,31558	0	0
SBX	0	0	0,44311	0	0
SSG	0	0	1,31661	0	0
SHLF	0	0	0,41053	0	0
SOGN	0	0	1,05319	0	0
SNOR	0	0	0,98214	0	0
SPOL	0	0	0,92676	0	0
SBTE	0	0	1,02827	0	0
SBLK	0	0	1	0	0
TRVX	0	0	0,47503	0	0
TEAM	0	0	0,6	0	0
THIN	0	0	0,06496	0	0
TRE	0	0	0,92833	0	0
ULTIMO	0	0	0,96774	0	0
VISTIN	0	0	0,87963	0	0
WSTEP	0	0	0,8255	0	0
XXL	0	0	0,71652	0	0
ZAL	0	0	0,55676	0	0
2020	0	0	1,02597	0	0
FIVEPG	0	0	0,24844	0	0

Tabell B.21: Prognoser for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 5

periode brukvekt=5	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
AEGA	0	0	1,3401	0	0
ABT	0	0	0,68201	0	0
ALNG	0	0	0,83796	0	0
AGS	0	0	0,08166	0	0
EAM	0	0	0,59076	0	0
HBC	0	0	1,81481	0	0
HUNT	0	0,0472	1,2018	0	0,05672496
ICE	0	0	1,1725	0	0
KCC	0	0	0,90737	0	0
NATTO	0	0	0,98295	0	0
NOM	0	0	0,65489	0	0
NORTH	0	0	0,67308	0	0
OET	0	0	0,94444	0	0
PNOR	0	0	1,13255	0	0
PHLY	0	0	1,12694	0	0
PPGPREF	0	0	0,99048	0	0
ROM	0	0,14248	0,73649	0	0,104935095
SAGA	0	0	0,66667	0	0
AASBME	0	0	1,10185	0	0
ADSCME	0	0	0,9476	0	0
ASAME	0	0	2,18478	0	0
BALTME	0,49004	0,00424	1,11271	0,545272408	0,00471789
BRAME	0	0	0,44643	0	0
BSPME	0	0	0,38859	0	0
EPICME	0	0	1,77778	0	0
GENTME	0	0	0,8375	0	0
GEOSME	0	0	1,15385	0	0
GRONGME	0	0	1,03412	0	0
INDUCTME	0	0	0,70334	0	0
JPKME	0	0	0,98361	0	0
LAVOME	0	0	0,02421	0	0
LIFEME	0	0	1,25	0	0
LSTSBME	0	0	1,04762	0	0
NISBME	0	0	1,04762	0	0
RIVERME	0	0	0,92308	0	0
SOFTOXME	0	0	0,69714	0	0
SUNSBME	0	0	0,96741	0	0
SUSBME	0	0	1,03139	0	0
TEONEME	0	0	0,07513	0	0
TYSBME	0	0	0,96006	0	0
WREME	0	0	0,07857	0	0

Tabell B.22: Prognoser for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 6

periode brukvekt=5	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
ZENAME	0	0	2,33696	0	0
ZWIPEME	0	0	0,61622	0	0
BEAROLJEX1NON	0	0	1,11751	0	0
BEAROLJEX2ND1	0	0	1,08587	0	0
BEAROLJEX2NON	0	0	1,04139	0	0
BEAROLJEX3ND1	0	0	0,93137	0	0
BEAROLJEX3NON	0	0	0,87767	0	0
BEAROLJEX4NON	0	0	0,66755	0	0
BEAROLJEX5ND1	0	0	0,49925	0	0
BEAROLJEX5NON	0	0	0,44969	0	0
BEAROLJEX5NOND2	0	0	0,66123	0	0
BULLOLJEX1ND1	0	0	0,93488	0	0
BULLOLJEX1NON	0	0	0,9291	0	0
BULLOLJEX10ND3	0	0	0,00082	0	0
BULLOLJEX10NON	0	0	0,00086	0	0
BULLOLJEX10NON1	0	0	0,00092	0	0
BULLOLJEX10NON2	0	0	0,00102	0	0
BULLOLJEX10NOND3	0	0	0,1352	0	0
BULLOLJEX12ND3	0	0	0,00031	0	0
BULLOLJEX12NON	0	0,12007	0,00022	0	2,64154E-05
BULLOLJEX12NON1	0	0	0,00019	0	0
BULLOLJEX12NON2	0	0	0,00093	0	0
BULLOLJEX12NOND3	0	0	0,0314	0	0
BULLOLJEX2NON	0	0	0,71825	0	0
BULLOLJEX3ND1	0	0	0,47174	0	0
BULLOLJEX3NON	0	0	0,49889	0	0
BULLOLJEX4NON	0	0	0,30999	0	0
BULLOLJEX5ND1	0	0	0,15389	0	0
BULLOLJEX5NON	0	0	0,16792	0	0
BULLOLJEX8NON	0	0	0,01145	0	0
BULLOLJEX8NON1	0	0,00711	0,01145	0	8,14095E-05
BULLOLJEX8NON2	0	0	0,01141	0	0
BULLOLJEX8NOND3	0	0	0,37905	0	0
BEARGULLX1ND	0	0	0,87238	0	0
BEARGULLX1NON	0	0	0,88083	0	0
BEARGULLX10ND	0	0	0,0725	0	0
BEARGULLX10NON	0	0	0,06307	0	0
BEARGULLX12ND	0	0	0,03578	0	0
BEARGULLX12NON	0	0	0,02792	0	0
BEARGULLX15SNONN	0	0	0,05391	0	0
BEARGULLX2ND	0	0	0,69471	0	0

Tabell B.23: Prognoser for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 7

periode	252-1253	252-1253	1-251	test	test
brukvekt=5	$\mathfrak{R}_1$	$\Gamma_2$	Prod	$\mathfrak{R}_1$	$\Gamma_2$
BEARGULLX2NON	0	0	0,7054	0	0
BEARGULLX3ND1	0	0	0,5467	0	0
BEARGULLX3NON	0	0	0,5587	0	0
BEARGULLX4NON	0	0	0,43644	0	0
BEARGULLX5ND	0	0	0,32572	0	0
BEARGULLX5NON	0	0	0,33024	0	0
BEARGULLX8ND	0	0	0,13139	0	0
BEARGULLX8NON	0	0	0,12449	0	0
BULLGULLX1ND1	0	0	1,17964	0	0
BULLGULLX1NON	0	0	1,30149	0	0
BULLGULLX10ND	0	0	3,912	0	0
BULLGULLX10NON	0	0	3,41354	0	0
BULLGULLX12ND	0	0	4,42148	0	0
BULLGULLX12NON	0	0	3,73841	0	0
BULLGULLX15SNONN	0	0	1,83815	0	0
BULLGULLX2ND	0	0	1,5465	0	0
BULLGULLX2NON	0	0	1,53361	0	0
BULLGULLX3ND1	0	0	1,81697	0	0
BULLGULLX3NON	0	0	1,79012	0	0
BULLGULLX4NON	0	0	2,10968	0	0
BULLGULLX5ND	0	0	2,42308	0	0
BULLGULLX5NON	0	0	2,37533	0	0
BULLGULLX8ND	0	0	3,31203	0	0
BULLGULLX8NON	0	0	2,84884	0	0
BEAR-NFLXX1-NONN	0	0	1,27446	0	0
BEAR-NFLXX2-NONN	0	0	1,46025	0	0
BEAR-NFLXX3-NONN	0	0	1,59008	0	0
BULL-NFLXX1-NONN	0	0	0,81606	0	0
BULL-NFLXX2-NONN	0	0	0,59471	0	0
BULL-NFLXX3-NONN	0	0	0,40603	0	0
SO3M	0	0	0,94215	0	0
SO5M	0	0	0,78472	0	0
SO10M	0	0	0,65	0	0
SV3M	0	0	1,92308	0	0
SV6M	0	0	1,77143	0	0
SV9M	0	0	1,68493	0	0
SV12M	0	0	1,53846	0	0
AAKO06	0	0	1,00457	0	0
Historisk avkastning			0,990907	0,770980704	0,788714686
Aksjer i porteføljen				2	14
Differensavkastning				-0,25	-0,23

Tabell B.24: Prognoser for  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 8

## B.5 Ex-poste analyse for $\mathfrak{R}_1$ og $\Gamma_2$

periode	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
AKA	0	0	0,7103	0	0
AKERBP	0,00176	0,00012	0,90829	0,00159859	0,000108995
ARCHER	0	0	0,61181	0	0
BON	0	0	1,78908	0	0
BWO	0	0	1,16135	0	0
DNO	0	0	0,88679	0	0
DOF	0	0	0,35826	0	0
EIOF	0	0	1,02261	0	0
EMGS	0	0	0,92126	0	0
FRO	0	0	1,84979	0	0
HAVI	0,00017	0,00001	0,4426	0,000075242	0,000004426
HLNG	0	0	0,87283	0	0
IOX	0,00027	0	0,38197	0,000103132	0
KVAER	0	0	0,85546	0	0
OTS	0	0,00011	0,46167	0	5,07837E-05
PEN	0	0	1,00756	0	0
PGS	0	0	0,43556	0	0
PLCS	0	0	0,62694	0	0
PRS	0	0	0,35977	0	0
QEC	0	0	0,60421	0	0
REACH	0	0	0,71538	0	0
SDRL	0	0	0,17642	0	0
SIOFF	0,45549	0,96628	1,00851	0,45936622	0,974503043
SOFF	0	0	0,1437	0	0
EQNR	0	0	0,83349	0	0
SUBC	0	0	0,89689	0	0
TGS	0	0	0,80309	0	0
ASC	0	0,0005	0,60087	0	0,000300435
AKER	0	0	0,77896	0	0
AXA	0,00081	0,00014	0,64979	0,00052633	9,09706E-05
DNB	0	0	0,90922	0	0
GJF	0	0	1,28732	0	0
PROTCT	0	0	0,834	0	0
SRBANK	0	0	0,99738	0	0
STB	0	0	0,76967	0	0
VVL	0	0	1,30469	0	0

Tabell B.25: Bruk for ex-porte med  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 1

periode	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
BIOTEC	0	0	0,84016	0	0
COV	0,01084	0,00107	1,55477	0,016853707	0,001663604
MEDI	0,00746	0,00065	2	0,01492	0,0013
NAVA	0	0,00004	2,08889	0	8,35556E-05
PHO	0,00121	0,00022	0,90219	0,00109165	0,000198482
AUSS	0	0	0,80874	0	0
BAKKA	0,00483	0	1,03157	0,004982483	0
GSF	0,00185	0,00012	1,11111	0,002055554	0,000133333
LSG	0	0	0,86232	0	0
NRS	0,00201	0,00016	0,92921	0,001867712	0,000148674
ORK	0	0	1,16818	0	0
SALM	0,00137	0,0002	1,03586	0,001419128	0,000207172
SSC	0,0013	0,00048	1,75972	0,002287636	0,000844666
GYL	0,00591	0,00041	1,04278	0,00616283	0,00042754
KOA	0	0	0,61987	0	0
POL	0,00096	0	1,04724	0,00100535	0
SCHA	0	0	1,24026	0	0
AURG	0,00089	0,00003	1,06746	0,000950039	3,20238E-05
HELG	0	0	0,98137	0	0
HSPG	0,00125	0	1,29609	0,001620113	0
MELG	0	0	1,07759	0	0
SADG	0	0	1,06087	0	0
SKUE	0,01272	0	1,14961	0,014623039	0
SBVG	0	0	1,02222	0	0
NONG	0	0	1,0208	0	0
RING	0	0,00077	1,07292	0	0,000826148
MING	0	0	1,06938	0	0
SOAG	0,00781	0	1,09645	0,008563275	0
MORG	0	0	1,1223	0	0
SOR	0	0	0,94689	0	0
SVEG	0	0	0,9924	0	0
SPOG	0	0	0,94245	0	0
TOTG	0,08514	0	1,00851	0,085864541	0
AFG	0,00212	0,00033	1,448	0,00306976	0,00047784
AKVA	0,00781	0,00026	1,11268	0,008690031	0,000289297
AMSC	0	0	1,22043	0	0
BEL	0	0,00006	1,24717	0	7,48302E-05
BMA	0,00334	0,00016	1,125	0,0037575	0,00018
RISH	0,00023	0,00017	0,81364	0,000187137	0,000138319
GOD	0	0	1,34821	0	0
HEX	0	0	1,19672	0	0

Tabell B.26: Bruk for ex-porte med  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 2

periode	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
JIN	0	0	0,7381	0	0
KOG	0	0	0,92845	0	0
NEL	0,00056	0	2,01682	0,001129419	0
NAS	0	0,00006	0,21836	0	1,31016E-05
NRC	0,00535	0,00048	0,78743	0,004212751	0,000377966
NTS	0,00574	0,00028	1,06087	0,006089394	0,000297044
ODF	0	0	0,95082	0	0
ODFB	0	0	0,97222	0	0
SASNOK	0	0,00014	0,60125	0	0,000084175
SNI	0	0	0,82171	0	0
TOM	0,00965	0,00011	1,40324	0,013541266	0,000154356
VEI	0	0	1,22399	0	0
WALWIL	0	0	0,66831	0	0
WWI	0	0	0,7486	0	0
WWIB	0	0	0,71989	0	0
WILS	0,0002	0,00001	0,9598	0,00019196	0,000009598
ASETEK	0,00017	0	0,31166	5,29822E-05	0
ATEA	0	0	0,91125	0	0
BOUVET	0,00731	0,00118	1,1746	0,008586326	0,001386028
DAT	0,00319	0,00025	1,2584	0,004014296	0,0003146
FUNCOM	0,00122	0	0,78781	0,000961128	0
GIG	0,00392	0,00007	0,28795	0,001128764	2,01565E-05
HIDDN	0	0	0,07918	0	0
ITE	0,00942	0,00121	0,70862	0,0066752	0,00085743
KIT	0,01196	0,00014	1,00305	0,011996478	0,000140427
NAPA	0	0	1,37458	0	0
NOD	0	0	0,91673	0	0
OTELLO	0	0	0,81333	0	0
QFR	0	0	0,76875	0	0
REC	0	0	0,63027	0	0
STRONG	0,00204	0,00008	1,35119	0,002756428	0,000108095
TECH	0	0	1,26316	0	0
NPRO	0	0,00005	1,14232	0	0,000057116
OLT	0	0	0,98229	0	0
SBO	0	0	1,22967	0	0
SOLON	0	0	1,26159	0	0
STORM	0,00064	0,00019	0,5875	0,000376	0,000111625
AFK	0,00227	0,00003	0,73563	0,00166988	2,20689E-05
TEL	0	0	1,10065	0	0
AVM	0,00024	0	0,78364	0,000188074	0

Tabell B.27: Bruk for ex-porte med  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 3



periode	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
BOR	0	0	0,45848	0	0
BRG	0	0	1,25974	0	0
ELE	0	0,00002	0,05956	0	1,1912E-06
INC	0	0	1,02062	0	0
NHY	0	0	0,73745	0	0
YAR	0	0	1,08144	0	0
ADEA	0	0	1,17333	0	0
ADEB	0	0	1,16667	0	0
AKSO	0	0	0,5167	0	0
AQUA	0	0	0,8366	0	0
ARCUS	0	0	0,82813	0	0
AVANCE	0	0	1,78493	0	0
AWDR	0	0	0,45812	0	0
B2H	0	0	0,44118	0	0
BGBIO	0,00386	0	0,43361	0,001673735	0
BDRILL	0	0	0,39524	0	0
BWLPG	0	0	1,54609	0	0
CARA	0,00015	0	3,28171	0,000492257	0
CRAYON	0,00618	0,00119	1,77487	0,010968697	0,002112095
CXENSE	0	0	0,53317	0	0
ELK	0,03046	0,00126	0,59275	0,018055165	0,000746865
ENDUR	0	0	0,69075	0	0
ENTRA	0	0,00114	1,07096	0	0,001220894
EPR	0	0	1,27723	0	0
EVRY	0,00891	0	1,01875	0,009077063	0
FJORD	0,01772	0,00144	0,73171	0,012965901	0,001053662
FKRAFT	0	0	1,49511	0	0
FLNG	0,00455	0,00044	0,76667	0,003488349	0,000337335
GOGL	0	0	0,7678	0	0
HYARD	0,00011	0	0,40948	4,50428E-05	0
IDEX	0	0	0,39512	0	0
INFRNT	0,0078	0	0,83368	0,006502704	0
INSR	0	0	1,105	0	0
JAEREN	0,00187	0,00046	0,99265	0,001856256	0,000456619
KID	0,00363	0,00051	1,25215	0,004545305	0,000638597
KOMP	0	0	0,50947	0	0
MGN	0	0	0,43598	0	0
MSEIS	0	0	0,70667	0	0
MOWI	0	0	1,16653	0	0
MPCC	0	0,00053	0,44898	0	0,000237959

Tabell B.28: Bruk for ex-porte med  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 4

periode	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
MULTI	0	0	0,919	0	0
NKR	0,00397	0,00031	1,00313	0,003982426	0,00031097
NEXT	0	0	0,10526	0	0
NORBIT	0	0	1	0	0
NANO	0,00011	0,00003	0,53326	5,86586E-05	1,59978E-05
NODL	0	0,0002	0,45915	0	0,00009183
NOR	0	0,00017	1,6744	0	0,000284648
NOFI	0	0	0,7348	0	0
OCY	0	0	0,88994	0	0
ODL	0	0	0,88194	0	0
OKEA	0	0	0,93596	0	0
PARB	0,00064	0,0002	0,88135	0,000564064	0,00017627
PCIB	0,00123	0,00001	0,84017	0,001033409	8,4017E-06
PSE	0	0,00007	0,93865	0	6,57055E-05
PLT	0	0	0,54	0	0
RAKP	0	0	1,016	0	0
SDSD	0,00038	0	0,75676	0,000287569	0
SALMON	0,0204	0	0,97647	0,019919988	0
SBANK	0,00508	0,00116	0,76995	0,003911346	0,000893142
SSHIP	0,00231	0,00023	3,1903	0,007369593	0,000733769
SSO	0,0026	0,00094	1,81336	0,004714736	0,001704558
SCHB	0	0	1,31558	0	0
SBX	0	0	0,44311	0	0
SSG	0,00295	0,00014	1,31661	0,003884	0,000184325
SHLF	0	0	0,41053	0	0
SOGN	0,0189	0,00149	1,05319	0,019905291	0,001569253
SNOR	0	0	0,98214	0	0
SPOL	0	0	0,92676	0	0
SBTE	0	0	1,02827	0	0
SBLK	0	0	1	0	0
TRVX	0,00095	0,00025	0,47503	0,000451279	0,000118758
TEAM	0	0	0,6	0	0
THIN	0	0	0,06496	0	0
TRE	0	0	0,92833	0	0
ULTIMO	0	0	0,96774	0	0
VISTIN	0	0	0,87963	0	0
WSTEP	0,01117	0,00068	0,8255	0,009220835	0,00056134
XXL	0	0	0,71652	0	0
ZAL	0	0	0,55676	0	0
2020	0	0	1,02597	0	0
FIVEPG	0	0	0,24844	0	0

