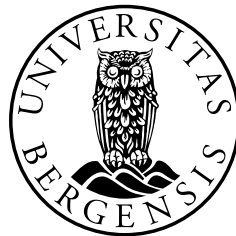


Modellering av det spredte lydfeltet fra en rigid kule med innfallende lydfelt fra en akustisk sylinderrarray

Masteroppgave i akustikk
av
Sindre Nordlund Vatnehol



UNIVERSITY OF BERGEN

Institutt for fysikk og teknologi
Juni 2012

Forord

Gjennom oppveksten tilbrakte jeg nesten hele sommeren på familiens fiskehytte. Fisking var alltid dagens høydepunkt og det var sjelden været satte stoppe for en tur ut på sjøen. En sommer hadde jeg mitt første møte med et ekkolodd. Aldri hadde jeg innbilt meg at det var mulig å se fisken som var under vannoverflaten. Dette skapte en stor undring på hvordan dette var mulig.

I 2005 opprettet min far et servicefirma for fiskebåter, Marineelektronikk AS. I skoleferiene fikk jeg arbeide i dette firmaet og jeg fikk god kjennskap til det mest avanserte fiskeutstyret som eksisterer på markedet. Utstyr med bruksområde under vannoverflaten var det jeg likte aller best. Dette var blant annet trålsensorer, ekkolodd og sonarer.

Denne oppgaven lar meg fordype i noe som har interessert meg i mange år hvor denne oppgaven er et samarbeid mellom Universitetet i Bergen (UiB) og Havforskningsinstituttet (HI).

Jeg vil takke alle som har hjulpet meg gjennom mastergrads oppgaven og i arbeidet med denne.

Først vil jeg takke min veileder Per Lunde ved UiB for all hjelp i oppgaven. Han har stilt opp hele veien og kommet med mange gode råd. Jeg har lært masse.

Jeg vil også takke Egil Ona ved HI som gav meg muligheten til å jobbe med denne oppgaven. Den har vært interessant og givende.

Takk til Ole Bernt Gammelsæter ved Kongsberg Maritime / Simrad for nyttige tips for å kunne komme videre med oppgaven.

En spesiell takk til mine foreldre, Solfrid og Svein Vatnehol, som har stilt opp underveis og gitt meg støtte gjennom hele utdanningen. Og takk til min far som har inspirert meg og hjulpet meg med den praktiske forståelse av undervannsakustikk.

Innhold

Innholdsliste	ii
Symbolliste	iii
1 Introduksjon	1
1.1 Bakgrunn og motivasjon	1
1.2 Målsetning	2
1.3 Tidligere arbeid	3
1.4 Oppgavens innhold	5
2 Koordinatsystemer	7
2.1 Det globale koordinatsystemet	7
2.2 Senderens koordinatsystem	9
2.3 Kulens koordinatsystem	12
3 Modeller for senderarrayer	15
3.1 Analytiske modeller for arrayer av punktkilder	15
3.1.1 Punktkilde	16
3.1.2 Dipol-modellen	16
3.1.3 Kvadropolmodellene	17
3.1.4 Analytisk modell for en diskret linjearray av punktkilder	19
3.2 Stempelkildemodellen	20
3.3 Analytiske modeller for arrayer med stempelkilder	21
3.3.1 Diskret og plan rektangulær array	21
3.3.2 Diskret og plan sirkulær array	23
3.4 Det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array	24
3.4.1 Numerisk modell for en sylindrisk array	24
3.4.2 Maksimal radius til stempelkilder i en sylindrearray med 32 staver	27
3.5 Det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array	29
4 Modeller for det spredte lydfeltet fra rigid kule	31
4.1 Modeller for det spredte lydfeltet fra en rigid kule	32
4.1.1 Morse og Ingard - modellen	32
4.1.2 Rayleigh og Stenzel - modellen	33
4.2 Hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt	36
4.2.1 Hastighetspotensialet til det utstrålte lydfeltet fra en vibrerende kule	36
4.2.2 Innfallende bølge	39
4.2.3 Hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet på form gitt av Rayleigh	40
4.3 Det spredte lydfeltet på form gitt av Morse og Ingard	42
4.4 Det spredte lydfeltet fra en rigid kule etter Stenzels notasjon	44
4.5 Oppsummering av kapittel 4	46
5 Spredning fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylindrearray	47
5.1 Spredning fra rigid kule med et innfallende lydfelt fra flere stempelkilder	47
5.2 Det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylindrearray ...	50

6	Test av modeller for senderarray mot andre modeller i litteraturen	53
6.1	Det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde	54
6.2	Dipol og kvadropol	55
6.3	Diskret linjearray	59
6.4	Diskret rektangelarray	67
6.5	Diskret sirkelarray	74
6.6	Dokumentasjon av unøyaktigheter i det utstrålte lydfeltet	80
7	Test av modeller for spredning fra en rigid kule	83
7.1	Sammenligning av Lign. (7.3) og Lign. (7.4), hvor $ka_k = 10$	84
7.2	Spredning fra en rigid kule med ulike verdier for ka_k	88
8	Simulering av spredningen fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra ...	91
8.1	Det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray	92
8.1.1	Alle stempelkilder er uniformt vektet	92
8.1.2	Variasjoner i det utstrålte lydfeltet i det vertikale planet	95
8.1.3	Fasestyrt stempelkilder for å styre hovedloben	100
8.1.4	Vekting av stempelkilder for observasjon i vertikal retning	103
8.2	Spredte lydfelt fra en rigid kule	105
8.2.1	Sammenligning av Lign. (7.3) og Lign. (7.4) med $l_{max} = 50$	105
8.2.2	Spredning fra en rigid kule som er posisjonert i nærfeltet til en sylinderarray	107
8.2.3	Beregning av maksimal avvik for ulike avstander og frekvenser	109
8.3	Simulert mottatt lydtrykksamplitude i hvert element i sylinderarrayen	110
9	Oppsummering og diskusjon	129
9.1	Det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray	129
9.2	Spredning fra en rigid kule	133
9.3	Fordeling av den mottatte lydtrykksamplituden i hvert element	136
9.4	Diskusjon om eventuelle anvendelse av sylinderarray	136
10	Konklusjon og framtidig arbeid	139
10.1	Konklusjon	139
10.2	Framtidig arbeid	140
	Referansar	143
A	Bestemmelse av separasjonskonstanten C	A.1
B	Utledning av funksjonene A og B	B.1
C	Beskrivelse av $f_l(jx)$, $f_l(-jx)$, $F_l(jx)$ og $F_l(-jx)$	C.1
D	Utledning for hastighetspotensialet med $e^{j\omega t}$ og $e^{-j\omega t}$ etter Stenzels metode	D.1
E	Koordinater og orientering for alle stempelkilder i en sylinderarray	E.1
F	Matlab-koder	F.1
F.1	<i>global_lokal_3D.m</i>	F.1
F.2	<i>sylander_generator.m</i>	F.1
F.3	<i>lydtrykk_generator.m</i>	F.2
F.4	<i>beregning_av_spredte.m</i>	F.2
F.5	<i>trykk_til_dB.m</i>	F.3
F.6	Hankelfunksjoner	F.3
F.6.1	<i>spherical_Hanel.m</i>	F.3
F.6.2	<i>spherical_Hankel2.m</i>	F.4
F.6.3	<i>spherical_Hankel_derivativ.m</i>	F.4
F.6.4	<i>spherical_Hankel_derivativ2.m</i>	F.4

Symbolliste

Symbol	Beskrivelse	Enhet
x, y, z	Globale romkoordinater	m
x_i, y_i, z_i	Lokale romkoordinater for i-te kilde	m
x', y', z'	Lokal romkoordinat for kule	m
$\underline{r}(r, \theta, \phi)$	Posisjonvektor til mottakerpunkt	m, rad, rad
$\underline{r}_{si}(r_{si}, \theta_{si}, \phi_{si})$	Posisjonvektor til i-te kilde	
$\underline{r}_{s,nm}$	Posisjonvektor til m-te kilde i n-te stav	
$(r_{s,nm}, \theta_{s,nm}, \phi_{s,nm})$	koordinater til $\underline{r}_{s,nm}$	m,rad, rad
$\underline{r}_k(r_k, \theta_k, \phi_k)$	Posisjonvektor til kule	m, rad, rad
\underline{R}_i	Retningsvektor fra i-te kilde til kulen	
\underline{R}_{nm}	Retningsvektor fra m-te kilde i n-te stav til kulen	
\underline{R}_i^d	Retningsvektor fra i-te kilde til mottakerpunkt	
\underline{R}_{nm}^d	Retningsvektor fra m-te stempelkilde i n-te stav til mottakerpunkt	
\underline{R}'	Retningsvektor fra kule til mottakerpunkt	
$\underline{n}_i(1, \theta_{0i}, \phi_{0i})$	Retningsvektor for orienteringen av i-te kilde	rad, rad
$\underline{n}_{nm}(1, \theta_{0,nm}, \phi_{0,nm})$	Orienteringsvektor for m-te kilde i n-te stav kilde	rad, rad
α_i^d	Retningen til mottaker rel \underline{n}_i	rad
α_{nm}^d	Retningen til mottaker rel \underline{n}_{nm}	rad
α_i	Retningen til kule rel \underline{n}_i	rad
α_{nm}	Retningen til kule rel \underline{n}_{nm}	rad
$\underline{n}_{fs,i}$	Retningsvektor til foroverrettet spredning rel i-te kilde	
$\underline{n}_{fs,nm}$	Vektor til den foroverrettet spredning rel m-te kilde i n-te stav	
$\alpha_{fs,i}$	Vinkel til mottaker rel $\underline{n}_{fs,i}$	rad
$\alpha_{fs,nm}$	Vinkel til mottaker rel $\underline{n}_{fs,nm}$	rad
$\underline{n}_{bs,i}$	Retningsvektor til det tilbakespredte rel i-te kilde	
$\alpha_{bs,i}$	Vinkel til mottaker rel $\underline{n}_{bs,i}$	rad
θ_0	Retning for en styrt hovedlobe i linjearray	rad
$\Delta\phi$	Angulær separasjon av kilde/stav	rad
ϕ_0	Angulær vinkel på overflaten til stempelkilde	rad
$p_{in,i}$	Innfallende lydtrykk fra i-te kilde	Pa
p_{in}	Totale innfallende lydtrykk	Pa
$p_{d,i}$	Lydtrykk i mottakerpunkt fra i-te kilde	Pa
p_d	Totale lydtrykk i mottakerpunkt fra alle kilder	Pa
$p_{s,i}$	Spredte lydtrykk i mottakerpunkt med hensyn av i-te kilde	Pa
p_s	Totale spredte lydtrykket i mottakerpunkt	Pa
p_{tot}	Totale lydtrykk i mottakerpunkt, $p_{tot} = p_d + p_s$	Pa
ψ_{in}	Hastighetpotensial for det innfallende	
$\psi_{d,i}$	Hastighetpotensial i mottakerpunkt fra i-te kilde	
ψ_s	Det spredte hastighetpotensialet	
φ_i	Fase til i-te kilde	rad

Forts. på neste side

Symbol	Storleik	Eining
φ_{nm}	Fase til -te kilde i n-te stav	rad
a_i	Radius til i-te stempelkilde	m
a_{nm}	Radius til m-te kilde i n-te stav	m
a	Radius til identiske stempelkilder	m
a_a	Radius til sylinderrarray	m
a_k	Radius til kule	m
$v_{0,i}$	Partikkelhastighet på fronten av i-te kilde	$m \cdot s^{-1}$
v_0	Partikkelhastighet på frontene av alle kilider	$m \cdot s^{-1}$
K_i	Amplitudevekting av i-te kilde	
K_{nm}	Amplitudevekting av m-te kilde i n-te stav	
N	Antall staver i sylinderrarray	
M	Antall stempelkilder i hver stav	
h	Avstanden i posisjonen mellom to stempelkilder i en stav	m
d	Avstand mellom to staver	m
H	Totale lengden på til en stav	m
D	Totale bredden på til flere staver	m
S	Areal av kilde	m^2
B_p	Lydtrykksamplitude	Pa
$H(\theta, \phi)$	Mønster til det utstrålte lydfelt fra en kilde	
Q_s	Dipolstyrke	Pa
Q_{xx}, Q_{xz}	Kvadrupolstyrke	Pa
τ_i	Tidsforsinkelse for i-te kilde	s
i,n,m	indekser	
t	Tid	s
c	Lydhastighet	$m \cdot s^{-1}$
ρ	Tetthet	$kg \cdot m^{-3}$
ω	Vinkelfrekvens	$rad \cdot s^{-1}$
f	Frekvens	Hz
k	Bølgetall	$rad \cdot m \cdot s^{-1}$
λ	Bølgelengde	m
j	$\sqrt{-1}$	

Kapittel 1

Introduksjon

1.1 Bakgrunn og motivasjon

Fiskerisonaren er et av de viktigste redskapene ombord i en fiskebåt. Med en slik aktiv sonar er det mulig å detektere og posisjonere fiskestimer som er under havoverflaten. Siden andre verdenskrig har fiskerisonaren gjennomgått en stor utvikling. Blant annet bestod de første fiskerisonarene av en transduser med som utstrålte en enkel akustisk stråle. For at sonaren skulle dekke store områder i sjøen ble transduseren styrt av elektriske motorer. Dette tilsvarer nesten som å gå inn i et mørkt rom med lommelykt for å lete etter en bestemt ting i rommet.

Senere kom flerstrålesonarer som kunne dekke et område på 180° i det horisontale planet. Dette gjorde det mulig å få en raskere informasjon om hvor en eventuelt fiskestim kunne befinne seg. For å detektere fiskestimer utenfor dette området, eller fisk som ligger lenger nede i sjøen, var sonaren fortsatt styrt av en elektrisk motor. I dag er det fortsatt flere fiskebåter som benytter en slik mekanisk styrt sonar.

En aktuell fiskerisonar idag er formet som en sylinder av senderelementer. Dette gjør det mulig å generere flere stråler samtidig som sender et lydfelt 360° i det horisontale planet. Dermed kan flere fiskestimer følges samtidig. Dette gjør fiskeletingen raskere og mer effektiv. En annen aktuell fiskerisonar er en array formet som en sylinder med en halvkule under. Denne har samme egenskapene som en sylindrerarray men den kan også observere fiskestimer under båten. En slik fiskerisonar er produsert av [1]. Den vanlige sylindriske sonararrayen har i dag to hovedinnstillinger.

Den første innstillingen er å lage et horisontal utsnitt av området rundt båten. Her stråler alle elementene i sonaren med samme amplitude slik at det sendes en lydbølge 360° rundt båten i det horisontale planet. I denne innstillingen har den utsendte lydbølgen en relativt smal hovedlobe i vertikal retning. Ved å vekte fasen til hvert element er det også mulig å styre hovedloben og dermed detektere fiskestimer som ligger lenger nede i sjøen. Ved prosessering av det tilbakespredte lydfeltet vektetes informasjonen i hvert mottakerelement slik at det dannes et horisontal avbildning av fiskestimen.

I den andre innstillingen blir flere av elementene skrudd av ved sending. Elementene som blir skrudd av er de på toppen av sylinderen og de på bunnen. Det vil da dannes en bredere hovedlobe i vertikal retning som stråler 360° i det horisontale planet. Men siden at flere av senderelementene er skrudd av er lydtrykksamplituden til det utstrålte lydfeltet svakere. Ved prosessering av det tilbakespredte lydfeltet fra en fiskestim, med en slik innstilling, er det mulig å lage en vertikalt avbildning av deler i fiskestimen. Denne innstillingen er nyttig for å kunne posisjonere hvor høyt fisken ligger i sjøen og størrelsen til stimen. Dette gjør det mulig å plassere trålen eller ringnota i riktig høyde i forhold til fiskestimen.

Fram til i dag har sonarens oppgave bare vært å detektere og posisjonere fiskestimer. Men hvilke art og hvor mye fisk det er i fiskestimen er et felt som fortsatt er under forskning. Etter samtaler med fiskekapteiner påstår de at utfra å studere avbildningen av den reflekterte lyden og oppførselen av fisken er det mulig å anslå hvilke art stimen er. Men dette er ikke eksakt vitenskap. Det er forsket mye på

1.2. MÅLSETNING

dette området, blant annet ved Havforskningsinstituttet.

Siden fiskeflåten får tildelt kvoter på ulike fiskearter er det viktig å kunne arts- og mengdebestemme fiskestimen før de blir fisket. Feilfisking fører til unødvendig skade på fiskestammer og organismer som trenger beskyttelse for å kunne overleve. I tillegg vil feilfisking føre til unødvendig slitasje av utstyr og høy drivstofforbruk som gir unødvendige utgifter.

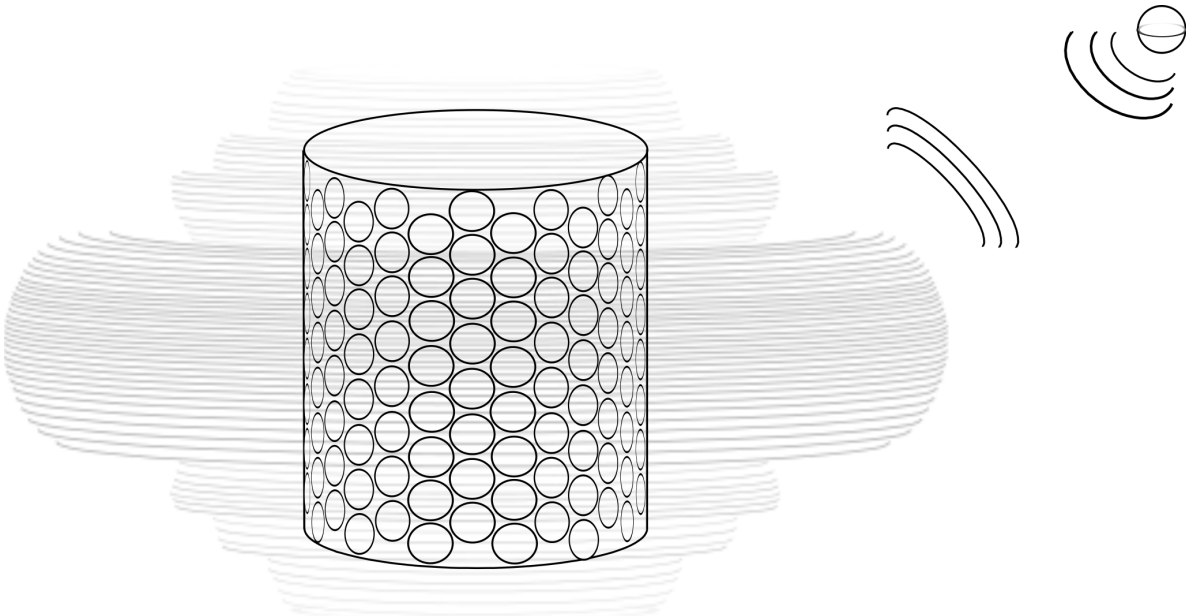
På bakgrunn av dette har Havforskningsinstituttet opprettet et senter for forskningsdrevet innovasjon (SFI) hvor SFI-en heter CRISP (Centre for Research-based Innovation in Sustainable fish capture and Processing teknologi). CRISP er et samarbeid mellom forskere, fiskere og produsenter av fiskeriutstyr som har som hovedmål å løse noen disse problemene.

Ved å bestemme biomassen av fiskestimen må volumet av fiskestimen og informasjon om fiskeartens gjennomsnittlige vekt være kjent. Derfor er en aktiv veksling mellom horisontal og vertikal utsnitt av stimen viktig for å danne et bilde av volumet. Problemet med det vertikale utsnittet er at dette baserer seg på en bred hovedlobe i vertikal retning. Det utstrålte lydfeltet med denne innstillingen er vesentlig svakere enn dersom alle elementene stråler samtidig noe som stiller større krav til følsomheten til elementene ved mottak. Forholdet mellom signal og støy vil også bli mye større.

Derfor ønsker Havforskningsinstituttet å undersøke om det er mulig å sende med alle elementene, som gir en smal vertikal lobe, og motta som om det var utstrålt en bred vertikal lobe. Til å løse dette er det utviklet et simuleringsprogram som kan modellere det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray med fase og amplitudevekting på hvert senderelement. Her er senderelementet satt til å være en stempekilde. Programmet inneholder også en rigid kulereflektor i en vilkårlig avstand og posisjon relativ til arrayen.

1.2 Målsetning

Hovedmålet med denne oppgaven er å lage et verktøy som skal beregne det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylindrisk array. En illustrasjon av dette er skissert i Fig. 1.1.



Figur 1.1: Skisse for en sylinderarray med et utstrålt lydfelt og en rigid kule med et tilbakespredt lydfelt.

Det modellerte lydfeltet fra sylinderrarrayen består av det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde. Stempelkilde er her et plant og sirkulært stempel med uniform hastighet på fronten av stempelet. Stempelkilden er også montert i en uendelig stor og rigid skjerm ("baffle").

Den teoretiske modellen for en rigid kule som blir benyttet i oppgaven er hentet fra [2] hvor kulen er i oppgaven langt ute i fjernfeltet til sylinderrarrayen. For å verifisere implementeringen av modellen er det sett på plott fra litteraturen. I [2] og i [3] er det oppgitt flere plott men plottene i [2] er ikke konsistent med plottene i [3]. På bakgrunn av dette er de to teoretiske modellene sammenlignet med hverandre. Problemet med [3] er at det her er gitt et helt annet uttrykk for det spredte lydfeltet fra en rigid kule, hvor det i tillegg er en annen tidsavhengighet, enn det som er gitt i [2]. For å kunne benytte [3] til verifisering av programmets beregninger av det spredte lydfeltet fra en rigid kule vil det bli vist at [2] og [3] er ekvivalente med hverandre for begge tidsavhengighetene. Utledningen som ligger bak modellen som er gitt i [3] blir fulgt for begge tidsavhengighetene.

Ved starten av programmet vil det bli simulert det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array og det er undersøkt hvordan det utstrålte lydfeltet forandres med ulike frekvenser. Det blir også sett på det utstrålte lydfeltet når det er anvendt to av de vanligste innstillingene for en fiskerisonar. Dette er å la alle stempelkildene stråle med samme amplitude for å danne en smal hovedlobe i vertikal retning. Denne hovedloben kan, ved hjelp av å fasestyre hver stempelkilde, styres i det vertikale planet. Hva som skjer med det utstrålte lydfeltet i dette tilfellet blir også undersøkt. Den andre innstillingen som er benyttet er å skru av flere av stempelkildene. Dette for å danne en bred hovedlobe i det vertikale planet. Hvordan det utstrålte lydfeltet endres med ulike frekvenser blir også undersøkt.

Ved kjøring av programmet vil det bli undersøkt det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylindrisk array. Det forventes at langt ute i fjernfeltet til sylinderrarrayen vil det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderrarray vil være den samme som om den innfallende bølgen er plan. Spørsmålet er hva som skjer med det spredte lydfeltet når kulen er i nærfeltet til sylindrer.

Etter at det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen er reflektert av den rigide kulen vil lydfeltet bli spredt tilbake til hver stempelkilde. Det blir også undersøkt lydtrykksamplituden i hver mottakerpunkt når det utstrålte lydfeltet fra den sylindriske arrayen enten har en smal hovedlobe i vertikal retning eller en bred hovedlobe i vertikal retning.

1.3 Tidligere arbeid

I [4] er det sammenlignet ulike metoder for prosessering av det mottatte lydfeltet i en diskret og sylindrisk array. Metoden som er benyttet i denne artikkelen er å simulere en virtuell sylinderrarray av stempelkilder med en innfallende plan bølge. Etter å ha simulert den mottatte lydtrykksamplituden og fasen i hver stempelkilde er det anvendt ulike prosesseringsteknikker. Resultatet for hver prosesseringsteknikk er sammenlignet med hverandre. I tillegg er resultatet av denne simuleringen sammenlignet med eksperimentelle forsøk hvor det er benyttet SX-90 sonaren. Denne sonaren er produsert av [5].

Fra [6] er det vist en undersøkelse på "Sparse array" for en sylinderrarray. Denne teknikken gir muligheter for å redusere kostnader og kompleksiteten ved "beamforming". For å undersøke er det simulert en sylindrisk array av sirkulære mottakere med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig innfallsretning.

Det utstrålte lydfeltet fra en array av kilder er i [7] beregnet med en algoritme i tidsdomenet. Her er det blant annet vist simulering av det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array med 192 rektangulære kilder. Beregningene av lydfeltene viser hensyn av vektingen av fase og amplitude til hver kilde.

I [8] er det gitt numeriske beregninger for det utstrålte lydfeltet av en sylinderrarray av kontinuerlige linjearrayer med en endelig lengde. Linjearrayerne er rektangulære og er orientert parallelt med sylindrerens akse. Hver linjearray er vektet i både amplitude og fase.

1.3. TIDLIGERE ARBEID

I [9] er det vist en undersøkelse av den utstrålte impedansen fra en array av rektangulære kilder. Her er kildene montert til en sylindrisk skjerm.

Det har ikke lyktes i å finne analytiske beregninger for det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array av stempelkilder som kan benyttes direkte for å verifisere beregningene av simuleringsprogrammet. Av den grunn er det sett på andre analytiske modeller for arrayer som kan bidra til å verifisere programmets beregninger av det utstrålte lydfeltet.

I [10] er det vist en analytisk modell for beregning av det utstrålte lydfeltet i fjernfeltet av en linjearray av punktkilder. Her er det også oppgitt forskjellige beregninger hvor fasen til hver enkel punktkilde er vektet. Denne modellen er også gitt i [11–13].

Analytiske beregninger av en diskret linjearray av rektangulære kilder er sammenlignet med eksperimentelle forsøk i [14].

I [15] benyttes ulike teknikker for vekting av fase og amplitude til kilder i en linjearray, som er benyttet innenfor radioteknologi, til akustiske formål. De ulike vektrefunksjonene sammenlignes med hverandre for å få et 'optimalt' strålingsmønster til den akustiske linjearrayen.

I [16] er det vist en linjearray med 4 og 6 sendere. Senderene stråler "omnidirectionalt" og har lik avstand mellom hvert element. Her er det vist effekten av å benytte ulike funksjoner av vekting av amplitude, deriblant Tschebycheff metoden, for å redusere sidelobnivåene. Bredden på hovedloben og sidelobnivåene er diskutert for hvert tilfelle.

Analytiske modeller for en diskret rektangulær array og en diskret sirkulær array av identiske kilder, hvor lydtrykksamplituden til det utstrålte lydfeltet er retningsavhengig, er beskrevet i [12].

I [17] er det sammenlignet det utstrålte lydfeltet fra en diskret sirkulær array med det utstrålte lydfeltet fra en kontinuerlig sirkelarray. Gjennom numeriske beregninger er det oppgitt beregninger av det utstrålte lydfeltet fra en diskret sirkulær array av punktkilder med ulike frekvenser.

I oppgaven er stempelkildemodellen benyttet som kilde i sylinderarrayen. I denne sammenhengen er stempelkilden et sirkulært og plant stempel med uniform hastighet og montert i en uendelig stor og rigid skjerm. Det utstrålte lydfeltet til en slik stempelkilde kan beregnes ved hjelp av Rayleighintegralet som er gitt i [18]. Ulike løsninger av dette integralet er gitt i [10, 19–24].

I [10] er det gitt en analytisk modell for det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde hvor mottakerpunktet er i stempelkildens fjernfelt. Her er det også oppgitt beregning av det utstrålte lydfeltet som kan benyttes som verifikasjon av programmets beregninger av det utstrålte lydfeltet til en stempelkilde.

Det utstrålte lydfeltet i nærfeltet til en stempelkilde er vist i [24]. Her er det også oppgitt beregninger av det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde hvor mottakeren er i stempelkildens fjernfelt.

En analytisk modell for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge er gitt i [2]. I denne modellen er det benyttet tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. I [2] er det oppgitt plott for det spredte lydfeltet men dette er ikke tilstrekkelig for å verifisere programmets beregninger.

I [19] er det oppgitt beregninger av det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt med forskjellige frekvenser. Disse beregningene er hentet fra [3], hvor det i [3] er gitt en analytisk modell for det spredte lydfeltet fra en rigid kule når mottakerpunktet er i fjernfeltet til kulen. Denne analytiske modellen er basert på modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende bølge fra en punktkilde som er gitt i [18]. I denne analytiske modellen er det benyttet tidsavhengigheten $e^{+j\omega t}$. Denne modellen kan beregne både i fjernfeltet og i nærfeltet til kulen. I modellen som er gitt i [18] er det benyttet arbeidet som er gitt i [25] som viser det utstrålte lydfeltet fra en vibrerende kule.

Det har ikke lyktes å finne referanser som viser om uttrykkene gitt i [2] og [3, 18] er ekvivalente.

I [26] er det gitt et historisk overblikk over flere som har arbeidet med problemstillingen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule uten at de har blitt kreditert for dette. Blant annet er det her skrevet at A. Clebsch (1833-1872) i 1861 publiserte et arbeid om problemer for grensebetingelsene når en bølge treffer en sfærisk hindring. Dette var 11 år før Rayleigh, [18], og 7 år før Stokes, [25], publiserte sine arbeid.

De teoretiske modellene i [3, 18] og [2] er når posisjonen til den rigide kule er i et fast punkt. I [27] er det sett på effekten av det spredte lydfeltet når kule oscillerer med det innfallende lydfeltet. Den teoretiske modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule er basert på modellen som er gitt i [2].

I [28] er det vist et nyere arbeid hvor det innfallende lydfeltet til den rigide kule er en "Bessel-beam". Gjennom denne metoden er det mulig å studere effekten av en "Bessel-beam" som treffer en hindring. Fra teksten i [28] er modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule den samme som den som er gitt i [2].

Numeriske beregninger av det spredte lydfeltet fra en rigid kule er sammenlignet med eksperimentelle forsøk i [29]. De teoretiske beregningene som er benyttet i [29] er gitt i [30]. I [31] er det påpekt at beregningene i [30] er feil og i [32] er det oppgitt de korrigerede verdiene for [30]. Den analytiske modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule som er gitt i [30] benytter samme tidsavhengighet som modellen som er gitt i [18].

Arbeid som omhandler det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylindrisk array av stempelkilder er til nå ikke lyktes i å finne i annen litteratur.

1.4 Oppgavens innhold

I denne oppgaven blir det presentert aktuell teori, testing av numerisk implementering, resultat og diskusjon. Oppgaven inneholder 10 kapitler og 6 vedlegg.

I kapittel 1 blir det presentert bakgrunn og motivasjon til arbeidet. Det blir også vist hva som er tidligere gjort i det ulike forskningsområdene og oppgavens mål er spesifisert.

Presentasjon over alle koordinatsystemer som er definert i oppgaven er gitt i kapittel 2. I dette kapitlet blir det også definert alle vektorer og størrelser som er nødvendig i dette arbeidet. Dette kapitlet danner et grunnlag som blir benyttet gjennom hele oppgaven.

Den numeriske modellen for det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array blir gjennomgått i kapittel 3. Det blir også gjort en kort presentasjon for teorien til stempelkildemodellen. Teorier for analytiske modeller for alternative arrayer er også presentert siden konkrete beregninger eller målinger av en sylinderarray ikke har lyktes i å finne i annen litteratur. De alternative teoriene blir benyttet for å teste og verifisere programmet. For å kunne teste og verifisere programmets beregninger mot de alternative arrayer er det også vist den numeriske modellen for det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array.

I kapittel 4 blir to analytiske modeller, med forskjellig tidsavhengighet, for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt presentert. For å kunne verifisere programmets beregninger av det spredte lydfeltet fra en rigid kule er det ønskelig å vise at de to modellene er ekvivalente med hverandre for begge tidsavhengighetene. En slik sammenligning har ikke lyktes å finne i annen litteratur.

En numerisk modell for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderarray av stempelkilder blir presentert i kapittel 5. Denne modellen blir benyttet videre i oppgaven.

I kapittel 6 blir det utført tester for det utstrålte lydfeltet med konstruksjoner gitt i kapittel 3. Beregningene av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array blir sammenlignet med relevant litteratur. Eventuelle avvik blir undersøkt og diskutert.

I kapittel 7 er det utført numeriske tester for spredning av en rigid kule hvor dette er sammenlignet med relevant litteratur.

1.4. OPPGAVENS INNHOLD

Resultatene for det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array, det spredte lydfeltet fra en rigid kule og det tilbakespredte lydfeltet i hvert mottakerpunkt er presentert i kapittel 8.

En oppsummering og en diskusjon over arbeidet er gitt i kapittel 9. Først er det gitt en oppsummering av det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array av stempelkilder. Deretter er det gitt en diskusjon om sammenligningen av de to teoretiske modellene for spredning fra en rigid kule. Det blir også gitt en diskusjon om resultatet for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylindrisk array når kulens posisjon er i nærfeltet til kulen. Sist er det gitt en diskusjon om resultatet for det tilbakespredte lydfeltet til hver mottakerelement og hvilke konsekvenser dette har for dagens fiskerisonarer.

I kapittel 10 vil arbeidet konkluderes og det vil bli gitt et forslag til framtidig arbeid.

I vedlegg A utledes en separasjonskonstant som blir benyttet i kapittel 4.

To funksjoner som er gitt i [18] blir utledet i vedlegg B. Dette blir også benyttet i kapittel 4.

I vedlegg C blir det gitt en forklaring på rekkene som er definert i [25]. Det blir også vist alternative rekker hvor det er benyttet en annen tidsavhengighet en det som er gitt i [25].

I vedlegg D blir det utledet generelle uttrykk for hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet for en rigid kule med innfallende bølge fra en vilkårlig kilde med en vilkårlig posisjon relativ kulens posisjon. Dette er utført med å følge utledningen gitt i [3].

Tabellverdier for koordinatene og orienteringene til alle stempelkildene i en sylindrerarray med 256 stempelkilder er gitt i vedlegg E.

Matlabkoder som er benyttet i oppgaven er listet i vedlegg F.

Kapittel 2

Koordinatsystemer

For å kunne simulere en sylindrisk array må posisjonene og orienteringen til alle stempelkilde være kjent. Kulens posisjon relativ posisjonen til hver stempelkilde må også være kjent. Der må også være et mottakerpunkt for å beregne både det spredte lydfeltet fra den rigide kulen og det direkte lydfeltet fra stempelkildene. Plasseringen til hver kilde, kulen og mottakerpunktet er alle orientert i et globalt koordinatsystem. I tillegg har kildene og kulen egne lokale koordinatsystemer.

I dette kapitlet blir det gitt en presentasjon av alle vektorer, vinkler og koordinater som danner grunnlaget for den teoretiske oppbygningen i oppgaven. Kapitlet inneholder 3 avsnitt med underavsnitt.

I avsnitt 2.1 blir det gitt en definisjon over alle vektorene som er relatert til både det globale koordinatsystemet og de lokale koordinatsystemene.

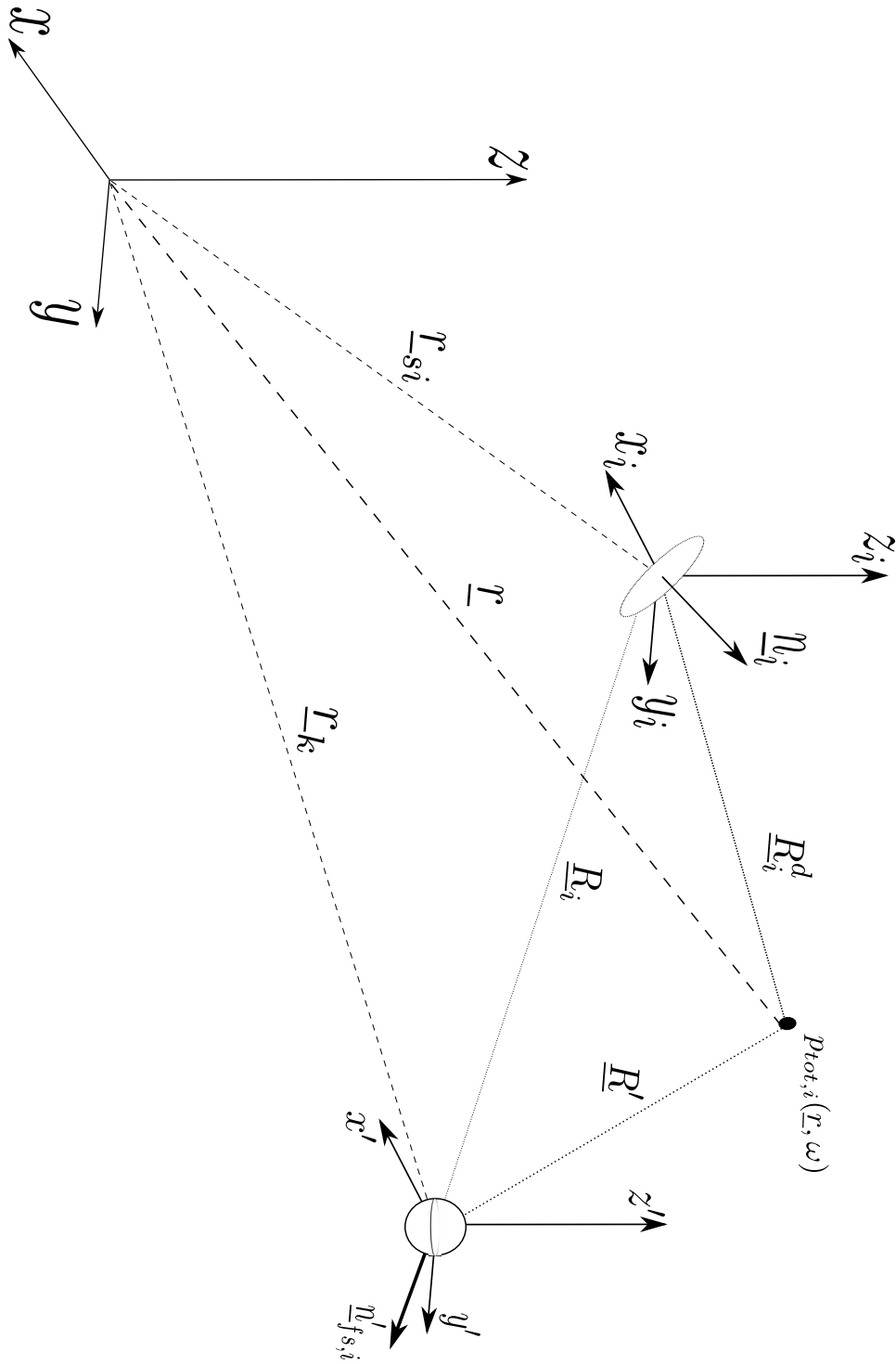
Vektorer og størrelser knyttet til kildens lokale koordinatsystem er vist i avsnitt 2.2. Dette inneholder en mer detaljert informasjon enn det som er presentert i avsnitt 2.1.

I avsnitt 2.3 blir det sett nærmere på alle vektorer og størrelser knyttet til kulens lokale koordinatsystem. Dette inneholder flere detaljer enn det som er gitt i avsnitt 2.1 og 2.2.

2.1 Det globale koordinatsystemet

Fra Fig. 2.1 er det presentert vektorene som er nødvendige i denne oppgaven og hvordan de er orientert relativ til hverandre. Plasseringene av de lokale koordinatsystemene er orientert etter et globalet koordinatsystem med aksene x , y og z . Alle posisjonsvektorer med opprinnelse i det globale koordinatsystemet har en vektor med liten 'r'. Her er \underline{r}_{s_i} som viser posisjonsvektoren til i -te sender, \underline{r}_k er posisjonsvektoren til kulen og \underline{r} er posisjonsvektoren til et mottakerpunkt. Mer detaljert informasjon om hver av vektorene er gitt i avsnitt 2.2 og i avsnitt 2.3.

Senderen har sitt eget lokale koordinatsystemet med aksene x_i , y_i og z_i , og er presentert i avsnitt 2.2. Aksene til senderens koordinatsystem er parallelle med aksene til det globale koordinatsystemet. Alle vektorer som er relativ senderens lokale koordinatsystem inneholder 'i' hvor 'i' er en indeks for den i -te kilden. \underline{n}_i er enhetsvektoren som er normal på strålingsflaten til i -te senderelement hvor det her er antatt at senderelementet er plan. Denne vektoren angir orienteringen til i -te kilde relativ til koordinatsystemet til i -te senderen. Kulens posisjon relativ i -te senderens lokale koordinatsystem er definert som \underline{R}_i og mottakerens posisjon relativ til det samme koordinatsystemet er definert som \underline{R}_i^d .



Figur 2.1: Skisse for det globale koordinatsystemet (x, y, z) , det lokale koordinatsystemet for i -te sendern (x_i, y_i, z_i) og det lokale koordinatsystemet for den rigide kule (x', y', z') . Posisjonsvektoren til senderelement nr i , hvor $i = 1, 2, \dots, N$, er definert som \underline{r}_{si} , posisjonsvektor til kule er definert som \underline{r}_k og posisjonsvektor til et mottakerpunkt er definert som \underline{r} hvor alle vektorene er relativ det globale koordinatsystemet. Orienteringen til i -te sender er definert som \underline{n}_i , posisjonen til den rigide kule er definert ved \underline{R}_i og mottakerens posisjon er \underline{R}_i^d , hvor alle vektorene er relativ senderens koordinatsystem. Den foroverrettede spredningen er gitt som $\underline{n}'_{fs,i}$ og posisjonen til mottakerpunktet er \underline{R}'_i , hvor begge vektorene er relativ til kulens koordinatsystem. Det totale lydfeltet i et mottakerpunkt er definert som $p_{tot,i}(\underline{L}, \omega)$.

Aksene til kulens lokale koordinatsystem er her definert som x' , y' og z' hvor aksene er parallelle med aksene til det globale koordinatsystem. Alle vektorer relativ kulens koordinatsystem inneholder indeksen '. Vektoren for den foroverrettede spredningen fra i -te kilde er definert som $\underline{r}'_{fs,i}$ og mottakerens punkt relativ kulens koordinatsystem er definert som \underline{R}' . I avsnitt 2.3 er det gitt flere detaljer for disse vektorene.

Alle posisjonsvektorer som har et utgangspunkt fra en av de to lokale koordinatsystemene er da definert med stor 'R'. Fra Fig. 2.1 er det gitt det totale lydfeltet i et mottakerpunkt med hensyn av i -te kilde, $p_{tot,i}(\underline{r}, \omega)$. Dette lydfeltet består av det direkte lydfeltet fra i -te kilden og det spredte lydfeltet fra kulen hvor det innfallende lydfeltet til kulen er fra den i -te kilden. Dette gir

$$p_{tot,i}(\underline{r}, \omega) = p_{d,i}(\underline{r}, \omega) + p_{s,i}(\underline{r}, \omega) \quad . \quad (2.1)$$

Det totale lydfeltet med hensyn av N kilder, hvor $i = 1, 2, \dots, N$, er dermed

$$p_{tot}(\underline{r}, \omega) = \sum_{i=1}^N p_{tot,i}(\underline{r}, \omega) \quad . \quad (2.2)$$

2.2 Senderens koordinatsystem

I Fig. 2.1 er det blitt presentert alle nødvendige vektorer for oppgaven. I dette avsnittet vil det bli sett nærmere på alle størrelsene som er relatert til i -te kildens lokale koordinatsystem. I Fig. 2.2 er det gitt alle størrelser og vektorer som er relatert i -te kildens koordinatsystem og posisjonen til kulen. For å ikke komplisere er det ikke tegnet inn skisse for verken kilden eller kulen. Koordinatsystemet til kulen er også fjernet av samme årsak. Det innfallende lydfeltet fra i -te kilde i kulens posisjon er definert som $p_{in,i}(\underline{r}_k, \omega)$ hvor det totale innfallende lydfeltet til kulen fra N kilder er

$$p_{in}(\underline{r}_k, \omega) = \sum_{i=1}^N p_{in,i}(\underline{r}_k, \omega) \quad . \quad (2.3)$$

I Fig. 2.3 er det vist alle størrelsene som er relatert i -te kildens koordinatsystem og mottakerpunktet. I mottakerpunktet er det vist i -te kildens bidrag for det totale lydfeltet, hvor dette er definert som $p_{d,i}(\underline{r}, \omega)$. Det totale direkte lydfeltet i mottakerpunktet fra N kilder er gitt som

$$p_d(\underline{r}, \omega) = \sum_{i=1}^N p_{d,i}(\underline{r}, \omega) \quad . \quad (2.4)$$

I Fig. 2.2 er posisjonen til senderen relativ det globale koordinatsystemet gitt med $\underline{r}_{si} = (r_{si}, \theta_{si}, \phi_{si})$, som også gir

$$\underline{r}_{si} = r_{si} \sin \theta_{si} \cos \phi_{si} \underline{e}_x + r_{si} \sin \theta_{si} \sin \phi_{si} \underline{e}_y + r_{si} \cos \theta_{si} \underline{e}_z \quad , \quad (2.5)$$

hvor \underline{e}_x , \underline{e}_y og \underline{e}_z er enhetsvektorer langs h.h.v. x -, y - og z -aksen. Her er $\theta_{si} = [0, \pi]$ og $\phi_{si} = [0, 2\pi]$.

Kulens posisjon i det globale koordinatsystemet er gitt med $\underline{r}_k = (r_k, \theta_k, \phi_k)$ og tilsvarende som Lign. (2.5) er dette

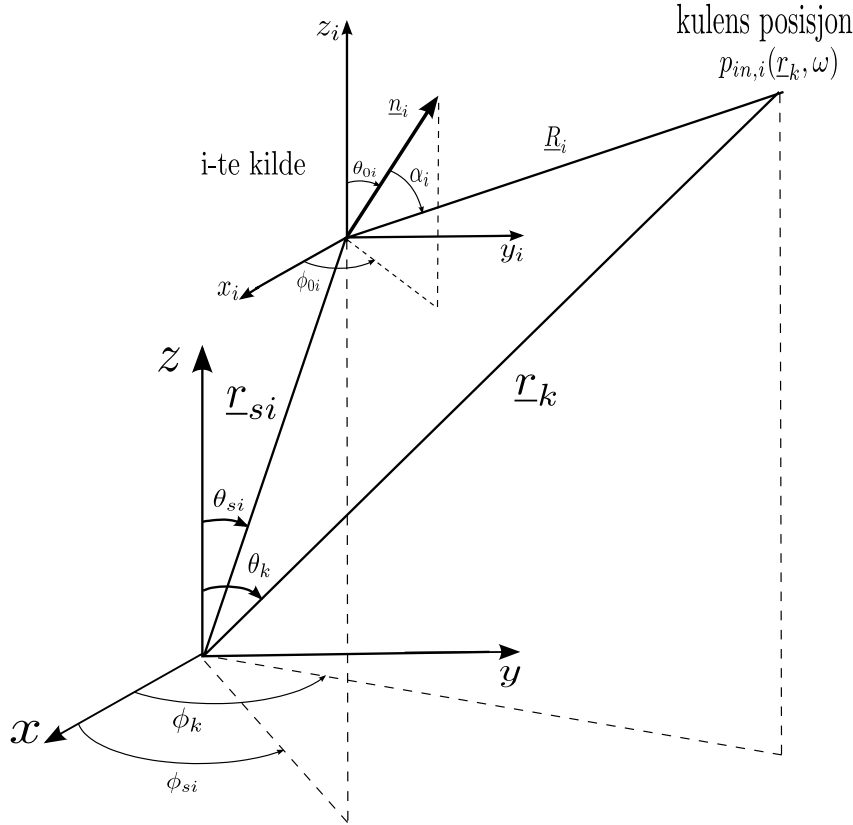
$$\underline{r}_k = r_k \sin \theta_k \cos \phi_k \underline{e}_x + r_k \sin \theta_k \sin \phi_k \underline{e}_y + r_k \cos \theta_k \underline{e}_z \quad . \quad (2.6)$$

Her er $\theta_k = [0, \pi]$ og $\phi_k = [0, 2\pi]$.

Mottakerens posisjon i det globale koordinatsystemet er her gitt som

$$\underline{r} = r \sin \theta \cos \phi \underline{e}_x + r \sin \theta \sin \phi \underline{e}_y + r \cos \theta \underline{e}_z \quad (2.7)$$

hvor $\theta = [0, \pi]$ og $\phi = [0, 2\pi]$.



Figur 2.2: Skisse for alle størrelser relatert mellom i-te senderens koordinatsystem og kulens posisjon. Posisjonen til senderen er definert med $\underline{r}_{si} = (r_{si}, \theta_{si}, \phi_{si})$ og er relativ det globale koordinatsystemet. Her er $\theta_{si} = [0, \pi]$ og $\phi_{si} = [0, 2\pi]$. Koordinatene til \underline{n}_i er gitt med $(1, \theta_{0i}, \phi_{0i})$ og er relativ i-te senderens lokale koordinatsystem. Her er $\theta_{0i} = [0, \pi]$ og $\phi_{0i} = [0, 2\pi]$. Kulens posisjon er relativ det globale koordinatsystemet og er gitt med $\underline{r}_k = (r_k, \theta_k, \phi_k)$, hvor $\theta_k = [0, \pi]$ og $\phi_k = [0, 2\pi]$. I forhold til senderens lokale koordinatsystemet er posisjonen til kula gitt ved (R_i, α_i) hvor α_i er retningen til mottakerpunktet relativ \underline{n}_i . Det innfallende lydfeltet fra i-te kilde som treffer kula er definert som $p_{in,i}(\underline{r}_k, \omega)$.

Orienteringen til i-te kilde har koordinatene θ_{0i} og ϕ_{0i} som er relativ i-te kildens lokale koordinatsystem. Her er $\theta_{0i} = [0, \pi]$ og $\phi_{0i} = [0, 2\pi]$. Fra Fig. 2.2 er dette gitt som

$$\underline{n}_i = \sin\theta_{0i}\cos\phi_{0i}\underline{e}_x + \sin\theta_{0i}\sin\phi_{0i}\underline{e}_y + \cos\theta_{0i}\underline{e}_z \quad , \quad (2.8)$$

hvor $|\underline{n}_i| = 1$.

