

En likevektsmodell med det nye pensjonssystemet

Erlend Dysvik



Masteroppgave i samfunnsøkonomi
Institutt for økonomi, Universitetet i Bergen
August 2008

Innhold

1 Innledning	1
2 Pensjonsreformen	6
2.1 Modell for pensjonsopptjening og -uttak	7
2.1.1 Pensjonsopptjening frem til 62	7
2.1.2 Pensjonsopptjening og -utbetalinger etter 62	8
3 Generell likevektsteori	10
4 En enkel overlappende generasjonsmodell	12
4.1 Konsumentene	12
4.2 Produksjonssiden	15
4.3 Dynamikk	15
5 Modellering av økonomien	18
5.1 Husholdningssektoren	19
5.1.1 Husholdningenes preferanser	20
5.1.2 Husholdningenes budsjettvilkår	21
5.1.3 Optimering over livssyklusen	25
5.2 Produksjonssektoren	25
5.3 Netto utenlandsgjeld og kapitalimport	27
5.4 Offentlig sektor	29
5.5 Løsningsmetode	30
5.6 Parametrisering av modellen	31
5.7 Modellresultater	35
5.8 Sensitivitetsanalyse	41
5.9 Oppsummering	44
6 Konklusjon	47
Litteraturliste	49

Forord

Denne oppgaven markerer slutten på en lang, men trivelig studietilværelse ved Universitetet i Bergen. Arbeidet med oppgaven har lært meg mye. Blant annet at modellering og programmering av store makromodeller er en lang og tidkrevende prosess. Det er da en stor fordel med god hjelp av kyndige personer.

Jeg vil først og fremst takke min veileder Bjørn Sandvik. Fra første dag har han vist et enormt engasjement for oppgaven min, og stilt opp langt over hva en kan forvente av en veileder. Når jeg har stått fast med vanskelige problemstillinger har de gode diskusjonene med Bjørn alltid gitt resultater. Jeg vil også takke Odd Godal for å alltid ha kontordøren åpen når jeg hadde problemer med GAMS.

Av mine med studenter vil jeg først takke Espen Bernhard Kjærgård for å ta seg tid med å lære meg programmeringsspråket i GAMS, han har også lest korrektur på oppgaven. Jeg vil også takke min gode venn Sigurd Birkeland for nyttige diskusjoner rundt oppgaven.

Av andre som har vært til god hjelp vil jeg nevne Bernd Raffelhüschen og Jasmin Häcker ved Universitetet i Freiburg, for å ta seg tid til å svare på enkelte spørsmål rundt modelleringen av modellen.

Til slutt vil jeg gi en liten takk til Erling Vårdal for å tipse meg om muligheten for å skrive innenfor emnet jeg har valgt.

Kapittel 1

Innledning

“Medborgare, vem kan förklara
att tiden aldrig stilla står?
Alle måste vi häden fara,
men vad gör det om hundra år?”
-Cornelis Vreeswijk

I forhold til befolkningsaldring, er Norge per dags dato i en relativt behagelig posisjon. Sysselsettingsraten for eldre er blant de høyeste i OECD, pensjonsutgifter er relativt lave og pensjonister nyter en forholdsvis god dekningsgrad. Fertilitetsraten i Norge er også relativt høy i forhold til andre OECD-land. Likevel vil Norge, i likhet med de fleste OECD-landene, oppleve en signifikant aldring av befolkningen over de neste tiårene. Andelen av befolkningen som er 65 år eller eldre vil øke fra rundt 15 prosent til rundt 24 prosent i 2040. Videre forventes forholdet mellom befolkningen fra og med 65 år og de i arbeidsfør alder, 15-64 år, å øke til cirka 40 prosent i år 2040, omtrent det dobbelte av 2005-nivået. Dette medfører en betydelig fordreining av ressurser mot tjenester for eldre. Med dagens rate av deltaking i arbeidsstyrken som basis, er det forventet at forholdet mellom arbeidere og pensjonister (her alle fra 50 år og over, utenfor arbeidsstyrken) avtar fra nesten 3 arbeidere per pensjonist, i år 2000, til litt over 1,7 i år 2050. Befolkningsveksten til de i arbeidsfør alder vil avta fra nesten 1 prosent i 2005 til nær 0 prosent i 2050 (OECD 2005).

I tillegg til de rene demografiske faktorene, har den økte arbeidsdeltakelsen for kvinner siden 1970 årene stor betydning for fremtidige pensjonsutgifter (inntektsbasert pensjon ble introdusert i 1967). Deltakelsen til kvinner i arbeidsmarkedet har til nå hatt en effekt i økte offentlige inntekter mer enn utgifter, men når disse kohortene, i nær framtid, går av med pensjon, vil de motta mye større pensjonsinntekter enn foregående generasjoner, pensjonsutgiftene vil da øke raskt og betraktelig.

Med disse forholdene i vente er det forventet at Norge vil gå fra å være et lavutgifts- til et høyutgiftsland i forhold til pensjonsutbetalinger. Framskrivninger av aldersrelatert forbruk fra år 2000 til 2050 foretatt av OECD viser at utgifter til alderspensjon som prosent av BNP vil øke fra 4,9 prosent i år 2000 til 13 prosent i år 2050. Videre vil utgifter til tidligpensjonering-sprogram øke fra 2,4 prosent til 4 prosent. Tar vi med uførepensjon øker totale aldersrelaterte utgifter fra 9 prosent til 19 prosent innen 2050 (OECD 2005). Disse tallene er, vel å merke, estimert under forutsetning av at dagens alderspolitikk og pensjonssystem er uforandret.

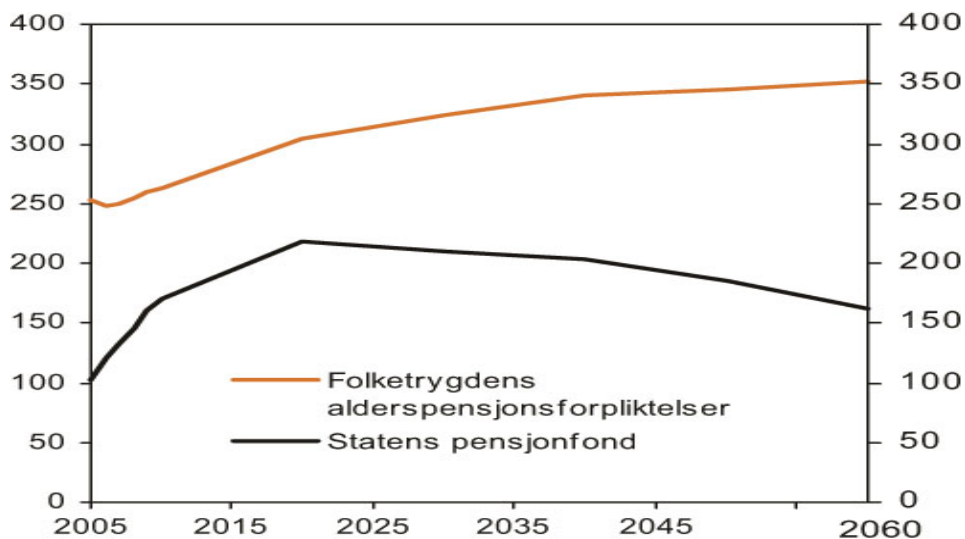
Generelt er det fire måter å angripe problemet på: 1) bygge opp kapital, eller betale ned gjeld, for å finansiere fremtidige utgifter; 2) å gjøre inngenting nå og planlegge å øke skatter i fremtiden for å dekke økte utgifter eller nedprioritere standarden på velferdsgoder; 3) utføre pensjons- og helsereform med mål om å redusere fremtidig utgiftsvekst; 4) utføre brede strukturelle reformer for å øke vekst i BNP, som vil senke prosentvise aldersrelaterte utgifter som andel av BNP. I Norge har vi valgt en blandet strategi med mest vekt på 1 og 3, og på beste måte å unngå alternativ 2.

Pensjonsfondet

For å bygge opp kapital for å finansiere fremtidige pensjonsutgifter ble Statens pensjonsfond opprettet 1. januar 2006 som en overbygning over det som tidligere var Statens petroleumsfond og Folketrygdfondet. Markedsverdien på fondet var ved inngangen av 2008 på 2214 milliarder norske kroner, tilsvarende 132 prosent av fastlands-BNP. Mens nåverdien av allerede opptjente rettigheter til framtidige alderspensjonsutbetalinger fra folketrygden, gitt videreføring av dagens pensjonssystem, ved inngangen av 2008 på 4 184 milliarder kroner, dette tilsvarer 250 prosent av fastlands-BNP (finansdepartementet 2007-2008).

Figur 1.1 viser hvordan nåverdien av allerede opptjente rettigheter til framtidige alderspensjonsutbetalinger fra folketrygden, som andel av fastlands-BNP, stiger kraftig frem til år 2060, gitt videreføring av det "gamle" pensjonssystemet. Som følge av høye petroleumsinntekter øker kapitalen i Statens pensjonsfond for tiden raskere enn folketrygdens forpliktelser til alderspensjon. De opparbeidede rettighetene til alderspensjoner er likevel fortsatt langt større enn kapitalen i Statens pensjonsfond. Inntektene fra petroleumsvirksomheten vil avta etter hvert, og dette reduserer veksten i fondskapitalen. Pensjonsforpliktelsene derimot fortsetter å øke i årene framover. Fremskrivningene illustrerer hvordan Statens pensjonsfond isolert sett ikke er stort nok til å unngå en sterk økning i den finansielle belastningen for de yrkesaktive eller kraftig nedprioritering av andre velferdsoppgaver.

Pensjonsforpliktelser og Pensjonsfondet



Figur 1.1: kilde: finansdepartementet 2007-2008

Pensjonsreform

Nedre aldersgrense for uttak av pensjon i folketrygden er per i dag 67 år. Enkelte yrkesgrupper har derimot en noe lavere pensjonsalder, der enkelte av disse er lovfestet. Den påtvungne pensjonsalderen er 70 år.¹ Selv om det ikke er noen offentlige tidligpensjonsprogrammer eksisterer det flere institusjonelle ordninger som opprinnelig var designet til andre formål, men som brukes formelt og uformelt som muligheter for tidligpensjonering. De av betydning er arbeidsledighetstrygd og uførepensjon. Eldre personer har krav på arbeidsledighetsforsikring for en utvidet periode. Personer som er arbeidsledig ved 64 år har krav på arbeidsledighetsforsikring frem til de når tidligste pensjonsalder ved 67 år. Før de når 64 år, har de mulighet til å være arbeidsledig og motta arbeidsledighetstrygd i 186 uker, dette tilsvarer en mulig pensjonsalder på 60,5 år. For å få arbeidsledighetstrygd er det påkrevd å være aktiv på arbeidsmarkedet, men det er generelt noe avslappede krav for eldre.

Frem til tidlig på 90-tallet var vilkårene for uførepensjon relativt liberale, og arbeidsmakedsforholdene var en viktig faktor i bestemmelsesprosessen. Før en mottar uførepensjon, er sykeforsikring vanligvis utbetalt for et år, med en påfølgende periode påkrevd rehabilitering. For å kvalifisere til uførepensjon må personen påvise en permanent nedsatt arbeidsdyktighet på

¹Etter fylte 70 mottar han/hun full pensjon selv om personen fortsetter i arbeid. En person som pensjoneres mellom 67 og 70 vil motta full pensjon dersom han/hun stopper å arbeide, eller tjener mindre enn 2G (dette tilsvarer 117556 kr i 2004) pensjonen vil deretter bli redusert proporsjonalt.



Figur 1.2: Kilde: St.meld. nr. 5 (2006-2007)

50 %.

Felles for uførepensjon og arbeidsledighetstrygd er at dekningsgraden er relativt høy, fra 60 til 90 prosent av tidligere inntekt, avhengig av hvilke særordninger bedriften har.

I tillegg til de institusjonelle ordningene, er det flere, mer eller mindre, private tidligpensjonsordninger. Den mest omfattende er avtalefestet pensjon (AFP) som ble innført i 1989. AFP-ordningen ble utarbeidet som en del av lønnsforhandlingene mellom LO og NHO i 1988 som en verdig måte å forlate arbeidslivet. Av utgiftene til AFP dekker staten 40 prosent, resten dekkes av arbeidsgiverne. Avgangsalderen i AFP-ordningen var opprinnelig 66 år, men har gradvis blitt nedjustert til 62 år i 1998. Etter hvert som avgangsalderen har blitt nedjustert, har bruken av ordningen økt, AFP omfatter i dag ca. 60 prosent av alle arbeidstakere i Norge. Figur 1.2 illustrerer hvordan virkningen av et stadig mykere pensjonssystem har vært på utviklingen i gjennomsnittlig pensjonsalder i Norge. Det fremkommer tydelig fra figur 1.2 at en trer senere inn i arbeidslivet, mens en pensjoneres i lavere alder i forhold til i da Folketrygden ble innført i 1967. I tillegg gjør økt levealder at pensjonstiden blir ytterligere utvidet, samtidig som en opplever at befolkningen eldes. En pensjonsreform er altså ikke nødvendig kun for å stramme opp regelverket; det er også en nødvendig respons på de nevnte endringer i befolkningen. For å møte utfordringene med økende forventet levealder og stadig aldring av befolkningen må pensjonssystemet reformeres, og en ny pensjonsordning står nå på trappene klar til å innføres i 2010.

Det nye pensjonssystemet åpner for fleksibel alderspensjon i folketrygden

fylte 62 år. Den fleksible alderspensjonen er utformet slik at årlig pensjon skal reflekterer forventet antall år som pensjonist. Det åpnes for uttak av hel eller delvis alderspensjon så lenge disponibel pensjon er minst like høy som minstepensjonsnivået og det vil åpnes for å kombinere uttak av alderspensjon og arbeid uten avkortning av pensjonen.

I denne oppgaven formulerer og løser vi en flerperioders overlappende generasjonsmodell, med endogent arbeidstilbud, konsum og pensjonsuttak, gitt det nye pensjonssystemet. Vi gjør dette med sikte på å analysere hvordan økonomien tilpasser seg det nye pensjonssystemet.

Kapittel 2

Pensjonsreformen

Jeg vil nå redegjøre for pensjonsopptjenings- og uttaksprofilen i det nye pensjonssystemet slik det er lagt frem i Stm5 (2006-2007). Hovedvekt i denne gjennomgangen blir lagt på inntektpensjon, men jeg forklarer også fortløpende vilkårene for opptjening av pensjon for garantipensjonister. Hovedvekten vil lagt på inntektpensjonister fordi det er utfomingen av opptjening for inntektpensjonister vi vil bruke i videre modellering. Hovedtrekkene i pensjonsreformen er

1. Hvert individ kan fra fylte 62 år selv velge når og hvor mye en vil ta ut i pensjon, gitt en øvre grense avhengig av opptjent pensjonsformue.
2. Det er ingen avkorting av pensjon mot inntekt.
3. Pensjonsgivende inntekt defineres som inntekt inntil 7,1 ganger folketrygdens grunnbeløp, G_t , der $G_{2006} = 62892$ kr. Grunnbeløpet blir årlig justert i forhold til det gjennomsnittlige lønnsnivået.
4. Den samlede pensjonsopptjeningen gir en årlig utbetaling på 1,35% av denne inntekten fra basisåret. Et individs basisår er det året hvor kohorten til individet har en gjenstående levetid på 17 år.
5. Lavinntektsgrupper blir sikret med en garantipensjon på $1,79G_t$, i tillegg til inntektsbasert pensjon avkortet med en faktor på 0,8.
6. Et individs samlede pensjonsopptjening justeres, frem til overføringsstart, med reallønnsveksten. Etter overføringsstart blir den årlige justeringen redusert til halvparten av reallønnsveksten.

De mest fremtredende endringene i det nye pensjonssystemet er 1) skillet mellom beslutningen om når en starter pensjonsoverføringene, og beslutningen om på hvilket tidspunkt en trer ut av arbeidslivet; og 2) levealdersjusteringen, det vil si opparbeidede rettigheters justering for forventet gjenstående levealder på uttakstidspunktet. Reformen trer i

kraft fra 2010, med gradvis innfasing av den nye opptjeningsmodellens levealdersjusteringen inntreer umiddelbart.

2.1 Modell for pensjonsopptjening og -uttak

Modellen jeg presenterer for pensjonsopptjening og uttak bygger på Kurzhals (2007) som er basert på Stm5 (2006-2007).

2.1.1 Pensjonsopptjening frem til 62

Pensjonsformuebidraget, f_t^i , til individ i på tidspunkt t , er individ i sin inntekt i_t^i , under taket for pensjonsopptjening, $\bar{G}_t = 7,1G_t$, multiplisert med opptjeningsraten, $\sigma_t = 0,0135$, og forventet gjenstående levetid i basisåret, Ψ^B . Dette gir følgende definisjon av pensjonsformuebidraget.

$$f_t^i := \sigma_t \Psi^B \min(i_t^i, \bar{G}_t) \quad (2.1)$$

Når forventet gjenstående levetid for et individs kohort, Ψ_{t,k_t} , beregnes, tas det utgangspunkt i det året kohorten fyller 60. Basisåret til en kohort, k , er definert som det året der forventet gjenstående levetid til kohorten på tidspunkt t er $\Psi_{t,k_t} = \Psi^B$. I modelleringen er $\Psi^B = 17$, og basisåret til en kohort er dermed det året da forventet gjenstående levetid etter fylte 60 er 17 år. Grunnbeløpet, G_t , justeres årlig med den nominelle gjennomsnittlige lønnsveksten, \hat{w}_{t+1}^N , fra tidspunkt t til $t+1$, slik at $G_{t+1} = G_t(1 + \hat{w}_{t+1}^N)$.

Realavkastning Den nominelle avkastningsraten for pensjonsformuen til individ i fra tidspunkt t til $t+1$, R_{t+1}^{NP} , er gitt ved lønnsveksten fra tidspunkt t til $t+1$ før pensjonsuttak og gjennomsnittet av lønns- og prisvekst etter pensjonsuttak. La \hat{w}_{t+1} betegne prosentvis vekst i reallønnsnivået fra tidspunkt t til $t+1$ og \hat{p}_{t+1} prosentvis endring i prisnivået i samme tidsrom. Prosentvis endring i det *nominelle* prisnivået kan da uttrykkes som $\hat{w}_{t+1}^N = \hat{w}_{t+1} + \hat{p}_{t+1}$, som gir $\hat{w}_{t+1} = \hat{w}_{t+1}^N - \hat{p}_{t+1}$ som uttrykk for prosentvis endring i reallønnsnivået. Den reelle avkastningsraten på opptjent pensjonsformue fra tidspunkt t til $t+1$ før pensjonsuttak er gitt ved reallønnsveksten i økonomien. Etter første pensjonsuttak er den gitt ved et gjennomsnitt av den nominelle lønnsveksten og prisveksten fratrukket prisveksten, dvs. $\frac{\hat{w}_{t+1}^N + \hat{p}_{t+1}}{2} - \hat{p}_{t+1} = \frac{\hat{w}_{t+1}^N - \hat{p}_{t+1}}{2}$ som tilsvarende halvparten av veksten i reallønnsnivået. Realavkastningen fra tidspunkt t til $t+1$ for pensjonsformuen til individ i kan derfor uttrykkes som

$$R_{t+1}^P = \begin{cases} 1 + \hat{w}_{t+1} & \text{før pensjonsuttak} \\ 1 + \frac{\hat{w}_{t+1}}{2} & \text{etter} \end{cases} \quad (2.2)$$

For mottakere av garantipensjon er realavkastningen derimot alltid $R_{t+1}^P = 1 + \widehat{w}_{t+1}$. Slik blir fremtidige pensjonister sikret en utvikling i pensjonsutbetalinger på linje med lønnsutviklingen frem til overføringene starter.

Pensjonsformuen Pensjonsformuen på tidspunkt $t + 1$, F_{t+1}^{Pi} , før første pensjonsuttak, er gitt ved samlet opptjent pensjonsformue fram til tidspunkt t tillagt pensjonsformuebidraget på tidspunkt t , der summen av disse blir justert med avkastningsraten, R_{t+1}^P . Dette kan uttrykkes som

$$F_{t+1}^{Pi} := (F_t^{Pi} + f_t^i)R_{t+1}^P \quad (2.3)$$

2.1.2 Pensjonsopptjening og -utbetalinger etter 62

La k_i være kohorten til individ i . Hvert år fra individet når alder for første mulige pensjonsuttak, dvs. for $t \geq k_i + 62$, har individet mulighet til å heve pensjon, μ_t^i , innenfor det disponible beløpet $\bar{\mu}_t^{Ii}$, det vil si $0 \leq \mu_t^i \leq \bar{\mu}_t^{Ii}$. Selv om individet velger å ta ut pensjon har det fortsatt mulighet til å stå i arbeid uten avkortning av pensjon. Videre gir all arbeidsinntekt, uavhengig av om individet hever pensjon eller ei, videre pensjonsopptjening.