Tabell B.29: Bruk for ex-porte med  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 5

periode	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
AEGA	0,00041	0	1,3401	0,000549441	0
ABT	0	0	0,68201	0	0
ALNG	0	0	0,83796	0	0
AGS	0	0	0,08166	0	0
EAM	0	0	0,59076	0	0
HBC	0	0	1,81481	0	0
HUNT	0,00128	0,00018	1,2018	0,001538304	0,000216324
ICE	0	0	1,1725	0	0
KCC	0	0	0,90737	0	0
NATTO	0	0	0,98295	0	0
NOM	0	0	0,65489	0	0
NORTH	0	0,00002	0,67308	0	1,34616E-05
OET	0	0	0,94444	0	0
PNOR	0	0	1,13255	0	0
PHLY	0	0	1,12694	0	0
PPGPREF	0	0	0,99048	0	0
ROM	0,00409	0,00015	0,73649	0,003012244	0,000110474
SAGA	0,00092	0,00001	0,66667	0,000613336	6,6667E-06
AASBME	0	0	1,10185	0	0
ADSCME	0	0	0,9476	0	0
ASAME	0	0	2,18478	0	0
BALTME	0,00034	0,00001	1,11271	0,000378321	1,11271E-05
BRAME	0	0	0,44643	0	0
BSPME	0,00046	0,00001	0,38859	0,000178751	3,8859E-06
EPICME	0	0	1,77778	0	0
GENTME	0,00482	0,00009	0,8375	0,00403675	0,000075375
GEOSME	0	0	1,15385	0	0
GRONGME	0	0	1,03412	0	0
INDUCTME	0	0,00005	0,70334	0	0,000035167
JPKME	0	0	0,98361	0	0
LAVOME	0	0	0,02421	0	0
LIFEME	0	0	1,25	0	0
LSTSBME	0	0	1,04762	0	0
NISBME	0	0	1,04762	0	0
RIVERME	0,00326	0	0,92308	0,003009241	0
SOFTOXME	0,00677	0	0,69714	0,004719638	0
SUNSBME	0	0	0,96741	0	0
SUSBME	0	0	1,03139	0	0
TEONEME	0,00021	0	0,07513	1,57773E-05	0
TYSBME	0,00719	0,00097	0,96006	0,006902831	0,000931258
WREME	0	0	0,07857	0	0

Tabell B.30: Bruk for ex-porte med  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 6

periode	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
ZENAME	0	0	2,33696	0	0
ZWIPEME	0	0	0,61622	0	0
BEAROLJEX1NON	0	0	1,11751	0	0
BEAROLJEX2ND1	0	0	1,08587	0	0
BEAROLJEX2NON	0	0	1,04139	0	0
BEAROLJEX3ND1	0	0,00006	0,93137	0	5,58822E-05
BEAROLJEX3NON	0,00199	0,0009	0,87767	0,001746563	0,000789903
BEAROLJEX4NON	0	0	0,66755	0	0
BEAROLJEX5ND1	0	0	0,49925	0	0
BEAROLJEX5NON	0	0	0,44969	0	0
BEAROLJEX5NOND2	0	0	0,66123	0	0
BULLOLJEX1ND1	0	0	0,93488	0	0
BULLOLJEX1NON	0	0	0,9291	0	0
BULLOLJEX10ND3	0	0	0,00082	0	0
BULLOLJEX10NON	0	0	0,00086	0	0
BULLOLJEX10NON1	0	0	0,00092	0	0
BULLOLJEX10NON2	0	0	0,00102	0	0
BULLOLJEX10NOND3	0	0	0,1352	0	0
BULLOLJEX12ND3	0	0	0,00031	0	0
BULLOLJEX12NON	0	0	0,00022	0	0
BULLOLJEX12NON1	0	0	0,00019	0	0
BULLOLJEX12NON2	0	0	0,00093	0	0
BULLOLJEX12NOND3	0	0	0,0314	0	0
BULLOLJEX2NON	0	0	0,71825	0	0
BULLOLJEX3ND1	0	0	0,47174	0	0
BULLOLJEX3NON	0	0	0,49889	0	0
BULLOLJEX4NON	0,01056	0,0013	0,30999	0,003273494	0,000402987
BULLOLJEX5ND1	0,00861	0	0,15389	0,001324993	0
BULLOLJEX5NON	0,00118	0	0,16792	0,000198146	0
BULLOLJEX8NON	0,00038	0	0,01145	0,000004351	0
BULLOLJEX8NON1	0,00038	0,0001	0,01145	0,000004351	0,000001145
BULLOLJEX8NON2	0	0	0,01141	0	0
BULLOLJEX8NOND3	0	0	0,37905	0	0
BEARGULLX1ND	0	0	0,87238	0	0
BEARGULLX1NON	0,00865	0	0,88083	0,00761918	0
BEARGULLX10ND	0,00231	0,0001	0,0725	0,000167475	0,00000725
BEARGULLX10NON	0	0	0,06307	0	0
BEARGULLX12ND	0,00249	0	0,03578	8,90922E-05	0
BEARGULLX12NON	0,00027	0,00032	0,02792	7,5384E-06	8,9344E-06
BEARGULLX15NONN	0	0	0,05391	0	0
BEARGULLX2ND	0,07095	0,00521	0,69471	0,049289675	0,003619439

Tabell B.31: Bruk for ex-porte med  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 7

periode	252-1253 $\mathfrak{R}_1$	252-1253 $\Gamma_2$	1-251 Prod	test $\mathfrak{R}_1$	test $\Gamma_2$
BEARGULLX2NON	0	0	0,7054	0	0
BEARGULLX3ND1	0	0	0,5467	0	0
BEARGULLX3NON	0	0	0,5587	0	0
BEARGULLX4NON	0	0	0,43644	0	0
BEARGULLX5ND	0	0	0,32572	0	0
BEARGULLX5NON	0,00338	0	0,33024	0,001116211	0
BEARGULLX8ND	0,01824	0	0,13139	0,002396554	0
BEARGULLX8NON	0	0	0,12449	0	0
BULLGULLX1ND1	0	0	1,17964	0	0
BULLGULLX1NON	0	0	1,30149	0	0
BULLGULLX10ND	0	0	3,912	0	0
BULLGULLX10NON	0	0	3,41354	0	0
BULLGULLX12ND	0	0	4,42148	0	0
BULLGULLX12NON	0	0	3,73841	0	0
BULLGULLX15SNONN	0	0	1,83815	0	0
BULLGULLX2ND	0	0	1,5465	0	0
BULLGULLX2NON	0	0	1,53361	0	0
BULLGULLX3ND1	0	0	1,81697	0	0
BULLGULLX3NON	0	0,0005	1,79012	0	0,00089506
BULLGULLX4NON	0	0	2,10968	0	0
BULLGULLX5ND	0	0	2,42308	0	0
BULLGULLX5NON	0	0	2,37533	0	0
BULLGULLX8ND	0	0	3,31203	0	0
BULLGULLX8NON	0	0	2,84884	0	0
BEAR-NFLXX1-NONN	0	0	1,27446	0	0
BEAR-NFLXX2-NONN	0	0	1,46025	0	0
BEAR-NFLXX3-NONN	0	0	1,59008	0	0
BULL-NFLXX1-NONN	0	0	0,81606	0	0
BULL-NFLXX2-NONN	0	0	0,59471	0	0
BULL-NFLXX3-NONN	0	0	0,40603	0	0
SO3M	0,00098	0	0,94215	0,000923307	0
SO5M	0,00214	0,00024	0,78472	0,001679301	0,000188333
SO10M	0	0	0,65	0	0
SV3M	0,00028	0,00003	1,92308	0,000538462	5,76924E-05
SV6M	0	0,00004	1,77143	0	7,08572E-05
SV9M	0	0	1,68493	0	0
SV12M	0,00012	0,00024	1,53846	0,000184615	0,00036923
AAKO06	0	0	1,00457	0	0
Historisk avkastning			0,990907	0,945702953	1,007432563
Aksjer i porteføljen				92	56
Differenseavkastning				-0,05	0,02

Tabell B.32: Bruk for ex-porte med  $\mathfrak{R}_1$  og  $\Gamma_2$  Del 8

## B.6 Alternative prognosemetoder

periode $\Gamma_2$	naiv 252-1253	snitt 252-1253	vektet 252-1253	drift 252-1253
AKA	0,99394	1,00004	0,96115	0,99427
AKERBP	1,02479	1,00200	0,99563	1,02508
ARCHER	1,03516	0,99909	0,94819	1,03603
BON	0,96422	1,00017	0,99052	0,96396
BWO	1,02128	1,00051	0,97930	1,02170
DNO	0,99119	1,00028	0,98159	0,99129
DOF	0,99688	0,99732	0,97683	0,99709
EIOF	0,99130	0,99879	1,00000	0,99122
EMGS	1,01575	0,99777	0,97768	1,01613
FRO	1,00046	1,00057	0,95686	1,00090
HAVI	0,99585	1,02025	1,00000	0,99581
HLNG	0,99538	0,99943	1,01070	0,99522
IOX	0,99508	1,00246	0,98649	0,99517
KVAER	1,00968	1,00058	0,96903	1,01009
OTS	1,00667	1,00007	1,00000	1,00673
PEN	1,01259	1,00052	0,98962	1,01282
PGS	1,01336	1,00044	0,96621	1,01383
PLCS	1,01036	0,99748	0,96774	1,01079
PRS	0,96234	0,99713	0,97127	0,96225
QEC	1,00351	1,00070	0,97836	1,00376
REACH	0,97308	1,00079	0,93421	0,97347
SDRL	0,98765	0,99998	1,00000	0,98753
SIOFF	1,00007	1,00003	1,00007	1,00007
SOFF	0,97826	0,99751	0,95960	0,97845
EQNR	1,00382	1,00033	1,00567	1,00380
SUBC	0,99176	1,00049	0,98164	0,99186
TGS	0,99665	1,00086	0,99340	0,99668
ASC	1,01913	1,00021	0,99631	1,01936
AKER	1,00628	1,00127	1,00935	1,00625
AXA	0,99051	1,00201	0,97826	0,99063
DNB	1,00678	1,00051	0,99655	1,00688
GJF	1,00072	1,00014	1,00611	1,00067
PROTCT	1,00362	1,00055	0,98750	1,00378
SRBANK	0,99266	1,00053	1,00000	0,99259
STB	0,99159	1,00093	1,01359	0,99137
VVL	1,00000	1,00012	1,00000	1,00000

Tabell B.33: Alternative prognosemetoder Del 1

periode	naiv	snitt	vektet	drift
$\Gamma_2$	252-1253	252-1253	252-1253	252-1253
BIOTEC	0,98770	0,99929	0,99441	0,98764
COV	1,02120	1,00120	1,00000	1,02141
MEDI	1,00000	1,00165	1,00000	1,00000
NAVA	0,97778	1,00058	1,00437	0,97751
PHO	1,07083	1,00163	1,00952	1,07144
AUSS	1,00911	1,00125	1,00794	1,00912
BAKKA	1,01833	1,00147	1,00000	1,01851
GSF	1,00960	1,00167	0,98790	1,00981
LSG	1,00492	1,00124	1,00897	1,00488
NRS	1,00990	1,00166	1,00202	1,00998
ORK	0,99854	1,00025	1,00087	0,99852
SALM	1,01856	1,00151	1,01364	1,01860
SSC	1,03180	1,00154	0,97778	1,03234
GYL	1,00000	1,00093	1,00000	1,00000
KOA	0,99676	1,00052	0,99007	0,99683
POL	0,96063	1,00101	1,00000	0,96024
SCHA	0,99593	1,00075	1,00000	0,99589
AURG	1,00000	1,00031	1,00898	0,99991
HELG	0,99379	1,00050	1,00000	0,99373
HSPG	0,99441	1,00048	1,00000	0,99436
MELG	1,00000	1,00008	1,00000	1,00000
SADG	1,01739	1,00016	1,00000	1,01757
SKUE	1,00000	1,00063	1,00000	1,00000
SBVG	1,01389	1,00051	1,00000	1,01403
NONG	1,00446	1,00069	0,99733	1,00453
RING	1,00000	1,00047	1,00000	1,00000
MING	1,00110	1,00055	0,99567	1,00116
SOAG	1,00000	1,00064	0,98222	1,00018
MORG	1,00719	1,00037	0,98086	1,00746
SOR	1,00000	1,00002	1,00000	1,00000
SVEG	1,01521	1,00031	1,00000	1,01536
SPOG	1,00000	1,00018	1,00604	0,99994
TOTG	1,00007	1,00003	1,00007	1,00007
AFG	1,01200	1,00064	1,00342	1,01209
AKVA	0,98592	1,00152	1,00000	0,98577
AMSC	0,99462	0,99970	0,98125	0,99476
BEL	0,97818	1,00040	1,00000	0,97796
BMA	1,00000	1,00118	0,98841	1,00012
RISH	0,98182	1,00140	1,00000	0,98164
GOD	1,03571	0,99941	1,00372	1,03603
HEX	1,01230	1,00028	1,03093	1,01211

Tabell B.34: Alternative prognosemetoder Del 2

periode	naiv	snitt	vektet	drift
$\Gamma_2$	252-1253	252-1253	252-1253	252-1253
JIN	0,96381	0,99995	0,97143	0,96373
KOG	1,02717	1,00023	1,01379	1,02730
NEL	0,98666	1,00235	0,94792	0,98705
NAS	1,01284	1,00066	0,98426	1,01313
NRC	1,00000	1,00214	1,05333	0,99947
NTS	0,97391	1,00181	1,00000	0,97365
ODF	0,97049	1,00045	1,00725	0,97012
ODFB	0,99306	1,00072	1,00000	0,99299
SASNOK	0,97985	1,00092	1,01818	0,97946
SNI	1,03101	1,00017	0,97368	1,03158
TOM	0,98703	1,00139	1,00000	0,98690
VEI	1,01224	1,00037	0,98846	1,01248
WALWIL	1,01231	1,00046	1,00000	1,01243
WWI	0,98101	1,00012	1,00000	0,98082
WWIB	0,97199	1,00008	1,00000	0,97171
WILS	1,00000	1,00233	1,00000	1,00000
ASETEK	1,00134	1,00190	1,00000	1,00135
ATEA	1,00317	1,00072	1,00000	1,00320
BOUVET	1,00000	1,00134	1,00000	1,00000
DAT	1,00398	1,00109	1,00000	1,00402
FUNCOM	0,99097	1,00154	1,00000	0,99088
GIG	0,98905	1,00270	1,00000	0,98894
HIDDN	0,98837	1,00088	1,00000	0,98826
ITE	1,03879	1,00191	1,00000	1,03918
KIT	1,00000	1,00196	1,00000	1,00000
NAPA	0,98936	1,00003	1,00000	0,98926
NOD	1,02041	1,00054	1,00000	1,02061
OTELLO	0,98256	0,99901	1,00000	0,98239
QFR	1,00000	0,99987	1,00000	1,00000
REC	0,95577	0,99946	1,00000	0,95533
STRONG	1,00000	1,00058	1,00000	1,00000
TECH	1,00000	0,99947	1,00000	1,00000
NPRO	0,99251	1,00019	1,00000	0,99243
OLT	1,00545	1,00033	1,00000	1,00550
SBO	0,97967	1,00077	1,00000	0,97946
SOLON	1,00173	0,99910	1,00000	1,00174
STORM	0,98125	1,00026	1,00000	0,98106
AFK	1,05172	1,00104	1,00000	1,05224
TEL	1,00646	1,00021	1,00000	1,00653
AVM	0,93931	0,99987	1,00000	0,93871
BOR	1,00000	1,00005	1,00000	1,00000

Tabell B.35: Alternative prognosemetoder Del 3



periode	naiv	snitt	vektet	drift
$\Gamma_2$	252-1253	252-1253	252-1253	252-1253
BRG	1,00909	1,00080	1,00000	1,00918
ELE	1,01333	1,00095	1,00000	1,01347
INC	0,98763	1,00013	1,00000	0,98751
NHY	1,02511	1,00041	1,00000	1,02536
YAR	0,99868	1,00034	1,00000	0,99866
ADEA	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
ADEB	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
AKSO	1,00074	1,00022	1,00000	1,00075
AQUA	0,98911	0,99993	1,00000	0,98900
ARCUS	0,99665	1,00006	1,00000	0,99662
AVANCE	1,00110	0,99838	1,00000	1,00111
AWDR	1,00262	0,99941	1,00000	1,00264
B2H	0,98529	1,00032	1,00000	0,98515
BGBIO	0,95041	1,00052	1,00000	0,94992
BDRILL	1,02439	1,00017	1,00000	1,02463
BWLPG	1,01168	0,99943	1,00000	1,01180
CARA	0,98820	1,00062	1,00000	0,98808
CRAYON	0,96126	1,00034	1,00000	0,96087
CXENSE	0,97143	0,99929	1,00000	0,97114
ELK	1,02760	1,00044	1,00000	1,02787
ENDUR	0,94913	1,00120	1,00000	0,94862
ENTRA	0,98680	1,00064	1,00000	0,98667
EPR	1,00000	0,99936	1,00000	1,00000
EVRY	0,99062	1,00016	1,00000	0,99053
FJORD	0,99593	1,00048	1,00000	0,99589
FKRAFT	1,00473	1,00006	1,00000	1,00478
FLNG	1,03333	1,00115	1,00000	1,03367
GOGL	0,98736	0,99959	1,00000	0,98723
HYARD	0,95690	1,00027	1,00000	0,95647
IDEX	1,05732	1,00075	1,00000	1,05789
INFRNT	0,93464	1,00020	1,00000	0,93399
INSR	0,98500	0,99886	1,00000	0,98485
JAEREN	1,00735	1,00030	1,00000	1,00743
KID	0,99713	1,00029	1,00000	0,99711
KOMP	0,98526	1,00001	1,00000	0,98512
MGN	1,00000	0,99993	1,00000	1,00000
MSEIS	0,99000	1,00031	1,00000	0,98990
MOWI	1,00388	1,00085	1,00000	1,00392
MPCC	1,01633	1,00013	1,00000	1,01649
MULTI	1,00000	0,99971	1,00000	1,00000
NKR	0,99687	1,00093	1,00000	0,99683

Tabell B.36: Alternative prognosemetoder Del 4

periode	naiv	snitt	vektet	drift
$\Gamma_2$	252-1253	252-1253	252-1253	252-1253
NEXT	1,03968	1,00087	1,00000	1,04008
NORBIT	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
NANO	0,95946	1,00118	1,00000	0,95905
NODL	0,99718	1,00019	1,00000	0,99715
NOR	0,99469	1,00095	1,00000	0,99464
NOFI	0,99020	1,00034	1,00000	0,99010
OCY	1,00314	1,00050	1,00000	1,00318
ODL	0,98483	1,00068	1,00000	0,98467
OKEA	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
PARB	0,99256	1,00037	1,00000	0,99248
PCIB	1,03429	1,00227	1,00000	1,03463
PSE	0,96319	1,00070	1,00000	0,96282
PLT	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
RAKP	0,99200	1,00023	1,00000	0,99192
SDSD	0,97838	1,00140	1,00000	0,97816
SALMON	0,98529	1,00043	1,00000	0,98515
SBANK	1,00939	1,00077	1,00000	1,00948
SSHIP	1,01866	1,00139	1,00000	1,01884
SSO	1,01370	1,00136	1,00000	1,01384
SCHB	0,99627	1,00022	1,00000	0,99623
SBX	0,97812	0,99559	1,00000	0,97790
SSG	1,00313	1,00019	1,00000	1,00317
SHLF	1,01940	0,99991	1,00000	1,01959
SOGN	0,98936	1,00049	1,00000	0,98926
SNOR	1,00893	0,99996	1,00000	1,00902
SPOL	1,00224	1,00015	1,00000	1,00226
SBTE	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
SBLK	1,00000	0,99984	1,00000	1,00000
TRVX	0,94545	1,00072	1,00000	0,94491
TEAM	0,94737	1,00052	1,00000	0,94684
THIN	0,99431	0,99910	1,00000	0,99425
TRE	0,95563	0,99992	1,00000	0,95519
ULTIMO	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
VISTIN	1,00000	0,99970	1,00000	1,00000
WSTEP	1,01678	1,00013	1,00000	1,01695
XXL	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
ZAL	1,04054	1,00042	1,00000	1,04095
2020	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
FIVEPG	0,97656	0,99864	1,00000	0,97633
AEGA	0,96447	1,00047	1,00000	0,96411