Kulens posisjon relativ til i-te senderens lokale koordinatsystem er

$$\begin{aligned} \underline{R}_i &= \underline{r}_k - \underline{r}_{si} = \\ &(r_k \sin\theta_k \cos\phi_k - r_{si} \sin\theta_{si} \cos\phi_{si})\underline{e}_x + (r_k \sin\theta_k \sin\phi_k - r_{si} \sin\theta_{si} \sin\phi_{si})\underline{e}_y + (r_k \cos\theta_k - r_{si} \cos\theta_{si})\underline{e}_z \quad . \quad (2.9) \end{aligned}$$

Mottakerens posisjon relativ i-te senderens lokale koordinatsystem er

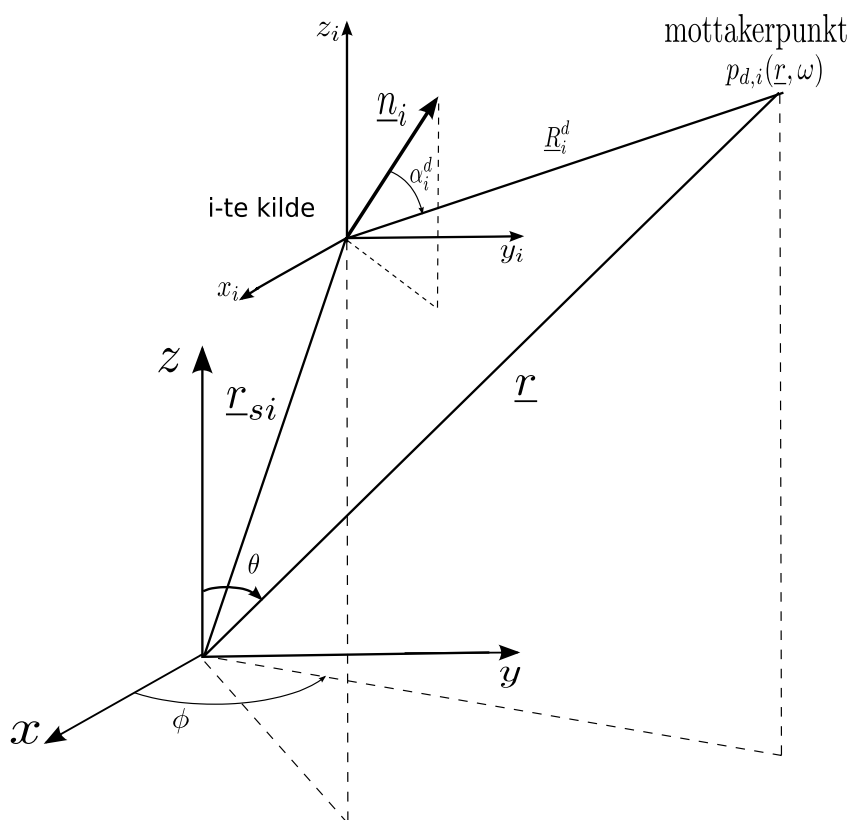
$$\begin{aligned} \underline{R}_i^d &= \underline{r} - \underline{r}_{si} = \\ &(r \sin\theta \cos\phi - r_{si} \sin\theta_{si} \cos\phi_{si})\underline{e}_x + (r \sin\theta \sin\phi - r_{si} \sin\theta_{si} \sin\phi_{si})\underline{e}_y + (r \cos\theta - r_{si} \cos\theta_{si})\underline{e}_z \quad . \quad (2.10) \end{aligned}$$

Vinkelen til kulens posisjon relativ \underline{n}_i er gitt som

$$\alpha_i = \frac{\underline{R}_i \cdot \underline{n}_i}{|\underline{R}_i||\underline{n}_i|} = \cos^{-1} \left(\frac{(r_k \sin \theta_k \cos \phi_k - r_{si} \sin \theta_{si} \cos \phi_{si}) \cdot \sin \theta_{0i} \cos \phi_{0i} + (r_k \sin \theta_k \sin \phi_k - r_{si} \sin \theta_{si} \sin \phi_{si}) \cdot \sin \theta_{0i} \sin \phi_{0i} + (r_k \cos \theta_k - r_{si} \cos \theta_{si}) \cdot \cos \theta_{0i}}{|\underline{R}_i|} \right). \quad (2.11)$$

Tilsvarende er vinkelen til mottakerens posisjon relativ \underline{n}_i gitt som

$$\alpha_i^d = \frac{\underline{R}_i^d \cdot \underline{n}_i}{|\underline{R}_i^d||\underline{n}_i|} = \cos^{-1} \left(\frac{(r \sin \theta \cos \phi - r_{si} \sin \theta_{si} \cos \phi_{si}) \cdot \sin \theta_{0i} \cos \phi_{0i} + (r \sin \theta \sin \phi - r_{si} \sin \theta_{si} \sin \phi_{si}) \cdot \sin \theta_{0i} \sin \phi_{0i} + (r \cos \theta - r_{si} \cos \theta_{si}) \cdot \cos \theta_{0i}}{|\underline{R}_i^d|} \right). \quad (2.12)$$



Figur 2.3: Skisse for alle størrelser relatert til i-te senderens koordinatsystem og mottakerpunktet. Posisjonen til i-te sender er gitt ved vektoren \underline{r}_{si} . Orienteringen til i-te senderen er \underline{n}_i og er relativ kildens lokale koordinatsystem. Mottakerens posisjon i det globale koordinatsystemet er gitt ved $\underline{r} = (r, \theta, \phi)$. I forhold til senderens lokale koordinatsystemet er posisjonen til mottakerpunktet gitt ved (R_i^d, α_i^d) , hvor α_i^d er vinkelen relativ \underline{n}_i . Det direkte lydfeltet i mottakerpunktet fra den i-te senderen er definert som $p_{d,i}^d(\underline{R}_i^d, \omega)$.

2.3 Kulens koordinatsystem

I Fig. 2.4 er det vist alle størrelser som er relatert til kulens koordinatsystem. For å gjøre skissen enklere er det sett vekk fra tegningen for kulen og kilden. Det er også sett vekk fra kildens koordinatsystem og koordinatene til kulens posisjon, siden dette allerede er definert.

Kulens posisjon relativ i-te kildens koordinatsystem er tidligere gitt som \underline{R}_i . Når det innfallende lydfeltet fra i-te kilde treffer kulen vil lydfeltet bli spredt p.g.a. kulen. Dette er videre omtalt som det spredte lydfeltet. Retningen til den foroverrettede spredningen, relativ det innfallende lydfeltet fra i-te kilde, er parallel med \underline{R}_i , og er gitt som

$$\underline{n}'_{fs,i} = (\sin\theta_k \cos\phi_k - \sin\theta_{si} \cos\phi_{si})\underline{e}_x + (\sin\theta_k \sin\phi_k - \sin\theta_{si} \sin\phi_{si})\underline{e}_y + (\cos\theta_k - \cos\theta_{si})\underline{e}_z \quad , \quad (2.13)$$

hvor $|\underline{n}'_{fs,i}| = 1$.

Posisjonen til mottakerpunktet relativ kulens posisjon er

$$\underline{R}' = |\underline{r} - \underline{r}_k| = (r \sin\theta \cos\phi - r_k \sin\theta_k \cos\phi_k)\underline{e}_x + (r \sin\theta \sin\phi - r_k \sin\theta_k \sin\phi_k)\underline{e}_y + (r \cos\theta - r_k \cos\theta_k)\underline{e}_z \quad . \quad (2.14)$$

Retningen til mottakerpunktet relativ $\underline{n}'_{fs,i}$ er da gitt med vinkelen

$$\alpha'_{fs,i} = \frac{\underline{R}' \cdot \underline{n}'_{fs,i}}{|\underline{R}'| |\underline{n}'_{fs,i}|} = \cos^{-1} \left(\frac{(r \sin\theta \cos\phi - r_k \sin\theta_k \cos\phi_k) \cdot (\sin\theta_k \cos\phi_k - \sin\theta_{si} \cos\phi_{si}) + (r \sin\theta \sin\phi - r_k \sin\theta_k \sin\phi_k) \cdot (\sin\theta_k \sin\phi_k - \sin\theta_{si} \sin\phi_{si})}{|\underline{R}'| (\cos\theta_k - \cos\theta_{si})} \right) \quad . \quad (2.15)$$

Det spredte lydfeltet fra kulen med et innfallende lydfelt fra i-te kilde i mottakerpunktet er definert som $p_{s,i}(\underline{r}, \omega)$, hvor det totale spredte lydfeltet med innfallende lydfeltet fra N kilder er gitt som

$$p_s(\underline{r}, \omega) = \sum_{i=1}^N p_{s,i}(\underline{r}, \omega) \quad . \quad (2.16)$$

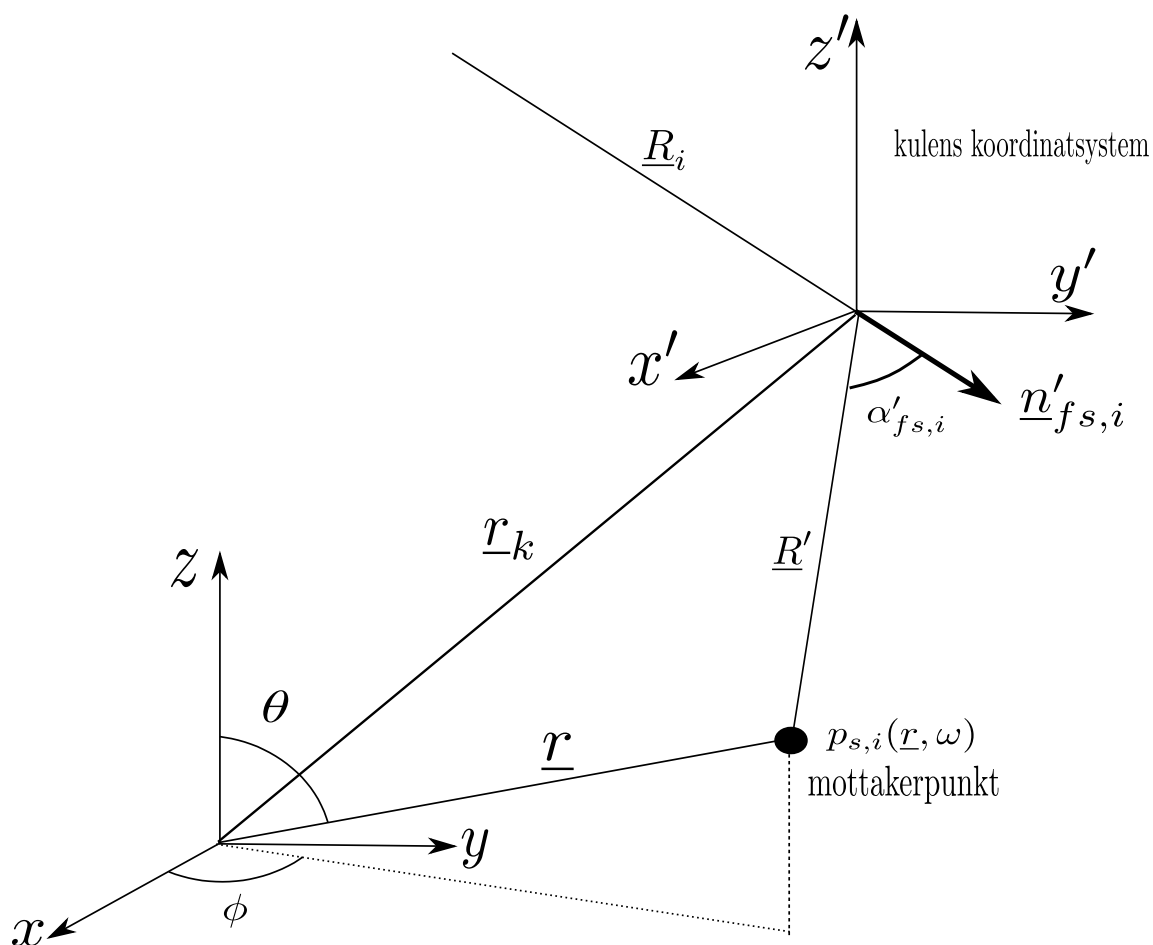
I kapittel 7 og kapittel 8 er det beregnet det spredte lydfeltet fra en rigid kule relativ kulens lokale koordinatsystem. I dette koordinatsystemet er posisjonen til mottakerpunktet gitt som

$$\underline{R}' = R' \sin\theta' \cos\phi' \underline{e}_x + R' \sin\theta' \sin\phi' \underline{e}_y + R' \cos\theta' \underline{e}_z \quad , \quad (2.17)$$

hvor R' , θ' og ϕ' er koordinatene til mottakerpunktet relativ kulens lokale koordinatsystem.

Retningen til mottakerpunktet relativ $\underline{n}'_{fs,i}$ er i dette koordinatsystemet gitt som

$$\alpha'_{fs,i} = \cos^{-1} \left(\frac{(R' \sin\theta' \cos\phi') \cdot (\sin\theta_k \cos\phi_k - \sin\theta_{si} \cos\phi_{si}) + (R' \sin\theta' \sin\phi') \cdot (\sin\theta_k \sin\phi_k - \sin\theta_{si} \sin\phi_{si})}{|\underline{R}'| (\cos\theta_k - \cos\theta_{si})} \right) \quad . \quad (2.18)$$



Figur 2.4: Skisse av kulens posisjon relativ det globale koordinatsystemet. Retningen til den foroverrettede spredningen, $\underline{n}'_{fs,i}$, er parallel med \underline{R}_i . Retningen til mottakerpunktet relativ $\underline{n}'_{fs,i}$ er gitt med vinkelen $\alpha'_{fs,i}$. Mottakerens posisjon relativ det globale koordinatsystemet er $\underline{r} = (r, \theta, \phi)$, hvor $\theta = [0, \pi]$ og $\phi = [0, 2\pi]$. I mottakerpunktet er det spredte lydfeltet med et innfallende lydfelt fra i -te kilde definert som $p_{s,i}(\underline{R}', \omega)$.

Kapittel 3

Modeller for senderarrayer

I dette kapitlet vil det bli vist en numerisk modell for det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array av stempelkilder. Stempelkilde er et sirkulært og plant stempel med uniform hastighet og er montert til en uendelig stor og rigid skjerm. Den numeriske modellen for en sylinderray av stemplekilder er benyttet for å modellere det innfallende lydfeltet til en rigid kule. Det vil også bli gitt en kort introduksjon for teorien til stempelkildemodellen. Siden det ikke har lyktes å finne relevant litteratur som gir en beskrivelse av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray er det benyttet andre analytiske modeller for det utstrålte lydfeltet fra arrayer for testing og verifisering av programmets beregninger. Derfor blir det også gitt en kort presentasjon av de ulike analytiske modellene som er benyttet ved testing og verifikasjon. I denne sammenhengen er det også vist en numerisk modell for det utstrålte lydfeltet fra en array av vilkårlig plasserte stempelkilder. Dette er det samme programmet som den numeriske modellen for en sylinderray av stempelkilde bare at posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde er vilkårlig. Det blir bare sett på det direkte lydfeltet i mottakerpunktet.

Det er antatt at utstrålingen er i et homogent medium hvor det er sett bort fra effekter fra absorbasjon. Dette medfører at bølgetallet, $k = \frac{\omega}{c}$, er reelt.

Dette kapitlet inneholder 4 avsnitt med underavsnitt.

I avsnitt 3.1 blir det presentert de ulike analytiske modellene for arrayer av punktkilder. Dette er arrayer som dipol-modellen, kvadropol-modellene og diskret linjearray. De analytiske modellene vil verifisere om simuleringen av det utstrålte lydfeltet for en vilkårlig array kan behandle kilder hvor fasen er vektet. Testene og verifiseringen av dette er vist i kapittel 6.

Modellen for det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde som er montert til en uendelig stor og rigid skjerm blir presentert i avsnitt 3.2.

I avsnitt 3.3 blir det presentert to analytiske modeller for arrayer av stempelkilder. Dette blir benyttet i kapittel 6 for å teste og verifisere simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array av stempelkilder.

Den numeriske modellen for det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray av stempelkilder blir vist i avsnitt 3.4. Denne numeriske modellen blir benyttet i resten av oppgaven.

Den numeriske modellen for det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlige arrayen av stempelkilder, som er benyttet for å teste og verifisere simuleringene, blir gitt i avsnitt 3.5.

3.1 Analytiske modeller for arrayer av punktkilder

I flere analytiske modeller for det utstrålte lydfeltet fra en array er det benyttet punktkildemodellen som kilde. Selv om det i denne oppgaven er benyttet stempelkilde kan dette sammenlignes med punktkildemodellen når $ka_i \ll 1$ hvor a_i er radiusen til den i -te stempelkilde. De analytiske modellene for

punktkilde er med på å teste og verifisere programmets beregninger av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array. Dette blir gitt i kapittel 6.

3.1.1 Punktkilde

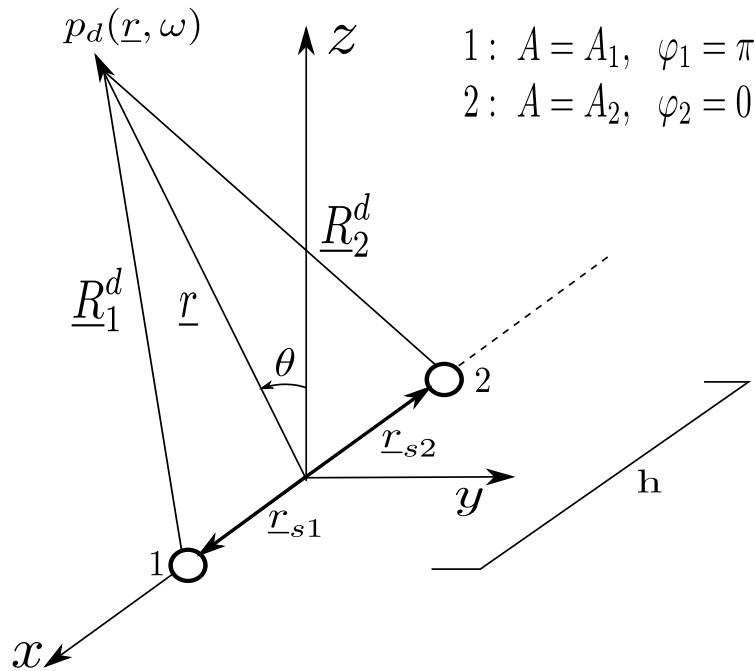
En punktkilde er en uniform og vibrerende kule med radius a_i . Punktkilden er plassert i posisjonen \underline{r}_{si} , som er relativt det globale koordinatsystemet. I henhold til [10, 19] er lydfeltet i mottakerpunktet fra i -te punktkilde, med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$, gitt som

$$p_{d,i}(\underline{r}) = p_{d,i}(\underline{R}_i^d) = A_i \frac{e^{jkR_i^d}}{R_i^d}, \quad (3.1)$$

hvor A_i er amplituden til i -te punktkilde. For at beregningene av lydfeltet i mottakerpunktet skal være gyldig må mottakerenes posisjon være utenfor kulen. Dette betyr at $R_i^d > a_i$.

3.1.2 Dipol-modellen

Dipol-modellen består av to punktkilder som er separert med avstanden h . I testingen, som blir vist i kapittel 6, er punktkildene plassert på x -aksen med sentrum i origo av det globale koordinatsystemet. Men dette er ikke krav i modellen. Punktkildene stråler i motfase slik at fasen til første punktkilde er gitt som $\varphi_1 = \pi$ og fasen til den andre punktkilden er $\varphi_2 = 0$. Begge punktkildene stråler med samme amplitude, slik at $A_1 = A$ og $A_2 = A$. Dette er også vist i Fig. 3.1.



Figur 3.1: Skisse for to punktkilder plassert på x -aksen med avstand h mellom dem. Sentrum av dipolen i origo i det globale koordinatsystemet. Posisjonen til første punktkilde er \underline{r}_{s1} og posisjonen til den andre punktkilden er \underline{r}_{s2} . Begge posisjonsvektorene er relativt det globale koordinatsystemet. Fasen til første punktkilde $\varphi_1 = \pi$ og amplituden til punktkilden er A_1 . Fasen til den andre punktkilden er $\varphi_2 = 0$ og amplituden er A_2 . Amplituden til de to like stor slik at $A_1 = A_2 = A$. I mottakerpunktet er det gitt lydfeltet $p_d(\underline{r})$ hvor posisjonen til mottakerpunktet er $\underline{r} = (r, \theta, 0)$ og er relativt det globale koordinatsystemet. Posisjonen til mottakerpunktet relativt første punktkilde er \underline{R}_1^d og posisjonen til mottakerpunktet relativt andre punktkilde er \underline{R}_2^d .

Det direkte lydfeltet i et mottakerpunkt fra de to punktkildene er i henhold til Fig. 3.1 gitt som

$$p_d(\underline{r}) = \sum_{i=1}^2 p_{d,i}(\underline{r}) = A_1 \frac{e^{j(kR_1^d + \varphi_1)}}{R_1^d} + A_2 \frac{e^{j(kR_2^d + \varphi_2)}}{R_2^d} = -A \frac{e^{jkR_1^d}}{R_1^d} + A \frac{e^{jkR_2^d}}{R_2^d} . \quad (3.2)$$

Dersom $kh \ll 1$ er det vist i [2,19] at Lign. (3.2) kan skrives som

$$p_d(\underline{r}) \approx -\rho c k^2 Q_s h \cos(\theta) \left(1 + \frac{j}{kr}\right) \frac{e^{jkr}}{2\pi r} \quad (3.3)$$

hvor ρ er tettheten til mediumet, c er lydhastigheten og Q_s er dipolstyrken.

3.1.3 Kvadropolmodellene

Kvadropolmodellene består av to dipoler separert med avstanden d mellom dem. Hver av de to dipolene inneholder to punktkilder som er separert med avstanden h . Det er her sett på to tilfeller for kvadropoler. Første tilfellet er en longitudinal kvadropol og andre tilfellet er en lateral kvadropol. Hvordan punktkildene er plassert relativt til hverandre i det globale koordinatsystemet er vist i Fig. 3.2 for longitudinal kvadropol og i Fig. 3.3 for lateral kvadropol. For begge modellene er det antatt samme amplitude for alle punktkildene.

I Fig. 3.2 og 3.3 er det totale direkte lydfeltet i mottakerpunktet gitt som

$$p_d(\underline{r}) = \sum_{i=1}^4 p_{d,i}(\underline{r}) = \sum_{i=1}^4 A_i \frac{e^{j(kR_i^d + \varphi_i)}}{R_i^d} , \quad (3.4)$$

som igjen gir

$$p_d(\underline{r}) = A \frac{e^{jkR_1^d}}{R_1^d} - A \frac{e^{jkR_2^d}}{R_2^d} - A \frac{e^{jkR_3^d}}{R_3^d} + A \frac{e^{jkR_4^d}}{R_4^d} \quad (3.5)$$

når $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$, $\varphi_3 = \pi$, $\varphi_4 = 0$ og $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A$.

Dersom $kh \ll 1$ og $kd \ll 1$ er det vist i [2,19] at det direkte lydfeltet i mottakerpunkt fra en longitudinal kvadropol, når posisjonen til punktkildene er slik som det er gitt i Fig. 3.2, er gitt som

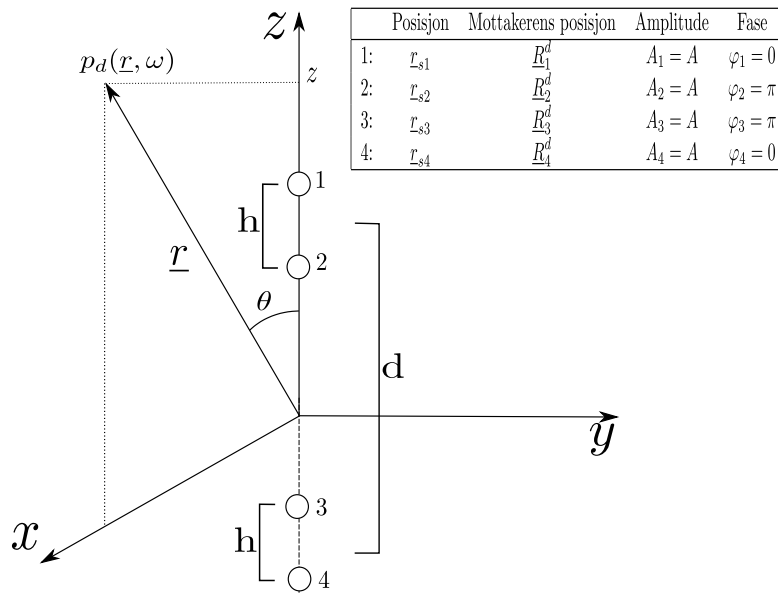
$$p_d(\underline{r}) \approx -k^2 Q_{zz} \left[\left(\frac{z - z_0}{r}\right)^2 + \frac{3(z - z_0)^2 - r^2}{r^2} \left(\frac{i}{kr} - \frac{1}{(kr)^2}\right) \right] \frac{e^{jkr}}{r} , \quad (3.6)$$

hvor Q_{zz} er kvadropolstyrken, z_0 er sentrum av kvadropolen på z -aksen og z er plasseringen til mottakerpunktet langs z -aksen. I testen i kapittel 6 er sentrum av den longitudinale kvadropolen plassert i origo i det globale koordinatsystemet som medfører at $z_0 = 0$.

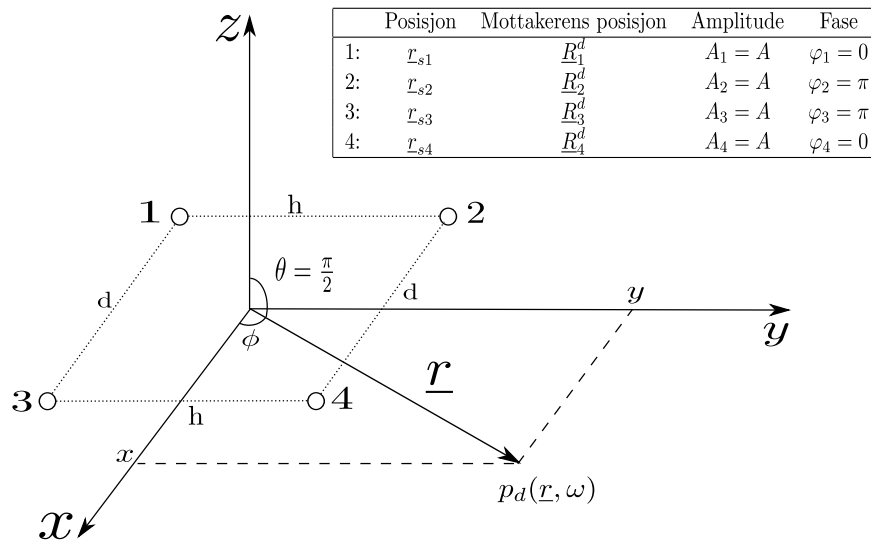
Dersom $kh \ll 1$ og $kd \ll 1$, og punktkildene er plassert slik som det er vist i Fig. 3.3, er det vist i [2,19] at det direkte lydfeltet i mottakerpunktet fra alle punktkildene er gitt som

$$p_d(\underline{r}) \approx -k^2 Q_{xy} \cdot \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{r^2} \left(1 + \frac{3i}{kr} - \frac{3}{(kr)^2}\right) \frac{e^{jkr}}{r} \quad (3.7)$$

for en lateral kvadropol. Her er Q_{xy} er kvadropolstyrken, x_0 og y_0 er posisjonen til sentrum av kvadropolen i det globale koordinatsystemet og x og y er posisjonen til mottakerpunktet i det globale koordinatsystemet. I kapittel 6 er kvadropolen plassert slik at sentrum av kvadropolen er i origo av det globale koordinatsystemet. Dette gir $x_0 = 0$ og $y_0 = 0$.



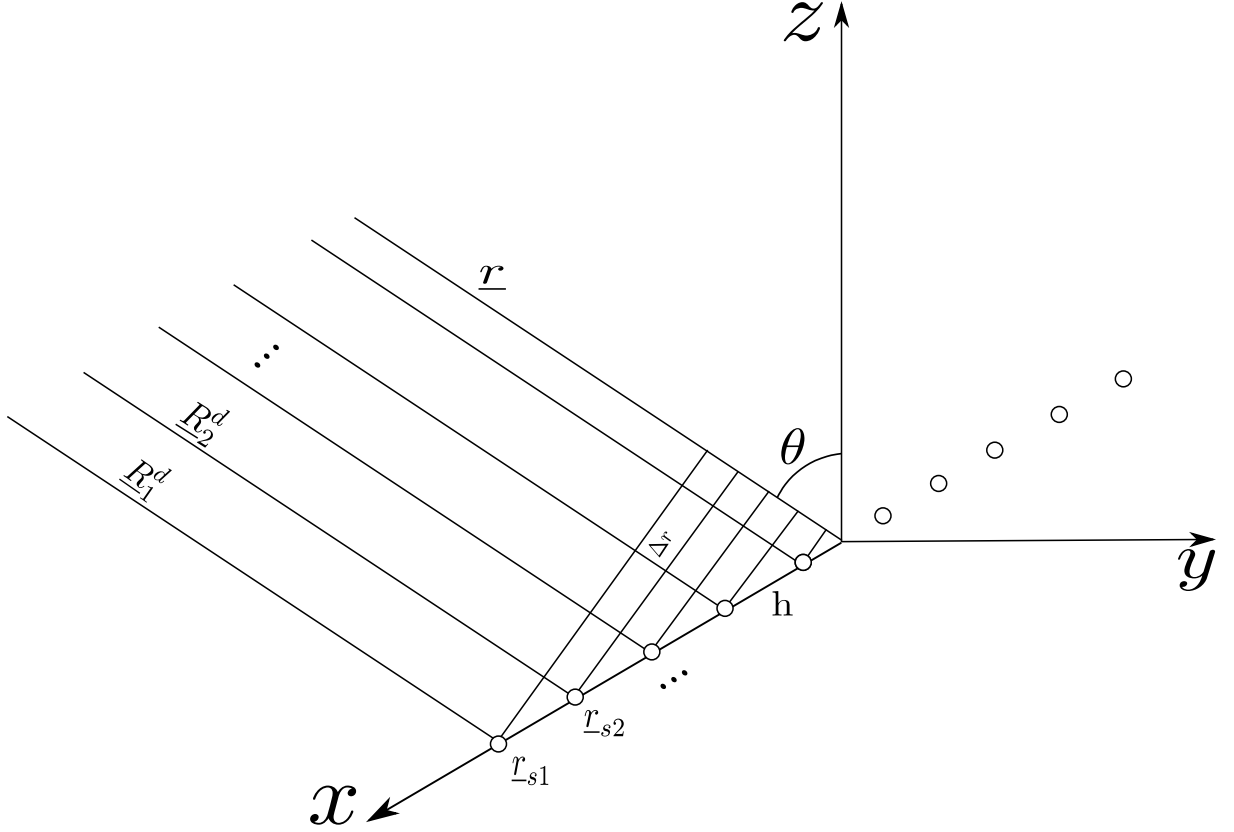
Figur 3.2: Skisse for longitudinal og aksial kvadropol langs z-aksen med sentrum av kvadropolen i origo av det globale koordinatsystemet, d.v.s. $z_0 = 0$. Avstanden mellom to punktkilder i en dipol er h og avstanden mellom to dipoler er d . Det totale lydfeltet i mottakerpunktet fra det direkte bidraget fra alle punktkildene er gitt som $p_d(\underline{r})$ hvor mottakerens posisjon er i $\underline{r} = (r, \theta, 0)$ som er relativ det globale koordinatsystemet. Det er her 4 punktkilder slik at $i = 1, 2, 3$ og 4 . Posisjonen til i -te punktkilde relativt det globale koordinatsystemet er r_{s_i} og mottakerens posisjon relativt i -te punktkilde er R_i^d . Alle amplitudene er like stor slik at $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A$. Fasene til punktkildene er $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$, $\varphi_3 = \pi$ og $\varphi_4 = 0$.



Figur 3.3: Skisse for lateral kvadropol med sentrum av kvadropolen i det globale koordinatsystemet slik at $(x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = 0)$. Avstanden mellom punktkildene i en dipol er gitt med h , og avstanden mellom to dipler er gitt med d . Det totale lydfeltet i mottakerpunktet er gitt som $p_d(\underline{r})$ hvor mottakerens posisjon er i $\underline{r} = (r, \frac{\pi}{2}, \phi)$ som er relativ det globale koordinatsystemet. Det er her 4 punktkilder slik at $i = 1, 2, 3$ og 4 . Posisjonen til i -te punktkilde relativt det globale koordinatsystemet er r_{s_i} og mottakerens posisjon relativt i -te punktkilde er R_i^d . Alle amplitudene er like stor slik at $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = A$. Fasene til punktkildene er $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$, $\varphi_3 = \pi$ og $\varphi_4 = 0$.

3.1.4 Analytisk modell for en diskret linjearray av punktkilder

En diskret linjearray av punktkilder er en analytisk modell hvor punktkildene er plassert langs en rett linje med en konstant avstand h mellom hver punktkilde. Her er det N punktkilder som gir $i = 1, 2, \dots, N$. Linjearrayen er her plassert langs x -aksen med sentrum av arrayen i origo av det globale koordinatsystemet. Dette er vist i Fig. 3.4.



Figur 3.4: Skisse for en diskret linjearray av punktkilder plassert langs x -aksen med sentrum av arrayen i origo av det globale koordinatsystemet. Posisjonen til hver punktkilde er gitt med \underline{r}_{si} for $i = 1, 2, \dots, N$. Avstanden mellom hver punktkilde er gitt med konstanten h . Mottakerens posisjon er $\underline{r} = (r, \theta, 0)$ som er relativ det globale koordinatsystemet og \underline{R}_i^d som er relativ i -te punktkilde. Mottakerpunktet er i fjernfeltet til linjearrayen slik at $\underline{R}_i^d \parallel \underline{r}$. Δr er avviket i lengden til mottakerpunktet mellom i -te punktkilde og $i+1$ -te punktkilde.

Det er her videre antatt at amplituden til hver punktkilde er like stor slik at $A_i = A$. Fasen til hver punktkilde er gitt med en konstant tidsforsinkelse mellom hver punktkilde. Denne konstante tidsforsinkelsen er gitt som τ . Tidsforsinkelsen til i -te punktkilde er da

$$\tau_i = i\tau \quad . \quad (3.8)$$

Videre er det også antatt at posisjonen til mottakerpunktet er langt ute i fjernfeltet. Dersom dette er tilfelle er posisjonen til mottakeren relativ det globale koordinatsystemet, \underline{r} , parallel med posisjonen til mottakeren relativ i -te kilde, \underline{R}_i^d . D.v.s. $\underline{R}_i^d \parallel \underline{r}$. Dette er tilfelle når $r \gg H$ hvor $H = h \cdot (N - 1)$ er lengden til arrayen.

Det totale lydfeltet i mottakerpunktet er gitt som

$$p_d(\underline{r}) = \sum_{i=1}^N A_i \frac{e^{j(kR_i^d + \varphi_i)}}{R_i^d} = \sum_{i=1}^N A \frac{e^{j(kR_i^d + \omega\tau_i)}}{kR_i^d} \quad . \quad (3.9)$$

3.2. STEMPELKILDEMODELLEN

Ved å følge utledningen i [10] er det totale lydfeltet i et mottakerpunkt, fra en linjearray av punktkilder med tidsforsinkelse i hver kilde, gitt som

$$p_d(\underline{r}) = \frac{A}{r} e^{-j(H/2h)k\Delta r} e^{-jkr} \sum_{i=1}^N e^{j(i-1)k\Delta r} e^{j\omega\tau_i} , \quad (3.10)$$

hvor Δr er avviket i lengden til mottakerpunktet for hver punktkilde. Dette avviket er fra geometrien i Fig. 3.4 også gitt som $\Delta r = h \sin\theta$.

Fra [10] kan hovedlobens retning styres mot $\theta = \theta_0$. Dette er mulig med sammenhengengen

$$\sin\theta_0 = \frac{c\tau}{h} , \quad (3.11)$$

som er gitt i [10].

Dette medfører at Lign. (3.10) også kan skrives som

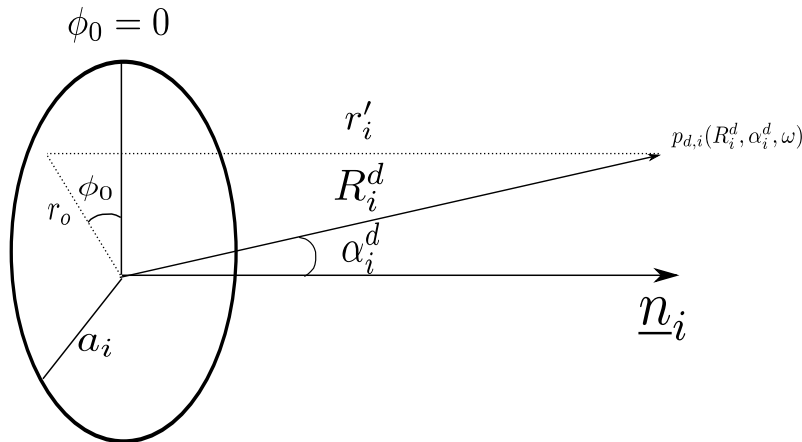
$$p_d(r, \theta, 0) = \frac{A}{r} e^{-j(H/2)k\sin\theta} e^{-jkr} \sum_{i=1}^N e^{j((i-1)kh\sin\theta + i \cdot kh\sin\theta_0)} , \quad (3.12)$$

hvor $k = \frac{\omega}{c}$.

3.2 Stempelkildemodellen

I dette avsnittet blir det presentert den analytiske modellen for en stempelkilde. En stempelkilde er her et sirkulært og plant stempel med en uniform hastighet over hele overflaten til stempelet. Stempelet er montert til en uendelig stor og rigid skjerm. \underline{n}_i er en enhetsvektoren som er normal på stempelkildens overflate og som angir orienteringen til stempelkilden. Enhetsvektoren er relativ i-te kildens lokale koordinatsystem. Retningen til mottakerens posisjon relativt \underline{n}_i er gitt som α_i^d . Dette er også vist i Fig. 2.3. Det utstrålte lydfeltet fra stempelkilden er beregnet med Rayleighintegralet slik som det er gitt i [10, 21, 22]. Hvor det er i [10] benyttet tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$ og i [21, 22] er det benyttet tidsavhengigheten $e^{+j\omega t}$.

I oppgaven er det lagt til rette at en array kan inneholde N stempelkilder. Dette gir indeksen $i = 1, 2, \dots, N$. Det er også benyttet tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. Men i avsnitt 3.3.1 og 3.3.2 er det benyttet tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og siden de to avsnittene blir benyttet som testing og verifikasjon av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array av stempelkilder, som blir gitt i kapittel 6, er det i dette avsnittet vist løsningen til stempelkildemodellen med begge tidsavhengighetene.



Figur 3.5: Skisse for geometrien som er brukt for fjernfeltløsningen av et sirkulær stempel med radius a_i hvor den aksielle utstrålte lydfeltet er mot \underline{n}_i . Det simulerte lydfeltet fra i-te stempelkilde er gitt som $p_{d,i}(R_i^d, \alpha_i^d)$ hvor mottakerens posisjon relativt \underline{n}_i er gitt med koordinatene (R_i^d, α_i^d) .

Fra [21] er hastighetspotensialet til det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$, og som har uniform hastighet over hele flaten til stempelet, gitt med Rayleighintegralet

$$\psi_{d,i}^-(R_i^d) = \frac{v_{0,i}}{2\pi} \int_{S_i} \frac{e^{jkr'_i}}{r'_i} dS_i \quad , \quad (3.13)$$

hvor $v_{0,i}$ er hastigheten på fronten av i-te stempel, r'_i er avstanden fra et vilkårlig punkt på overflaten til stempelkilden til mottakerens posisjon og S_i er arealet av flaten til i-te stempelkilde.

Tilsvarende er

$$\psi_{d,i}^+(R_i^d) = \frac{v_{0,i}}{2\pi} \int_{S_i} \frac{e^{-jkr'_i}}{r'_i} dS_i \quad (3.14)$$

hastighetspotensialet til det utstrålte lydfeltet til en stempelkilde med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$.

Ved å løse Lign. (3.14) som lydtrykk med relasjonen

$$p = -\rho \frac{d\psi}{dt} \quad (3.15)$$

gir dette

$$p_{d,i}^+(R_i^d, \alpha_i^d) = \frac{j}{2} \rho c v_{0,i} \frac{ka_i^2}{R_i^d} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin \alpha_i^d)}{ka_i \sin \alpha_i^d} \right] e^{-jkR_i^d} \quad , \quad (3.16)$$

for tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Her er $J_1(ka_i \sin \alpha_i^d)$ Besselfunksjonen av første slag. Dette er det samme uttrykket som er gitt i [10].

Tilsvarende for tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$ er det direkte lydfeltet fra i-te kilde i mottakerpunktet gitt som

$$p_{d,i}^-(R_i^d, \alpha_i^d) = -\frac{j}{2} \rho c v_{0,i} \frac{ka_i^2}{R_i^d} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin \alpha_i^d)}{ka_i \sin \alpha_i^d} \right] e^{jkR_i^d} \quad . \quad (3.17)$$

Videre i oppgaven benyttes Lign. (3.17) for det direkte lydfeltet i mottakerpunktet. Lign. (3.16) er benyttet for å teste mot modellene fra avsnitt 3.3.1 og 3.3.2 i kapittel 6. For det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde i kulens posisjon er dette, i henhold til notasjonen i kapittel 2, gitt som

$$p_i(R_i, \alpha_i) = -\frac{j}{2} \rho c v_0 \frac{ka_i^2}{R_i} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin \alpha_i)}{ka_i \sin \alpha_i} \right] e^{jkR_i} \quad . \quad (3.18)$$

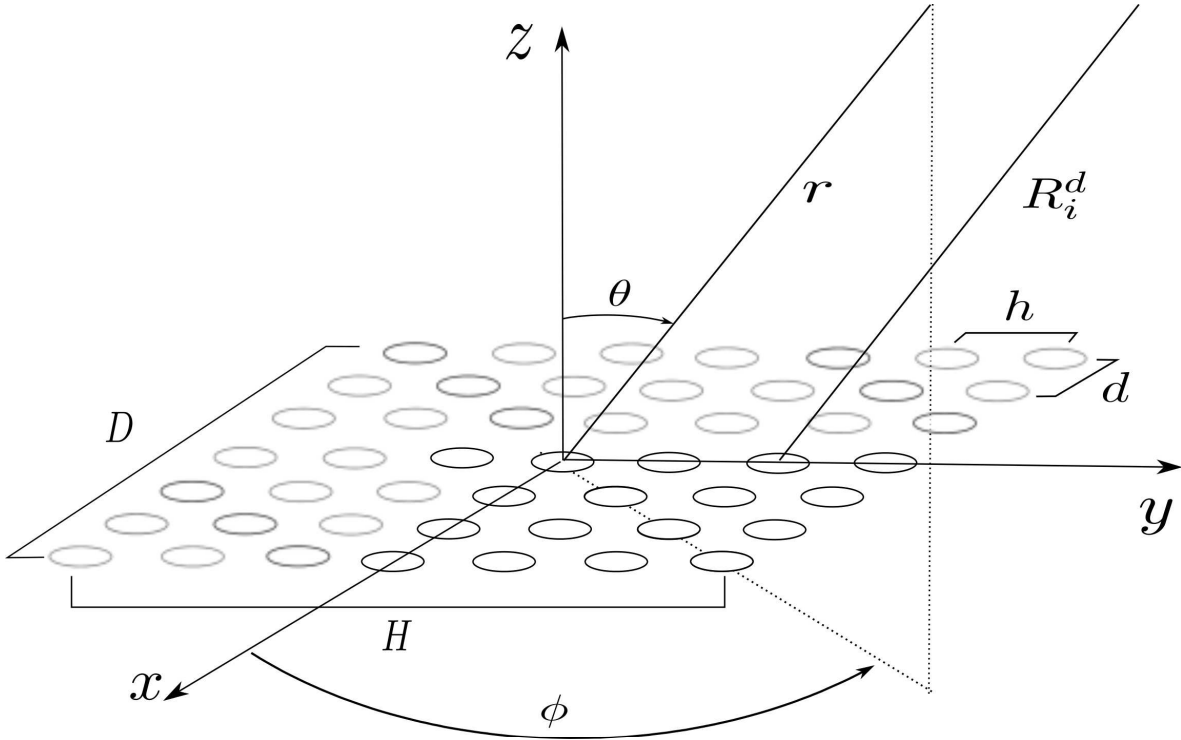
3.3 Analytiske modeller for arrayer med stempelkilder

I dette avsnittet vil det bli presentert to analytiske modeller for plane arrayer av stempelkilder. Den første modellen er en diskret og plan rektangulær array. Med denne modellen er det mulig å teste programmet når det er flere linjearrayer til sted når linjearrayene ligger ved siden av hverandre. Den andre modellen tar for seg en diskret og plan sirkelarray.

3.3.1 Diskret og plan rektangulær array

Anta en diskret rektangulær array som inneholder N linjearrayer hvor linjearrayene ligger ved siden av hverandre og avstanden mellom sentrum av hver linjearray er gitt med avstanden d . I hver linjearray er det M kilder hvor avstanden mellom sentrum av hver kilde er gitt med avstanden h . Lengden til den rektangulære arrayen er $H = h \cdot (M - 1)$ og bredden er $D = d \cdot (N - 1)$.

Det er også antatt at alle kildene ligger i samme plan hvor \underline{n}_i er parallell med z -aksen. Her er $i = 1, 2, \dots, N \cdot M$. En slik rektangulær array er vist i skissen i Fig. 3.6.



Figur 3.6: Skisse for en diskret rektangulær array hvor alle stempelkildene er orientert mot $\theta_{0i} = 0$ og $\phi_{0i} = 0$. D.v.s. parallel med z-aksen. Sentrum av arrayen er i origo i det globale koordinatsystemet. Avstanden mellom sentrum av hver stempelkilde, langs y-aksen, er gitt med lengden h . Totale lengden for rektangelarrayen langs y-aksen er H . Avstanden mellom sentrum av hver stav, langs x-aksen, er d og bredden til den rektangulære arrayen er D .

Hver kilde har en flate med arealet S_i og lydtrykksamplituden til det utstrålte lydfeltet til hver kilde er gitt med faktoren $H_i(\theta, \phi)$. Hastigheten på overflaten av i -te kilde er uniform, $v_{0,i}$. I mottakerpunktet, som er i fjernfeltet til arrayen, er det utstrålte lydfeltet fra den rektangulære arrayen gitt som

$$p_d(r) = \frac{j\rho ck}{2\pi} \sum_{i=1}^{N \cdot M} \frac{S_i H_i(\theta, \phi) v_{0,i}}{R_i^d} e^{-jkR_i^d} . \quad (3.19)$$

Dersom det også antas at alle kildene har samme radius er $S_i = S$ og $H_i(\theta, \phi) = H(\theta, \phi)$. Med de antagelsene som er gitt er det vist i [12] at det mottatte lydfeltet fra en slik rektangulær og plan array er gitt som

$$p_d(r, \theta, \phi) = \left[\frac{jNM\rho ck v_0 S H(\theta, \phi) e^{-jkr}}{2\pi r} \right] \cdot \frac{\sin((M/2) \cdot k h \sin\theta \cos\phi)}{M \sin((1/2) \cdot k h \sin\theta \cos\phi)} \cdot \frac{\sin((N/2) \cdot k d \sin\theta \sin\phi)}{N \sin((1/2) \cdot k d \sin\theta \sin\phi)} , \quad (3.20)$$

hvor det her er antatt at alle kildene har samme hastigheten på kildens overflate slik at $v_{0,i} = v_0$.

I denne modellen er mottakerpunktet i fjernfeltet til arrayen hvor dette er tilfelle når $r \gg H$ og $r \gg D$. Når mottakerpunktet er i fjernfeltet er det vist i Fig. 3.6 at mottakerens posisjon relativt det globale koordinatsystemet er parallel med mottakerens posisjon relativt i -te kilden, $\underline{R}_i^d \parallel \underline{r}$.

Som det er vist i Lign. (3.20) viser denne modellen hensyn til at lydtrykksamplituden til det utstrålte lydfeltet fra alle kildene er retningsavhengig, hvor dette er gitt med faktoren $H(\theta, \phi)$. I kapittel 6 er det vist testen for det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array hvor dette er sammenlignet med

Lign. (3.20). Og siden det er benyttet stempelkilder betyr dette at faktoren $H(\theta, \phi)$ er gitt som

$$H(\theta, \phi) = \frac{2J_1(ka_i \sin \alpha_i^d)}{ka_i \sin \alpha_i^d} . \quad (3.21)$$

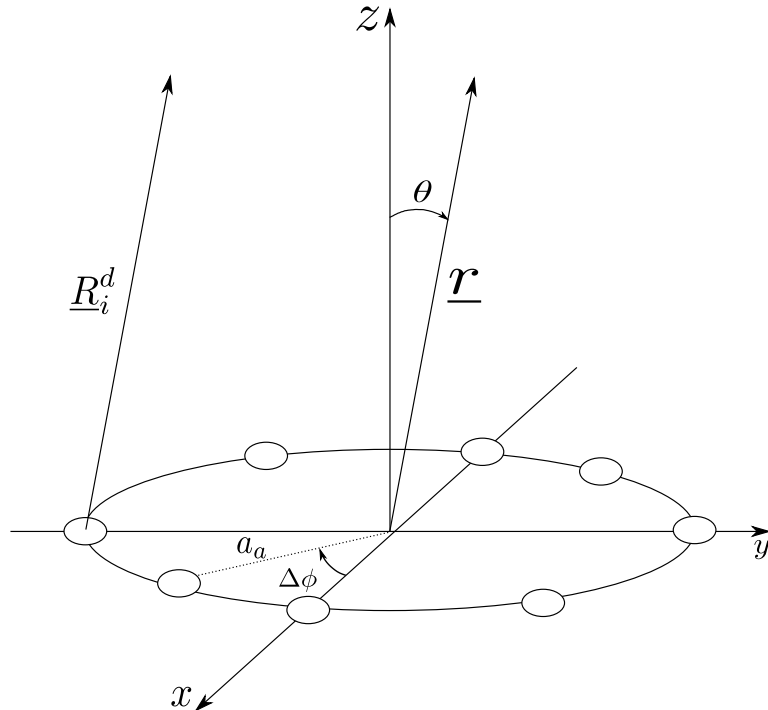
Denne modellen er ikke fleksibel siden det er antatt at alle kildene har samme radius, amplitude og fase.

3.3.2 Diskret og plan sirkulær array

I dette avsnittet er det vist en analytisk modell for en diskret og plan sirkulær array av identiske kilder. Siden kildene er identiske har de i denne sammenhengen samme radius, samme amplitude og samme fase. Det er også antatt at alle stempelkilde har den samme hastigheten på overflaten av kilden hvor denne hastigheten er uniform. I denne modellen er det vist hensyn til at lydtrykksamplituden til det utstrålte lydfeltet til hver kilde er retningsavhengig og er gitt med faktoren $H_i(\theta, \phi)$. Siden det er identiske kilder er $H_i(\theta, \phi) = H(\theta, \phi)$. Det antas at den sirkulære arrayen har N kilder plassert i xy-planet hvor N er et heltall multiplisert med 4. Den sirkulære arrayen er plassert i sentrum av origo til det globale koordinatsystemet og radiusen av arrayen er gitt som a_a .

Kildene er plassert med en konstant angulær separasjon i radianer mellom hver kilde. Denne separasjonen er gitt som $\Delta\phi = \frac{2\pi}{N}$. Alle kildene er rettet parallelt med z-aksen, d.v.s. at $\underline{n}_i = (0, 0, 1)$. Mottakerpunktet, som er gitt som \underline{r} , er relativt det globale koordinatsystemet. Det er også antatt at mottakerpunktet er i fjernfeltet til arrayen som medfører at $\underline{R}_i^d \parallel \underline{r}$.

Dette er antagelser som er gitt i [12] for en diskret og plan sirkulær array av identiske kilder. I testen i kapittel 6 er det benyttet stempelkildemodellen som kilder. Men dette er ikke et krav i denne analytiske modellen. Skisse av en slik diskret og plan sirkulær array er vist i Fig. 3.7.



Figur 3.7: Skisse for en diskret og plan sirkulær array med N kilder plassert i en sirkel med radius a_a . Hver stempelkilde har en konstant angulær separasjon som er gitt med $\Delta\phi = \frac{2\pi}{N}$. Mottakerpunktet relativt det globale koordinatsystemet er gitt som $\underline{r} = (r, \theta, \frac{\pi}{2})$. Posisjonen til mottakerpunktet relativt i-te kilden er gitt som \underline{R}_i^d . Her er mottakerpunktet langt ute i arrayens fjernfelt slik at $\underline{R}_i^d \parallel \underline{r}$.

3.4. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDRISK ARRAY

I [12] er det vist at det totale lydfeltet, i mottakerpunktet, fra en diskret og plan sirkulærarray med identiske kilder er gitt som

$$p(\underline{r}) = \frac{j\rho c k v_0 S}{2\pi} H(\theta, \phi) \frac{e^{-jkr}}{r} [2\cos(ka_a \sin\theta) + 2 + 4 \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}-1} \cos(ka_a \sin\theta \cos(n\Delta\phi))] , \quad (3.22)$$

hvor c er lydhastigheten, $k = \frac{\omega}{c}$ er bølgetallet, v_0 er den uniforme hastigheten på fronten av alle stempelkildene, S er arealet til alle kildene og a_a er radiusen til arrayen. For at denne modellen skal være gyldig må $N = 4, 8, 12, \dots$.

3.4 Det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array

I dette avsnittet vil det bli vist en numerisk modell for det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array. Det er her ønskelig at denne modellen skal være så nærme en virkelig sylinderrarray som mulig.

I [4] er det sammenlignet ulike metoder for "beamforming" av en sylindrisk sonararray av stempelkilder. Her er det oppgitt at den simulerte "beamformingen" er basert på en sylindrisk array med 256 stempelkilder. Resultatet av denne simuleringen er verifisert av eksperimentelle forsøk ved hjelp av Simrads SX-90 fiskerisonar. Datablad for denne sonaren er gitt i [5]. Ifølge [4] består denne sonaren av $N = 32$ staver med $M = 8$ kilder i hver stav hvor radiusen til sylindren er $a_a = 0.19$ m. Stav er i denne sammenheng en diskret linjearray plassert parallelt med z-aksen. Denne betegnelsen blir benyttet i resten av oppgaven. Mer om hvordan stempelkildene er orientert relativt et globalt koordinatsystem er ikke oppgitt i [4].

Fra [33] er det sagt at SX-90 sonaren har en tilsvarende konstruksjon som sylinderrarrayen som er skissert i [6]. Denne skissen viser en sylinderrarray med $N = 40$ staver og $M = 12$ stempelkilder i hver stav hvor annenhver stav ligger $\frac{h}{2}$ høyere enn de resterende stavene. Her er h avstanden mellom sentrum av en stempelkilde til sentrum av neste stempelkilde i samme stav. Sentrum av sylinderrarrayen er i origo i det globale koordinatsystemet. Sylindrens akse er lagt langs z-aksen og orienteringen, \underline{n}_i , til stempelkildene er i xy-planet. I [6] er det derimot ikke oppgitt radius til sylinderrarrayen eller radiusen til hver kildene.