Disponibel pensjon ved 62 Den disponible pensjonen, $\bar{\mu}_t^{Ii}$, for et individ i på tidspunkt $t = k_i + 62$, er individets opptjente pensjonsformue på tidspunktet, dividert på den gjenstående levetiden, Ψ_{t,k_i} , til individets kohort på tidspunktet:

$$\bar{\mu}_t^{Ii} = \frac{F_t^{Pi}}{\Psi_{t,k_i}} \quad (2.4)$$

Denne formuleringen sikrer at individet ikke kan fremskynde pensjonsutbetalingene, og at individets disponible pensjonsutbetaling tilsvarer opptjent formue fordelt over antall år som pensjonist.

For pensjonister som mottar garantipensjon er den maksimale disponible pensjonen, $\bar{\mu}_t^{Gi}$, til individ i på tidspunkt $t = k_i + 62$, minstepensjonen, $\underline{\mu}_t = 1,79G_t$ dividert på forventet levetid for i sin kohort k på tidspunkt t relativt til forventet levealder i basisåret $t_{k_i}^B$ for samme kohort. I tillegg kommer en andel, $1 - \lambda_t$, av den maksimale inntektpensjonen på tidspunkt t .

$$\bar{\mu}_t^{Gi} := \underline{\mu}_t \frac{\Psi^B}{\Psi_{t,k_i}} + (1 - \lambda_t) \bar{\mu}_t^{Ii}$$

Hvilket betyr at minstepensjonen er det laveste beløpet en oppnår. Avkortningsatsen for garantipensjon, $\lambda_t = 0,8$, betyr at garantipensjonister i tillegg mottar en femtedel av videre pensjonsopptjening fra inntekt, vel å

merke inntil en får et større beløp ved inntekt, enn det som tilsvarer garantipensjon.

Disponibel pensjon etter 62 Utviklingen i disponibel pensjon for inntektpensjonister er

$$\bar{\mu}_{t+1}^{Ii} := \left(\bar{\mu}_t^{Ii} + \frac{f_t^i + \bar{\mu}_t^{Ii} - \mu_t^{Ii}}{\Psi_{t+1, k_i}} \right) R_{t+1}^P \text{ for } t - k_i > 62 \quad (2.5)$$

Ligning 2.5 viser at disponibel pensjon på tidspunkt t blir fullt ut videreført til tidspunkt $t + 1$. Den øker fra tidspunkt t til $t + 1$ med summen av pensjonsformuebidraget og differansen mellom disponibel pensjon og pensjonsuttak på tidspunkt t , delt på gjenstående levealder på tidspunkt $t + 1$. Videre justeres dette med avkastningsraten fra tidspunkt t til $t + 1$.

Den disponible pensjonen for garantipensjonister tilsvarer den for inntektpensjonister, bortsett fra den nevnte avkortningssatsen, λ_t , fra videre opptjening. Samtidig endres ikke avkastningsraten, R_t^P , for garantipensjonister etter fylte 62 år.

$$\bar{\mu}_{t+1}^{Gi} := \left(\bar{\mu}_t^{Gi} \frac{(1 - \lambda_t) f_t^i + \bar{\mu}_t^{Gi} - \mu_t^{Gi}}{\Psi_{t+1, k_i}} \right) R_{t+1}^P \text{ for } t - k_i > 62 \quad (2.6)$$

Et mål med det nye pensjonssystemet er å få folk til å stå lenger i arbeid etter hvert som kohortenes levealder øker. Vi vil derfor implementere hovedtrekkene i det nye pensjonssystemet i en flerperioders overlappende generasjonsmodell. Vi vil i denne modellen se vekk fra garantipensjonister, siden vi fokuserer på representative individ i hver kohort, og disse er en inntektpensjonister.

I fare for å foregripe begivenhetene, vil vi først presentere modellteknikkene, og rammeverket vi bruker for å konstruere en relativt komplisert modell med flere sameksisterende generasjoner.

Kapittel 3

Generell likevektsteori

I denne oppgaven er vi interessert i å modellere hvordan det nye pensjonssystemet vil påvirke et individs beslutning om å gå av med pensjon. For å gjøre dette vil vi benytte oss av en overlappende generasjonsmodell som forklarer hvordan nyttemaksimerende individer tilpasser konsum, fritid og sparing når tid er diskret. Overlappende generasjonsmodeller er en egenart innen generell likevektsteori, leser fortjener derfor en forklaring på hva generell likevektsteori kan forklare og hvilke begrensninger den bærer med seg.

Generell likevektsteori er en gren innen mikroøkonomisk teori og er en utvidelse av partiell likevektsteori. Partiell likevektsteori er en studie av likevekt og endringer i likevekt i ett marked isolert. I partiell likevekt-sanalyser, hvor priser og kvantum av andre goder holdes fast, ignoreres implisitt muligheten for at hendelser i andre markeder vil kunne påvirke likevektspriser og -kvantum for markedet i analysen og vice versa. Studeres slike marked i et bredere perspektiv kan det enkelt demonstreres at markedet for goder og tjenester ikke opererer isolert, men er gjensidig avhengig av hverandre, da hendelser som påvirker ett marked påvirker den økonomiske utførelsen til andre markeder. Generell likevektsteori søker å forklare hvordan tilbud, etterspørsel og priser bestemmes simultant i en økonomi med to eller flere markeder.

Generell likevektsteoris begrensning av å forklare økonomisk likevekt, bygger på at en virkelig økonomisk bruk av informasjon og kalkulasjon av likevekter har med prosesser å gjøre, mens generell likevektsteori kun behandler økonomier i likevekt. Hva er det så som er interessant med generell likevektsteori? En grunn til å studere generell likevektsteori er at den er den mest fornuftige måten å forenkle en forvirrende og komplisert økonomisk virkelighet, til en struktur som er enkel nok til å huske, analysere og forstå. Teorien gir oss også et rammeverk for tanker og spørsmål om hvordan en virkelig økonomi fungerer. I tillegg vil en modell kunne stimulere til økonomisk innsikt, med innsikt menes korte beskrivelser av styringsmekanismer i det økonomiske liv. Selv om bare velgjort empirisk arbeid kan bekrefte

slik innsikt, vil de være kilder til nyttige ideer. I denne oppgaven vil jeg beskrive en slik innsikt når jeg bruker en overlappende generasjonsmodell for å diskutere følgene av det nye pensjonssystemet på pensjonsbeslutningen for individer.

“A trap to be avoided, I believe, is to accept general equilibrium theory uncritically as true. A healthier attitude is to think of the theory as tentative and to be modified as knowledge accumulates about how actual economies function.” Bewley (2007)

For å forstå generell likevektsteori er det viktig å ha klart for seg hva den kan og ikke kan brukes til. Det ville for eksempel vært uklokt å sette opp en modell for å simulere en økonomi i detalj, i håp om å oppnå nøyaktige prediksjoner. En slik simulering ville krevd radikale utvidelser av standard modellen for generell likevekt, siden denne utelukker flere viktige aspekter av virkeligheten. Dette er aspekter som eksternaliteter, imperfekte markeder, fravær av enkelte markeder, forventninger og usikkerhet, økende skalaavkastning, rigide priser og mangel på markedsklarering. Selv om mange av disse aspektene er inkludert i anvendte generelle likevektsmodeller, vil en modell som inkluderte alle, mest sannsynlig blitt alt for stor og komplisert. De mest suksessfulle simuleringene bruker relativt forenklede modeller som gir røffe estimater.

Kapittel 4

En enkel overlappende generasjonsmodell

I det følgende vil jeg gjennomgå en enkel overlappende generasjonsmodell (OLG) med et pay as you go skattesystem. Denne modellen vil danne grunnlaget for de videre utvidelsene som behøves for å løse for likevekt i arbeidstilbudet og beslutning om når å avgå med pensjon. Den vil også gi leser en generell innføring i oppbygging og forståelse av rammeverket til oppgaven.

4.1 Konsumentene

I modellen antar vi at hvert individ lever i to perioder og kan deles inn i to livsperioder definert som ung og gammel. De unge har inntekt fra arbeid, vi ser vekk fra fritid og antar at hvert individ innelastisk yter én enhet innsats, inntekten fordeles over konsum og sparing. I tillegg betaler de unge en lump sum skatt som går direkte til de eldre på samme tidspunkt. De eldre lever av oppsparte midler samt en overføring fra de unge på samme tidspunkt, vi ser vekk fra arv. På neste tidspunkt dør de eldre og forlater modellen, de unge fra forrige tidspunkt går over i kategori gammel, og en ny generasjon unge entrer modellen. På hvert tidspunkt lever det L_t individer født i (begynnelsen av) periode t og L_{t-1} individer født i periode $t-1$. $L_t = (1 + n_t)L_{t-1}$, der n_t er befolkningsveksten fra tidspunkt $t - 1$ til t .

Vi antar at hver generasjons atferd kan representeres ved atferden til et representativt individ. Individet født på tidspunkt t har nyttefunksjonen:

$$u_t = [C_t^1]^\beta [C_{t+1}^2]^{1-\beta}, \beta \in [0, 1] \quad (4.1)$$

Fotskriften indikerer hvilket tidspunkt individet er i og toppskriften indikerer livsperiode til individet. Dvs. C_t^1 er konsumet for individet i tidspunkt t som ung (1) og C_{t+1}^2 er konsumet til det samme individet på tidspunkt $t+1$ der

individet har kategori gammel (2). β indikerer individets preferanse mellom konsum i periode t og $t+1$.

I første periode konsumerer individet sin inntekt, w_t , fratrukket sparing, S_t^1 , og en lump sum skatt, τ_t . Toppskriften på spareraten indikerer hvilken livsperiode individet er i. Konsumet for første periode kan skrives som:

$$C_t^1 = w_t - S_t^1 - \tau_t \quad (4.2)$$

I neste periode konsumerer individet privat sparing med avkastning til realrente r_{t+1} , som er realrenten fra periode t til $t+1$. I tillegg får individet en adferdsuavhengig overføring fra det offentlige tr_{t+1} . Konsum i periode to kan derfor skrives som:

$$C_{t+1}^2 = (1 + r_{t+1})S_t^1 + tr_{t+1} \quad (4.3)$$

Overføringen tr_{t+1} er avhengig av størrelsen på skatten de unge må betale på tidspunkt $t+1$, og antall unge på tidspunkt $t+1$. Dette kan uttrykkes som:

$$tr_{t+1} = (1 + n_{t+1})\tau_{t+1} \quad (4.4)$$

Løser vi ligning 4.2 for sparing i første periode og setter inn for sparing og overføring, på tidspunkt $t+1$, i ligning 4.3 får vi følgende uttrykk for konsum i livsperiode to på tidspunkt $t+1$:

$$C_{t+1}^2 = (1 + r_{t+1})(w_t - \tau_t - C_t^1) + (1 + n_{t+1})\tau_{t+1} \quad (4.5)$$

Dette uttrykket kan skrives slik at nåverdien av konsum for de to periodene er lik nåverdien av inntekt:

$$C_t^1 + \frac{C_{t+1}^2}{1 + r_{t+1}} = w_t - \left(\tau_t - \frac{1 + n_{t+1}}{1 + r_{t+1}} \tau_{t+1} \right) \quad (4.6)$$

Uttrykket over gir budsjettvilkåret til individene, vi ser at forholdet $\frac{1+n_{t+1}}{1+r_{t+1}}$, og differansen mellom τ_t og τ_{t+1} , bestemmer hvorvidt individene er tjent med pensjonssystemet. Forutsatt at $\tau_t = \tau_{t+1}$, ser vi at dersom realrenten er større enn befolkningsveksten gir pensjonssystemet en lavere nåverdi på konsum siden individene kunne kommet bedre ut ved å tilpasse seg på egenhånd. Dersom realrenten er lik befolkningsveksten har pensjonssystemet ingen påvirkning for nåverdien av konsum, og hvis befolkningsveksten er større enn realrenten vil nåverdien av konsum være større enn uten pensjonssystemet. Merk også at en økning i skattesatsene på tidspunkt $t+1$, dvs. $\tau_t < \tau_{t+1}$, vil øke nåverdien av konsum, og omvendt dersom skattesatsene reduseres på tidspunkt $t+1$.

Optimalt konsum over de to periodene kan løses ved å maksimere nytten gitt budsjettvilkåret, dette kan gjøres med Lagrange-metoden. Individene står da ovenfor følgende maksimeringsproblem:

$$L = [C_t^1]^\beta [C_{t+1}^2]^{1-\beta} - \lambda \left[C_t^1 + \frac{C_{t+1}^2}{1+r_{t+1}} - \left(w_t - \left(\tau_t - \frac{1+n_{t+1}}{1+r_{t+1}} \tau_{t+1} \right) \right) \right] \quad (4.7)$$

Førsteordensvilkårene for C_t^1 og C_{t+1}^2 er gitt ved:

$$\beta \frac{u_t}{C_t^1} = \lambda \quad (4.8)$$

$$(1-\beta) \frac{u_t}{C_{t+1}^2} = (1+r_{t+1})\lambda \quad (4.9)$$

Ved å sette ligning 4.8 inn i 4.9 og løse for konsum i andre periode relativt til første periode får vi:

$$\frac{C_{t+1}^2}{C_t^1} = \frac{1-\beta}{\beta} (1+r_{t+1}) \quad (4.10)$$

Ligning 4.10 viser at konsum i andre periode relativt til første periode øker dersom renten går opp og synker dersom øker. Dette er naturlig siden økt rente gir høyere avkastning på sparing og en høyere gjør individene mer opptatt av konsum første periode.

Ved å løse uttrykk 4.10 for C_t^1 og C_{t+1}^2 kan vi bruke budsjettvilkåret 4.6 til å uttrykke optimalt konsum i første og andre periode. Vi får følgende uttrykk for C_t^1 og C_{t+1}^2 .

$$C_t^1 = \beta \left[w_t - \left(\tau_t - \frac{1+n_{t+1}}{1+r_{t+1}} \tau_{t+1} \right) \right] \quad (4.11)$$

$$C_{t+1}^2 = (1-\beta)(1+r_{t+1}) \left[w_t - \left(\tau_t - \frac{1+n_{t+1}}{1+r_{t+1}} \tau_{t+1} \right) \right] \quad (4.12)$$

Ved å sette ligning 4.11 inn i ligning 4.2 kan vi løse for sparingen til de unge på tidspunkt t:

$$s_t^1 = w_t - \tau_t - C_t^1 = (1-\beta)w_t - \left((1-\beta)\tau_t + \frac{\beta(1+n_{t+1})}{1+r_{t+1}} \tau_{t+1} \right) \quad (4.13)$$

Det første leddet i 4.13 er den spareraten de unge ville realisert dersom pensjonssystemet ikke eksisterte. Det andre leddet uttrykker hvor mye spareraten blir redusert som følge av pensjonssystemet. Vi ser at spareraten påvirkes positivt av økt realrente og negativt av økt befolkningsvekst. Dette gir mening siden økt realrente gir høyere avkastning på sparing, mens økt befolkningsvekst gjør individet rikere i andre periode på grunn av økt over-

føring, dette gjør at individet kan spare mindre og konsumere mer i første periode uten at det påvirker konsumet i andre periode.

4.2 Produksjonssiden

Produksjonssiden i modellen representeres med en standard Cobb-Douglas produktfunksjon med konstant skalaavkastning. Produktfunksjonen viser produksjon på tidspunkt t , Y_t som en funksjon av total kapital tilgjengelig til produksjon på tidspunkt t , K_t og arbeidskraften (bestående av alle unge på tidspunkt t) som brukes i produksjon på tidspunkt t , L_t . Vi ser her vekk fra teknologivekst:

$$Y_t = K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}, \alpha \in \langle 0, 1 \rangle \quad (4.14)$$

Andelene av kapitalinntekt og arbeidsinntekt i BNP er henholdsvis α og $1 - \alpha$. Størrelsen α er en konstant parameter mellom 0 og 1, summen av eksponentene vil derfor summere seg til 1, dette impliserer konstant skalaavkastning. Dvs. hvis vi dobler hver av innsatsfaktorene, K og L , vil også Y dobles. Produktfunksjonen kan alternativt uttrykkes på intensiv form, som en sammenheng mellom BNP per sysselsatt, $\frac{Y_t}{L_t}$, og mengden av realkapital per sysselsatt, $\frac{K_t}{L_t}$.

$$y_t = \frac{Y_t}{L_t} = \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^\alpha = k_t^\alpha \quad (4.15)$$

Her er y_t produksjon per sysselsatt og kapitalintensiteten k_t er mengden kapital per sysselsatt. Når markedene er kompetitive er realrenten lik avkastingsraten på kapital, som er marginalproduktet til kapital minus kapitalslit, og arbeiderne får betalt sitt marginalprodukt. Vi antar en lukket økonomi og full sikkerhet om fremtiden.

$$r_t = \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} - \delta = \frac{\partial(L_t y_t)}{\partial K_t} - \delta = L_t \frac{\partial y_t}{\partial k_t} \frac{\partial k_t}{\partial K_t} - \delta = L_t \alpha k_t^{\alpha-1} \frac{1}{L_t} - \delta = \alpha k_t^{\alpha-1} - \delta \quad (4.16)$$

$$w_t = \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = \frac{\partial(L_t y_t)}{\partial L_t} = y_t + L_t \alpha k_t^{\alpha-1} \left(-\frac{K_t}{L_t^2}\right) = k_t^\alpha - \alpha k_t^\alpha = (1-\alpha)k_t^\alpha \quad (4.17)$$

4.3 Dynamikk

Vi er interessert i å se hvordan kapitalintensiteten utvikler seg over tid. Hvordan denne utvikler seg avgjør konsumfordelingen mellom C_t^1 , C_{t+1}^2 og sparingen, S_t^1 sin utvikling over tid.

Kapitalbeholdningen på tidspunkt $t+1$ er mengden spart av de unge på tidspunkt t , minus depresiering. Dette kan uttrykkes som

$$K_{t+1} = S_t^1 L_t (1 - \delta) \quad (4.18)$$

Setter vi inn uttrykket for spareraten, ligning 4.13 får vi følgende uttrykk

$$K_{t+1} = \left[(1 - \beta)(1 - \alpha)k_t^\alpha - \left((1 - \beta)\tau_t + \frac{\beta(1 + n_{t+1})}{1 + \alpha k_{t+1}^{\alpha-1} - \delta} \tau_{t+1} \right) \right] L_t (1 - \delta) \quad (4.19)$$

Vi ønsker å uttrykke 4.19 ved kapitalintensiteten på tidspunkt $t+1$. Vi gjør dette ved å dividere hver side med L_{t+1} , vi har fra før definert $L_{t+1} = (1 + n_{t+1})L_t$. Vi får da følgende uttrykk for k_{t+1}

$$k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} = \frac{(1 - \delta)(1 - \beta)(1 - \alpha)k_t^\alpha}{1 + n_{t+1}} - \frac{1 - \delta}{1 + n_{t+1}} \left((1 - \beta)\tau_t + \frac{\beta(1 + n_{t+1})}{1 + \alpha k_{t+1}^{\alpha-1} - \delta} \tau_{t+1} \right) \quad (4.20)$$

Ligning 4.20 definerer implisitt k_{t+1} som en funksjon av k_t , n_{t+1} , τ_t og τ_{t+1} . Den definerer k_{t+1} kun implisitt fordi k_{t+1} forekommer på høyresiden av ligningen, så vel som på venstresiden. Ligningen avgjør derfor hvordan k utvikler seg over tid gitt sine initialverdier. En verdi av k_t slik at $k_{t+1} = k_t$ tilfredsstiller en balansert vekstbaneverdi for kapitalintensiteten k , Dvs. så snart k når denne verdien vil den forbli der.

Det første leddet i ligning 4.20 viser hvordan utviklingen i kapitalintensiteten ville blitt uten skattesystemet, mens det andre leddet viser hvordan skattesystemet påvirker utviklingen i kapitalintensiteten. Vi ser tydelig at skattesystemet påvirker k negativt, dette er rimelig siden skatten de unge betaler senker disponibel inntekt å spare av i første periode. Skatten betales, som tidligere nevnt, direkte til de som er gammel, og disse spiser alt uten å spare.