Tabell B.37: Alternative prognosemetoder Del 5

periode	naiv	snitt	vektet	drift
$\Gamma_2$	252-1253	252-1253	252-1253	252-1253
ABT	0,98701	0,99870	1,00000	0,98688
ALNG	1,00000	0,99988	1,00000	1,00000
AGS	0,99511	0,99866	1,00000	0,99506
EAM	0,99010	0,99967	1,00000	0,99000
HBC	0,95185	1,00047	1,00000	0,95137
HUNT	0,99385	1,00219	1,00000	0,99378
ICE	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
KCC	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
NATTO	0,98864	1,00032	1,00000	0,98852
NOM	1,00993	1,00022	1,00000	1,01003
NORTH	1,00000	1,00047	1,00000	1,00000
OET	1,00000	0,99998	1,00000	1,00000
PNOR	0,97205	1,00081	1,00000	0,97177
PHLY	0,99741	0,99927	1,00000	0,99738
PPGPREF	1,00000	1,00002	1,00000	1,00000
ROM	1,02703	1,00172	1,00000	1,02730
SAGA	1,00000	1,00069	1,00000	1,00000
AASBME	0,99074	0,99995	1,00000	0,99065
ADSCME	1,00479	1,00000	1,00000	1,00483
ASAME	1,00000	0,99962	1,00000	1,00000
BALTME	1,00000	1,01358	1,00000	1,00000
BRAME	0,99643	0,99964	1,00000	0,99639
BSPME	1,00000	1,00163	1,00000	1,00000
EPICME	0,97354	0,99971	1,00000	0,97328
GENTME	0,98214	1,00099	1,00000	0,98196
GEOSME	1,00000	0,99984	1,00000	1,00000
GRONGME	1,00971	0,99994	1,00000	1,00981
INDUCTME	0,92969	0,99953	1,00000	0,92899
JPKME	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
LAVOME	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
LIFEME	0,99967	0,99956	1,00000	0,99966
LSTSBME	1,00000	0,99998	1,00000	1,00000
NISBME	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
RIVERME	1,00000	1,00049	1,00000	1,00000
SOFTOXME	0,97143	1,00005	1,00000	0,97114
SUNSBME	1,00000	0,99989	1,00000	1,00000
SUSBME	1,00000	0,99997	1,00000	1,00000
TEONEME	1,05025	0,99999	1,00000	1,05075
TYSBME	0,99167	1,00005	1,00000	0,99158
WREME	0,99286	0,99796	1,00000	0,99279
ZENAME	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

Tabell B.38: Alternative prognosemetoder Del 6

periode	naiv	snitt	vektet	drift
$\Gamma_2$	252-1253	252-1253	252-1253	252-1253
ZWIPEME	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BEAROLJEX1NON	0,97276	0,99960	1,00000	0,97249
BEAROLJEX2ND1	1,04268	1,00005	1,00000	1,04311
BEAROLJEX2NON	0,95277	0,99917	1,00000	0,95230
BEAROLJEX3ND1	1,06113	1,00005	1,00000	1,06174
BEAROLJEX3NON	0,93301	0,99874	1,00000	0,93234
BEAROLJEX4NON	0,91358	0,99810	1,00000	0,91272
BEAROLJEX5ND1	1,10088	1,00004	1,00000	1,10188
BEAROLJEX5NON	0,89322	0,99782	1,00000	0,89216
BEAROLJEX5NOND2	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BULLOLJEX1ND1	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BULLOLJEX1NON	1,01221	1,00043	1,00000	1,01233
BULLOLJEX10ND3	0,81112	0,99991	1,00000	0,80923
BULLOLJEX10NON	1,19195	1,00414	1,00000	1,19386
BULLOLJEX10NON1	1,19174	1,00209	1,00000	1,19365
BULLOLJEX10NON2	1,19174	1,00209	1,00000	1,19365
BULLOLJEX10NOND3	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BULLOLJEX12ND3	0,77299	0,99984	1,00000	0,77073
BULLOLJEX12NON	1,23213	1,00488	1,00000	1,23445
BULLOLJEX12NON1	1,23184	1,00243	1,00000	1,23416
BULLOLJEX12NON2	1,23184	1,00246	1,00000	1,23416
BULLOLJEX12NOND3	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BULLOLJEX2NON	1,03175	1,00084	1,00000	1,03207
BULLOLJEX3ND1	0,94516	1,00004	1,00000	0,94461
BULLOLJEX3NON	1,05166	1,00124	1,00000	1,05217
BULLOLJEX4NON	1,07158	1,00188	1,00000	1,07229
BULLOLJEX5ND1	0,90678	1,00002	1,00000	0,90585
BULLOLJEX5NON	1,09162	1,00223	1,00000	1,09254
BULLOLJEX8NON	1,15124	1,00312	1,00000	1,15275
BULLOLJEX8NON1	1,15124	1,00312	1,00000	1,15275
BULLOLJEX8NON2	1,15105	1,00172	1,00000	1,15256
BULLOLJEX8NOND3	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BEARGULLX1ND	0,99134	1,00010	1,00000	0,99125
BEARGULLX1NON	1,00942	1,00010	1,00000	1,00951
BEARGULLX10ND	1,06746	1,00084	1,00000	1,06814
BEARGULLX10NON	1,06695	1,00041	1,00000	1,06762
BEARGULLX12ND	1,08106	1,00099	1,00000	1,08186
BEARGULLX12NON	0,97729	1,00061	1,00000	0,97706
BEARGULLX15SNONN	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BEARGULLX2ND	0,99038	1,00022	1,00000	0,99029

Tabell B.39: Alternative prognosemetoder Del 7

periode	naiv	snitt	vektet	drift
$\Gamma_2$	252-1253	252-1253	252-1253	252-1253
BEARGULLX2NON	1,01601	1,00016	1,00000	1,01617
BEARGULLX3ND1	0,98929	1,00030	1,00000	0,98919
BEARGULLX3NON	1,02204	1,00023	1,00000	1,02226
BEARGULLX4NON	1,02834	1,00032	1,00000	1,02862
BEARGULLX5ND	0,98662	1,00045	1,00000	0,98648
BEARGULLX5NON	1,03432	1,00030	1,00000	1,03467
BEARGULLX8ND	0,98338	1,00070	1,00000	0,98322
BEARGULLX8NON	1,05402	1,00035	1,00000	1,05456
BULLGULLX1ND1	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BULLGULLX1NON	0,99306	0,99994	1,00000	0,99299
BULLGULLX10ND	1,00121	0,99876	1,00000	1,00122
BULLGULLX10NON	1,00000	0,99877	1,00000	1,00000
BULLGULLX12ND	1,00304	0,99900	1,00000	1,00307
BULLGULLX12NON	1,00087	0,99852	1,00000	1,00088
BULLGULLX15SNONN	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BULLGULLX2ND	0,99426	0,99987	1,00000	0,99420
BULLGULLX2NON	0,99123	0,99985	1,00000	0,99115
BULLGULLX3ND1	0,99493	0,99978	1,00000	0,99488
BULLGULLX3NON	0,98506	0,99976	1,00000	0,98491
BULLGULLX4NON	0,99570	0,99973	1,00000	0,99566
BULLGULLX5ND	0,99676	0,99942	1,00000	0,99673
BULLGULLX5NON	0,99648	0,99955	1,00000	0,99644
BULLGULLX8ND	0,99913	0,99930	1,00000	0,99912
BULLGULLX8NON	0,95640	0,99909	1,00000	0,95596
BEAR-NFLXX1-NONN	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BEAR-NFLXX2-NONN	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BEAR-NFLXX3-NONN	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BULL-NFLXX1-NONN	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BULL-NFLXX2-NONN	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
BULL-NFLXX3-NONN	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
SO3M	1,01653	1,00040	1,00000	1,01669
SO5M	1,02778	1,00036	1,00000	1,02806
SO10M	1,02778	1,00013	1,00000	1,02806
SV3M	1,00000	1,00017	1,01575	0,99984
SV6M	1,00000	1,00020	1,00000	1,00000
SV9M	1,00000	1,00025	1,00806	0,99992
SV12M	1,01282	1,00028	1,00806	1,01287
AAKO06	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000

Tabell B.40: Alternative prognosemetoder Del 8

## B.7 Alternative prognosemetoder - avkastning

periode 1-251 $\Gamma_2$	naiv Historisk avk.	snitt Historisk avk.	vektet Historisk avk.	drift Historisk avk.
AKA	0,00221	0,00223	0,00215	0,00221
AKERBP	0,00292	0,00286	0,00285	0,00292
ARCHER	0,00199	0,00192	0,00183	0,00199
BON	0,00541	0,00562	0,00558	0,00541
BWO	0,00372	0,00365	0,00358	0,00372
DNO	0,00276	0,00279	0,00274	0,00276
DOF	0,00112	0,00112	0,00110	0,00112
EIOF	0,00318	0,00321	0,00322	0,00318
EMGS	0,00293	0,00289	0,00284	0,00293
FRO	0,00580	0,00582	0,00558	0,00580
HAVI	0,00138	0,00142	0,00139	0,00138
HLNG	0,00272	0,00274	0,00278	0,00272
IOX	0,00119	0,00120	0,00119	0,00119
KVAER	0,00271	0,00269	0,00261	0,00271
OTS	0,00146	0,00145	0,00145	0,00146
PEN	0,00320	0,00317	0,00314	0,00320
PGS	0,00138	0,00137	0,00133	0,00138
PLCS	0,00199	0,00197	0,00191	0,00199
PRS	0,00109	0,00113	0,00110	0,00109
QEC	0,00190	0,00190	0,00186	0,00190
REACH	0,00218	0,00225	0,00211	0,00218
SDRL	0,00055	0,00055	0,00056	0,00055
SIOFF	0,00316	0,00317	0,00318	0,00316
SOFF	0,00044	0,00045	0,00043	0,00044
EQNR	0,00262	0,00262	0,00264	0,00262
SUBC	0,00279	0,00282	0,00277	0,00279
TGS	0,00251	0,00253	0,00251	0,00251
ASC	0,00192	0,00189	0,00189	0,00192
AKER	0,00246	0,00245	0,00248	0,00246
AXA	0,00202	0,00205	0,00200	0,00202
DNB	0,00287	0,00286	0,00285	0,00287
GJF	0,00404	0,00405	0,00408	0,00404
PROTCT	0,00262	0,00262	0,00259	0,00262
SRBANK	0,00310	0,00314	0,00314	0,00310
STB	0,00239	0,00242	0,00246	0,00239
VVL	0,00409	0,00410	0,00411	0,00409

Tabell B.41: Alternative prognosemetoder - avkastning Del 1

periode 1-251 $\Gamma_2$	naiv Historisk avk.	snitt Historisk avk.	vektet Historisk avk.	drift Historisk avk.
BIOTEC	0,00260	0,00264	0,00263	0,00260
COV	0,00498	0,00489	0,00490	0,00498
MEDI	0,00627	0,00630	0,00630	0,00627
NAVA	0,00640	0,00657	0,00661	0,00640
PHO	0,00303	0,00284	0,00287	0,00303
AUSS	0,00256	0,00255	0,00257	0,00256
BAKKA	0,00329	0,00325	0,00325	0,00329
GSF	0,00352	0,00350	0,00346	0,00352
LSG	0,00272	0,00271	0,00274	0,00272
NRS	0,00294	0,00293	0,00293	0,00294
ORK	0,00366	0,00367	0,00368	0,00366
SALM	0,00331	0,00326	0,00331	0,00331
SSC	0,00569	0,00554	0,00542	0,00569
GYL	0,00327	0,00328	0,00329	0,00327
KOA	0,00194	0,00195	0,00193	0,00194
POL	0,00315	0,00330	0,00330	0,00315
SCHA	0,00387	0,00390	0,00391	0,00387
AURG	0,00335	0,00336	0,00339	0,00335
HELG	0,00306	0,00309	0,00309	0,00306
HSPG	0,00404	0,00408	0,00408	0,00404
MELG	0,00338	0,00339	0,00339	0,00338
SADG	0,00338	0,00334	0,00334	0,00338
SKUE	0,00360	0,00362	0,00362	0,00360
SBVG	0,00325	0,00321	0,00322	0,00325
NONG	0,00321	0,00321	0,00321	0,00321
RING	0,00336	0,00337	0,00338	0,00336
MING	0,00336	0,00336	0,00335	0,00336
SOAG	0,00344	0,00345	0,00339	0,00344
MORG	0,00354	0,00353	0,00347	0,00354
SOR	0,00297	0,00298	0,00298	0,00297
SVEG	0,00316	0,00312	0,00313	0,00316
SPOG	0,00295	0,00296	0,00299	0,00295
TOTG	0,00316	0,00317	0,00318	0,00316
AFG	0,00459	0,00455	0,00458	0,00459
AKVA	0,00344	0,00350	0,00351	0,00344
AMSC	0,00381	0,00384	0,00377	0,00381
BEL	0,00382	0,00392	0,00393	0,00382
BMA	0,00353	0,00354	0,00350	0,00353
RISH	0,00250	0,00256	0,00256	0,00250
GOD	0,00438	0,00424	0,00426	0,00438
HEX	0,00380	0,00376	0,00389	0,00380

Tabell B.42: Alternative prognosemetoder - avkastning Del 2

periode 1-251 $\Gamma_2$	naiv Historisk avk.	snitt Historisk avk.	vektet Historisk avk.	drift Historisk avk.
JIN	0,00223	0,00232	0,00226	0,00223
KOG	0,00299	0,00292	0,00297	0,00299
NEL	0,00624	0,00635	0,00602	0,00624
NAS	0,00069	0,00069	0,00068	0,00069
NRC	0,00247	0,00248	0,00261	0,00247
NTS	0,00324	0,00334	0,00334	0,00324
ODF	0,00289	0,00299	0,00302	0,00289
ODFB	0,00303	0,00306	0,00306	0,00303
SASNOK	0,00185	0,00189	0,00193	0,00185
SNI	0,00266	0,00258	0,00252	0,00266
TOM	0,00434	0,00442	0,00442	0,00434
VEI	0,00388	0,00385	0,00381	0,00388
WALWIL	0,00212	0,00210	0,00211	0,00212
WWI	0,00230	0,00235	0,00236	0,00230
WWIB	0,00219	0,00226	0,00227	0,00219
WILS	0,00301	0,00302	0,00302	0,00301
ASETEK	0,00098	0,00098	0,00098	0,00098
ATEA	0,00287	0,00287	0,00287	0,00287
BOUVET	0,00368	0,00370	0,00370	0,00368
DAT	0,00396	0,00396	0,00396	0,00396
FUNCOM	0,00245	0,00248	0,00248	0,00245
GIG	0,00089	0,00091	0,00091	0,00089
HIDDEN	0,00025	0,00025	0,00025	0,00025
ITE	0,00231	0,00223	0,00223	0,00231
KIT	0,00314	0,00316	0,00316	0,00314
NAPA	0,00426	0,00432	0,00433	0,00426
NOD	0,00293	0,00288	0,00289	0,00293
OTELLO	0,00251	0,00255	0,00256	0,00250
QFR	0,00241	0,00242	0,00242	0,00241
REC	0,00189	0,00198	0,00199	0,00189
STRONG	0,00424	0,00425	0,00426	0,00424
TECH	0,00396	0,00397	0,00398	0,00396
NPRO	0,00355	0,00359	0,00360	0,00355
OLT	0,00310	0,00309	0,00309	0,00310
SBO	0,00378	0,00387	0,00387	0,00378
SOLON	0,00396	0,00396	0,00397	0,00396
STORM	0,00181	0,00185	0,00185	0,00181
AFK	0,00243	0,00231	0,00232	0,00243
TEL	0,00347	0,00346	0,00347	0,00347
AVM	0,00231	0,00246	0,00247	0,00231
BOR	0,00144	0,00144	0,00144	0,00144

Tabell B.43: Alternative prognosemetoder - avkastning Del 3



periode 1-251 $\Gamma_2$	naiv Historisk avk.	snitt Historisk avk.	vektet Historisk avk.	drift Historisk avk.
BRG	0,00399	0,00396	0,00397	0,00399
ELE	0,00019	0,00019	0,00019	0,00019
INC	0,00316	0,00321	0,00322	0,00316
NHY	0,00237	0,00232	0,00232	0,00237
YAR	0,00339	0,00340	0,00341	0,00339
ADEA	0,00368	0,00369	0,00370	0,00368
ADEB	0,00366	0,00367	0,00368	0,00366
AKSO	0,00162	0,00162	0,00163	0,00162
AQUA	0,00259	0,00263	0,00264	0,00259
ARCUS	0,00259	0,00260	0,00261	0,00259
AVANCE	0,00560	0,00560	0,00562	0,00560
AWDR	0,00144	0,00144	0,00144	0,00144
B2H	0,00136	0,00139	0,00139	0,00136
BGBIO	0,00129	0,00136	0,00137	0,00129
BDRILL	0,00127	0,00124	0,00125	0,00127
BWLPG	0,00490	0,00486	0,00487	0,00490
CARA	0,01017	0,01032	0,01034	0,01017
CRAYON	0,00535	0,00558	0,00559	0,00535
CXENSE	0,00162	0,00167	0,00168	0,00162
ELK	0,00191	0,00186	0,00187	0,00191
ENDUR	0,00206	0,00217	0,00218	0,00205
ENTRA	0,00331	0,00337	0,00337	0,00331
EPR	0,00400	0,00401	0,00402	0,00400
EVRY	0,00316	0,00320	0,00321	0,00316
FJORD	0,00228	0,00230	0,00231	0,00228
FKRAFT	0,00471	0,00470	0,00471	0,00471
FLNG	0,00248	0,00241	0,00242	0,00248
GOGL	0,00238	0,00241	0,00242	0,00238
HYARD	0,00123	0,00129	0,00129	0,00123
IDEX	0,00131	0,00124	0,00124	0,00131
INFRNT	0,00244	0,00262	0,00263	0,00244
INSR	0,00341	0,00347	0,00348	0,00341
JAEREN	0,00313	0,00312	0,00313	0,00314
KID	0,00391	0,00394	0,00394	0,00391
KOMP	0,00157	0,00160	0,00160	0,00157
MGN	0,00137	0,00137	0,00137	0,00137
MSEIS	0,00219	0,00222	0,00223	0,00219
MOWI	0,00367	0,00367	0,00367	0,00367
MPCC	0,00143	0,00141	0,00141	0,00143
MULTI	0,00288	0,00289	0,00290	0,00288
NKR	0,00314	0,00316	0,00316	0,00313