Radiusen til hver stempelkilde har ikke lyktes å finne i annen litteratur.

Med bakgrunn i den informasjonen som er gitt blir det her først vist en numerisk modell av en sylinderrarray med N staver og M stempelkilder i hver stav. Annenhver stav er opphøyd med $\frac{h}{4}$ langs z-aksen og de resterende stavene er senket med $\frac{h}{4}$ langs z-aksen. Sylinderrarrayens sentrum er i origo i det globale koordinatsystemet.

3.4.1 Numerisk modell for en sylindrisk array

I denne oppgaven er det benyttet en sylinderrarray med $N = 32$ staver hvor det er $M = 8$ stempelkilder i hver stav slik som det er oppgitt i [4]. Dette gir det totale antall stempelkilder til $N \cdot M = 256$. Sylindrens akse er plassert langs z-aksen med sentrum av sylindren i origo i det globale koordinatsystemet hvor radiusen til sylinderrarrayen er gitt som a_a .

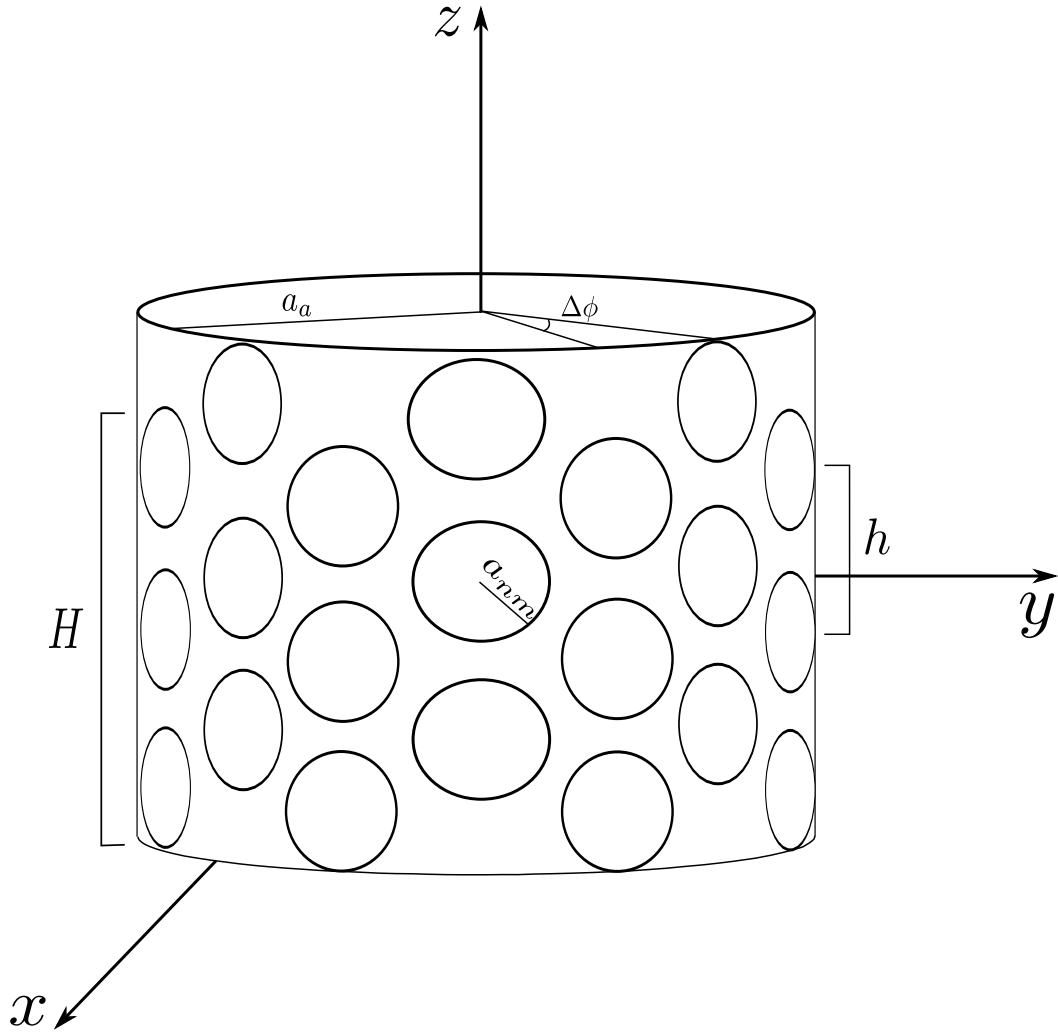
I Fig. 3.8 er det vist at stavene er plassert med en konstant angulær separasjon mellom hver stav. Dette gir

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{32} = 0.196 \text{ rad} . \quad (3.23)$$

I henhold til [6] er annenhver stav opphøyd med $\frac{h}{2}$ relativt de resterende stavene. Fra dette og den antagelsen at sylinderrarrayens sentrum er plassert i origo i det globale koordinatsystemet, er posisjonen til hver stempelkilde gitt som

$$x_{s,nm} = a_a \cos((n-1)\Delta\phi) , \quad (3.24)$$

$$y_{s,nm} = a_a \sin((n-1)\Delta\phi) \quad (3.25)$$



Figur 3.8: Skisse for en sylinderrarray bestående av flere stempelkilder med radius a_{nm} . Radiusen til sylinderrarrayen er gitt som a_a og separasjonen mellom hver stav i radianer er gitt med $\Delta\phi$. Avstanden mellom sentrum av to stempelkilder i en stav er gitt som h , og den totale lengden av stavene er H .

og

$$z_{s,nm} = (m-1)h - \frac{1}{4}((M-1)h) + \frac{h}{4} \quad (3.26)$$

for $m = 1, 3, 5, \dots$, og

$$z_{s,nm} = (m-1)h - \frac{1}{4}((M-1)h) - \frac{h}{4} \quad (3.27)$$

for $m = 2, 4, 6, \dots$

Her er $x_{s,nm}$, $y_{s,nm}$ og $z_{s,nm}$ de kartesiske koordinatene for m -te stempelkilde i n -te stav.

Fra dette er posisjonen til m -te stempelkilde i n -te stav relativ det globale koordinatsystemet gitt som

$$\underline{r}_{s,nm} = x_{s,nm}\underline{e}_x + y_{s,nm}\underline{e}_y + z_{s,nm}\underline{e}_z \quad (3.28)$$

I programmet kan hver stempelkilde ha en vilkårlig orientering. For en sylinderrarray er hver stempelkilde orientert slik at endeflatene er parallelt med xy -planet med fronten ut fra sylinderen. Dette

3.4. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDRISK ARRAY

gir

$$\underline{n}_{nm} = \cos((n-1)\Delta\phi)\underline{e}_x + \sin((n-1)\Delta\phi)\underline{e}_y + 0 \cdot \underline{e}_z \quad , \quad (3.29)$$

hvor \underline{n}_{nm} er orienteringen til m-te stempelkilde i n-te stav.

Posisjonen til mottakerpunktet relativ hver m-te stempelkilde i n-te stav er

$$\underline{R}_{nm}^d = \underline{r} - \underline{r}_{s,nm} \quad . \quad (3.30)$$

Kulens posisjon relativ m-te stempelkilde i n-te stav er

$$\underline{R}_{nm} = \underline{r}_k - \underline{r}_{s,nm} \quad . \quad (3.31)$$

Retningen til mottakerpunktet relativ \underline{n}_{nm} er gitt som

$$\alpha_{nm}^d = \frac{\underline{R}_{nm}^d \cdot \underline{n}_{nm}}{|\underline{R}_{nm}^d| \cdot |\underline{n}_{nm}|} = \left(\begin{array}{c} (r \sin\theta \cos\phi - r_{s,nm} \sin\theta_{s,nm} \cos\phi_{s,nm}) \cdot \sin\theta_{0,nm} \cos\phi_{0,nm} \\ + (r \sin\theta \sin\phi - r_{s,nm} \sin\theta_{s,nm} \sin\phi_{s,nm}) \cdot \sin\theta_{0,nm} \sin\phi_{0,nm} \\ + (r \cos\theta - r_{s,nm} \cos\theta_{s,nm}) \cdot \cos\theta_{0,nm} \end{array} \right) \frac{1}{|\underline{R}_{nm}^d|} \quad (3.32)$$

og retningen for kulens posisjon relativ \underline{n}_{nm} er

$$\alpha_{nm} = \frac{\underline{R}_{nm} \cdot \underline{n}_{nm}}{|\underline{R}_{nm}| \cdot |\underline{n}_{nm}|} = \left(\begin{array}{c} (r_k \sin\theta_k \cos\phi_k - r_{s,nm} \sin\theta_{s,nm} \cos\phi_{s,nm}) \cdot \sin\theta_{0,nm} \cos\phi_{0,nm} \\ + (r_k \sin\theta_k \sin\phi_k - r_{s,nm} \sin\theta_{s,nm} \sin\phi_{s,nm}) \cdot \sin\theta_{0,nm} \sin\phi_{0,nm} \\ + (r_k \cos\theta_k - r_{s,nm} \cos\theta_{s,nm}) \cdot \cos\theta_{0,nm} \end{array} \right) \frac{1}{|\underline{R}_{nm}|} \quad . \quad (3.33)$$

Ved å benytte modellen for stempelkilde fra Lign. (3.17) er det direkte lydfeltet i mottakerpunktet gitt som

$$p_d(\underline{r}) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{-j}{2} B_{p,nm} K_{nm} \frac{ka_{nm}^2}{R_{nm}^d} \left[\frac{2J_1(ka_{nm} \sin\alpha_{nm}^d)}{ka_{nm} \sin\alpha_{nm}^d} \right] e^{-j(kR_{nm}^d + \varphi_{nm})} \quad , \quad (3.34)$$

hvor $B_{p,nm} = \rho c v_{0,nm}$, $v_{0,nm}$ er hastigheten på fronten av m-te stempelkilde i n-te stav, K_{nm} er amplitudevektingen og φ_{nm} er fasen til m-te stempelkilde i n-te stav.

Det innfallende lydfeltet i kulens posisjons, med samme modell for stempelkilde, er

$$p_{in}(\underline{r}) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{-j}{2} B_{p,nm} K_{nm} \frac{ka_{nm}^2}{R_{nm}} \left[\frac{2J_1(ka_{nm} \sin\alpha_{nm})}{ka_{nm} \sin\alpha_{nm}} \right] e^{-j(-kR_{nm} + \varphi_{nm})} \quad . \quad (3.35)$$

Dersom det antas at alle stempelkildene har samme radius, slik at $a_{nm} = a$, og med samme lydstyrke, $B_{p,nm} = B_p$, er

$$p_d(\underline{r}) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{-j}{2} B_p K_{nm} \frac{ka^2}{R_{nm}^d} \left[\frac{2J_1(ka \sin\alpha_{nm}^d)}{ka \sin\alpha_{nm}^d} \right] e^{-j(-kR_{nm}^d + \varphi_{nm})} \quad (3.36)$$

det direkte lydfeltet i mottakerpunktet fra alle stempelkildene og

$$p_{in}(\underline{r}) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{-j}{2} B_p K_{nm} \frac{ka^2}{R_{nm}} \left[\frac{2J_1(ka \sin\alpha_{nm})}{ka \sin\alpha_{nm}} \right] e^{-j(-kR_{nm} + \varphi_{nm})} \quad (3.37)$$

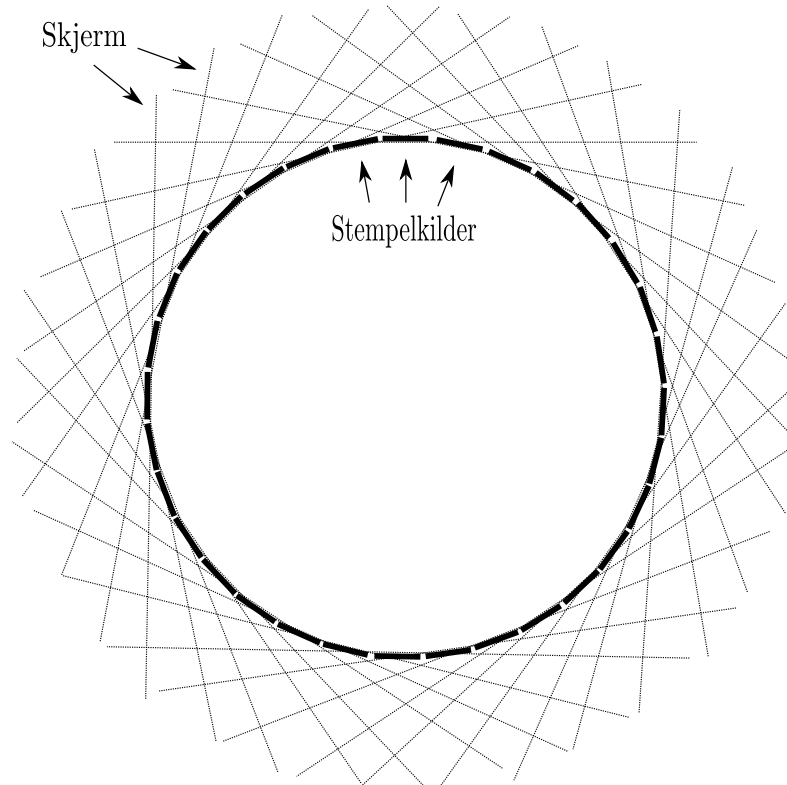
er det innfallende lydfeltet til kulen fra alle stempelkilden.

Selv om det er benyttet fjernfeltløsningen for hver enkel stempelkilde er det mulig med ligningene over å simulere nærfeltet og fjernfeltet for den sylindriske arrayen av stempelkilder.

Kommentarer til sylinderarrayen

I denne oppgaven er det benyttet stempelkildemodellen hvor stempelet er montert til en uendelig stor og rigid skjerm. Med dette er det antatt at hver stempelkilde har en egen skjerm slik at N stempelkilder gir N skjerner. På grunn av sylinderarrayens konstruksjon vil lyden fra hver stempelkilde i praksis bli stoppet av skjermene til de andre stempelkildene. Dette er vist i Fig. 3.9.

For å løse dette er det videre antatt at for i -te stempelkilde er alle skjermene gjennomsiktige utenom skjermen til i -te kilde. Dette betyr at lyden som forplantes fra en kilde som ikke er den i -te kilden vil ikke ha noe påvirkning av den til i -te skjermen.



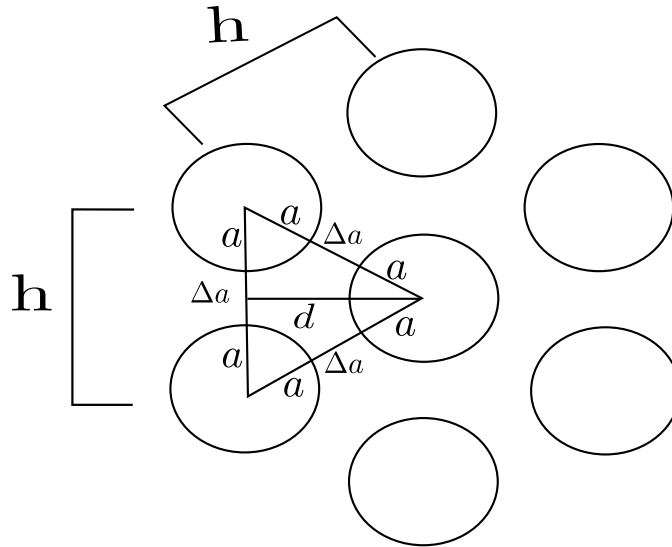
Figur 3.9: Utsnitt av en sylinderarray av stempelkilder, sett ovenfra. I arrayen er det 32 staver med stempelkilder hvor hver av stempelkildene har hver sin uendelig stor og rigid skjerm.

3.4.2 Maksimal radius til stempelkilder i en sylinderarray med 32 staver

For en aktiv og sylindrisk fiskerisonar er hver transduser både en kilde og en mottaker. Ved mottak er det viktig å plassere stempelkildene så nærme hverandre som mulig for å ikke miste nødvendig informasjon fra det reflekterte lydfeltet. Lydfelt som treffer mellom stempelkildene blir ikke prosessert.

Til nå har det ikke lyktes å finne informasjon om radiusen til stempelkildene, avstanden i mellom sentrum av en stempelkilde til sentrum av neste stempelkilde (h) eller mellomrommet mellom to nærliggende stempelkilder. Dette mellomrommet er videre definert som Δa .

For å finne dette er det her antatt at alle stempelkildene har samme radius slik at $a_{nm} = a$. Videre er det også antatt at avstanden i posisjonen mellom to nærliggende stempelkilder er, for alle kildene, gitt som h .



Figur 3.10: Skisse for et vilkårlig utsnitt av 7 stempelkilder i en sylindrisk array. Avstanden mellom sentrum av to nærliggende stempelkilder er, for alle kilder, gitt som h . I h inneholder radiusen til to stempelkilder og et mellomrom mellom to stempelkilder slik at $h = 2a + \Delta a$. Avstanden mellom sentrum av to staver er gitt som d .

I Fig. 3.10 er det vist at avstanden mellom sentrum av to staver er gitt som d hvor

$$d = \frac{2\pi a_a}{N} = \frac{2\pi \cdot 0.19 \text{ m}}{32} = 0.0373 \text{ m} . \quad (3.38)$$

I tillegg er det vist i figuren at avstanden i posisjonen for alle nærliggende stempelkilder er gitt med h , hvor h inneholder radiusen til to av stempelkildene og et mellomrom i mellom dem. Dette er også gitt som

$$h = 2a + \Delta a . \quad (3.39)$$

Dersom det nå antas at stempelkildene ligger helt inntil hverandre betyr dette at $\Delta a = 0 \text{ m}$ og

$$h = 2a . \quad (3.40)$$

I Fig. 3.10 er det vist at konstantene d , h og a danner en rettvinklet trekant. Ved hjelp av pytagoras-setningen er

$$h^2 = a^2 + d^2 \quad (3.41)$$

og ved å innsette $h = 2a$ er

$$a = \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{0.0373 \text{ m}}{\sqrt{3}} = 0.0215 \text{ m} . \quad (3.42)$$

Det er nå vist at den maksimale radiusen stempelkildene kan ha, uten at de overlapper hverandre, er $a = 0.0215 \text{ m}$.

Når stempelkildene ligger helt inntill hverandre slik de gjør med denne radiusen vil dette medføre at de har en direkte påvirkning på hverandre. For å unngå dette er det gitt et lite mellomrom som her er antatt å være gitt som $\Delta a = 0.0015 \text{ m}$. Dette gir da igjen $a = 0.02 \text{ m}$ og fra Lign. (3.39) er $h = 0.0415 \text{ m}$.

Den totale lengden av hver stav, slik som det er vist i Fig. 3.8, er her gitt som

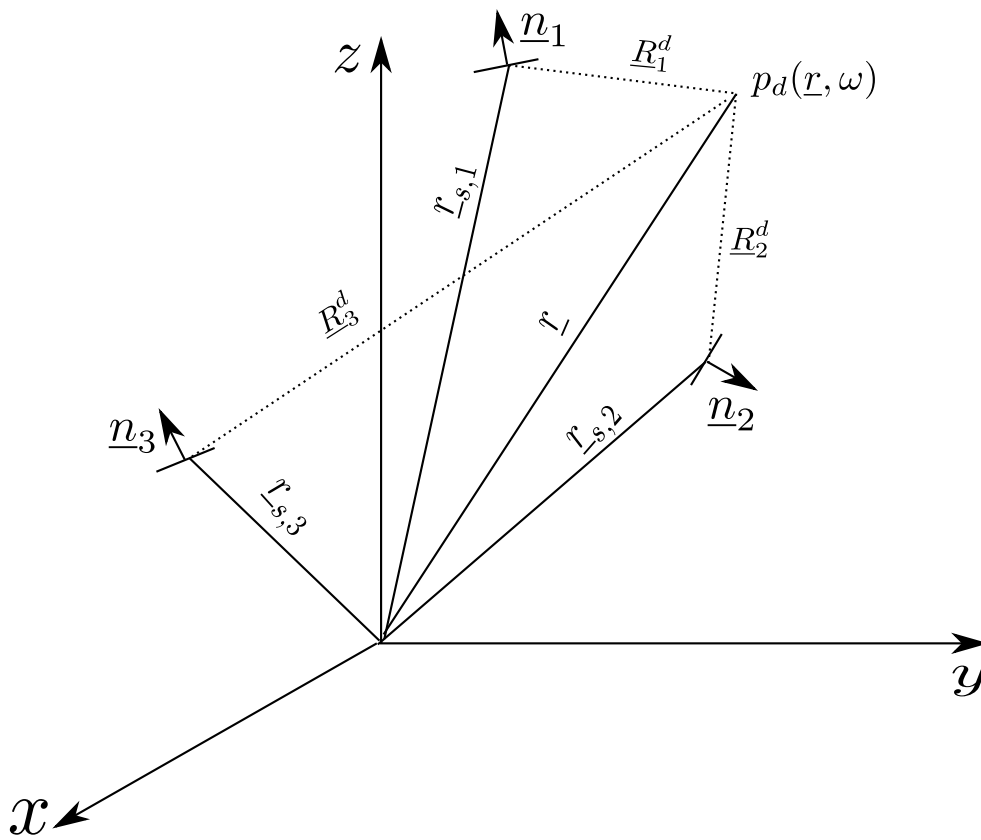
$$H = (M - 1) \cdot h + 2a . \quad (3.43)$$

Når det da er 8 stempelkilder i hver stav og h , a og Δa har de verdiene som er gitt over gir dette $H = 0.3305 \text{ m}$.

Det er nå oppgitt avstanden i posisjonen mellom to nærliggende stempelkilder, $h = 0.0415$ m, separasjonen i radianer mellom hver stav, $\Delta\phi = 0.196$ rad, og radiusen til sylinderrarrayen, $a_a = 0.19m$. Fra Lign. (3.24), (3.25), (3.26) og (3.27) er det mulig å finne posisjonen for m-te stempelkilde i n-te stav. Fra Lign. (3.29) er det også mulig å finne orienteringen til m-te stempelkilde i n-te stav. Dette er gitt i vedlegg E.

3.5 Det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array

Selv om det er i oppgaven benyttet en sylinderrarray for å beregne det spredte lydfeltet fra en rigid kule er ikke programmet begrenset til å bare simulere dette. Programmet kan simulere arrayer der hver kilde har en vilkårlig posisjon med en vilkårlig orientering. En slik array er benyttet for testing og verifisering mot de analytiske modeller som dipol, kvadropol, diskret linjearray av punktkilder, diskret rektangulær array av stempelkilder og en diskret sirkulær array av stempelkilder i kapittel 6.



Figur 3.11: Skisse for tre vilkårlige plasserte kilder med posisjonene $\underline{r}_{s,1}$, $\underline{r}_{s,2}$ og $\underline{r}_{s,3}$ relativ det globale koordinatsystemet. Hver kilde er orientert mot h.h.v. \underline{n}_1 , \underline{n}_2 og \underline{n}_3 . Det direkte lydfeltet i mottakerpunktet fra de tre kildene er gitt som $p_d(\underline{r})$ og mottakerpunktet er plassert i \underline{r} relativ det globale koordinatsystemet. Mottakerens posisjon relativ de tre kildene er h.h.v. \underline{R}_1^d , \underline{R}_2^d og \underline{R}_3^d

I Fig. 3.11 er det skissert tre vilkårlige plasserte stempelkilder med en vilkårlige orienteringen til hver kilde. Dette kan generaliseres til N vilkårlig plasserte kilder hvor hver har en vilkårlige orientering. For en slik vilkårlig array er indeksen til i-te kilde gitt som $i = 1, 2, \dots, N$. Posisjonen til i-te kilde i kartesiske koordinater relativ det globale koordinatsystemet er gitt som $x_{s,i}$, $y_{s,i}$ og $z_{s,i}$. Posisjonen til i-te kilde kan også uttrykkes som

$$\underline{r}_{s,i} = x_{s,i}\underline{e}_x + y_{s,i}\underline{e}_y + z_{s,i}\underline{e}_z \quad . \quad (3.44)$$

Orienteringen til i-te kilde er

$$\underline{n}_i = \cos\phi_{0i}\sin\theta_{0i}\underline{e}_x + \sin\phi_{0i}\sin\theta_{0i}\underline{e}_y + \cos\theta_{0i}\underline{e}_z \quad , \quad (3.45)$$

3.5. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN VILKÅRLIG ARRAY

hvor $|\underline{n}_i| = 1$.

Posisjonen til mottakerpunktet relativ kildens posisjon er

$$\underline{R}_i^d = \underline{r} - \underline{r}_{s,i} \quad , \quad (3.46)$$

og kulens posisjon relativ i-te kildes posisjon er

$$\underline{R}_i = \underline{r}_k - \underline{r}_{s,i} \quad . \quad (3.47)$$

Retningen til mottakerens posisjon relativ \underline{n}_i er fra Lign. (2.12) gitt som

$$\alpha_i^d = \frac{\underline{R}_i^d \cdot \underline{n}_i}{|\underline{R}_i^d| \cdot |\underline{n}_i|} = \left(\frac{(r \sin\theta \cos\phi - r_{s,i} \sin\theta_{s,i} \cos\phi_{s,i}) \cdot \sin\theta_{0,i} \cos\phi_{0,i}}{+(r \sin\theta \sin\phi - r_{s,i} \sin\theta_{s,i} \sin\phi_{s,i}) \cdot \sin\theta_{0,i} \sin\phi_{0,i}} + \frac{(r \cos\theta - r_{s,i} \cos\theta_{s,i}) \cdot \cos\theta_{0,i}}{|\underline{R}_i^d|} \right) \quad , \quad (3.48)$$

og retningen til kulens posisjon relativ \underline{n}_i er fra Lign. (2.11) gitt som

$$\alpha_i = \frac{\underline{R}_i \cdot \underline{n}_i}{|\underline{R}_i| \cdot |\underline{n}_i|} = \left(\frac{(r_k \sin\theta_k \cos\phi_k - r_{s,i} \sin\theta_{s,i} \cos\phi_{s,i}) \cdot \sin\theta_{0,i} \cos\phi_{0,i}}{+(r_k \sin\theta_k \sin\phi_k - r_{s,i} \sin\theta_{s,i} \sin\phi_{s,i}) \cdot \sin\theta_{0,i} \sin\phi_{0,i}} + \frac{(r_k \cos\theta_k - r_{s,i} \cos\theta_{s,i}) \cdot \cos\theta_{0,i}}{|\underline{R}_i|} \right) \quad . \quad (3.49)$$

Dersom det er antatt at senderelementet er en stempelkilde er

$$p_d(\underline{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{-j}{2} B_p K_i \frac{ka_i^2}{R_i^d} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin\alpha_i^d)}{ka_i \sin\alpha_i^d} \right] e^{-j(-kR_i^d + \varphi_i)} \quad (3.50)$$

det totale lydfeltet i mottakerpunktet. Her er $B_p = \rho c v_0$, a_i er i-te stempelkildes radius, K_i er vekten av i-te stempelkildes amplitude og φ_i er fasen til i-te stempelkilde.

Tilsvarende er det innfallende lydfeltet, i kulens posisjons, gitt som

$$p_{in}(\underline{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{-j}{2} B_p K_i \frac{ka_i^2}{R_i} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin\alpha_i)}{ka_i \sin\alpha_i} \right] e^{-j(-kR_i + \varphi_i)} \quad . \quad (3.51)$$

For å beregne lydfeltet fra en vilkårlig array er det lagt til rette i programmet at posisjonen til kildene $x_{s,i}$, $y_{s,i}$ og $z_{s,i}$ kan legges inn manuelt. Tilsvarende kan orienteringen til hver kilde, $\theta_{0,i}$ og $\phi_{0,i}$, radiusen a_i , amplitudevekten K_i og fasen φ_i legges inn manuelt.

Kapittel 4

Modeller for det spredte lydfeltet fra rigid kule

I dette kapitlet blir det vist den analytiske modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde hvor kilden har en vilkårlig posisjon relativ kulens posisjon. Implementeringen av denne modellen er verifiseres mot plottene og beregningen i [3] hvor verifiseringen av dette er gitt i kapittel 7. I [2] er det vist noen plott for det spredte lydfeltet fra en rigid kule. Fra [3] er det oppgitt flere plott men disse plottene er ikke i samsvar med plottene i [2]. Derfor må det bli sett nærmere på teorien til de analytiske modellene for det spredte lydfeltet fra en rigid kule som er gitt i begge referansene.

Teorien fra [3] er svært ulik enn det som er gitt [2]. Det blir derfor vist her i dette kapitlet, til tross av at de er ulike, at den analytiske modellen i [3] er ekvivalent med den analytiske modellen i [2].

I oppgaven er det ønskelig å benytte tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$ slik som det er benyttet i [2]. I [3] er det derimot benyttet tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Derfor er det vist en reproduksjon av utledningen av det spredte lydfeltet fra en rigid kule gitt i [18, 25], som utledningen [3] er basert på, for begge tidsavhengighetene.

Det er antatt at det utstrålte lydfeltet brer seg i et homogent medium som er tapsfritt. I [2] er det innfallende lydfeltet en plan bølge og i [3] er det innfallende lydfeltet en sfærisk bølge. I begge modellene propagerer det innfallende lydfeltet langs z-aksen. Her i oppgaven er det innfallende lydfeltet generalisert til et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med en vilkårlig innfallsvinkel relativ kulens posisjon. I kapittel 5 er det vist det spredte lydfeltet fra en rigid kule når den vilkårlige kilden først er fra en stempelkilde. Deretter er det vist det spredte lydfeltet fra en rigid kule når det innfallende lydfeltet er fra en hel array av stempelkilder.

For å skille mellom de to modellene benyttes opphøyd 'm' for den analytiske modellen i [2]. Eksempel på denne notasjonen er p^m . For ligninger som har utgangspunkt fra arbeidet fra [3] er det benyttet en opphøyd 's'. Et eksempel på dette er p^s .

Kapitlet inneholder fem avsnitt med underavsnitt. Vedlegg A-D er utledninger og forklaringer som utfyller hovedteksten.

I avsnitt 4.1 blir det gitt en kort introduksjon av de to analytiske modellene for det spredte lydfeltet fra en rigid kule. Den første modellen er gitt i [2] hvor det spredte lydfeltet er fra en rigid kule med et innfallende plan bølge hvor tidsavhengigheten til lydfeltet er $e^{-j\omega t}$. Den andre modellen er gitt i [3] hvor det spredte lydfeltet fra den rigide kule har et innfallende lydfelt fra en punktkilde. Tidsavhengigheten i [3] er $e^{j\omega t}$.

I avsnitt 4.2 følges utledningen fra [18, 25] for å utlede hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med begge tidsavhengighetene. Dette er det arbeidet som danner grunnlaget i [3]

når det er benyttet tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$.

Det spredte lydfeltet for både tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og $e^{-j\omega t}$ blir vist i avsnitt 4.3. Fra dette er det mulig å vise at utledningen fra avsnitt 4.2 også kan uttrykkes på form som [2]. Dette gir et grunnlag for å kunne sammenligne uttrykket fra [2] med uttrykket fra [3] og vise at de er ekvivalent.

I avsnitt 4.4 blir det gjennomgått utledningen som er vist i [3] for både tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og $e^{-j\omega t}$. Denne utledningen er en fortsettelse fra ligningene fra avsnitt 4.2. Med det som blir gitt i dette avsnittet er det mulig å teste og verifisere implementeringen av det spredte lydfeltet fra en rigid kule. Verifiseringen av dette er gitt i kapittel 7

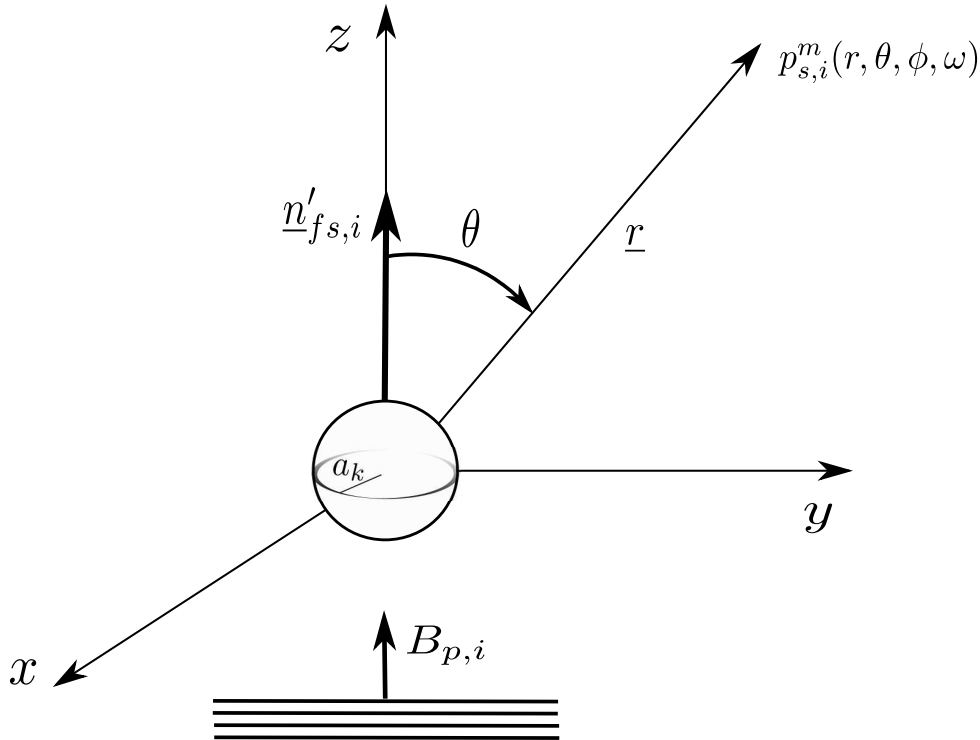
I avsnitt 4.5 er det gitt en oppsummering over hovedpunktene av det som er vist i dette kapitlet.

4.1 Modeller for det spredte lydfeltet fra en rigid kule

I dette avsnittet vil det bli gitt en kort presentasjon av de to analytiske modellene for det spredte lydfeltet fra en rigid kule. Dette er vist for å danne et grunnlag for en videre sammenligning mellom dem.

4.1.1 Morse og Ingard - modellen

I dette avsnittet blir det sett på det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge. Fra kapittel 2 er det vist at posisjonen til mottakeren relativ $\underline{n}'_{fs,i}$ er gitt med vinkelen $\alpha'_{fs,i}$ og fra Lign. (2.15) er det vist at $\alpha'_{fs,i}$ inneholder vinklene θ , ϕ , θ_k , ϕ_k , θ_{si} og ϕ_{si} . Dette er en generalisering for mottakerens posisjon relativ en vilkårlig plassert kule med en innfallende bølge som har en vilkårlig innfallsvinkel relativ kulens posisjon.



Figur 4.1: Skisse for det spredte lydfeltet fra en rigid kule plassert i origo av det globale koordinatsystemet. Radiusen til kulen er gitt med a_k og det innfallende lydfeltet er en plan bølge som propagerer langs +z-akse. Amplituden til den plane bølgen er gitt som $B_{p,i}$. Det spredte lydfeltet i mottakerens posisjon, $\underline{r} = (r, \theta, \phi)$, er gitt med $p_{s,i}^m(r, \theta, \phi, \omega)$.

Fra [2] er retningen til den foroverrettede spredningen, $\underline{n}'_{fs,i}$, parallel med z-aksen. For å kunne relaterte uttrykket for det spredte lydfeltet fra en rigid kule gitt i [2] med notasjonen som er gitt i kapittel 2 settes kulens posisjon i origo i det globale koordinatsystemet slik at $\underline{r}_k = (r_k, \theta_k, \phi_k) = (0, 0, 0)$. Den plane bølgen propagerer langs z-aksen som gir $\theta_{si} = \pi$ og $\phi_{si} = 0$. Ved å sette inn vinklene $\theta_k, \phi_k, \theta_{si}$ og ϕ_{si} inn i Lign. (2.15) gir dette

$$\alpha'_{fs,i} = \theta \quad . \quad (4.1)$$

Fra [2], med notasjonen i Fig. 4.1, er en plan bølge som propagerer lang +z-akse gitt med

$$p_{in,i}^m = B_{p,i} e^{jkz} = B_{p,i} e^{jkr \cos \theta} = B_p \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l P_l(\cos \theta) j_l(kr) \quad , \quad (4.2)$$

hvor $B_{p,i} = \rho c v_{0,i}$ er amplituden til det innfallende lydfeltet og $v_{0,i}$ amplituden på partikkelhastigheten til det innfallende lydfeltet. $P_l(\cos \theta)$ er her Legendre-funksjonen og $j_l(kr)$ er den sfæriske Besselfunksjon av første slag.

Gjennom grensebetingelser på randen av kule er det i [2] vist at det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge er gitt som

$$p_{s,i}^m = -B_{p,i} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} P_l(\cos \theta) h_l^{(1)}(kr) \quad , \quad (4.3)$$

hvor $h_l^{(1)}(kr)$ er den sfæriske Hankelfunksjonen av første slag. $h_l^{(1)'}(ka_k)$ er den deriverte av sfæriske Hankelfunksjon av første slag, $j'_l(ka_k)$ er den deriverte av den sfæriske Besselfunksjonen av første slag og a_k er kulens radius.

Dette kan igjen generaliseres slik at kule har en vilkårlig posisjon og det innfallende bølgen har en vilkårlig innfallsvinkel relativ kulens posisjon. I dette tilfelle beholdes $\alpha'_{fs,i}$ slik at den innfallende plane bølgen er på formen

$$p_{in,i}^m = B_{p,i} e^{jkR' \cos \alpha'_{fs,i}} = B_p \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l P_l(\cos \alpha'_{fs,i}) j_l(kR') \quad (4.4)$$

og det spredte lydfeltet er gitt som

$$p_{s,i}^m = -B_{p,i} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} P_l(\cos \alpha'_{fs,i}) h_l^{(1)}(kR') \quad . \quad (4.5)$$

4.1.2 Rayleigh og Stenzel - modellen

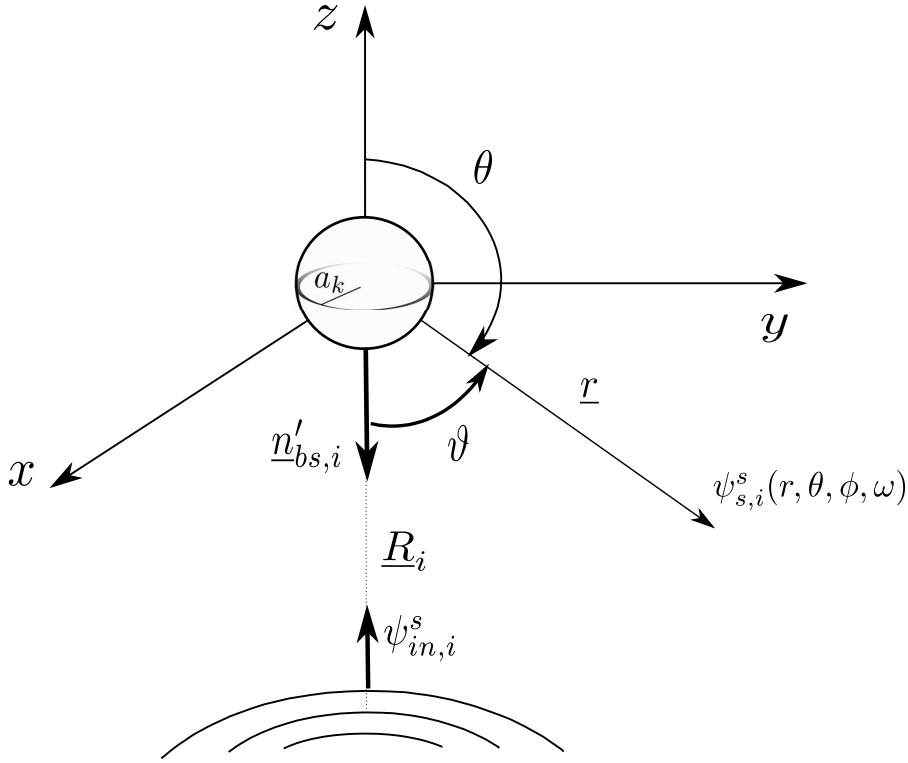
I motsetning til den analytiske modellen i [2] er det i [3] sett på det spredte lydfeltet i et mottakerpunkt relativt retningen til det tilbakespredte lydfeltet. Det innfallende lydfeltet er fra en punktkilde med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$.

Retningen for det tilbakespredte lydfeltet fra en vilkårlig plassert kule, med et innfallende lydfelt med en vilkårlig retning relativ kulens posisjon, er gitt som

$$\begin{aligned} \underline{n}'_{bs,i} &= -\underline{n}'_{fs,i} = \\ &= -(\sin \theta_k \cos \phi_k - \sin \theta_{si} \cos \phi_{si}) \underline{e}_x - (\sin \theta_k \sin \phi_k - \sin \theta_{si} \sin \phi_{si}) \underline{e}_y - (\cos \theta_k - \cos \phi_{si}) \underline{e}_z \quad . \end{aligned} \quad (4.6)$$

Retningen til et mottakerpunkt relativ $\underline{n}'_{bs,i}$ er her gitt med

$$\alpha'_{bs,i} = \frac{R' \cdot \underline{n}'_{bs,i}}{|\underline{R}'| |\underline{n}'_{bs,i}|} \quad . \quad (4.7)$$



Figur 4.2: Skisse for hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet, $\psi_{s,i}^s$, fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en punktkilde, $\psi_{in,i}^s$. Kulens posisjon er i origo av det globale koordinatsystemet. I forhold til punktkildens posisjon er posisjonen til kule gitt ved \underline{R}_i . Mottakerens posisjon er \underline{r} og er relativ det globale koordinatsystemet. Retningen til mottakeren er gitt ved vinkelen θ relativ +z-akse og ϑ relativt -z-akse. Kulens radius er gitt som a_k .

I [3] er kule og punktkilde orientert slik at $\underline{n}'_{bs,i}$ er parallell med -z-aksen. Ved å sette posisjonen til kule i $\underline{r}_k = (r_k, \theta_k, \phi_k) = (0 \text{ m}, 0 \text{ rad}, 0 \text{ rad})$ og punktkildens posisjon i $\underline{r}_{si} = (r_{si}, \theta_{si}, \phi_{si}) = (r_{si}, 0 \text{ rad}, 0 \text{ rad})$ er $\underline{n}'_{bs,i} \parallel$ -z-aksen, og i henhold til Lign. (2.18) er

$$\alpha'_{bs,i} = -\theta \quad . \quad (4.8)$$

I henhold til [3] er retningen til mottakerpunktet relativ retningen til det tilbakespredte lydfeltet. Her defineres ϑ hvor $\vartheta = \pi - \theta$ er polarvinkelen til retningen til mottakerpunktet. Dette gir

$$\alpha'_{bs,i} = \vartheta \quad . \quad (4.9)$$

Hastighetspotensialet til det innfallende lydfeltet fra en punktkilde er i [3] og side 280 i [18] gitt som

$$\psi_{in,i}^s = \frac{-e^{-jkr}}{4\pi R_i} e^{jkr \cos \vartheta} = \frac{-e^{jk(ct-R_i)}}{4\pi R_i} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \vartheta) Y_l\left(\frac{d}{djkr}\right) \frac{\sin kr}{kr} \quad , \quad (4.10)$$

hvor P_l er Legendrefunksjonen og

$$Y_l\left(\frac{d}{djkr}\right) = 1 - \frac{l(l+1)}{2} \left(1 - \frac{d}{d(jkr)}\right) + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{16} \left(1 - 2\frac{d}{d(jkr)} + \frac{d^2}{d(jkr)^2}\right) - \dots \quad . \quad (4.11)$$

er en operator gitt i [3, 18].

Hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en punktkilde er i henhold til [3] og side 280 i [18] gitt som

$$\psi_{s,i}^s = \frac{-ka_k^2}{4\pi r R_i} e^{-jk(r+R'-a_k)} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1) P_l(\cos \vartheta)}{F_l(jka_k)} f_l(jkr) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k} \quad , \quad (4.12)$$

hvor

$$F_l(jka_k) = (1 + jka_k)f_l(jka_k) - jka_k f_l'(jka_k) \quad (4.13)$$

og

$$f_l(jkr) = 1 + \frac{l(l+1)}{2 \cdot jkr} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jkr)^2} + \dots + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2l(jkr)^l} \quad (4.14)$$

er rekker definert i [25] og forklart i vedlegg C. Til orientering så er $f'(jka_k)$ det deriverte av $f(jka_k)$ med hensyn av jka_k .

Videre er det i [3] vist at Lign. (4.21) kan forenkles til

$$\psi_{s,i}^s = \frac{ae^{-jk(R_i+r)}}{4\pi R_i r} \cdot (\Re_i(ka_k) + j\Im_i(ka_k)), \quad (4.15)$$

hvor

$$\Re_i(ka_k) = \frac{1}{ka_k} \sum_{l=0}^{\infty} \Re_l(ka_k) \quad , \quad (4.16)$$

$$\Re_l(ka_k) = (-1)^l (2l+1) P_l(\cos\vartheta) \frac{\frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} \quad , \quad (4.17)$$

$$\Im_i(ka_k) = \frac{1}{ka_k} \sum_{l=0}^{\infty} \Im_l(ka_k) \quad (4.18)$$

og

$$\Im_l = (-1)^l (2l+1) P_l(\cos\vartheta) \frac{\frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} \quad . \quad (4.19)$$

Her er $U_l(ka_k)$ og $V_l(ka_k)$ funksjoner som er vist i [3] hvor funksjonene blir vist i vedlegg D.

I [3] er det gitt beregninger for verdiene for $\Re_{l,i}(ka_k)$ og $\Im_{l,i}(ka_k)$ ved $ka_k = 10$ og $\vartheta = 0$. 'l' er her gitt ved $l = 0, 1, 2, \dots, 15$. Verdiene av $\Re_{l,i}$ og $\Im_{l,i}$ er gjenngitt i Tab. 7.1 som blir benyttet for verifikasjon av implementeringen av den analytiske modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule i kapittel 7.

Dersom dette generaliseres for en rigid kule som er vilkårlig plassert med en innfallende sfærisk bølge som har en vilkårlig innfallsvinkel relativ kulens posisjon er

$$\psi_{in,i}^s = \frac{-e^{-jkR_i}}{4\pi R_i} e^{jkR' \cos\alpha'_{bs,i}} = \frac{-e^{-jkR_i}}{4\pi R_i} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) Y_l\left(\frac{d}{dj k R'}\right) \frac{\text{sink} R'}{k R'} \quad (4.20)$$

hastighetspotensialet til den innfallende bølgen og

$$\psi_{s,i}^s = \frac{-ka_k^2}{4\pi R' R_i} e^{-jk(R_i+R'-a_k)} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i})}{F_l(jka_k)} f_l(jkR') Y_l\left(\frac{d}{dj ka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink} a_k}{ka_k} \quad (4.21)$$

er hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra den rigide kulen.

4.2 Hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt

Fra avsnitt 4.1.1 er det vist det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. Denne modellen er hentet fra [2].

I avsnitt 4.1.2 er det vist hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en punktkilde med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Denne modellen er hentet fra [3] som er en videre utledning av det som er gitt i [18].

Fra de to avsnittene er det sett at det er to helt forskjellige uttrykk for det spredte lydfeltet fra en rigid kule. For å vise at de er i ekvivalens med hverandre er det i dette avsnittet sett på hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med både tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. Dette er utført med å følge utledningen som er gitt i [18].

Det har ikke lyktes å finne en utledning tilsvarende [18] med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$ i annen litteratur. Det har heller ikke lyktes i å finne utledning eller uttrykk for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med verken tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ eller $e^{-j\omega t}$, i annen litteratur.

4.2.1 Hastighetspotensialet til det utstrålte lydfeltet fra en vibrerende kule

Arbeidet i [3] baseres på utledningen som er gitt i [18] og fra [18] er utledningen for hastighetspotensialet til det utstrålte lydfeltet fra en vibrerende kule hentet fra [25].

I dette avsnittet blir det sett på utledningen for hastighetspotensialet til det utstrålte lydfeltet fra en vibrerende kule slik som det er vist i [25]. Denne utledningen blir vist for både tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og $e^{-j\omega t}$ hvor utledningen med $e^{j\omega t}$ er gitt i [25].

Før det blir sett på utledningen fra [25] blir det først sett på den generelle definisjonen av hastighetspotensialet i tidsdomenet. For tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ er dette gitt som

$$\Psi = \psi e^{j\omega t} \quad , \quad (4.22)$$

hvor Ψ er hastighetspotensialet i tidsdomenet og ψ er magnituden til hastighetspotensialet.

Fra [10] er bølgeligningen gitt som

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \Psi}{dt^2} \quad , \quad (4.23)$$

hvor

$$\nabla = \frac{1}{R'^2} \frac{d}{dR'} \left(R'^2 \frac{d}{dR'} \right) + \frac{1}{R'^2 \sin \theta'} \frac{d}{d\theta'} \left(\sin \theta' \frac{d}{d\theta'} \right) + \frac{1}{R'^2 \sin^2 \theta'} \frac{d^2}{d\phi'^2} \quad (4.24)$$

er Laplace-operatoren i sfæriske koordinater.

Dersom Lign. (4.22) settes inn i Lign. (4.23) gir dette

$$R'^2 \frac{d^2 \psi}{dR'^2} + 2R' \frac{d\psi}{dR'} + \frac{1}{\sin \theta'} \frac{d}{d\theta'} \left(\sin \theta' \frac{d\psi}{d\theta'} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta'} \frac{d^2 \psi}{d\phi'^2} + k^2 R'^2 \psi = 0 \quad , \quad (4.25)$$

hvor $k = \omega/c$. Dette stemmer med [25] og det er her [25] begynner.

Den generelle definisjonen av hastighetspotensialet i tidsdomenet med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$ er gitt som

$$\Psi = \psi e^{-j\omega t} \quad . \quad (4.26)$$

Ved å sette denne ligningen inn i Lign. (4.23) gir dette

$$R'^2 \frac{d^2\psi}{dR'^2} + 2R' \frac{d\psi}{dR'} + \frac{1}{\sin\theta'} \frac{d}{d\theta'} (\sin\theta' \frac{d\psi}{d\theta'}) + \frac{1}{\sin^2\theta'} \frac{d^2\psi}{d\phi'^2} + k^2 R'^2 \psi = 0 \quad , \quad (4.27)$$

som er lik Lign. (4.25). Dette viser at en fortegnsendring av tidsavhengigheten ikke gir endring av den generelle bølgeligningen i sfæriske koordinater.

Videre er det i [25] antatt at hastighetspotensialet, ψ , er oppbygd av en serie av sfærisk harmoniske bølger, ψ_l , hvor alle har en radiell avhengighet. Dersom det antas at hver kan separeres er

$$\psi_l = R_l(R') S_l(\theta', \phi') \quad , \quad (4.28)$$

hvor $R_l(R')$ er det separerte bidraget i radiell retning og $S_l(\theta', \phi')$ er det separerte bidraget i angulær retning. Notasjonen S_l er i dette avsnittet, og i vedlegg A, benyttet for det separerte bidraget i angulær retning slik som det er vist i [25]. Dette må ikke forveksles med den samme notasjonen i vedlegg D og i avsnitt 4.4 som er en notasjon på en funksjon som er gitt i [3].

Ved å sette Lign. (4.28) inn i Lign. (4.25) gir dette

$$[R'^2 \frac{d^2}{dR'^2} + 2R' \frac{d}{dr} + \frac{1}{\sin\theta'} \frac{d}{d\theta'} (\sin\theta' \frac{d}{d\theta'}) + \frac{1}{\sin^2\theta'} \frac{d^2}{d\phi'^2} + (kR')^2] R_l S_l = 0 \quad . \quad (4.29)$$

Ved å separere dette uttrykket er

$$\frac{1}{\sin\theta'} \frac{d}{d\theta'} (\sin\theta' \frac{dS_l}{d\theta'}) + \frac{1}{\sin^2\theta'} \frac{d^2 S_l}{d\phi'^2} + S_l C = 0 \quad (4.30)$$

bidraget for den angulære delen og

$$R'^2 \frac{d^2 R_l}{dR'^2} + 2R' \frac{dR_l}{dR'} + ((kR')^2 - C) R_l = 0 \quad (4.31)$$

er bidraget for den radielle delen. C er separasjonskonstanten og fra Lign. (A.20) er $C = l(l+1)$.