Modellen med to sameksisterende generasjoner som optimerer konsum over sine to livsperioder gir et oversiktlig innblikk i hvordan overlappende generasjonsmodeller er satt sammen, og hvordan dynamikken utvikles over tid. På den ene siden av økonomien optimerer konsumentene sitt livsløpskonsum, avhengig av forholdene befolkningsvekst, realrente og nivå på skatt. På den andre siden av økonomien bestemmes produksjonen, avhengig av hvor mye kapital og arbeidskraft som er tilgjengelig. Hvor mye kapital som er tilgjengelig er bestemt fra konsumentensiden og er avhengig av hvilken pris konsumentene får på sparing, dvs. realrenten. Realrenten er i sin tur avhengig av hvor mye kapital som er tilgjengelig, dvs. hvor mye konsumentene sparer.

Selv om den enkle OLG-modellen har flere analytiske fordeler i sin enkelhet, gir den kun et basisrammeverk for videre utvidelser når det nye pensjonssystemet skal implementeres. Forenklinger som innelastisk arbeidstilbud og to livsperioder, der konsumentene automatisk pensjoneres i sin andre livsperiode, blir relativt nytteløse når vi er interessert i å modellere avgangstidspunkt og endringer i arbeidstilbud.

Kapittel 5

Modellering av økonomien

Etter å ha gjennomgått livssyklusstilpassning og dynamisk generell likevekt i en olg-modell med to sameksisterende generasjoner, utvider vi nå til en mer realistisk simuleringsmodell med multiple sameksisterende generasjoner. Selv om modellen i kapittel 3 egner seg godt som et analytisk verktøy for å forstå rammeverket og dynamikken i en overlappende generasjonsmodell, er den uegnet til å analysere virkningene av det nye pensjonssystemet. For eksempel er antakelsene om eksogent arbeidstilbud, adferdsuavhengig pensjon og konstant levealder åpenbare svakheter. I modellen er økonomien også antatt å være lukket. Som en følge av denne antakelsen er realavkastningen på kapital endogen i modellen. Siden Norge er en liten åpen økonomi, blir lukket-økonomi-antakelsen urealistisk. Det er liten grunn til å tro at en liten åpen økonomi, som Norge, kan påvirke egne priser, i møte med en verdensøkonomi. Hvis marginalavkastningen på kapital er lavere hjemme enn i utlandet, vil kapitalen hjemme flyttes utenlands hvor marginalavkastningen er høyere. På den andre siden vil utenlands kapital flyttes til hjemlandet dersom marginalavkastningen er bedre der enn i utlandet. Siden grenseavkastningen på kapital er avtakende, vil disse mekanismene implisere at marginalavkastningen på kapital må være lik over landegrensene. Siden Norge er et lite land, er det innlysende at det er verdensøkonomien som påvirker kapitalavkastningen og ikke Norge. Marginalavkastningen på kapital, dvs. realrenten, vil derfor være gitt eksogent i denne modellen.

I denne modellen er økonomien delt inn i tre sektorer, en husholdningssektor, en produksjonssektor og en offentlig sektor, samtidig kalkulerer vi netto fordringer til utlandet. Vi antar at det kun er en makrovarer i økonomien, slik at konsumvarer og kapital er samme varer. For husholdningssektoren er individene fri til å allokere konsum av både goder og fritid over livssyklusen, arbeidstilbudet er derfor endogen. Pensjonssystemet utvides til å være adferdsavhengig i tråd med pensjonsopptjening og pensjonsuttak i det nye pensjonssystemet, og levealderen til kohortene i modellen varierer over tid. Vi antar en liten åpen økonomi der priser blir bestemt i

verdensmarkedet. Vi utelukker med dette alle makroøkonomiske følger på faktorpriser. Når kapitaltilbudet øker i vår analyse, vil realrenten, som er bestemt i verdensmarkedet, forbli uendret.

Kapitaletterspørselen i produksjonssektoren vil, som følge av fri flyt av kapital med verdensmarkedet, være uavhengig av innlands kapitaltilbud. Dersom tilbudet av kapital er større enn etterspørselen i økonomien vil overskuddet plasseres i verdensmarkedet, og hvis tilbudet er lavere enn etterspørselen i økonomien, vil kapital lånes fra verdensmarkedet. Dette danner netto fordringer til utlandet for hver periode.

I modellen har den offentlige sektoren kun inntekter fra beskatning av husholdningers lønns- og pensjonsinntekt. De offentlige utgiftene i modellen er pensjonsutgifter, som er et resultat av kohortenes pensjonsopptjening, og kohortenes størrelse. Vi antar at overskuddet etter pensjonsutbetalinger brukes fullt ut i hver periode, uten å påvirke kohortenes optimering over livssyklusen. Vi antar videre at offentlig sektor ikke har mulighet til å endre skatten i økonomien. Vi får da et resultat som tilsier hvor mye offentlige utgifter til pensjonsutbetalinger endrer seg i forhold til inntekter, ved en gitt skattesats. Måten vi modellerer offentlig sektor på, fører til at vi utelukker økonomiske virkninger som følge av endringer i offentlig konsum. Dette er en kraftig forenkling av virkeligheten, men hensiktsmessig i forhold til omfanget av denne oppgaven. Mer omfattende diskusjon rundt dette kommer i diskusjonskapittelet.

5.1 Husholdningssektoren

På et hvert tidspunkt består husholdningssektoren av antall kohorter som er i modellen på dette tidspunktet. Hvor mange kohorter som er i modellen på et gitt tidspunkt er bestemt av levealderen til den eldste kohorten på det gitte tidspunktet. Siden levealderen til kohortene øker over tid, vil også antall simultane kohorter øke over tid. Hvert år entrer en ny kohort modellen. Individene starter sin livssyklus i modellen når de er 22 år.

Vi antar at en kohorts adferd kan representeres ved et representativt individ i hver kohort og disse er identiske over kohortene i modellen. Dermed er forskjeller i tilpasning utelukkende forårsaket av forskjeller i økonomiske beskrankninger. Vi antar at alle individer i en kohort har den samme økonomiske beskrankningen. Alle forskjeller i økonomiske beskrankninger er da forskjeller mellom kohortene.

Hver kohort tilpasser sitt konsum av goder og fritid under full sikkerhet over livssyklusen. Videre antar vi at kohortene verken mottar eller etterlater noen form for arv i modellen.¹

¹En olg-modell med arv finnes i Raffelhütschen og Risa (1995).

5.1.1 Husholdningenes preferanser

Hver kohort er antatt å ha preferanser som kan representeres av en nyttefunksjon over livsløpet, med konsum av goder og fritid som argument. Initialbeholdningen av fritid i et år er normalisert til 1. Det vil si at vi måler fritid som en fraksjon, mellom 0 og 1, av initialbeholdningen. Nyttefunksjonene er antatt å være separabel over tid, dvs. at livstidsnytte for hvert individ kan uttrykkes som en funksjon av individuelle funksjoner av fritids- og godekonsum i hver periode.

$$U_k(c_k, l_k) = U[u_{k,k}(c_{k,k}, l_{k,k}), \dots, u_{k,T}(c_{k,T_k}, l_{k,T_k})] \quad (5.1)$$

Her er $c_{k,t}$ og $l_{k,t}$ konsum av goder og fritid i år t for kohort k . Indekseringen T_k er sluttidspunktet til kohorten. Det er antatt at funksjonene $u_{k,t}(\cdot)$ ikke varierer over tid eller mellom kohortene, slik at $u_{k,t}(\cdot) \equiv u(\cdot)$. Nyttefunksjonen til hver periode antas å kunne representeres med Cobb-Douglas (C-D) preferanser:

$$u(l, c) = l^\beta c^{1-\beta} \quad (5.2)$$

Mens livstidsfunksjonen for hver kohort representeres av den neddiskonterte nytten over livssyklusen, til året kohorten kommer inn i modellen:

$$U_k = \frac{1}{1 - \frac{1}{\rho}} \sum_{t=k}^{T_k} (1 + \delta)^{(k-t)} u_{k,t}^{1-\frac{1}{\rho}} \quad (5.3)$$

Her er β , δ og ρ preferanseparametre som tillater et bredt spekter av individuell adferd til å bli representert av denne relativt spesielle nyttespesifikasjonen. Hvert parameter er assosiert med forskjellige aspekter av individuelle preferanser.

Parameteren β representerer individenes preferanser mellom fritid og konsum i hver periode, og er andelen av den totale konsumutgiften som går til fritidskonsum. Andelen av den totale konsumutgiften som går til godekonsum er $(1 - \beta)$. Dess høyere β jo mer vektlegger kohortene fritidskonsum fremfor konsum av goder.

Parameteren δ er nyttediskonteringsraten, ofte kalt den 'rene' tidspreferanseraten. Den indikerer i hvilken grad, alt annet like, husholdninger foretrekker konsum av fritid og goder på et tidligere tidspunkt, fremfor et senere tidspunkt, i livssyklusen.

Den siste parameteren, ρ , er kohortenes intertemporale substitusjonselastisitet for nytte. Substitusjonselastisiteten avgjør prosentendringen i nytteforholdet mellom to perioder som en følge av en prosents endring i den relative prisen på konsum i de to periodene. Det er en generell konsensus, innen økonomisk teori, for at ρ ligger et sted mellom 0 og 1. Dvs. at en økning

på én prosent i den relative prisen på konsum, fra en periode til den neste, fører til mindre enn én prosent økning i det relative forholdet mellom nytte i periodene. En lav ρ impliserer en lav tilbøyelighet til å endre konsum fra en periode til en annen, som følge av en endring i den relative prisen, mens en høy ρ gir en høy tilbøyelighet. Dess høyere ρ er, jo sterkere incentiver har kohorten til å benytte seg av avkastningen på kapital for å øke konsumet fra en periode til den neste.

Selv om preferanseparametrene tillater et bredt spekter av individuell adferd, er spesifiseringen av nyttefunksjonen relativt spesiell, og pålegger en rekke begrensninger på preferansene. C-D-spesifikasjonen impliserer at substitusjonselastisiteten mellom fritid og goder er konstant lik en.² C-D-spesifikasjonen impliserer også at fritidspreferansen er lik over hele livsløpet, selv om det er nærliggende å tro at kohortene har sterkere fritidspreferanser på slutten av livssyklusen. På den andre siden uttrykker den intertemporale substitusjonselastisiteten, ρ , graden av substituerbarhet til konsum av fritid mellom to perioder, så vel som konsum av goder. Vi kan derfor ikke betrakte preferanser hvor substituerbarheten til fritid enten er høyere, eller lavere, enn for konsum av goder. Det er likevel grunn til å tro at preferansespesifikasjonene gir realistiske resultater.

5.1.2 Husholdningenes budsjettvilkår

På hvert tidspunkt bestemmer individene i husholdningene hvor mye de arbeider og konsumerer, konsumbeslutningene inntreffer i slutten av perioden, slik at sparebeholdningen forrenter seg over hele perioden. Overskuddet fra konsum av arbeidsinntekt, etter skatt, og eventuelt konsum av sparebeholdning, blir spart og lagt til individets sparebeholdning. Vi ser vekk fra skatt på kapital og andre avgifter. Sparebeholdningen overføres til neste tidsperiode hvor den forrenter seg. Hvor mye individet arbeider har direkte innvirkning på pensjonsopptjeningen til individet. Individene sparer derfor på to måter, privat sparing som er bestemt av konsum av goder og fritid, og pensjonssparing som er bestemt av arbeidsinntekt, dvs. bare av fritid. Fra individene når tidligste pensjonsalder, 62 år, vil de i tillegg bestemme hvor mye, med et øvre tak, de tar ut av pensjonsformuen. Valget om å starte uttak av pensjon påvirker hvilken avkastningsrate de får videre på pensjonsformuen, slik at avkastningsraten på pensjonsformuen blir endogen for hver kohort i modellen.

Budsjettvilkår før fylte 62

Inntekten til individene, før tidligste pensjonsalder, kommer fra arbeid og avkastning på kapital, denne inntekten fordeler de over konsum i dag og

²En funksjonsform som tillater andre verdier for substitusjonselastisiteten mellom fritid og goder er en CES-funksjon. Se Auerbach og Kotlikoff 1987 s.27.

sparing til konsum på et senere tidspunkt. Den disponible arbeidsinntekten for kohort k på tidspunkt t , er gitt ved:

$$i_{k,t} = (1 - \tau)w_t e_{k,t}(1 - l_{k,t}) + a_t = w_{k,t}^e(1 - l_{k,t}) + a_t \quad (5.4)$$

Her er τ marginalsatt på inntekt, w_t er den standardiserte lønnen i år t (lønnen for de nye individene i modellen) og $e_{k,t}$ er en *effektivitetsfaktor* som tillater at kohorter kan tjene mer eller mindre per time i år t som følge av forskjeller i inntjeningssevne over livsløpet. Parameteren a_t representerer bunnfradraget, dvs. den delen av inntekten som ikke skattes for, som en forenkling er den uttrykt som en inntektsuavhengig overføring.³ Vi antar at bunnfradraget vokser i takt med reallønnsveksten. Den *effektive lønnen*, etter skatt, $w_{k,t}^e$, er lønnen, gitt skatt og individets effektivitet, slik at $w_{k,t}^e = (1 - \tau)w_t e_{k,t}$. Hvor mye av denne lønnen som blir realisert inntekt, er avhengig av hvor mye fritid, $l_{k,t}$, individet velger å konsumere. Den effektive lønnen kan tolkes som alternativkostnaden til fritid.

Vi definerer den *fulle* inntekten, $\bar{i}_{k,t}$, til et individ på tidspunkt t , til å være den *effektive lønnen*, pluss bunnfradrag, uttrykt som $\bar{i}_{k,t} := w_{k,t}^e + a_t$ og den *fulle* formuen, $F_{k,t}$, til et individ på tidspunkt t , før pensjonsalder, som den *fulle* inntekten på tidspunkt t , pluss sparebeholdningen på tidspunktet.

Vi antar at kohortene starter livssyklusen i modellen uten formue eller lån. Denne antakelsen er noe streng siden de som starter arbeidskarrieren på et tidligere tidspunkt enn i modellen har mulighet til opptjening av personlig formue og pensjonsformue. Og de som starter arbeidskarrieren på et senere tidspunkt har ofte lengre utdanning og studielån som impliserer en negativ startformue. Antakelsen om ingen formue eller lån i starten av livssyklusen blir derfor en antakelse om at de to overnevnte effektene utjevner hverandre. Om dette stemmer er vanskelig å si noe konkret om, men utfallet av antakelsen har neppe særlig innvirkning på resultatene i modellen. Den *fulle* formuen på første tidspunkt i livssyklusen er dermed gitt ved den *fulle* arbeidsinntekten på samme tidspunkt, slik at $F_{k,k} = \bar{i}_{k,k}$. *Sparingen*, $s_{k,t}$, til det representative individet i kohort k på tidspunkt t er overskuddet fra konsum av goder og fritid av den *fulle* formuen på tidspunktet.

$$s_{k,t} = F_{k,t} - w_{k,t}^e l_{k,t} - c_{k,t} \quad (5.5)$$

Sparingen investeres i begynnelsen av året slik at kapitalbeholdningen neste periode er $s_{k,t}(1 + \bar{r})$. Som følge av antakelsen av en liten åpen økonomi, er realrenten gitt fra utlandet og antatt å være konstant over tid, dette vil bli nærmere diskutert i avsnittet om produksjonssektoren.

Vi uttrykker den *fulle* formuen på tidspunkt $t + 1$, før individet når

³Denne sammenhengen vil være gyldig så lenge individet har en skattbar inntekt som overstiger bunnfradraget. Dette er typisk tilfelle for det representative individet i modellen.

tidligste pensjonsalder som:

$$F_{k,t+1} = s_{k,t}(1+\bar{r}) + \bar{v}_{k,t+1} = (F_{k,t} - w_{k,t}^e l_{k,t} - c_{k,t})(1+\bar{r}) + w_{k,t+1}^e + a_{t+1} \quad (5.6)$$

Det er ingen restriksjoner på fortegnet til den fulle formuen, dvs. at negativ sparing og kapitalbeholdning er fullt mulig på forskjellige stadier i livssyklusen.

Hvert år, før individet når tidligste pensjonsalder, øker pensjonsformuen, $F_{k,t}^P$, med pensjonsformuebidraget, $f_{k,t}$, og avkastningen på pensjonsformuen. Pensjonsformuebidraget er en andel av inntekten til individet, før skatt, vi ser her vekk fra taket for opptjening siden gjennomsnittsindividet ikke overstiger dette.

$$f_{k,t} = \sigma \Psi^B w_t e_{k,t} (1 - l_{k,t}) \quad (5.7)$$

Her er σ opptjeningsraten som er 0,0135, og Ψ^B gjenstående leveår i basisåret som i modellen er satt til 17. Pensjonsformuen på på tidspunkt $t+1$, $F_{k,t+1}^P$, er gitt ved pensjonsformuen på tidspunkt t tillagt pensjonsformuebidraget på tidspunkt t , justert med avkastningen på pensjonsformuen, $r_{k,t}^p$.

$$F_{k,t+1}^P = (F_{k,t}^P + f_{k,t})(1 + r_{k,t}^p) \quad (5.8)$$

Ligningene 5.6 og 5.8 danner budsjettbeskrankingene for individet før fylte 62. I tillegg til de overnevnte beskrankingene er det rimelig å kreve at arbeidstilbudet ikke kan være negativt.

$$l_{k,t} \leq 1 \quad (5.9)$$

Vilkår 5.9 danner den siste beskranking for individene før fylte 62, det er verdt å merke seg at vilkår 5.9 ikke er særegnet for periodene før tidligste pensjonsalder, men også gjelder for resten av levetiden.

Budsjettvilkår etter fylte 62

Før individet hever pensjon er avkastningsraten gitt ved vekstraten i reallønnen i økonomien. Etter første pensjonsuttak, $\mu_{k,t}$, reduseres avkastningsraten til halvparten av dette. Vi uttrykker avkastningsraten som en tilnærming

$$r_{k,t+1}^p = \frac{g_{t+1}}{2} \left(\frac{1}{1 + H\mu_{k,t}} \right) + \frac{g_{t+1}}{2} \quad (5.10)$$

Her er g_{t+1} reallønnsveksten fra tidspunkt t til $t+1$, og H er en skaleringsparameter stor nok til at tilnærmingen stemmer. Så lenge H er stor nok vil brøken $\frac{1}{1+H\mu_{k,t}}$, selv ved små uttak av pensjon, gå mot null, $r_{k,t+1}^p$ vil da være tilnærmet halvparten av reallønnsveksten. Når kohorten ikke hever pensjon,

tar brøken i parantesen verdien 1 og $r_{k,t+1}^p$ vil være lik reallønnsveksten. Vi forutsetter at individene, så snart de velger å heve pensjon, fortsetter å heve pensjon på alle følgende tidspunkt. Dette er en kritisk forutsetning, siden det i praksis ikke er mulig å variere avkastningsraten mer enn en gang. Siden størrelsen på avkastningsraten på pensjonsformuen er avhengig av om individet velger å heve pensjon eller la være, blir størrelsen på avkastningsraten et valg individet tar.

Etter individet når tidligste pensjonsalder, 62 år, kan det ta ut hele eller deler av tilgjengelig pensjon på hvert tidspunkt. Den tilgjengelige pensjonen, $\bar{\mu}_{k,t}$, ved tidligste pensjonsalder er den totale pensjonsformuen på tidspunktet dividert på gjenstående leveår, $\Psi_{k,t}$, til kohorten, dvs. $\bar{\mu}_{k,t=62} = \frac{F_{k,t}^p}{\Psi_{k,t}}$. Parameteren $\Psi_{k,t}$, er basert på gjenstående leveår gitt at individet er fylt 60 år. Siden gjenstående leveår ved 60 år er fire til fem år høyere enn gjenstående levetid ved fødsel, justerer vi gjenstående levetid til å være $\Psi_{k,t} = T_k + 5 - t$, der T_k er kohortens sluttidspunkt i modellen. I de gjenstående årene øker den disponible pensjonsformuen med avkastningsraten, sammen med pensjonsformuebidraget fra arbeid og overføring av pensjon fra perioden før, delt på gjenstående leveår. Disponibel pensjonsformue for periodene etter pensjonsalder er:

$$\bar{\mu}_{k,t+1} = \left(\bar{\mu}_{k,t} + \frac{f_{k,t} + \bar{\mu}_{k,t} - \mu_{k,t}}{\Psi_{k,t+1}} \right) (1 + r_{k,t+1}^p) \quad (5.11)$$

Her er differansen $\bar{\mu}_{k,t} - \mu_{k,t}$, andelen av disponibel pensjon som overføres fra tidspunkt t til $t+1$. I tillegg til vilkårene for pensjonsformueavkastningen og disponibelt pensjonsuttak, er det ikke mulig for individene fremskynde pensjonsutbetalingene, eller gjøre innskudd til pensjonsformuen, slik at:

$$0 \leq \mu_{k,t} \leq \bar{\mu}_{k,t} \quad (5.12)$$

Siden individene, etter 62, har inntekt fra å heve pensjon, blir fullformuen potensielt høyere enn på tidspunktene før pensjonsalder i livssyklusen. Den *fulle* (private) formuen etter pensjonsalder uttrykkes:

$$F_{k,t+1} = (F_{k,t} - w_{k,t}^e l_{k,t} - c_{k,t})(1 + \bar{r}) + w_{k,t+1}^e + a_{t+1} + (1 - \tau)\mu_{k,t+1} \quad (5.13)$$

Ligningene 5.9-5.13 gir sidevilkårene frem til siste tidspunktet før kohorten forlater modellen. Siden vi ikke har lagt noen restriksjoner på sparingen og kapitalbeholdningen før siste tidspunkt, betinger vi individene til verken å etterlate seg noen form for gjeld eller arv, budsjettvilkåret for individet, det siste året gitt ved:

$$F_{k,T_k} = c_{k,T_k} + w_{k,T_k}^e l_{k,T_k} \quad (5.14)$$

Vilkår 5.14 sammen med budsjettvilkårene før og etter tidligste pensjonsalder danner livsløpsbudsjettbeskranking for hver kohort i modellen.