Tabell B.44: Alternative prognosemetoder - avkastning Del 4

periode 1-251 $\Gamma_2$	naiv Historisk avk.	snitt Historisk avk.	vektet Historisk avk.	drift Historisk avk.
NEXT	0,00034	0,00033	0,00033	0,00034
NORBIT	0,00314	0,00314	0,00315	0,00313
NANO	0,00160	0,00168	0,00168	0,00160
NODL	0,00144	0,00144	0,00145	0,00144
NOR	0,00522	0,00527	0,00527	0,00522
NOFI	0,00228	0,00231	0,00231	0,00228
OCY	0,00280	0,00280	0,00280	0,00280
ODL	0,00272	0,00277	0,00278	0,00272
OKEA	0,00293	0,00294	0,00295	0,00293
PARB	0,00274	0,00277	0,00278	0,00274
PCIB	0,00272	0,00265	0,00265	0,00273
PSE	0,00283	0,00295	0,00296	0,00283
PLT	0,00169	0,00170	0,00170	0,00169
RAKP	0,00316	0,00319	0,00320	0,00316
SDSD	0,00232	0,00238	0,00238	0,00232
SALMON	0,00302	0,00307	0,00308	0,00302
SBANK	0,00244	0,00242	0,00243	0,00244
SSHIP	0,01019	0,01004	0,01005	0,01019
SSO	0,00576	0,00571	0,00571	0,00576
SCHB	0,00411	0,00414	0,00414	0,00411
SBX	0,00136	0,00139	0,00140	0,00136
SSG	0,00414	0,00414	0,00415	0,00414
SHLF	0,00131	0,00129	0,00129	0,00131
SOGN	0,00327	0,00331	0,00332	0,00327
SNOR	0,00311	0,00309	0,00309	0,00311
SPOL	0,00291	0,00291	0,00292	0,00291
SBTE	0,00322	0,00323	0,00324	0,00322
SBLK	0,00314	0,00314	0,00315	0,00313
TRVX	0,00141	0,00149	0,00150	0,00141
TEAM	0,00178	0,00189	0,00189	0,00178
THIN	0,00020	0,00020	0,00020	0,00020
TRE	0,00278	0,00292	0,00292	0,00278
ULTIMO	0,00303	0,00304	0,00305	0,00303
VISTIN	0,00276	0,00276	0,00277	0,00276
WSTEP	0,00263	0,00260	0,00260	0,00263
XXL	0,00225	0,00225	0,00226	0,00225
ZAL	0,00182	0,00175	0,00175	0,00182
2020	0,00322	0,00322	0,00323	0,00322
FIVEPG	0,00076	0,00078	0,00078	0,00076
AEGA	0,00405	0,00421	0,00422	0,00405
ABT	0,00211	0,00214	0,00215	0,00211

Tabell B.45: Alternative prognosemetoder - avkastning Del 5

periode 1-251 $\Gamma_2$	naiv Historisk avk.	snitt Historisk avk.	vektet Historisk avk.	drift Historisk avk.
ALNG	0,00263	0,00263	0,00264	0,00263
AGS	0,00025	0,00026	0,00026	0,00025
EAM	0,00183	0,00186	0,00186	0,00183
HBC	0,00542	0,00571	0,00572	0,00541
HUNT	0,00374	0,00379	0,00379	0,00374
ICE	0,00368	0,00369	0,00369	0,00368
KCC	0,00284	0,00285	0,00286	0,00284
NATTO	0,00305	0,00309	0,00310	0,00305
NOM	0,00207	0,00206	0,00206	0,00207
NORTH	0,00211	0,00212	0,00212	0,00211
OET	0,00296	0,00297	0,00298	0,00296
PNOR	0,00345	0,00356	0,00357	0,00345
PHLY	0,00352	0,00354	0,00355	0,00352
PPGPREF	0,00311	0,00311	0,00312	0,00311
ROM	0,00237	0,00232	0,00232	0,00237
SAGA	0,00209	0,00210	0,00210	0,00209
AASBME	0,00342	0,00346	0,00347	0,00342
ADSCME	0,00299	0,00298	0,00299	0,00298
ASAME	0,00685	0,00686	0,00688	0,00685
BALTME	0,00349	0,00355	0,00351	0,00349
BRAME	0,00139	0,00140	0,00141	0,00139
BSPME	0,00122	0,00122	0,00122	0,00122
EPICME	0,00543	0,00559	0,00560	0,00542
GENTME	0,00258	0,00264	0,00264	0,00258
GEOSME	0,00362	0,00363	0,00363	0,00362
GRONGME	0,00327	0,00325	0,00326	0,00327
INDUCTME	0,00205	0,00221	0,00222	0,00205
JPKME	0,00308	0,00309	0,00310	0,00308
LAVOME	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008
LIFEME	0,00392	0,00393	0,00394	0,00392
LSTSBME	0,00328	0,00329	0,00330	0,00328
NISBME	0,00328	0,00329	0,00330	0,00328
RIVERME	0,00289	0,00290	0,00291	0,00289
SOFTOXME	0,00212	0,00219	0,00220	0,00212
SUNSBME	0,00303	0,00304	0,00305	0,00303
SUSBME	0,00323	0,00324	0,00325	0,00323
TEONEME	0,00025	0,00024	0,00024	0,00025
TYSBME	0,00298	0,00302	0,00302	0,00298
WREME	0,00024	0,00025	0,00025	0,00024
ZENAME	0,00733	0,00735	0,00736	0,00733
ZWIPEME	0,00193	0,00194	0,00194	0,00193

Tabell B.46: Alternative prognosemetoder - avkastning Del 6

periode 1-251	naiv	snitt	vektet	drift
$\Gamma_2$	Historisk avk.	Historisk avk.	Historisk avk.	Historisk avk.
BEAROLJEX1NON	0,00341	0,00351	0,00352	0,00341
BEAROLJEX2ND1	0,00355	0,00341	0,00342	0,00355
BEAROLJEX2NON	0,00311	0,00327	0,00328	0,00311
BEAROLJEX3ND1	0,00310	0,00293	0,00293	0,00310
BEAROLJEX3NON	0,00257	0,00276	0,00276	0,00257
BEAROLJEX4NON	0,00191	0,00209	0,00210	0,00191
BEAROLJEX5ND1	0,00172	0,00157	0,00157	0,00172
BEAROLJEX5NON	0,00126	0,00141	0,00142	0,00126
BEAROLJEX5NOND2	0,00207	0,00208	0,00208	0,00207
BULLOLJEX1ND1	0,00293	0,00294	0,00295	0,00293
BULLOLJEX1NON	0,00295	0,00292	0,00293	0,00295
BULLOLJEX10ND3	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
BULLOLJEX10NON	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
BULLOLJEX10NON1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
BULLOLJEX10NON2	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
BULLOLJEX10NOND3	0,00042	0,00042	0,00043	0,00042
BULLOLJEX12ND3	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
BULLOLJEX12NON	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
BULLOLJEX12NON1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
BULLOLJEX12NON2	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
BULLOLJEX12NOND3	0,00010	0,00010	0,00010	0,00010
BULLOLJEX2NON	0,00232	0,00226	0,00226	0,00232
BULLOLJEX3ND1	0,00140	0,00148	0,00149	0,00140
BULLOLJEX3NON	0,00164	0,00157	0,00157	0,00165
BULLOLJEX4NON	0,00104	0,00098	0,00098	0,00104
BULLOLJEX5ND1	0,00044	0,00048	0,00048	0,00044
BULLOLJEX5NON	0,00057	0,00053	0,00053	0,00058
BULLOLJEX8NON	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004
BULLOLJEX8NON1	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004
BULLOLJEX8NON2	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004
BULLOLJEX8NOND3	0,00119	0,00119	0,00119	0,00119
BEARGULLX1ND	0,00271	0,00274	0,00275	0,00271
BEARGULLX1NON	0,00279	0,00277	0,00277	0,00279
BEARGULLX10ND	0,00024	0,00023	0,00023	0,00024
BEARGULLX10NON	0,00021	0,00020	0,00020	0,00021
BEARGULLX12ND	0,00012	0,00011	0,00011	0,00012
BEARGULLX12NON	0,00009	0,00009	0,00009	0,00009
BEARGULLX15SNONN	0,00017	0,00017	0,00017	0,00017
BEARGULLX2ND	0,00216	0,00218	0,00219	0,00216
BEARGULLX2NON	0,00225	0,00222	0,00222	0,00225

Tabell B.47: Alternative prognosemetoder - avkastning Del 7

periode 1-251 $\Gamma_2$	naiv Historisk avk.	snitt Historisk avk.	vektet Historisk avk.	drift Historisk avk.
BEARGULLX3ND1	0,00170	0,00172	0,00172	0,00170
BEARGULLX3NON	0,00179	0,00176	0,00176	0,00179
BEARGULLX4NON	0,00141	0,00137	0,00137	0,00141
BEARGULLX5ND	0,00101	0,00102	0,00103	0,00101
BEARGULLX5NON	0,00107	0,00104	0,00104	0,00107
BEARGULLX8ND	0,00041	0,00041	0,00041	0,00040
BEARGULLX8NON	0,00041	0,00039	0,00039	0,00041
BULLGULLX1ND1	0,00370	0,00371	0,00372	0,00370
BULLGULLX1NON	0,00405	0,00409	0,00410	0,00405
BULLGULLX10ND	0,01228	0,01228	0,01232	0,01228
BULLGULLX10NON	0,01070	0,01072	0,01075	0,01070
BULLGULLX12ND	0,01390	0,01388	0,01393	0,01390
BULLGULLX12NON	0,01173	0,01173	0,01178	0,01173
BULLGULLX15SNONN	0,00576	0,00578	0,00579	0,00576
BULLGULLX2ND	0,00482	0,00486	0,00487	0,00482
BULLGULLX2NON	0,00477	0,00482	0,00483	0,00477
BULLGULLX3ND1	0,00567	0,00571	0,00572	0,00567
BULLGULLX3NON	0,00553	0,00563	0,00564	0,00553
BULLGULLX4NON	0,00659	0,00663	0,00665	0,00658
BULLGULLX5ND	0,00757	0,00761	0,00763	0,00757
BULLGULLX5NON	0,00742	0,00746	0,00748	0,00742
BULLGULLX8ND	0,01037	0,01040	0,01043	0,01037
BULLGULLX8NON	0,00854	0,00895	0,00897	0,00854
BEAR-NFLXX1-NONN	0,00400	0,00401	0,00401	0,00400
BEAR-NFLXX2-NONN	0,00458	0,00459	0,00460	0,00458
BEAR-NFLXX3-NONN	0,00499	0,00500	0,00501	0,00498
BULL-NFLXX1-NONN	0,00256	0,00257	0,00257	0,00256
BULL-NFLXX2-NONN	0,00186	0,00187	0,00187	0,00186
BULL-NFLXX3-NONN	0,00127	0,00128	0,00128	0,00127
SO3M	0,00300	0,00296	0,00297	0,00300
SO5M	0,00253	0,00247	0,00247	0,00253
SO10M	0,00209	0,00204	0,00205	0,00209
SV3M	0,00603	0,00605	0,00615	0,00603
SV6M	0,00555	0,00557	0,00558	0,00555
SV9M	0,00528	0,00530	0,00535	0,00528
SV12M	0,00489	0,00484	0,00489	0,00489
AAKO06	0,00315	0,00316	0,00316	0,00315
Historisk avkastning	0,93541	0,94028	0,94061	0,93536
Aksjer i porteføljen	318	318	318	318
Differenseavkastning	0,64	0,64	0,64	0,64

Tabell B.48: Alternative prognosemetoder - avkastning Del 8

## B.8 Diskontering

$\Gamma_2$ med d =	1,0000	1,00001	1,000025	1,0000	1,00001	1,000025
Analyse	252-1253	252-1253	252-1253	1-251	1-251	1-251
AKA	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AKERBP	0,0135	0,0235	0,0000	0,0122	0,0214	0,0000
ARCHER	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BWO	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
DNO	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
DOF	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
EIOF	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
EMGS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
FRO	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
HAVI	0,0012	0,0010	0,0008	0,0005	0,0004	0,0003
HLNG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
IOX	0,0055	0,0023	0,0031	0,0021	0,0009	0,0012
KVAER	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
OTS	0,0014	0,0000	0,0000	0,0006	0,0000	0,0000
PEN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PGS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PLCS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PRS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
QEC	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
REACH	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SDRL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SIOFF	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SOFF	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
EQNR	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SUBC	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
TGS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ASC	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AKER	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AXA	0,0025	0,0033	0,0000	0,0016	0,0021	0,0000
DNB	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
GJF	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PROTCT	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SRBANK	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
STB	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabell B.49: Diskontering Del 1

$\Gamma_2$ med d =	1,0000	1,00001	1,000025	1,0000	1,00001	1,000025
Analyse	252-1253	252-1253	252-1253	1-251	1-251	1-251
VVL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BIOTEC	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
COV	0,0366	0,0216	0,0000	0,0569	0,0336	0,0000
MEDI	0,0222	0,0188	0,0000	0,0443	0,0376	0,0000
NAVA	0,0006	0,0000	0,0000	0,0011	0,0000	0,0000
PHO	0,0096	0,0045	0,0000	0,0087	0,0041	0,0000
AUSS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BAKKA	0,0125	0,0000	0,0000	0,0129	0,0000	0,0000
GSF	0,0122	0,0111	0,0000	0,0135	0,0124	0,0000
LSG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NRS	0,0016	0,0000	0,0000	0,0015	0,0000	0,0000
ORK	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SALM	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SSC	0,0097	0,0070	0,0000	0,0170	0,0123	0,0000
GYL	0,0135	0,0066	0,0000	0,0141	0,0068	0,0000
KOA	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
POL	0,0047	0,0018	0,0000	0,0049	0,0019	0,0000
SCHA	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AURG	0,0219	0,0167	0,0000	0,0233	0,0178	0,0000
HELG	0,0000	0,0077	0,0000	0,0000	0,0075	0,0000
HSPG	0,0012	0,0000	0,0000	0,0016	0,0000	0,0000
MELG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SADG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SKUE	0,0088	0,0202	0,0000	0,0101	0,0232	0,0000
SBVG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NONG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
RING	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
MING	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SOAG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
MORG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SOR	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SVEG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SPOG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
TOTG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AFG	0,0039	0,0000	0,0000	0,0057	0,0000	0,0000
AKVA	0,0317	0,0355	0,0000	0,0352	0,0395	0,0000
AMSC	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BMA	0,0182	0,0283	0,0000	0,0205	0,0318	0,0000
RISH	0,0038	0,0038	0,0000	0,0031	0,0031	0,0000
GOD	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabell B.50: Diskontering Del 2

$\Gamma_2$ med d =	1,0000	1,00001	1,000025	1,0000	1,00001	1,000025
Analyse	252-1253	252-1253	252-1253	1-251	1-251	1-251
HEX	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
JIN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
KOG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NEL	0,0046	0,0102	0,0041	0,0093	0,0205	0,0082
NAS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NRC	0,0158	0,0241	0,0000	0,0125	0,0189	0,0000
NTS	0,0164	0,0154	0,0000	0,0174	0,0163	0,0000
ODF	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ODFB	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SASNOK	0,0008	0,0000	0,0000	0,0005	0,0000	0,0000
SNI	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
TOM	0,0412	0,0178	0,0000	0,0577	0,0250	0,0000
VEI	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
WALWIL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
WWI	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
WWIB	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
WILS	0,0025	0,0015	0,0000	0,0024	0,0014	0,0000
ASETEK	0,0019	0,0022	0,0000	0,0006	0,0007	0,0000
ATEA	0,0025	0,0000	0,0000	0,0023	0,0000	0,0000
BOUVET	0,0155	0,0287	0,0000	0,0182	0,0337	0,0000
DAT	0,0158	0,0061	0,0000	0,0199	0,0077	0,0000
FUNCOM	0,0047	0,0000	0,0000	0,0037	0,0000	0,0000
GIG	0,0055	0,0130	0,0157	0,0016	0,0038	0,0045
HIDDEN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ITE	0,0268	0,0255	0,0000	0,0190	0,0181	0,0000
KIT	0,0330	0,0336	0,0000	0,0331	0,0337	0,0000
NAPA	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NOD	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
OTELLO	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
QFR	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
REC	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
STRONG	0,0130	0,0142	0,0000	0,0176	0,0192	0,0000
TECH	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NPRO	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
OLT	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SBO	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SOLON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
STORM	0,0028	0,0000	0,0000	0,0016	0,0000	0,0000
AFK	0,0008	0,0034	0,0000	0,0006	0,0025	0,0000
TEL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AVM	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabell B.51: Diskontering Del 3



$\Gamma_2$ med d =	1,0000	1,00001	1,000025	1,0000	1,00001	1,000025
Analyse	252-1253	252-1253	252-1253	1-251	1-251	1-251
BOR	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BRG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ELE	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
INC	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NHY	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
YAR	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ADEA	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ADEB	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AKSO	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AQUA	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ARCUS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AVANCE	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AWDR	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
B2H	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BGBIO	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BDRILL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BWLPG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
CARA	0,0000	0,0006	0,0000	0,0000	0,0020	0,0000
CRAYON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
CXENSE	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ELK	0,0336	0,0000	0,0000	0,0199	0,0000	0,0000
ENDUR	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ENTRA	0,0055	0,0000	0,0000	0,0059	0,0000	0,0000
EPR	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
EVRY	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
FJORD	0,0175	0,0050	0,0000	0,0128	0,0036	0,0000
FKRAFT	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
FLNG	0,0123	0,0114	0,0000	0,0094	0,0087	0,0000
GOGL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
HYARD	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
IDEX	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
INFRNT	0,0000	0,0030	0,0000	0,0000	0,0025	0,0000
INSR	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
JAEREN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
KID	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
KOMP	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
MGN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
MSEIS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
MOWI	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
MPCC	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
MULTI	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabell B.52: Diskontering Del 4

$\Gamma_2$ med d =	1,0000	1,00001	1,000025	1,0000	1,00001	1,000025
Analyse	252-1253	252-1253	252-1253	1-251	1-251	1-251
NKR	0,0084	0,0094	0,0000	0,0084	0,0094	0,0000
NEXT	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NORBIT	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NANO	0,0011	0,0000	0,0000	0,0006	0,0000	0,0000
NODL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NOR	0,0024	0,0006	0,0000	0,0041	0,0010	0,0000
NOFI	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
OCY	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ODL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
OKEA	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PARB	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PCIB	0,0051	0,0041	0,0038	0,0043	0,0035	0,0032
PSE	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PLT	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
RAKP	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SDSD	0,0010	0,0021	0,0000	0,0007	0,0016	0,0000
SALMON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SBANK	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SSHIP	0,0111	0,0002	0,0000	0,0353	0,0007	0,0000
SSO	0,0174	0,0185	0,0000	0,0316	0,0335	0,0000
SCHB	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SBX	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SSG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SHLF	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SOGN	0,0421	0,0445	0,0000	0,0443	0,0468	0,0000
SNOR	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SPOL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SBTE	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SBLK	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
TRVX	0,0021	0,0013	0,0000	0,0010	0,0006	0,0000
TEAM	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
THIN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
TRE	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ULTIMO	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
VISTIN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
WSTEP	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
XXL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ZAL	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2020	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
FIVEPG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AEGA	0,0031	0,0012	0,0000	0,0042	0,0016	0,0000

Tabell B.53: Diskontering Del 5

$\Gamma_2$ med d =	1,0000	1,00001	1,000025	1,0000	1,00001	1,000025
Analyse	252-1253	252-1253	252-1253	1-251	1-251	1-251
ABT	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ALNG	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AGS	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
EAM	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
HBC	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
HUNT	0,0070	0,0065	0,0032	0,0085	0,0078	0,0039
ICE	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
KCC	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NATTO	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NOM	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NORTH	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
OET	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PNOR	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000
PHLY	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
PPGPREF	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ROM	0,0138	0,0112	0,0000	0,0102	0,0083	0,0000
SAGA	0,0013	0,0049	0,0000	0,0009	0,0033	0,0000
AASBME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ADSCME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ASAME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BALTME	0,2585	0,2527	0,2716	0,2877	0,2812	0,3022
BRAME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BSPME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
EPICME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
GENTME	0,0072	0,0080	0,0000	0,0060	0,0067	0,0000
GEOSME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
GRONGME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
INDUCTME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
JPKME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
LAVOME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
LIFEME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
LSTSBME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
NISBME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
RIVERME	0,0010	0,0000	0,0000	0,0009	0,0000	0,0000
SOFTOXME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SUNSBME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SUSBME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
TEONEME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
TYSBME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
WREME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
ZENAME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabell B.54: Diskontering Del 6