Ved å sette separasjonskonstanten inn i de to separerte uttrykkene er

$$\frac{1}{\sin\theta'} \frac{d}{d\theta'} (\sin\theta' \frac{dS_l}{d\theta'}) + \frac{1}{\sin^2\theta'} \frac{d^2 S_l}{d\phi'^2} + S_l l(l+1) = 0 \quad (4.32)$$

løsningsen for det angulære bidraget og løsningsen av den radielle bidraget med separasjonskonstanten er

$$\frac{d^2(R' R_l(R'))}{d(kR')^2} - \frac{l(l+1)}{(kR')^2} R' R_l(R') + R' R_l(R') = 0 \quad . \quad (4.33)$$

Lign. (4.32) og Lign. (4.33) er i samsvar med side 236 i [18].

Videre antas det at Lign. (4.33) kan uttrykkes som

$$R' R_l(R') = A e^{jkR'} + B e^{-jkR'} \quad , \quad (4.34)$$

hvor A og B er funksjoner som begge er avhengig av R' .

Fra Lign. (B.14) og (B.27) er

$$A = A_0 f_l(-jkR') \quad (4.35)$$

og

$$B = B_0 f_l(jkR') \quad , \quad (4.36)$$

4.2. HASTIGHETSPOTENSIALET TIL DET SPREDTE LYDFELTET FRA EN RIGID KULE
MED ET INNFALLENDE LYDFELT

hvor A_0 og B_0 er funksjoner som er uavhengig av R' . Her er

$$f_l(jkR') = 1 + \frac{l(l+1)}{2 \cdot jkR'} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jkR')^2} + \dots + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2l(jkR')^l} \quad (4.37)$$

en rekke som er definert i [25] og

$$f_l(-jkR') = 1 - \frac{l(l+1)}{2 \cdot jkR'} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jkR')^2} + \dots + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2l(-jkR')^l} \quad (4.38)$$

er en rekke vist i vedlegg B.

Ved å sette rekkene fra Lign. (4.35) og (4.36) inn i Lign. (4.34) er

$$R' R_l(R') = A_0 f_l(-jkR') e^{jkR'} + B_0 f_l(jkR') e^{-jkR'} \quad , \quad (4.39)$$

og ved å sette Lign. (4.39) inn i Lign. (4.28), hvor Lign. (4.28) er multiplisert med R' , er

$$R' \psi_l = R' R_l(R') S_l = S_{lA} f_l(-jkR') e^{jkR'} + S_{lB} f_l(jkR') e^{-jkR'} \quad , \quad (4.40)$$

hvor $S_{lA} = A_0 \cdot S_l(\theta', \phi')$ og $S_{lB} = B_0 \cdot S_l(\theta', \phi')$.

Hastighetspotensialet til det totale utstrålte lydfeltet fra den vibrerende kule er da

$$\psi_{s,i} = \sum_{l=0}^{\infty} \psi_l = \psi_{s,i}^- + \psi_{s,i}^+ = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{S_{lA} f_l(-jkR') e^{jkR'}}{R'} + \sum_{l=0}^{\infty} \frac{S_{lB} f_l(jkR') e^{-jkR'}}{R'} \quad , \quad (4.41)$$

hvor $\psi_{s,i}^+$ er hastighetspotensialet til det utgående lydfeltet med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Tilsvarende er $\psi_{s,i}^-$ hastighetspotensialet til det utgående lydfeltet med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$.

Den totale radielle partikkelhastigheten i mottakerpunktet er gitt som

$$v_{rs,i} = \frac{d\psi_{s,i}}{dR'} = \frac{d\psi_{s,i}^-}{dR'} + \frac{d\psi_{s,i}^+}{dR'} = - \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{R'^2} S_{lA} F_l(-jkR') e^{jkR'} - \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{R'^2} S_{lB} F_l(jkR') e^{-jkR'} \quad , \quad (4.42)$$

hvor

$$F_l(jkR') = (1 + jkR') f_l(jkR') - jkR' f'_l(jkR') \quad (4.43)$$

er en rekke definert i [25]. Tilsvarende til denne definisjonen defineres det her rekken

$$F_l(-jkR') = (1 - jkR') f_l(-jkR') + jkR' f'_l(-jkR') \quad , \quad (4.44)$$

hvor $f'_l(-jkR')$ er den deriverte av $f_l(-jkR')$ med hensyn på $-jkR'$.

I [25] fortsetter arbeidet hvor det blir sett på ulike spesialtilfeller, men det er her [18] tar opp det videre arbeidet for det spredte lydfeltet fra en rigid kule.

I [18] er det sett på det utgående lydfeltet fra en kule med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Det er nå sagt at ψ_l^+ er hastighetspotensialet til det utgående lydfeltet med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Tilsvarende er ψ_l^- hastighetspotensialet til det utgående lydfeltet med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. Begge tidsavhengighetene blir løst samtidig noe som en uvanlig framgangsmåte, men dette gir muligheten til å sammenligne de begge tilfellene samtidig.

4.2.2 Innfallende bølge

Det blir nå antatt at det er en innfallende bølge som treffer kule. Her i oppgaven er det antatt at den innfallende bølgen er fra en vilkårlig kilde med en amplitude som kan være kompleks. Dersom den innfallende bølgen er gitt med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ defineres i -te kildens magnitudo til \hat{C}_i^+ , og for tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$ er magnituden for i -te kilde definert som \hat{C}_i^- . Siden dette skal sammenlignes med [2] blir det sett på den foroverrettede spredningen hvor retningen til mottakerens posisjon relativ den foroverrettede spredningen er gitt med vinkelen $\alpha'_{fs,i}$. Dette er ikke vist i [18].

Hastighetspotensialet til den innfallende bølgen fra en vilkårlig kilde er her definert som

$$\psi_{in,i} = \psi_{in,i}^+ + \psi_{in,i}^- = \hat{C}_i^+ e^{-jkR' \cos\alpha'_{fs,i}} + \hat{C}_i^- e^{jkR' \cos\alpha'_{fs,i}} \quad (4.45)$$

hvor $\psi_{in,i}^+$ er hastighetspotensialet til i -te innfallende lydfelt med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og $\psi_{in,i}^-$ er hastighetspotensialet til i -te innfallende lydfelt med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$.

Magnitudene \hat{C}_i^+ og \hat{C}_i^- kan her beskrive som amplituden til en innfallende plan bølge, slik som det er gitt i [2], eller som magnituden til en innfallende sfærisk bølge slik som i [3, 18]. I kapittel 5 er de to magnitudene gitt som magnituden til det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde.

P.g.a. symmetriske egenskaper til kule er det vist i [18] at

$$e^{jkR' \cos\alpha'_{fs}} = D_0 + D_1 P_1(\cos\alpha'_{fs}) + \dots + D_l P_l(\cos\alpha'_{fs}) + \dots \quad (4.46)$$

og tilsvarende er det her gitt at

$$e^{-jkR' \cos\alpha'_{fs}} = D_0 + D_1 P_1(-\cos\alpha'_{fs}) + \dots + D_l P_l(-\cos\alpha'_{fs}) + \dots \quad (4.47)$$

Her er D_l er en funksjon avhengig av R' , og P_l er Legendrefunksjon.

Fra s. 273 i [18] er det også gitt at

$$D_l = (2l + 1) Y_l\left(\frac{d}{dkR'}\right) \frac{\sin kR'}{R'} \quad (4.48)$$

hvor $Y_l\left(\frac{d}{dkR'}\right)$ er vist i Lign. (4.11).

Ved å sette Lign. (4.48) inn i Lign. (4.45) er

$$\psi_{in,i} = \hat{C}_i^+ \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) P_l(-\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{dkR'}\right) \frac{\sin kR'}{kR'} + \hat{C}_i^- \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{dkR'}\right) \frac{\sin kR'}{kR'} \quad (4.49)$$

Fra [34] er det gitt at

$$P_l(-\cos\alpha'_{fs,i}) = (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \quad (4.50)$$

og med dette er

$$\begin{aligned} \psi_{in,i} &= \psi_{in,i}^+ + \psi_{in,i}^- = \\ &= \hat{C}_i^+ \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{dkR'}\right) \frac{\sin kR'}{kR'} + \hat{C}_i^- \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{dkR'}\right) \frac{\sin kR'}{kR'} \quad (4.51) \end{aligned}$$

4.2. HASTIGHETSPOTENSIALET TIL DET SPREDTE LYDFELTET FRA EN RIGID KULE MED ET INNFALLENDE LYDFELT

Den radielle hastigheten til den innfallende bølgen, fra Lign. (4.51), på kulens overflate er

$$v_{rin,i} = \frac{d\psi_{in,i}}{dR'} = \frac{d\psi_{in,i}^+}{dR'} + \frac{d\psi_{in,i}^-}{dR'} =$$

$$\hat{C}_i^+ \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{dj k R'}\right) \frac{d}{dk R'} \frac{\sin k R'}{k R'} + \hat{C}_i^- \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{dj k R'}\right) \frac{d}{dk R'} \frac{\sin k R'}{k R'}, \quad (4.52)$$

hvor $Y_l\left(\frac{d}{dj k R'}\right)$ og $\frac{d}{dk R'}$ er operatorer som begge virker på $\frac{\sin k R'}{k R'}$.

4.2.3 Hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet på form gitt av Rayleigh

Det er til nå funnet partikkelhastigheten til det utstrålte lydfeltet fra en kule hvor dette er gitt i Lign. (4.42). Det er også funnet uttrykk for den innfallende bølgen fra en vilkårlig kilde som er gitt i Lign. (4.51). Videre er det antatt at kule er rigid og det innfallende lydfeltet vil bli spredt ved randen av kule. I dette avsnittet vil det bli gitt det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengighetene $e^{j\omega t}$ og $e^{-j\omega t}$.

Dersom det antas at kule er rigid er den totale hastigheten for en lydbølge ved kulens overflate gitt ved randbetingelsen

$$v_{rtot,i}|_{R'=a_k} \equiv v_{rin,i}|_{R'=a_k} + v_{rs,i}|_{R'=a_k} = 0 \quad . \quad (4.53)$$

Det spredte lydfeltet fra en rigid kule, med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$

Ved å benytte bidraget som er avhengig av tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ fra Lign. (4.42) og Lign. (4.52) ved $R' = a_k$ er

$$v_{rtot,i}|_{R'=a_k} = v_{rin,i}|_{R'=a_k} + v_{rs,i}|_{R'=a_k} =$$

$$\hat{C}_i^+ \sum_{l=0}^{\infty} k(2l+1)(-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{dj k a_k}\right) \frac{d}{dk a_k} \frac{\sin k a_k}{k a_k} - \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{a_k^2} S_{lB} F_l(j k a_k) e^{-j k a_k} = 0 \quad . \quad (4.54)$$

Ved å løse dette er

$$S_{lB} = \hat{C}_i^+ \frac{k a_k^2}{F_l(j k a_k)} e^{-j k a_k} (2l+1)(-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{dj k a_k}\right) \frac{d}{dk a_k} \frac{\sin k a_k}{k a_k} \quad (4.55)$$

for $l = 1, 2, 3, \dots, \infty$.

Ved å sette S_{lB} inn i Lign. (4.41) er

$$\psi_{s,i}^+ = \hat{C}_i^+ \frac{k a_k^2 e^{-j k (R' - a_k)}}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(j k a_k)} f_l(j k R') (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{dj k a_k}\right) \frac{d}{dk a_k} \frac{\sin k a_k}{k a_k} \quad (4.56)$$

hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$.

Fra [3, 18] er det antatt at magnituden til kilden er fra en punktkilde. Fra side 160 i [19] er magnituden til punktkilden gitt som

$$\hat{C}_i^- = Q_s \frac{e^{j k R_i}}{4\pi R_i} \quad (4.57)$$

4.2. HASTIGHETSPOTENSIALET TIL DET SPREDTE LYDFELTET FRA EN RIGID KULE
MED ET INNFALLENDE LYDFELT

for tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. Her er Q_s kildestyrken til punktkilden. Tilsvarende er magnituden til en punktkilde med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ gitt som

$$\hat{C}_i^+ = -Q_s \frac{e^{-jkR_i}}{4\pi R_i} . \quad (4.58)$$

Fra side 281 i [18] og i [3] er magnituden til en punktkilde gitt som

$$\hat{C}_i^+ = \frac{-e^{-jkR_i}}{4\pi R_i} . \quad (4.59)$$

Dette viser at i [3, 18] er det sett bort fra kildestyrken til punktkilden.

Videre er Lign. (4.59) satt inn i Lign. (4.56), som gir

$$\psi_s^+ = -\frac{ka_k^2 e^{jk(R'+R_i-a_k)}}{4\pi R' R_i} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(jka_k)} f_l(jkR') (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{f_s,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k} . \quad (4.60)$$

Ved å benytte Lign. (4.50) er

$$\psi_s^+ = -\frac{ka_k^2 e^{jk(R'+R_i-a_k)}}{4\pi R' R_i} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(jka_k)} f_l(jkR') P_l(-\cos\alpha'_{f_s,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k} , \quad (4.61)$$

og når $-\cos\alpha'_{f_s} = \cos\alpha'_{b_s}$ er

$$\psi_s^+ = -\frac{ka_k^2 e^{jk(R'+R_i-a_k)}}{4\pi R' R_i} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(jka_k)} f_l(jkR') P_l(\cos\alpha'_{b_s,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k} \quad (4.62)$$

hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en punktkilde med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Dette er det samme uttrykket som er oppgitt på side 281 i [18] og i [3].

Det spredte lydfeltet fra en rigid kule, med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$

I dette avsnittet vil det bli sett på hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$.

Dersom det blir sett på Lign. (4.42) og Lign. (4.52), når tidsavhengigheten er gitt som $e^{-j\omega t}$, er den totale hastigheten ved randen av den rigide kulen, $R' = a_k$, gitt som

$$\begin{aligned} v_{r\text{tot},i}|_{R'=a_k} &= v_{r\text{in},i}|_{R'=a_k} + v_{r\text{s},i}|_{R'=a_k} \\ &= \hat{C}_i^- \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{f_s,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k} - \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{a_k^2} S_{lA} F_l(-jka_k) e^{jka_k} = 0 . \end{aligned} \quad (4.63)$$

Dette gir

$$S_{lA} = \hat{C}_i^- \frac{ka_k^2}{F_l(-jka_k)} e^{-jka_k} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{f_s,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k} \quad (4.64)$$

for $l = 1, 2, 3, \dots, \infty$.

Ved å sette S_{lA} inn i Lign. (4.40) er

$$\psi_{s,i}^- = \hat{C}_i^- \frac{ka_k^2 e^{jk(R'-a_k)}}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(-jka_k)} f_l(-jkR') P_l(\cos\alpha'_{f_s,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k} \quad (4.65)$$

hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$.

4.3 Det spredte lydfeltet på form gitt av Morse og Ingard

I dette avsnittet vil det bli vist at Lign. (4.65) og Lign. (4.56) kan uttrykkes på en form tilsvarende det som er gitt i [2]. Dette for å vise at det er ekvivalens mellom utledningen utført i [18] og ligningen i [2]. Det vil også bli gitt et uttrykk tilsvarende som [2] men med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$.

Sammenhengen mellom hastighetspotensial og lydtrykk for tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ er gitt som

$$p_{s,i}^+ = -j\omega\rho\psi_{s,i}^+ , \quad (4.66)$$

hvor $p_{s,i}^+$ er det spredte lydtrykket med hensyn av i-te kilde og med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Tilsvarende er

$$p_{s,i}^- = j\omega\rho\psi_{s,i}^- \quad (4.67)$$

det spredte lydtrykket med hensyn på i-te kilde og med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$.

Ved å sette Lign. (4.56) inn i Lign. (4.66) er

$$p_{s,i}^+ = -\hat{C}_i^+ \frac{j\omega\rho k a_k^2 e^{-jk(R'-a_k)}}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(jka_k)} f_l(jkR') (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink}a_k}{ka_k} \quad (4.68)$$

det spredte lydtrykket fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Tilsvarende settes Lign. (4.65) inn i Lign. (4.67) hvor dette gir

$$p_{s,i}^- = +\hat{C}_i^- \frac{j\omega\rho k a_k^2 e^{jk(R'-a_k)}}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(-jka_k)} f_l(-jkR') P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink}a_k}{ka_k} \quad (4.69)$$

det spredte lydtrykket fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$.

I vedlegg C er det vist sammenhengene

$$j^{l+1} e^{-jx} f_l(jx) = x h_l^{(2)}(x) , \quad (4.70)$$

$$j^{-l-1} e^{jx} f_l(-jx) = x h_l^{(1)}(x) , \quad (4.71)$$

$$j^{l+1} e^{-jx} F_l(jx) = -x^2 h_l^{(2)'}(x) \quad (4.72)$$

og

$$j^{-l-1} e^{jx} F_l(-jx) = -x^2 h_l^{(1)'}(x) , \quad (4.73)$$

hvor x er en vilkårlig konstant, $h_l^{(1)}$ er sfærisk Hankelfunksjon av første slag, $h_l^{(2)}$ er sfærisk Hankelfunksjon av andre slag, $h_l^{(1)'}$ er den deriverte av $h_l^{(1)}$ med hensyn på x og $h_l^{(2)'}$ er den deriverte av $h_l^{(2)}$ med hensyn på x .

Fra [3] er det oppgitt at

$$Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{\text{sink}a_k}{ka_k} = j^l \frac{S_l(ka_k)}{ka_k} , \quad (4.74)$$

hvor $S_l(ka_k) = ka_k j_l(ka_k)$ er definert i [3]. Dette gir

$$Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{\text{sink}a_k}{ka_k} = j^l j_l(ka_k) , \quad (4.75)$$

og ved å derivere dette med hensyn av ka_k er

$$Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink}a_k}{ka_k} = j^l j_l'(ka_k) . \quad (4.76)$$

Med å sette Lign. (4.71), (4.72) og (4.75) inn i Lign. (4.68) gir dette

$$p_{s,i}^+ = j\hat{C}_i^+ \omega \rho \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-1)^l j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(2)'}(ka_k)} h_l^{(2)}(kR') , \quad (4.77)$$

som er det spredte lydtrykket fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$.

Tilsvarende med å sette Lign. (4.71), (4.73) og (4.75) inn i Lign. (4.69) gir dette

$$p_{s,i}^- = -j\hat{C}_i^- \omega \rho \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') \quad (4.78)$$

som er det spredte lydtrykket fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$.

For å kunne sammenligne med [2] blir det her antatt at den innfallende bølgen er plan. Når dette er tilfelle må det her bestemmes magnitudene \hat{C}_i^+ og \hat{C}_i^- .

Definasjonen av en plan bølge er gitt som

$$v_{r,i} = v_{r0,i} e^{jkz'} + v_{r0,i} e^{-jkz'} , \quad (4.79)$$

hvor den i -te plane bølgen brer seg langs z' -aksen. Her er $v_{r,i}$ hastigheten til den i -te plane bølge og $v_{r0,i}$ er hastighetamplituden til i -te plane bølge. Dette kan igjen settes som

$$v_{r,i} = v_{r0,i} e^{jkR' \cos\alpha'_{fs,i}} + v_{r0,i} e^{-jkR' \cos\alpha'_{fs,i}} , \quad (4.80)$$

som er i henhold til definisjonen i [2]. Sammenhengen mellom hastigheten til den plane bølgen og hastighetspotensialet er

$$\nabla\psi_{in,i} = v_{r,i} . \quad (4.81)$$

Hastighetspotensialet til den innfallende plane bølgen er da gitt som

$$\psi_{in,i} = -j \frac{v_{0i}}{k} e^{jkR' \cos\alpha'_{fs,i}} + j \frac{v_{0i}}{k} e^{-jkR' \cos\alpha'_{fs,i}} . \quad (4.82)$$

Ved å sammenligne med Lign. (4.45) er $\hat{C}_i^- = -j \frac{v_{0i}}{k}$ og $\hat{C}_i^+ = j \frac{v_{0i}}{k}$, og ved å sette dette inn i Lign. (4.78) og (4.77) er

$$p_{s,i}^+ = -\rho c v_{0,i} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-1)^l j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(2)'}(ka_k)} h_l^{(2)}(kR') \quad (4.83)$$

og

$$p_{s,i}^- = -\rho c v_{0,i} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') . \quad (4.84)$$

Og når lydtrykksamplituden til den plane bølgen er $B_{p,i} = \rho c v_{0,i}$ er

$$p_{s,i}^+ = -B_{p,i} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-1)^l j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(2)'}(ka_k)} h_l^{(2)}(kR') , \quad (4.85)$$

og

$$p_{s,i}^- = -B_{p,i} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') . \quad (4.86)$$

Her er Lign. (4.86) identisk med Lign. (4.5). Dette beviser at modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge gitt i [2] er ekvivalent med modellen i [18].

Lign. (4.85) er ekvivalent med det som er vist i [30] hvor denne artikkelen ble funnet rett før innleveringsfristen av denne oppgaven. I [30] er det gitt det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$.

4.4 Det spredte lydfeltet fra en rigid kule etter Stenzels notasjon

I [3] er det gitt flere plott som Lign. (4.78) er sammenlignet med i kapittel 7. Det er også gitt et konkret tilfelle i [3] hvor det er oppgitt tabellverdier for $\Re_l(10)$ og $\Im_l(10)$ for $\alpha'_{bs,i} = 0$ og $l = 0, 1, 2, \dots, 15$. Av den grunn er det i vedlegg D fulgt utledningen i [3] for å finne det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengighetene $e^{j\omega t}$ og $e^{-j\omega t}$.

I dette avsnittet blir Lign. (D.22) og (D.35) tilpasset slik at implementeringen av Lign. (4.78) kan testes i kapittel 7.

Det spredte lydfeltet med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$

I vedlegg D er det utledet hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og vinkelen $\alpha'_{bs,i}$. Fra Lign. (D.22) er

$$\psi_{s,i}^+ = -\hat{C}_i^+ \frac{e^{-jkR'}}{kR'} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) (-1)^l \frac{\frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k)} + j \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} \quad (4.87)$$

hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde. Her er U_l og V_l funksjoner definert i [3] og vist i vedlegg D. I dette uttrykket er det antatt at $kR \gg 1$, d.v.s. i fjernfeltet til kulen.

I [3] er det vist at

$$\psi_{s,i}^+ = -\hat{C}_i^+ \frac{a_k e^{jkR'}}{R'} (\Re_i + j\Im_i) \quad , \quad (4.88)$$

hvor

$$\Re_i = \frac{1}{ka_k} \sum_{l=0}^{\infty} \Re_{l,i} = \frac{1}{ka_k} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{\frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} \quad , \quad (4.89)$$

$$\Im_i = \frac{1}{ka_k} \sum_{l=0}^{\infty} \Im_{l,i} = \frac{1}{ka_k} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{\frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} \quad , \quad (4.90)$$

$$\Re_{l,i} = (-1)^l (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{\frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} \quad , \quad (4.91)$$

og

$$\Im_{l,i} = (-1)^l (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{\frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} \quad , \quad (4.92)$$

I Tab. 7.1 er det oppgitt verdier for de første 16 verdiene for $\Re_{l,i}$ og $\Im_{l,i}$ ved $\alpha'_{bs,i} = 0^\circ$ og $i = 1$. Med denne vinkelen er $P_l(\cos(\alpha'_{bs,1} = 0)) = 1$. For andre vinkler er

$$\Re_l = P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \Re_l^t \quad , \quad (4.93)$$

hvor \Re_l^t er tabellverdiene gitt i Tab. 7.1, og

$$\Im_l = P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) = \Im_l^t \quad , \quad (4.94)$$

hvor \mathfrak{S}_l^t er tabellverdier gitt i Tab. 7.1. Dette gir

$$\psi_{s,i}^+ = -\hat{C}_i^+ \frac{e^{jkR'}}{kR'} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos\alpha'_{bs,i})(\mathfrak{R}_{l,i}^t + j\mathfrak{S}_{l,i}^t) . \quad (4.95)$$

Dersom dette blir uttrykt som lydtrykk, og med vinkelen $\alpha'_{fs,i}$, er

$$p_{s,i}^+ = j\rho c \hat{C}_i^+ \frac{e^{-jkR'}}{R'} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i})(\mathfrak{R}_l^t + j\mathfrak{S}_l^t) . \quad (4.96)$$

Det spredte lydfeltet med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$

Fra Lign. (D.35) er

$$\psi_{s,i}^- = -\hat{C}_i^- \frac{e^{jkR'}}{kR'} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{\frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k)} - j \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} . \quad (4.97)$$

hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$.

Ved å igjen definere

$$\mathfrak{R}_i = \frac{1}{ka_k} \sum_{l=0}^{\infty} \mathfrak{R}_{l,i} = \frac{1}{ka_k} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{\frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} , \quad (4.98)$$

$$\mathfrak{S}_i = \frac{1}{ka_k} \sum_{l=0}^{\infty} \mathfrak{S}_{l,i} = \frac{1}{ka_k} \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{\frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} , \quad (4.99)$$

$$\mathfrak{R}_{l,i} = (-1)^l (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{\frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} , \quad (4.100)$$

og

$$\mathfrak{S}_{l,i} = (-1)^l (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{\frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} , \quad (4.101)$$

er

$$\psi_{s,i}^- = -\hat{C}_i^- \frac{e^{-jk(ct-R')}}{kR'} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{bs,i})(\mathfrak{R}_{l,i}^t - j\mathfrak{S}_{l,i}^t) . \quad (4.102)$$

Dersom denne ligningen uttrykkes med $\alpha'_{fs,i}$ og som lydtrykk er

$$p_{s,i}^- = -j\rho c \hat{C}_i^- \frac{e^{-jk(ct-R')}}{R'} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos\alpha'_{fs,i})(\mathfrak{R}_l^t - j\mathfrak{S}_l^t) . \quad (4.103)$$

Denne ligningen beskriver det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra i-te vilkårlig kilde etter Stenzels metode, med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$ og vinkelen $\alpha'_{fs,i}$. Dette uttrykket blir sammenlignet med Lign. (4.78) i kapittel 7 for å vise om implementeringen av Lign. (4.78) er riktig.

4.5 Oppsummering av kapittel 4

I dette avsnittet vil det bli gitt en oversikt over det som er vist i dette kapitlet.

Det er her vist to analytiske modeller for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt. I [2] er det et innfallende plan bølge med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$ og i [3,18] er det et innfallende sfærisk lydfelt med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. I begge modellene propagerer lydfeltet parallellt med z-aksen slik at $\underline{n}'_{fs,i} \parallel \underline{e}_z$. Retningen til et mottakerpunkt relativ $\underline{n}'_{fs,i}$ er gitt med vinkelen $\alpha'_{fs,i}$. I forhold til retningen til det tilbakespredte lydfeltet, $\underline{n}'_{bs,i}$, er retningen til mottakerpunktet gitt med $\alpha'_{bs,i}$.

Det er her vist at modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde i form gitt av [2] er ekvivalent med formen gitt av [18]. Begge modellene gir et uttrykk for det spredte lydfeltet fra en rigid kule både i nærfeltet og i fjernfeltet til kulen.

Det er også vist at formen gitt av [2] er ekvivalent med formen gitt av [3]. I [3] er det antatt at mottakerpunktet er i kulens fjernfelt, $kR \gg 1$.

Videre er Lign. (4.78),

$$p_{s,i}^- = -j\hat{C}_i^- \omega \rho \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j_l'(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') \quad , \quad (4.104)$$

benyttet i beregninger for å finne det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt av en sylinderarray av stempelkilder. Teorien til dette er gitt i kapittel 5.

I kapittel 7 er Lign. (4.78) testet mot Lign. (4.103),

$$p_{s,i}^- = -j\rho c \hat{C}_i^- \frac{e^{-jk(ct-R')}}{R'} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) (\Re_l^t - j\Im_l^t) \quad (4.105)$$

for $l = 0, 1, 2, \dots, 15$, hvor \Re_l^t og \Im_l^t er verdier gitt i Tab. 7.1. Dette blir gjort for å undersøke implementeringen av Lign. (4.78) er riktig.

Tilsvarende er Lign. (4.77),

$$p_{s,i}^+ = j\hat{C}_i^+ \omega \rho \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (-1)^l j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j_l'(ka_k)}{h_l^{(2)'}(ka_k)} h_l^{(2)}(kR') \quad , \quad (4.106)$$

det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Kildens posisjon er vilkårlig relativ kulens posisjon. Fjernfeltløsningen av dette kan uttrykkes som Lign. (4.96),

$$p_{s,i}^+ = j\rho c \hat{C}_i^+ \frac{e^{-jkR'}}{R'} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) (\Re_l^t + j\Im_l^t) \quad . \quad (4.107)$$

Ved innspurten av denne oppgaven ble [30] funnet som verifiserer utledningen av Lign. (4.77).

Kapittel 5

Spredning fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderarray

I dette kapitlet vil det bli vist en numerisk modell for det spredte lydfeltet fra en rigid kule hvor det innfallende lydfeltet er fra en sylindrisk array av stempelkilder. For å lage denne modellen benyttes teorien fra de tidligere kapitlene hvor det her er valgt å benytte tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. Det som blir vist i dette kapitlet danner grunnlaget for resten av oppgaven.

Selv om det er her er benyttet fjernfeltløsningen til stempelkildemodellen slik som der er vist i kapittel 3, vil det ved sammensetning av flere stempelkilder i en array gi et lydfelt fra arrayen som både har et nærfelt og et fjernfelt.

I avsnitt 5.1 blir det vist det totale lydfeltet i et mottakerpunkt. Dette mottakerpunktet inneholder både det direkte lydfeltet fra en stempelkilde og det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra den samme stempelkilden. Deretter blir det sett på det totale lydfeltet i et mottakerpunkt når det er flere stempelkilder til stedet. Alle stempelkildene er her vilkårlig plassert og har en vilkårlig orientering, d.v.s. ikke en sylinderarray som blir vist i avsnitt 5.2. Helt sist vil det bli gitt en liten diskusjon av det totale lydfeltet i mottakerpunktet og om hvilke antagelser som blir benyttet videre i oppgaven.

I avsnitt 5.2 blir det vist den numeriske modellen for det totale spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylindrisk array av stempelkilder, hvor informasjonen som er gitt i avsnitt 5.1 er benyttet i dette avsnittet. Denne modellen blir benyttet i resten av oppgaven.

5.1 Spredning fra rigid kule med et innfallende lydfelt fra flere stempelkilder

I dette avsnittet vil det først bli sett på hvordan det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en stempelkilde er satt sammen. Det blir også vist det totale lydfeltet i et mottakerpunkt som er summen av det direkte lydfeltet fra stempelkilden og det spredte lydfeltet fra kulen. Det innfallende lydfeltet til den rigide kulen er fra den samme stempelkilden som er benyttet for beregning av det direkte lydfeltet i mottakerpunktet. Deretter vil det bli vist det spredte lydfeltet fra en rigid kule med flere innfallende lydfelt fra ulike stempelkilder. Stempelkildene har her en vilkårlig posisjon med en vilkårlig orientering. Det blir også gitt en diskusjon over tolkningen av det totale lydfeltet i mottakerpunktet.

5.1. SPREDNING FRA RIGID KULE MED ET INNFALENDE LYDFELT FRA FLERE
STEMPELKILDER

Fra Lign. (4.78) er

$$\psi_{s,i} = \hat{C}_i \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') \quad , \quad (5.1)$$

hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra i-te vilkårlige kilde. Her har den vilkårlige kilden en vilkårlig plassering og en vilkårlig orientering. Det er her benyttet tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. I Lign. (5.1) er \hat{C}_i den tidligere \hat{C}_i^- og er mangituden til det utstrålte lydfeltet fra kilden.

Ved å anta at kilden er en stempelkilde er magnituden til det innfallende lydfeltet fra stempelkilden gitt med Rayleighintegralet som er gitt i Lign. (3.13). Dersom det igjen antas at kulens posisjon er i fjernfeltet til stempelkilden, $kR_i \gg 1$, er

$$\hat{C}_i = v_{0,i} \frac{ka_i^2}{R_i} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin\alpha_i)}{ka_i \sin\alpha_i} \right] e^{jkR_i^d} \quad (5.2)$$

magnituden til det innfallende lydfeltet fra stempelkilden i kulens posisjon.

Ved å sette Lign. (5.2) inn i Lign. (5.1) og skrive dette som lydtrykk er

$$p_{s,i} = -\frac{j}{2} B_{p,i} \frac{ka_i^2}{R_i} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin\alpha_i)}{ka_i \sin\alpha_i} \right] e^{jkR_i} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') \quad (5.3)$$

det spredte lydtrykket, i et mottakerpunkt, fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en stempelkilde. Stempelkildens posisjon og orientering er her vilkårlig.

Fra Lign. (3.16) er

$$p_{d,i} = -\frac{j}{2} B_{p,i} \frac{ka_i^2}{R_i^d} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin\alpha_i^d)}{ka_i \sin\alpha_i^d} \right] e^{jkR_i^d} \quad (5.4)$$

det direkte lydtrykket fra i-te stempelkilde i mottakerpunktet.

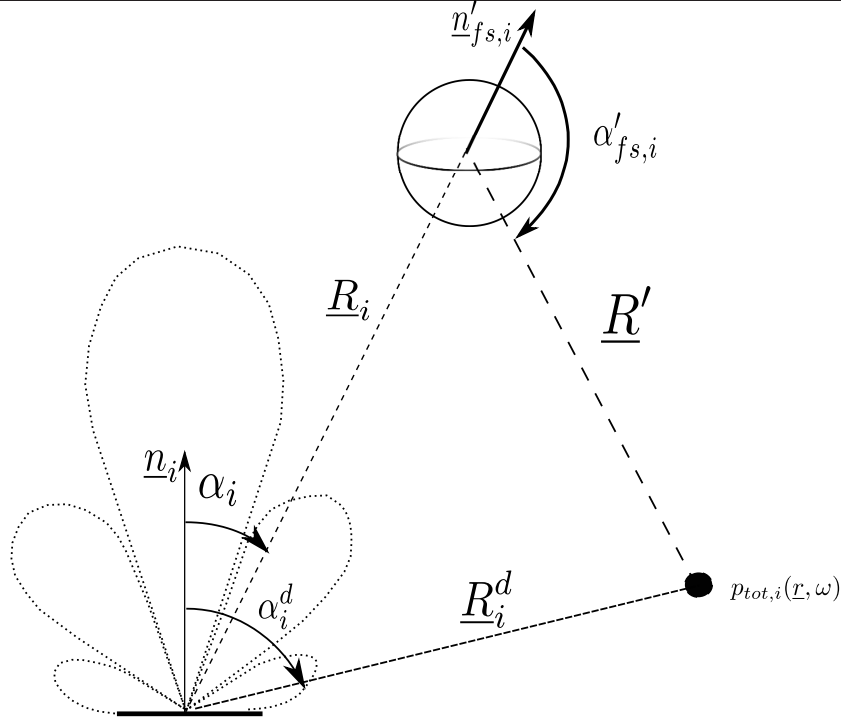
Det totale lydtrykket i mottakerpunktet er da gitt som summen av det spredte lydtrykket og det direkte lydtrykket fra stempelkilden,

$$p_{tot,i} = p_{d,i} + p_{s,i} \quad , \quad (5.5)$$

slik at

$$p_{tot,i} = p_{d,i} + p_{s,i} = -\frac{j}{2} B_{p,i} \frac{a_i}{R_i^d} ka_i \left[\frac{2J_1(ka_i \sin\alpha_i^d)}{ka_i \sin\alpha_i^d} \right] e^{jkR_i^d} - \frac{j}{2} B_{p,i} \frac{ka_i^2}{R_i} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin\alpha_i)}{ka_i \sin\alpha_i} \right] e^{jkR_i} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') \quad . \quad (5.6)$$

Skisse for det totale lydfeltet i et mottakerpunkt er vist i Fig. 5.1.



Figur 5.1: Skisse for det totale lydfeltet, $p_{tot,i}(\underline{r}, \omega)$, i et mottakerpunkt med posisjonen \underline{r} relativ det globale koordinatsystemet. Mottakerens posisjon relativ i-te stempelkilde er gitt med \underline{R}_i^d . Retningen til mottakerpunktet relativ \underline{n}_i er gitt med vinkelen α_i^d . Kulens posisjon relativ i-te stempelkilden er gitt med \underline{R}_i og relativ \underline{n}_i er retningen til kulen gitt med vinkelen α_i . Mottakerens posisjon relativ kulens posisjon er gitt med \underline{R}' hvor retningen til mottakeren relativ $\underline{n}'_{fs,i}$ er gitt med vinkelen $\alpha'_{fs,i}$.

Videre er det nå antatt at det er N stempelkilder til stede hvor hver stempelkilde kan ha forskjellig amplitudevektning, K_i , og forskjellig fase, φ_i . Det er også antatt at hver stempelkilde kan ha en vilkårlig posisjon og en vilkårlig orientering. Med de antagelsene som er gitt er

$$\begin{aligned}
 p_{tot} &= \sum_{i=1}^N p_{tot,i} = \sum_{i=1}^N p_{d,i} + \sum_{i=1}^N p_{s,i} = \\
 &= \frac{j}{2} \sum_{i=1}^N B_{p,i} K_i \frac{ka_i^2}{R_i^d} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin \alpha_i^d)}{ka_i \sin \alpha_i^d} \right] e^{j(kR_i^d - \varphi_i)} \\
 &- \frac{j}{2} \sum_{i=1}^N B_{p,i} K_i \frac{ka_i^2}{R_i} \left[\frac{2J_1(ka_i \sin \alpha_i)}{ka_i \sin \alpha_i} \right] e^{j(kR_i - \varphi_i)} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l P_l(\cos \alpha'_{fs,i}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') \quad (5.7)
 \end{aligned}$$

det totale lydtrykket i mottakerpunktet.

Selv om det er antatt at stempelkilden er harmonisk svingende svinger den i realiteten over et kort tidsrom. Dette medfører at det direkte lydfeltet fra stempelkilden ankommer mottakerpunktet før det spredte lydfeltet fra den samme kilden ankommer det samme mottakerpunktet. Dette er bare tilfelle dersom mottakerpunktet er tilstrekkelig langt unna kulen. Dersom dette er tilfelle er det mulig å skille de direkte lydfeltene fra stempelkildene og det spredte lydfeltene fra kulen fra hverandre.

5.2 Det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderarray av stempelkilder

I dette avsnittet vil det bli vist en numerisk modell for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderarray av stempelkilder. Fra avsnitt 5.1 er det påpekt at selv om et mottakerpunkt inneholder både det direkte lydfeltet fra hver stempelkilde og det reflekterte lydfeltet fra kulen vil de to lydfeltene i praksis ikke være tilstede i mottakerpunktet samtidig. Det direkte lydfeltet i et mottakerpunkt fra en sylinderarray av stempelkilder er allerede gitt i Lign. (3.36) og blir derfor ikke sett nærmere på her i dette avsnittet. Her i dette avsnittet blir det bare sett på det spredte lydfeltet i et mottakerpunkt når det innfallende lydfeltet til den rigide kule er fra en hel array av stempelkilder.

I Fig. 5.2 er det skissert en sylinderarray hvor sylinderarrayen er orientert slik at sentrum av arrayen er i origo i det globale koordinatsystemet. Sylindere har en radius a_a og det er antatt at sylinderarrayen inneholder N staver med M stempelkilder i hver stav. Lydfeltet fra hver stempelkilde i sylinderarrayen treffer den rigide kule hvor lydfeltet vil bli spredt. Det spredte lydfeltet fra alle stempelkilder er i mottakerpunktet er gitt som $p_{s,tot}(\underline{R}', \omega)$.

Fra Lign. (5.3) er det oppgitt det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra i -te stempelkilde som er vilkårlig plassert. For en sylinderarray med N staver og M stempelkilder i hver stav er

$$p_{s,nm} = \frac{-j}{2} B_{p,nm} k a_{nm}^2 \frac{K_{nm}}{R_{nm}} \left[\frac{2J_1(k a_{nm} \sin \alpha_{nm})}{k a_{nm} \sin \alpha_{nm}} \right] e^{jk R_{nm}} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l P_l(\cos \alpha'_{fs,nm}) \frac{j'_l(k a_k)}{h_1^{(1)'}(k a_k)} h_l^{(1)}(k R') \quad (5.8)$$

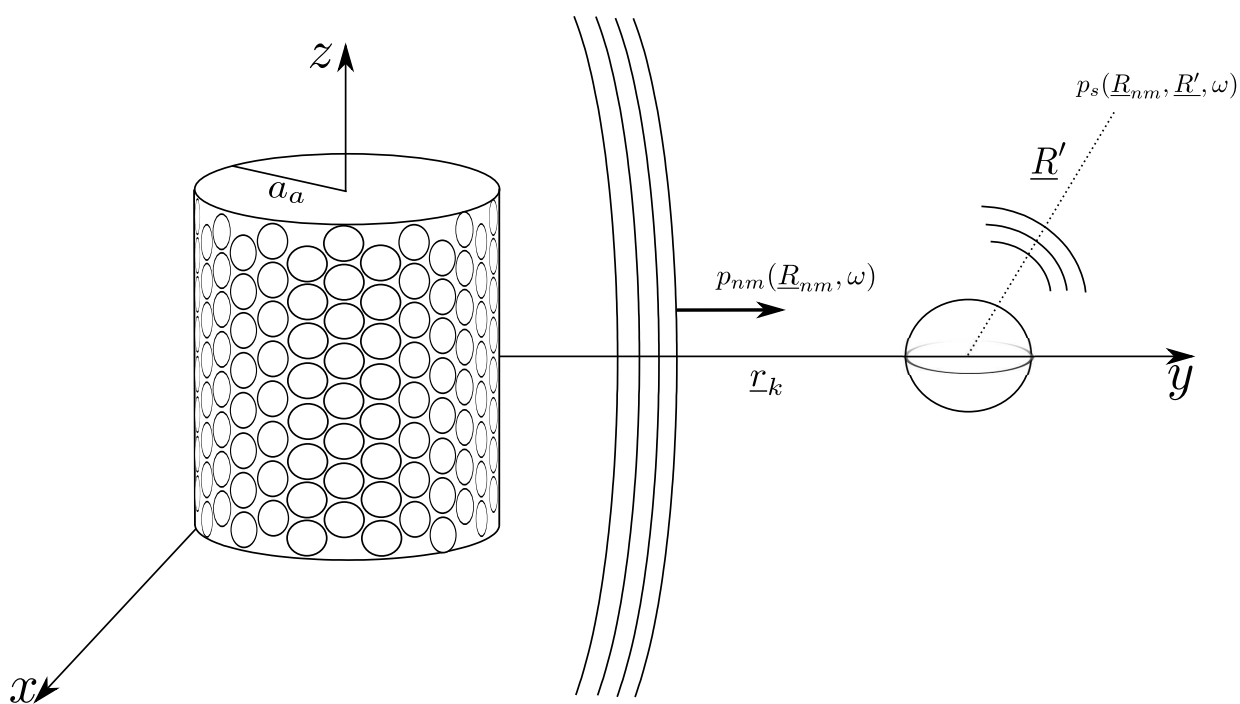
det spredte lydfeltet i mottakerpunktet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra m -te stempelkilde i n -te stav.

Det totale spredte lydfeltet fra en rigid kule med innfallende lydfelt fra $N \cdot M$ stempelkilder er gitt som

$$p_{s,tot} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{s,nm} = \frac{-j}{2} B_p k a^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{K_{nm}}{R_{nm}} \left[\frac{2J_1(k a \sin \alpha_{nm})}{k a \sin \alpha_{nm}} \right] e^{j(k R_{nm} - \varphi_{nm})} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l P_l(\cos \alpha'_{fs,nm}) \frac{j'_l(k a_k)}{h_1^{(1)'}(k a_k)} h_l^{(1)}(k R') \quad (5.9)$$

Her har alle stempelkildene samme radius, $a_{nm} = a$. Det er også antatt at alle stempelkildene har samme hastighet på fronten av stempelkilden, $v_{0,nm}$, slik at $B_{p,nm} = B_p$. R_{nm} er tidligere definert i avsnitt 3.4.

Lign. (5.9) blir benyttet i kapittel 8 for å undersøke det spredte lydfeltet fra en rigid kule i nærfeltet og i fjernfeltet til en sylinderarray. For den aktuelle sylinderarrayen som er benyttet i oppgaven er $a = 0.02$ m og posisjonen og orienteringen til hver enkel stempelkilde er gitt i vedlegg E.



Figur 5.2: Skisse for et utstrålt lydfelt, $p_{nm}(\underline{R}_{nm}, \omega)$, fra m -te stempelkilde i n -te stav i en sylindrisk array med radiusen a_a . Lydbølgen treffer en kule i posisjonen \underline{r}_k relativ det globale koordinatsystemet. Det spredte lydtrykket fra kulen, i mottakerpunktet i \underline{R}' , relativ til kulens lokale koordinatsystem er gitt som $p_s(\underline{R}_{nm}, \underline{R}', \omega)$.

5.2. *DET SPREDTE LYDFELTET FRA EN RIGID KULE MED ET INNFALLENDE LYDFELT
FRA EN SYLINDERARRAY ...*

Kapittel 6

Test av modeller for senderarray mot andre modeller i litteraturen

Som det tidligere er nevnt har det ikke lyktes i å finne beregninger for det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray i annen litteratur. På grunn av dette blir programmet beregninger av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array, gitt som det direkte bidraget fra Lign. (5.7), testet mot andre analytiske modeller. Det er benyttet det samme dataprogrammet som for modellering av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray bare at posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde er lagt inn manuelt.

Det er utført flere tester enn det som er presentert her men med samme resultat som det som er gitt i dette kapitlet. Alle testene er antatt at det utstrålte lydfeltet propagerer i vann hvor $c = 1500$ m/s. Det er også sett bort fra absorbasjonen i vannet.

I dette kapitlet vil det bare bli fokusert på nøyaktigheten av programmet, hvor dette blir diskutert. Derfor blir de ulike resultatene av simuleringen av det utstrålte lydfeltet ikke bli diskutert. Kapitlet inneholder seks avsnitt.

I avsnitt 6.1 blir det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde beregnet og sammenlignet med plott fra litteraturen. Dette for å kunne verifisere at programmet simulerer det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde riktig.

Simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array er sammenlignet med de analytiske modellene for dipol og kvadropol i avsnitt 6.2. Det blir testet nøyaktigheten til programmets beregninger av det utstrålte lydfeltet og hvor mye dette avviker fra de analytiske modellene.

Test av simuleringen av det utstrålte lydfeltet mot den analytiske modellen for en diskret linjearray av punktkilder blir presentert i avsnitt 6.3. Det blir testet nøyaktigheten av programmet i forhold til den analytiske modellen. Simuleringene blir også sammenlignet med beregninger som er gitt i litteraturen.

I avsnitt 6.4 blir nøyaktigheten til simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array av stempelkilder testet mot den analytiske modellen for det utstrålte lydfeltet fra en diskret rektangelarray av stempelkilder. En diskret rektangelarray kan sammenlignes med stavene i sylinderrayen hvor stavene er her plassert i et plan.

Simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array er sammenlignet med den analytiske modellen for en diskret sirkelarray av stempelkilder hvor dette er presentert i avsnitt 6.5.

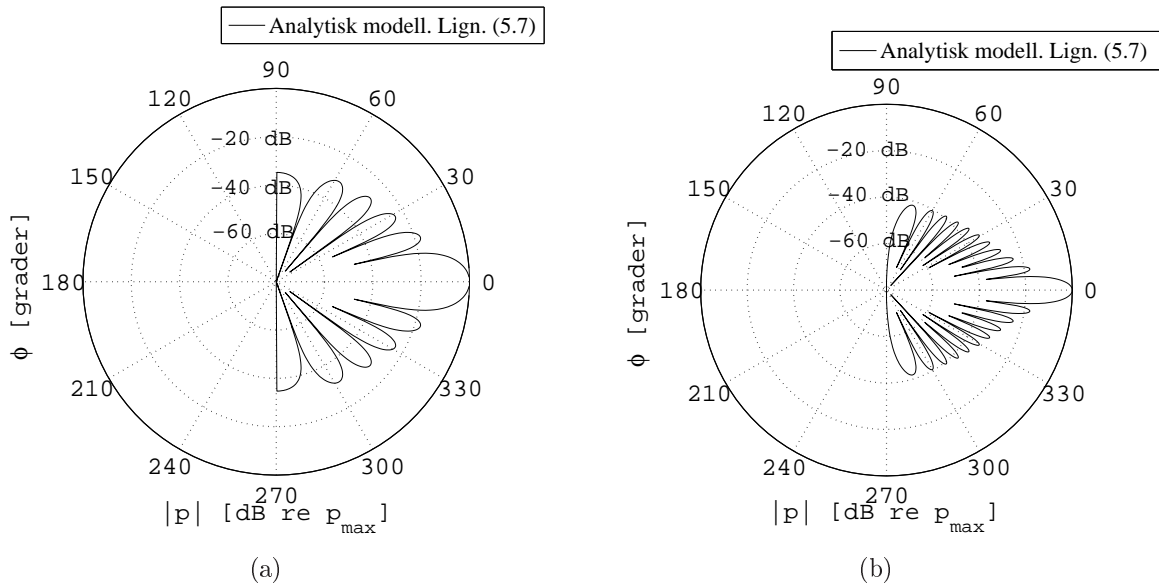
I avsnitt 6.6 blir det dokumentert små avvik i simuleringsprogrammet som skyldes antagelsen av at alle stempelkildene er montert til en uendelig stor og rigid skjerm.

6.1 Det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde

I stempelkildemodellen er lydtryksamplituden til det utstrålte lydfeltet retningsavhengig når forholdet mellom frekvensen og stempelkilden radius er $ka > 1$. I dette avsnittet blir det testet om simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde er riktig. For å verifisere dette er det sammenlignet med beregninger som er gitt i [24] og i [10].

I beregningene som er gitt i [24] er det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde beregnet med størrelsene $\frac{a}{\lambda} = 2.78$ og $\frac{a}{\lambda} = 5.62$ hvor λ er bølgelengden og a er radiusen til stempelkilden. Dersom det er antatt at $a = 0.02$ m er frekvensene h.h.v. $f = 208.5$ kHz og $f = 421.5$ kHz. Fra [10] er det vist beregningen av det utstrålte lydfeltet til en stempelkilde når $ka = 10$.

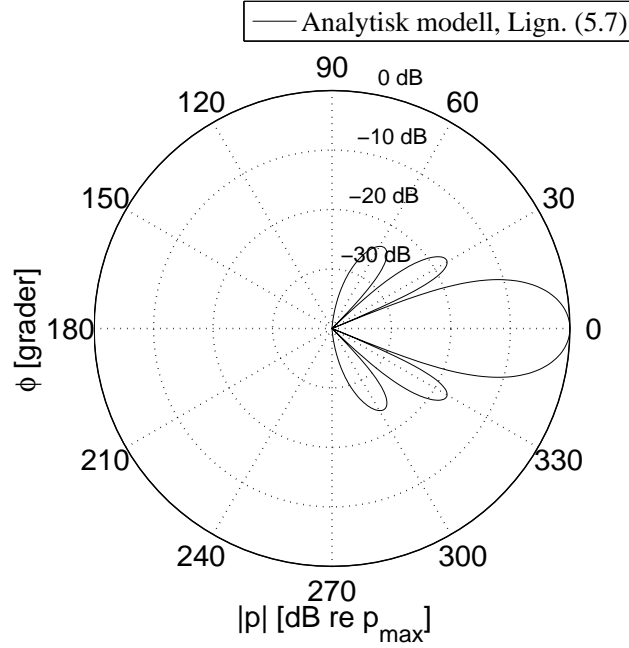
I simuleringen av det utstrålte lydfeltet er det benyttet det direkte bidraget som er gitt i Lign. (5.7), hvor $N = 1$. Det er her antatt at $B_{p,i} = 1$ Pa. Posisjonen til stempelkilden i $(x_{s,1}, y_{s,1}, z_{s,1}) = (0 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$, som gir $r_{s,1} = 0$ m. Stempelkilden er orientert mot $\theta_{0,1} = \frac{\pi}{2}$ og $\phi_{0,1} = 0$, og det utstrålte lydfeltet er beregnet i asimutplan, hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $r = 100$ m. Med de størrelsene som er gitt her er $\alpha_1^d = \phi$ ifølge Lign. (2.12).



Figur 6.1: Plott for det simulerte utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde i vann. Dette er beregnet i asimut-plan hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$ og $\phi = [0, 2\pi]$ og $r = 100$ m. Stempelkildens har radiusen $a = 0.02$ m og er lokalisert i $(x_{s,1}, y_{s,1}, z_{s,1}) = (0, 0, 0)$ m. Orienteringen til stempelkilden er mot $\theta_{0,1} = \frac{\pi}{2}$ og $\phi_{0,1} = 0$. I (a) er det gitt $\frac{a}{\lambda} = 2.78$ og $f = 208.5$ kHz og i (b) er det gitt $\frac{a}{\lambda} = 5.62$ og $f = 421.5$ kHz.