5.1.3 Optimering over livssyklusen

Siden husholdningene har en livstidshorisont, gjør de sine valg på hvert tidspunkt som en del av sin livstidsplan for konsum av goder og fritid i alle etterfølgende år, dvs. siden det er antatt full sikkerhet om fremtiden, er hvert års beslutning konsistent med det de allerede har planlagt fra tidligere tidspunkt. Vi kan derfor betrakte hele konsumbanen til individene som et resultat av en enkel optimeringsbeslutning gjort på første tidspunkt i livssyklusen.

Hvert individ avgjør sin livssyklusbane ved å maksimere sin neddiskonterte nyttefunksjon 5.3, med hensyn på $c_{k,t}$, $l_{k,t}$ og $\mu_{k,t}$, gitt budsjettvilkårene over livsløpet. Det fullstendige problemet individene står overfor er:

$$\max U_k \text{ usv. } \left\{ \begin{array}{l} F_{k,t+1}^p = (F_{k,t}^p + f_{k,t})(1 + r_{k,t+1}^p) \text{ for } t < t_p \\ F_{k,t+1} = (F_{k,t} - c_{k,t} - w_{k,t}^e l_{k,t})(1 + \bar{r}) + w_{k,t+1}^e + a_t \text{ for } t < t_p \\ \bar{\mu}_{k,t+1} = \left(\bar{\mu}_{k,t} + \frac{f_{k,t} + \bar{\mu}_{k,t} - \mu_{k,t}}{\Psi_{k,t+1}} \right) (1 + r_{k,t+1}^p) \text{ for } t \geq t_p \\ F_{k,t+1} = (F_{k,t} - c_{k,t} - w_{k,t}^e l_{k,t})(1 + \bar{r}) + w_{k,t+1}^e + a + (1 - \tau)\mu_{k,t+1} \text{ for } t \geq t_p \\ r_{k,t+1}^p = \frac{g_{t+1}}{2} \left(\frac{1}{1 + H\mu_{k,t}} \right) + \frac{g_{t+1}}{2} \\ c_{k,T_k} + w_{k,T_k}^e l_{k,T_k} = F_{k,T_k} \text{ for } t = T_k \\ 0 \leq \mu_{k,t} \leq \bar{\mu}_{k,t} \text{ for } t \geq t_p \\ l_{k,t} \leq 1 \end{array} \right. \quad (5.15)$$

Indekseringen t_p er tidligste pensjonsalder (62 år). Ved å løse det overnevnte problemet, får vi løsningen for fritidskonsumet, konsum av goder, sparingen, pensjonsformuen og pensjonsuttaket til kohorten på alle tidspunkt over livssyklusen.

5.2 Produksjonssektoren

Vi antar at produksjonssektoren kan representeres av én enkel produsent som oppfører seg kompetitivt. Produksjonssektoren fokuserer på fire variabler; produksjon Y , kapital K , arbeid N , og “kunnskap” eller “effektiviteten til arbeid”, A . Til en hver tid har økonomien en mengde av kapital, arbeid og kunnskap, som danner grunnlaget for produksjonen i økonomien. Vi antar at produksjonsfunksjonen kan representeres ved en Cobb-Douglas produktfunksjon med konstant skalaavkastning.

$$Y_t = (K_t)^\alpha (A_t N_t)^{1-\alpha} \quad (5.16)$$

Siden A_t gir et mål på hvor effektiv arbeidskraften er på tidspunkt t , blir produktet $A_t N_t$ ofte referert til som *effektiv arbeidskraft*. Vi antar at A_t vokser eksogent med en konstant med en rate, g , slik at $A_t = (1 + g)A_{t-1}$. Måten teknologiparameteret inngår i produksjonsfunksjonen fører til at teknologien er økende i arbeid. En slik funksjonsform kalles Harrod-nøytral. Teknologisk utvikling er definert som nøytral hvis, ved en konstant realrente, gir konstant andel av kapital per produksjonsenhet, $\frac{K_t}{Y_t}$ (Uzawa, 1961).

Parameteren α representerer nå andelen av kapitalinntekt og $1 - \alpha$, andelen av *effektiv* arbeidsinntekt i produksjonen. Parameteren α tar en verdi mellom 0 og 1, som impliserer at funksjonen har konstant skalaavkastning og er homogen av grad 1.

Når vi skriver funksjonen på intensiv form uttrykker vi nå produksjon per *effektiv* arbeidsenhet, $y_t^e = \frac{Y_t}{A_t N_t}$, som en funksjon av kapital per *effektiv* arbeidsenhet, $k_t = \frac{K_t}{A_t N_t}$, også referert til som kapitalintensiteten

$$y_t^e = k_t^\alpha \quad (5.17)$$

Vi skiller her mellom produksjon per *effektiv* arbeidsenhet og produksjon per arbeidsenhet, $y_t = \frac{Y_t}{N_t}$, som uttrykkes

$$y_t = k_t^\alpha A_t \quad (5.18)$$

Som følge av liten-åpen-økonomiantakelsen er realavkastningen på kapital, dvs. realrenten gitt i verdensmarkedet. Når vi antok lukket økonomi var det størrelsen på kapitalintensiteten som bestemte realrenten, mens i denne modellen vil kapitalintensiteten bli bestemt av realrenten som er eksogent gitt.

$$\bar{r} = \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \alpha k_t^{\alpha-1} \quad (5.19)$$

Vi ser at siden parameteren α og realrenten, \bar{r} , er eksogen og konstant, vil også kapitalintensiteten, k , være eksogen og konstant, slik at

$$k_t = \left(\frac{\bar{r}}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} := \bar{k} \quad (5.20)$$

Siden produksjon per *effektiv* arbeidsenhet er en funksjon av kapitalintensiteten, som er konstant, er følgelig produksjon per *effektiv* arbeidsenhet også konstant over tid

$$\bar{y}^e = \bar{k}^\alpha \quad (5.21)$$

Selv om produksjon per *effektiv* arbeidsenhet er konstant over tid, ser vi fra ligning 5.18 at produksjon per arbeidsenhet vokser over tid med vekstraten,

g , til teknologiparameteren A . Også marginalproduktet til arbeid, dvs. den standardiserte lønnsraten, vokser med teknologiveksten. Marginalproduktet til arbeid på tidspunkt t er gitt ved

$$\frac{\partial Y_t}{\partial N_t} = w_t = (1 - \alpha)\bar{k}^\alpha A_t \quad (5.22)$$

Likevektsvilkår

N_t er den totale arbeidsetterspørsellen i økonomien på tidspunkt t . La $n_{k,t} = 1 - l_{k,t}$, være *arbeidstilbudet* til kohort k på tidspunkt t , og L_k *antall individer* i kohorten, det aggregerte arbeidstilbudet til kohorten blir da $n_{k,t}L_k$. Det totale arbeidstilbudet på tidspunkt t blir da $\sum_k n_{k,t}L_k$. Siden det er perfekt konkurranse i økonomien er det full sysselsetting, arbeidsetterspørsellen, N_t , er da lik det totale arbeidstilbudet,

$$N_t = \sum_k n_{k,t}L_k \quad (5.23)$$

Ettersom arbeidstilbudet varierer over tid med endringer i befolkningen og endringer i fritidskonsum, både i og mellom kohortene, og teknologiparameteren vokser med vekstraten g ser vi at produktet $A_t N_t$ varierer over tid. Siden kapitalintensiteten, $\bar{k} = \frac{K_t}{A_t N_t}$, er konstant, og det effektive arbeidstilbudet, $A_t N_t$ er gitt fra husholdningssektoren, er kapitaletterspørselen som tilfredsstiller den gitte kapitalintensiteten gitt ved:

$$K_t = \bar{k} A_t N_t \quad (5.24)$$

Siden bedriftene fritt kan hente kapital i verdensmarkedet, er det ingen likevektskrav mellom innenlands sparing og kapitalbeholdningen til produsentene i økonomien. Produsentene kan fritt justere kapitalbeholdningen slik at de oppnår lik marginalproduktivitet på kapitalen, som den som er realisert i verdensmarkedet.

5.3 Netto utenlandsgjeld og kapitalimport

Kapitaletterspørselen i produksjonen vil, i denne modellen, være bestemt av den eksogene realrenten, og det *effektive* arbeidstilbudet. Det vil derfor ikke være krav om likevekt mellom kapitaletterspørselen i produksjonen og innenlands sparebeholdning. Hvis innlands kapitaltilbud, dvs. den aggregerte sparebeholdningen S_t i økonomien er mindre (større) enn kapitaletterspørselen K_t fra produksjonssiden, må kapital tilføres fra (til) utlandet. Sparebeholdningen, $s_{k,t}$, til det representative individet i kohort k på tidspunkt t er gitt ved ligning 5.5. Den aggregerte sparingen i økonomien på tidspunkt t ,

er gitt ved:

$$S_t = \sum_k s_{k,t} L_k \quad (5.25)$$

Siden konsumentene gjør sine konsumbeslutninger på slutten av hver periode er innenlands kapitaltilbud på tidspunkt t gitt ved aggregert sparing fra den foregående perioden, dvs, S_{t-1} . Netto aggregert utenlandsgjeld, B_t , på tidspunkt t er det produksjonssektoren må låne på tidspunkt t , dersom kapitaltilbudet ikke dekker etterspørselen. Eventuelt er det den beholdningen husholdningene har plassert i utlandet på tidspunkt t , dersom det er etterspurt mindre kapital i innlands produksjon, enn hva som blir tilbudt av husholdningene:

$$B_t = \bar{k} A_t N_t - S_{t-1} \quad (5.26)$$

Ved å dele på $A_t N_t$ på begge sider av ligning 5.26 uttrykker vi netto utenlandsgjeld per *effektiv arbeidsenhet*, $b_t := \frac{B_t}{A_t N_t}$:

$$b_t = \bar{k} - \frac{S_{t-1}}{A_t N_t} \quad (5.27)$$

I tilfellet hvor $b_t > 0$ har hjemlandet gjeld ovenfor utlandet, og gjelden tilbakebetales, med renter, i slutten av hver periode. Det omvendte er tilfellet ved negativt fortegn, i dette tilfellet har utlandet gjeld ovenfor hjemlandet. Kapitalbalansen utgjør både nedbetaling av utestående gjeld og oppbygging av ny utenlandsgjeld, den aggregerte kapitalimporten på tidspunkt t er:

$$M_t = B_{t+1} - B_t \quad (5.28)$$

Ved å dele begge sider i ligning 5.28 på $A_t N_t$, uttrykker vi kapitalimport målt i *effektivt arbeid*, m_t :

$$m_t = b_{t+1} \frac{A_{t+1} N_{t+1}}{A_t N_t} - b_{t+1} \quad (5.29)$$

Ligning 5.29 uttrykker kapitalimporten m_t på tidspunkt t i form av *effektivt arbeid* i periode t . Siden vi uttrykker kapitalimporten i form av *effektivt arbeid* på periode t , mens b_{t+1} er utenlandsgjeld uttrykt i form av effektivt arbeidstilbud i periode $t + 1$, justerer vi b_{t+1} for endringer i effektivt arbeidstilbud $\frac{A_{t+1} N_{t+1}}{A_t N_t}$. Dersom $m_t > 0$ er hjemlandet i en posisjon hvor de øker sin gjeld, eller reduserer sine fordringer, overfor utlandet. Er $m_t < 0$ er hjemlandet i en posisjon hvor de bygger ned gjeld, eller øker sine fordringer, overfor utlandet.

5.4 Offentlig sektor

Offentlig sektor har inntekter fra inntektsskatt og skatt på pensjonsutbetalinger. Utgiftene til offentlig sektor er, i modellen, pensjonsutbetalinger og overføringer som følge av minstefradrag på inntektsskatt. Vi forutsetter at overskuddet, fullt ut, brukes til å finansiere en del av offentlig sektor slik at det offentlige budsjettet til enhver tid balanserer. Denne delen av offentlig konsum behandles i modellen som et sort hull, dvs. den har ikke innvirkning på andre faktorer i modellen, og kapitalen fordamper fra modellen. Det kan likevel være nyttig å tenke på denne delen som tilgjengelig kapital til andre velferdsgoder i økonomien.

Vi rapporterer utgiftene til pensjonssystemet som en andel av skatteinntektene. Siden det offentlige, i modellen, kun har inntekter fra inntektsskatt og skatt på pensjonsuttak, vil offentlige inntekter være for små. Som en følge av at offentlige inntekter er underdrevet, vil andelen av inntektene som går til pensjonsutgifter være overdrevet. Siden det ikke er utgiftsandelen i seg selv vi er interessert i, men utviklingen av den, kalkulerer vi prosent endring i utgiftsandelen fra tidspunkt t til $t + 1$.

Offentlige inntekter

De aggregerte skatteinntektene til det offentlige fra kohort k på tidspunkt t er skatteinntekter på arbeid, $\tau L_k n_{k,t} w_t e_{k,t}$, skatteinntekter fra pensjonsutbetalinger, $\tau L_k \mu_{k,t}$, minus minstefradraget $L_k a_t$. De totale offentlige inntektene, OF_t , på tidspunkt t er summen av alle skatteinntektene fra kohortene som sameksisterer i modellen, slik at offentlige inntekter kan uttrykkes som:

$$OF_t = \sum_k L_k [\tau (n_{k,t} w_t e_{k,t} + \mu_{k,t}) - a_t] \quad (5.30)$$

Vi trekker minstefradraget direkte av fra offentlige inntekter siden minstefradraget, i prinsippet, er den delen av inntekten som ikke beskattes. Minstefradraget betraktes derfor ikke som en utgift.

Offentlige utgifter

De offentlige utgiftene er, i modellen, utgifter til pensjonsutbetaling. De aggregerte utgiftene til én kohort på tidspunkt t er $L_k \mu_{k,t}$, mens de totale utgiftene til pensjonsutbetalinger, OU_t , er

$$OU_t = \sum_k L_k \mu_{k,t} \quad (5.31)$$

De offentlige utgiftene til pensjonsutbetalinger, OU_t , som andel av offentlige inntekter, OF_t , er gitt ved

$$\Upsilon_t = \frac{OU_t}{OF_t} \quad (5.32)$$

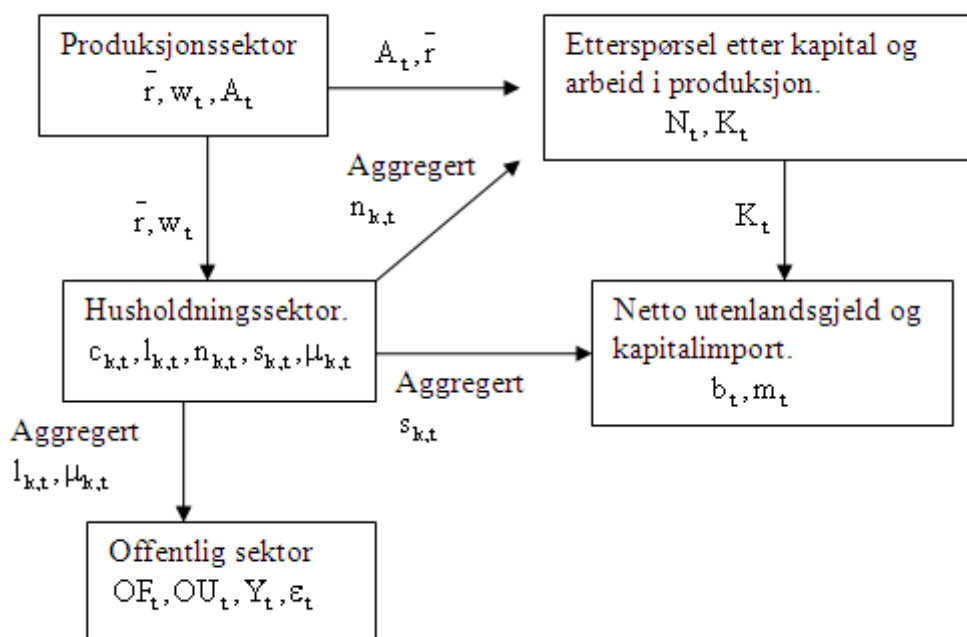
Vi kalkulerer videre vekstraten, ε_{t+1} , i utgiftsandelen, Υ , fra tidspunkt t til $t+1$, slik at $\Upsilon_{t+1} = (1 + \varepsilon_{t+1})\Upsilon_t$. Vekstraten i utgiftsandelen uttrykkes som:

$$\varepsilon_{t+1} = \frac{\Upsilon_{t+1} - \Upsilon_t}{\Upsilon_t} \quad (5.33)$$

Dersom $\varepsilon > 0$ vokser offentlige utgifter til pensjon mer enn offentlige inntekter, dette medfører at det offentlige bruker mindre til andre velferdsgoder i økonomien. Dersom $\varepsilon < 0$ er økonomien i en posisjon der de offentlige inntektene vokser mer enn utgiftene til pensjonsutbetalingene, i dette tilfelle øker offentlig konsum av andre velferdsgoder.

5.5 Løsningsmetode

Ligningene for husholdningenes optimeringsproblem over livssyklusen, produksjonssektoren, netto utenlandsgjeld og kapitalimport og offentlig sektor utgjør modellen. Etter at vi har valgt passende verdier for de forskjellige parametrene i modellen, starter vi med å løse ut for den eksogene delen av produksjonssektoren, dvs. ligning 5.20 og 5.22. Dette gir den eksogene reallønnen i økonomien og danner grunnlaget for løsningen av husholdningenes livssyklus. Resultatene fra husholdningenes livssyklusoptimering gir oss arbeidstilbudet, sparebeholdning og pensjonsuttak til det representative individet i hver kohort. Ved å aggregere resultatene med kohortens størrelse og antall kohorter på hvert tidspunkt, kan vi løse for kapitaltilbud, arbeidstilbud og totale pensjonsuttak på hvert tidspunkt. Arbeidstilbudet fra husholdningssektoren går inn i produksjonssektoren og gir en løsning for kapitaletterspørsel i produksjonen, se ligning 5.24. Løsningen av kapitaletterspørselen i produksjonen og kapitaltilbudet fra husholdningssektoren bruker vi til å kalkulere netto utenlandsgjeld og kapitalimport på hvert tidspunkt, se ligning 5.26, 5.28 og 5.29. For offentlig sektor bruker vi resultatene fra arbeidstilbudet og pensjonsuttak som gir oss offentlige inntekter og utgifter på hvert tidspunkt, se ligning 5.30 og 5.31. Figur 5.1 gir en skjematisk oversikt for hvordan modellen løses. Vi ser her at hele modellen løses ut fra husholdningenes livssyklusoptimering. Som følge av at faktorprisene er bestemt eksogent i modellen, vil hver kohort, eller retttere sagt hvert individ i økonomien, allokere sine livstidsressurser uten å påvirke, eller bli påvirket, av hvordan andre kohorter tilpasser seg. Programmet vi bruker for å løse modellen er GAMS (General Algebraic Modeling System). Likevekten i



Figur 5.1: Modellskjema

husholdningssektoren løser vi ved å forme en velferdsfunksjon, $\sum_k U_k$, som er summen av alle kohortenes neddiskonterte nytte, se ligning 5.3. Vi diskonterer altså ikke fremtidige kohorters nytte, men gir like stor vekt på hver generasjon. Vi maksimerer så velferdsfunksjonen under sidevilkårene i ligning 5.15. Siden kohortenes tilpasning ikke påvirker hverandre, vil den maksverdien på velferdsfunksjonen gi maksverdiene til hver U_k som er i samsvar med individuell optimering (ligning 5.15). Vi tar altså ikke hensyn til overgangen mellom det gamle og det nye pensjonssystemet, men løser modellen som om det nye pensjonssystemet alltid har eksistert.