$\Gamma_2$ med d =	1,0000	1,00001	1,000025	1,0000	1,00001	1,000025
Analyse	252-1253	252-1253	252-1253	1-251	1-251	1-251
ZWIPEME	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAROLJEX1NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAROLJEX2ND1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAROLJEX2NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAROLJEX3ND1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAROLJEX3NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAROLJEX4NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAROLJEX5ND1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAROLJEX5NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAROLJEX5NOND2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX1ND1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX1NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX10ND3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX10NON	0,0016	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX10NON1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX10NON2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX10NOND3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX12ND3	0,0021	0,0043	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX12NON	0,0000	0,0000	0,0011	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX12NON1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX12NON2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX12NOND3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX2NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX3ND1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX3NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX4NON	0,0309	0,0015	0,0000	0,0096	0,0005	0,0000
BULLOLJEX5ND1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX5NON	0,0055	0,0010	0,0000	0,0009	0,0002	0,0000
BULLOLJEX8NON	0,0037	0,0035	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX8NON1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX8NON2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLOLJEX8NOND3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX1ND	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX1NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX10ND	0,0013	0,0037	0,0000	0,0001	0,0003	0,0000
BEARGULLX10NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX12ND	0,0103	0,0050	0,0000	0,0004	0,0002	0,0000
BEARGULLX12NON	0,0071	0,0010	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000
BEARGULLX15SNONN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX2ND	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX2NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabell B.55: Diskontering Del 7

$\Gamma_2$ med d =	1,0000	1,00001	1,000025	1,0000	1,00001	1,000025
Analyse	252-1253	252-1253	252-1253	1-251	1-251	1-251
BEARGULLX3ND1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX3NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX4NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX5ND	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX5NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEARGULLX8ND	0,0351	0,0349	0,0000	0,0046	0,0046	0,0000
BEARGULLX8NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX1ND1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX1NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX10ND	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX10NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX12ND	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX12NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX15SNONN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX2ND	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX2NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX3ND1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX3NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX4NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX5ND	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX5NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX8ND	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULLGULLX8NON	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAR-NFLXX1-NONN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAR-NFLXX2-NONN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BEAR-NFLXX3-NONN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULL-NFLXX1-NONN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULL-NFLXX2-NONN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
BULL-NFLXX3-NONN	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SO3M	0,0070	0,0000	0,0000	0,0066	0,0000	0,0000
SO5M	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SO10M	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SV3M	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SV6M	0,0038	0,0000	0,0000	0,0068	0,0000	0,0000
SV9M	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
SV12M	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
AAKO06	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Aksjer i porteføljen	65	51	7			
Historisk avkastning				1,0352	0,8865	0,3234
Differenseavkastning				0,04	-0,11	-1,12

Tabell B.56: Diskontering Del 8

## B.9 Vurderinger av verdier for CVaR

CVaR	-8,82394	-4,82951	-2,94197	-1,0216	-0,112526	0
kindex	1	2	3	4	5	6
AKERBP	0	0	0	0,01	0	0
SIOFF	0	0	0	0	0,853	0,909
COV	0	0	0	0,046	0,002	0,001
MEDI	0	0	0	0,045	0,001	0,001
NAVA	0	0	0	0,002	0	0
PHO	0	0	0	0,001	0	0
BAKKA	0	0	0	0,007	0	0
GSF	0	0	0	0,01	0	0
NRS	0	0	0	0,003	0	0
SALM	0	0	0	0,009	0	0
SSC	0	0	0	0,017	0,001	0
GYL	0	0	0	0,006	0,001	0,001
AURG	0	0	0	0	0,002	0,001
HELG	0	0	0	0,004	0,001	0
SKUE	0	0	0	0,061	0,003	0
MING	0	0	0	0	0	0
SOAG	0	0	0	0,05	0,002	0,001
AFG	0	0	0	0,065	0,002	0,001
AKVA	0	0	0	0,051	0,002	0,001
BMA	0	0	0	0,01	0	0
NEL	0	0	0	0,007	0	0
NRC	0	0	0	0,014	0	0
NTS	0	0	0	0,018	0	0
TOM	0	0	0	0,074	0,002	0,002
BOUVET	0	0	0	0,044	0,001	0,001
DAT	0	0	0	0,014	0,001	0
ITE	0	0	0	0,009	0	0
KIT	0	0	0	0,039	0,001	0,001
STRONG	0	0	0	0,008	0,001	0,001
ADEA	0	0	0	0	0,005	0,002
CRAYON	0	0	0	0,019	0,001	0,001
FKRAFT	0	0	0	0,034	0,004	0,001

Tabell B.57: Valg av CVaR Del 1

CVaR	-8,82394	-4,82951	-2,94197	-1,0216	-0,112526	0
index	1	2	3	4	5	6
JAEREN	0	0	0	0	0,001	0,001
KID	0	0	0	0,009	0,001	0
NKR	0	0	0	0,003	0	0
SALMON	0	0	0	0,009	0,002	0,001
SSHIP	0	0	0	0,017	0,001	0
SSO	0	0	0	0,034	0,001	0,001
SSG	0	0	0	0,002	0,001	0
SOGN	0	0	0	0,037	0,002	0,001
2020	0	0	0	0	0,008	0,007
ICE	0	0	0	0	0,001	0
ASAME	0	0	0	0,009	0,001	0,001
BALTME	0	0	1	0	0,006	0
GENTME	0	0	0	0,001	0	0
GEOSME	0	0	0	0,003	0	0
SUSBME	0	0	0	0	0	0,001
TYSBME	0	0	0	0	0,001	0
ZENAME	0	0	0	0,013	0	0
BEAROLJEX5NOND2	0	0	0	0	0,001	0,002
BULLOLJEX1NON	0	0	0	0,007	0,005	0
BULLOLJEX4NON	0	0	0	0	0	0,001
BEARGULLX1NON	0	0	0	0	0,001	0
BEARGULLX2ND	0	0	0	0	0,005	0,003
BULLGULLX1ND1	0	0	0	0	0,026	0,018
BULLGULLX2ND	0	0	0	0,116	0,004	0,006
BULLGULLX2NON	0	0	0	0,012	0,001	0
BULLGULLX3ND1	0	0	0	0	0,006	0,002
BULLGULLX3NON	0	0	0	0,007	0	0
BEAR-NFLXX1-NONN	0	0	0	0	0,005	0
BEAR-NFLXX3-NONN	0	0	0	0,017	0	0
SV9M	0	0	0	0	0	0
SV12M	0	0	0	0,003	0	0
Aksjer i porteføljen	0	0	1	45	75	79
Historisk avkastning	0	0	12,3134	3,1454	1,15106	1,05554
Differenseavkastning			2,15	0,78	-0,22	-0,31

Tabell B.58: Valg av CVaR Del 2

## Tillegg C

# Modellprogram

```
reset;
##### mengder for basis modelldel#####
set A ordered;      # antall aksje kategorier
set D ordered circular; # antall observasjoner for hver aksje
set Index ordered; # markedsindekser

##### mengder for reduksjonsmetoder#####

set Limits ordered; # brukte grensepunkter
set Statistikk ordered; # navn paa statistiske parametre
set Superkvantil ordered; # brukte superkvantiler

##### mengder for tapsdefinisjon#####
set Kvantil ordered; # brukte kvantiler

##### indekser for basis modelldel
param J := card(A); # antall element i A - kardinaltallet til A
param I := card(D); # antall element i D - kardinaltallet til D
param B := card(Index); # antall indekser i Index - kardinaltallet

##### indekser for reduksjonsmetoder#####
param d >= 0 default 1; # diskonteringsfaktor
param from default 1; # foerste observasjon i utvalg
param to default I; # siste observasjon i utvalg

##### parametre i finans
param rente{D} ;
param USD{D}; # US Dollar kursutvikling
param OSEBX{D};
param OBX{D};
```



```

param OSEAX{D};
param OAAAX{D};
param OSLENX{D};
param OSLSFX{D};
param OLSHX{D};
param MarkedInd{Index}; # markedsindeksene

##### parametre i basis modelldel #####
param disk {i in D} default 1 ; # diskonteringsfaktor
param U {D,A}; # observasjon i / observasjon i-1 for alle j
param R{D,A} ; # diskonterte brukte observasjoner
param m{A} ; # middelveidien til j
param Rdev{D,A} ; # Avvik fra middelveidie
param W{A} default 1; # beregnet vekt til aksjen j Default er 1
param F{D,A} ; # Resultatvektor for analysen
param FN {i in D, j in A} ; # Negative verdier i F, positive er lik 0
param varphi; # faktor for aa beregne risiko = varphi/0.0073
param ant ; # antall observasjoner som behandles
param Blind{D,A} ;
param fortegn{D,A} ; # =1 for F >= 0, = -1 for F < 0
##### parametre for grense setting #####
param anttype default 3 ; # antall ulike typer
param antmark default 4 ; # antall ulike markedet
param antsekt default 16 ; # antall ulike sektorer
param DelType{k in 1..anttype} default 1 ; # maximum % typer
param DelMark{k in 1..antmark} default 1; # maximum % markeder
param DelSekt{k in 1..antsekt} default 1 ; # maximum % sektorer
param MinType{k in 1..anttype} default 0 ; # minimum % type
param MinMark{k in 1..antmark} default 0; # minimum % marked
param MinSekt{k in 1..antsekt} default 0 ; # minimum % sektor
param sektind{1..antsekt} default 1;
# Indikerer om sektoren er med i analysen
param typeind{1..anttype} default 1 ;
# Indikerer om typen er med i analysen
param markedind{1..antmark} default 1;
# Indikerer om markedet er med i analysen
param TaMedType{k in 1..anttype, j in A} default 1 ; # angir om j er med 1
param TaMedMark{k in 1..antmark, j in A} default 1 ;
param TaMedSekt{k in 1..antsekt, j in A} default 1 ;
param FordelingType{k in 1..anttype} default 0 ;
param FordelingMarked{k in 1..antmark} default 0 ;
param FordelingSektor{k in 1..antsekt} default 0 ;
param VektNy{ A} default 1 ;
param momentum ; # periode for beregning av RSA og SMA

```

```

param tillat ; # hjelpevariabel for bruk med momentum
param start; # startverdi for beregninger
param steg; # stegverdi for beregninger
param RSA{A}; # relativ styrke analyse
param SMA{A}; # glidende gjennomsnitt
param SHV{A} ; # historisk vekstpotensiale
param VektSHV{A} ; # SHV vekt
param VektSMA{A} ; # SMA vekt
param utskrift ; # om en skal skrive ut SMA, RSA og fordeling
param VektTr{A} ; # RSA vekt
param naiv{A} ; # prognosemetode naiv
param snitt{A} ; # prognosemetode snitt
param vektet{A} ; # prognosemetode vektet
param drift{A} ; # prognosemetode drift
param teller ; # tellevariabel for indeksering av gjennomloep
param Resk{1..120} ; # verdien av invers risikofaktor k
param Resmu{1..120} ; # verdien av risiko varphi
param Resut{1..120} ; # verdien av utbytte
param Resdiv{1..120} ; # antall diversifiseringer
param alpha default 0.5;
param frac{0..I} default 1;
param grense ;
##### parametre for reduksjonsmetoder
param V {i in D, j in A}; # Angir avkastning med fortegn
param L {j in A} ; # Tap- og vinningsfunksjon
param LS {j in A} ; # Tap- og vinningsfunksjon Z sortert hoy til lav
param Ladress{j in A} ; # adressen til sortert taps og vinningsfunksjon
param adr ; # Adressen som velges ut for beregning av CVaK+
param testvar ;
param ansvar;
param inumber ;
##### parametre for statistiske funksjoner
param gjennomsnitt; # Beregner gjennomsnittet av Z
param varians; # Beregner varians fra Z
param skewness; # Beregner skjevhet fra Z
param kurtosis; # Beregner kurtosis fra Z
param standard; # Beregner standardavvik fra Z
param standardavvik{j in A} ; # Standardavvik til alle aksjer samlet
param Statistikkdata{Statistikk}; # samlevektor for statistikkdata fra Z
param Var {j in A} ; # variansen til hver aksje
#####parametre for beregning negativ varians
param mInd ;
param bryter{D,A} binary default 1 ; # Angir at kun negativ del av varians brukes
param svm {j in A} ;

```

```

param svv {j in A} ;
param svcov {k in A, l in A} ;
param Cov {k in A, l in A} ;
param Covrm {k in A} ; #
param Korr {k in A, j in A} ; # Korrelasjonskoeffisienten
param Covsm {k in A, l in A} default 0 ;
param Korrrsm {k in A, j in A} ;
param Varsm {j in A} ;
param Stsm {j in A} ;
param msm {A} ;
##### parametre for tapsfunksjoner
param CDF{j in A} ; # aggregert sansynlighetsfunksjon
param g {j in A} default 0 ; # summer av alle observasjoner for gitt aksje j
param P{j in A} ; # sannsynligheten til aksje j i A
param PS{j in A} ; # sortert sannsynlighet P
param PSadress{A} ; # adressen til sortert element
param Kvantiladresse{Kvantil} ; # Adresse til kvantiler i tapsfunksjon
param Vario{Limits} ;
# Verdiane til de ulike element for det aktuelle datasettet (Kvantiler)
param medianadresse; # Adressen til mediane for tapsfunksjon
param maxindex default 5 ; # Maks adresse for kindex 1-10
param positiv ;
param brukvekt default 0 ;
param ibryter ;
#####parametre i programdel
param Ut{A} default 1 ; # Papiret er med 1, ikke med 0
param Prod{A} default 1 ; # Avkastning i perioden from til to
param Vekt1{A} default 1; # Angir vekt basert paa kjent avkastning
param Vekt2{A} default 1; # Angir at alle vekter er like
param Vekt5{A} default 1 ; # Angir innlagte vekter i systemet
param Sektor{A} default 1; # Angir hvilken sektor j tilhoerer
param Type{A} default 1 ;
param Marked{A} default 1;
param ValgtUt{A} ; # Angir om j tilhoerer utvalgte sektorer
param Beste{A} default 1; # Angir om aksjen j er utvalgt eller ei
param Aksjer{A} >= 0 ; # Angir oversikt over resultatet av analysen
param utbytte >= 0 ; # Angir samlet utbytte i perioden
#####hjelpesparametre ellers i programdel
param ny ; # Hjelpevariabel
param time0 >= 0 ; # Angir kjoeretid i sekund
param time1 >= 0 ; # Angir starttidspunktet for kjoering
param time2 >= 0 ; # Angir sluttidspunktet for kjoering
param diversifisert ; # Hjelpevariabel
param testm ; # Hjelpevariabel

```

```

param itall ; # hjelpevariabel
param ind1 ; # hjelpevariabel
param Actual default I; # hjelpevariabel
#param Actualnew >= 0; # hjelpevariabel
param lambda default 0.8 ; # Angir sannsynlighet brukt i utregning av CVaR
param kindex default 5 ; # Angir hvilket valg en tar for wVaR [1,5]
param negativ default 0 ; # antall negative verdier i Rdev1
param temp ; # hjelpevariabel
param ksum ; # hjelpevariabel
param minporte ; # Minimumverdi for akseptert portef\o lje. Standard 1%
param testt; # hjelpevariabel
param itant >= 0 ; # Sluttverdi for gjennomloop
#param Wsum >= 0 ; # hjelpevariabel
param lsum >=0 ; # hjelpevariabel
#param OK{A} ; # hjelpevariabel
param tempadr; # hjelpevariabel
param wVaR ; # Det maksimale tap
param wCVaRpluss ; # Maksimalt tap
param z{A} >= 0; # hjelpevariabel
param wCVaR default 0; # Veid gjennomsnitt at wVaR og WCVaRpluss
param testant ; # hjelpevariabel

```

```

##### variable for basisanalyse#####
var x{A} ; # Angir portefoljebroeken for j in A

```

```

##### ekstra variable for Tapsfunksjonen
var y{D} >= 0; # Angir risikogrense for i in D for gitt faktor varphi
##### optimeringskrav - objektfunksjonen#####
maximize reward: sum{j in A} m1[j]*x[j];

```

```

##### felles sidekrav for basis versjon
s.t. positiv_value_x {j in A}: x[j] >= 0 ;
s.t. tot_mass: (sum{j in A} x[j]) <= 1 ;

```

```

##### ekstra sidekrav for tapsfunksjonen
s.t. positiv_value_y {i in D}: y[i] >= 0 ;
s.t. minforyminimize : sum{ i in D} y[i] / I <= varphi ;

```

```

##### ekstra felles sidekrav for utvidet funksjon:
#s.t. positiv_vekt {j in A}: W[j] >= 0 ;
#s.t. tot_mass_vekt: (sum{j in A} W[j]) <= 1 ;
s.t. dummykrav_sektor {j in A}: if ValgtUt[j] = 0 then x[j] = 0 ;
s.t. kode_Sektor {k in 1..antsekt}:
sum {j in A} x[j]*TaMedSekt[k,j] <= DelSekt[k] ;

```

```

s.t. kode_Marked {k in 1..antmark}:
sum {j in A} x[j]*TaMedMark[k,j] <= DelMark[k] ;
s.t. kode_Type {k in 1..anttype}:
sum {j in A} x[j]*TaMedType[k,j] <= DelType[k] ;
s.t. kode_Sektor_min {k in 1..antsekt}:
sum {j in A} x[j]*TaMedSekt[k,j] >= MinSekt[k] ;
s.t. kode_Marked_min {k in 1..antmark}:
sum {j in A} x[j]*TaMedMark[k,j] >= MinMark[k] ;
s.t. kode_Type_min {k in 1..anttype}:
sum {j in A} x[j]*TaMedType[k,j] >= MinType[k] ;

##### sidekrav for R1
#s.t. r1_risikomin:
# sum{j in A, k in A} W[j]*x[j]*Cov[j,k]*x[k]*W[k] <= varphi ;

##### sidekrav for R2
#s.t. r2_risikomin {i in D}:
# sum{j in A, k in A} W[j]*x[j]*svcov[j,k]*x[k]*W[j] <= varphi ;

##### sidekrav for R3
#s.t. r3a_bond{t in D}:
# y[t] - sum{ j in A} W[j]*F[t,j]*x[j] >= 0 ;
# sidebetingelse under kan tas bort, men brukes
#s.t. r3b_bond{t in D}:
# y[t] + sum{ j in A}W[j]*F[t,j]*x[j] >= 0 ;

##### sidekrav for R4
#s.t. r4a_bond{t in D}:
# y[t] - sum{ j in A}W[j]*bryter[t,j]*F[t,j]*x[j] >= 0 ;
#sidebetingelse under kan tas bort, men brukes
#s.t. r4b_bond{t in D}:
# y[t] + sum{ j in A}W[j]*bryter[t,j]*F[t,j]*x[j] >= 0 ;
##### sidekrav for T4
s.t. loss_function_first {i in D}:
( sum{j in A} W[j]*F[i,j]*x[j] ) <= y[i] ;
s.t. loss_function_null {i in D} :
sum{j in A} (-L[j] - wCVaR)*x[j] <= y[i] ;
#sidebetingelse under kan tas bort, men brukes
s.t. loss_function_null_2 {i in D} :
sum{j in A} (-L[j] + wCVaR)*x[j] <= y[i] ;