I Fig. 6.1 (a) og (b) og i Fig. 6.2 er det vist simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde med ulike frekvenser. Ved å sammenligne Fig. 6.1 med beregningene som er gitt i [24] tyder dette på at det utstrålte lydfeltet er beregnet riktig. Antall sidelobes og sidelobenivået er tilsynelatende riktig med det som er plottet i artikkelen. Det må tas i betraktning at plottene i [24] er små og derfor kan det være feil med plasseringene av bunnpunktene og for sidelobenivåene. Ved å sammenligne Fig. 6.2 med beregningen som er gitt i [10] viser dette at det simulerte lydfeltet fra stempelkildene er i samsvar med plottet som er gitt i [10].

Helhetlig viser denne testen at simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde er i samsvar med det som er gitt i litteraturen og viser dermed at dette er riktig.



Figur 6.2: Plott for det simulerte utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde i vann. Dette er beregnet i asimut-plan hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$ og $\phi = [0, 2\pi]$ og $r = 100$ m. Stempelkildens har radiusen $a = 0.02$ m og er lokalisert i $(x_{s,1}, y_{s,1}, z_{s,1}) = (0, 0, 0)$ m. Orienteringen til stempelkilden er mot $\theta_{0,1} = \frac{\pi}{2}$ og $\phi_{0,1} = 0$. Her er $ka = 10$ som gir $f = 119.366$ kHz.

6.2 Dipol og kvadropol

I dette avsnittet blir simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array, beregnet fra det direkte bidraget fra Lign. (5.7), testet mot de analytiske modellene for dipol og kvadropol. Dipol og kvadropolene inneholder punktkilder. For at simuleringen av stempelkildene skal beregne tilsvarende utstrålt lydfelt som en punktkilde er radiusen til stempelkilden gitt som $a = 0.0002$ m. Ved testing er $B_{p,i} = 1$, $Q_s = 1$, $Q_{xy} = 1$, $Q_{zz} = 1$, $K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = 1$.

I første testen er de simulerte beregningene sammenlignet med den analytiske modellen for dipol som er gitt i Lign. (3.3). Det er her benyttet frekvensen $f = 20$ kHz som gir $ka = 0.0166$. Dipolen består av to punktkilder hvor plasseringen til hver av dem er $(x_{s,1}, y_{s,1}, z_{s,1}) = (-0.0005 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ og $(x_{s,2}, y_{s,2}, z_{s,2}) = (0.0005 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$. Fasen til hver punktkilde er $\varphi_1 = 0$ og $\varphi_2 = \pi$. Dette og flere detaljer er oppgitt i Tab. 6.1.

Andre testen er simuleringen av det utstrålte lydfeltet testet mot den analytiske modellen for longitudinal kvadropol som er gitt i Lign. (3.6). Skisse for en longitudinal kvadropol er tidligere vist i Fig. 3.2. Posisjonene til punktkildene er i $(x_{s,1}, y_{s,1}, z_{s,1}) = (0 \text{ m}, 0 \text{ m}, -0.015 \text{ m})$, $(x_{s,2}, y_{s,2}, z_{s,2}) = (0 \text{ m}, 0 \text{ m}, -0.005 \text{ m})$, $(x_{s,3}, y_{s,3}, z_{s,3}) = (0 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0.005 \text{ m})$ og $(x_{s,4}, y_{s,4}, z_{s,4}) = (0 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0.015 \text{ m})$. Fasen til hver kildepunktkilde er $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$, $\varphi_3 = \pi$ og $\varphi_4 = 0$. Flere detaljer er også oppgitt i Tab. 6.2

I den tredje testen er de simulerte beregningene av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array sammenlignet med den analytiske modellen for lateral kvadropol som er gitt i Lign. (3.7). Skisse for en lateral kvadropol er tidligere gitt i Fig. 3.3. Plasseringen til hver punktkilde er i $(x_{s,1}, y_{s,1}, z_{s,1}) = (-0.005 \text{ m}, 0.005 \text{ m}, 0 \text{ m})$, $(x_{s,2}, y_{s,2}, z_{s,2}) = (0.005 \text{ m}, 0.005 \text{ m}, 0 \text{ m})$, $(x_{s,3}, y_{s,3}, z_{s,3}) = (-0.005 \text{ m}, -0.005 \text{ m}, 0 \text{ m})$ og $(x_{s,4}, y_{s,4}, z_{s,4}) = (0.005 \text{ m}, -0.005 \text{ m}, 0 \text{ m})$. Fasen til hver punktkilde er $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$, $\varphi_3 = \pi$ og $\varphi_4 = 0$. Mer informasjon er oppgitt i Tab. 6.3.

Alle beregningene er i dette avsnittet er i asimut plan hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $r = 100$ m.

6.2. DIPOL OG KVADROPOL

Tabell 6.1: Verdier benyttet for testing av simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array mot den analytiske modellen for dipol.

Parameter	Verdi
f	20 kHz
k	83.78 1/m
a	0.0002 m
ka	0.0166
$(x_{s,1}, y_{s,1}, z_{s,1})$	(0.0005, 0, 0) m
$(x_{s,2}, y_{s,2}, z_{s,2})$	(-0.0005, 0, 0) m
h	0.001 m
φ_1	0
φ_2	π
Q_s	1
$B_{s,i}$	1
K_1	1
K_2	1

Tabell 6.2: Verdier benyttet for testing av simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array mot den analytiske modellen for longitudinal og aksial kvadropol langs z-aksen

Parameter	Verdi
f	20 kHz
k	83.78 1/m
a	0.0002 m
ka	0.0166
$(x_{s,1}, y_{s,1}, z_{s,1})$	(0, 0, -0.015) m
$(x_{s,2}, y_{s,2}, z_{s,2})$	(0, 0, -0.005) m
$(x_{s,3}, y_{s,3}, z_{s,3})$	(0, 0, 0.005) m
$(x_{s,4}, y_{s,4}, z_{s,4})$	(0, 0, 0.015) m
(x_0, y_0, z_0)	(0, 0, 0) m
φ_1	0
φ_2	π
φ_3	π
φ_4	0
Q_{xy}	1
$B_{s,i}$	1
K_1	1
K_2	1
K_3	1
K_4	1

Tabell 6.3: Verdier benyttet for testing av simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array mot den analytiske modellen for lateral kvadropol

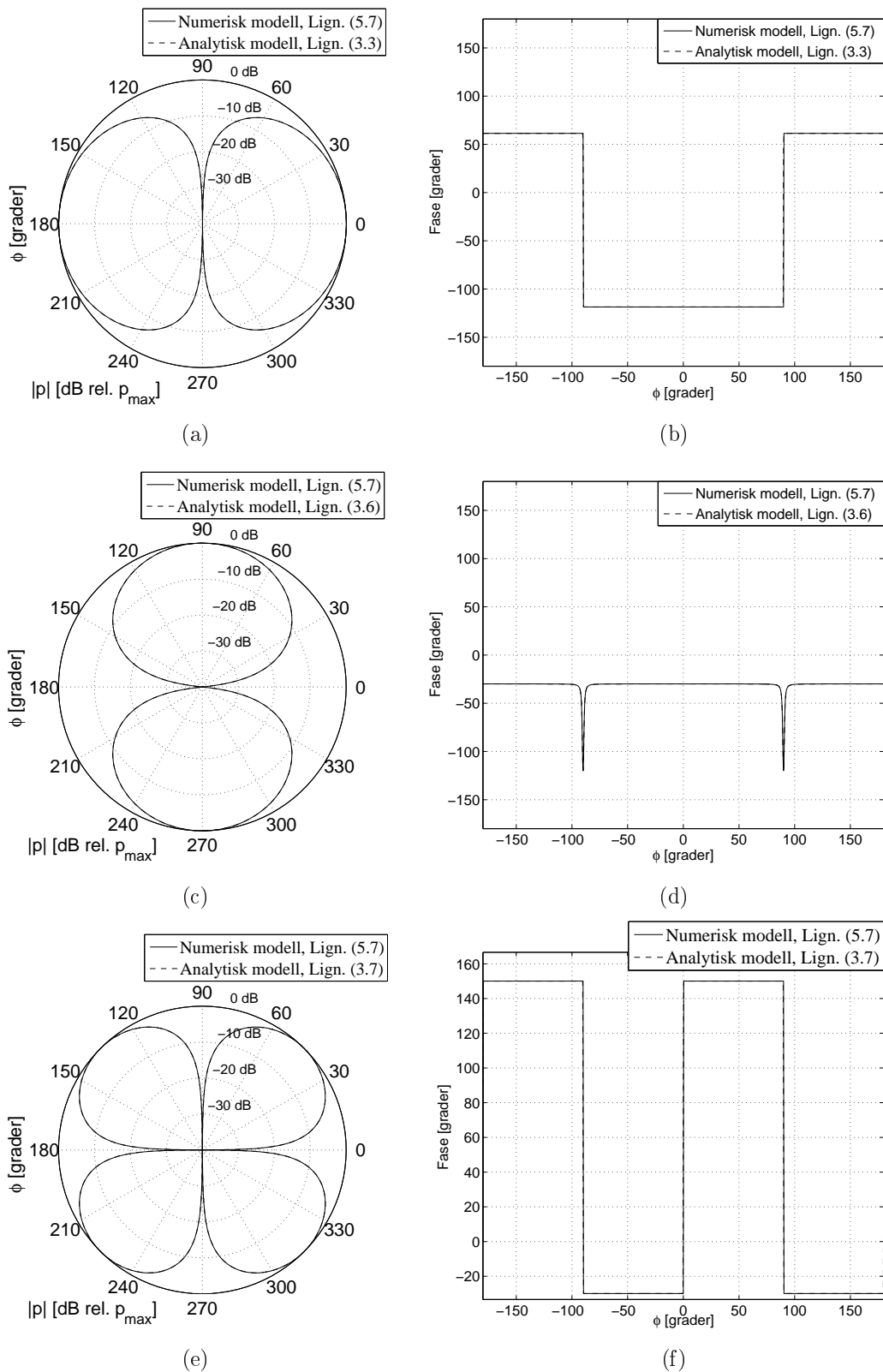
Konstanter	størrelse
f	20 kHz
k	83.78 1/m
a	0.0002 m
ka	0.0166
$(x_{s,1}, y_{s,1}, z_{s,1})$	(-0.005, 0.005, 0) m
$(x_{s,2}, y_{s,2}, z_{s,2})$	(0.005, 0.005, 0) m
$(x_{s,3}, y_{s,3}, z_{s,3})$	(-0.005, -0.005, 0) m
$(x_{s,4}, y_{s,4}, z_{s,4})$	(0.005, -0.005, 0) m
(x_0, y_0, z_0)	(0, 0, 0) m
φ_1	0
φ_2	π
φ_3	π
φ_4	0
Q_{xy}	1
$B_{s,i}$	1
K_1	1
K_2	1
K_3	1
K_4	1

I Fig. 6.3 er det vist sammenligningen mellom simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array, gitt med det direkte bidraget fra Lign. (5.7), og de analytiske modellene gitt i Lign. (3.3), (3.6) og (3.7). Verdiene som er benyttet i sammenligningen er oppgitt i Tab. 6.1, 6.2 og 6.3. Verdiene er her satt slik at kravene for å benytte de analytiske modellene er oppfylt.

I (a) og (c) er det gitt absoluttverdien og fasen for simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array, Lign. (5.7), og til dipolen som er gitt i Lign. (3.3). Det observeres her god samsvar mellom simuleringene. Beregningen av absoluttverdien fra Lign. (5.7) avviker med 0.05 dB i forhold til beregningene av absoluttverdien fra Lign. (3.3). I fasen er avviket mindre enn 0.0001° i de to beregningene. Avviket i både absoluttverdien og fasen er neglisjerbar.

Amplituden og fasen for simuleringen av det utstrålte lydfeltet gitt med Lign. (5.7) og Lign. (3.6) er vist i (c) og (d). Fra beregningene er det observert et godt samsvar mellom de to modellene. I beregningen for absoluttverdien av det utstrålte lydfeltet er det et avvik på 0.03 dB og i fasen er det et avvik som er mindre enn 0.0001° . Dette avviket er derfor neglisjerbar.

I (c) og (d) er det også vist et godt samsvar for simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array, gitt fra Lign. (5.7), og den analytiske modellen for lateral kvadropol fra Lign. (3.7). De simulerte verdiene for absoluttverdien av det utstrålte lydfeltet har et avvik på 0.017 dB. Avviket i fasen er mindre enn 0.0001° . Avviket i både absoluttverdien og fasen er neglisjerbar.



Figur 6.3: Sammenligning av simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra Lign. (5.7) og analytiske modeller i asimut plan, hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $r = 100$ m. I (a,b) er det simulert absoluttverdien og fasen til det utstrålte lydfeltet gitt fra Lign. (5.7) og (3.3) med verdier fra Tab. 6.1. I (c,d) er det simulert absoluttverdien og fasen til det utstrålte lydfeltet gitt med Lign. (5.7) og Lign. (3.7) med verdier fra Tab. 6.2. I (e,f) det simulert absoluttverdien og fasen til det utstrålte lydfeltet gitt fra Lign. (5.7) og (3.6) med verdier fra Tab. 6.3.

6.3 Diskret linjearray

I dette avsnittet testes simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array, gitt fra det direkte bidraget i Lign. (5.7), mot den analytiske modellen for en diskret linjearray av punktkilder, Lign. (3.12). Det blir beregnet både absoluttverdien og fasen til det utstrålte lydfeltet når hver enkel stempelkilde er fasestyrt. Simuleringen av det utstrålte lydfeltet er også sammenlignet med beregningene som er gitt i [10] og derfor benyttes xy-plott i dette avsnittet for å gjøre denne sammenligningen enklere.

Fra avsnitt 3.1.4 er det vist at fasen til hver stempelkilde er

$$\varphi_i = kh \sin \theta_0 \cdot i \quad , \quad (6.1)$$

for $i = 1, 2, 3, \dots, N$ hvor θ_0 er retningen hovedloben er rettet mot. Dette uttrykket benyttes som fasen til i -te kilde i Lign. (5.7).

I følge [10] må $r \gg H$, d.v.s. i fjernfeltet til arrayen, for at Lign. (3.12) skal være gyldig. I tillegg er det i [10] gitt beregninger for det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray hvor det er gitt forholdene $kh = \frac{2\pi(N-1)}{N}$ og $kh = \frac{\pi(N-1)}{N}$. Siden det skal sammenlignes med plottene gitt i [10] er det testet for de samme kh -verdiene.

I simuleringen er det benyttet stempelkildemodellen i Lign. (5.7) hvor stempelkildene er plassert langs x-aksen med sentrum av arrayen i origo av det globale koordinatsystemet. For at stempelkildene skal ha samme utstrålt lydfelt som punktkilder settes radiusen til alle kildene til $a_i = 0.0002$ m. Beregningen av absoluttverdien og fasen til det utstrålte lydfeltet fra linjearrayen er i det vertikale planet hvor $\theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ og $\phi = 0$.

I Tab. 6.4 og 6.5 er det oppgitt ulike verdier som er benyttet i simuleringen av det utstrålte lydfeltet som er gitt i Lign. (5.7) og i Lign. (3.12).

Tabell 6.4: Verdier og funksjoner benyttet for testing av simulering av det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray hvor $kh = \frac{2\pi(N-1)}{N}$.

Parameter	Verdi
N	10
h	0.1 m
a_i	0.0002 m
kh	5.655
k	56.55 rad/m
ka_i	0.01131
f	13.5kHz
c	1500 m/s
H	0.9 m
kH	50.9
x_i	$\frac{-H}{2} + (i - 1) \cdot h$
y_i	0
z_i	0
K_i	1
A	1
$B_{p,i}$	1
i	1, 2, 3, ..., 10

6.3. DISKRET LINJEARRAY

Tabell 6.5: Verdier og funksjoner benyttet for testing av simulering av det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray hvor $kh = \frac{\pi(N-1)}{N}$.

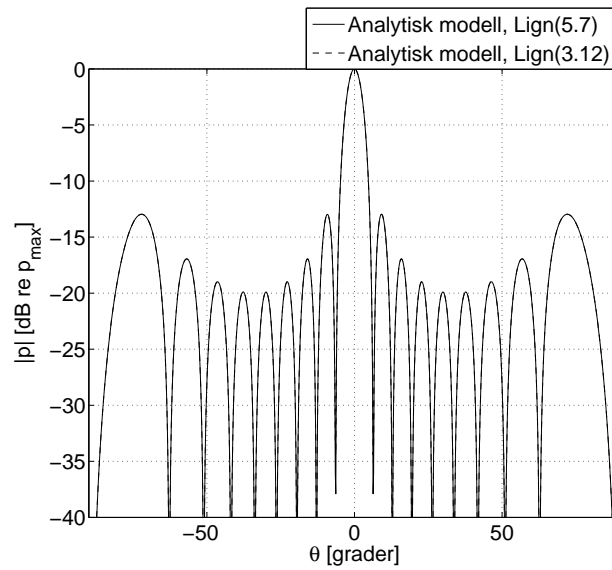
Parameter	Verdi
N	10
h	0.1 m
a	0.0002 m
kh	2.83
k	28.3 rad/m
ka	0.00565
f	6.76 kHz
c	1500 m/s
H	0.9 m
kH	25.47
x_i	$\frac{-H}{2} + (i-1) \cdot h$
y_i	0
z_i	0
K_i	1
A	1
$B_{p,i}$	1
i	1, 2, 3, ..., 10

I Fig. 6.4 er det i (a) vist beregningene av absoluttverdien til simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en linjearray med $N = 10$ kilder. Beregningene er gitt fra Lign. (3.12) og (5.7). I (b) er det vist beregningene av fasen til det utstrålte lydfeltet fra den samme linjearrayen. Verdier som er benyttet i simuleringen er gitt i Tab. 6.4.

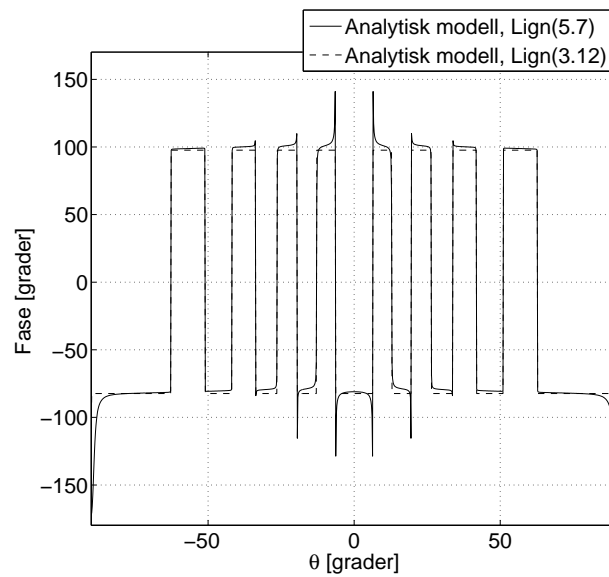
I (a) er det vist et godt samsvar mellom beregningene fra Lign. (3.12) og (5.7) i det vertikale planet. Avviket i absoluttverdien mellom de to simuleringene er mindre enn 0.01 dB. Dette er et så lite avvik at det er neglisjerbar.

Avviket i fasen har derimot store hvor dette er vist i (b). Det største avviket er ved $\theta = \pm 90^\circ$ hvor avviket er på 67.63° . Dette skyldes at selv om det er her $r \gg H$ så er $r = 100$ m fortsatt i nærfeltet til linjearrayen. I de videre testene er det derfor benyttet avstanden $r = 10000$ m for å unngå store nærfelteffekter.

Videre vil det bli vist avviket for de to simuleringene for ulike verdier for kh , og når hovedloben blir styrt mot θ_0 . Resultatet av simuleringen blir også sammenlignet med beregningene som er gitt på side 198 i [10], for å verifisere simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array.

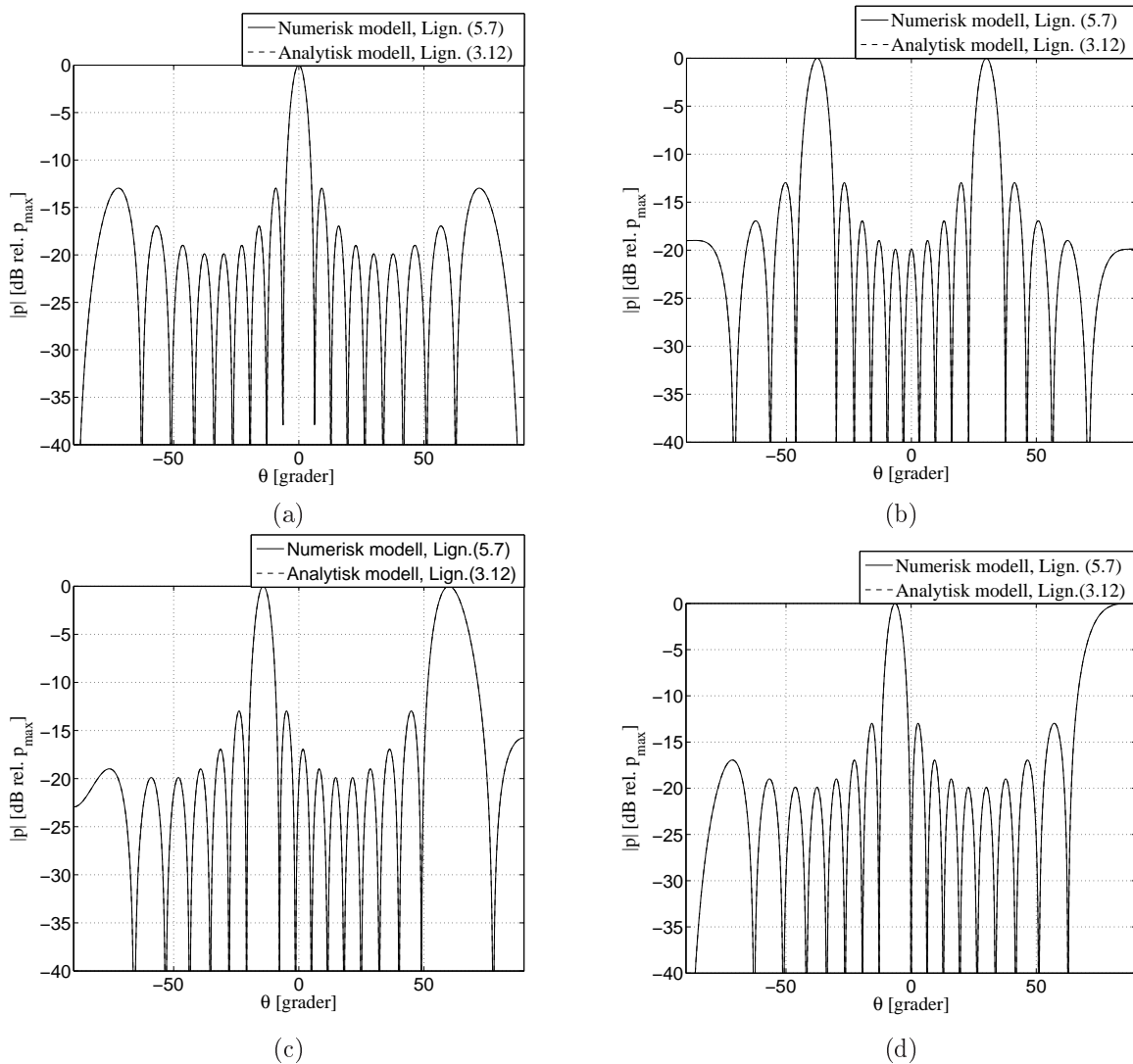


(a)



(b)

Figur 6.4: Absoluttverdien og fasen til simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray med $N = 10$ kilder som er gitt fra Lign. (5.7) og (3.12). Simuleringen er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\phi = 0$ og $r = 100$ m. Hovedlobens retning er styrt mot $\theta_0 = 0^\circ$. Verdier og funksjoner som er benyttet i simuleringen er gitt Tab. 6.4



Figur 6.5: Absoluttverdien til simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray med $N = 10$ kilder, gitt med Lign. (5.7) og (3.12). Bølgetallet er her $k = 56.55$ rad/m. Beregningene er plottet i det vertikale planet, hvor $\theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m. Hovedlobens retning er styrt mot (a) $\theta_0 = 0^\circ$, (b) $\theta_0 = 30^\circ$, (c) $\theta_0 = 60^\circ$ og (d) $\theta_0 = 90^\circ$. Parametere som er benyttet i simuleringene er gitt i Tab. 6.4.

I Fig. 6.5 er det vist absoluttverdien til simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray med $N = 10$ kilder. Bølgetallet er her gitt som $k = 56.55$ rad/m og hovedlobens retning er styrt mot $\theta_0 = 0^\circ$ i (a), $\theta_0 = 30^\circ$ i (b), $\theta_0 = 60^\circ$ i (c) og i $\theta_0 = 90^\circ$ i (d). I Tab. 6.4 er det oppgitt verdier som er benyttet i simuleringen av Lign. (5.7) og (3.12). Beregningene er plottet i det vertikale planet, hvor $\theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m.

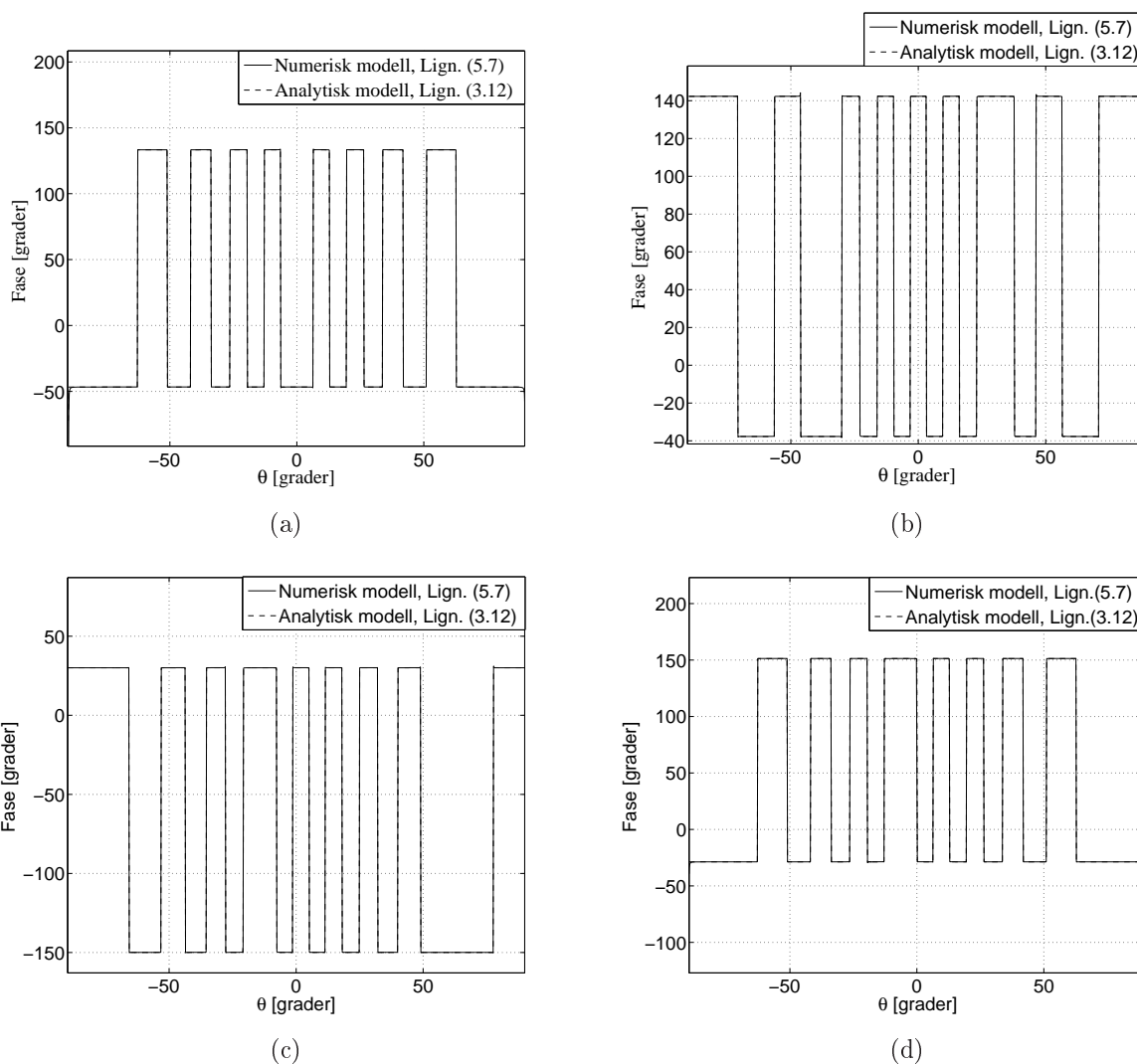
Plottet i (a) viser et godt samsvar når hovedlobens retning er styrt mot $\theta_0 = 0^\circ$ for de to simuleringene. Det er observert at avviket mellom Lign. (5.7) og (3.12) er under 0.0001 dB noe som er neglisjerbar. Ved å sammenligne (a) med plottene i [10] viser dette også samsvar.

I (b) er det vist beregningene av absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet fra en linjearray, gitt fra Lign. (5.7) og (3.12), når hovedloben er styrt mot $\theta_0 = 30^\circ$. Avviket mellom de to modellene er under 0.0001 dB noe som er neglisjerbar. Dersom det sammenlignes med plottene i [10] observeres at det et lite avvik. Når $\theta = 0^\circ$ er det vist i [10] at dette er på venstre side av en sidelobe. I (b), når $\theta = 0$, er

dette toppen av den samme sideloben.

Det er observert et avvik i absoluttverdien på under 0.0001 dB i (c) når hovedlobens retning er styrt mot $\theta_0 = 60^\circ$. Dette avviket er så lite at det kan neglisjeres. Dersom det sammenlignes med det tilsvarende plottet i [10] viser dette også et godt samsvar.

I (d) er det vist beregningen av absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet som er gitt fra Lign. (5.7) og (3.12). Hovedlobens retning er her styrt mot $\theta_0 = 90^\circ$. Det er observert et avvik som er under 0.0001 dB og som er neglisjerbar. Dersom det sammenlignes med det tilsvarende plottet i [10] er det observert i [10] at det er et bunnpunkt i $\theta = -50^\circ$. I (d) er det samme bunnpunktet i $\theta = -53^\circ$.



Figur 6.6: Fasen til simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray med $N = 10$ kilder, gitt med Lign. (5.7) og (3.12). Bølgetallet er her $k = 56.55$ rad/m. Beregningene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m. Hovedlobens retning er styrt mot (a) $\theta_0 = 0^\circ$, (b) $\theta_0 = 30^\circ$, (c) $\theta_0 = 60^\circ$ og (d) $\theta_0 = 90^\circ$. Parametere som er benyttet i simuleringene er gitt i Tab. 6.4.

I Fig. 6.6 er det vist beregningen av fasen til det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray med $N = 10$ kilder hvor dette er gitt fra Lign. (5.7) og (3.12). Det er beregnet i det vertikale planet hvor $\theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m. Retningen til hovedloben er styrt mot $\theta_0 = 0^\circ$ i (a), $\theta_0 = 30^\circ$ i (b), $\theta_0 = 60^\circ$ i (c) og $\theta_0 = 90^\circ$ i (d). Parametere som er benyttet i modelleringen er gitt i Tab. 6.4.

6.3. DISKRET LINJEARRAY

I (a) er det vist beregningene av Lign. (5.7) og (3.12) når hovedloben er styrt mot $\theta_0 = 0^\circ$. Det er her observert et lite avvik i fasen som er mindre enn 0.04° noe som er neglisjerbar.

Ved $\theta = -46.5^\circ$ er det observert i (b) at beregningen fra Lign. (5.7) avviker med beregningen fra Lign. (3.12) med 2.1° . Resten av beregningene avviker med 0.01° . Dette viser at selv om $r = 10000$ m er det enda små nærfelteffekter i mottakerpunktet. Dette avviket blir neglisjerbar når avstanden mellom arrayen og mottakerpunktet økes.

I (c) er det vist beregningen av fasen til det utstrålte lydfeltet som er gitt fra Lign. (5.7) og (3.12). Hovedloben er her styrt mot $\theta_0 = 60^\circ$. I beregningene er det observert små avvik på 0.02° . Dette avviket er neglisjerbar.

Når hovedlobens retning er styrt mot $\theta_0 = 90^\circ$ er det vist i (d) at fasen til det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray, gitt fra Lign. (5.7) og (3.12), er i god samsvar med hverandre. Det er her observert et avvik mellom de to beregningene på 0.01° hvor dette kan neglisjeres.

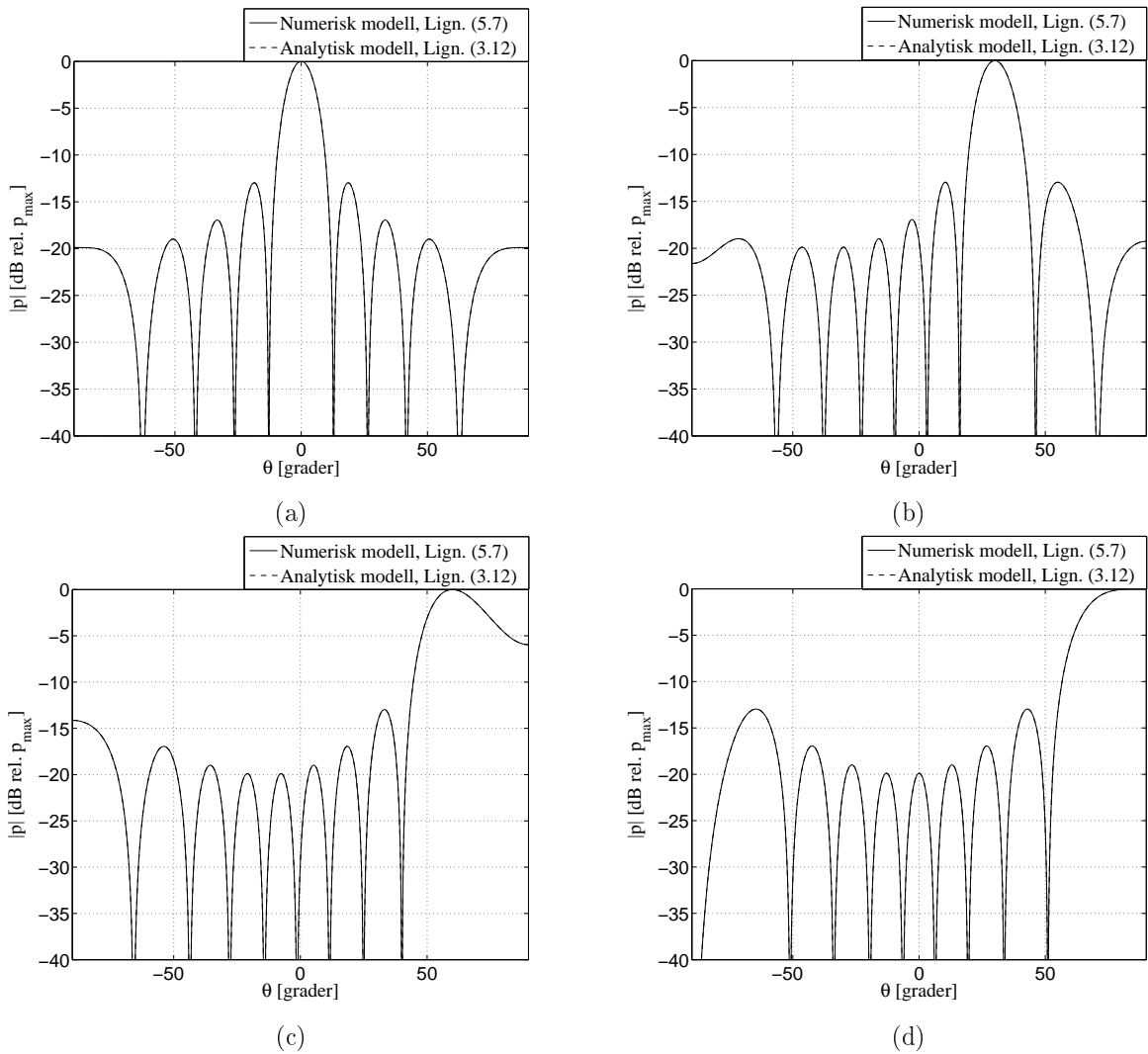
Det blir nå sett på simulering av det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray hvor det er benyttet Lign. (5.7) og (3.12). Bølgetallet er her $k = 28.3$ rad/m og det er beregnet i det vertikale planet hvor $\theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m. I simuleringene er det benyttet parametere som er gitt i Tab. 6.5.

I Fig. 6.7 er det vist beregningen av absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray med $N = 10$, gitt med Lign. (5.7) og (3.12). Hovedlobens retning er her styrt mot $\theta_0 = 0^\circ$ i (a), $\theta_0 = 30^\circ$ i (b), $\theta_0 = 60^\circ$ i (c) og $\theta_0 = 90^\circ$ i (d).

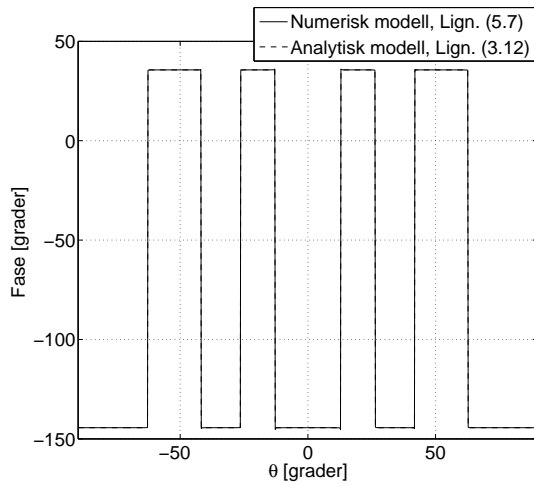
Fra de fire figurene er det vist et godt samsvar mellom beregningene som er gitt med Lign. (5.7) og (3.12). Avviket i absoluttverdien er her mindre enn 0.0001 dB noe som er neglisjerbar. Dersom plottene i Fig. 6.7 sammenlignes med de tilsvarende plottene som er gitt i [10] observeres det i (b), (c) og (d) ikke er helt i samsvar med [10] i $\theta = 0^\circ$. I [10] er de tilsvarende plottene forskjøvet med 2-3 grader mot høyre. Det har ikke lyktes i å finne ut hva som skyldes dette avviket.

I Fig. 6.8 er det simulert fasen til det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray, gitt med Lign. (5.7) og (3.12). Beregningene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [-\pi, \pi]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m. Hovedlobens retning er styrt mot $\theta_0 = 0^\circ$ i (a), $\theta_0 = 30^\circ$ i (b), $\theta_0 = 60^\circ$ i (c) og $\theta_0 = 90^\circ$ i (d). Verdier som er benyttet i simuleringene er gitt i Tab. 6.5.

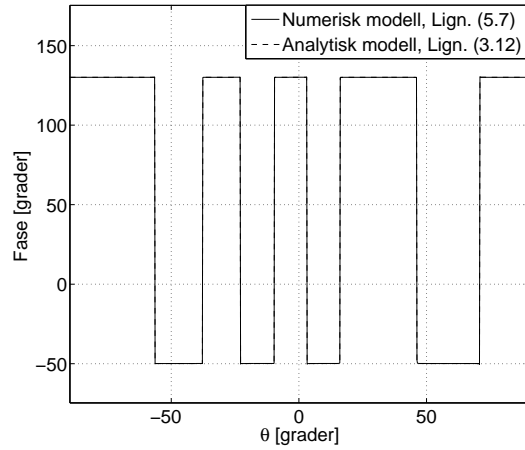
Ved å studere plottene for fasen til det utstrålte lydfeltet fra en linjearrayen er det observert et godt samsvar mellom Lign. (5.7) og (3.12). Det er et avvik mellom de to beregningene hvor avviket er mindre enn 0.03° . Dette avviket er så lite at det kan neglisjeres.



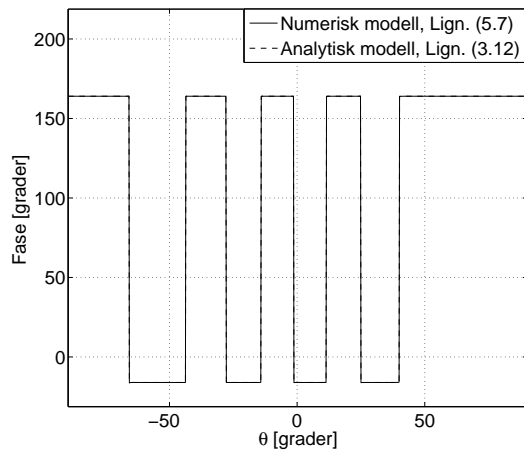
Figur 6.7: Absoluttverdien til simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray med $N = 10$ kilder gitt med Lign. (5.7) og (3.12). Bølgetallet er her $k = 28.3$ rad/m. Beregningene er plottet i det vertikale planet, hvor $\theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m. Hovedlobens retning er styrt mot (a) $\theta_0 = 0^\circ$, (b) $\theta_0 = 30^\circ$, (c) $\theta_0 = 60^\circ$ og (d) $\theta_0 = 90^\circ$. Parametere som er benyttet i sammenligningene er gitt i Tab. 6.5.



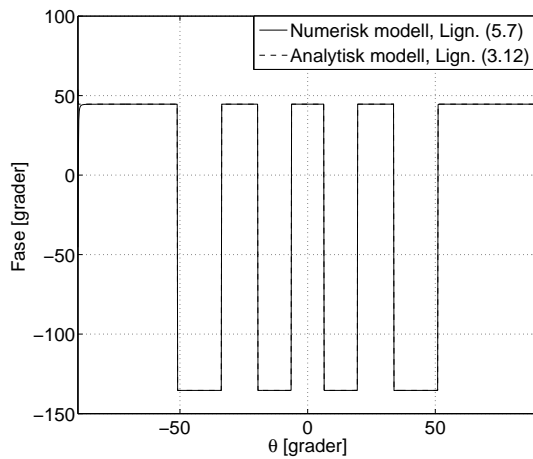
(a)



(b)



(c)

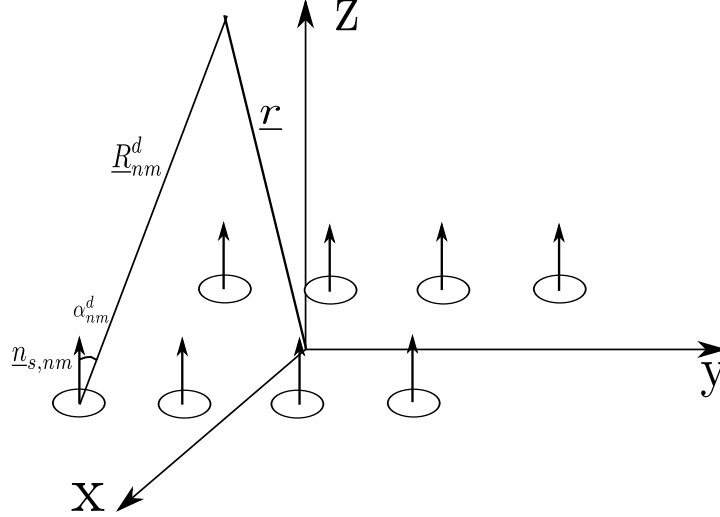


(d)

Figur 6.8: Fasen til simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray med $N = 10$ kilder gitt med Lign. (5.7) og (3.12). Bølgetallet er her $k = 28.3$ rad/m. Beregningene er plottet i det vertikale planet, hvor $\theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m. Hovedlobens retning er styrt mot (a) $\theta_0 = 0^\circ$, (b) $\theta_0 = 30^\circ$, (c) $\theta_0 = 60^\circ$ og (d) $\theta_0 = 90^\circ$. Parametere som er benyttet i simuleringene er gitt Tab. 6.5.

6.4 Diskret rektangelarray

I dette avsnittet blir det vist testingen av simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array av stempelkilder. Simuleringen av dette lydfeltet er fra det direkte bidraget fra stempelkilder som er gitt i Lign. (5.7). Dette er testet mot den analytiske modellen for en diskret rektangelarray som er gitt i Lign. (3.20). I Lign. (3.20) er det her antatt at kildene er stempelkilder. Skisse for en slik rektangelarray er gitt i Fig. 6.9.



Figur 6.9: Skisse for en rektangelarray med $N = 4$ staver og $M = 2$ stempelkilder i hver stav. Arrayen er plassert i xy -planet med sentrum av arrayen i origo av det globale koordinatsystemet. Alle stempelkildene er orientert slik at de er parallelle med z -aksen, $\underline{n}_{nm} \parallel \underline{e}_z$. Avstanden fra m -te stempelkilde i n -te stav til mottakerpunkt er \underline{R}_{nm}^d .

I testene er det antatt at avstanden mellom sentrum av to stempelkilder i en stav er $h = 0.1$ m og avstanden mellom sentrum av to staver er $d = 0.1$ m. Dette gir lengde til hver stav til $H = h \cdot (M - 1)$ og bredden til arrayen er $D = d \cdot (N - 1)$. Avstanden fra m -te stempelkilde i n -te stav til et mottakerpunkt er gitt med $|\underline{R}_{nm}^d| = \sqrt{(x - x_{s,nm})^2 + (y - y_{s,nm})^2 + (z - z_{s,nm})^2}$ hvor posisjonen til hver stempelkilde er i dette tilfellet gitt som

$$x_{s,nm} = -\frac{H}{2} + h \cdot (m - 1); \quad m = 1, 2, 3, \dots, M, \quad (6.2)$$

$$y_{s,nm} = -\frac{D}{2} + d \cdot (n - 1); \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (6.3)$$

og $z_{s,nm} = 0$.

Siden arrayen nå er plasert på xy -planet er $\theta_{s,nm} = \frac{\pi}{2}$. I tillegg er hver stempelkilde orientert slik at $\underline{n}_{nm} \parallel \underline{e}_z$ som gir $\theta_{0,nm} = 0$. Ved å sette dette inn i Lign. (3.32) er

$$\alpha_{nm}^d = \cos^{-1}\left(\frac{r \cos \theta}{|\underline{R}_{nm}^d|}\right) \quad (6.4)$$

retningen til mottakerpunktet relativ orienteringen til m -te stempelkilde i n -te stav. Dersom mottakerpunktet er langt ute i fjernfeltet til arrayen er $\underline{R}_{nm}^d \approx r$ hvor dette igjen gir $\alpha_{nm}^d \approx \theta$.

I dette avsnittet blir det simulert tre testtilfeller for det utstrålte lydfeltet fra en rektangelarray. Første testen er for en array med $N = 1$ stav og $M = 5$ stempelkilder i staven. Stempelkildenes radius er her satt til $a_i = 0.02$ m og alle stempelkildene er vektet likt slik at $K_i = 1$ og $\varphi_i = 0$ for $i = 1, 2, 3, 4$ og

6.4. DISKRET REKTANGELARRAY

5. Det er undersøkt med frekvensene $f = 20$ kHz, 25 kHz og 30 kHz som gir h.h.v. $ka_i = 1.7, 2.1$ og 2.5. Den andre testen er for en rektangulær array med $N = 4$ staver og $M = 5$ stempelkilder i hver stav hvor alle stempelkildene er vektet likt. Det er undersøkt for de samme frekvensene. Fra de to testene er det så små ka -verdier at det utstrålte lydfeltet til hver stempelkilde er i praksis lik det utstrålte lydfeltet til en punktkilde. Derfor er det i det tredje testtilfellet undersøkt for en rektangulær array med $N = 4$ staver og $M = 5$ stempelkilder i hver stav hvor radiusen til alle stempelkildene er $a_i = 0.2$. Det er undersøkt for de samme frekvensene slik at $ka_i = 17$ for $f = 20$ kHz, 21 for $f = 25$ kHz og 25 for $f = 30$ kHz.

I testene er det beregnet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = \frac{\pi}{4}$ og $r = 10000$ m. Det er benyttet $\phi = \frac{\pi}{4}$ for å teste hele uttrykket som er gitt i Lign. (3.20). For $\phi = 0$ eller $\frac{\pi}{2}$ vil deler av uttrykket bli lik 1.

Posisjonen til alle stempelkildene i de ulike testene er gitt i Tab. 6.6 og Tab. 6.7 og parameterene som er benyttet i simuleringene er gitt i Tab. 6.8, Tab. 6.9 og Tab. 6.10.

Tabell 6.6: Tabell for posisjonen til hver stempelkilde i en rektangulær array med $N = 1$ stav og $M = 5$ stempelkilder i staven hvor avstanden mellom sentrum av hver stempelkilde er $h = 0.1$ m.

$(x_{s,nm}, y_{s,nm}, z_{s,nm})$	Koordinater
$(x_{s,11}, y_{s,11}, z_{s,11})$	(-0.2,0,0) m
$(x_{s,12}, y_{s,12}, z_{s,12})$	(-0.1,0,0) m
$(x_{s,13}, y_{s,13}, z_{s,13})$	(0,0,0) m
$(x_{s,14}, y_{s,14}, z_{s,14})$	(0.1,0,0) m
$(x_{s,15}, y_{s,15}, z_{s,15})$	(0.2,0,0) m

Tabell 6.7: Tabell for posisjonen til hver stempelkilde i en rektangulær array med $N = 4$ staver og $M = 5$ stempelkilder i hver stav hvor avstanden mellom sentrum av hver stempelkilde er $h = 0.1$ m og avstanden mellom sentrum av hver stav er $d = 0.1$ m.

$(x_{s,nm}, y_{s,nm}, z_{s,nm})$	Koordinater
$(x_{s,11}, y_{s,11}, z_{s,11})$	(-0.2,-0.15,0) m
$(x_{s,21}, y_{s,21}, z_{s,21})$	(-0.2,-0.05,0) m
$(x_{s,31}, y_{s,31}, z_{s,31})$	(-0.2,0.05,0) m
$(x_{s,41}, y_{s,41}, z_{s,41})$	(-0.2,0.15,0) m
$(x_{s,12}, y_{s,12}, z_{s,12})$	(-0.1,-0.15,0) m
$(x_{s,22}, y_{s,22}, z_{s,22})$	(-0.1,-0.05,0) m
$(x_{s,32}, y_{s,32}, z_{s,32})$	(-0.1,0.05,0) m
$(x_{s,42}, y_{s,42}, z_{s,42})$	(-0.1,0.15,0) m
$(x_{s,13}, y_{s,13}, z_{s,13})$	(0,-0.15,0) m
$(x_{s,23}, y_{s,23}, z_{s,23})$	(0,-0.05,0) m
$(x_{s,33}, y_{s,33}, z_{s,33})$	(0,0.05,0) m
$(x_{s,43}, y_{s,43}, z_{s,43})$	(0,0.15,0) m
$(x_{s,14}, y_{s,14}, z_{s,14})$	(0.1,-0.15,0) m
$(x_{s,24}, y_{s,24}, z_{s,24})$	(0.1,-0.05,0) m
$(x_{s,34}, y_{s,34}, z_{s,34})$	(0.1,0.05,0) m
$(x_{s,44}, y_{s,44}, z_{s,44})$	(0.1,0.15,0) m
$(x_{s,15}, y_{s,15}, z_{s,15})$	(0.2,-0.15,0) m
$(x_{s,25}, y_{s,25}, z_{s,25})$	(0.2,-0.05,0) m
$(x_{s,35}, y_{s,35}, z_{s,35})$	(0.2,0.05,0) m
$(x_{s,45}, y_{s,45}, z_{s,45})$	(0.2,0.15,0) m

Tabell 6.8: Tabell for parametere som er benyttet i simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en rektangulær array, gitt med Lign. (5.7) og Lign. (3.20), med $N = 1$ stav og $M = 5$ stempelkilder i staven og $a_i = 0.02$ m.

Parameter	Verdi
h	0.1 m
H	0.4 m
c	1500 m/s
φ_{nm}	0
K_{nm}	1
$\theta_{0,nm}$	0
$\phi_{0,nm}$	0
$\theta_{s,nm}$	$\frac{\pi}{2}$
f	20 kHz, 25 kHz, 30 kHz
ka_i	1.7, 2.1, 2.5
kh	8.4, 10.4, 12.6
kH	33.5, 41.9, 50.3

Tabell 6.9: Tabell for parametere som er benyttet i simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en rektangulær array, gitt med Lign. (5.7) og Lign. (3.20), med $N = 4$ stav og $M = 5$ stempelkilder i staven og $a_i = 0.02$ m.