Et problem når vi løser flerperioders olg-modeller oppstår er hvordan vi behandler de kohortene som allerede er i modellen i det modellen starter. Dette løser vi ved å la modellen begynne med kohort 1936, som har første periode i modellen i 1958, det vil på dette tidspunktet kun være én kohort i modellen. Vi lar så modellen “fylle” seg, fram til 2008 som er tidspunktet vi “starter” modellen i sin helhet, dvs. rapporteringen av de andre markedene i modellen.

5.6 Parametrisering av modellen

For å løse modellen, trengs verdier for parametrene $\beta, \rho, \delta, e_{k,t}, \tau, a_t, g, \alpha, \bar{r}, T_k$ og L_k . Det er avgjørende med realistiske parameterverdier, at resultatene skal være overførbare til virkeligheten. For enkelte parametre eksisterer det empirisk arbeid som gir støtte til verdiene vi velger, mens

andre parametre har lite eller ingen empirisk støtte. For parametre med lite eller ingen empirisk støtte, bruker vi tommelfingerregler og økonomisk intuisjon slik at livssyklus tilpasningen, til kohortene i modellen blir forenlig med virkeligheten.

For parameteren β , som er konsumutgiftsandelen til fritidskonsum, følger vi Auerbach & Kotlikoff (1987), som parametriserer nyttefunksjonen sin slik at kohortene, i gjennomsnitt, tar ut 40 prosent av disponibel fritid i arbeid. Hvis vi tar høyde for at individet kun har fem arbeidsdager i uken, og fem uker ferie, tilsvarer et arbeidsår 236 dager. Hver dag har 16 timer tilgjengelig arbeidstid, som tilsvarer 3776 timer som årlig initialbeholdning. Med disse forutsetningene tilsvarer en andel av 40 prosent av disponibel fritid, som går til arbeid, ca. 30 timer i uken. Gjennom denne tolkningen tar vi hensyn til individer i deltidsarbeid og individer utenfor arbeidsstyrken. Vi finner samme nyttespesifikasjon som vi har brukt i RBC-modellen til Backus et. al (1992). De foreslår en verdi på β som ligger så høyt som 0.66. Siden individene i RBC-modellen har en uendelig livshorisont, mens individene her har endelig, setter vi β noe lavere til 0.6. Dette gjør vi fordi størrelsen på β påvirker når vi får hjørneløsning på fritidskonsum, dvs. når kohorten velger å ta ut hele sin disponible arbeidstid som fritid. En β -verdi på 0.6 gir en realistisk konsumprofil, gitt andre parameterverdier.

Den *intertemporale substitusjonselastisiteten*, ρ , angir hvor villig kohortene er til å substituere konsum mellom to perioder. En høy ρ gir kohortene nytte av å øke konsumet sitt, fra én periode til en annen, og har positiv effekt på sparingen til kohortene. Guvenen (2005) viser til at de fleste empiriske arbeid som bruker aggregerte konsumdata estimerer en lav ρ , dvs. nærmere 0. Mens makromodeller som kalibreres til å passe med virkeligheten, bruker en relativt høy ρ , dvs. nærmere 1. Denne kontradiksjonen kommer av to typer heterogenitet, den ene er at de fleste konsumenter ikke deltar i aksjemarkedet, den andre er at ρ er økende i formue. Auerbach & Kotlikoff (1987) rapporterer empiriske resultater fra USA hvor ρ estimeres til å være 0.25. De modellerer en lukket økonomi, og simuleringen resulterer i en relativt høy realrente (6.7 % før skatt). Raffelhüschen & Risa (1995) bruker samme verdi for ρ i sin simulering, med en mer realistisk realrente (4.1 %), men har med et motiv for arv i modellen som øker kohortenes incentiv for sparing. Hurd (1989) bruker paneldata fra *Longitudinal Retirement History Survey* for USA, som er sammensatt av 11.000 individer som var mellom 58- og 63 år i 1969. Resultatene til Hurd bærer preg av at utvalget ikke er representativt for hele økonomien. Estimaten er likevel representative for denne aldersgruppen. Det interessante er at han ikke finner signifikante resultater for arvemotiv, samtidig estimerer han ρ til å være lik 0.89 og statistisk signifikant forskjellig fra 0. Spørsmålet blir da hvor konstant den *intertemporale substitusjonselastisiteten* er over tid. Vi velger likevel å følge Hurd

siden dette gir en realistisk utvikling i sparebeholdningene til kohortene.

Tidspreferanseraten, δ , angir hvordan nytte er foretrukket tidlig, fremfor sent, i livssyklusen. Det er en generell konsensus, i økonomisk teori, for at δ er lav. Steigum & Steffensen (1990, s.18, referert i Raffelhüschen & Risa, 1995, s.477) estimerer en $\delta = 0.0125$. Raffelhüschen & Risa (1995) velger samme verdi i sin simulering. Auerbach & Kotlikoff (1987) velger en verdi, som er noe høyere, og setter $\delta = 0.015$. Vi følger Hurd (1989) som estimerer δ til å være 0.011.

For den *individuelle effektivitetsfaktoren* $e_{k,t}$, følger vi Rasmussen & Rutherford (2004) som bruker samme parametrisering som Auerbach & Kotlikoff (1987), men normaliserer ligningen til å ha startverdi 1 for alle kohorter. Utviklingen til *effektivitetsfaktoren* er lik for alle kohorter og tar formen

$$e_{k,t} = \frac{e^{4.77+0.033(t-k)-0.00067(t-g)^2}}{e^{4.47}} \quad (5.34)$$

Formen på *effektivitetsfaktoren* fører til at kohortene som er på sitt livstidspunkt 31 (dvs. 51 år i virkeligheten) tjener 45 prosent mer enn kohorten som er i sitt første leveår på samme tidspunkt. Lønnen ved livstidspunkt 56 er derimot 22 prosent lavere enn kohorten som er i sitt første leveår på samme tidspunkt. Empiriske resultater for Norge (SNF-rapport nr. 60/02) viser en noe lavere økning i lønn mhp. alder, mens den avtakende effekten er betydelig lavere. Analysen utføres kun på personer mellom 25 og 50, trolig vil dette dempe den positive effekten av alder, siden den ikke tar hensyn til stigningen mellom 22 og 25 som trolig er brattere. Trolig vil den avtakende effekten også bli noe undervurdert, siden den ikke tar med årene med brattest nedgang i lønn, som er etter 60 år.

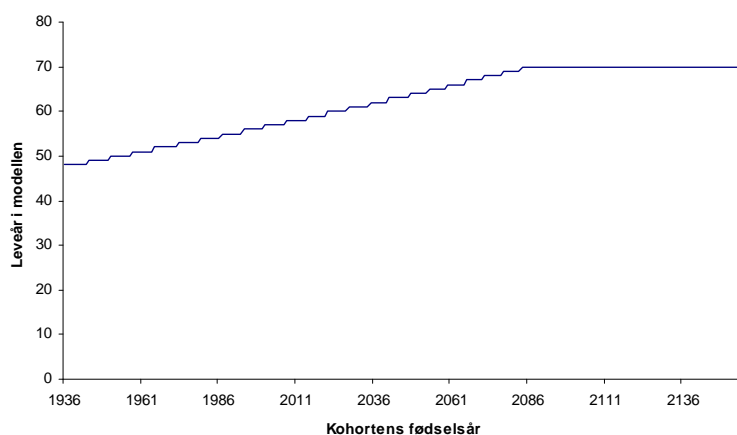
Et problem ved denne spesifiseringen er at den gir den samme *effektivitetsutviklingen* til alle kohortene i modellen. Dvs. at de som har en forventet levetid på 92 år vil ha samme utvikling i *effektivitet* som de med forventet levetid 70 år. Dette er urimelig siden økt levealder er forbundet med bedre helse over livssløpet, de med høy levealder vil derfor være *effektiv* lengre enn de med lav levealder. Implikasjonen av dette kommer vi nærmer inn på i resultatkapittelet.

For *marginalskatten*, τ , setter vi en verdi som tilsvarer gjennomsnittlig marginalskatt på inntekt i Norge. Gjennomsnittlig skatteandel på arbeidsinntekt i Norge er 30% (Epland 2005). Vi velger en marginalskatt på inntekt slik at gjennomsnittlig skatteandel stemmer overens med overnevnte data. Marginalskatten er avhengig av *minstefradraget*. Vi velger en verdi på *minstefradraget* som er 5 % av reallønnen i økonomien slik at $a_t = 0.05w_t$. Marginalskatten på inntek som gir en gjennomsnittlig skatteandel på 30%, er da $\tau = 0.42$.

For vekstraten, g , i produktivetsfaktoren A , følger vi Raffelhüschen & Risa (1995) og setter $g = 0.015$. Vi lar videre A_t ha startverdi 1, slik at $A_t = (1 + g)^{t-1}$.⁴ Vi følger også Raffelhüschen & Risa (1995) for verdien vi bruker på andelen av kapitalinntekt i produksjonen, α , og setter $\alpha = 0.278$.

Den eksogene *realrenten*, \bar{r} , som reflekterer marginalavkastningen på kapital i verdensmarkedet, er det vanskelig å si hvordan vil utvikle seg inn i fremtiden. Raffelhüschen & Risa (1995) bruker realrente på 4.1 % årlig, mens Rasmussen & Rutheford (2001) velger en noe høyere verdi, 5 %. Hvilken verdi som er riktig å bruke, beror seg på antakelser om hvordan verdensøkonomien utvikler seg over tid. Vi velger en realrente som ligger mellom disse og setter $\bar{r} = 0.045$. Selv om det er en relativt høy realrente, ligger den innenfor det som er normalt å bruke i modeller med eksogen realrente.

For *sluttidspunktet* til kohortene, T_k , følger vi Statistisk Sentralbyrå sine Framskrivninger for forventet gjennomsnittlig levetid ved fødsel (SSB (2002) og SSB (2005)). Vi gjør vel å merke noen justeringer for de første kohortene, og lar T_k for den første kohorten være 48 perioder, dette tilsvarer en levetid på 70 år. Vi bruker her gjennomsnittlig levetid ved alder 15, siden de unge kohortene i perioden 1940-1945 hadde en høy dødsrate. Vi avrunder SSBs tall til nærmeste år, siden dette er den minste tidsenheten i modellen. Figur



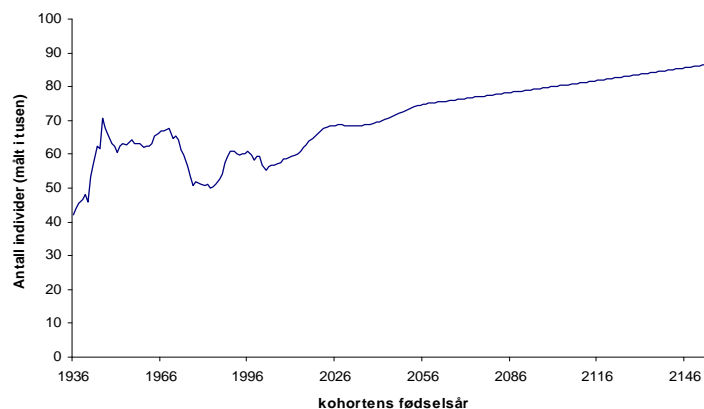
Figur 5.2: Utvikling i kohortstørrelse

5.2 viser hvordan kohortenes (forventede) levealder i modellen. Aldringen starter for kohorten født i 1944, der den øker med ett år, til 49 (71) perioder (leveår), den øker videre med ett år ca. hvert sjette år, frem til 2084 hvor den er 70 (92) perioder (leveår). Vi lar så aldringen avslutte for å la økonomien gå inn i en balansert vekstbane. Vi gjør dette av to årsaker, 1) for å identifisere om økonomien går inn i en balansert vekstbane. 2) på grunn av den konstante

⁴Merk at det er en forskjell fra når modellen starter og når tidsindekseringen starter. Modellen starter i $t=50$ (2008), slik at faktorproduktiviteten når modellen starter er 2.105.

effektivitetsfaktoren er det begrenset hvor lenge vi kan la kohortene leve, og samtidig forvente realistiske resultater. En effektivitetsfaktor som var mindre avtakende for kohorter som levde lengre, ville kunne bøte på dette problemet.

For antall individer i hver kohort, L_k , bruker vi historiske data for antall levendefødte (SSB 2007a), og framskrivninger foretatt av SSB (2007b). Framskrivningene går frem til år 2060, etter dette antar vi en svak vekst på 0.149 prosent. Figur 5.3 viser utviklingen i kohortstørrelsene, L_k , fra første



Figur 5.3: Utvikling i kohortstørrelse

til siste kohort i modellen.

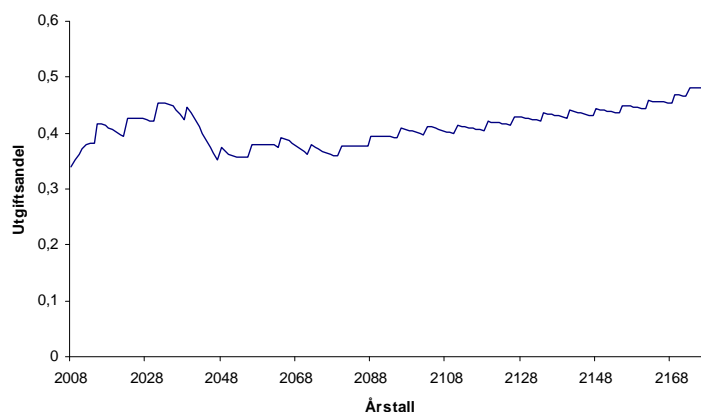
5.7 Modellresultater

Vi vil her presentere og drøfte modellresultatene for de valgte parameterverdiene. Vi ser først på hvordan de demografiske endringene påvirker arbeidstilbudet og pensjonsutgiftens andel av offentlige inntekter over tid. Og deretter, hvordan utviklingen i netto utenlandsgjeld og kapitalimport, påvirkes av de demografiske endringene, samt hvordan økonomien tilpasser seg i balansert vekst.

Utvikling i offentlig sektor

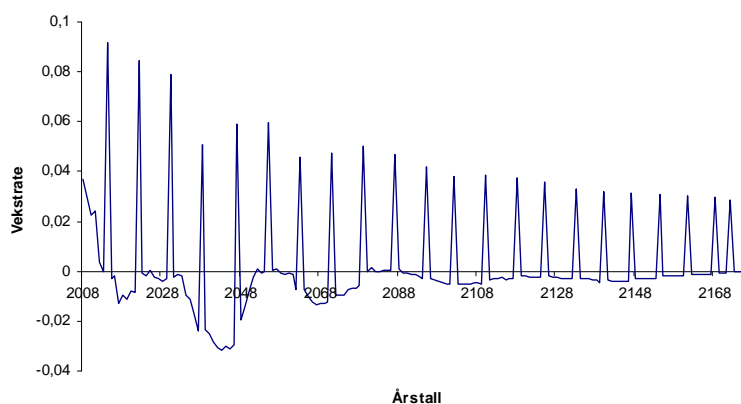
Resultatene fra modellen gir et godt bilde av hvordan det nye pensjonssystemet responderer til sterke svingninger i befolkningsveksten. Kohorter som er eksepsjonelt store (ofte referert til som *baby boom* generasjoner) gir høye inntekter over skatteseddelen når de er i arbeidsfør alder. På den andre siden blir pensjonsutgiftene til disse generasjonene svært høye. Det motsatte er tilfelle for kohorter som er eksepsjonelt små (ofte referert til som *baby bust* generasjoner). Siden utgiftene til pensjonsutbetalingene i modellen betales løpende i et *pay as you go* oppsett, vil utgiftsandelen øke når *baby boom* kohorter skal finansieres av *baby bust* generasjoner. Og omvendt når *baby boom*

generasjoner finansierer *baby bust*. Figur 5.4 viser hvordan utgiftsandelen til



Figur 5.4: Utviklingen i utgiftsandelen

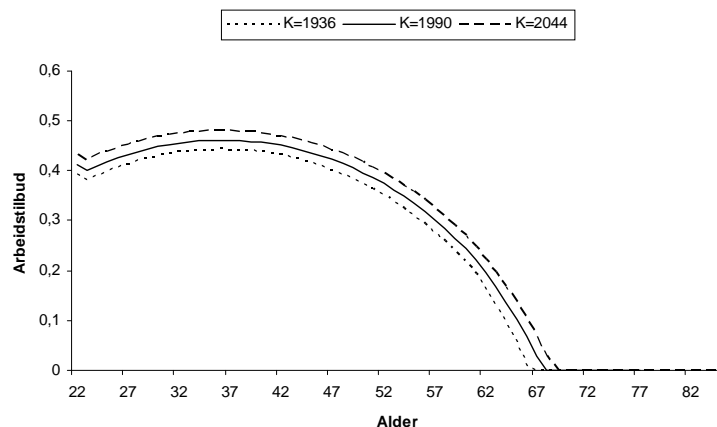
pensjonsutbetalinger utvikler seg over tid. I 2008 er utgiftsandelen på 34 % av totale skatteinntekter. Denne vokser kraftig de første årene til ca. 41 % i 2015. Dette kommer av at de første *baby boom* generasjonene (1946-1949) starter pensjonsutbetalinger, som i stor grad finansieres av *baby bust* generasjonene (1974-1989). Vi ser et svakt fall fra 2020 til 2023, som en følge av at de største *baby boom* generasjonene forlater modellen. Videre øker andelen som en følge av at *baby bust* generasjonene dominerer arbeidsstyrken, samtidig som aldringen øker. Toppen i denne perioden er på 45.5 % i 2031. Fra 2040 til 2047 faller utgiftsandelen ned til ca. 35 % som en følge av at *baby bust* generasjonene går inn i pensjonstilværelse. Etter denne perioden er det kun små utslag som følge av forskjeller i kohortenes størrelse. Utviklingen i utgiftsandelen fra årene etter 2097 gir et bedre bilde av hvordan den påvirkes av aldring. Figur 5.5 viser *vekstraten* i pensjonsutgifters andel av offentlige



Figur 5.5: Vekstraten i utgiftsandelen

inntekter. Vi ser at toppene forekommer med jevne mellomrom, når (forventet) levetid for kohortene øker, og tilsvarer “trappetrinnene” i figur 5.4. Dette er et særtrekk ved modellen, som kommer av at levealderen til de nye kohortene øker med et helt år, med 6-7 års intervaller. Ikke uventet, er utslagene høyere når *baby boom* generasjonene er de aldrende i modellen, de største utslagene er på hele 9 % økning i utgiftsandelen fra 2014-2015. Denne effekten er ikke den isolerte effekten av aldring, men effekten av aldring sammen med effekten av økt størrelse på kohortene som skal finansieres. Ser vi lengre ut i tidshorizonten, når befolkningen vokser jevnt, blir effekten av aldring relativt konstant. Den isolerte effekten på utgiftsandelen, av at kohortene lever ett år lengre, er på ca. 3 %. Etter at vi avslutter aldringen til kohortene og kohortstørrelsen vokser jevnt, vokser også offentlige utgifter likt med offentlige inntekter, og utgiftsandelen flater ut på 48 %.

Det er likevel grunn til å tro at resultatene overdriver utviklingen i utgiftsandelen med hensyn på aldring. Dette kommer av antakelsen om lik *effektivitetsfaktor*, for en gitt alder, over kohortene. Siden denne er lik over kohortene, øker antall år kohorten står i arbeid relativt lite som følge av aldring. Figur 5.6 viser livssyklusstilpasningen i arbeidstilbudet for det representative individet i kohort 1936, 1990 og 2044, disse lever henholdsvis i 70, 77 og 85 år. Tidspunktet de trekker seg ut av arbeidsstyrken, er på

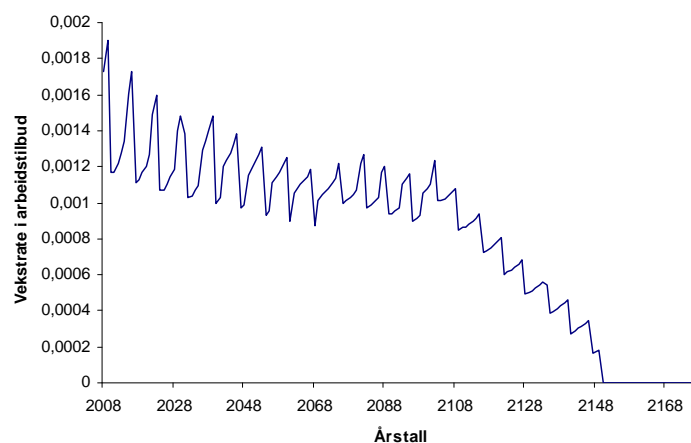


Figur 5.6: Forskjeller i arbeidstilbud

henholdsvis 66, 67 og 68 år. Selv om arbeidstilbudet er høyere, tidligere i livssyklusen, for kohort 1990 og 2044, ser det ikke ut til å gi endringer i det aggregerte arbeidstilbudet, som er i tråd med hva vi kan forvente over tid. Figur 5.7 viser den isolerte effekten av aldring på vekstraten i arbeidstilbudet.⁵ Effekten av aldring i modellen er gjennomgående lav, og gir en

⁵Vi isolerer denne effekten ved å finne endringene i $\Sigma_k n_{t,k}$. C-D-spesifikasjonen sikrer at kohorter med lik livslengde, har lik arbeidstilbudstilpasning over livssyklusen, slik at reallønnsveksten ikke gir forskjeller mellom kohorter med lik levetid.