```

## Tillegg D

# Eksempel på dataoppsett

Eksemplet viser en datafil med 5 ulike aksjer og 7 indekser over 10 observasjoner.

```
set Kvantil := Alpha1 Alpha5 Alpha10 Alpha25 Alpha50 w25 w10 w5 w1 ;
set Limits := VaR1 VaR5 VaR10 VaR25 median VaR25over
  VaR10over VaR5over VaR1over ;
set Statistikk := median gjennomsnitt varians standardavvik
  skewness kurtosis ;
set A := AKA AKERBP ARCHER BON BWO ;
set D :=
11.09.19 10.09.19 09.09.19 06.09.19 05.09.19
04.09.19 03.09.19 02.09.19 30.08.19 29.08.19
28.08.19 27.08.19 ;
```

param:	Sektor	Type	Marked	Vekt2	Vekt5	Beste	Vekt1	Ut :=
AKA	1	1	1	1	1	0	1	1
AKERBP	1	1	1	1	2	1	1	1
ARCHER	1	1	1	1	1	0	1	1
BON	7	1	1	1	0.5	0	1	1
BWO	1	1	1	1	1	1	1	0;

```
param U: AKA AKERBP ARCHER BON BWO :=
11.09.19 1.00860585 1.00470035 1.03202847 1.01063830 1.00383142
10.09.19 0.99316239 1.01875499 1.00716846 0.95918367 0.99013657
09.09.19 1.01211073 1.02536825 1.01331719 1.00000000 1.02012384
06.09.19 1.00521739 0.97176938 0.98333333 1.00255754 1.01253918
05.09.19 1.00000000 1.04791667 0.99526066 0.99491094 1.01269841
04.09.19 1.01769912 1.03137086 1.02926829 1.01813472 1.04651163
03.09.19 0.98260870 0.96797005 0.98557692 1.02659574 0.96320000
02.09.19 1.01232394 0.99421009 1.00000000 0.99208443 1.05663567
```

30.08.19 1.02898551 1.02631579 0.99879952 1.01608579 1.23280534  
29.08.19 1.01284404 1.02434783 0.99760479 1.00000000 1.02302772  
28.08.19 1.00183824 1.01590106 0.98235294 0.98157895 0.99490878  
27.08.19 0.97666068 1.00088417 1.06649937 1.02150538 0.99283909;  
param rente :=  
11.09.19 2.25  
10.09.19 2.25  
09.09.19 2.25  
06.09.19 2.25  
05.09.19 2.25  
04.09.19 2.25  
03.09.19 2.25  
02.09.19 2.25  
30.08.19 2.25  
29.08.19 2.25  
28.08.19 2.25  
27.08.19 2.25;  
param: OSEBX OBX OSEAX OAAX :=  
11.09.19 1.01507382 1.01625996 1.014459462 1.004425128  
10.09.19 1.004899361 1.007905188 1.007750816 1.008366534  
09.09.19 0.999136154 0.998130888 1.001749573 1.002396166  
06.09.19 0.990756696 0.988419238 0.989936153 0.999281667  
05.09.19 1.020733597 1.024516965 1.025000788 1.005053746  
04.09.19 1.009287453 1.009347113 1.009212535 1.000963546  
03.09.19 0.98995624 0.989645721 0.988721647 0.990771679  
02.09.19 0.997619849 0.998897269 0.99835707 0.99896686  
30.08.19 1.010133114 1.008023816 1.010628622 1.007042817  
29.08.19 1.014962861 1.016388546 1.014375215 1.004744291  
28.08.19 0.998692313 0.997667941 1.000289734 1.011468076  
27.08.19 1.008935747 1.008927871 1.008178897 0.99209231;  
param: OSLENX OSLSFX OSLSHX :=  
11.09.19 1.014213255 1.020597343 1.003143267  
10.09.19 1.033051189 0.981903247 0.998953341  
09.09.19 1.015079783 0.970319278 1.015950302  
06.09.19 0.982428941 0.990120336 1.014247602  
05.09.19 1.062992126 1.004573724 1.005593927  
04.09.19 1.01846326 1.00081694 1.004702644  
03.09.19 0.978348133 0.992618145 0.985698135  
02.09.19 1.000365052 1.001133984 1.008206999  
30.08.19 1.015006484 0.984640859 1.013458095  
29.08.19 1.015999498 1.015160493 1.003535822  
28.08.19 1.007841153 0.990747949 1.005888869  
27.08.19 1.006748154 1.001213809 1.010487244 ;

## Tillegg E

# Kommandoprogram

```
let brukvekt := 0 ; # Avgjoer hvilke vekter som skal brukes.
# 0 bruk Vekt2 alle like er standardverdi
# 1 bruk Vekt1
# 2 bruk Vekt5
# 3 bruk Beste
# 4 bruk VektNy RSA
# 5 bruk SMA
# 6 bruk VektTr
# 7 bruk av verdifunksjonen
# 8 bruk av historisk vekstfaktor
let momentum := 251; # ca 1 aar = 251
let d := 1.0000; # Diskonteringsfaktor standard 1
let from := 1; # Startdato paa data standard 1
let to := I; # Sluttdato paa data standard I
let start := 5; # Startverdi invers risikoaversjon
let steg := 15; # Steglengde i iterasjon
let itant := 1699; # Sluttverdi invers risikoaversjon (max verdi)
let utskrift := 1 ; # 1 skriver ut detaljer om utregningene
#####
# Valg av hvilke sektorer, typer og markeder som skal vaere med i analysen
# Koden er 1 for med, 0 for ikke med
#####
let sektind[ 1] := 1 ; # Energi
let sektind[ 2] := 1 ; # Finans
let sektind[ 3] := 1 ; # Helsevern
let sektind[ 4] := 1 ; # Konsum
let sektind[ 5] := 1 ; # Forbruksvarer
let sektind[ 6] := 1 ; # Egenkapitalbevis
let sektind[ 7] := 1 ; # Industri
let sektind[ 8] := 1 ; # IT
```



```

let sektind[ 9] := 1 ; # Eiendom
let sektind[10] := 1 ; # Forsyning
let sektind[11] := 1 ; # Telekom
let sektind[12] := 1 ; # Materialer
let sektind[13] := 1 ; # Underliggende olje
let sektind[14] := 1 ; # Underliggende gull
let sektind[15] := 1 ; # Statsobligasjoner
let sektind[16] := 1 ; # Underliggende verdipapirer
let typeind[1] := 1 ; # Aksjer
let typeind[2] := 1 ; # ETN - raavarer
let typeind[3] := 1 ; # ETN - obligasjoner
let markedind[1] := 1; # Oslo Boers
let markedind[2] := 1; # Oslo Axxess
let markedind[3] := 1; # Oslo Merkur
let markedind[4] := 1; # Oslo Boers - ETN marked
# Angir maksimal prosentdel det enkelte kan ta default 1
let DelSekt[ 1] := 1 ; # Energi
let DelSekt[ 2] := 1 ; # Finans
let DelSekt[ 3] := 1 ; # Helsevern
let DelSekt[ 4] := 1 ; # Konsum
let DelSekt[ 5] := 1 ; # Forbruksvarer
let DelSekt[ 6] := 1 ; # Egenkapitalbevis
let DelSekt[ 7] := 1 ; # Industri
let DelSekt[ 8] := 1 ; # IT
let DelSekt[ 9] := 1 ; # Eiendom
let DelSekt[10] := 1 ; # Forsyning
let DelSekt[11] := 1 ; # Telekom
let DelSekt[12] := 1 ; # Materialer
let DelSekt[13] := 1 ; # Underliggende raavarer olje
let DelSekt[14] := 1 ; # Underliggende raavarer gull
let DelSekt[15] := 1 ; # Statsobligasjoner
let DelSekt[16] := 1 ; # Underliggende verdipapirer
let DelType[1] := 1 ; # Aksjer
let DelType[2] := 1 ; # ETN - raavarer
let DelType[3] := 1 ; # ETN - obligasjoner
let DelMark[1] := 1; # Oslo Boers
let DelMark[2] := 1; # Oslo Axxess
let DelMark[3] := 1; # Oslo Merkur
let DelMark[4] := 1; # Oslo Boers - ETN marked
# minimums verdier prosentdel det enkelte kan ta default 0
let MinSekt[ 1] := 0 ; # Energi
let MinSekt[ 2] := 0 ; # Finans
let MinSekt[ 3] := 0 ; # Helsevern
let MinSekt[ 4] := 0 ; # Konsum

```

```

let MinSekt[ 5] := 0 ; # Forbruksvarer
let MinSekt[ 6] := 0 ; # Egenkapitalbevis
let MinSekt[ 7] := 0 ; # Industri
let MinSekt[ 8] := 0 ; # IT
let MinSekt[ 9] := 0 ; # Eiendom
let MinSekt[10] := 0 ; # Forsyning
let MinSekt[11] := 0 ; # Telekom
let MinSekt[12] := 0 ; # Materialer
let MinSekt[13] := 0 ; # Underliggende raavarer olje
let MinSekt[14] := 0 ; # Underliggende raavarer gull
let MinSekt[15] := 0 ; # Statsobligasjoner
let MinSekt[16] := 0 ; # Underliggende verdipapirer
let MinType[1] := 0 ; # Aksjer
let MinType[2] := 0 ; # ETN - raavarer
let MinType[3] := 0 ; # ETN - obligasjoner
let MinMark[1] := 0 ; # Oslo Boers
let MinMark[2] := 0 ; # Oslo Axxess
let MinMark[3] := 0 ; # Oslo Merkur
let MinMark[4] := 0 ; # Oslo Boers - ETN marked
## Andre parametre
let minporte := 0.0001; # definere minimumsverdi for portefolje
let ind1 := 10 ; # hjelpevariabel
let Actual := I; # Angir antall datoer som er med i analysen
# parametre for beregning av vektet gjennomsnitt for kvantiler
let lambda := 1 ; # = den veide vekten ved bregning av wCVaR
let kindex := 6 ; # Angir mulige valg for 1 <= wVaR <= 5
let maxindex := 9 ; # Angir maksimal verdi for 1 <= kindex <= 10
if brukvekt < 0 or brukvekt > 8 then let brukvekt := 0 ;
if momentum < 0 or momentum > I then let momentum := I ;
if from < 1 or from > I then let from := 1 ;
if to < 0 or to > I then let to := I ;
if from > to then let from := to ;
let grense := to - from;
let time1 := time() ;
#####
# initiering av R mellom from til to - null utenfor omraadet
for { k in 1..J} {
for {kk in 1..I} {
let R[member(kk,D), member(k,A)] :=
U[member(kk,D), member(k,A)]*disk[member(kk,D)]*Ut[member(k,A)] ;
if kk < from then
let R[member(kk,D), member(k,A)] := 0 ;
if kk > to then
let R[member(kk,D), member(k,A)] := 0 ;

```

```

}
}
#####
# initiering av m mellom from til to - null utenfor omraadet
let ant := to - from + 1 ;
for { k in 1..J} {
# let m[member(k,A)] := m[member(k,A)] ;
let temp := 0 ;
for {l in 1..I} {
let temp := temp + R[member(l,D), member(k,A)] ;
}
let m[member(k,A)] := temp/ant ;
}
#####
# initiering av Rdev og F mellom from til to - null utenfor omraadet
for { k in 1..J} {
for {l in 1..I} {
let F[member(l,D), member(k,A)]:=
R[member(l,D), member(k,A)] - m[member(k,A)] ;
let Rdev[member(l,D), member(k,A)]:=
R[member(l,D), member(k,A)] - m[member(k,A)] ;
if R[member(l,D), member(k,A)] = 0 then {
let F[member(l,D), member(k,A)]:= 0;
let Rdev[member(l,D), member(k,A)]:= 0;
}
}
}
#####
# initiering av V mellom from til to - null utenfor omraadet
# V[i,j] angir avkastning med fortegn
for { k in 1..J} {
for {l in 1..I} {
let V[member(l,D), member(k,A)]:= R[member(l,D), member(k,A)] - 1 ;
if R[member(l,D), member(k,A)] = 0 then {
let V[member(l,D), member(k,A)]:= 0 ;
}
}
}
# initiering av L[j] tap- og vinningsfunksjon for j
for { k in 1..J} {
let L[member(k,A)] := 0 ;
for {l in 1..I} {
let L[member(k,A)]:= L[member(k,A)]+ log(R[member(l,D), member(k,A)]) ;
}
}

```

```

}
# beregning av varians og standardavvik
for { k in 1..J} {
let Var[member(k,A)] := 0 ;
for {l in 1..I} {
let Var[member(k,A)] := Var[member(k,A)]
+ Rdev[member(l,D), member(k,A)]*Rdev[member(l,D), member(k,A)]/ant ;
}
}
for { k in 1..J} {
let standardavvik[member(k,A)] := sqrt(Var[member(k,A)]) ;
}
# beregning av kovarians til R
for {k in 1..J} {
for {kk in 1..J} {
let Cov[member(kk,A), member(k,A)] := 0 ;
for {ii in 1..I } {
let Cov[member(kk,A), member(k,A)] :=
Cov[member(kk,A), member(k,A)]
+ R[member(ii,D), member(kk,A)]*R[member(ii,D), member(k,A)] ;
}
let Cov[member(kk,A), member(k,A)] :=
Cov[member(kk,A), member(k,A)]/ant - m[member(kk,A)]*m[member(k,A)] ;
}
}
# beregning av korrelasjonskoeffisienten
for {k in 1..J} {
for {kk in 1..J} {
if standardavvik[member(k,A)] = 0 then
let standardavvik[member(k,A)] := 1;
if standardavvik[member(kk,A)] = 0 then
let standardavvik[member(kk,A)] := 1;
let Korr[member(kk,A), member(k,A)] :=
Cov[member(kk,A), member(k,A)]/
(standardavvik[member(k,A)]*standardavvik[member(kk,A)]) ;
}
}
# beregning av gjennomsnitts verdi for OSEBX i avgrenset omraade
let mInd := 0 ;
for {kk in from..to} {
let mInd := mInd + OSEBX[member(kk,D)] ;
}
if ant = 0 then let ant := 1;
let mInd := mInd/ant ;

```

```

# beregning av kovarians mellom R og markedsportefoeljen
for {k in 1..J} {
let Covrm[member(k,A)] := 0 ;
for {ii in 1..I} {
let Covrm[member(k,A)] :=
Covrm[member(k,A)]
+ R[member(ii,D), member(k,A)]*OSEBX[member(ii,D)] ;
}
if ant = 0 then let ant := 1;
let Covrm[member(k,A)] := Covrm[member(k,A)]/ant - m[member(k,A)]*mInd ;
}
for {k in 1..J} {
let g[member(k,A)] := 0 ;
for {kk in from..to}{
let g[member(k,A)] := g[member(k,A)] + R[member(kk,D),member(k,A)] ;
}
if grense = 0 then let grense := 1 ;
let g[member(k,A)] := g[member(k,A)]/grense ;
}
for {k in 1..J} {
let P[member(k,A)] := g[member(k,A)]/J ;
}
#####
# beregning av enkel prognosemetode naiv
for { u1 in from..from } {
for { u2 in 1..J} {
let naiv[member(u2,A)] := R[member(u1,D), member(u2,A)] ;
}
}
let ksum := 0 ;
for { u2 in 1..J} {
let ksum := ksum + naiv[member(u2,A)] ;
}
for { u2 in 1..J} {
# let naiv[member(u2,A)] := naiv[member(u2,A)]/ksum ;
}
# beregning av enkel prognosemetode snitt
for { u2 in 1..J} {
let snitt[member(u2,A)] := 0 ;
for { u1 in from..to} {
let snitt[member(u2,A)]
:= snitt[member(u2,A)] + R[member(u1,D),member(u2,A)] ;
}
let snitt[member(u2,A)] := snitt[member(u2,A)] /(to - from + 1) ;
}

```

```

}
let ksum := 0 ;
for { u2 in 1..J} {
let ksum := ksum + snitt[member(u2,A)] ;
}
for { u2 in 1..J} {
# let snitt[member(u2,A)] := snitt[member(u2,A)]/ksum ;
}
# beregning av enkel prognosemetode drift
for { u2 in 1..J} {
for { u3 in to..to } {
let drift[member(u2,A)] := naiv[member(u2,A)]
+ ind1*(naiv[member(u2,A)]
- R[member(u3,D),member(u2,A)])/(to - from) ;
}
}
let ksum := 0 ;
for { u2 in 1..J} {
let ksum := ksum + drift[member(u2,A)] ;
}
for { u2 in 1..J} {
# let drift[member(u2,A)] := drift[member(u2,A)]/ksum ;
}
# beregning av enkel prognosemetode vektet
let ksum := 0 ;
let frac[0] := 1 ;
for {u in from..to} {
let frac[u] := frac[u-1]*(1-alpha);
}
for {u2 in 1..J} {
for { u in 0..grense} {
let ksum := 0 ;
let ind1 := from + u ;
let ksum := ksum + frac[u]*R[member(ind1,D), member(u2,A)] ;
}
let vektet[member(u2,A)] := ksum*alpha + R[member(to,D), member(u2,A)] ;
}
let ksum := 0 ;
for { u2 in 1..J} {
let ksum := ksum + vektet[member(u2,A)] ;
}
for { u2 in 1..J} {
# let vektet[member(u2,A)] := vektet[member(u2,A)]/ksum ;
}
}

```

```

let ksum := 0 ;
#####
#slutt paa alternativ initiering naar 1 < from eller to < I
#####
# beregn positiv Rdev gir bryter = 0 og
# negativ Rdev gir bryter = 1
let negativ := 0 ;
let positiv := 0 ;
for { u1 in 1..I} {
for { u2 in 1..J} {
if F[member(u1,D),member(u2,A)] < 0 then {
let FN[member(u1,D),member(u2,A)] := F[member(u1,D),member(u2,A)] ;
# let FP[member(u1,D),member(u2,A)] := -F[member(u1,D),member(u2,A)] ;
let negativ := negativ + 1;
# let FNew[member(u1,D),member(u2,A)] := F[member(u1,D),member(u2,A)] ;
}
else {
let FN[member(u1,D),member(u2,A)] := 0 ;
# let FP[member(u1,D),member(u2,A)] := F[member(u1,D),member(u2,A)] ;
# let FNew[member(u1,D),member(u2,A)] := -Infinity ;
let positiv := positiv + 1 ;
}
}
}
#####
# beregning av bryter
let ibryter := 0 ;
for { k in 1..J} {
for { k1 in 1..I} {
if Rdev[member(k1,D),member(k,A)] >= 0 then
{ let bryter[member(k1,D),member(k,A)] := 0 ;}
if Rdev[member(k1,D),member(k,A)] < 0 then
{let bryter[member(k1,D),member(k,A)] := 1 ;
let ibryter := ibryter + 1;
}
}
}
}
#####
# beregning av fortegn
for { k in 1..J} {
for { k1 in 1..I} {
if F[member(k1,D),member(k,A)] >= 0 then
{ let fortegn[member(k1,D),member(k,A)] := 1 ;}
if F[member(k1,D),member(k,A)] < 0 then