Parameter	Verdi
h	0.1 m
H	0.4 m
d	0.1 m
D	0.3 m
c	1500 m/s
φ_{nm}	0
K_{nm}	1
$\theta_{0,nm}$	0
$\phi_{0,nm}$	0
$\theta_{s,nm}$	$\frac{\pi}{2}$
f	20 kHz, 25 kHz, 30 kHz
ka_i	1.7, 2.1, 2.5
kh	8.4, 10.4, 12.6
kH	33.5, 41.9, 50.3
kd	8.4, 10.4, 12.6
kD	25.1, 31.4, 37.7

Tabell 6.10: Tabell for parametere som er benyttet i simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en rektangulær array, gitt med Lign. (5.7) og Lign. (3.20), med $N = 4$ stav og $M = 5$ stempelkilder i staven og $a_i = 0.2$ m.

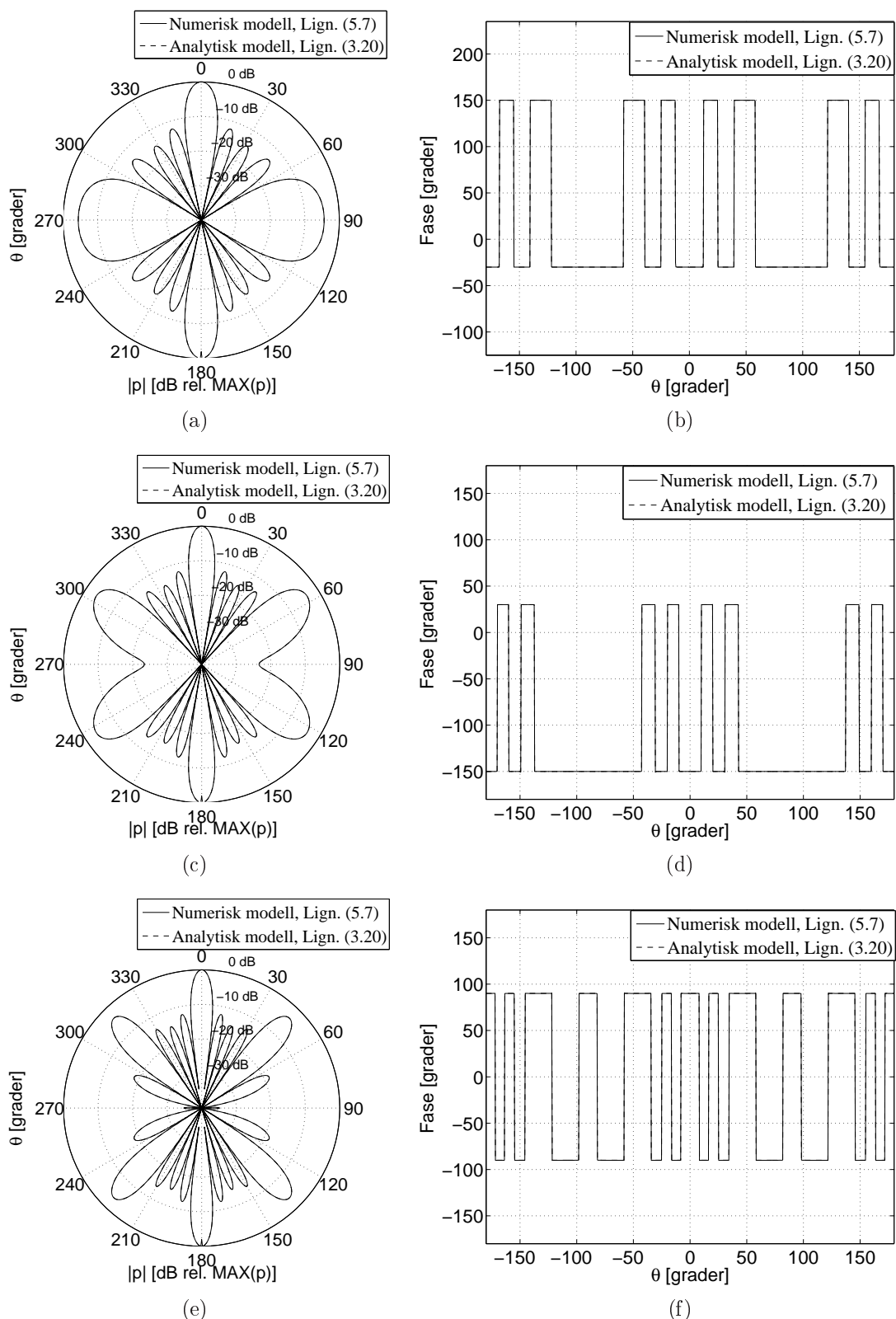
Parameter	Verdi
h	0.1 m
H	0.4 m
d	0.1 m
D	0.3 m
c	1500 m/s
φ_{nm}	0
K_{nm}	1
$\theta_{0,nm}$	0
$\phi_{0,nm}$	0
$\theta_{s,nm}$	$\frac{\pi}{2}$
N	4
n	1, 2, 3, 4
M	5
m	1, 2, 3, 4, 5
f	20 kHz, 25 kHz, 30 kHz
ka_i	17, 21, 25
kh	8.4, 10.4, 12.6
kH	33.5, 41.9, 50.3
kd	8.4, 10.4, 12.6
kD	25.1, 31.4, 37.7

I Fig. 6.10 er det vist simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en linjearray som er gitt med Lign. (5.7) og (3.20). Beregningene er plottet i det vertikaleplanet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = \frac{\pi}{4}$ og $r = 10000$ m. I beregningene er det benyttet verdiene som er gitt i Tab. 6.8 og posisjonene til hver stempelkilde er gitt i Tab. 6.6. I denne testen er det benyttet $N = 1$ stav og $M = 5$ stempelkilder i staven.

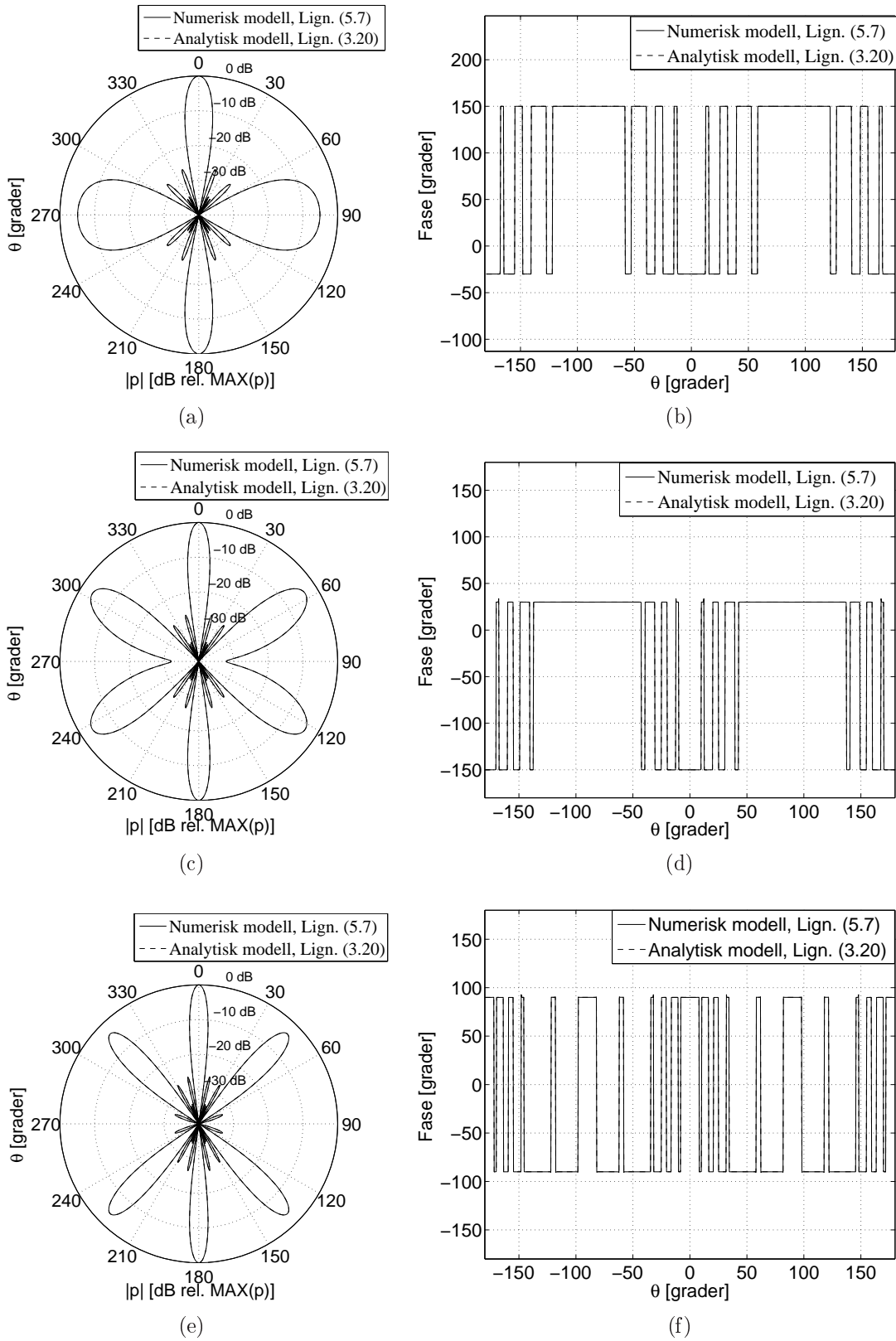
I (a,c,e) er det vist absoluttverdien til simuleringen av det utstrålte lydfeltet med h.h.v. $f = 20$ kHz, 25 kHz og 30 kHz. I beregningene er det observert at avviket mellom Lign. (5.7) og (3.20) er mindre enn 0.0002 dB. Dette avviket er så lite at det i praksis neglisjeres.

De simulerte verdiene for fasen er vist i (b,d,f). I alle plottene er avviket mindre enn 0.003° som er neglisjerbar.

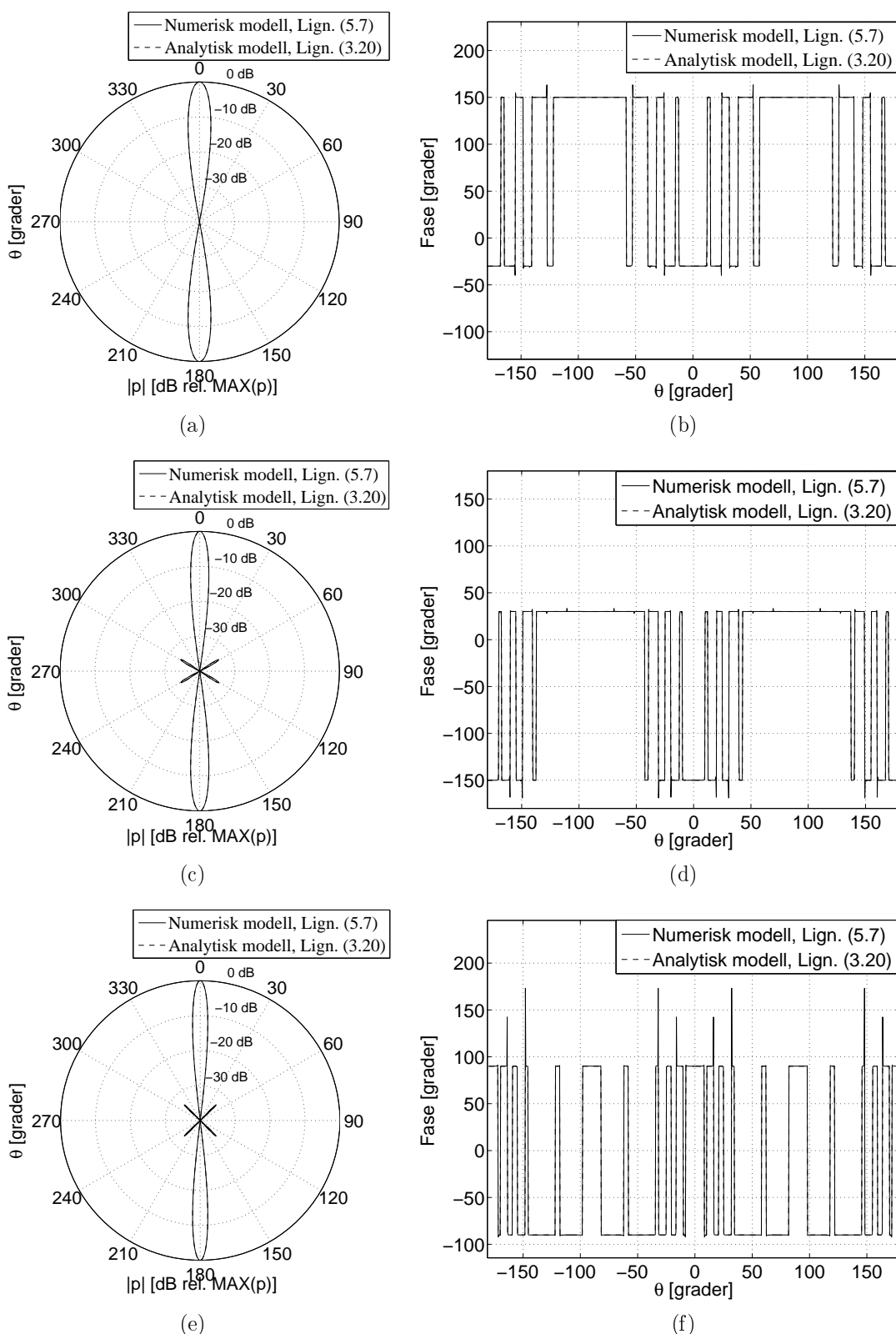
Dette viser at det er et godt samsvar mellom Lign. (5.7) og (3.20) når det utstrålte lydfeltet er fra en diskret linjearray av stempelkilder.



Figur 6.10: Simulering av det utstrålte lydfeltet fra en linjearray som er gitt med Lign. (5.7) og (3.20). I (a,c,e) er det vist absoluttverdien av det utstrålte lydfeltet og i (b,d,f) er det vist fasen. Linjearrayen inneholder $M = 5$ stempelkilder hvor stempelkildenes radius er $a_i = 0.02$ m. Andre parametere er hentet fra Tab. 6.6 og 6.8. Beregningene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = \frac{\pi}{4}$ og $r = 10000$ m. Frekvensen er her $f = 20$ kHz i (a,b), 25 kHz i (c,d) og 30 kHz i (e,f).



Figur 6.11: Simulering av det utstrålte lydfeltet fra en rektangulær array som er gitt med Lign. (5.7) og (3.20). I (a,c,e) er det vist absoluttverdien av det utstrålte lydfeltet og i (b,d,f) er det vist fasen. Rektangelarrayen inneholder $N = 4$ staver og $M = 5$ stempelkilder i hver stav og stempelkildenes radius er $a_i = 0.02$ m. Andre parametere er hentet fra Tab. 6.7 og 6.9. Beregningene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = \frac{\pi}{4}$ og $r = 10000$ m. Frekvensen er her $f = 20\text{kHz}$ i (a,b), 25 kHz i (c,d) og 30 kHz i (e,f).



Figur 6.12: Simulering av det utstrålte lydfeltet fra en rektangulær array som er gitt med Lign. (5.7) og (3.20). I (a,c,e) er det vist absoluttverdien av det utstrålte lydfeltet og i (b,d,f) er det vist fasen. Rektangelarrayen inneholder $N = 4$ staver og $M = 5$ stempelkilder i hver stav og stempelkildenes radius er $a_i = 0.2$ m. Andre parametere er hentet fra Tab. 6.7 og 6.10. Beregningene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = \frac{\pi}{4}$ og $r = 10000$ m. Frekvensen er her $f = 20\text{kHz}$ i (a,b), 25 kHz i (c,d) og 30 kHz i (e,f).

6.5. DISKRET SIRKELARRAY

I Fig. 6.11 er det vist simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en rektangelarray hvor det er benyttet både Lign. (5.7) og (3.20). Beregningene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = \frac{\pi}{4}$ og $r = 10000$ m. I simuleringene er det benyttet verdiene gitt i Tab. 6.9 og posisjonene til hver stempelkilde er gitt i Tab. 6.7.

I (a, c, e) er det vist absoluttverdien til simuleringen av det utstrålte lydfeltet for h.h.v. $f = 20$ kHz, 25 kHz og 30 kHz. Fra plottene er det observert et godt samsvar mellom beregningene fra Lign. (5.7) og (3.20). Det er observert et lite avvik som er mindre enn 0.0002 dB og kan derfor neglisjeres.

Fasen til det utstrålte lydfeltet er vist i (b, d, f). I (b) observeres et godt samsvar hvor det er et avvik på 0.002° . Dette er et så lite avvik at det i praksis er neglisjerbart. I (d) er det sett flere små toppe på 4° men for resten av beregningene er avviket mindre enn 0.003° . Dette viser at det er noen små nærfelteffekter når avstanden til mottakerpunktet er $r = 1000$ m. Disse toppene kan neglisjeres når avstanden til mottakerpunktet økes.

Tilsvarende er det i (f) noen toppe som avviker. Avvikene er her på 3° . Utenom toppene er avviket mindre enn 0.003° .

I Fig. 6.12 er det vist absoluttverdien og fasen til simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en rektangulær array med $N = 4$ staver og $M = 5$ stempelkilder i hver stav. I simuleringen er det sammenlignet Lign. (5.7) med (3.20). Frekvensene er her gitt som $f = 20$ kHz, 25 kHz og 30 kHz. I simuleringen er posisjonene til hver stempelkilde gitt i Tab. 6.7 og andre parametere er gitt i Tab. 6.10. I dette tilfellet er det simulert det utstrålte lydfeltet når stempelkildenes radius er $a_i = 0.2$ m. Det er her beregnet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = \frac{\pi}{2}$ og $r = 10000$ m.

I (a, c, e) er det simulert absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet. Det viser her at det er et godt samsvar mellom Lign. (5.7) og (3.20). Det er et lite avvik som er mindre enn 0.0002 dB hvor et så lite avvik er i praksis neglisjerbar.

I (b, d, f) er det vist fasen til simuleringen av det utstrålte lydfeltet. I (b,d) er noen avvikende toppe hvor avviket er $14 - 15^\circ$. Dette skyldes nærfelteffekter fra rektangelarrayen og ved å øke avstanden til mottakerpunktet vil avviket bli neglisjerbar.

I (f) er det observert mye større avviker i fasen til det utstrålte lydfeltet. De største avvikene er på 80° . Dette viser klart at mottakerpunktene, i dette tilfelle, fortsatt er i arrayens nærfelt. Grunnen til at ikke alle toppene er like store er p.g.a. samplingsraten hvor samplingsrate er det totale antallet simuleringpunkt i området $\theta = [0, 2\pi]$. Dersom samplingsraten økes vil avstanden mellom hver simuleringpunkt bli mindre og det er observert at alle toppene blir like store.

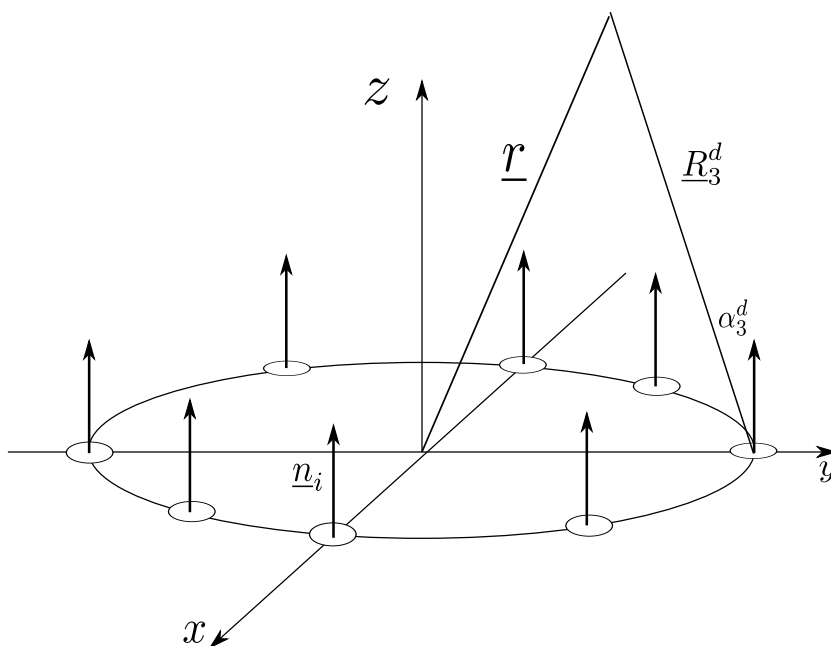
6.5 Diskret sirkelarray

I dette avsnittet blir det vist testingen av simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array av stempelkilder som er gitt som det direkte bidraget fra stempelkildene i Lign. (5.7). Dette blir sammenlignet med den analytiske modellen for en diskret sirkelarray som er gitt i Lign. (3.22).

Fra Fig. 6.13 er det gitt en skisse for en diskret sirkelarray av stempelkilder hvor stempelkildene er plassert på xy-planet med sentrum av arrayen i origo i det globale koordinatsystemet. Alle stempelkildene er orientert slik at $\underline{n}_i \parallel \underline{e}_z$ som gir $\theta_{0,i} = 0$. Siden stempelkildene ligger på xy-planet er $\theta_i = \frac{\pi}{2}$. Mottakerens posisjon relativ i-te stempelkilde er gitt med \underline{R}_i^d og retningen til mottakerens posisjon relativ \underline{n}_i er gitt med vinkelen α_i^d . Med de vinklene som er gitt for posisjon og orienteringen til hver stempelkilde er

$$\alpha_i^d = \cos^{-1} \left(\frac{r \cos \theta}{|\underline{R}_i^d|} \right), \quad (6.5)$$

i følge Lign. (2.12) hvor dette viser retningen til mottakerpunktet relativ orienteringen til i-te stempelkilde.



Figur 6.13: Skisse for en diskret sylinderarray av stempelkilder. Arrayen ligger i xy -planet hvor alle stempelkildene er orientert slik at $\underline{n}_i \parallel \underline{e}_z$. Avstanden fra i -te stempelkilde til et mottakerpunkt er R_3^d . Posisjonen til mottakeren relativ \underline{n}_i er gitt med vinkelen α_3^d .

Testtilfellene som er presentert i dette avsnittet inneholder $N = 12$ stempelkilder hvor hver stempelkilde er separert med vinkelen $\Delta\phi = \frac{2\pi}{12} = 0.5236$ rad. Radiusen til sirkelarrayen er i dette tilfellet satt til $a_a = 0.19$ m. Posisjonen til hver stempelkilde er gitt i Tab. 6.11.

Tabell 6.11: Tabell for posisjonen, i xyz koordinater, for hver stempelkilde i en sirkelarray hvor $a_a = 0.19$ m, $\Delta\phi = 0.5236$ rad og $N = 12$ stempelkilder.

(x_i, y_i, z_i)	Koordinater
(x_1, y_1, z_1)	(0.19 ,0 ,0) m
(x_2, y_2, z_2)	(0.1645, 0.095 ,0) m
(x_3, y_3, z_3)	(0.095, 0.1645, 0) m
(x_4, y_4, z_4)	(0, 0.19, 0) m
(x_5, y_5, z_5)	(-0.095, 0.1645, 0) m
(x_6, y_6, z_6)	(-0.1645, 0.095, 0) m
(x_7, y_7, z_7)	(-0.19, 0, 0) m
(x_8, y_8, z_8)	(-0.1645, -0.095, 0) m
(x_9, y_9, z_9)	(-0.095, -0.1645, 0) m
(x_{10}, y_{10}, z_{10})	(0, -0.19, 0) m
(x_{11}, y_{11}, z_{11})	(0.095, -0.1645, 0) m
(x_{12}, y_{12}, z_{12})	(0.1645, -0.095, 0) m

Det blir sett på to testtilfeller. I første testen er det sett på det utstrålte lydfeltet fra en sirkelarray av stempelkilder hvor stempelkildene har radius $a_i = 0.02$ m. Men med de frekvensområdene som er benyttet i denne testen vil det utstrålte lydfeltene fra hver stempelkilde være tilsvarende som for en punktkilde. Derfor er det i den andre testen sett på det utstrålte lydfeltet fra en sirkelarray av stempelkilder hvor hver stempelkilde har radiusen $a_i = 0.2$ m.

6.5. DISKRET SIRKELARRAY

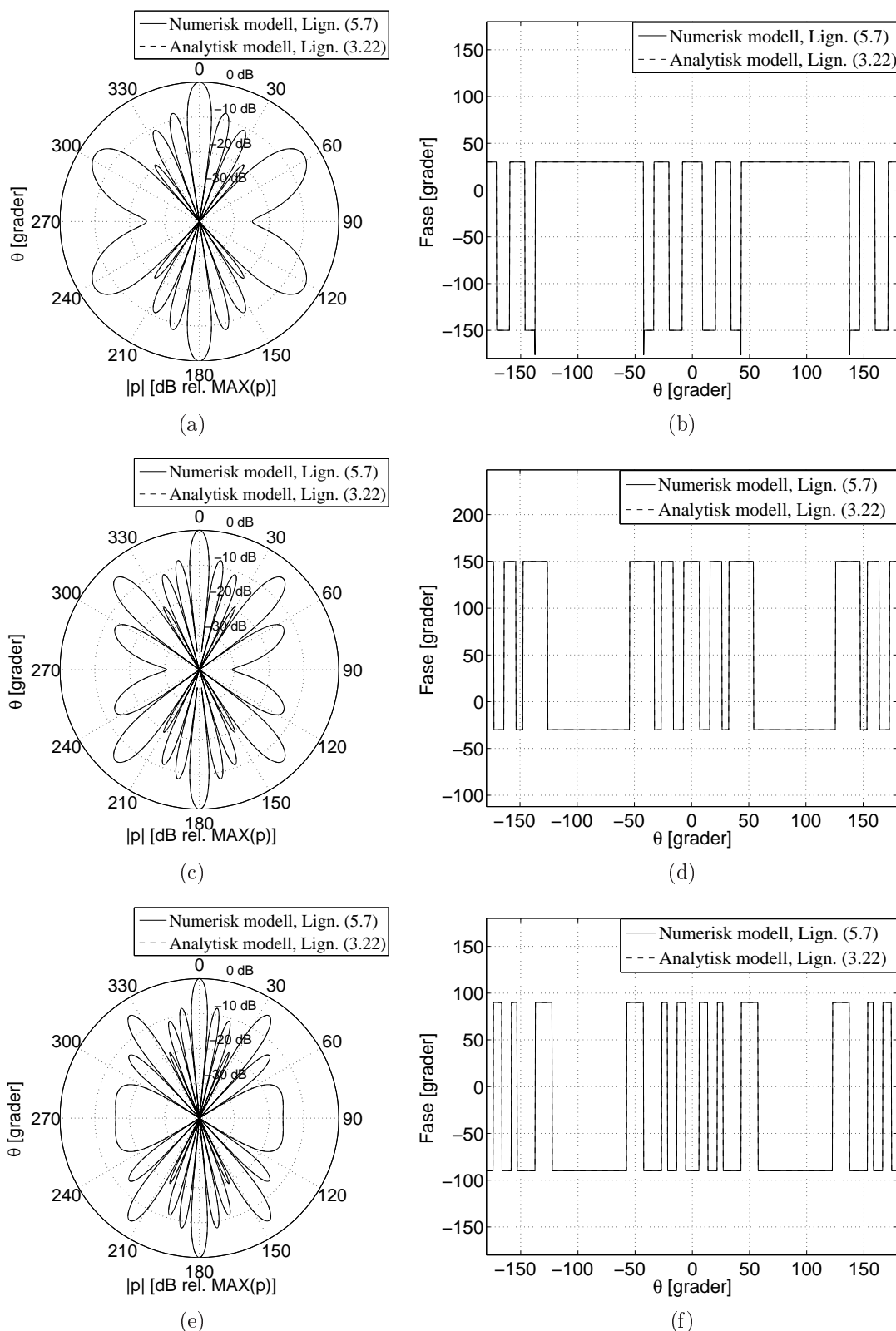
For begge tilfellene er det beregnet det utstrålte lydfeltet i området $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m. Parametere som er benyttet i simuleringen av det utstrålte lydfeltet er gitt i Tab. 6.12 og 6.13.

Tabell 6.12: Tabell for parametere som er benyttet for å simulere det utstrålte lydfeltet fra en diskret sirkelarray av stempelkilder, gitt med Lign. (5.7) og Lign. (3.22), med $a_i = 0.02$ m.

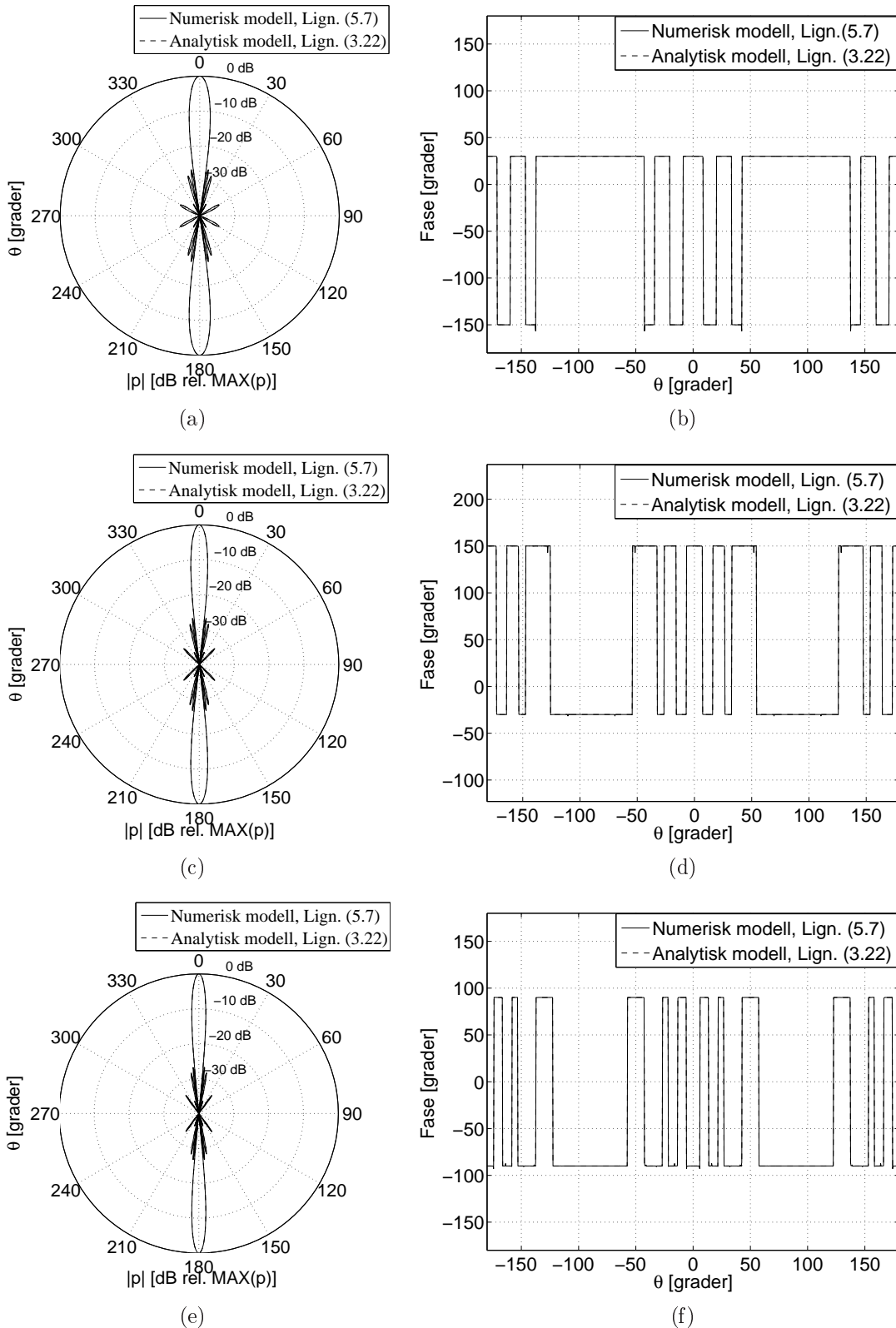
Parameter	Verdi
a_a	0.19 m
$\Delta\phi$	0.5236 rad
c	1500 m/s
φ_i	0
K_i	1
$\theta_{0,i}$	0
$\phi_{0,i}$	0
$\theta_{s,i}$	$\frac{\pi}{2}$
N	12
i	1, 2, 3, ..., 12
$B_{p,i}$	1
$\rho c v_i S$	1
f	20 kHz, 25 kHz, 30 kHz
ka_i	1.7, 2.1, 2.5
ka_a	15.91, 19.9, 23.9

Tabell 6.13: Tabell for parametere som er benyttet for å simulere det utstrålte lydfeltet fra en diskret sirkelarray av stempelkilder, gitt med Lign. (5.7) og Lign. (3.22), med $a_i = 0.2$ m.

Parameter	Verdi
a_a	0.19 m
$\Delta\phi$	0.5236 rad
c	1500 m/s
φ_i	0
K_i	1
$\theta_{0,i}$	0
$\phi_{0,i}$	0
$\theta_{s,i}$	$\frac{\pi}{2}$
N	12
i	1, 2, 3, ..., 12
$B_{p,i}$	1
$\rho c v_i S$	1
f	20 kHz, 25 kHz, 30 kHz
ka_i	17, 21, 25
ka_a	15.91, 19.9, 23.9



Figur 6.14: Simulering av det utstrålte lydfeltet fra en sirkulær array gitt med Lign. (5.7) og (3.22). I (a, c, e) er det beregnet absoluttverdien av lydfeltet og i (b, d, f) er det beregnet fasen. Sirkelarrayen inneholder $N = 12$ stempekilder og radiusen til sirkelarrayen er $a_a = 0.19$ m. Radiusen til hver stempekilde er $a_i = 0.02$ m. Andre parametere er hentet fra Tab. 6.12 og Tab. 6.11. Beregningene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m. Frekvensen er satt til $f = 20$ kHz (a, b), 25 kHz (c, d) og 30 kHz (e, f).



Figur 6.15: Simulering av det utstrålte lydfeltet fra en sirkulær array gitt med Lign. (5.7) og (3.22). I (a, c, e) er det beregnet absoluttverdien av lydfeltet og i (b, d, f) er det beregnet faset. Sirkelarrayen inneholder $N = 12$ stempekilder og radiusen til sirkelarrayen er $a_a = 0.19$ m. Radiusen til hver stempekilde er $a_i = 0.2$ m. Andre parametere er hentet fra Tab. 6.13 og Tab. 6.11. Beregningene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0$ og $r = 10000$ m. Frekvensen er satt til $f = 20$ kHz (a, b), 25 kHz (c, d) og 30 kHz (e, f).

I Fig. 6.14 er det vist simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en diskret sirkelarray med $N = 12$ stempelkilder. Dette er her benyttet Lign. (5.7) hvor dette er sammenlignet med Lign. (3.22). Posisjonen til hver stempelkilde er gitt i Tab. 6.11 og parametere som er benyttet i simuleringen er gitt i Tab. 6.12.

Ved å se på absoluttverdien til simuleringen av utstrålte lydfeltet i (a, c, e) viser dette et godt samsvar mellom Lign. (5.7) og Lign. (3.22). Avviket mellom dem er mindre enn 0.0002 dB. Et så lite avvik er neglisjerbar.

Fasen til det utstrålte lydfeltet er gitt i figurene (b, d, f). I (b) er det observert noen toppe som avviker hvor størrelsen til toppene er 25° . Toppene skyldes nærfelteffekter fra sylinderarrayen og det er sett at når avstanden til mottakerpunktet økes vil toppene forsvinne. De resterende plottene har et avvik på mindre enn 0.03° .

Helhetlig viser denne testen at det er god samsvar mellom Lign. (5.7) og (3.22) når mottakerpunktet er i fjernfeltet til sirkelarrayen og det er en lav verdi for ka_i .

I Fig. 6.15 er det vist beregningen av det utstrålte lydfeltet for en diskret sirkelarray med $N = 12$ stempelkilder. Radiusen til hver stempelkilde er $a_i = 0.2$ m og radiusen til sirkelarrayen er $a_a = 0.19$ m. I dette tilfellet vil hver stempelkilde overlape hverandre noe som bryter med virkeligheten. Poenget med denne testen er å vise det utstrålte lydfeltet når $ka_i \gg 1$.

I simuleringen er det benyttet Lign. (5.7) og (3.22) hvor posisjonen til hver stempelkilde og parametere som er benyttet er gitt i Tab. 6.11 og Tab. 6.13.

Absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet er i (a, c, e) og det er observert et godt samsvar mellom de to modellene. Avviket mellom de to modellene er under 0.0002 dB og i praksis kan dette neglisjeres.

Fasen til det utstrålte lydfeltet er gitt i (b, d, f). I (b) er det vist et godt samsvar i fasen. Her er også noen toppe som avviker hvor dette avviket er på 6° . Ved å øke avstanden til mottakerpunktet vil avviket bli neglisjerbar. I området utenfor toppene er avviket mindre enn 0.02° som er neglisjerbar.

Tilsvarende i (d) observeres det noen få avvik på 6° i beregningen av Lign. (5.7) i forhold til beregningen av Lign. (3.22). Utenom dette er avviket på 0.04° . Det er også observert at avviket blir mindre når avstanden til mottakerpunktet øker.

I (f) er det noen få toppe som avviker i beregningene hvor dette avviket er 3° . Avviket ellers er under 0.02° . Når avstanden til mottakerpunktet blir større er det observert at avviket blir mindre.

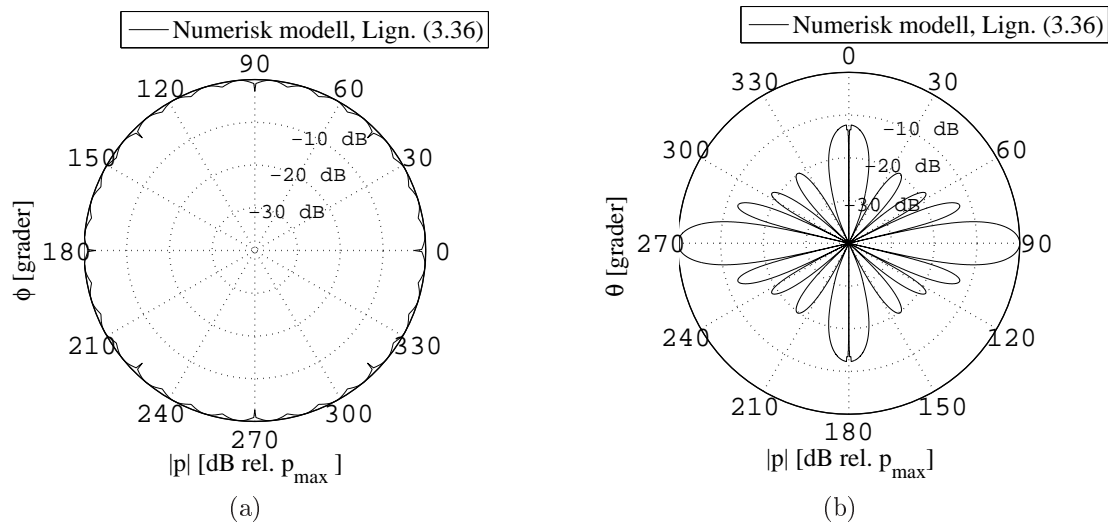
Helhetlig viser denne testen at simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array av stempelkilder, hvor $ka_i \gg 1$, fra Lign. (5.7) er i samsvar med simuleringen av den analytiske modellen for det utstrålte lydfeltet fra en diskret sirkelarray som er gitt i Lign. (3.22).

6.6 Dokumentasjon av unøyaktigheter i det utstrålte lydfeltet

Fra de tidligere testene er det vist simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array av stempekilder, som er gitt med det direkte bidraget fra stempekildene i Lign. (5.7), hvor dette er testet mot analytiske modeller fra litteraturen. Det er vist at det er et godt samsvar mellom beregningene fra Lign. (5.7) og beregningene fra de analytiske modellene. Det har vært noe avvik som skyldes at de analytiske modellene for diskret linjearray, diskret rektangelarray og diskret sirkelarray er fjernfeltløsninger. Det er sett at ved $r = 10000$ m er det fortsatt noe nærfelteffekter i fasen. Dersom avstanden til mottakerpunktet økes blir avviket neglisjerbart.

På bakgrunn av testene av simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array er det her antatt at simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray av stempekilder, gitt med Lign. (3.36), også er riktig siden dette er det samme programmet. Det er dermed klart til å simulere det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray av stempekilder.

Men i simuleringen viser det seg at det oppstår noen uforutsette effekter. Dette er vist i Fig. 6.16.



Figur 6.16: Beregninger av absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array med $N = 32$ staver og $M = 8$ stempekilder i hver stav, hvor radiusen til sylinderarrayen er $a_a = 0.19$ m. Posisjonen og orienteringen til hver stempekilde er gitt i vedlegg E. Beregningene er plottet i (a) asimut plan hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ $r = 100$ m og i (b) er det plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 5.625^\circ$ og $r = 100$ m. Stempelkildenes radius er $a = 0.02$ m hvor avstanden mellom to stempekilder er $\Delta a = 0.0015$ m. Det er beregnet for frekvensen $f = 20$ kHz som gir $ka = 1.7$ når $c = 1500$ m/s. Alle stempekildene er aktive og ståler uniformt slik at $K_{nm} = 1$ og $\varphi_{nm} = 0$.

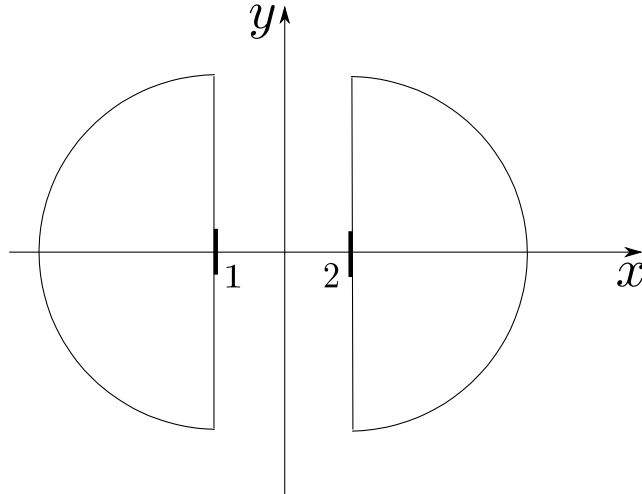
I Fig. 6.16 er det vist beregningene av absoluttverdien for det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array av stempekilder. Radiusen til alle stempekildene er $a = 0.02$ m hvor alle stempekildene stråler uniformt. Radiusen til sylinderarrayen er $a_a = 0.19$ m. Posisjonen og orienteringen til hver stempekilde er gitt i vedlegg E. Beregningene for det utstrålte lydfeltet i asimut plan er gitt i (a) hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $r = 100$ m og i (b) er det beregnet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 5.625^\circ$ og $r = 100$ m.

Ved å se på plottene er det noen brudd. I (a) er det små brudd ved 0° , 45° , 90° osv. Tilsvarende er det i (b) store brudd ved 0° og 180° .

Årsaken til bruddene er at i beregningene for det utstrålte lydfeltet fra hver stempekilde er det bare gitt et bidrag i området foran stempekilden (-90° til 90°). Dette er fordi hvert stempekilde er antatt å være montert til en uendelig stor og rigid skjerm. Lydfeltet bak hver stempekilde er dermed lik null.

I en reell transduserarray vil det utstrålte lydfeltet fra hver transduser både ha et bidrag forran, til sidene og bak transduseren. Denne effekten er ikke med i simuleringen siden det er benyttet stempelkildemodellen for hver transduser.

For å forklare denne effekten er det skissert i Fig. 6.17 to stempelkilder med utstråling i motsatt retning i forhold til hverandre.



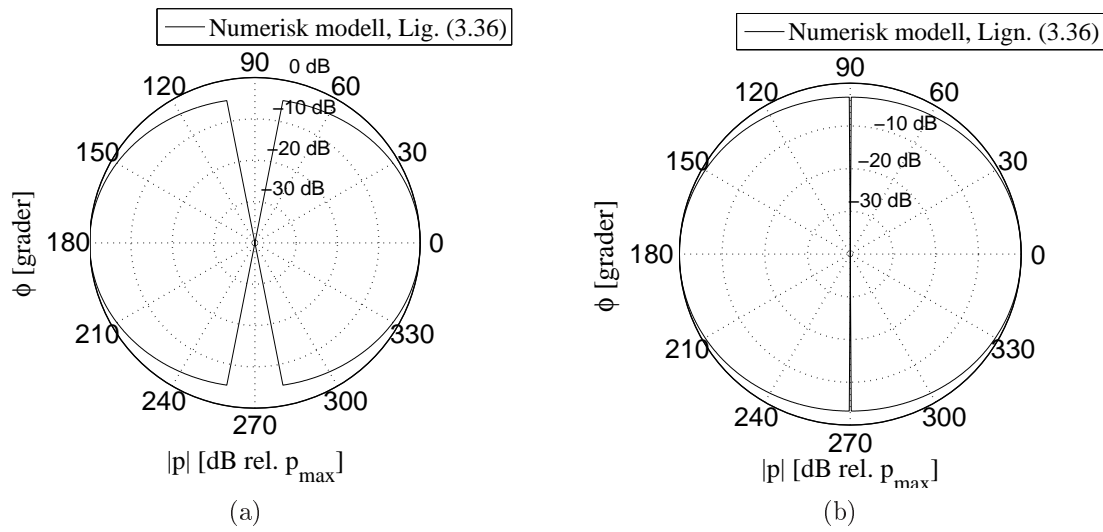
Figur 6.17: Skisse for to stempelkilde plassert i xy -planet med en avstand fra hverandre. Stempelkildene er orientert slik at de stråler i motsatt retning.

Fra skissen i Fig. 6.17 er det vist at for to stempelkilder, hvor begge er montert til en uendelig stor og rigid skjerm, vil det være et lydfritt mellomrom mellom de to stempelkildene når de er rettet fra hverandre. Det lydfrie rommet har en bredde lik avstanden mellom stempelkildene og en lengde strekkes fra $y = -\infty$ til $y = \infty$.

Det er her forventet at den relative bredde, til det lydfrie området, blir mindre i et plott når avstanden til mottakerpunktet øker. Dette er vist i Fig. 6.18.

I Fig. 6.18 er det gitt beregningene for det utstrålte lydfeltet for to stempelkilder som er vendt fra hverandre. Det er plottet i asimut plan når avstanden til mottakerpunktet er gitt ved $r = 1$ m og $r = 100$ m. Denne figuren viser det samme som i Fig. 6.17. Her er bredde til det lydfrie området gitt ved 0.19 m. Når mottakeren er ved $r = 1$ m, (a), observeres en relativ stor bredde i det lydfrie området enn når mottakeren er ved $r = 100$ m, (b).

Dette forklarer bruddene som er vist i Fig. 6.16 og denne informasjonen må bli tatt med videre i de framtidige resultatene.



Figur 6.18: Plott for absoluttverdien av det utstrålte lydfeltet i asimut retning hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $r = 1$ m i (a) og $r = 100$ m i (b). Lydfeltet er beregnet av to stempelkilder med radius $a = 0.02$ m og avstanden mellom stempelkildene er $a_a = 0.19$ m. Stempelkildenes orientering er her $\theta_{0,1} = \frac{\pi}{2}$ og $\phi_{0,1} = 0$ for den første stempelkilden og $\theta_{0,2} = \frac{\pi}{2}$ og $\phi_{0,2} = \pi$ for den andre stempelkilden. Frekvensen er satt til $f = 20$ kHz som gir $ka = 1.7$ når $c = 1500$ m/s.

Kapittel 7

Test av modeller for spredning fra en rigid kule

Fra kapittel 4 er det vist fire analytiske modeller for det spredte lydfeltet fra en rigid kule hvor det innfallende lydfeltet er fra en vilkårlig kilde. Første modellen er gitt med Lign. (4.77),

$$p_s^+ = j\hat{C}_i^+ \omega \rho e^{j\omega t} \sum_{l=0}^{l_{max}} (2l+1)(-1)^l j^l P_l(\cos\alpha'_{fs}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(2)'}(ka_k)} h_l^{(2)}(kR') \quad , \quad (7.1)$$

hvor l_{max} er her en øvre grense for rekken. Denne analytiske modellen oppgir både fjernfeltet og nærfeltet for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Dersom det er bare sett på fjernfelt løsningen, hvor $kR' \gg 1$, er det vist i kapittel 4 at det spredte lydfeltet fra en rigid kule også kan uttrykkes slik som Lign. (4.96),

$$p_s^+ = j\rho c \hat{C}_i^+ \frac{e^{jk(ct-R')}}{R'} \cdot \sum_{l=0}^{l_{max}} (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs}) (\mathfrak{R}_l^t + j\mathfrak{S}_l^t) \quad , \quad (7.2)$$

hvor \mathfrak{R}_l^t og \mathfrak{S}_l^t er verdier som er hentet fra [3] og er gjenngett i Tab. 7.1.

Tilsvarende er det vist at når tidsavhengigheten er gitt som $e^{-j\omega t}$ er det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde slik som det er gitt i Lign. (4.78),

$$p_s^- = -j\hat{C}_i^- \omega \rho e^{-j\omega t} \sum_{l=0}^{l_{max}} (2l+1)j^l P_l(\cos\alpha'_{fs}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') \quad . \quad (7.3)$$

Dersom mottakerpunktet er i fjernfeltet til kulen, $kR' \gg 1$, er det sett at dette igjen kan uttrykkes slik som Lign. (4.103),

$$p_s^- = -j\rho c \hat{C}_i^- \frac{e^{-jk(ct-R')}}{R'} \cdot \sum_{l=0}^{l_{max}} P_l(\cos\alpha'_{fs}) (\mathfrak{R}_l^t - j\mathfrak{S}_l^t) \quad . \quad (7.4)$$

I kapittel 8 er det benyttet Lign. (7.3) for å beregne det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderrarray av stempelkilder. Derfor er det i dette kapittelet undersøkt om implementeringen Lign. (7.3) er riktig.

Dersom det her antas at det innfallende lydfeltet er en plan bølge med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$ er det tidligere vist at $\hat{C}_i^- = -j\frac{v_{0,i}}{k}$. Dette medfører at det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge kan uttrykkes som

$$p_s^- = -B_{p,i} e^{-j\omega t} \sum_{l=0}^{l_{max}} (2l+1)j^l P_l(\cos\alpha'_{fs}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') \quad , \quad (7.5)$$

hvor $B_{p,i} = \rho cv_{0,i}$. Her i denne testen er dette satt til $B_{p,i} = 1$.

Tilsvarende for Lign. (7.4), når det innfallende lydfeltet er en plan bølge, er

$$p_s^- = -B_{p,i} \frac{e^{-jk(ct-R')}}{R'} \cdot \sum_{l=0}^{l_{max}} P_l(\cos\alpha'_{fs})(\Re_l^t - j\Im_l^t) . \quad (7.6)$$

Videre er det antatt at den plane bølgen propagerer langs x' -aksen slik at $\underline{n}_{fs,i} \parallel \underline{e}_x$. Beregningene av det spredte lydfeltet er i det horisontale planet i kulens lokale koordinatsystem. Dette gir $\theta' = \frac{\pi}{2}$ og $\phi' = [0, 2\pi]$. Med de antagelsene som er gitt her vil dette medføre at

$$\alpha'_{fs,i} = \phi' , \quad (7.7)$$

som er i henhold til Lign. (2.18). Det er også videre antatt at kulens radius er $a_k = 0.04$ m.

I avsnitt 7.1 er det undersøkt implementeringen av Lign. (7.3). Denne undersøkelsen er utført ved å sammenligne med fjernfeltløsningen gitt i Lign. (7.4) som er beregnet med verdiene gitt i Tab. 7.1. Det blir også undersøkt hva som skjer dersom mottakerens posisjon er i nærfeltet.

I avsnitt 7.2 er det beregnet det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende sfærisk bølge. Det er her benyttet forskjellige verdier for ka_k hvor beregningene av det spredte lydfeltet blir sammenlignet med plott som er gitt i litteraturen.