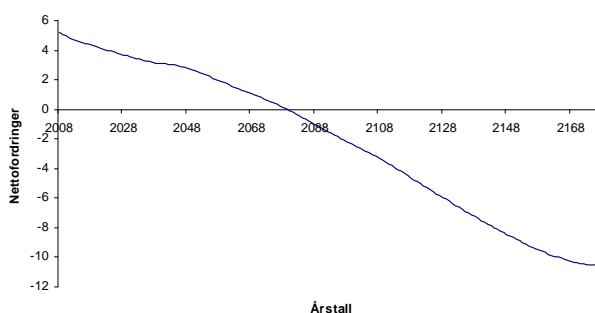
vekst i arbeidstilbudet som ligger mellom 0,18-0,08 % i periodene før vi avslutter aldringen, dvs. 2084. Den resulterende lave veksten i arbeidstilbudet fra aldring, gir en lavere vekst i offentlige inntekter, enn hva en skulle tro var realistisk. På den andre siden vil det også være en lavere vekst i pensjonsutgiftene, siden et økt arbeidstilbud gir høyere pensjonsutgifter. Siden det er skatt på pensjonsuttak vil skatteinntektene fra denne delen også være underdrevet. Effekten av aldring på *utgiftsandelen* er derfor overdrevet som følge av den konstante *effektivitetsfaktoren*.



Figur 5.7: Vekstraten i arbeidstilbud som følge av aldring

Utviklingen i kapitalimport og netto utenlandsgjeld

Figur 5.8 viser at økonomien starter med relativ høy gjeld til utlandet (5.18 per *effektiv arbeider*), for så å gradvis bygge ned gjeld frem til 2079. Et-

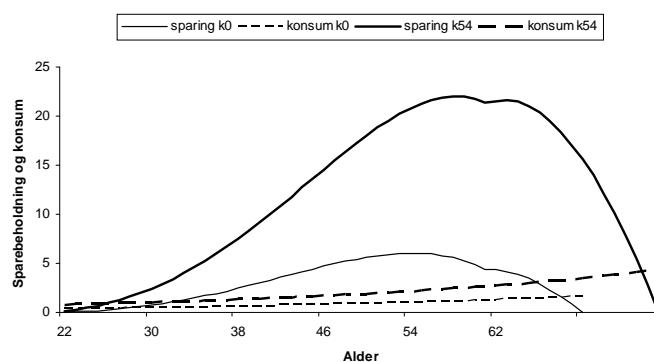


Figur 5.8: Utvikling i netto utenlandsgjeld

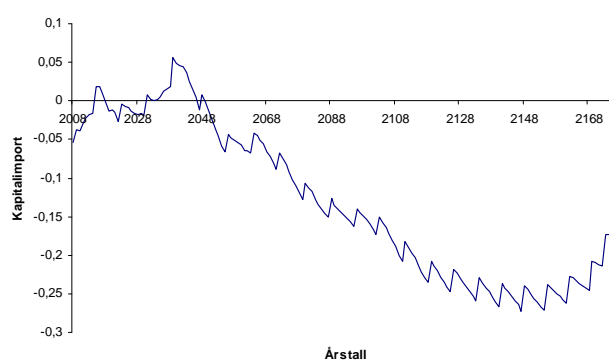
ter dette begynner økonomien å bygge opp fordringer på utlandet, frem til 2173 hvor fordringene på utlandet flater ut (-10.5 per *effektiv arbeider*). Resultatene gir en dårlig beskrivelse av norsk økonomi, som har store

netto fordringer på utlandet. Selv om vi tar i betraktning at vi ikke har med Statens pensjonsfond, eller annen offentlig sparing, i modellen, er størrelsen på utenlandsgjelden i denne simuleringen alt for stor. Den kraftige nedbyggingen av utenlandsgjeld og voksende nettofordringen tyder på en spesifikasjonssvakhet i modellen.

Den største svakheten ligger i antakelsen om lik *effektivitetsfaktor* for alle kohortene i modellen. Som vist i figur 5.6 har aldring liten innvirkning på hvor lenge kohortene deltar i arbeidslivet. For de første kohortene, som har en levetid på 70 år, er antall år utenfor arbeid 4 år. Tilsvarende er kohorten født i 1990 hele 10 år uten arbeid. Figur 5.9 illustrerer forskjellen i livssyklustilpassningen mellom de to kohortene, med hensyn på sparebeholdning og konsum. Følgene på sparebeholdningen som et resultat av aldring er dramatisk, og påpeker nok en gang behovet for en mer dynamisk *effektivitetsfaktor*.



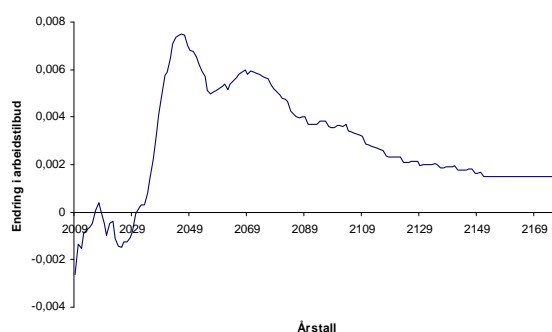
Figur 5.9: Forskjeller i sparing og konsum



Figur 5.10: Utvikling i kapitalimport

Figur 5.10 viser den tilhørende utviklingen i kapitalimporten. I periodene 2015-2017 er det en svak positiv kapitalimport per *effektiv* arbeider. Dette er periodene hvor de store *baby boom* generasjonene driver med kraftig

avsparing på vei mot sin siste periode i modellen. Neste periode med positiv kapitalimport *per effektiv arbeider* er fra 2031-2046, dette er periodene hvor *baby bust* generasjonene er hovedkapitalholder i økonomien, samtidig som de er på vei ut av arbeidsstyrken. Det er da relativt lite kapital *per effektiv arbeider* ettersom arbeidstilbudet tiltar i denne perioden, se figur 5.11. Deretter går økonomien inn i en periode med mer og mer negativ kap-

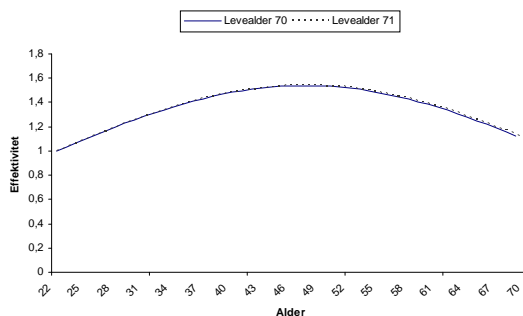


Figur 5.11: Vekstraten i arbeidstilbudet

italimport (kapitaleksport).⁶ Endringen er brattest i perioden 2065-2087, etter 2084 har alle nye kohorter lik livstidslengde, noe som demper økningen i kapitaleksporten. Vi når en topp i kapitaleksporten i 2147 som en følge av at aldringen fremdeles har stor effekt på sparing, mens effekten på arbeidstilbudet flater ut, se figur 5.11. Etter dette synker kapitaleksporten i takt med at aldringens effekt på sparing fordamper. Selv om aldringen stanser i 2084, vil ikke effekten av aldring i modellen forsvinne helt, før kohorten født i 2084 forlater modellen, dvs. i 2176. Etter 2176 går økonomien inn i balansert vekst, hvor veksten i kapitaltilbudet vokser i takt med det effektive arbeidstilbudet, dvs. at den totale sparebeholdningen vokser med $g + 0.00149 \approx 0.0165$ som tilsvarer en vekst på 1.65 %. Vi ser også at aldringen gjør seg utslag i kapitalimporten. Omtrent hvert syvende år ser vi at kapitalimporten går litt opp som følge av aldring i befolkningen.

En annen konsekvens for *netto utenlandsgjeld* og *kapitalimporten* er måten vi har modellert offentlig sektor på. Siden vi betrakter overskuddet til offentlig sektor som et sort hull, trekker vi ut en hel del kapital fra husholdningssektoren, uten å redegjøre for hvor kapitalen forsvinner. Det er innlysende at hvis husholdningssektoren hadde fått tilbakeført denne kapitalen, ville det ført til en høyere kapitalbeholdning i husholdningssektoren. En bedre behandling av offentlig sektor ville derfor vært ønskelig.

⁶Vi kaller herfra negativ kapitalimport for kapitaleksport, selv om det for enkelte perioder er snakk om nedbygging av utenlandsgjeld.



Figur 5.12: Forskjell i effektivitet mhp. ett år lengre levetid

	Υ_{2008}	Υ^*	b_{2008}	b^*	m_{2008}	m^*
konstant $e_{k,t}$	0.34	0.48	5.19	-10.51	-0.055	-0.1735
dynamisk $e_{k,t}$	0.338	0.46	5.44	-7.53	-0.033	-0.1243

Tabell 5.1: Forskjeller i startverdi og balansert vekst

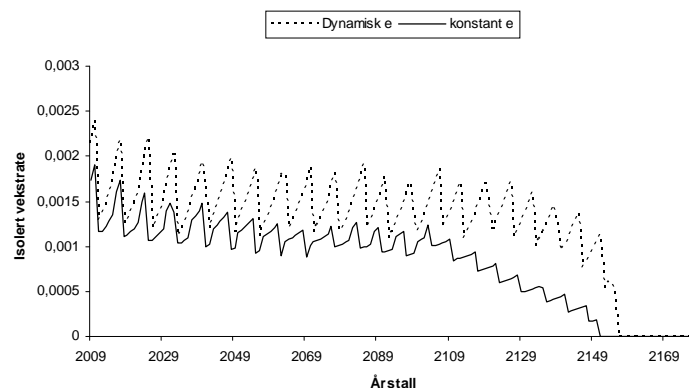
5.8 Sensitivitetsanalyse

Etter å ha identifisert hvilken del av parametriseringen som har størst svakheter, undersøker vi hvilke utslag det har å gjøre *effektivitetsfaktoren* mer dynamisk. Dynamikken vi velger har ingen empirisk støtte, vi velger derfor å la endringen i *effektivitetsfaktoren*, som følge av at kohorten blir ett år eldre enn foregående, være marginal. Ligning 5.35 viser hvilken del av *effektivitetsfaktoren* vi velger å la endringene ta sted.

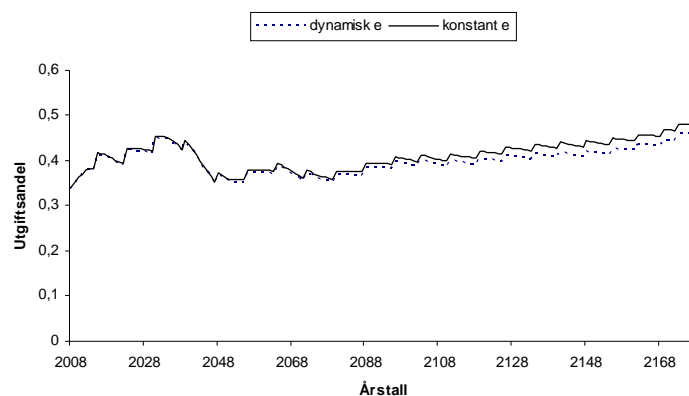
$$e_{k,t} = \frac{e^{4.77+0.033(t-k)-\theta_k(t-g)^2}}{e^{4.47}} \quad (5.35)$$

Vi lar kohort 1936 begynne med samme verdi som i basiskjøringen, dvs. $\theta_{1936} = 0.00067$. Deretter lar vi θ_k synke med 0.000005 for hvert år eldre kohortene blir. For eksempel vil $\theta_{1944} = 0.000665$, $\theta_{1951} = 0.00066$ osv. Figur 5.12 illustrerer hvor marginal den valgte endringen er. Dette innebærer at når en kohort blir ett år eldre, tar det ca. fem måneder lengre før dens effektiviteten faller til 1. Hensikten med denne endringen er ikke å gjøre modellen troverdig, for å gjøre den mer troverdig måtte vi enten hatt en utvikling i *effektivitetsfaktoren* med empirisk støtte, eller gode resonnement for størrelsen på endringene. Hensikten er kun å se hvor store utslag en slik marginal endring har på modellresultatene.

Tabell 5.1 viser forskjellen i startverdi og verdiene i balansert vekst for utgiftsandelen, netto utenlandsgjeld og kapitalimport. Utgiftsandelen ser ikke ut til å bli påvirket stort, men viser at aldringseffekten er noe overvurdert når *effektivitetsfaktoren* er konstant. Selv om figur 5.13 viser at den isolerte



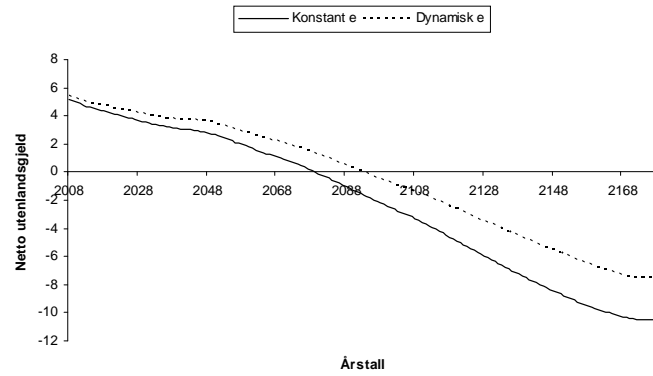
Figur 5.13: Isolert effekt av aldring på arbeidstilbud



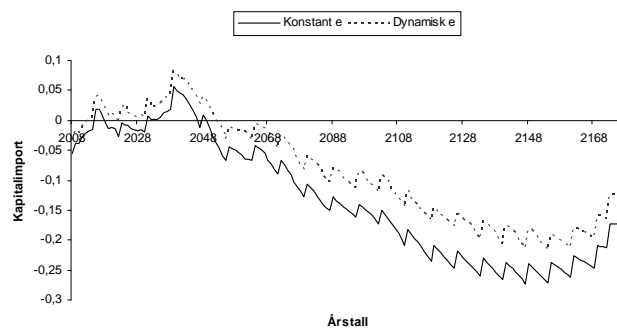
Figur 5.14: Utviklingen i utgiftsandelen

effekten av aldring på arbeidstilbudet er gjennomgående høyere når *effektivitetsfaktoren* er mer dynamisk, blir denne effekten på offentlige inntekter dempet av økte offentlige utgifter til pensjonsutbetaling. Figur 5.14 viser forskjellen i utviklingen i utgiftsandelen. Frem til 2080 er utviklingen i utgiftsandelen nesten identisk som tilfellet med konstant *effektivitetsfaktor*. Dette kommer av at utviklingen i utgiftsandelen er mest påvirket av endringene i kohortenes størrelse. Dette gir støtte til resultatene for utgiftsandelen i den opprinnelige modellkjøringen. Etter 2080, når det er aldringen i befolkningen som gir den generelle effekten på utgiftsandelen, begynner resultatene å avvike. Selv om avvikene er relativt små, er de økende og illustrerer behovet for en (mer gjennomtenkt) dynamisk *effektivitetsfaktor*.

Tabell 5.1 viser at utslagene av en mer dynamisk *effektivitetsfaktor* er størst for *netto utenlandsgjeld* og *kapitalimporten*. Figur 5.15 viser utviklingen i *netto utenlandsgjeld*, mens figur 5.16 viser den tilhørende utviklingen i *kapitalimporten*. Det er to grunner til at *netto utenlandsgjeld* faller slakere. En av årsakene er at den mer dynamiske *effektivitetsfaktoren* fører



Figur 5.15: Utvikling i utenlandsgjeld per effektiv arbeider



Figur 5.16: Utvikling i kapitalimport per effektiv arbeider

til at ett års lengre levetid ikke påvirker spareincentivene like sterkt som den konstante *effektivitetsfaktoren*. Dette fører til at effekten på sparingen i økonomien blir mindre som følge av aldring. Den andre effekten som forklarer forskjellene i *utenlandsgjelden* og *kapitalimporten*, er effekten på arbeidstilbudet som følge av aldring. Siden arbeidstilbudet er høyere som følge av aldring, vil kapitaltilbudet per *effektiv arbeider* bli lavere. De to ovenfor nevnte effektene fører sammen til en betydelig forskjell i utviklingen i *nettoutenlandsgjeld* og størrelsen på *kapitalimporten*.

5.9 Oppsummering

Selv om resultatene fra modellen er preget av svakheter ved parametriseringen, da spesielt med tanke på den konstante *effektivitetsfaktoren*, gir den fremdeles enkelte interessante funn. For eksempel velger alle kohortene i modellen å ta ut disponibelt pensjonsuttak fra første mulige tidspunkt, og fortsetter å ta ut disponibelt beløp frem til de forlater modellen. Den relative avkortingen i disponibelt pensjonsuttak som følge av høyere forventet levealder ser heller ikke ut til å påvirke hvor lenge kohortene deltar i arbeidsstyrken nevneverdig. Det ser derimot ut til at det er kohortenes avtakende effektivitet som er drivkraften bak beslutningen om når de velger å gå ut av arbeidsstyrken. Det er likevel et problem ved dette resonnementet, da vi ikke har modellert overgangen fra det “gamle” pensjonssystemet. Vi finner også sparingen i husholdningssektoren øker som en følge av aldringen. Selv om den konstante *effektivitetsfaktoren* fører til at denne effekten er overdrevet i modellen, vil effektiviteten til kohortene neppe øke proporsjonalt med aldringen. Derfor vil antall år utenfor arbeidsstyrken øke som en følge av aldringen, og kohortene vil spare mer for å opprettholde godekonsumet i periodene etter de går ut av arbeidsstyrken. Modellen fanger også opp hvordan økonomien påvirkes av *baby boom* og *baby bust* generasjonene, og predikerer en kraftig økning i pensjonsutgifter over de neste 30 årene. Modellen predikerer også en økning i antall år kohortene deltar i arbeidsstyrken, etterhvert som de har lengre levealder. Det er likevel viktig å holde i tankene at vi har utelatt viktige aspekter i pensjonsbeslutningen til individene, som for eksempel AFP, uførepensjon og arbeidsledighetstrygd.

Vi har allerede påpekt hvordan parametriseringen av modellen gir resultater som ikke er i tråd med hva vi kan forvente. Det er da spesielt den raske nedbyggingen av utenlandsgjeld og oppbyggingen av fordringer på utlandet som er mest påvirket av hvordan vi har parametrisert *effektivitetsfaktoren*. Likevel er det faktum at økonomien starter i netto utenlandsgjeld noe som heller tyder på svakheter i hvordan vi har spesifisert modellen. De kohortene som er på vei ut av modellen, i det modellen starter, forlater arbeidsstyrken

når de er 66 år gamle.⁷ Dette er i tråd med pensjonsbeslutningen til gjennomsnittsindividet i Norge, dette tyder på at *effektivitetsfaktoren* passer bra for disse kohortene.⁸ For at modellen skal starte med netto fordringer på utlandet, må det derfor være andre motiver, eller årsaker, enn avtakende effektivitet som fører til sparing. Antakelsen om at kohortene dør uten noen sparebeholdning er ikke i tråd med økonomisk teori, ei heller empiri. Selv om Hurd (1989) ikke finner et signifikant arvemotiv, påpeker han at arv er forårsaket av usikkerhet om når døden inntreffer. Selv om Hurd ikke finner et arvemotiv for USA, kan arvemotiv likevel forklare hvorfor individer etterlater kapital i Norge, det kan også tenkes å være forårsaket av en kombinasjon av usikkerhet og arvemotiv. Utelatelsen av både arvemotiv og usikkerhet forklarer hvorfor økonomien, når vi starter modellen, er underkapitalisert og har netto utenlandsgjeld.