```

```

{let fortegn[member(k1,D),member(k,A)] := -1 ;
}
}
}
#####
if negativ = 0 then let negativ := 1 ;
if positiv = 0 then let positiv := 1 ;
for { g1 in 1..J} {
let testm := 0 ;
for {g2 in 1..I } {
let testm := testm + FN[member(g2,D),member(g1,A)]^2 ;
}
if negativ = 0 then let negativ := 1 ;
let svv[member(g1,A)] := testm/ negativ ;
}
for {g1 in 1..J} {
let testm := 0 ;
for {g2 in 1..I } {
let testm := testm
+ bryter[member(g2,D),member(g1,A)]*R[member(g2,D),member(g1,A)] ;
}
if negativ = 0 then let negativ := 1 ;
let svm[member(g1,A)] := testm/ negativ ;
}
for {g1 in 1..J} {
for {g3 in 1..J} {
let testm := 0 ;
for {g2 in 1..I } {
let testm := testm + (R[member(g2,D),member(g1,A)]
- m[member(g1,A)])*(R[member(g2,D),member(g3,A)] -
m[member(g3,A)])*bryter[member(g2,D),member(g3,A)]
*bryter[member(g2,D),member(g1,A)] ;
}
if ant = 0 then let ant := 1 ;
let svcov[member(g3,A),member(g1,A)] := testm/ ant ;
}
}
#####
for {k1 in 1..J} {
for {k2 in 1..J} {
let testt := 0 ;
let testant := 0 ;
for {i1 in 1..I} {
let testt := testt

```



```

+ bryter[member(i1,D),member(k1,A)]*bryter[member(i1,D),member(k2,A)]
*R[member(i1,D),member(k1,A)]*R[member(i1,D),member(k2,A)] ;
let testant := testant + bryter[member(i1,D),member(k1,A)];
}
if testant = 0 then let testant := 1 ;
let Covsm[member(k1,A),member(k2,A)] := testt/testant ;
}
}
#####
let itall := 0;
let testm := 0 ;
for {k3 in 1..J} {
for {i2 in 1..I} {
let testm := testm
+ bryter[member(i2,D),member(k3,A)]*R[member(i2,D),member(k3,A)] ;
let itall := itall + bryter[member(i2,D),member(k3,A)] ;
}
}
if itall = 0 then let itall := 1 ;
let msm[member(k3,A)] := testm/itall ;
}

for {k1 in 1..J} {
for {k2 in 1..J} {
let Covsm[member(k1,A),member(k2,A)] :=
Covsm[member(k1,A),member(k2,A)]
- msm[member(k1,A)]*msm[member(k2,A)] ;
}
}
#####
let testvar := 0;
let antvar := 0;
for { k4 in 1..J} {
for { i4 in 1..I} {
if bryter[member(i4,D),member(k4,A)]*R[member(i4,D),member(k4,A)]
> msm[member(k4,A)] then {
let testvar :=
testvar +
bryter[member(i4,D),member(k4,A)]*R[member(i4,D),member(k4,A)]
- msm[member(k4,A)] ;
let antvar := antvar + bryter[member(i4,D),member(k4,A)] ;
}
}
}
if antvar = 0 then let antvar := 1 ;
let Varsm[member(k4,A)] := testvar/antvar ;

```

```

let Stsm[member(k4,A)] := sqrt(Varsm[member(k4,A)] );
}
for {k5 in 1..J} {
for {k6 in 1..J} {
if Stsm[member(k5,A)] = 0 then let Stsm[member(k5,A)] := 1;
if Stsm[member(k6,A)] = 0 then let Stsm[member(k6,A)] := 1;
let Korrrsm[member(k5,A),member(k6,A)] :=
Covsm[member(k5,A),member(k6,A)]/
(Stsm[member(k5,A)]*Stsm[member(k6,A)]) ;
}
}
#####
# beregning av vektor RSA
let tillat := from + momentum ;
if tillat > to then let momentum := momentum - from ;
if tillat > to then let tillat := to ;
for { jind in 1..J} {
let VektNy[member(jind,A)] := 0 ;
let inumber := 0 ;
for { iind in from..tillat} {
let inumber := inumber + 1 ;
let VektNy[member(jind,A)] := VektNy[member(jind,A)]
+ bryter[member(iind,D),member(jind,A)] ;
}
# let VektNy[member(jind,A)] := VektNy[member(jind,A)]/inumber ;
let VektNy[member(jind,A)] := VektNy[member(jind,A)] ;
if momentum = 0 then let momentum := 1 ;
let RSA[member(jind,A)] := VektNy[member(jind,A)]/momentum ;
}
# beregning av vektor SMA
for { jind in 1..J} {
let SMA[member(jind,A)] := 0 ;
let inumber := 0 ;
for { iind in from..tillat} {
let inumber := inumber + 1 ;
let SMA[member(jind,A)]
:= SMA[member(jind,A)] + R[member(iind,D),member(jind,A)] ;
}
if inumber = 0 then let inumber := 1 ;
let SMA[member(jind,A)] := SMA[member(jind,A)]/inumber ;
}
for {jind in 1..J} {
let VektSMA[member(jind,A)] := 0;
for { iind in from..tillat} {

```

```

if SMA[member(jind,A)] > 1 then
let VektSMA[member(jind,A)] := SMA[member(jind,A)] ;
else
let VektSMA[member(jind,A)] := SMA[member(jind,A)] ; # eller null
}
}
# beregning av vekter VektTr
for {jind in 1..J} {
let VektTr[member(jind,A)] := 0;
for { iind in from..tillat} {
if SMA[member(jind,A)] > 1 then
let VektTr[member(jind,A)] := 10 ;
else
let VektTr[member(jind,A)] := 1 ; # eller null
}
}
# beregning av vekter SHV
for { jind in 1..J} {
let SHV[member(jind,A)] := 1 ;
let inumber := 0 ;
for { iind in from..tillat} {
let inumber := inumber + 1 ;
let SHV[member(jind,A)]
:= SHV[member(jind,A)]* R[member(iind,D),member(jind,A)] ;
}
if inumber = 0 then let inumber := 1 ;
let SHV[member(jind,A)] := SHV[member(jind,A)]/inumber ;
}
for {jind in 1..J} {
let VektSHV[member(jind,A)] := 0;
for { iind in from..tillat} {
if SHV[member(jind,A)] > 1 then
let VektSHV[member(jind,A)] := SHV[member(jind,A)] ;
else
let VektSHV[member(jind,A)] := SHV[member(jind,A)] ; # eller null
}
}
display brukvekt;
display d;
display from;
display to ;
display momentum;
if utskrift > 0 then {
display naiv;
}
}

```

```

display snitt;
display drift;
display vektet;
display RSA;
display SMA;
display SHV;
}
#####
##start vektidel
## Angir om sektoren skal vaere med (1)
##eller utelates (0) Alle er med (1) er standard binaer
#####
for { kk in 1..anttype} {
for { seind in 1..J} {
let TaMedType[kk,member(seind,A)] := 0;
if Type[member(seind,A)] = kk then
let TaMedType[kk,member(seind,A)] := 1*Ut[member(seind,A)];
}
}
for { kk in 1..antmark} {
for { seind in 1..J} {
let TaMedMark[kk,member(seind,A)] := 0;
if Marked[member(seind,A)] = kk then
let TaMedMark[kk,member(seind,A)] := 1*Ut[member(seind,A)];
}
}
for { kk in 1..antsekt} {
for { seind in 1..J} {
let TaMedSekt[kk,member(seind,A)] := 0;
if Sektor[member(seind,A)] = kk then
let TaMedSekt[kk,member(seind,A)] := 1*Ut[member(seind,A)];
}
}
for {allind in 1..J} {
let ValgtUt[member(allind,A)] :=
TaMedType[1,member(allind,A)]
+ TaMedType[2,member(allind,A)] + TaMedType[3,member(allind,A)];
}
if brukvekt = 3 then {
for {allind in 1..J} {
let ValgtUt[member(allind,A)]
:= Beste[member(allind,A)]*Ut[member(allind,A)] ;
}
}
}

```

```

# sortering av taps og vinningsfunksjonen
# aktuelle data sorteres i synkende rekkefølge i L
for {k in 1..J} {
let LS[member(k,A)] := L[member(k,A)] ;
let Ladress[member(k,A)] := k ;
}
let ny := J ;
for {k in 1..J} {
let ny := ny - 1 ;
for {kk in 1..ny} {
if LS[member(kk,A)] < LS[member(kk+1,A)] then {
let temp := LS[member(kk,A)] ;
let LS[member(kk,A)] := LS[member(kk+1,A)] ;

let LS[member(kk+1,A)] := temp ;
let tempadr := Ladress[member(kk,A)] ;
let Ladress[member(kk,A)] := Ladress[member(kk+1,A)] ;
let Ladress[member(kk+1,A)] := tempadr ;
}
}
}
}

```

```

#####
# velger vekter hvis de skal vaere med - velg mellom dem (1 er standard)
#####
# invertering av alternative vekter
if brukvekt = 0 then {
let ksum := 0 ;
for {ww in 1..J} {
if Vekt2[member(ww,A)] != 0 then
let Vekt2[member(ww,A)] := 1/Vekt2[member(ww,A)] ;
let ksum := Vekt2[member(ww,A)] + ksum ; # STANDARDVERDI
}
for {ww in 1..J} {
if ksum = 0 then let ksum := 1 ;
let W[member(ww,A)] := 1 ; #Vekt2[member(ww,A)] ; #
}
}
if brukvekt = 0 then {
for {ww in 1..J} {
let W[member(ww,A)] := 1 ;
}
}
}

```

```

if brukvekt = 1 then {
let ksum := 0 ;
for {ww in 1..J} {
if Vekt1[member(ww,A)] != 0 then
let Vekt1[member(ww,A)] := 1/Vekt1[member(ww,A)] ;
let ksum := Vekt1[member(ww,A)] + ksum ;
}
for {ww in 1..J} {
if ksum = 0 then let ksum := 1 ;
let W[member(ww,A)] := Vekt1[member(ww,A)]/ksum ;
}
}
if brukvekt = 2 then {
let ksum := 0 ;
for {ww in 1..J} {
if Vekt5[member(ww,A)] != 0 then
let Vekt5[member(ww,A)] := 1/Vekt5[member(ww,A)] ;
let ksum := Vekt5[member(ww,A)] + ksum ;
}
for {ww in 1..J} {
if ksum = 0 then let ksum := 1 ;
let W[member(ww,A)] := Vekt5[member(ww,A)]/ksum ;
}
}
if brukvekt = 3 then {
let ksum := 0 ;
for {ww in 1..J} {
if Beste[member(ww,A)] != 0 then
let Beste[member(ww,A)] := 1/Beste[member(ww,A)] ;
let ksum := Beste[member(ww,A)] + ksum ;
}
for {ww in 1..J} {
if ksum = 0 then let ksum := 1 ;
let W[member(ww,A)] := Beste[member(ww,A)]/ksum ;
}
}
if brukvekt = 4 then {
let ksum := 0 ;
for {ww in 1..J} {
if VektNy[member(ww,A)] != 0 then
let VektNy[member(ww,A)] := 1/VektNy[member(ww,A)] ;
let ksum := VektNy[member(ww,A)] + ksum ;
}
for {ww in 1..J} {

```

```

if ksum = 0 then let ksum := 1 ;
let W[member(ww,A)] := VektNy[member(ww,A)]/ksum ;
}
}
if brukvekt = 5 then {
let ksum := 0 ;
for {ww in 1..J} {
if VektSMA[member(ww,A)] != 0 then
let VektSMA[member(ww,A)] := 1/VektSMA[member(ww,A)] ;
let ksum := VektSMA[member(ww,A)] + ksum ;
}
for {ww in 1..J} {
if ksum = 0 then let ksum := 1 ;
let W[member(ww,A)] := VektSMA[member(ww,A)]/ksum ;
}
}
if brukvekt = 6 then {
let ksum := 0 ;
for {ww in 1..J} {
if VektTr[member(ww,A)] != 0 then
let VektTr[member(ww,A)] := 1/VektTr[member(ww,A)] ;
let ksum := VektTr[member(ww,A)] + ksum ;
}
for {ww in 1..J} {
if ksum = 0 then let ksum := 1 ;
let W[member(ww,A)] := VektTr[member(ww,A)]/ksum ;
}
}
if brukvekt = 7 then {
let ksum := 0 ;
for {ww in 1..J} {
let W[member(ww,A)] := P[member(ww,A)] ;
}
}
if brukvekt = 8 then {
let ksum := 0 ;
for {ww in 1..J} {
if VektSHV[member(ww,A)] != 0 then
let VektSHV[member(ww,A)] := 1/VektSHV[member(ww,A)] ;
let ksum := VektSHV[member(ww,A)] + ksum ;
}
for {ww in 1..J} {
if ksum = 0 then let ksum := 1 ;
let W[member(ww,A)] := VektSHV[member(ww,A)]/ksum ;
}
}
}

```

```

}
}
#####3
#let Actualnew := to ;
for {ww in 1..J}{
let W[member(ww,A)] := W[member(ww,A)]*ValgtUt[member(ww,A)] ;
}
#####
for{v in 1..J}{
let Prod[member(v,A)] := 1 ;
for {u in from..to}{
let Prod[member(v,A)]
:= Prod[member(v,A)]*R[member(u,D),member(v,A)] ;
}
}
#####

# start kvantiledel for VaR og CVaR #####

let CDF[member(1,A)] := P[member(1,A)] ;
for {k in 2..J } {
let CDF[member(k,A)] := CDF[member(k-1,A)] + P[member(k,A)] ;
}
# aktuelle data sorteres i synkende rekkefølge i PS med PSadress
for {k in 1..J} {
let PS[member(k,A)] := P[member(k,A)] ;
let PSadress[member(k,A)] := k;
}
let ny := J;
for { k in 1..J} {
let ny := ny-1 ;
for { kk in 1..ny } {
if PS[member(kk,A)] < PS[member(kk+1,A)] then {
let temp := PS[member(kk,A)] ;
let PS[member(kk,A)] := PS[member(kk+1,A)] ;
let PS[member(kk+1,A)] := temp ;
let tempadr := PSadress[member(kk,A)] ;
let PSadress[member(kk,A)] := PSadress[member(kk+1,A)];
let PSadress[member(kk+1,A)] := tempadr;
}
}
}
#####
##slutt kvantiledel for CVaR

```



```

#####

#####
# sortering av tapsfunksjon
#####
# finner adresse til kvantiler
let Kvantiladresse[member(1,Kvantil)] := ((J*0.01 +1)*10) div 10 ;
let Kvantiladresse[member(2,Kvantil)] := ((J*0.05 +1)*10) div 10 ;
let Kvantiladresse[member(3,Kvantil)] := ((J*0.1 +1 )*10) div 10 ;
let Kvantiladresse[member(4,Kvantil)] := ((J*0.25 +1 )*10) div 10;
let Kvantiladresse[member(5,Kvantil)] := ((J/2 +1 )*10) div 10 ;
# finner adressen til nedre kvantiler
let Kvantiladresse[member(9,Kvantil)] :=
J +1 - Kvantiladresse[member(1,Kvantil)] ;
let Kvantiladresse[member(8,Kvantil)] :=
J +1 - Kvantiladresse[member(2,Kvantil)] ;
let Kvantiladresse[member(7,Kvantil)] :=
J +1 - Kvantiladresse[member(3,Kvantil)] ;
let Kvantiladresse[member(6,Kvantil)] :=
J +1 - Kvantiladresse[member(4,Kvantil)] ;
let medianadresse := Kvantiladresse[member(5,Kvantil)] ;
# finner verdien til kvantilene
let Vario[member(1,Limits)] :=
LS[member(Kvantiladresse[member(9,Kvantil)] ,A)] ;
let Vario[member(2,Limits)] :=
LS[member(Kvantiladresse[member(8,Kvantil)] ,A)] ;
let Vario[member(3,Limits)] :=
LS[member(Kvantiladresse[member(7,Kvantil)] ,A)] ;
let Vario[member(4,Limits)] :=
LS[member(Kvantiladresse[member(6,Kvantil)] ,A)] ;
let Vario[member(5,Limits)] :=
LS[member(Kvantiladresse[member(5,Kvantil)] ,A)] ;
let Vario[member(9,Limits)] :=
LS[member(Kvantiladresse[member(1,Kvantil)] ,A)] ;
let Vario[member(8,Limits)] :=
LS[member(Kvantiladresse[member(2,Kvantil)] ,A)] ;
let Vario[member(7,Limits)] :=
LS[member(Kvantiladresse[member(3,Kvantil)] ,A)] ;
let Vario[member(6,Limits)] :=
LS[member(Kvantiladresse[member(4,Kvantil)] ,A)] ;
# laveste verdi av wVaR er maksimalt tap
let wVaR := Vario[member(1,Limits)] ;
# programmet velger aktuell verdi for wVaR ved bruk av kindex
if 1 <= kindex <= maxindex then

```

```

{ let wVaR := Vario[member(kindex,Limits)] ; }
if kindex >= 10 then { let wVaR := 0 ; }
# hoeyste verdi paa wVaR settes til 0
if wVaR > 0 then { let wVaR := 0 ; }
# wCVaRpluss settes lik maksimalt tap
let wCVaRpluss := Vario[member(1,Limits)] ;
# wCVaR er det veide gjennomsnitt av wVaR og wCVaRpluss
let wCVaR := lambda*wVaR + (1-lambda)*wCVaRpluss ;
# bruker dummy test for aa unngaa feilmelding ved programavslutning
if wCVaR >= Vario[member(kindex,Limits)] then
{ let wCVaR := Vario[member(kindex,Limits)] ; }
if wCVaR <= wCVaRpluss then
{ let wCVaR :=wCVaRpluss; }
let Statistikkdata[member(1,Statistikk)] := Vario[member(5,Limits)] ;
# finner gjennomsnitt
let Statistikkdata[member(2,Statistikk)] := (sum{j in A} LS[j] )/J ;
let gjennomsnitt := Statistikkdata[member(2,Statistikk)] ;
let varians := (sum{k in 1..J} (LS[member(k,A)]
- gjennomsnitt)^2)*(1/(J-1)) ;
let standard := sqrt(varians ) ;
let skewness := (sum{k in 1..J} ((LS[member(k,A)]
- gjennomsnitt)/standard)^3)*(1/(J-1)) ;
let kurtosis := (sum{k in 1..J} ((LS[member(k,A)]
- gjennomsnitt)/standard)^4)*(1/(J-1)) ;
let kurtosis := kurtosis - 3 ;
let Statistikkdata[member(3,Statistikk)] := varians ;
let Statistikkdata[member(4,Statistikk)] := standard ;
let Statistikkdata[member(5,Statistikk)] := skewness ;
let Statistikkdata[member(6,Statistikk)] := kurtosis ;
# setter verdien lik 0 som skille mellom tap og ikke-tap
let wCVaR := 0 ;
display wCVaR;
#####3

#####
#start for utvalg av risikoindikator varphi
let teller := 0;
for {k in start..itant by steg} {
let varphi := ((k/1000)*0.007 + (1-k/1000)*0.017)/100 - 0.0000000001;
solve;

#####
display k;
printf: "varphi = %10.8f \n", varphi > - ; # portofolio risiko