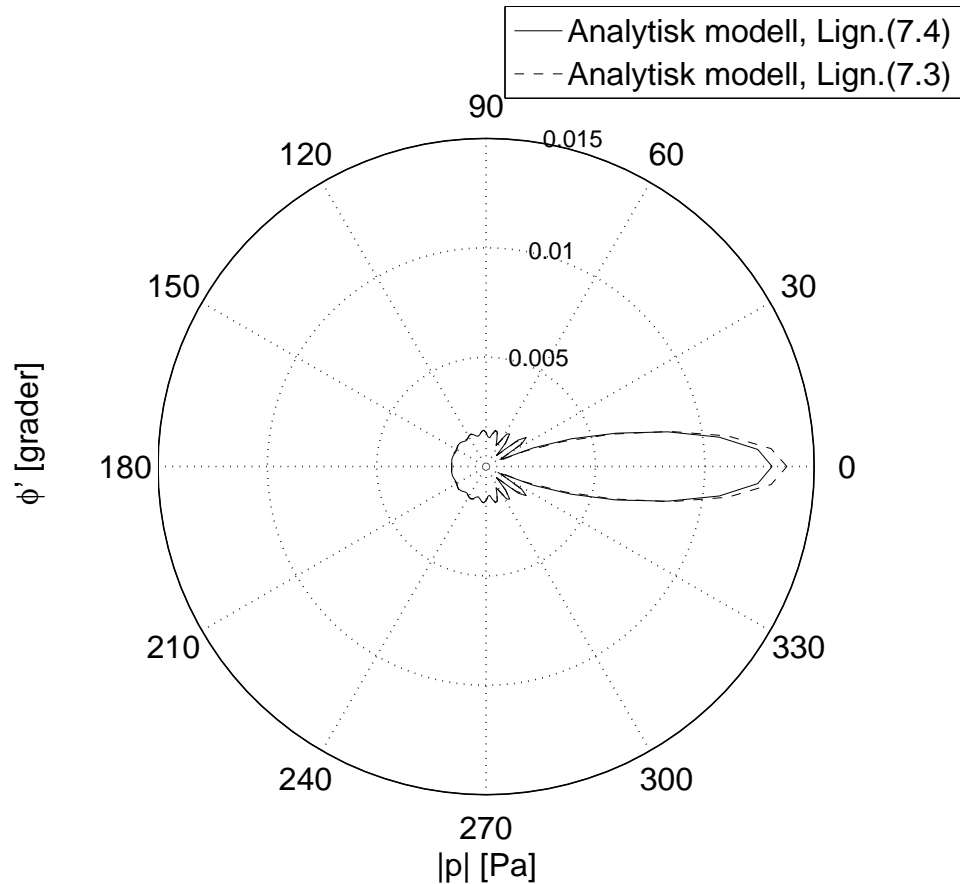
Tabell 7.1: Tabell for verdier for $\Re_{l,i}$ og $\Im_{l,i}$ for $ka_k = 10$ og $\alpha'_{bs,i} = 0$ for i -te kilde. Dette er hentet fra [3].

l	$\Re_{l,i}(10)$	$\Im_{l,i}(10)$
0	-0.488	0.610
1	-1.5	-1.474
2	-2.311	1.547
3	-1.859	-6.469
4	1.242	0.175
5	5.369	-6.695
6	2.9	12.311
7	-6.863	-4.475
8	-0.078	0
9	6.021	-2.152
10	-6.913	2.597
11	3.846	-0.662
12	-1.205	0.058
13	0.279	-0.003
14	-0.052	0
15	0.008	0

7.1 Sammenligning av Lign. (7.3) og Lign. (7.4), hvor $ka_k = 10$

I dette avsnittet er det vist en undersøkelse for implementeringen av Lign. (7.3). Metoden for denne undersøkelsen er å sammenligne Lign. (7.3) med fjernfeltløsningen som er gitt i Lign. (7.4). I beregningen av Lign. (7.4) er det benyttet verdiene som er gitt i Tab. 7.1 hvor $ka_k = 10$. For beregningen av Lign. (7.3) er det tidligere antatt at $a_k = 0.04$ m. Med denne radiusen er $k = 250$ 1/m. Det er også benyttet $l_{max} = 15$ som er det samme antall verdier som er gitt i Tab. 7.1. I avsnitt 8.2.1 er det vist sammenligningen mellom Lign. (7.3) og (7.4) når $l_{max} = 50$.

I første omgang er det beregnet det spredte lydfeltet fra en rigid kule når avstanden mellom kule og mottakeren er gitt med $R' = 1$ m. Dette gir $kR' = 250$.

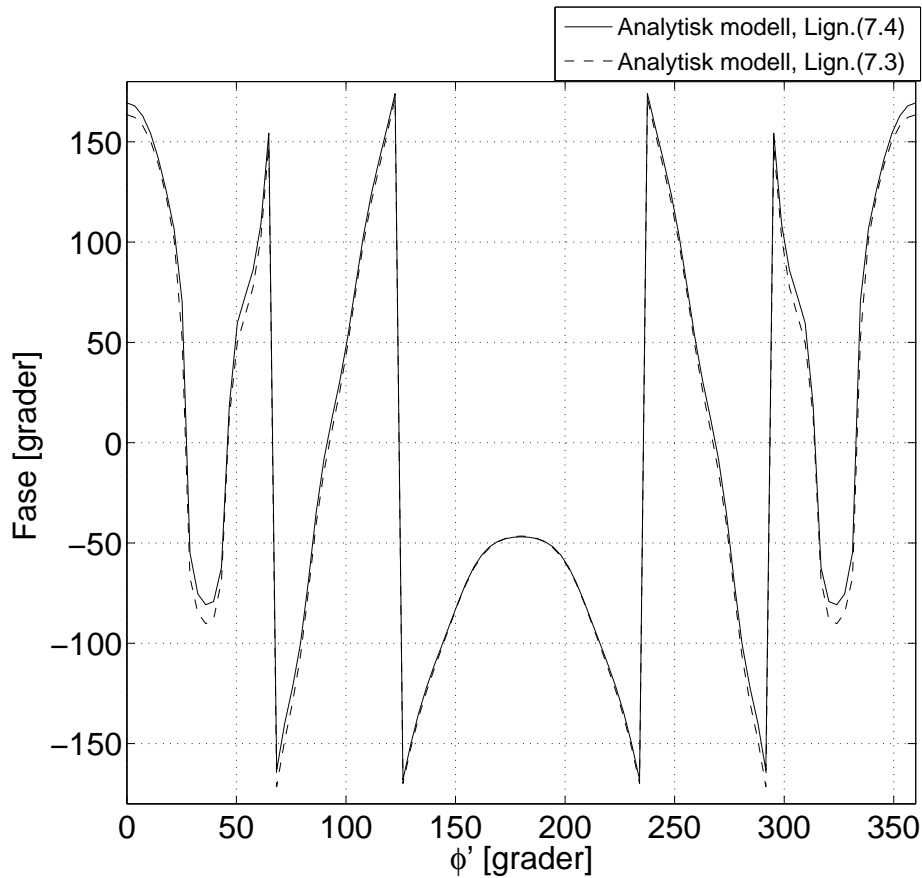


Figur 7.1: Plott for absoluttverdien til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge som propagerer langs x' -akse. Kulens radius er $a_k = 0.04$ m og $ka_k = 10$. Beregningene er gitt fra Lign. (7.3) og fra Lign. (7.4) med verdier hentet fra Tab. 7.1. Her er $\hat{C}^- = -j\frac{v_{0,i}}{k}$ og $B_{pi} = 1$. Beregningene er plottet i det horisontale planet til kulens koordinatsystem hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $R' = 1$ m.

I Fig. 7.1 er det vist beregningene av absoluttverdien for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge og i Fig. 7.2 er det vist fasen til det samme lydfeltet. Her er $ka_k = 10$, $a_k = 0.04$ m og $k = 250$ 1/m som medfører at $kR' = 250$. Beregningene er plottet i det horisontale planet til kulens lokale koordinatsystem.

Fra figurene observeres at mottakerpunktet er i nærfeltet av kule. I Fig. 7.1 er det observert et betydelig avvik i området rundt den foroverrettede spredningen, $\phi' = 0^\circ$. Avviket ellers som er mellom Lign. (7.3) og Lign. (7.4) er mindre enn 0.000035 Pa. I Fig. 7.2 er det vist avvik i fasen mellom Lign. (7.3) og (7.4). Det observeres at avviket er minst i området rundt det tilbakespredte lydfeltet, $\phi' = 180^\circ$. I området rundt den foroverrettede spredningen, $\phi' = [-50^\circ, 50^\circ]$, er det store avvik.

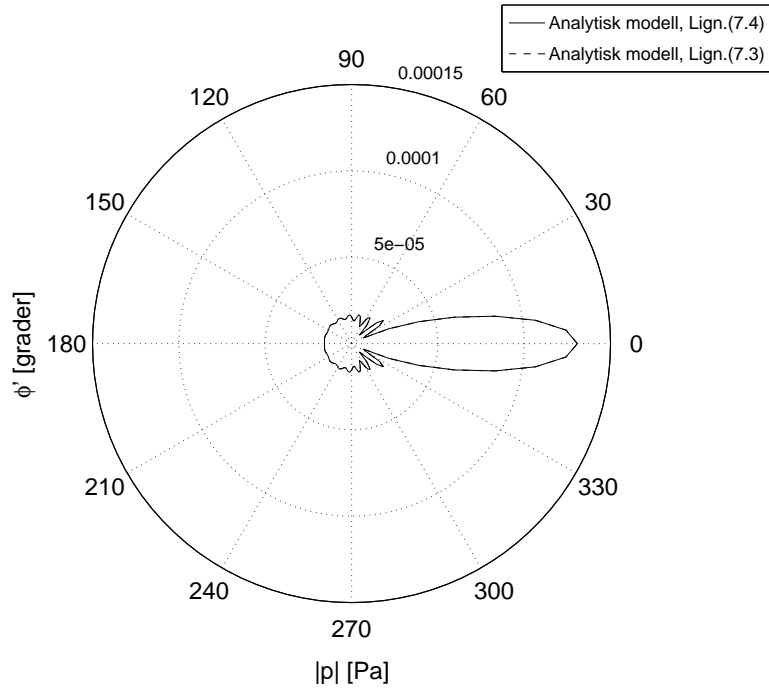
Denne testen viser at mottakerpunktet er i nærfeltet til kule og derfor blir det store avvik mellom Lign. (7.3) og fjernfeltløsningen gitt ved Lign. (7.4). Videre blir det utført en sammenligning av de to analytiske modellene når $R' = 200$ m og $kR' = 50000$.



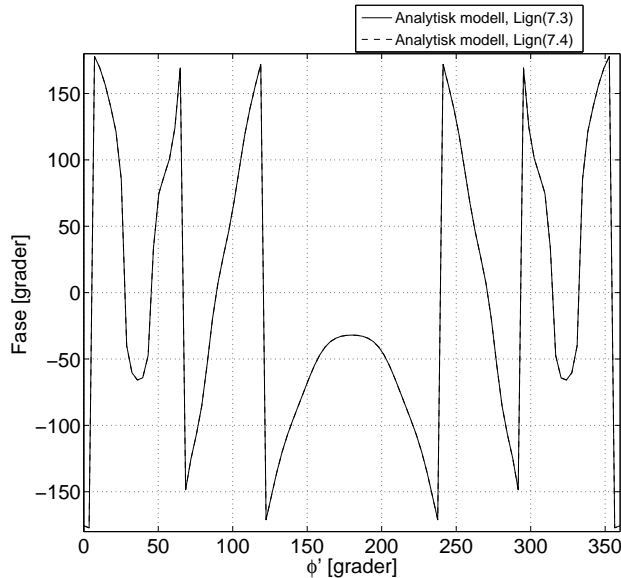
Figur 7.2: Plott for fasen til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge som propagerer langs x' -akse. Kulens radius er $a_k = 0.04$ m og $ka_k = 10$. Beregningene er gitt fra Lign. (7.3) og fra Lign. (7.4) med verdier hentet fra Tab. 7.1. Her er $\hat{C}^- = -j\frac{v_{0,i}}{k}$ og $B_{p_i} = 1$. Beregningene er plottet i det horisontale planet til kulens koordinatsystem hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $R' = 1$ m.

I Fig. 7.3 er det vist beregningene av absoluttverdien til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge. Igjen så er $ka_k = 10$ og beregningene er i det horisontale planet til kulens lokale koordinatsystem hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi' = [0, 2\pi]$ og $R' = 200$ m. Det observeres her at det er god samsvar mellom Lign. (7.3) og (7.4). Det største avviket er i den foroverrettede spredningen, $\phi' = 0^\circ$, hvor dette avviket er $1 \cdot 10^{-7}$ Pa. Dette er et så lite avvik at det i praksis kan neglisjeres. I Fig. 7.4 er det vist beregningene for fasen til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge. Det er her observert et godt samsvar mellom Lign. (7.3) og (7.4). Det største avviket er i den foroverrettede spredningen, $\phi' = 0^\circ$, hvor avviket er 0.03° . Dette er igjen et så lite avvik at det i praksis kan neglisjeres.

Denne testen har vist at det er et godt samsvar mellom de to analytiske modellene når mottakerens posisjon er i fjernfeltet. Dette tyder igjen på at implementeringen av Lign. (7.3) er riktig.



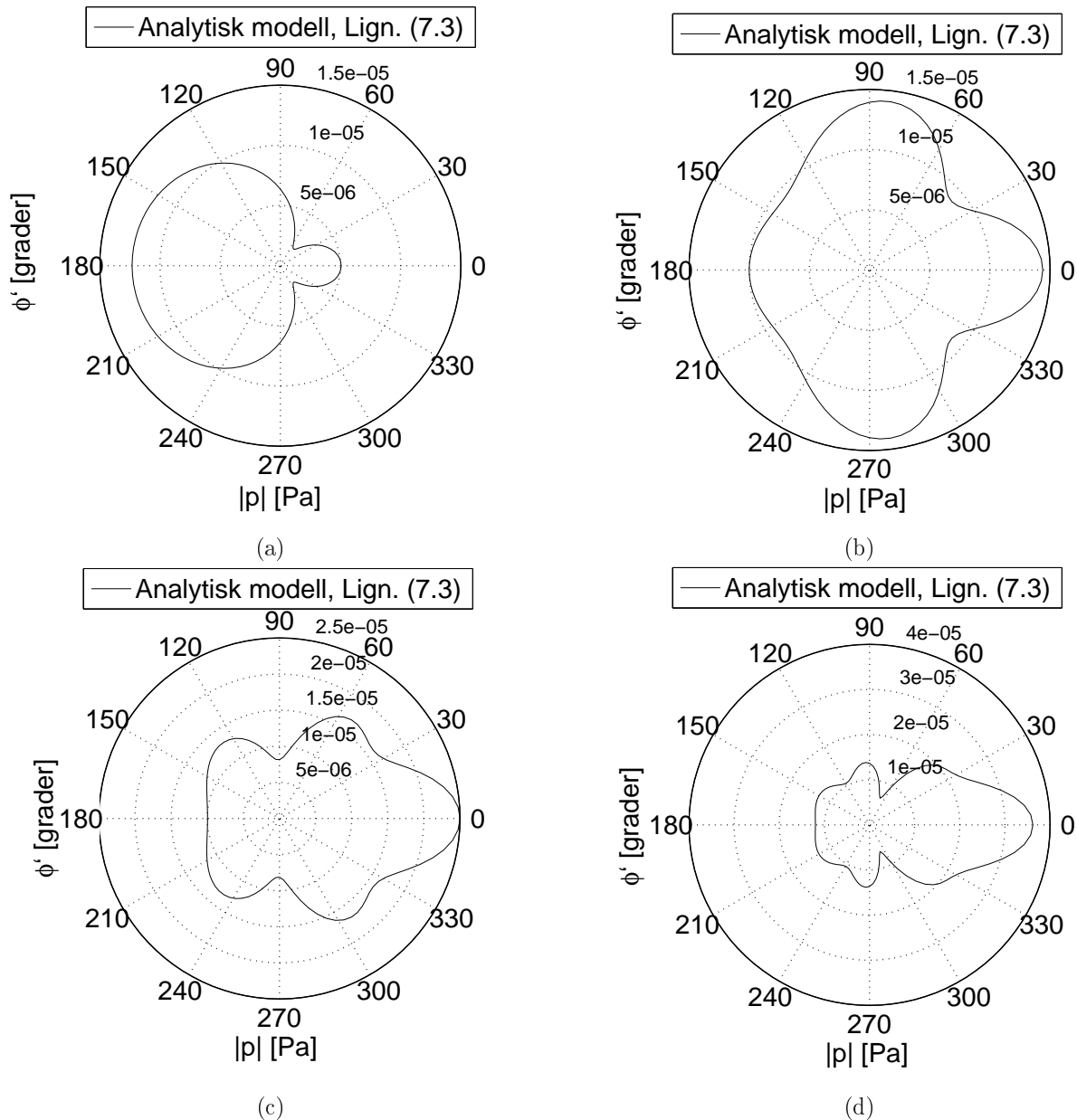
Figur 7.3: Plott for absoluttverdien til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge som propagerer langs x' -akse. Kulens radius er $a_k = 0.04$ m og $ka_k = 10$. Beregningene er gitt fra Lign. (7.3) og fra Lign. (7.4) med verdier hentet fra Tab. 7.1. Her er $\hat{C}^- = -j\frac{v_{0,i}}{k}$ og $B_{p_i} = 1$. Beregningene er plottet i det horisontale planet til kulens koordinatsystem hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $R' = 200$ m.



Figur 7.4: Plott for fasen til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge som propagerer langs x' -akse. Kulens radius er $a_k = 0.04$ m og $ka_k = 10$. Beregningene er gitt fra Lign. (7.3) og fra Lign. (7.4) med verdier hentet fra Tab. 7.1. Her er $\hat{C}^- = -j\frac{v_{0,i}}{k}$ og $B_{p_i} = 1$. Beregningene er plottet i det horisontale planet til kulens koordinatsystem hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $R' = 200$ m.

7.2 Spredning fra en rigid kule med ulike verdier for ka_k

I dette avsnittet blir det vist beregningene for absoluttverdien til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende sfærisk bølge som propagerer langs x' -aksen. I beregningene er det benyttet Lign. (7.3), hvor $\hat{C}_i^- = \frac{-e^{jkR'}}{4\pi R'}$ er magnituden til en punktkilde slik som det er gitt i [3]. Beregningene av dette blir sammenlignet med de tilsvarende plottene som er gitt i [3]. I [3] er det gitt plott for $ka_k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$ og 10 . Siden det allerede er testet for $ka_k = 10$ i dette kapitlet blir det videre testet for de resterende verdiene for ka_k . Plotting av fasen er ikke presentert her til sammenligning siden beregninger av fasen ikke er funnet i annen litteratur. Beregningene er i kulens asimute plan, hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $R' = 200$ m d.v.s. i fjernfeltet til det spredte lydfeltet fra den rigide kule.



Figur 7.5: Beregninger for absoluttverdien til det spredte lydfeltet til en rigid kule med en innfallende sfærisk bølge som propagerer langs x' -aksen. Beregningene er gitt fra Lign. (7.3), hvor $ka_k = 1$ i (a), 2 i (b), 3 i (c) og 4 i (d) og $B_{p,i} = 1$. Det er plottet i det horisontale planet i kulens lokale koordinatsystem hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi' = [0, 2\pi]$ og $R' = 200$ m.

I Fig. 7.5 er det vist beregningene for absoluttverdien til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende sfærisk bølge. Den sfæriske bølgen propagerer her langs x' -aksen. Her er $B_{p,i} = 1$. Beregningene er plottet i det horisontale planet til kulens lokale koordinatsystem hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi' = [0, 2\pi]$ og $R' = 200$ m.

I (a) er det plottet det spredte lydfeltet fra en rigid kule når $ka_k = 1$. Det observeres et minimum i lydtrykket ved ϕ' ca. 55° og ca. 305° . Dette er også tilfelle i plottet som er gitt i [3]. Ved å sammenligne resten av plottet i (a) og sammenligner dette med det tilsvarende plottet i [3] viser dette at beregningene fra Lign. (7.3) er i god samsvar med det som er gitt i [3].

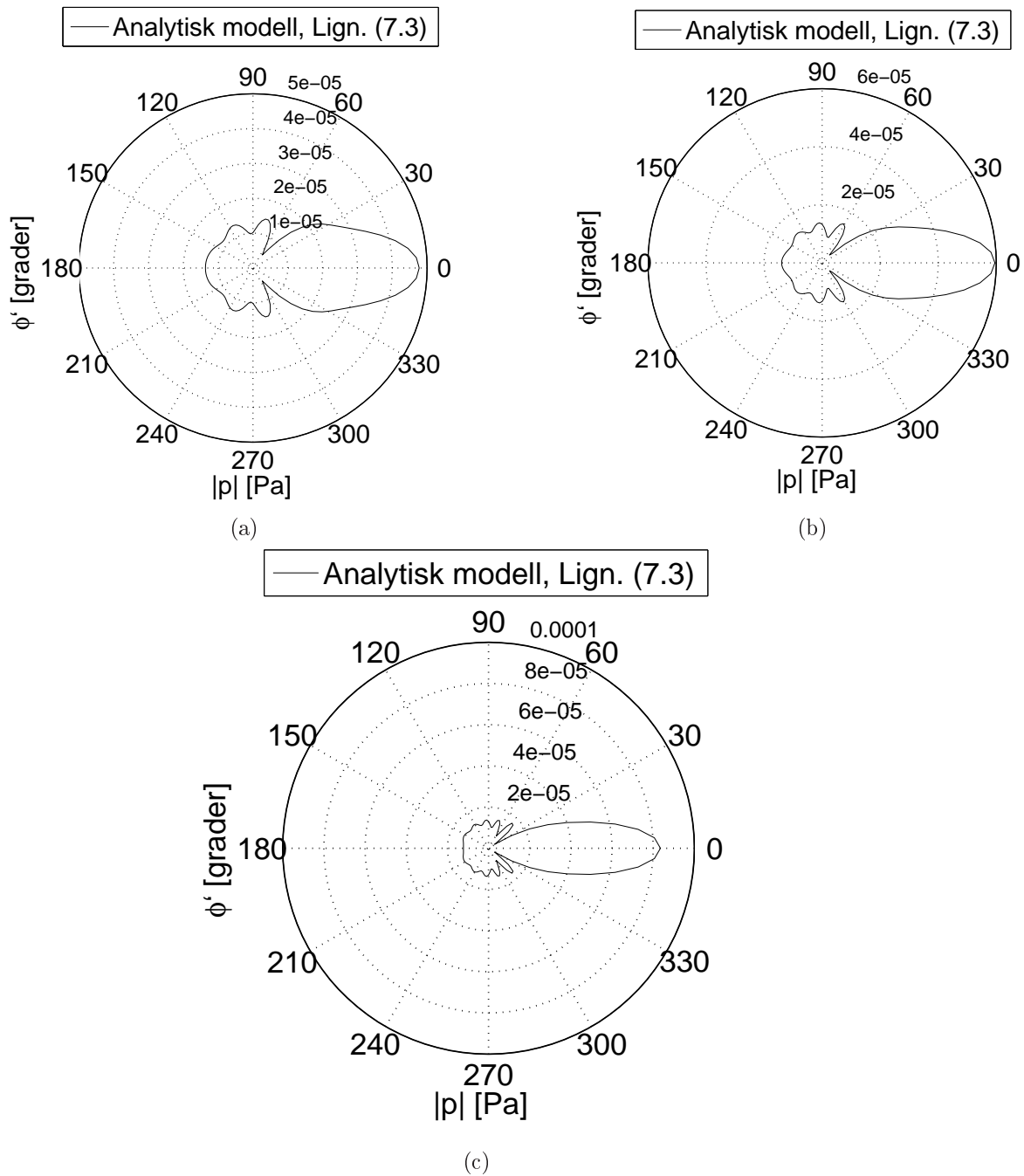
Ved å sammenligne de resterende plottene, hvor $ka_k = 2$ er gitt i (b), $ka_k = 3$ er gitt i (c) og $ka_k = 4$ er gitt i (d), er det sett et godt samsvar med plottene gitt i [3] med unntak av (d). I [3] virker det som at området rundt det tilbakespredte lydfeltet, $\phi' = 180^\circ$, er litt mer avrundet enn det som er observert i (d). Men dette er i tilfelle et lite avvik.

I Fig. 7.6 er det vist beregningene av absoluttverdien til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende sfærisk bølge som propagerer langs x' -aksen. Beregningene er i kulens horisontale plan hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi' = [0, 2\pi]$ og $R' = 200$ m. Radiusen til kule er $a_k = 0.04$ m og $ka_k = 5$ i (a), 6 i (b) og 8 i (c).

Beregningene som er vist i (a, b, c) er sammenlignet med de tilsvarende plottene som er gitt i [3]. I sammenligningen er det sett et godt samsvar mellom plottene i Fig. 7.6 og plottene gitt i [3] med unntak av (c). Absoluttverdien av det spredte lydfeltet i (c) virker noe flatere enn det som er oppgitt i [3] i området rundt det tilbakespredte, $\phi' = 180^\circ$. Det har ikke lyktes i å bestemme om det er et avvik. Dersom det er et avvik er den i dette tilfellet veldig liten.

Fra tidligere er det påpekt at det ikke er samsvar mellom plottene gitt i [2] og plottene gitt i [3]. Beregningene som er utført i dette kapitlet viser er derimot i samsvar med [3]. Hvorfor plottene i [2] ikke er i samsvar med beregningene i dette kapitlet eller med [3] er ikke kjent.

Helhetlig viser denne testen at implementeringen av Lign. (7.3) er riktig selv om det er antydninger til noe små avvik.



Figur 7.6: Beregninger for absoluttverdien til det spredte lydfeltet til en rigid kule med en innfallende sfærisk bølge som propagerer langs x' -aksen. Beregningene er gitt fra Lign. (7.3) hvor $ka_k = 5$ i (a), 6 i (b) og 8 i (c) og $B_{p,i} = 1$. Det er plottet i det horisontale planet i kulens lokale koordinatsystem hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi' = [0, 2\pi]$ og $R' = 200$ m.

Kapittel 8

Simulering av spredningen fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylindrisk array av stempelkilder

I dette kapitlet blir det vist resultatet av simuleringen av det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderray av stempelkilder. Skisse av et slik system er tidligere gitt i Fig. 5.2. Beregninger for det utstrålte lydfeltet, i et mottakerpunkt, fra en sylinderray med $N = 32$ staver og $M = 8$ stempelkilder i hver stav er gitt i Lign. (3.36) hvor α_{nm}^d er gitt i Lign. (3.32),

$$\alpha_{nm}^d = \cos^{-1} \left(\frac{\begin{aligned} &(r \sin \theta \cos \phi - r_{s,nm} \sin \theta_{s,nm} \cos \phi_{s,nm}) \cdot \sin \theta_{0,nm} \cos \phi_{0,nm} \\ &+ (r \sin \theta \sin \phi - r_{s,nm} \sin \theta_{s,nm} \sin \phi_{s,nm}) \cdot \sin \theta_{0,nm} \sin \phi_{0,nm} \\ &+ (r \cos \theta - r_{s,nm} \cos \theta_{s,nm}) \cdot \cos \theta_{0,nm} \end{aligned}}{|\underline{R}_{nm}^d|} \right). \quad (8.1)$$

Her er (r, θ, ϕ) posisjonen til et mottakerpunkt relativ det globale koordinatsystemet og $(r_{s,nm}, \theta_{s,nm}, \phi_{s,nm})$ er posisjonen til m -te stempelkilde i n -te stav relativ det globale koordinatsystemet. Vinklene $\theta_{0,nm}$ og $\phi_{0,nm}$ angir orienteringen til m -te stempelkilde i n -te stav og er relativ kildens lokale koordinatsystem. I vedlegg E er det oppgitt posisjonen til alle stempelkildene i xyz-koordinater og orienteringen til hver av dem. Andre parametere som inngår i beregningen av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray er gitt i Tab. 8.1.

Beregninger for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderray av stempelkilder er beregnet fra av Lign. (5.9). Her er

$$\alpha_{nm} = \cos^{-1} \left(\frac{\begin{aligned} &(r_k \sin \theta_k \cos \phi_k - r_{s,nm} \sin \theta_{s,nm} \cos \phi_{s,nm}) \cdot \sin \theta_{0,nm} \cos \phi_{0,nm} \\ &+ (r_k \sin \theta_k \sin \phi_k - r_{s,nm} \sin \theta_{s,nm} \sin \phi_{s,nm}) \cdot \sin \theta_{0,nm} \sin \phi_{0,nm} \\ &+ (r_k \cos \theta_k - r_{s,nm} \cos \theta_{s,nm}) \cdot \cos \theta_{0,nm} \end{aligned}}{|\underline{R}_{nm}|} \right), \quad (8.2)$$

hvor (r_k, θ_k, ϕ_k) er koordinatene til kulen relativ det globale koordinatsystemet. Denne vinkelen angir retningen til kulens posisjon relativ orienteringen til m -te stempelkilde i n -te stav. Fra Lign. (2.18) er

$$\alpha'_{f,s,i} = \cos^{-1} \left(\frac{\begin{aligned} &(R' \sin \theta' \cos \phi') \cdot (\sin \theta_k \cos \phi_k - \sin \theta_{si} \cos \phi_{si}) \\ &+ (R' \sin \theta' \sin \phi') \cdot (\sin \theta_k \sin \phi_k - \sin \theta_{si} \sin \phi_{si}) \\ &+ \frac{(R' \cos \theta') \cdot (\cos \theta_k - \cos \theta_{si})}{|\underline{R}'|} \end{aligned}}{|\underline{R}'|} \right), \quad (8.3)$$

hvor (R', θ', ϕ') er koordinatene til mottakerpunktet relativ kulens lokale koordinatsystem. Denne vinkelen er benyttet for å beregne det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderray av stempelkilder i avsnitt 8.2. Andre parametere som inngår i beregningen av det spredte lydfeltet fra en rigid kule er gitt i Tab. 8.1.

8.1. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDERARRAY

Det er videre antatt at lyden propagerer i vann slik at $c = 1500$ m/s. I tillegg er det antatt at kulens radius er $a_k = 0.04$ m og alle stempelkildene har den samme radiusen, $a_{nm} = a = 0.02$ m.

I avsnitt 8.1 er det presentert resultatet for beregningen av det utstrålte lydfeltet fra en sylindrerarray av stempelkilder hvor det i beregningene er benyttet Lign. (3.36) og parameterene i Tab. 8.1. Først blir det utstrålte lydfeltet undersøkt når alle stempelkildene er uniformt vektet. Deretter blir det undersøkt det utstrålte lydfeltet når hver stempelkilde er vektet i enten amplituden eller i fasen.

Det spredte lydfeltet, relativ kulens koordinatsystem, fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylindrerarray er presentert i avsnitt 8.2. I første omgang er det undersøkt hvor stor l_{max} må være for at rekken i Lign. (5.9) skal gi en tilstrekkelig konvergens. Dette er sammenlignet med testen i avsnitt 7.1. Deretter blir det undersøkt det spredte lydfeltet fra en rigid kule når kulens posisjon er i nærfeltet til sylindrerarrayen.

I avsnitt 8.3 er det undersøkt det tilbakespredte lydfeltet fra en rigid kule i posisjonen til hver stempelkilde. Det blir også undersøkt hva som skjer med den mottatte lydtrykksamplituden når stempelkildene er ulik vektet ved utstråling.

Tabell 8.1: Parametere benyttet for beregninger av Lign. (3.36) og Lign. (5.9)

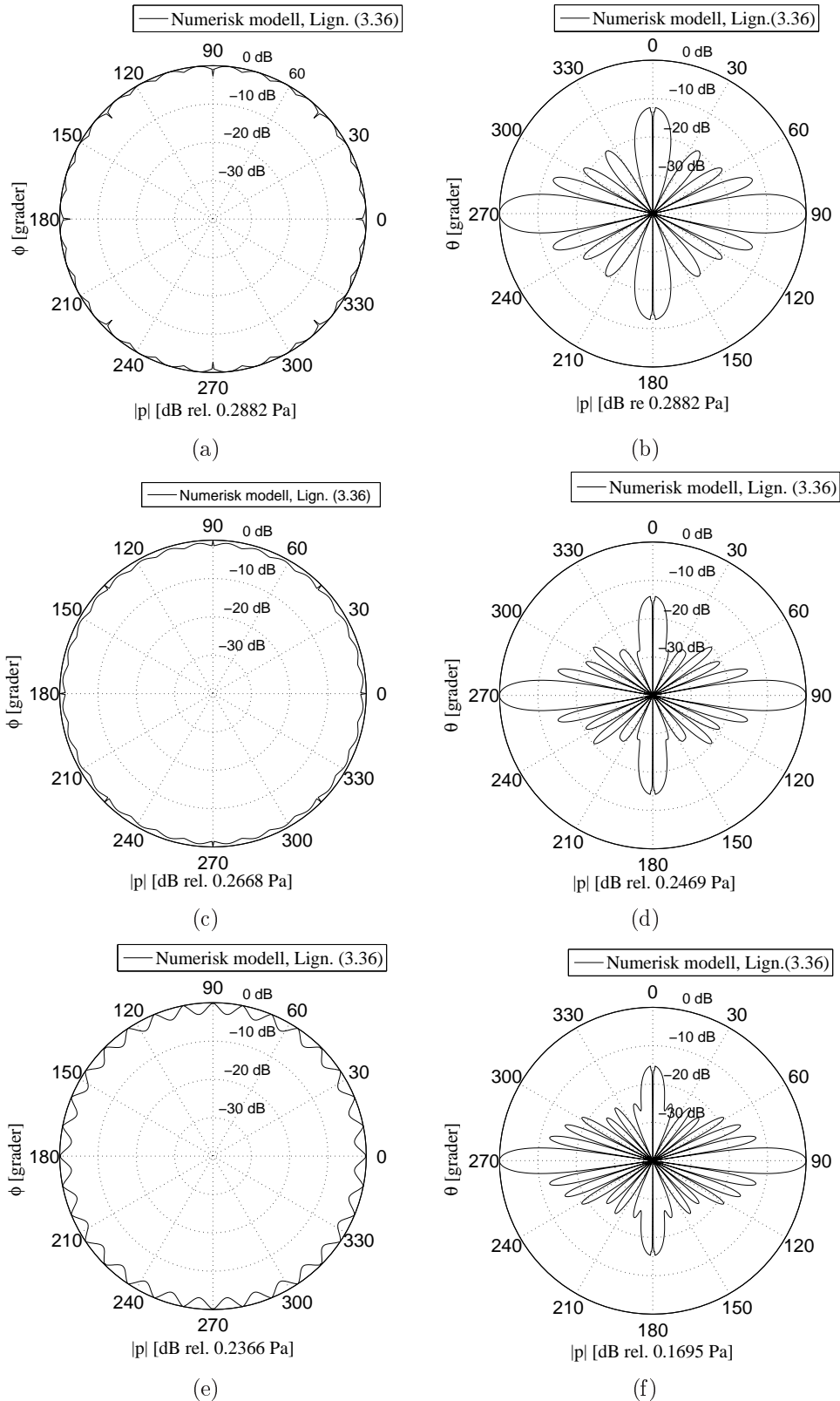
Parameter	Verdi
c	1500 m/s
a	0.02 m
Δa	0.0015 m
h	0.0415 m
H	0.3305 m
a_k	0.04 m
a_a	0.19 m
B_p	1
$\Delta\phi$	0.196 rad
N	32
n	1, 2, 3, ..., 32
M	8
m	1, 2, 3, ..., 8
f	20 kHz, 25 kHz, 30 kHz
k	83.78 1/m, 104.72 1/m, 125.66 1/m
ka	1.7, 2.1, 2.5
ka_k	3.4, 4.2, 5.0
kH	27.7, 34.6, 41.5

8.1 Det utstrålte lydfeltet fra en sylindrerarray

I dette avsnittet blir det undersøkt det utstrålte lydfeltet til en sylindrisk array av stempelkilder hvor stempelkildene enten er uniformt vektet eller hvor hver stempelkilde er vektet forskjellig.

8.1.1 Alle stempelkilder er uniformt vektet

I dette underavsnittet blir det vist resultatet for det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array av stempelkilder, som er beregnet fra Lign. (3.36), når alle stempelkildene er uniformt vektet. I dette tilfellet er $B_p = 1$ Pa, $K_{nm} = 1$ og $\varphi_{nm} = 0$. Posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Andre parametere som er benyttet er gitt i Tab. 8.1. Det er beregnet i det horisontale planet, hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $r = 100$ m, og i det vertikale planet, hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 5.625^\circ$ og $r = 100$ m. Valget av $\phi = 5.625^\circ$ er kommentert i avsnitt 8.1.2.



Figur 8.1: Plott for absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet beregnet fra Lign. (3.36) med parameter fra Tab. 8.1. Posisjon og orientering til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Alle stempelkildene er vektet med $K_{nm} = 1$ og $\varphi_{nm} = 0$. Frekvensen er satt til $f = 20$ kHz i (a, b), 25 kHz i (c, d) og 30 kHz i (e, f). I (a, c, e) er det plottet det horisontale utsnittet hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $r = 100$ m og i (b, d, f) er det plottet det vertikale utsnittet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 5.625^\circ$ og $r = 100$ m.

8.1. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDERARRAY

I Fig. 8.1 er det plottet beregningene for absoluttverdien av det utstrålte lydfeltet for en sylinderarray med 256 stempelkilder hvor posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Det utstrålte lydfeltet er beregnet både i det vertikale planet og i det horisontale planet i det globale koordinatsystemet.

I første omgang blir sett på de horisontale plottene i (a, c, e). Fra avsnitt 6.6 er det kommentert kunstige effekter ved valget av å benytte stempelkilde. Dette skyldes at hver stempelkilde er montert til en uendelig stor og rigid skjerm noe som vil medføre til kunstige 'dipper' og topper i $\phi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ$ og 315° . Disse kunstige effektene må derfor bli tatt til betraktning.

Det observeres at beregningene i (a), hvor frekvensen er satt til $f = 20$ kHz, inneholder 32 lokale bunnpunkter og 32 lokale topppunkter hvor bunnpunktene er ca. 1 dB svakere enn topppunktene. Her er lydtrykksamplituden i topppunktene er 0.2882 Pa. Dette skyldes bidraget av det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde. Når forskjellen mellom de lokale topppunktene og de lokale bunnpunktene er så små gir dette nesten et 'omnidirectional' plott for det utstrålte lydfeltet i horisontal retning.

I (c), hvor $f = 25$ kHz, observeres at de lokale bunnpunktene er ca. 1 dB svakere enn topppunktene. Dette viser at overgangen fra $f = 20$ kHz til $f = 25$ kHz gir ingen synlig effekt i det horisontale utsnittet av det utstrålte lydfeltet. I (c) er det oppgitt at den maksimale lydtrykksamplituden er 0.2669 Pa. Dette er derimot lydtrykksamplituden til den kunstige effekten som er beskrevet i avsnitt 6.6. Første toppunkt er derimot i $\theta = 5.625^\circ$ og fra (d) er det gitt at lydtrykksamplituden til topppunktene er 0.2469 Pa.

Når frekvensen er satt til $f = 30$ kHz er det vist i (e) at det utstrålte lydfeltet er ikke så "omnidirectional" som ved de to andre frekvensene. Lydtrykksamplituden til topppunktene er her 0.2366 Pa. Bunnpunktene er her ca. 3 dB svakere enn topppunktene. Dette skyldes effekten av at det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde har blitt endret. Mer om dette blir diskutert i avsnitt 9.1.

Det observeres også at i (a) og (c) er første toppunkt ved ca. $\phi = 5^\circ$ og i (e) er det første toppunktet i $\phi = 0^\circ$. Dette skyldes også at det totale utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray er oppbygget av summen av det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde. Når frekvensen økes vil det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde endres. Ved $f = 30$ kHz har det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde forandret seg nok til at retningene til de lokale topppunktene er forskjøvet slik at de er plassert der hvor hver stav er lokalisert. Det observeres også at lydtrykksamplituden i topppunktene blir svakere når frekvensen økes.

I (b) er det plottet det vertikale utsnittet av det utstrålte lydfeltet fra den sylindriske arrayen med $f = 20$ kHz. Her er det beregnet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 5.625^\circ$ og $r = 100$ m. Det observeres her at det er en smal hovedlobe og 4 sidelober hvor lydtrykksamplituden til hovedloben er 0.2882 Pa. For å skille sidelobene fra hverandre blir sideloben som peker mot $\theta = 0^\circ$ og 180° videre omtalt som endelober. Nivået til første sidelobe er ca. 12 dB lavere enn nivået til hovedloben. De to neste sidelobene er begge rundt 20 dB svakere enn hovedloben. Endeloben er relativt kraftig i forhold til utviklingen av de andre sidelobene. Nivået til endeloben er ca. 12 dB lavere enn nivået til hovedloben, d.v.s like stor som første sidelobe.

I (d) observeres at, når frekvensen er satt til $f = 25$ kHz, hovedloben er blitt smalere. I tillegg til dette er det 4 sidelober og en endeloben. Lydtrykksamplituden til hovedloben er i dette tilfellet 0.2469 Pa. Nivået til første sidelobe er -15 dB relativt nivået til hovedloben, andre sidelobe er ca. -21 dB, tredje er ca. -20 dB og nivået til den fjerde sideloben er ca. 25 dB lavere enn hovedloben. Grunnen til at andre sidelobe er svakere enn tredje er på grunn av konstruksjonen av sylinderarrayen med opphøyde og nedfelte staver. Det observeres også at endeloben er like kraftig som første sidelobe, d.v.s 15 dB svakere enn hovedloben.

Når frekvensen er satt til $f = 30$ kHz observeres det i (f) samme utvikling som fra $f = 20$ kHz til 25 kHz. Det er her 6 sidelober og en påbegynt sidelobe som er en del av endeloben. Lydtrykksamplituden til hovedloben er her 0.1695 Pa. Det observeres at endeloben har samme nivå som andre sidelobe, d.v.s 16 dB svakere enn hovedloben. Nivået til det første sideloben er -12 dB, tredje sidelobe har nivået -13 dB og de to siste sidelobene har et nivå på rundt -24 dB.

8.1.2 Variasjoner i det utstrålte lydfeltet i det vertikale planet

Sylinderarrayen som er benyttet i denne oppgaven inneholder $N = 32$ staver og $M = 8$ stempelkilder i hver stav. Fra kapittel 3 er det vist at annenhver stav ligger høyere enn de resterende. Dette er også vist i Fig. 8.2. Fra denne figuren kan det forventes at det vertikale utsnittet av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray er forskjellig om utsnittet er plassert midt i en opphøyd stav, i en nedfelt stav eller mellom de to stavene. Hver stav er separert i asimut retning hvor

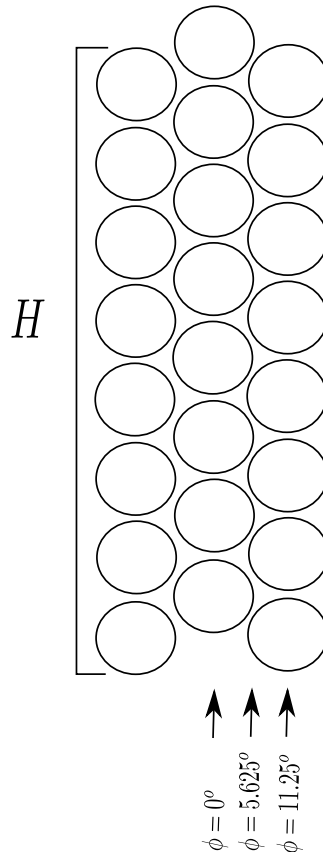
$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{N} = 0.1963 \text{ rad} = 11.25^\circ . \quad (8.4)$$

Posisjonen til hver stav i angulær retning er

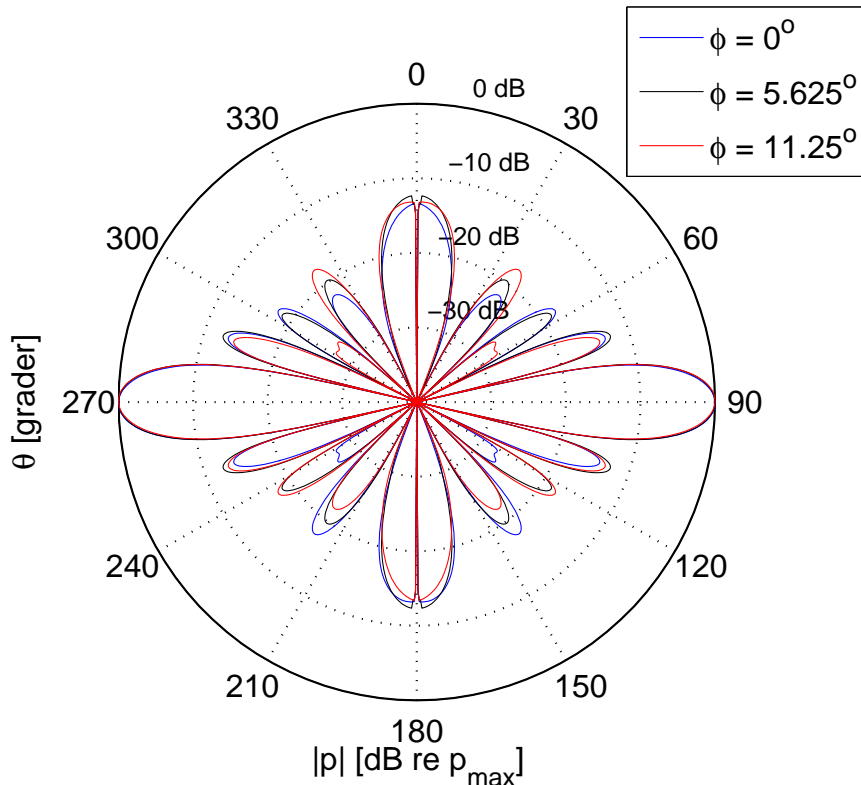
$$\phi_{s,nm} = \Delta\phi \cdot (n - 1) = \frac{2\pi \cdot (n - 1)}{N} . \quad (8.5)$$

Dette betyr at posisjonen i angulær retning til den første staven er i $\phi_{s,nm} = 0^\circ$, den andre staven er posisjonert i $\phi_{s,nm} = 11.25^\circ$ og punktet mellom de to stavene er $\phi = 5.625^\circ$.

Videre blir det undersøkt det utstrålte lydtrykket i det vertikale planet når $\theta = [0, 2\pi]$, $r = 100$ m og ϕ er h.h.v. 0° , 5.625° og 11.25° .



Figur 8.2: Skisse for den siste staven og de to første stavene i en sylinderarray med $N = 32$ staver og $M = 8$ stempelkilder i hver stav. Den totale lengden til hver stav er $H = 0.3305$ m. Posisjonen til første stav er i retningen $\phi = 0^\circ$ og for andre staven er posisjonen mot retningen $\phi = 11.25^\circ$. $\phi = 5.625^\circ$ er da en retning som er midt i mellom de to første stavene.

Vertikale utsnitt når $f = 20$ kHz

Figur 8.3: Plott for absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet beregnet fra Lign. (3.36) med parametere fra Tab. 8.1. Posisjon og orientering til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Alle stempelkildene er vektet med $K_{nm} = 1$ og $\varphi_{nm} = 0$. Frekvensen til stempelkildene er satt til $f = 20$ kHz. Det utstrålte lydfeltet er beregnet i $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0^\circ$ (blå), 5.625° (svart) og 11.25° (rød) og $r = 100$ m. Her er $p_{max} = 0.2110$ Pa (blå), $p_{max} = 0.2882$ Pa (svart) og $p_{max} = 0.2575$ Pa (rød).

I Fig. 8.3 er det vist beregningene for absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray av stempelkilder. Stempelkildene er uniformt vektet og frekvensen er satt til $f = 20$ kHz. Til sammenligningen er det utstrålte lydfeltet fra sylinderrayen beregnet i de vertikale planene gjennom $\theta = [0, 2\pi]$, $r = 100$ m og $\phi = 0^\circ$, 5.625° og 11.25° . Beregningene er plottet i dB relativ p_{max} , hvor $p_{max} = 0.2110$ Pa i $\phi = 0^\circ$, $p_{max} = 0.2882$ Pa i $\phi = 5.625^\circ$ og $p_{max} = 0.2575$ Pa i $\phi = 11.25^\circ$. Det skal videre diskuteres hva som skjer med sidelobenivåene for de ulike utsnittene.

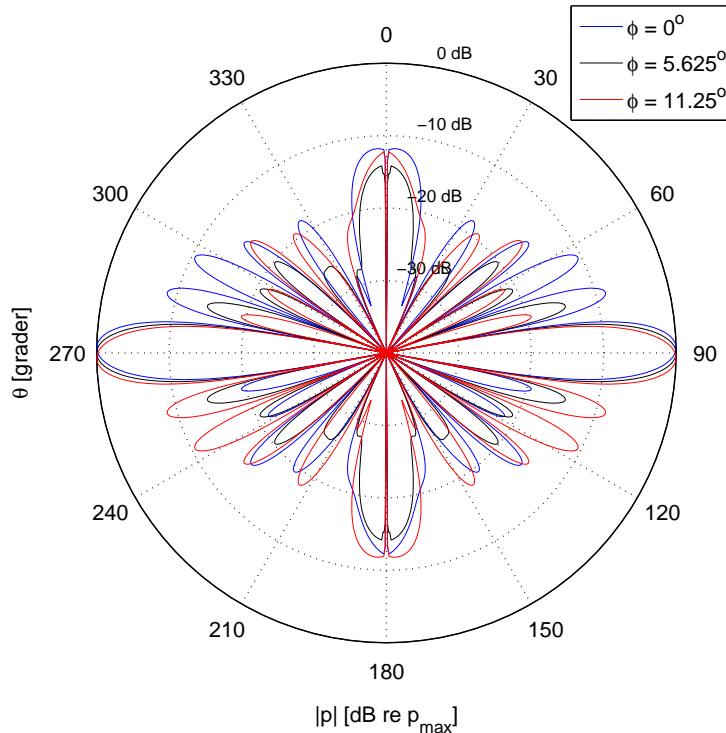
I figuren observeres at hovedlobene i de tre utsnittene stråler i samme retning. Hovedlobene her har forskjellig styrke, hvor styrken til hovedlobene varierer slik som det er vist i (a) i Fig. 8.1. Det er observert store variasjoner i sidelobenivåene for de tre utsnittene. Utsnittet i $\phi = 5.625^\circ$ er sidelobenivåene over $\theta = 90^\circ$ symmetrisk med de som er under $\theta = 90^\circ$. Dette utsnittet blir videre benyttet for å sammenligne sidelobenivåene i de to øvrige utsnittene.

I første omgang blir utsnittet i $\phi = 0^\circ$ sammenlignet med utsnittet i $\phi = 5.625^\circ$. Det observeres at ved første sidelobe over $\theta = 90^\circ$ er en liten reduksjon på 1 dB relativt til første sidelobe i $\phi = 5.625^\circ$. Første sidelobe under $\theta = 90^\circ$ har derimot en litt kraftigere reduksjon på 2 dB relativt til sideloben i $\phi = 5.625^\circ$. Dette betyr at første sidelobe over $\theta = 90^\circ$ er 1 dB kraftigere enn første sidelobe under $\theta = 90^\circ$. I andre sidelobe over $\theta = 90^\circ$ observeres en økning på 1 dB relativt til andre sidelobe ved $\phi = 5.625^\circ$. For andre sidelobe under $\theta = 90^\circ$ observeres en kraftig reduksjon og deformasjon. Sidelobenivået er her 8 dB svakere enn andre sidelobe i $\phi = 5.625^\circ$. Forskjellen mellom de to sidelobene er

9 dB hvor sideloben over $\theta = 90^\circ$ er kraftigst. Tredje sidelobe under $\theta = 90^\circ$ er 3 dB svakere enn tredje sidelobe i $\phi = 5.625^\circ$. Over $\theta = 90^\circ$ er den tredje sideloben 2 dB kraftigere enn sideloben i $\phi = 5.625^\circ$. Dette betyr at sideloben under $\theta = 90^\circ$ er 5 dB kraftigere enn sideloben over $\theta = 90^\circ$. For endelobene observeres en reduksjon på 1 dB ved $\theta = 0^\circ$ og en reduksjon på 0.5 dB ved $\theta = 180^\circ$. Dette resultatet er også vist i Tab. 8.2 i side 99.

For utsnittet som er gjennom i $\phi = 11.25^\circ$ er det observert de samme avvikene i sidelobenivåene som det er vist i utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$. Utsnittet gjennom $\phi = 11.25^\circ$ er derimot speilet om x-aksen. Resultatet av dette er presentert i Tab. 8.3 i side 99.