En annen viktig svakhet ved modellen er behandlingen av offentlig sektor. Ved å behandle overskuddet til offentlig sektor som et sort hull, trekker vi en hel del kapital ut av modellen, uten å redegjøre for hvor kapitalen blir av. Siden kapitalen som forsvinner trekkes fra husholdningssektoren, vil de ha mindre kapital å spare av. Dette er en høyst ureglementær modellering av offentlig sektor, en bedre behandling av offentlig sektor er derfor ønskelig. En mulighet er å la offentlige inntekter være lik pensjonsutgiftene initialt, og la skattesatsen være en variabel som balanserte det offentlige budsjettet. Dette ville ført til en ubetydelig lavere skattesats enn i modellen (hvor det er all skatt på arbeidsinntekt), og dermed en høyere sparebeholdning fra kohortene. Det ville også gitt interessante resultater i periodene når *baby boom* og *baby bust* generasjonene beveger seg gjennom modellen. Denne måten å modellere offentlig sektor på er mer tilfredstillende enn måten vi har valgt. Men følgene av å modellere offentlig sektor med balanserende skattesats, er at det gir en urimelig høy byrde for de generasjonene som skal finansiere pensjonsutgiftene når *baby boom* generasjonene er de som hever pensjon. Det motsatte vil være tilfellet for *baby bust*. En barsk, men mye mer tilfredstillende, måte å modellere offentlig sektor på, er å modellere den som en aktør i markedet. På den måten kan offentlig sektor fordele byrden av pensjonsutgifter ved å spare, eller låne, i gode, eller dårlige, tider.

Et annet problem ved modelleringen av offentlig sektor, er hvor lite av både inntekts- og utgiftssiden vi har med i modellen. Ved å ta med mer av offentlige inntekter og utgifter, sammen med mulighet for offentlig sparing, ville vi fått mer realistiske utslag på størrelsen på utgiftsandelen av pensjonsutbetalingene, og realistiske utslag på utviklingen i netto utenlandsgjeld.

⁷Merk forskjellen fra når vi starter livssyklusoptimeringen og når vi starter modellen. Livssyklusstilpassningen starter for kohort 1936 i 1958, mens vi starter modellen i 2008.

⁸Vel og merke velger enkelte å stå i arbeid en del år lengre, noe som burde tale for en noe høyere alder før gj.snittsindividet trekker seg helt ut.

En annen “mangel” ved modellen er at den ikke har et sammenligningsgrunnlag. Vi vet for eksempel ikke hvordan de samme individene, som vi har modellert, ville tilpasset seg med det “gamle” pensjonssystemet. Vi kan heller ikke si noe om hvordan overgangen fra det “gamle” til det “nye” påvirker økonomien. Vi kan derfor ikke si noe konkret om egenskapene til dette pensjonssystemet i forhold til det “gamle”.

Selv om modellen predikerer utviklingen i de offentlige utgiftene til pensjonssystemet relativt tilfredstillende, er det behov for en rekke utvidelser før den kan simulere hvordan den norske økonomien kommer til å utvikle seg i årene fremover. Utvidelsene for husholdningssektoren, som vi har argumentert for, er innføring av et arvemotiv, som vil øke sparebeholdningen til kohortene over livssyklusen og gjøre den økonomiske tilpasningen mer realistisk. Å innføre et arvemotiv er en relativt enkel utvidelse, mens en mer komplisert utvidelse er å innføre usikkerhet om dødstidspunkt. En fordel med å innføre usikkerhet, er at det jevner ut aldringsprosessen i modellen. Den trappetrinnaktige aldringen vi har i denne modellen vil glattes, og den økonomiske effekten av aldring blir jevnere. Usikkerhet er derimot ikke en nødvendig utvidelse, men kunne vært fordelaktig, det er også mer realistisk siden usikkerhet er et faktum i livet. Den siste utvidelsen i husholdningssektoren, som vi aldri får argumentert nok for, er behovet for en mer dynamisk *effektivitetsfaktor* for kohortene i modellen. Denne utvidelsen er nødvendig for å få en realistisk effekt av aldring i modellen.

En viktig utvidelse av modellen er en bedre behandling av offentlig sektor. Vi har argumentert for to måter å modellere offentlig sektor mer realistisk på. Den ene måten er å innføre en endogen skattesats som balanserer det offentlige budsjettet til en hver tid, dette er en noe urealistisk tilnærming av offentlig sektor, men kan gi interessante resultater med tanke på hvem som må ta byrden av pensjonssystemet. Den andre måten, som vi foreslår, er å modellere offentlig sektor som en aktør i markedet, og foretar intergenerasjonell fordeling. På denne måten får vi med offentlig sparing i modellen.

Kapittel 6

Konklusjon

Vi har i denne oppgaven modellert en overlappende generasjonsmodell for en liten åpen økonomi, med en aldrende husholdningssektor. I modellen er spesifiseringen av kohortenes pensjonsopptjening- og pensjonsuttaksprofil i tråd med pensjonssystemet som er lagt frem i Stm5 (2006-2007). Det er lagt inn de faktiske befolkningsprofilene fra 1936 til 2008, samt framskrivninger for befolkningsveksten frem til 2060. Det er også lagt inn en realistisk profil for endringene i forventet levealder.

Resultatene fra modellen predikerer at pensjonsutgiftenes andel av offentlige inntekter vil øke betraktlig over de neste 30 årene, som en følge av at de store etterkrigskullene går inn i en pensjonstilværelse og de relativt små kullene fra 1970-tallet er den dominerende delen av arbeidsstyrken. Etter dette faller utgiftsandelen ned mot 2008-nivå i 2047. Utgiftsandelen etter 2047 øker i takt med den økte levetiden til kohortene, som forlenger antall år kohortene er pensjonstaker. Modellen predikerer også en økende sparebeholdning, som følge av aldring i husholdningssektoren.

Selv om modellen gir gode prediksjoner for utviklingen i utgiftsandelen, identifiserer vi enkelte svakheter ved modellen, og dens evne til å etterligne virkeligheten. Det er spesielt evnen til å forklare netto utenlandsgjeld, kapitalimport og utviklingen i disse som er i øyenfallende. En av svakhetene ligger i parametriseringen av modellen, hvor det er antatt at alle kohorter, uavhengig av alder, har samme livssyklusutvikling i hvor effektiv de er. De andre svakhetene er knyttet til hvordan vi har spesifisert modellen. Av spesifikasjonsmangler av stor betydning nevner vi; utelating av arvemotiv, usikkerhet og behandling av offentlig sektor.

Vi foreslår, i første omgang, å utvide modellen med arvemotiv og en bedre behandling av offentlig sektor, samt en mer realistisk utvikling i effektivitetsfaktoren til kohortene. Som forslag til modellering av offentlig sektor, foreslår vi å ha en endogen skattesats som balanserer det offentlige budsjettet, eller å la offentlig sektor operere som en aktør i markedet. Det ville også vært en god idé å ta med større deler av offentlige inntekter og utgifter

for å gjøre modellen mer realistisk.

Et siste problem ved modellen er at pensjonssystemet mangler et sammenligningsgrunnlag. Vi foreslår derfor, som en videre utvikling av modellen å modellere det gamle pensjonssystemet, sammen med en overgang fra det gamle til det nye pensjonssystemet.

Selv om modellen i denne oppgaven har en del svakheter som begrenser hvor god den er til å predikere utviklingen i økonomien, gir den god innsikt i hvordan den bør videreutvikles. Den er dermed et stort skritt i retning å være en god likevektsmodell for norsk økonomi.

Litteraturliste

Auerbach, Alan J., Laurence J. Kotlikoff (1987) *Dynamic Fiscal Policy*. Cambridge University Press, Cambridge, NY.

Backus, David K., Patrick J. Kehoe, Finn E. Kydland (1992) International Real Business Cycles. *The Journal of Political Economy*, Vol. 100 No. 4 (August, 1992) ss. 745-775

Bewley, Truman F. (2007) *General Equilibrium, Overlapping Models, and Optimal Growth Theory*. Harvard University Press. Cambridge, MA.

Det Kongelige Arbeids- og Inkluderingsdepartement (2006-2007) *Stortingsmelding nr 5, Opptjening og uttak av alderspensjon i folketrygden*.

Det Kongelige Finansdepartement (2007-2008) *Stortingsmelding nr 1, Nasjonalbudsjettet 2008*.

Epland, Jon (2001) *Hvor mye inntektsskatt betaler vi?* Statistisk Sentralbyrå,
<http://www.ssb.no/vis/emner/00/01/10/valgaktuelt/2001/art-2001-08-14-01.html>

Guvenen, Fatih (2006) Reconciling conflicting evidence on the elasticity of intertemporal substitution: A macroeconomic perspective. *Journal of Monetary Economics*, 53 (2006) ss. 1451-1472

Hurd, Michael D. (1989) Mortality Risk and Bequests. *Econometrica*, Vol. 57, No. 4 (Juli, 1989) ss. 779-813

Kurzahls, Joakim (2007) *Om Pensjonsreformen*. Institutt for Økonomi, Universitetet i Bergen

OECD (2005) *Economic Surveys. Norway*.

Raffelhüschen, Bernd, Alf Erling Risa (1995) Reforming social security in a

small open economy. *European Journal of Political Economy*, Vol. 11 (1995) ss. 469-485

Rasmussen, Tobias N., Thomas F. Rutherford (2004) Modelling overlapping generations in a complementarity format. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 28 (2004) ss. 1383-1409

Samfunns- og Næringslivsforskning AS (2002) *Estimering av lønnsgapet og dekomponering av lønnsforskjellen i fire ulike sektorer. En empirisk studie på et koblet norsk arbeidsgiver - arbeidstaker datasett for perioden 1986-1995*. SNF-rapport nr. 60/02, Bergen

Statistisk Sentralbyrå (2002) *Tabell 5.1: Forventet gjenstående levetid, etter alder. 1846-2000*.

http://www.ssb.no/emner/03/00/nos_helsestat/nos_c705/tab/5.1.html

Statistisk Sentralbyrå (2005) *Tabell 9: Samlet fruktbarhetstall og forventet levealder. Hele landet. Registrert 1993- 2003 og som forutsatt 2002-2050*.

http://www.ssb.no/emner/02/03/nos_folkfram/nos_d319/tab/tab-9.html

Statistisk Sentralbyrå (2007a) *Tabell 05803: Folkemengde, fødte, døde, ekteskap, flyttinger og forlketilvekst (1735 – 2008)*.

http://statbank.ssb.no/statistikkbanken/Default_FR.asp?PXSid=0&nvl=true&PLanguage=0&tilside=selecttable/hovedtabellHjem.asp&KortnavnWeb=fodte

Statistisk Sentralbyrå (2007b) *Tabell 06919: Framskrevet antall fødte og døde i 9 alternativer (2007 – 2060)*.

http://statbank.ssb.no/statistikkbanken/Default_FR.asp?PXSid=0&nvl=true&PLanguage=0&tilside=selecttable/MenuSelS.asp&SubjectCode=02

```

1 $title Overlappende Generasjonsmodell med NLP
2
3 *      Erlend Dysvik
4 *      Institutt for økonomi
5 *      Universitetet i Bergen
6
7 *      August, 2008
8
9 SETS
10 T      tidsperioder i modellen /0*305/,
11 G(T)   generasjoner i modellen /0*220/;
12
13 *=====
14 * Alias for manipulerings av sett.
15 *=====
16 ALIAS (T,TT), (G,GG);
17
18 *=====»
19 * Vi trenger definere settene slik at generasjonene overlapper.
20 * Vi lager parameter for alder til kohortene, kalles MAKSALDER(G)
21 * Disse vil brukes i modellen og for å lage definisjonssett slik at kohortene»
22 * overlapper
23 * Filen effektivitet.gms er en dynamisk effektivitetsparameter brukt i sensitiv»
24 * ivitetsanalysen,
25 * for å bruke den, ta vekk * forran dollartegnet.
26 *=====»
27 *=====
28 $include maksalder.gms
29 *$include effektivitet.gms
30
31 *=====
32 * trenger å lage et definisjonssett for om individet lever
33 * lager først et parameter som angir alder.
34 * ALDER(G,T) tar negative verdier så vel som verdier høyere enn levetid.
35 * Bruker ALDER(G,T) til å definere levesettet.
36 *=====
37 PARAMETERS
38 YEAR(G)      Point in time,
39 ALDER(G,T)   Alder til kohort G i år T;
40
41 YEAR(G)      = ORD(G) ;
42 ALDER(G,T)   = ord(T) - YEAR(G);
43
44
45 SET
46 LEVER(G,T)   Generasjon G lever i år T;
47
48 LEVER(G,T)   = YES$ (0 LE ALDER(G,T) AND ALDER(G,T) LE MAKSALDER(»
49 G));
50
51 *=====»
52 * Parametre og definisjonssett som skiller mellom tid før og etter pensjonsal»
53 * der
54 *=====»
55 Parameter
56 PENSJONSALDER1(G)   Første pensjoneringstidspunkt for generasjon G;
57 PENSJONSALDER1(G)   = 40;

```

```

54
55 set
56 FORPENSJON1(G,T)      Generasjon G lever og har ikke mulighet for pensjon,
57 ETTERPENSJON1(G,T)    Fra tidspunktet hvor en kan ta ut pensjon,
58 FORPENSJON2(G,T)      Fra og med tidspunktet hvor en kan ta ut pensjon
59 ETTERPENSJON2(G,T)    ;
60
61 FORPENSJON1(G,T)      =YES$(1 LE ALDER(G,T) AND ALDER(G,T) LE PENSJONSALDE»
   R1(G)-1);
62 ETTERPENSJON1(G,T)    =YES$(ALDER(G,T) GE 40 AND ALDER(G,T) LE MAKSALDER(G»
   ));
63 FORPENSJON2(G,T)      =YES$(1 LE ALDER(G,T) AND ALDER(G,T) LE PENSJONSALDE»
   R1(G));
64 ETTERPENSJON2(G,T)    =YES$(ALDER(G,T) GE 41 AND ALDER(G,T) LE MAKSALDER(G»
   ));
65 *=====
66 * Definisjonssett som bestemmer når de ulike vilkårene skal brukes
67 * Dette gjelder kohortenes første år i modellen
68 * første år med tilgang på pensjonsformue
69 * siste år i modellen.
70 *=====
71 set
72 FORSTE(G,T)           første periode i livssyklusen,
73 SISTE(G,T)            siste periode i livssyklusen,
74 PENALD(G,T)           Pensjonsalder
75 ;
76
77 FORSTE(G,T)           = yes$(ALDER(G,T) EQ 0) ;
78 SISTE(G,T)            = yes$(ALDER(G,T) EQ (MAKSALDER(G))) ;
79 PENALD(G,T)           = yes$(ALDER(G,T) EQ PENSJONSALDER1(G));
80
81
82
83 Display t, g, maksalder, lever, year, alder, forpensjon1, etterpensjon1, fors»
   te, siste;
84
85 *=====»
   =====
86 * Skalarer brukt i modellen
87 * ALPHA angir faktoren til den intertemporale substitusjonselastisiteten ALPH»
   A = 1-1/EIS
88 * BETA er andelen av konsumutgiften som tillegges fritid
89 * R er den eksogene realrenten
90 * AVKP er vekstraten i produktivitetsfaktoren, den angir også reallønnsvekste»
   n
91 * i økonomien, og avkastningsraten på pensjonsformuen, før en hever pensjon.
92 * DL er disponibel fritid, normalisert til 1
93 * DELTA er den rene tidsprefranseraten
94 * SIGMA bidraget til pensjonsformuen av inntekt
95 * LB er gjennstående levetid i basisåret
96 * TAU er gjennomsnittlig marginalsatt på inntekt
97 *=====»
   =====
98
99 scalars
100 ALPHA    /-0.12/
101 BETA      /0.6/
102 R         /1.045/
103 REALR     /0.045/
104 AVKP      /0.015/
105 TETA      /0.278/

```

```

106 DL          /1/
107 DELTA       /0.011/
108 SIGMA       /0.0135/
109 LB          /17/
110 TAU         /0.42/;
111
112 *=====»
=====
113 *              -Parametrisering av produksjonssektoren-
114 *Den eksogene realrenten muliggjør å parametrisere produksjonsiden i økonomien
115 *Kapitalintensiteten, produksjon per effektiv arbeidsenhet, produktivitetsfak»
toren og
116 *marginalproduktet til kapital målt i effektivitetsenheter og målt per arbeid»
senhet, dvs reallønn,
117 *er alle eksogene og uavhengig av arbeidstilbud og kapitaltilbud, disse sette»
s opp som parametre i modellen
118 *før optimering av kohortenes livssyklusallokering.
119 *=====»
=====
120 PARAMETERS
121 KAPI          kapitalintensitet,
122 PRODUK        produksjon per effektiv arbeidsenhet,
123 A(T)          Produktivitetsfaktor,
124 MPEA          Marginalproduktiviteten til arbeid målt i effektivitetsenhet»
er,
125 RL(T)         Marginalproduktiviteten til arbeid - ikke målt i effektivite»
tsheter (REALLØNN);
126
127 KAPI          = (REALR/TETA)**(1/(TETA-1));
128 PRODUK        = KAPI**TETA;
129 A(T)          = (1+AVKP)**(ord(t)-1);
130 MPEA          = (1-TETA)*KAPI**TETA;
131 RL(T)         = A(T)*MPEA;
132
133
134 DISPLAY KAPI, PRODUK, A, MPEA, RL;
135 *=====»
136 * Diverse parametre som er brukt i modellen, med forklaring.
137 *=====»
138 parameter
139 GJENSTLV(G,T) gjennstående levealder for kohort g,
140 DISKONT(G,T)  parameter for neddiskontering av nytte,
141 E(G,T)        justeringsfaktor for å skille effektivitet m»
ellom kohorter etter alder,
142 EL(G,T)       effektiv lønn for kohort over livssyklus
143 MF(T)         minstefradrag på inntektsskatt
144 MFO(G,T)      parameter for minstefradrag i første periode»
;
145
146 GJENSTLV(G,T)$LEVER(G,T) = maksalder(g)+6 - alder(g,t);
147 DISKONT(G,T)$LEVER(G,T)  = (1/(1+delta))**(alder(g,t));
148 E(G,T)$LEVER(G,T)        = exp(4.47 + 0.034*(alder(g,t)) - 0.00067*(a»
lder(g,t)**2)/exp(4.47);
149 EL(G,T)$LEVER(G,T)       = RL(T)*E(G,T)*(1-TAU);
150 MF(T)                    = 0.05*RL(T);
151 MFO(G,T)$FORSTE(G,T)     = RL(T)*E(G,T)*0.05;
152
153 display gjenstlv, diskont, e, rl, el, mf;
154
155 *=====»
156 * Liste over antall individer innen hver kohort i modellen

```



```

157 * Parameteret heter INDK(G), listen ligger i GAMS-filen indk.gms
158 * Tallene er hentet fra statistisk sentralbyrå for de første 150 kohortene
159 * De siste 50 er estimert ved å bruke vekstraten mellom kohort 149 og 150.
160 *=====
161
162 $include indk.gms
163
164 *=====
165 * Variablene som inngår i individets(kohortens) livssyklusoptimering
166 *=====
167
168 variables
169 l(g,t)      fritid
170 c(g,t)      konsum
171 f(g,t)      formue
172 u(g,t)      nytte
173 pf(g,t)    pensjonsformue
174 pb(g,t)    pensjonsformuebidrag
175 dut(g,t)   disponibelt pensjonsuttak
176 ut(g,t)    pensjonsuttak
177 pa(g,t)    pensjonsavkastning
178 KU(G)      Livssyklusnytte
179 V          Velferd;
180
181 *=====
182 *Variabler som er ikkenegativ
183 *=====
184 positive variables
185
186 l(g,t)      fritid
187 c(g,t)      konsum
188 pf(g,t)    pensjonsformue
189 pb(g,t)    pensjonsformuebidrag
190 dut(g,t)   dispognibelt pensjonsuttak
191 ut(g,t)    pensjonsuttak
192
193
194 equations
195 *=====
196 * Ligninger bak målfunksjonen, og målfunksjonen
197 *=====
198 util(g,t)   nytte
199 KUTIL(g)   Neddiskontert nytte for kohorten
200 VELF       Velferdsfunksjonen
201
202 *=====
203 *Sidevilkår for fritid
204 *=====
205 fri(g,t)   fritid
206
207 *=====
208 *sidevilkår for fullformuen før fylte 62
209 *=====
210 form(g,t)   fullformue
211 formfirst(g,t) fullformue i t=1
212
213 *=====
214 *sidevilkår for pensjonsopptjening før 62
215 *=====
216 penformf(g,t) pensjonsformue i første periode
217 penbidr(g,t) pensjonsformuebidrag