```

```

#####
# overfoering til den variable Aksjer for spesifisert antall aksjer kan tas ut
#####
#display x ;
for {kkk in 1..J} {
let Aksjer[member(kkk,A)] := 0 ;
if x[member(kkk,A)] >= minporte then let Aksjer[member(kkk,A)]
:= x[member(kkk,A)] + minporte/2 ;
}
let ksum := 0;
for {kkk in 1..J} {
let ksum := ksum + Aksjer[member(kkk,A)] ;
}
if ksum <> 0 or ksum <> 1 then {
for {kkk in 1..J} {
# let ksum := ksum*(1-ksum);
if ksum = 0 then let ksum := 1 ;
let Aksjer[member(kkk,A)]
:= (Aksjer[member(kkk,A)]/ksum*(1-ksum) ) + Aksjer[member(kkk,A)];
}
}
for {kkk in 1..J} {
let Aksjer[member(kkk,A)] := ((Aksjer[member(kkk,A)] *10000) div 10 )/ 1000;
}
display Aksjer;
let ksum := 0;
for {kkk in 1..J} {
let ksum := ksum + Aksjer[member(kkk,A)] ;
}
display ksum;
#####
#Beregning av utbytte for gitt antall aksjer
#####
let utbytte := 0;
for {kkk in 1..J} {
let z[member(kkk,A)] := Aksjer[member(kkk,A)]*Prod[member(kkk,A)] ;
let utbytte := utbytte + z[member(kkk,A)] ;
}
printf: "%10.7f %10.5f \n", sum{j in A} m[j]*x[j],
sum{i in D} abs(sum{j in A} Rdev[i,j]*x[j]) / ant > - ; # eff_front
display utbytte;
#####
let diversifisert := sum {j in A:x[j] > minporte } 1;
display diversifisert ;

```

```

#####
#beholde verdien for senere bruk
let teller := teller + 1 ;
let Resk[teller] := k ;
let Resmu[teller] := varphi ;
let Resut[teller] := utbytte ;
let Resdiv[teller] := diversifisert ;
#####
} #slutt utvalg varphi
break all ;
#####
# beregning av fordeling av type, marked og sektor
for {k in 1..anttype} {
for {j in A} {
let FordelingType[k] := FordelingType[k] + Aksjer[j]*TaMedType[k,j] ;
}
}
for {k in 1..antmark} {
for {j in A} {
let FordelingMarked[k] := FordelingMarked[k] + Aksjer[j]*TaMedMark[k,j] ;
}
}
for {k in 1..antsekt} {
for {j in A} {
let FordelingSektor[k] := FordelingSektor[k] + Aksjer[j]*TaMedSekt[k,j] ;
}
}

display FordelingType;
display FordelingMarked;
display FordelingSektor;

if utskrift > 0 then {
display "Resk" ;
for {jjj in 1..teller} {
printf: "%10.0f \n", Resk[jjj] ;
}
display "Resmu" ;
for {jjj in 1..teller} {
printf: "%10.5f \n", Resmu[jjj] ;
}
display "Resut" ;
for {jjj in 1..teller} {
printf: "%10.5f \n", Resut[jjj] ;
}
}

```

```

}
display "Resdiv" ;
for {jjj in 1..teller} {
printf: "%10.0f \n", Resdiv[jjj] ;
}
display "CDF" ;
for {jjj in 1..J} {
printf: "%10.5f \n", CDF[member(jjj,A)] ;
}
display "snitt" ;
for {jjj in 1..J} {
printf: "%10.5f \n", snitt[member(jjj,A)] ;
}
display "naiv";
for {jjj in 1..J} {
printf: "%10.5f \n", naiv[member(jjj,A)] ;
}
display "drift";
for {jjj in 1..J} {
printf: "%10.5f \n", drift[member(jjj,A)] ;
}
display "Prod";
for {jjj in 1..J} {
printf: "%10.5f \n", Prod[member(jjj,A)] ;
}
display "Aksjer";
for {jjj in 1..J} {
printf: "%10.5f \n", Aksjer[member(jjj,A)] ;
}
display "vektet";
for {jjj in 1..J} {
printf: "%10.5f \n", vektet[member(jjj,A)] ;
}
display "L";
for {jjj in 1..J} {
printf: "%10.5f \n", L[member(jjj,A)] ;
}
display LS;
}
# beregn tidsforbruk av analysen
let time2 := time() ;
let time0 := (time2 - time1) ;
display time0 ;

```

## Tillegg F

# Data fra $\Gamma_4$ eksekveringer

Eksempel med 49 aksjer, 3 ulike risikoaversjoner og minimum utskrift.

\*\*\*\*\*

```
NEOS Server Version 5.0
Job#       : 7684441
Password   :
User       :
Solver     : milp:CPLEX:AMPL
Start      : 2019-11-14 16:39:54
End        : 2019-11-14 16:40:29
Host       : NEOS HTCondor Pool
```

Disclaimer:

This information is provided without any express or implied warranty. In particular, there is no warranty of any kind concerning the fitness of this information for any particular purpose.

\*\*\*\*\*

```
File exists
You are using the solver cplexamp.
Checking ampl.mod for cplex_options...
Checking ampl.com for cplex_options...
Executing AMPL.
processing data.
processing commands.
Executing on prod-exec-1.neos-server.org
```

Presolve eliminates 4092 constraints and 101 variables.  
Adjusted problem:

2452 variables, all linear  
3566 constraints, all linear; 172223 nonzeros  
3566 inequality constraints  
1 linear objective; 47 nonzeros.

CPLEX 12.9.0.0: threads=4  
CPLEX 12.9.0.0: optimal solution; objective 1.001892573  
540 dual simplex iterations (7 in phase I)  
k = 1100

varphi = 0.00006000

Aksjer [\*] :=

AKA 0	HAVI 0.087	REACH 0.004	DNB 0	PHO 0.014
AKERBP 0.024	HLNG 0	SDRL 0	GJF 0	AUSS 0
ARCHER 0	IOX 0.004	SIOFF 0.669	PROTCT 0	BAKKA 0.008
BON 0	KVAER 0	SOFF 0	SRBANK 0	GSF 0.029
BWO 0	OTS 0.001	EQNR 0	STB 0	LSG 0
DNO 0	PEN 0	SUBC 0	VVL 0	NRS 0.017
DOF 0	PGS 0	TGS 0	BIOTEC 0	ORK 0
EIOF 0	PLCS 0	ASC 0	COV 0.045	SALM 0.016
EMGS 0	PRS 0	AKER 0.006	MEDI 0.04	SSC 0.015
FRO 0	QEC 0	AXA 0.007	NAVA 0.006	

;

ksum = 0.992

1.0018926 0.00639

utbyte = 1.57803

diversifisert = 17

Presolve eliminates 4092 constraints and 101 variables.

Adjusted problem:

2452 variables, all linear  
3566 constraints, all linear; 172223 nonzeros  
3566 inequality constraints  
1 linear objective; 47 nonzeros.

CPLEX 12.9.0.0: optimal solution; objective 1.001118194  
2 dual simplex iterations (0 in phase I)  
k = 1350

varphi = 0.00003500

```

Aksjer [*] :=
AKA 0          HAVI 0.05      REACH 0.002      DNB 0          PHO 0.008
AKERBP 0.014   HLNG 0        SDRL 0          GJF 0          AUSS 0
ARCHER 0       IOX 0.002     SIOFF 0.807     PROTCT 0       BAKKA 0.005
BON 0          KVAER 0        SOFF 0          SRBANK 0       GSF 0.017
BWO 0          OTS 0          EQNR 0          STB 0          LSG 0
DNO 0          PEN 0          SUBC 0          VVL 0          NRS 0.01
DOF 0          PGS 0          TGS 0          BIOTEC 0       ORK 0
EIOF 0         PLCS 0         ASC 0           COV 0.026     SALM 0.009
EMGS 0         PRS 0         AKER 0.003     MEDI 0.023     SSC 0.008
FRO 0         QEC 0         AXA 0.004     NAVA 0.003
;

```

ksum = 0.991

1.0011182 0.00372

utbytte = 1.34598

diversifisert = 17

Presolve eliminates 4092 constraints and 101 variables.

Adjusted problem:

2452 variables, all linear

3566 constraints, all linear; 172223 nonzeros

3566 inequality constraints

1 linear objective; 47 nonzeros.

CPLEX 12.9.0.0: optimal solution; objective 1.000343811

2 dual simplex iterations (0 in phase I)

k = 1600

varphi = 0.00001000

```

Aksjer [*] :=
AKA 0          HAVI 0.014   REACH 0          DNB 0          PHO 0.002
AKERBP 0.003   HLNG 0        SDRL 0          GJF 0          AUSS 0
ARCHER 0       IOX 0         SIOFF 0.944     PROTCT 0       BAKKA 0.001
BON 0          KVAER 0       SOFF 0          SRBANK 0       GSF 0.005
BWO 0          OTS 0         EQNR 0          STB 0          LSG 0
DNO 0          PEN 0         SUBC 0          VVL 0          NRS 0.003
DOF 0          PGS 0         TGS 0          BIOTEC 0       ORK 0
EIOF 0         PLCS 0         ASC 0           COV 0.007     SALM 0.002
EMGS 0         PRS 0         AKER 0.001     MEDI 0.006     SSC 0.002
FRO 0         QEC 0         AXA 0.001     NAVA 0.001

```



```
;

ksum = 0.992

1.0003438    0.00106
utbytte = 1.11266

diversifisert = 17

FordelingType [*] :=
1 0.992
2 0
3 0
;

FordelingMarked [*] :=
1 0.992
2 0
3 0
4 0
;

FordelingSektor [*] :=
1 0.961
2 0.002
3 0.016
4 0.013
5 0
6 0
7 0
8 0
9 0
10 0
11 0
12 0
13 0
14 0
15 0
16 0
;

time0 = 33
```

## Tillegg G

# Kjøreoppsett

Kjøringen foregår ved å sende tre ferdigbearbeide filer skrevet i AMPL til serveren: *modellfilen*, *datafilen* og *eksekveringsfilen*. Det er ingen kommunikasjon under kjøring og alle opsjoner må derfor legges inn før filene sendes.

Forberedelse for kjøring går i følgende trin:

1. Velg ut hvilken risikodefinsjon som skal brukes med filekstensjon (Se tillegg C):  
**.mod**
2. Lag til datafilen som skal analyseres i samme format som er vist i seksjon D i filen med filekstensjon (Se Tillegg D):  
**.dat**
3. Sett de ønskede opsjoner som er gitt under i filen (Se Tillegg E)  
Uten endringer brukes standardverdier. Filekstensjon:  
**.fil**
4. Resultatet av analysen vises i nettleser og sendes tilbake som e-mail.  
Omfanget av utskrift er avhengig av valg av parameter under punkt 2.

Under valg av risikodefinsjon under punkt 1, må en velge en og bare en risikodefinsjon ved å kommentere ut de som ikke brukes (ved bruk av kommentartegnet #) ( I eksemplet er  $\Gamma_4$  aktivert):

```
##### variable for basisanalyse#####  
var x{A} ; # Angir portefoljebroeken for j in A  
  
##### ekstra variable for Tapsfunksjonen  
var y{D} >= 0; # Angir risikogrense for i in D for gitt faktor varphi  
var zCVaR{D} ; # variable for analyse av tapsfunksjoner  
##### optimeringskrav - objektfunksjonen#####  
maximize reward: sum{j in A} m1[j]*x[j];
```

```

##### felles sidekrav for basis versjon
s.t. positiv_value_x {j in A}: x[j] >= 0 ;
s.t. tot_mass: (sum{j in A} x[j]) <= 1 ;

##### ekstra sidekrav for tapsfunksjonen
s.t. positiv_value_y {i in D}: y[i] >= 0 ;
s.t. minforymimize : sum{ i in D} y[i] / I <= varphi ;

##### ekstra felles sidekrav for utvidet funksjon:
#s.t. positiv_vekt {j in A}: W[j] >= 0 ;
#s.t. tot_mass_vekt: (sum{j in A} W[j]) <= 1 ;
s.t. dummykrav_sektor {j in A}:
if ValgtUt[j] = 0 then x[j] = 0 ;
s.t. kode_Sektor {k in 1..antsekt}:
sum {j in A} x[j]*TaMedSekt[k,j] <= DelSekt[k] ;
s.t. kode_Marked {k in 1..antmark}:
sum {j in A} x[j]*TaMedMark[k,j] <= DelMark[k] ;
s.t. kode_Type {k in 1..anttype}:
sum {j in A} x[j]*TaMedType[k,j] <= DelType[k] ;
s.t. kode_Sektor_min {k in 1..antsekt}:
sum {j in A} x[j]*TaMedSekt[k,j] >= MinSekt[k] ;
s.t. kode_Marked_min {k in 1..antmark}:
sum {j in A} x[j]*TaMedMark[k,j] >= MinMark[k] ;
s.t. kode_Type_min {k in 1..anttype}:
sum {j in A} x[j]*TaMedType[k,j] >= MinType[k] ;

##### sidekrav for R1
#s.t. r1_risikomin:
# sum{j in A, k in A} W[j]*x[j]*Cov[j,k]*x[k]*W[k] <= varphi ;

##### sidekrav for R2
#s.t. r2_risikomin {i in D}:
# sum{j in A, k in A} W[j]*x[j]*svcov[j,k]*x[k]*W[j] <= varphi ;

##### sidekrav for R3
#s.t. r2_bond{t in D}:
#(sum{i in D, j in A} W[j]*fortegn[i,j]*F[i,j]*x[j])/(I*J) <= varphi ;

##### sidekrav for R4
#s.t. r2_bond{t in D}:
# (sum{i in D, j in A}
# bryter[i,j]*W[j]*fortegn[i,j]*F[i,j]*x[j])/(I*J) <= varphi ;

```

```
##### sidekrav for T4
s.t. loss_function_first {i in D}:
( sum{j in A} W[j]*F[i,j]*x[j]) <= y[i] ;
s.t. loss_function_gen {i in D}:
( sum{j in A} W[j]*F[i,j]*x[j]) <= zCVaR[i];
s.t. limits_low {i in D}: -y[i] <= wCVaR + varphi;
s.t. limits_high {i in D}: wCVaR + varphi <= y[i] ;
s.t. loss_function_null {i in D} :
(sum{j in A} - L[j]*x[j]) <= y[i] ;
```

Under definering av datagrunnlaget i punkt 2 og 3, må data defineres som vist i eksempel i tillegg D.

Under eksekveringen (3) må en velge en løsningsalgoritme (solver) som er tilpasset hvilken risikodefinitjon som brukes. Jeg har brukt:

- CONOPT for ikke-lineære definisjoner av risiko
- CPLEX (MILP-versjon) for lineære definisjoner av risiko

Fremgangsmåten er noe omstendelig. Dersom programmet hadde vært tilgjengelig på egen maskin kunne programmet lest data fra Excel eller Aksess og gitt nødvendige parametre via skjermbilde. Her må alt klargjøres før en sender til serveren.

```
let brukvekt := 0 ; # Avgjoer hvilke vekter som skal brukes.
# 0 bruk Vekt2 alle like er standardverdi
# 1 bruk Vekt1
# 2 bruk Vekt5
# 3 bruk Beste
# 4 bruk VektNy RSA
# 5 bruk SMA
# 6 bruk VektTr
let momentum := 251; # ca 1 aar = 251
let d := 1.0000; # Diskonteringsfaktor standard 1
let from := 1; # Startdato paa data standard 1
let to := I; # Sluttdato paa data standard I
let start := 1100; # Startverdi invers risikoaversjon
let steg := 250; # Steglengde i iterasjon
let itant := 1699; # Sluttverdi invers risikoaversjon (max verdi)
let utskrift := 0 ; # 1 skriver ut detaljer om utregningene
```

```
#####
# Valg av hvilke sektorer, typer og markeder som skal vaere med i analysen
```

```

# Koden er 1 for med, 0 for ikke med
#####
let sektind[ 1] := 1 ; # Energi
let sektind[ 2] := 1 ; # Finans
let sektind[ 3] := 1 ; # Helsevern
let sektind[ 4] := 1 ; # Konsum
let sektind[ 5] := 1 ; # Forbruksvarer
let sektind[ 6] := 1 ; # Egenkapitalbevis
let sektind[ 7] := 1 ; # Industri
let sektind[ 8] := 1 ; # IT
let sektind[ 9] := 1 ; # Eiendom
let sektind[10] := 1 ; # Forsyning
let sektind[11] := 1 ; # Telekom
let sektind[12] := 1 ; # Materialer
let sektind[13] := 1 ; # Underliggende olje
let sektind[14] := 1 ; # Underliggende gull
let sektind[15] := 1 ; # Statsobligasjoner
let sektind[16] := 1 ; # Underliggende verdipapirer
let typeind[1] := 1 ; # Aksjer
let typeind[2] := 1 ; # ETN - raavarer
let typeind[3] := 1 ; # ETN - obligasjoner
let markedind[1] := 1 ; # Oslo Boers
let markedind[2] := 1 ; # Oslo Axxess
let markedind[3] := 1 ; # Oslo Merkur
let markedind[4] := 1 ; # Oslo Boers - ETN marked
# Angir maksimal prosentdel det enkelte kan ta default 1.00 (100%)
let DelSekt[ 1] := 1 ; # Energi
let DelSekt[ 2] := 1 ; # Finans
let DelSekt[ 3] := 1 ; # Helsevern
let DelSekt[ 4] := 1 ; # Konsum
let DelSekt[ 5] := 1 ; # Forbruksvarer
let DelSekt[ 6] := 1 ; # Egenkapitalbevis
let DelSekt[ 7] := 1 ; # Industri
let DelSekt[ 8] := 1 ; # IT
let DelSekt[ 9] := 1 ; # Eiendom
let DelSekt[10] := 1 ; # Forsyning
let DelSekt[11] := 1 ; # Telekom
let DelSekt[12] := 1 ; # Materialer
let DelSekt[13] := 1 ; # Underliggende raavarer olje
let DelSekt[14] := 1 ; # Underliggende raavarer gull
let DelSekt[15] := 1 ; # Statsobligasjoner
let DelSekt[16] := 1 ; # Underliggende verdipapirer
let DelType[1] := 1 ; # Aksjer
let DelType[2] := 1 ; # ETN - raavarer

```

```

let DelType[3] := 1 ; # ETN - obligasjoner
let DelMark[1] := 1; # Oslo Boers
let DelMark[2] := 1; # Oslo Axxess
let DelMark[3] := 1; # Oslo Merkur
let DelMark[4] := 1; # Oslo Boers - ETN marked
# minimums verdier prosentdel det enkelte kan ta default 0 %
let MinSekt[ 1] := 0 ; # Energi
let MinSekt[ 2] := 0 ; # Finans
let MinSekt[ 3] := 0 ; # Helsevern
let MinSekt[ 4] := 0 ; # Konsum
let MinSekt[ 5] := 0 ; # Forbruksvarer
let MinSekt[ 6] := 0 ; # Egenkapitalbevis
let MinSekt[ 7] := 0 ; # Industri
let MinSekt[ 8] := 0 ; # IT
let MinSekt[ 9] := 0 ; # Eiendom
let MinSekt[10] := 0 ; # Forsyning
let MinSekt[11] := 0 ; # Telekom
let MinSekt[12] := 0 ; # Materialer
let MinSekt[13] := 0 ; # Underliggende raavarer olje
let MinSekt[14] := 0 ; # Underliggende raavarer gull
let MinSekt[15] := 0 ; # Statsobligasjoner
let MinSekt[16] := 0 ; # Underliggende verdipapirer
let MinType[1] := 0 ; # Aksjer
let MinType[2] := 0 ; # ETN - raavarer
let MinType[3] := 0 ; # ETN - obligasjoner
let MinMark[1] := 0; # Oslo Boers
let MinMark[2] := 0; # Oslo Axxess
let MinMark[3] := 0; # Oslo Merkur
let MinMark[4] := 0; # Oslo Boers - ETN marked

```

Et eksempel på en kjøring er vist i tillegg F.