```

```

218 penform(g,t)      opptjent pensjonsformue på tidspunkt t+1
219
220 *=====
221 *sidevilkår for fullformuen fra 62
222 *=====
223 formp(g,t)        fullformue etter fylte 62
224 forml(g,t)        formueslutt
225
226 *=====
227 *sidevilkår for pensjonsopptjening og uttak fra 62
228 *=====
229 dispenfirst(g,t)  disponibel pensjonsformue ved fylte 62
230 dispen(g,t)      disponibel pensjonsformue på tidspunkt t+1
231 pensut(g,t)      pensjonsuttak på tidspunkt t
232 pensutl(g,t)     pensjonsuttak i siste leveår
233
234
235 *=====
236 *variabel pensjonsavkastning
237 *=====
238 pensavk(g,t)     pensjonsavkastning på tidspunkt t
239 ;
240
241 *=====
242 * Initialverdier og startverdier for å gi GAMS en bedre kalkulering
243 * NB! vi setter her krav på pensjonsuttak fra første mulige tidspunkt
244 * det er derfor viktig å se over resultatene for å se at sidevilkåret binder!
245 *=====
246 l.lo(G,t)$lever(g,t)      = 0.2;
247 c.lo(G,t)$lever(g,t)      = 0.2;
248 l.l(G,T)$lever(G,T)       = 0.7;
249 c.l(G,T)$lever(G,T)       = 0.57;
250 ut.up(g,t)$forpensjonl(g,t) = 0;
251 ut.l(G,T)                  = 4;
252 ut.lo(G,T)$etterpensjonl(g,t) = 0.6;
253 u.l(G,T)                   = -1.068 ;
254 ku.l(G)                    = sum(t, diskont(g,t)*u.l(g,t));
255 v.l                        = sum(g, (0.998**(ord(g)))*ku.l(g));
256
257 *=====
258 *Målfunksjonen
259 *=====
260 util(G,T)$lever(g,t)..      u(g,t)          =e= (((l(g,t)**beta)*»
      (c(g,t)**(1-beta)))**alpha)/alpha ;
261 KUTIL(G)..                  KU(G)            =e= sum(t, DISKONT(G»
      ,T)*u(g,t));
262 VELF..                      V                    =e= SUM(G, KU(G));
263
264 *=====
265 * Sidevilkår som gir fullformuen gjennom livssyklusen
266 *=====
267 formfirst(FORSTE)..         f(FORSTE)       =e= EL(FORSTE)*dl + MF»
      O(FORSTE) ;
268 form(g,t)$FORPENSJON1(G,T).. f(g,t)          =e= (f(g,t-1) - c(g,t-»
      1) - EL(G,T-1)*l(g,t-1))*r + EL(G,T)*dl + MF(T);
269 formp(g,t)$ETTERPENSJON1(G,T).. f(g,t)          =e= (f(g,t-1)-c(g,t-1)»
      -EL(G,T-1)*l(g,t-1))*r + EL(G,T)*dl + MF(T) + (1-tau)*ut(g,t);
270 forml(SISTE)..             F(SISTE)          =e= c(SISTE)+EL(SISTE)»
      *l(SISTE);
271
272 *=====»

```

```

=====
273 *Vilkår for pensjonsopptjeningen som er tillagt spesielle tidsreferanser.
274 *Første periode i livssyklus, første periode med pensjonsrettigheter, og term»
    inalvilkår.
275 *=====»
    =====
276 penformf(FORSTE)..                pf(FORSTE)          =e= pb(FORSTE);
277 dispenfirst(PENALD)..            dut(PENALD)        =e= pf(PENALD)/(GJEN»
    STLV(PENALD));
278 pensutl(SISTE)..                ut(SISTE)          =e= dut(SISTE);
279
280 *=====»
    =====
281 * Generelle vilkår for pensjonsopptjening og disponibel pensjonsformue
282 * Ved alder 40 endres pensjonsformuen fra å være en total formue til en dispo»
    nibel formue
283 *=====»
    =====
284 penbidr(g,t)$LEVER(G,T)..        pb(g,t)            =e= sigma*lb*(dl-l(g»
    ,t))*RL(T)*E(G,T);
285 penform(g,t)$FORPENSJON2(G,T)..  pf(g,t)            =e= (pf(g,t-1)+pb(g,»
    t-1))*(1+avkp) ;
286 dispen(g,t)$ETTERPENSJON1(G,T).. dut(g,t)            =e= (dut(g,t-1)+(pb(»
    g,t-1)+dut(g,t-1)-ut(g,t-1))/(GJENSTLV(G,T))*(1+pa(g,t)) ;
287 pensut(g,t)$ETTERPENSJON1(G,T).. ut(g,t)              =l= dut(g,t);
288
289 *=====
290 *Sidevilkår for pensjonsavkastning og ulikhetsvilkår for fritid
291 *=====
292 pensavk(g,t)$ETTERPENSJON1(G,T).. pa(g,t)              =e= (avkp/2)/(1+1000»
    0*ut(g,t-1))+avkp/2 ;
293 fri(g,t)$LEVER(G,T)..            l(g,t)              =l= dl ;
294
295
296 model pensjon /
297 all/;
298
299 Option reslim = 60000;
300
301 option iterlim = 1000000;
302
303 solve pensjon maximizin v using nlp;
304
305
306 *=====»
    =====
307 *                                -kalkulering av kapitaltilbudet i økonomien-
308 * Vi lager et uttrykk for kapitalbeholdning til kohort g, på tidspunkt t (SPA»
    RING(G,T))
309 * Videre agregerer vi kapitalbeholdningen til kohort g med indk(g) som er ant»
    all individer i kohort g (TOTSPARING(G,T))
310 * Kapitaltilbudet (KAPTIL(T)) på tidspunkt t vil være summen av TOTSPARING(G,»
    T) over alle kohortene G på tidspunkt T.
311 *=====»
    =====
312
313 PARAMETER
314
315 SPARING(G,T)                        Kapitalbeholdningen til ett individ i kohort»
    g på tidspunkt t,
316 TOTSPARING(G,T)                    Aggregert kapitalbeholdning for kohort g på »

```

```

    tidspunkt t,
317 KAPTIL(T)                Det aggregerte kapitaltilbudet på tidspunkt »
    t;
318
319 SPARING(G,T)$LEVER(G,T)   = F.L(G,T) - C.L(G,T) - EL(G,T)*L.L(G,T);
320 TOTSPARING(G,T)$LEVER(G,T) = INDK(G)*SPARING(G,T);
321 KAPTIL(T)                 = SUM(G, TOTSPARING(G,T));
322
323
324
325 DISPLAY SPARING, TOTSPARING, KAPTIL ;
326
327 *=====»
    =====
328 *                               -kalkulering av arbeidstilbudet i økonomien-
329 * Vi lager et uttrykk for arbeidstilbudet for det representative individet i »
    kohort g på tidspunkt t (ARBEID(G,T))
330 * Videre aggregerer vi arbeidstilbudet slik at vi får arbeidstilbudet til koho»
    rt g på tidspunkt t (TOTARBEID(G,T))
331 * Arbeidstilbudet (ARBTIL(T)) i økonomien på tidspunkt t er summen av TOTARBE»
    ID(G,T) over alle kohortene på tidspunkt t.
332 * Vi rapporterer også det dissagregerte arbeidstilbudet for å isolere effekte»
    n av aldring.
333 *=====»
    =====
334
335 PARAMETER
336
337 ARBEID(G,T)                Arbeidstilbudet til det representative indiv»
    idet i kohort g på tidspunkt t,
338 DISSARB(T)                Dissaggregert arbeidstilbud,
339 TOTARBEID(G,T)            Aggregert arbeidstilbud for kohort g på tids»
    punkt t,
340 ARBTIL(T)                 Arbidstilbudet i økonomien på tidspunkt t;
341
342 ARBEID(G,T)$LEVER(G,T)     = DL - L.L(G,T);
343 TOTARBEID(G,T)$LEVER(G,T) = INDK(G)*ARBEID(G,T);
344 ARBTIL(T)                 = SUM(G, TOTARBEID(G,T));
345 DISSARB(T)                = SUM(G, ARBEID(G,T));
346
347 DISPLAY ARBEID, TOTARBEID, ARBTIL, DISSARB;
348
349 *=====»
    =====
350 *                               -Kalkulering av kapitaletterspørselen i prod»
    uksjonsektoren-
351 * Kapital etterspørselen er bestemt av forholdet mellom kapital og effektivt »
    arbeid som er konstant og lik kapitalintensiteten
352 * Kapitaletterspørselen varierer derfor med endringer i effektiv arbeid
353 *=====»
    =====
354
355 PARAMETER
356
357 KAPETER(T)                 Kapitaletterspørrel i produksjonsektoren;
358
359 KAPETER(T)$ (ORD(T) GE 50 AND ORD(T) LE 221) = KAPI*A(T)*ARBTIL(T);
360
361 DISPLAY KAPETER;
362
363 *=====»
    =====

```

```

=====
364 *                               -Kalkulering av nettofordringer og endring i»
      nettofordringer-
365 * kalkulerer først nettofordringer på utlandet i periode t, som tilsvare dif»
      feransen mellom kapitaltilbud og -etterspørsel.
366 * lager så nettofordringer per effektiv arbeider ved å dele på effektiv arbei»
      dskraft.
367 * Kapitalimporten per effektiv arbeider er differansen mellom nettofordringer»
      på tidspunkt t+1 og tidspunkt t delt på
368 * effektiv arbeidskraft på tidspunkt t.
369 *=====»
      =====

```

370

371 **PARAMETER**

372

```

373 NETTOFORDRING(T)           Nettofordring på tidspunkt t,
374 EFFORDRING(T)             Nettofordringer målt i effektivitetsenheter,
375 M(T)                       Kapitalimport på tidspunkt t;
376
377
378 NETTOFORDRING(T)$ (ORD(T) GE 51 AND ORD(T) LE 221)           = KAPI*A(T)*»
      ARBTIL(T) - KAPTIL(T-1);
379 EFFORDRING(T)$ (ORD(T) GE 51 AND ORD(T) LE 221)           = NETTOFORDR»
      ING(T)/(A(T)*ARBTIL(T));
380 M(T)$ (ORD(T) GE 51 AND ORD(T) LE 221)                   = (NETTOFORD»
      RING(T+1) - NETTOFORDRING(T))/(A(T)*ARBTIL(T));

```

381

382

383 **DISPLAY** EFFORDRING, M;

384

```

385 *=====»
      =====

```

```

386 *                               -Kalkulering av offentlige inntekter og utgifter, samt forholdet»
      mellom inntekter og utgifter til pensjon-
387 * offentlige har inntekter fra skatt på arbeid og skatt på pensjonsuttak, vi »
      kalkulerer disse hver for seg.
388 * offentlige utgifter er minstefradrag og utgifter til pensjonsutgifter.
389 * Vi lager så totale offentlige inntekter ved å trekke fra utgifter til minst»
      epensjon fra skatteinntekten.
390 * Utgiftsandelen er UTGIFTPE(T)/TOTINT(T).
391 * Videre kalkulerer vi vekstraten i utgiftsandelen
392 *=====»
      =====

```

393

394

395 **PARAMETER**

396

```

397 SKATTARBK(G,T)           skatteinntekter fra arbeid fra kohort k på t»
      idspunkt t,
398 SKATTPENK(G,T)          skatteinntekter fra pensjonsutbetalinger til»
      kohort k på tidspunkt t,
399 UTGIFTMIK(G,T)          utgifter fra minstepensjon til kohort k på t»
      idspunkt t,
400 UTGIFTPEK(G,T)          utgifter fra pensjonsutbetalinger til kohort»
      k på tidspunkt t,
401
402 SKATTARB(T)             skatteinntekter fra inntektsskatt på tidspun»
      kt t,
403 SKATTPEN(T)            skatteinntekter fra pensjonsuttak på tidspun»
      kt t,
404 UTGIFTMI(T)            utgiter til minstefradrag på tidspunkt t,

```

```

405 UTGIFTPE(T)                utgifter til pensjon på tidspunkt t,
406 TOTINT(T)                 totale skatteinntekter på tidspunkt t,
407 UTGIFTSANDEL(T)          pensjonsutgiftenes utgiftsandel på tidspunkt»
    t,
408 VEKSTRATE(T)             vekstraten i utgiftsandelen til pensjon;
409
410
411 SKATTARBK(G,T)$LEVER(G,T)   = INDK(G)*ARBEID(G,T)*RL(T)*E(G,T)*TAU;
412 SKATTPENK(G,T)$ETTERPENSJON1(G,T)= INDK(G)*UT.L(G,T)*TAU;
413 UTGIFTMIK(G,T)$LEVER(G,T)   = INDK(G)*MF(T);
414 UTGIFTPEK(G,T)$ETTERPENSJON1(G,T)= INDK(G)*UT.L(G,T);
415
416
417 SKATTARB(T)                = SUM(G, SKATTARBK(G,T));
418 SKATTPEN(T)                = SUM(G, SKATTPENK(G,T));
419 UTGIFTMI(T)                = SUM(G, UTGIFTMIK(G,T));
420
421 UTGIFTPE(T)$ (ORD(T) GE 51 AND ORD(T) LE 221)   = SUM(G, UTGIFTPEK(G,T));
422 TOTINT(T)$ (ORD(T) GE 51 AND ORD(T) LE 221)   = SKATTARB(T) + SKATTPEN(T)»
    ) - UTGIFTMI(T);
423 UTGIFTSANDEL(T)$ (ORD(T) GE 51 AND ORD(T) LE 221) = UTGIFTPE(T)/TOTINT(T);
424 VEKSTRATE(T)$ (ORD(T) GE 51 AND ORD(T) LE 221) = (UTGIFTSANDEL(T+1)-UTGIF»
    TSANDEL(T))/UTGIFTSANDEL(T);
425
426
427 DISPLAY SKATTARBK, SKATTPENK, UTGIFTMIK, UTGIFTPEK, SKATTARB, SKATTPEN, UTGIF»
    TMI, UTGIFTPE, TOTINT, UTGIFTSANDEL, VEKSTRATE;
428
429 *=====»
    =====
430 * Vi eksporterer enkelte av resultatene til en tekstfil som legges i kataloge»
    n som er skrevet i FILE.
431 * Denne kan åpnes microsoft excel.
432 *=====»
    =====
433 set tr(t);
434 tr(t) = yes$(ORD(T) GE 51 AND ORD(T) LE 221) ;
435
436
437
438 FILE    Resultat / O:\Dokument\Merger\GAMS\resultat.txt /;
439
440 Resultat.pc = 6;
441 Resultat.nd = 4;
442
443 PUT RESULTAT;
444
445 PUT 'periode', 'kapitaltilbud', 'Kapitalimport', 'Nettofordring', 'Arbeidsti»
    lbud', 'D-arbeidstilbud', 'Utgiftsandel', 'Vekstrate' /;
446 LOOP( tr, put tr.tl, kaptil(tr), m(tr), EFFORDRING(tr), arbtill(tr), dissarb(»
    tr), utgiftsandel(tr), vekstrate(tr) /);

```

```
1
2
3 PARAMETER INDK(G)/
4 0=42240, 21=63063, 42=51749, 63=59298, 84=66333, 105=69681, »
   126=75523, 147=77919, 168=80391, 189=82942, 210=85570
5 1=43808, 22=62985, 43=51580, 64=59234, 85=66978, 106=69986, »
   127=75635, 148=78035, 169=80511, 190=83066, 211=85697
6 2=45319, 23=63005, 44=51039, 65=56696, 86=67511, 107=70323, »
   128=75748, 149=78151, 170=80631, 191=83189, 212=85825
7 3=46603, 24=61880, 45=50708, 66=55434, 87=67932, 108=70688, »
   129=75861, 150=78268, 171=80751, 192=83313, 213=85952
8 4=47943, 25=62555, 46=51245, 67=56458, 88=68240, 109=71075, »
   130=75974, 151=78384, 172=80871, 193=83437, 214=86080
9 5=45773, 26=62254, 47=49937, 68=56951, 89=68447, 110=71477, »
   131=76087, 152=78501, 173=80991, 194=83561, 215=86207
10 6=53225, 27=63290, 48=50274, 69=56756, 90=68566, 111=71888, »
   132=76200, 153=78618, 174=81112, 195=83686, 216=86335
11 7=57281, 28=65570, 49=51134, 70=57000, 91=68615, 112=72299, »
   133=76313, 154=78735, 175=81233, 196=83810, 217=86462
12 8=62241, 29=66277, 50=52514, 71=57500, 92=68617, 113=72700, »
   134=76427, 155=78852, 176=81354, 197=83935, 218=86592
13 9=61814, 30=67061, 51=54027, 72=58625, 93=68588, 114=73083, »
   135=76541, 156=78969, 177=81475, 198=84060, 219=86721
14 10=70727, 31=66779, 52=57526, 73=58749, 94=68543, 115=73442, »
   136=76655, 157=79087, 178=81596, 199=84185, 220=86849
15 11=67625, 32=67350, 53=59303, 74=58913, 95=68499, 116=73773, »
   137=76769, 158=79204, 179=81717, 200=84310
16 12=65618, 33=67746, 54=60939, 75=59236, 96=68470, 117=74069, »
   138=76883, 159=79322, 180=81839, 201=84435
17 13=63052, 34=64551, 55=60808, 76=59669, 97=68466, 118=74330, »
   139=76997, 160=79440, 181=81961, 202=84560
18 14=62410, 35=65550, 56=60109, 77=60187, 98=68492, 119=74558, »
   140=77112, 161=79559, 182=82083, 203=84686
19 15=60571, 36=64260, 57=59678, 78=61070, 99=68555, 120=74753, »
   141=77227, 162=79677, 183=82205, 204=84811
20 16=62543, 37=61208, 58=60092, 79=61988, 100=68655, 121=74920, »
   142=77342, 163=79796, 184=82327, 205=84938
21 17=62985, 38=59603, 59=60292, 80=62925, 101=68791, 122=75063, »
   143=77457, 164=79914, 185=82450, 206=85064
22 18=62739, 39=56345, 60=60927, 81=63855, 102=68962, 123=75187, »
   144=77572, 165=80033, 186=82573, 207=85190
23 19=63552, 40=53474, 61=59801, 82=64747, 103=69167, 124=75299, »
   145=77688, 166=80153, 187=82696, 208=85317
24 20=64171, 41=50877, 62=58352, 83=65583, 104=69408, 125=75411, »
   146=77803, 167=80272, 188=82819, 209=85443
25
26 /;
27
28
```

PARAMETER MAKSALDER (G) /

0=48,	40=53,	80=59,	120=65,	149=70,	189=70
1=48,	41=53,	81=59,	121=65,	150=70,	190=70
2=48,	42=53,	82=59,	122=65,	151=70,	191=70
3=48,	43=53,	83=59,	123=65,	152=70,	192=70
4=48,	44=54,	84=59,	124=66,	153=70,	193=70
5=48,	45=54,	85=60,	125=66,	154=70,	194=70
6=48,	46=54,	86=60,	126=66,	155=70,	195=70
7=48,	47=54,	87=60,	127=66,	156=70,	196=70
8=49,	48=54,	88=60,	128=66,	157=70,	197=70
9=49,	49=54,	89=60,	129=66,	158=70,	198=70
10=49,	50=54,	90=60,	130=67,	159=70,	199=70
11=49,	51=55,	91=60,	131=67,	160=70,	200=70
12=49,	52=55,	92=61,	132=67,	161=70,	201=70
13=49,	53=55,	93=61,	133=67,	162=70,	202=70
14=49,	54=55,	94=61,	134=67,	163=70,	203=70
15=50,	55=55,	95=61,	135=67,	164=70,	204=70
16=50,	56=55,	96=61,	136=68,	165=70,	205=70
17=50,	57=55,	97=61,	137=68,	166=70,	206=70
18=50,	58=56,	98=61,	138=68,	167=70,	207=70
19=50,	59=56,	99=62,	139=68,	168=70,	208=70
20=50,	60=56,	100=62,	140=68,	169=70,	209=70
21=50,	61=56,	101=62,	141=68,	170=70,	210=70
22=51,	62=56,	102=62,	142=69,	171=70,	211=70
23=51,	63=56,	103=62,	143=69,	172=70,	212=70
24=51,	64=56,	104=62,	144=69,	173=70,	213=70
25=51,	65=57,	105=63,	145=70,	174=70,	214=70
26=51,	66=57,	106=63,	146=70,	175=70,	215=70
27=51,	67=57,	107=63,	147=70,	176=70,	216=70
28=51,	68=57,	108=63,	148=70,	177=70,	217=70
29=52,	69=57,	109=63,		178=70,	218=70
30=52,	70=57,	110=63,		179=70,	219=70
31=52,	71=57,	111=63,		180=70,	220=70
32=52,	72=58,	112=64,		181=70	
33=52,	73=58,	113=64,		182=70	
34=52,	74=58,	114=64,		183=70	
35=52,	75=58,	115=64,		184=70	
36=52,	76=58,	116=64,		185=70	
37=53,	77=58,	117=64,		186=70	
38=53,	78=58,	118=65,		187=70	
39=53,	79=59,	119=65,		188=70	

/