Vertikale utsnitt når $f = 25$ kHz



Figur 8.4: Plott for absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet beregnet fra Lign. (3.36) med parametere fra Tab. 8.1. Posisjon og orientering til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Alle stempelkildene er vektet med $K_{nm} = 1$ og $\varphi_{nm} = 0$. Frekvensen til stempelkildene er satt til $f = 25$ kHz. Det utstrålte lydfeltet er beregnet i $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0^\circ$ (blå), 5.625° (svart) og 11.25° (rød) og $r = 100$ m. Her er $p_{max} = 0.2668$ Pa (blå), $p_{max} = 0.2469$ Pa (svart) og $p_{max} = 0.2246$ Pa (rød).

I Fig. 8.4 er det vist beregningene av absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray av stempelkilder hvor frekvensen er satt til $f = 25$ kHz. Beregningene er plottet i $\theta = [0, 2\pi]$, $r = 100$ m og $\phi = 0^\circ$, 5.625° og 11.25° . Verdiene til beregningene er i dB relativ p_{max} , hvor $p_{max} = 0.2668$ Pa i $\phi = 0^\circ$, $p_{max} = 0.2469$ Pa i $\phi = 5.625^\circ$ og $p_{max} = 0.2246$ Pa i $\phi = 11.25^\circ$.

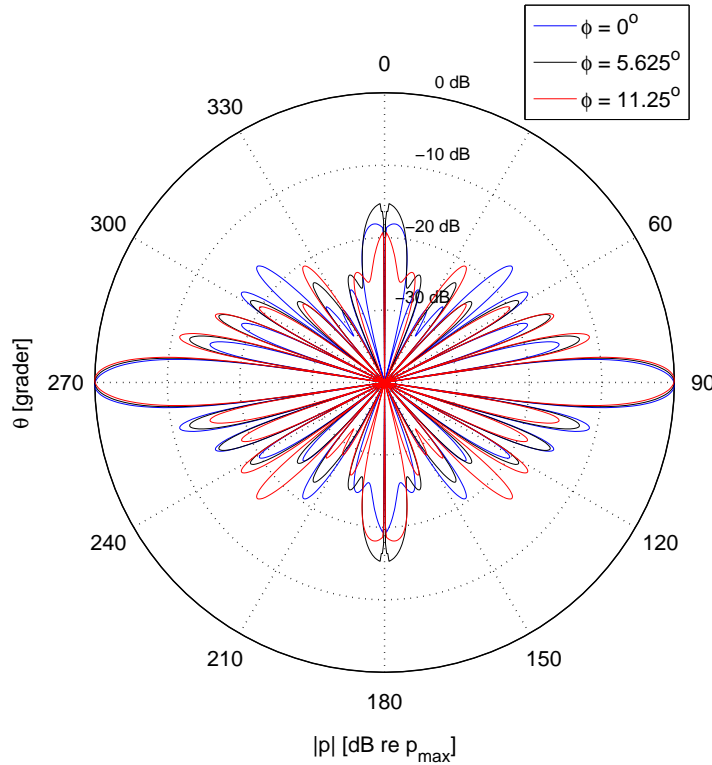
Det observeres at retningen til de tre hovedlobene ikke lenger er sammenfallende. For hovedloben i $\phi = 0^\circ$ observeres at hovedloben ligger litt over hovedloben i $\phi = 5.625^\circ$. Tilsvarende ligger hovedloben i $\phi = 11.25^\circ$ litt lavere enn hovedloben i $\phi = 5.625^\circ$. Det er også observert at retningen til de ulike sidelobene er forskjøvet.

8.1. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDERARRAY

Tilsvarende som i beregningene med $f = 20$ kHz er det her observert at utsnittet gjennom $\phi = 11.25^\circ$ er tilsvarende utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$ bare at denne er speilet om x-aksen.

Avviket mellom sidelobenivåene i utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$ er gitt i Tab. 8.4 i side 99 og avviket mellom sidelobenivåene i utsnittet gjennom $\phi = 11.25^\circ$ er gitt i Tab. 8.5 i side 99.

Vertikale utsnitt når $f = 30$ kHz



Figur 8.5: Plott for absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet beregnet fra Lign. (3.36) med parametre fra Tab. 8.1. Posisjon og orientering til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Alle stempelkildene er vektet med $K_{nm} = 1$ og $\varphi_{nm} = 0$. Frekvensen til stempelkildene er satt til $f = 30$ kHz. Det utstrålte lydfeltet er beregnet i $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0^\circ$ (blå), 5.625° (svart) og 11.25° (rød) og $r = 100$ m. Her er $p_{max} = 0.2366$ Pa (blå), $p_{max} = 0.1695$ Pa (svart) og $p_{max} = 0.2366$ Pa (rød).

I Fig. 8.5 er det vist beregningene av absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray av stempelkilder hvor frekvensen er satt til $f = 30$ kHz. Det er plottet tre utsnitt i det vertikale planet, hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $r = 100$ m og $\phi = 0^\circ$, 5.625° og 11.25° . Beregningene er i dB relativ p_{max} hvor $p_{max} = 0.2366$ Pa i $\phi = 0^\circ$, $p_{max} = 0.1695$ Pa i $\phi = 5.625^\circ$ og $p_{max} = 0.2366$ Pa i $\phi = 11.25^\circ$.

Som i Fig. 8.4 er det her observert at retningen til hovedlobene ikke er sammenfallende. Men avviket her er mindre enn avviket når $f = 25$ kHz.

Det er observert at femte sidelobe over $\theta = 90^\circ$, i utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$, er deformert slik at den inneholder to små lober. Tilsvarende er det i utsnittet gjennom $\phi = 11.25^\circ$ observert den samme deformasjonen for femte sidelobe under $\theta = 90^\circ$. Det er også observert her at utsnittet gjennom $\phi = 11.25^\circ$ er speilet om x-aksen i forhold til utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$.

8.1. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDERARRAY

Avviket mellom sidelobenivåene i utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$ er presentert i Tab. 8.6 i side 100, avviket mellom sidelobenivåene i utsnittet gjennom $\phi = 11.25^\circ$ er presentert i Tab. 8.7 i side 100.

Tabell 8.2: Forskjell i sidelobenivåene, over og under $\theta = 90^\circ$, i utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$ når $f = 20$ kHz.

Sidelobe	Over $\theta = 90^\circ$	Under $\theta = 90^\circ$	Avvik mellom sidelober	Kraftigste lobe
1.	-1 dB	-2 dB	1 dB	Over $\theta = 90^\circ$
2.	1 dB	-8 dB	9 dB	Over $\theta = 90^\circ$
3.	-3 dB	2 dB	5 dB	Under $\theta = 90^\circ$
Endelobe	-1 dB	-0.5 dB	0.5 dB	Mot $\theta = 180^\circ$

Tabell 8.3: Forskjell i sidelobenivåene, over og under $\theta = 90^\circ$, i utsnittet gjennom $\phi = 11.25^\circ$ når $f = 25$ kHz.

Sidelobe	Over $\theta = 90^\circ$	Under $\theta = 90^\circ$	Avvik mellom sidelober	Kraftigste lobe
1.	-2 dB	-1 dB	1 dB	Under $\theta = 90^\circ$
2.	-8 dB	1 dB	9 dB	Under $\theta = 90^\circ$
3.	2 dB	-3 dB	5 dB	Over $\theta = 90^\circ$
Endelobe	-0.5 dB	-1 dB	0.5 dB	Mot $\theta = 0^\circ$

Tabell 8.4: Forskjell i sidelobenivåene, over og under $\theta = 90^\circ$, i utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$ når $f = 25$ kHz.

Sidelobe	Over $\theta = 90^\circ$	Under $\theta = 90^\circ$	Avvik mellom sidelober	Kraftigste lobe
1.	6 dB	-5 dB	11 dB	Over $\theta = 90^\circ$
2.	10 dB	-1 dB	11 dB	Over $\theta = 90^\circ$
3.	5 dB	4.5 dB	0.5 dB	Over $\theta = 90^\circ$
4.	7.5 dB	6.5 dB	0.5 dB	Over $\theta = 90^\circ$
Endelobe	2 dB	e dB	1 dB	-

Tabell 8.5: Forskjell i sidelobenivåene, over og under $\theta = 90^\circ$, i utsnittet gjennom $\phi = 11.25^\circ$ når $f = 25$ kHz.

Sidelobe	Over $\theta = 90^\circ$	Under $\theta = 90^\circ$	Avvik mellom sidelober	Kraftigste lobe
1.	-5 dB	6 dB	11 dB	Under $\theta = 90^\circ$
2.	-1 dB	10 dB	11 dB	Under $\theta = 90^\circ$
3.	4.5 dB	5 dB	0.5 dB	Under $\theta = 90^\circ$
4.	6.5 dB	7.5 dB	0.5 dB	Under $\theta = 90^\circ$
Endelobe	2 dB	2 dB	dB	-

8.1. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDERARRAY

Tabell 8.6: Forskjell i sidelobenivåene, over og under $\theta = 90^\circ$, i utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$ når $f = 30$ kHz.

Sidedlobe	Over $\theta = 90^\circ$	Under $\theta = 90^\circ$	Avvik mellom sidelober	Kraftigste lobe
1.	-3 dB	1.5 dB	4.5 dB	Under $\theta = 90^\circ$
2.	-3.5 dB	0.5 dB	4 dB	Under $\theta = 90^\circ$
3.	1.5 dB	-1.5 dB	3 dB	Over $\theta = 90^\circ$
4.	7.5 dB	-1 dB	8.5 dB	Over $\theta = 90^\circ$
5.	-4 dB	3 dB	7 dB	Under $\theta = 90^\circ$
Endelobe	-3 dB	4 dB	7 dB	Mot $\theta = 180^\circ$

Tabell 8.7: Forskjell i sidelobenivåene, over og under $\theta = 90^\circ$, i utsnittet gjennom $\phi = 11.25^\circ$ når $f = 30$ kHz.

Sidedlobe	Over $\theta = 90^\circ$	Under $\theta = 90^\circ$	Avvik mellom sidelober	Kraftigste lobe
1.	1.5 dB	-3 dB	4.5 dB	Over $\theta = 90^\circ$
2.	0.5 dB	-3.5 dB	4 dB	Over $\theta = 90^\circ$
3.	-1.5 dB	1.5 dB	3 dB	Under $\theta = 90^\circ$
4.	-1 dB	7.5 dB	8.5 dB	Under $\theta = 90^\circ$
5.	3 dB	-4 dB	7 dB	Over $\theta = 90^\circ$
Endelobe	4 dB	-3 dB	7 dB	Mot $\theta = 0^\circ$

8.1.3 Fasestyrt stempelkilder for å styre hovedloben

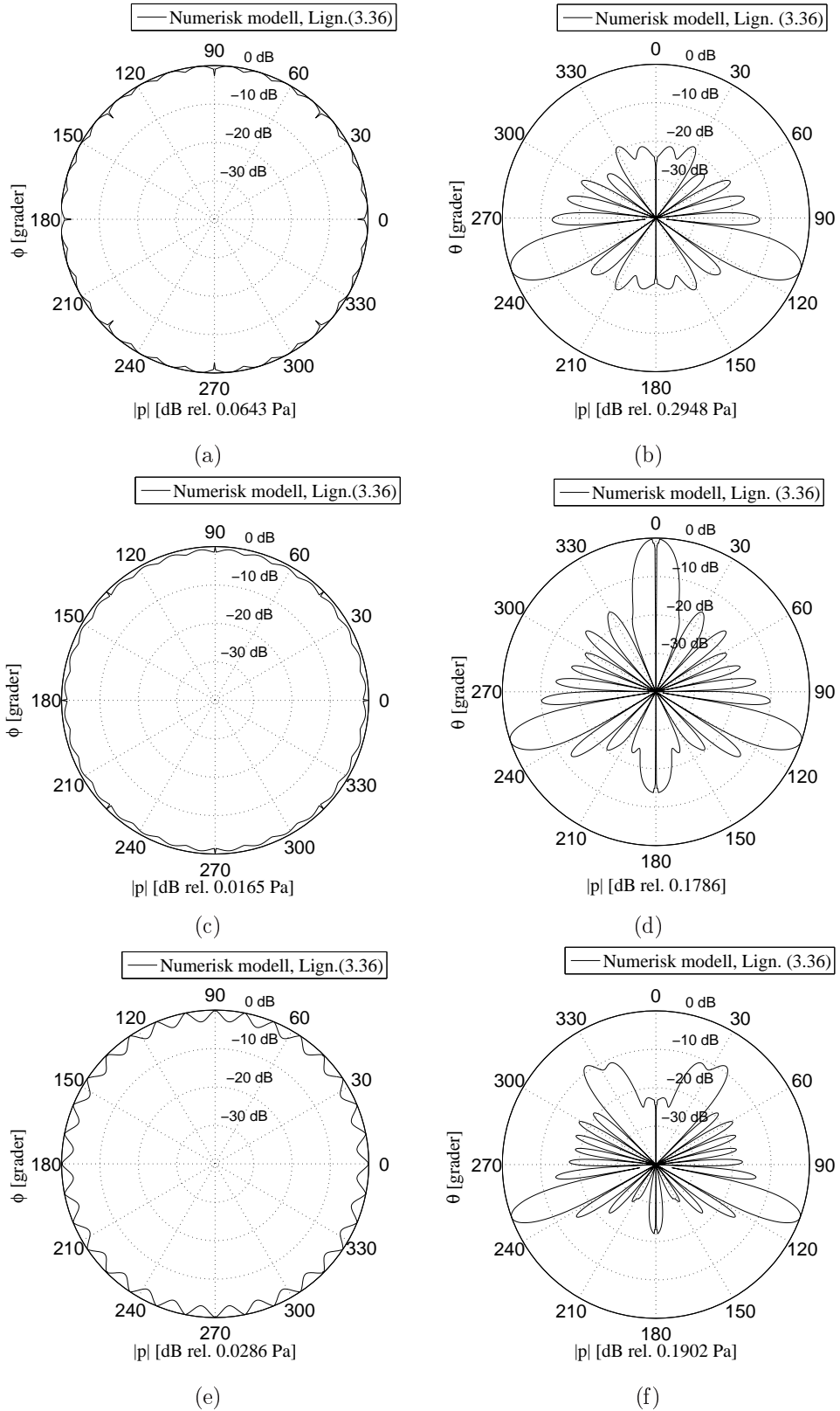
I dette avsnittet vil det bli vist resultatet for simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray av stempelkilder, som er beregnet fra Lign. (3.36), når retningen til hovedloben er styrt ned i det vertikale planet. Posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Det er også antatt at alle stempelkildene har den samme amplitudevektingen slik at $K_{nm} = 1$.

For å kunne styre retningen til hovedloben blir fasen til hver stempelkilde vektet. Her i denne oppgaven er fasen til m -te stempelkilde i n -te stav gitt som

$$\varphi_{nm} = (m - 1)khsin(\theta_0) \quad , \quad (8.6)$$

hvor θ_0 angir retningen hovedloben skal styres mot. Dette uttrykket er hentet fra [10]. Når $\theta_0 = 0$ vil hovedlobens retning være mot $\theta = 90^\circ$. I dette resultatet er hovedloben styrt mot $\theta = 110^\circ$. Dette er utført ved å sette $\theta_0 = -20^\circ$ inn i Lign. (8.6).

Beregningene er plottet både i det horisontale planet i det globale koordinatsystemet og i det vertikale planet i det globale koordinatsystemet. I det horisontale planet er $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $r = 100$ m og i det vertikale planet er $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 5.625^\circ$ og $r = 100$ m. Det er undersøkt det utstrålte lydfeltet når frekvensene er $f = 20$ kHz, 25 kHz og 30 kHz.



Figur 8.6: Plott for absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet beregnet fra Lign. (3.36) med parameter fra Tab. 8.1. Posisjon og orientering til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Alle stempelkildene er vektet med $K_{nm} = 1$ og $\varphi_{nm} = (m - 1)khsin(-20^\circ)$. Frekvensen er satt til $f = 20$ kHz i (a,b), 25 kHz i (c,d) og 30 kHz i (e,f). I (a,c,e) er det plottet det horisontale planet, hvor $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$, og $r = 100$ m, og i (b,d,f) er det plottet det vertikale planet, hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 5.625^\circ$ og $r = 100$ m.

8.1. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDERARRAY

I Fig. 8.6 har hver stempelkilde i stavene forskjellige fase slik at hovedloben retning er styrt mot $\theta = 110^\circ$. I (a, c, e) er det vist absoluttverdien av det utstrålte lydfeltet i det horisontale planet. Det observeres her at det utstrålte lydfeltet er det samme som det som er gitt i Fig. 8.1 men at den maksimale lydtrykksamplituden er mye svakere. Dette skyldes at det horisontale utsnittet i Fig. 8.6 er utenfor hovedloben.

I (a) er frekvensen satt til $f = 20$ kHz. Den maksimale lydtrykksamplituden er her $p_{max} = 0.0643$ Pa. Dette er ca. 13 dB svakere enn lydtrykksamplituden til hovedloben i Fig. 8.1(a). Ved å se på (b) er det sett at det horisontale utsnittet er gjennom den første sideloben.

Når frekvensen er satt til $f = 25$ kHz er det vist i (c) at $p_{max} = 0.0165$ Pa som er ca. 24 dB svakere enn lydtrykksamplituden til hovedloben i Fig. 8.1(c). Ved å sammenligne med (d) observeres at det horisontale utsnittet går gjennom den ene siden av første sidelobe.

I (e) er frekvensen satt til $f = 30$ kHz. Her er det observert at den maksimale lydtrykksamplituden er $p_{max} = 0.0286$ Pa som er ca. 18 dB svakere enn lydtrykksamplituden til hovedloben i Fig. 8.1(e). Fra (f) er det observert at det horisontale utsnittet, med denne frekvensen, er gjennom 2. sidelobe.

I (b, d, f) er det vist beregningene av absoluttverdien for det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray av stempelkilder i det vertikale planet. I de tre plottene observeres at hovedlobene er alle rettet mot $\theta = 110^\circ$. Det observeres også store endringer i nivået på sidelober og endelober når frekvensen økes.

I (b) er $f = 20$ kHz og den maksimale lydtrykksamplituden er $p_{max} = 0.2948$ Pa som er ca. 0.2 dB kraftigere enn lydtrykksamplituden til hovedloben som er gitt i Fig. 8.1(b). Første sidelobe er ved $\theta = 90^\circ$ og nivået til sideloben er ca. -14 dB. Andre sideloben, som er over $\theta = 90^\circ$, har et nivå på ca. -16 dB. Nivået til tredje sideloben over $\theta = 90^\circ$ er ca. -19 dB. I tillegg er det nå dannet en fjerde sidelobe over $\theta = 90^\circ$ hvor nivået til sideloben er på ca. -24 dB. Under $\theta = 90^\circ$ er sidelobnivået ca. -19 dB. Ved endelobene observeres at det er blitt bredere enn endelobene i Fig. 8.1(b) hvor endelobene her inneholder flere små lober. Det maksimale nivået i endelobene er her -19.5 dB som er en kraftig reduksjon av det som er observert i Fig. 8.1(b).

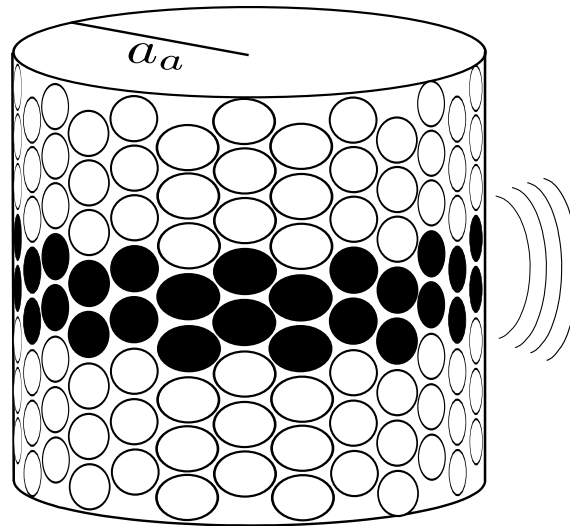
I (d) er det vist det vertikale utsnittet for beregningene av absoluttverdien for det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray når $f = 25$ kHz. Lydtrykksamplituden til hovedloben er her $p_{max} = 0.1786$ Pa som er ca. 3 dB svakere enn lydtrykksamplituden til hovedloben i Fig. 8.1(d). Antall sidelober over hovedloben inneholder to flere sidelober enn det som er observert i Fig. 8.1(d). Under hovedloben er det her bare to sidelober hvor det i Fig. 8.1 er 4 sidelober. Nivået til sidelobene varierer fra -10 dB til -20 dB. Den kraftigste sideloben er første sidelobe over hovedloben og den svakeste sideloben er andre sidelobe under hovedloben. For endeloben som er rettet mot $\theta = 180^\circ$ er det observert samme nivå som samme endelobe i Fig. 8.1(d). Endeloben som er rettet mot $\theta = 0^\circ$ er derimot mye kraftigere. Denne endeloben er i dette tilfelle like kraftig som hovedloben.

Beregningene som er vist i (f), med $f = 30$ kHz, viser at hovedloben er litt smalere enn for det som er gitt i (b, d). Her er $p_{max} = 0.1902$ Pa som er ca. 1 dB kraftigere enn lydtrykksamplituden til hovedloben i Fig. 8.1(f). Det er her seks sidelober over hovedloben hvor det i Fig. 8.1(f) er fem sidelober. Under hovedloben er det her tre sidelober. Nivået til sidelobene varierer fra -15 dB til ca. -19 dB hvor den kraftigste sideloben er første sidelobe over hovedloben og den svakeste er tredje sidelobe under hovedloben. Endeloben som er rettet mot $\theta = 180^\circ$ er mye svakere enn den samme endeloben i Fig. 8.1(f). Her er nivået på endeloben ca. -22 dB. For endeloben over hovedloben er det her observert at den ikke lenger er rettet mot $\theta = 0^\circ$. Den har nå rettet seg mot $\theta = 30^\circ$ og nivået til endeloben er ca. -10 dB.

Konsekvenser av dette resultatet vil bli diskutert nærmere i avsnitt 9.1.

8.1.4 Vekting av stempelkilder for observasjon i vertikal retning

Når det er ønskelig å kunne posisjonere hvor høyt en fiskestim svømmer utstråler dagens fiskerisonarer en bred hovedlobe i vertikal retning. Ved en smal hovedlobe er det til nå sett at den inneholder flere bunnpunkt som er mellom lobene. En bred hovedlobe vil derfor kunne utstråle et lydfelt som dekke over disse bunnpunktene og derfor dekke et større område i det vertikale planet. En mulig løsning for å få en bred hovedlobe er å bare la de to midterste stempelkildene i hver stav være aktive. Skisse av en slik innstilling er vist i Fig. 8.7.



Figur 8.7: Skisse for en sylindrisk array hvor bare de to midterste stempelkildene i hver stav er aktive. De aktive stempelkildene er her svarte.

I dette avsnittet er det vist simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray med vektete stempelkilder. Det er her simulert i det vertikale planet, hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 5.625$ og $r = 100$ m. For å simulere det utstrålte lydfeltet fra sylinderrayen er det benyttet Lign. (3.36) hvor parameterene som er benyttet er hentet fra Tab. 8.1. Posisjon og orientering til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Fasen til hver enkel stempelkilde er $\varphi_{nm} = 0$ og amplitudevektingen er $K_{nm} = 1$ for $m = 4$ og 5 og $K_{nm} = 0$ for $m = 1, 2, 3, 6, 7$ og 8 .

I Fig. 8.8 er det gitt beregningene for det vertikale utsnittet til det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray med vektete stempelkilder. Her er bare de to midterste stempelkildene aktiv slik som det er illustrert i Fig. 8.7. Det observeres i (a), hvor $f = 20$ kHz, at det en bred vertikal hovedlobe med $p_{max} = 0.0721$ Pa som er ca. 12 dB svakere enn lydtrykksamplituden til hovedloben i Fig. 8.1(b) hvor alle stempelkildene er aktive. Hovedlobens bredde er ca. 35° reativ når nivået til hovedloben er -10 dB. Det observeres også en relativ svak endelobe i sylinderrayen hvor endelobenivået er -10 dB.

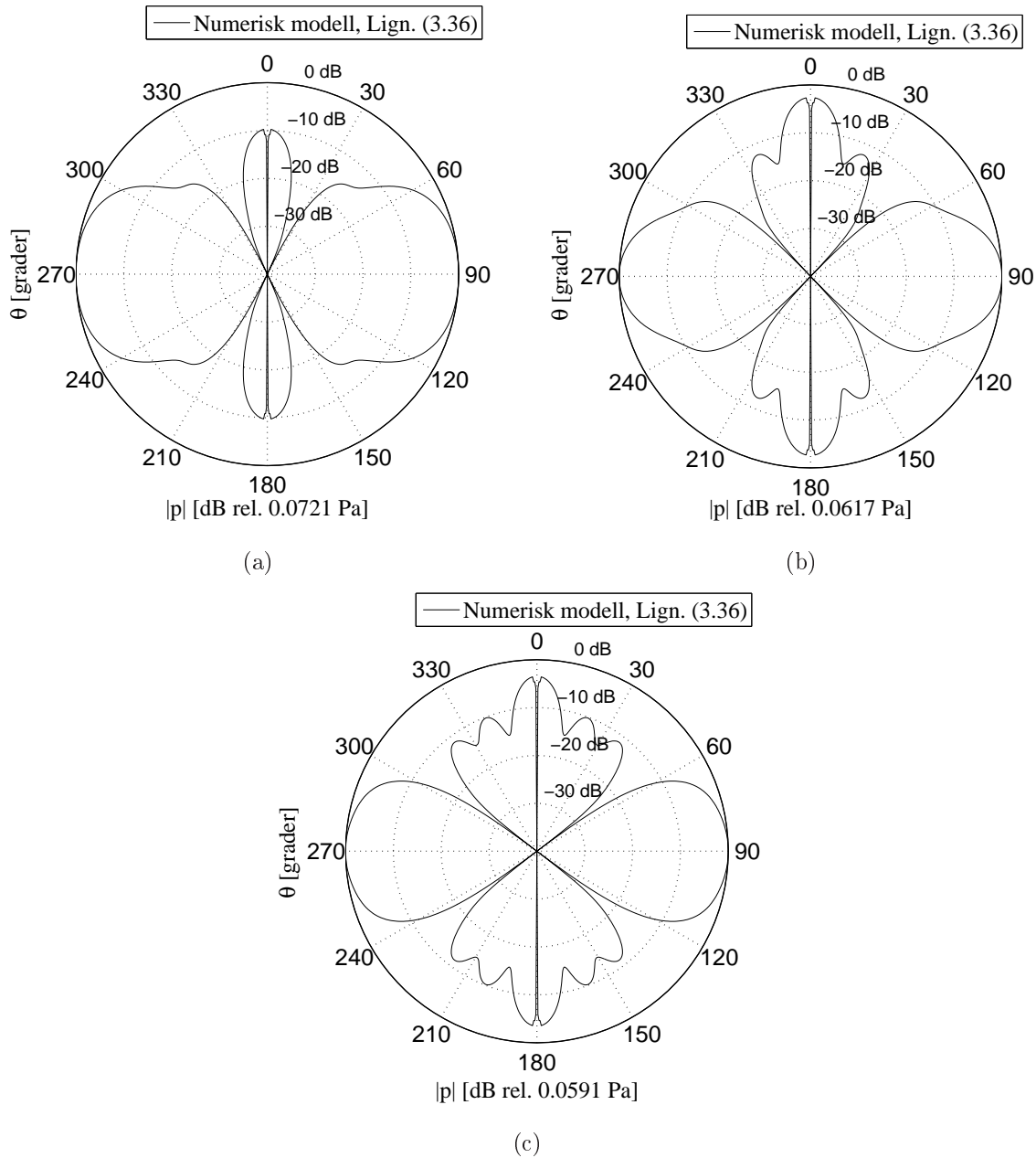
Når frekvensen er satt til $f = 25$ kHz er det vist i (b) at hovedlobens bredde er ca. 30° relativ når nivået til hovedloben er -10 dB. Her er $p_{max} = 0.0617$ Pa som er ca. 12 dB svakere enn lydtrykksamplituden til hovedloben i Fig. 8.1(d). Første sidelobe har nivået ca. -13 dB og nivået til endeloben er ca. -4 dB. Sideloben er her en del av endeloben.

For $f = 30$ kHz er det vist i (c) at hovedlobens bredde er ca. 30° relativ når nivået til hovedloben er -10 dB. Her er $p_{max} = 0.0591$ Pa som er ca. 9 dB svakere enn lydtrykksamplituden til hovedloben i Fig. 8.1(f). Første sidelobe har nivået -12 dB, andre har nivået -10 dB og nivået til endeloben har nivået -5 dB. Begge sidelobene er her en del av endeloben.

Helhetlig viser dette at ved å skru av alle stempelkildene utenom de to midterste i hver stav vil det danne en bred hovedlobe. Konsekvensene er at det utstrålte lydfeltet er vesentlig svakere enn om alle

8.1. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDERARRAY

stempelkildene stråler uniformt. Nivået til endeloben i (a) er ca. -10 dB lavere enn nivået til endeloben i Fig. 8.1(b). I (b) er endeloben like kraftig som endeloben i Fig. 8.1(d), og i (c) er nivået til endeloben litt større enn nivået til endeloben i Fig. 8.1(f).



Figur 8.8: Plott for absoluttverdien til det utstrålte lydfeltet beregnet fra Lign. (3.36) med parametere gitt i Tab. 8.1. Posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Fasen til hver stempelkilde er $\varphi_{nm} = 0$, og amplitudevektingen er $K_{nm} = 1$ for $m = 4$ og 5 og $K_{nm} = 0$ for $m = 1, 2, 3, 6, 7$ og 8 . Frekvensen er satt til $f = 20$ kHz (a), 25 kHz (b) og 30 kHz (c). Beregningene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 5.625^\circ$ og $r = 100$ m.

8.2 Spredte lydfelt fra en rigid kule

I dette avsnittet blir det vist resultater for simuleringen av det spredte lydfeltet fra en rigid kule.

Resultatene som er vist i dette avsnittet og konsekvenser av dette blir videre diskutert i kapittel 9.

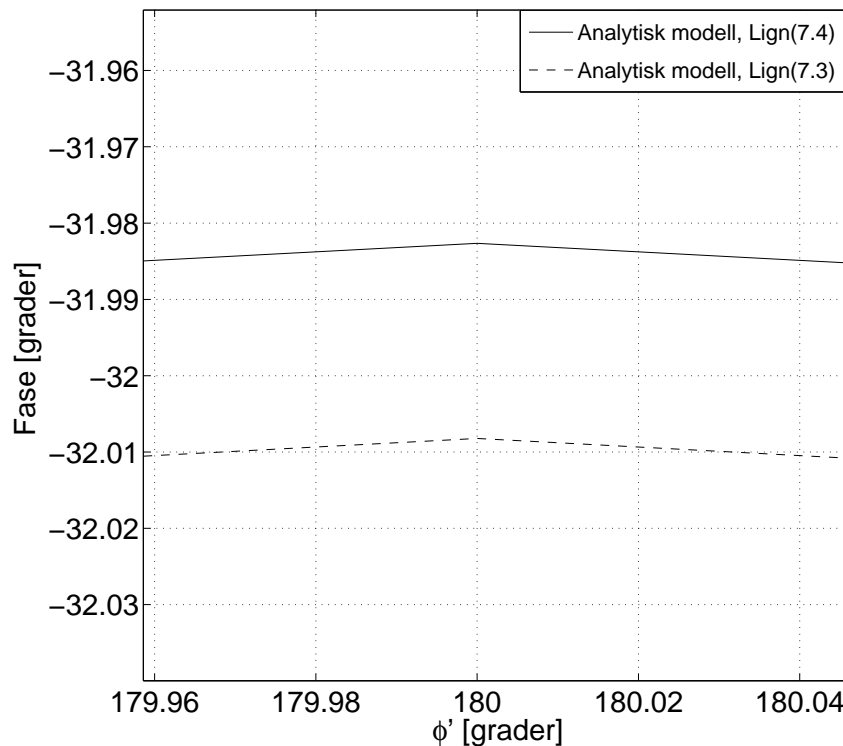
8.2.1 Sammenligning av Lign. (7.3) og Lign. (7.4) med $l_{max} = 50$

I avsnitt 7.1 er det vist testing av implementeringen av Lign. (7.3) som beregner det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. Denne implementeringen er testet mot den analytiske fjernfeltmodellen som er gitt i Lign. (7.4). I testingen for implementeringen er det benyttet $l_{max} = 15$ som er det samme antallet som er gitt i Tab. 7.1. l_{max} angir hvor mange ledd i rekken i Lign. (7.3) som er med på å beregne det spredte lydfeltet fra en rigid kule. Spørsmålet er da om det vil gi noen praktisk forskjell når $l_{max} = 50$.

Det er her antatt at den innfallende bølgen er plan slik at $\hat{C}_i^- = -j\frac{v_{o,i}}{k}$. I undersøkelsen er det beregnet fasen rundt det tilbakespredte lydfeltet fra den rigide kule hvor dette er relativ kulens koordinatsystem. Området som er beregnet er derfor i $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi' = [179.96^\circ, 180.4^\circ]$ og $R' = 200$ m. I beregningene benyttes parametere fra Tab. 8.1, Tab. 7.1. Dersom det er antatt at den plane bølgen propagerer langs x' -aksen er

$$\alpha'_{fs,i} = \phi' \quad , \quad (8.7)$$

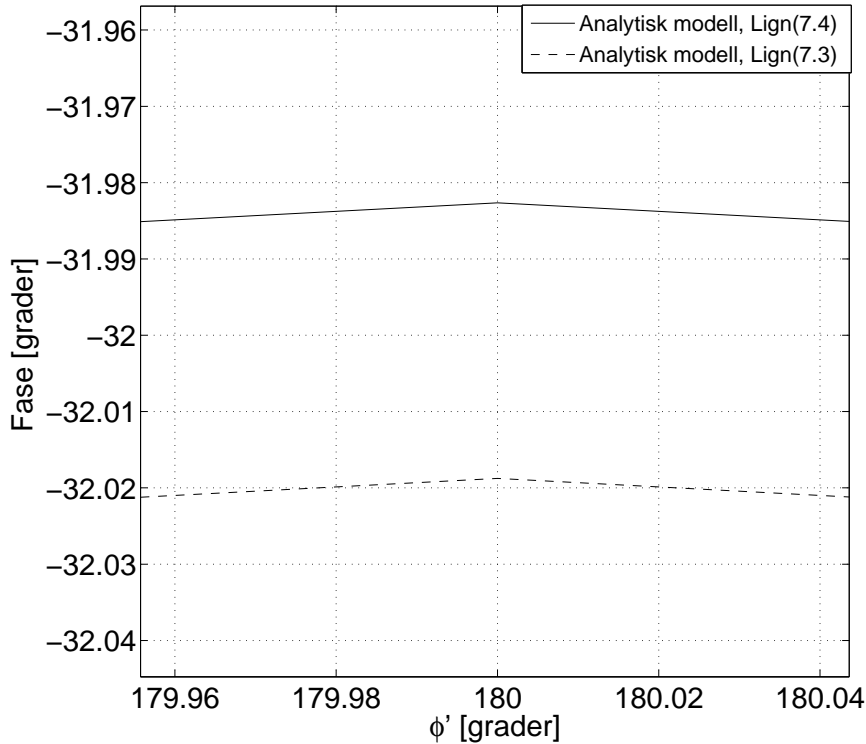
som er i henhold til Lign. (8.3). Denne vinkelen er benyttet i Lign. (7.3).



Figur 8.9: Plott for fase for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge som propagerer langs x' -aksen. Her er $ka_k = 10$, $R' = 200$ m og $l_{max} = 15$. Beregningene er gitt med Lign. (7.3) og (7.4) hvor $B_{p,i} = 1$. Det er plottet rundt området for det tilbakespredte lydfeltet hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$ og $\phi' = [179.6^\circ, 180.04^\circ]$.

8.2. SPREDTE LYDFELT FRA EN RIGID KULE

I Fig. 8.9 er det vist beregningene av fasen til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en plan bølge som propagerer langs x' -aksen. Beregningene av dette lydfeltet er fra Lign. (7.3) og (7.4). Her er $ka_k = 10$, $R' = 200$ m, $B_{p,i} = 1$ og $l_{max} = 15$. I figuren observeres et lite avvik mellom de to analytiske modellene hvor dette avviket er på ca. 0.03° .



Figur 8.10: Plott for fase for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge som propagerer langs x' -aksen. Her er $ka_k = 10$, $R' = 200$ m og $l_{max} = 50$. Beregningene er gitt med Lign. (7.3) og (7.4) hvor $B_{p,i} = 1$. Det er plottet rundt området for det tilbakespredte lydfeltet hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$ og $\phi' = [179.6^\circ, 180.04^\circ]$.

I Fig. 8.10 er det vist beregningene av de to analytiske modellene for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende plan bølge langs x' -aksen. Denne beregningen har de samme verdiene og parameterene som er gitt i Fig. 8.10 bare at det er benyttet $l_{max} = 50$ i Lign. (7.3). Det observeres her at avviket mellom de to modellene er på nesten 0.04° .

Denne sammenligningen viser at ved å ha en høyere verdi for l_{max} vil det gi en veldig liten forskjell i fasen, hvor denne forskjellen gir ingen praktisk forskjell. Ved å velge en høy verdi for l_{max} vil dette medføre at simuleringen av det spredte lydfeltet fra en rigid kule bruker mye lenger tid uten at dette vil gi noe forskjell i simuleringen. Videre er det benyttet $l_{max} = 20$ i oppgaven hvor denne verdien vil gi en raskere simulering enn $l_{max} = 50$ og likevell gir en like god beregning som $l_{max} = 50$.

8.2.2 Spredning fra en rigid kule som er posisjonert i nærfeltet til en sylinderarray

I programmet er det beregnet det spredte lydfeltet fra en rigid kule fra et innfallende lydfelt fra hver stempelkilde i sylinderarrayen. Med denne egenskapen er det mulig å beregne det totale spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfeltet fra hele sylinderarrayen når kulens posisjon er enten i nærfeltet eller i fjernfeltet til sylinderarrayen. Derfor er det i dette avsnittet undersøkt hva som skjer med det spredte lydfeltet fra en rigid kule når kulen er i nærfeltet til sylinderarrayen.

Beregningene av det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderarray av identiske stempelpilder er gitt i Lign. (5.9). Det er antatt at alle stempelpildene er uniformt vektet, $K_{nm} = 1$ og $\varphi_{nm} = 0$, og at den øvre grensen til rekken er $l_{max} = 20$ slik at

$$p_s = \frac{-j}{2} B_p k a^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{1}{R_{nm}} \left[\frac{2J_1(k a \sin \alpha_{nm})}{k a \sin \alpha_{nm}} \right] e^{j(k R_{nm})} \cdot \sum_{l=0}^{20} (2l+1) j^l P_l(\cos \alpha'_{fs, nm}) \frac{j'_l(k a_k)}{h_l^{(1)'}(k a_k)} h_l^{(1)}(k R') . \quad (8.8)$$

Posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E og andre parametere som er benyttet er gitt i Tab. 8.1. Sylinderarrayen er dermed posisjonert slik at sentrum av sylinderarrayen er i origo i det globale koordinatsystemet. Kulens posisjon er på x-aksen til det globale koordinatsystemet. I dette tilfellet er x_k enten 1 m eller 100 m.

For å kunne tolke det spredte lydfeltet fra den rigide kulen, når kulen er i nærfeltet til sylinderarrayen, er dette sammenlignet med det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge. Til denne sammenligningen er det benyttet Lign. (4.86),

$$p_s^p = -B_p \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l P_l(\cos \alpha'_{fs, i}) \frac{j'_l(k a_k)}{h_l^{(1)'}(k a_k)} h_l^{(1)}(k R') , \quad (8.9)$$

hvor det er antatt en plan innfallende bølge. Notasjonen p_s^p indikerer her det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge. Det antas her at den plane bølgen propagerer langs x'-aksen og derfor benyttes vinkelen $\alpha'_{fs, i} = \phi'$ i Lign. (8.9). I Lign. (8.8) er det benyttet $\alpha'_{fs, nm}$ slik som den er gitt i Lign. (8.3).

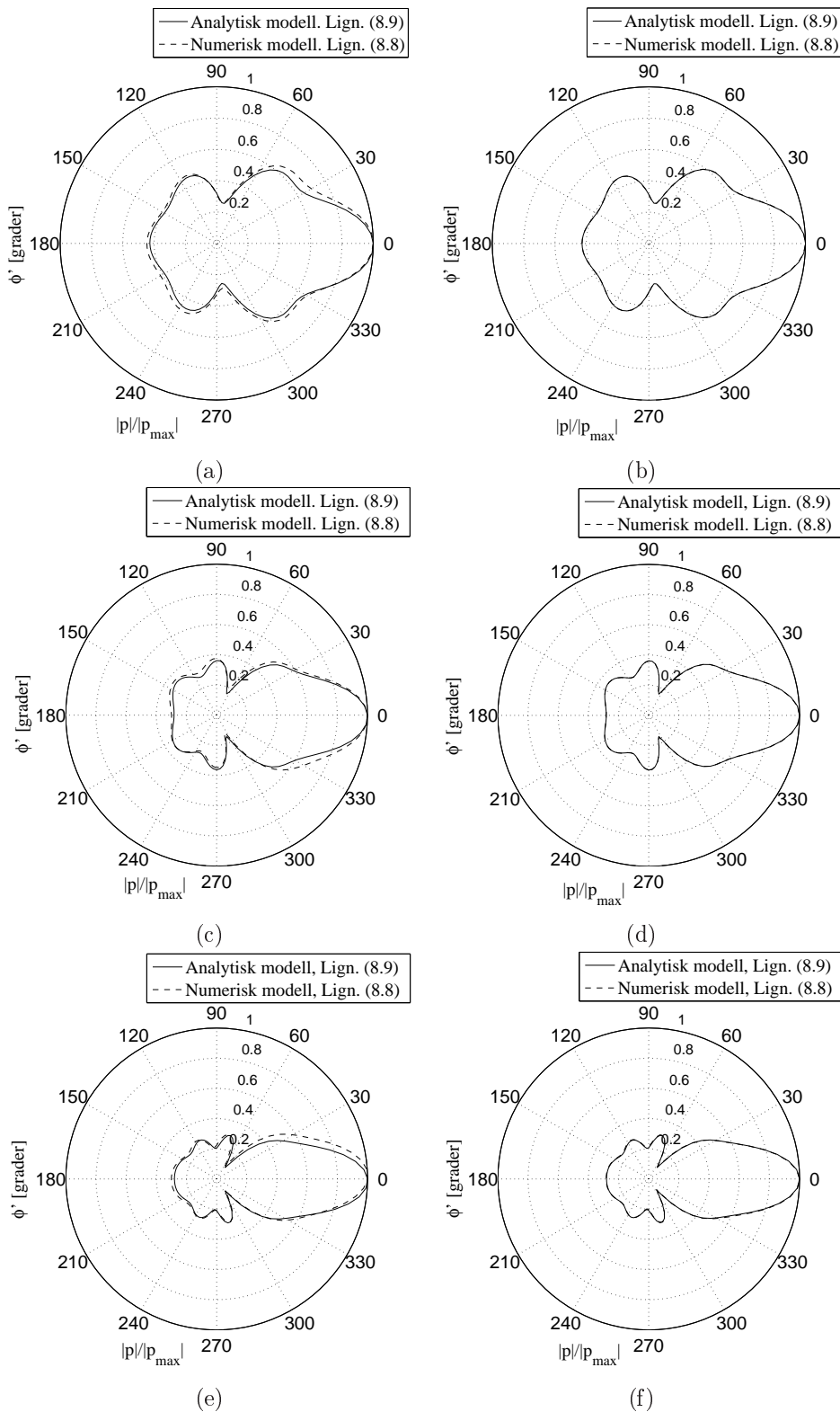
Dersom det velges $B_p = 1$ Pa vil den simulerte lydtrykksamplituden fra Lign. (8.8) og fra (8.9) ha forskjellig størrelse. For å kunne sammenligne de ulike lydtrykksamplitudene med hverandre er det her valgt å normaliserte dem slik at

$$p_s^{norm} = \frac{|p_s|}{|p_{s, max}|} \quad (8.10)$$

og

$$p_s^{p, norm} = \frac{|p_s^p|}{|p_{s, max}^p|} . \quad (8.11)$$

Her er $|p_{s, max}|$ og $|p_{s, max}^p|$ den maksimale lydtrykksamplituden til det spredte lydfeltet. Videre blir det undersøkt det spredte lydfeltet når $f = 20$ kHz, 25 kHz og 30 kHz. I sammenligningen blir det undersøkt mønsteret til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderarray med mønsteret til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge.



Figur 8.11: Sammenligning av den normaliserte lydtrykksamplituden til det spredte lydfeltet fra en rigid kule beregnet fra Lign. (8.8) og (8.9). Kulens posisjon er $(x_k, y_k, z_k) = (1 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ i (a, c, e) og $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ i (b, d, f). Frekvensen er satt til $f = 20 \text{ kHz}$ i (a, b), 25 kHz i (c, d) og 30 kHz i (e, f). I den heltrukkede linjen er det beregnet spredningen fra en rigid kule med en innfallende plan bølge som propagerer langs x^2 -aksen. Den stiplede linjen viser spredningen fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderray av stempelkilder. Beregningene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi = [0, 2\pi]$ og $R' = 10 \text{ m}$.

I Fig. 8.11 er det vist det normaliserte lydfeltet for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt som enten er fra en sylinderray av stempelkilder (stiplet) eller en plan bølge (heltrukken). Det er beregnet i kulens horisontale plan hvor $\theta' = \frac{\pi}{2}$, $\phi' = [0, 2\pi]$ og $R' = 100$ m.

I (b, d, f) er det gitt sammenligningen av Lign. (8.8) og (8.9) når kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$. Det observeres et samsvar mellom mønsteret av det spredte lydfeltet som er beregnet fra Lign. (8.8) og mønsteret til det spredte lydfeltet fra (8.9). Siden det er et samsvar betyr dette at kulens posisjon er i fjernfeltet til sylinderrayen. Når kula er i fjernfeltet til sylinderrayen vil det ikke bli noe nærfeltteffekter på det spredte lydfeltet fra den rigide kula.

I (a) er kulens posisjon i $(x_k, y_k, z_k) = (1 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ og frekvensen er 20 kHz. Med denne frekvensen er $ka_k = 3.4$. Det observeres store avvik mellom mønsteret til det spredte lydfeltet som er beregnet fra Lign. (8.8) og mønsteret til det spredte lydfeltet som er beregnet fra (8.9). Dette betyr at kula er i nærfeltet til sylinderrayen og det spredte lydfeltet fra den rigide kula vil da ha nærfeltteffekter fra sylinderrayen. Det observeres i figuren at når kula er i nærfeltet vil det spredte lydfeltet fra hele kula bli kraftigere relativ lydtrykksamplituden til den foroverrettede spredningen, $\phi' = 0^\circ$. Det er også observert at avviket mellom mønsteret i nærfeltet og mønsteret i fjernfeltet ikke symmetrisk rundt hele kula, hvor dette er blant annet oppsvert ved $\phi' = 30^\circ$ og $\phi' = 330^\circ$. Dette kan skyldes sylinderrayens konstruksjon hvor halvparten av stavene er opphøyde og den andre halvdel er nedfelte.

I (c) er $f = 25$ kHz og kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (1 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$. Med denne frekvensen er $ka_k = 4.2$. Det observeres igjen et avvik i mønsteret til det spredte lydfeltet som er beregnet fra Lign. (8.8) og mønsteret som er beregnet fra (8.9). Dette avviket er igjen av den arten at det spredte lydfeltet fra den rigide kula er kraftigere relativ den foroverrettede spredningen når kula er i nærfeltet til sylinderrayen. Avviket er her heller ikke symmetrisk i dette tilfellet slik som det er påpekt i (a).

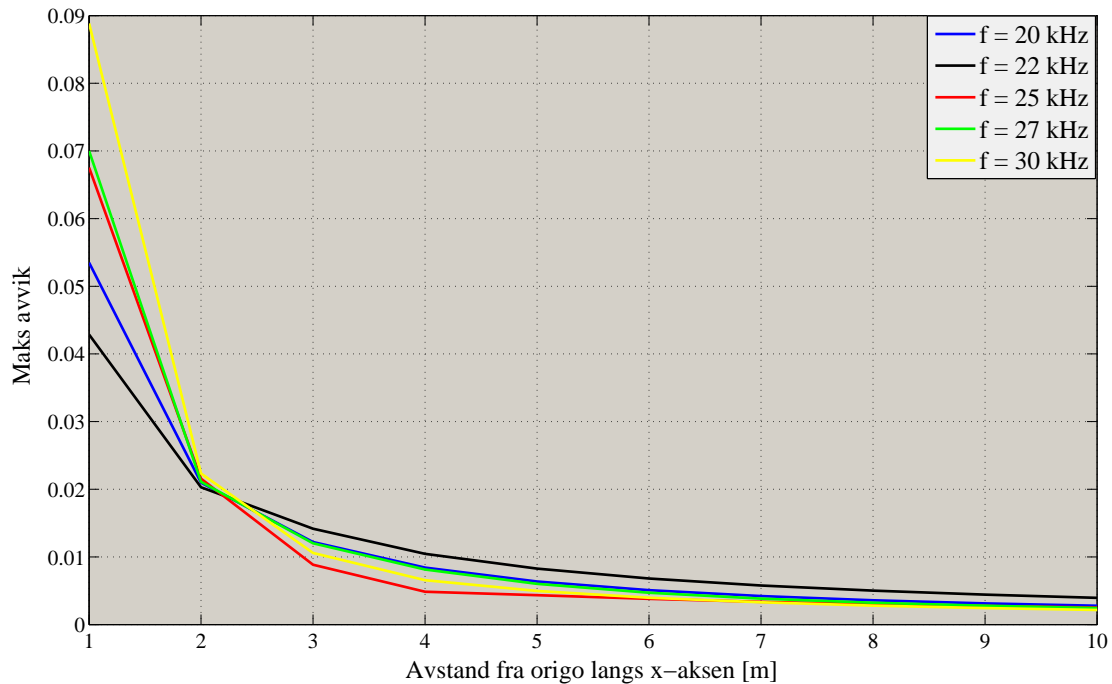
I (e) er frekvensen satt til $f = 30$ kHz hvor denne frekvensen gir $ka_k = 5$ når kulens radius er $a_k = 0.04$ m og $c = 1500$ m/s. Kulens posisjon er fortsatt i $(x_k, y_k, z_k) = (1 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$. Igjen er det observert at avviket mellom mønsteret til det spredte lydfeltet fra den rigide kula, når kulens posisjon er i nærfeltet til sylinderrayen, er kraftigere relativ den foroverrettede spredningen enn mønsteret til det spredte lydfeltet fra den rigide kula når kula er i fjernfeltet. Det er noen unntak hvor det det spredte lydfeltet er blitt svakere relativt den foroverrettede spredningen. Dette er blant annet observert rundt $\phi' = 330^\circ$. Grunnen til dette kan skyldes konstruksjonen av sylinderrayen.

Det oppserves at avviket er minst ved $f = 20$ kHz og størst ved $f = 30$ kHz. Dette kan tyde på at avviket mellom mønsteret til det spredte lydfeltet fra en rigid kule som er i nærfeltet til sylinderrayen er proporsjonal med frekvensen.

8.2.3 Beregning av maksimal avvik for ulike avstander og frekvenser

I avsnitt 8.2.2 er vist det hvordan det spredte lydfeltet fra en rigid kule endres når kula er i nærfeltet til en sylinderray. Når kulens posisjon er i nærfeltet til sylinderrayen er det observert at det spredte lydfeltet blir kraftigere relativ den foroverrettede spredningen. For å vise dette er mønsteret til det spredte lydfeltet fra den rigide kula med et innfallende lydfelt fra en sylinderray sammelignet med mønsteret til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med en innfallende plan bølge. I dette resultatet er det vist antydninger til at avviket mellom de to mønstrene er proporsjonal med frekvensen. Derfor er det i dette avsnittet undersøkt om dette er tilfelle.

For å undersøke dette blir det bare sett på det maksimale avviket mellom de normaliserte beregningene fra Lign. (8.8) og (8.9). Det er undersøkt når kulens posisjon er på x-aksen i det globale koordinatsystemet, hvor $x_k = 1 \text{ m}, 2 \text{ m}, \dots, 9 \text{ m}, 10 \text{ m}$, $y_k = 0 \text{ m}$ og $z_k = 0 \text{ m}$. Det er også undersøkt for frekvensene $f = 20 \text{ kHz}, 22 \text{ kHz}, 25 \text{ kHz}, 27 \text{ kHz}$ og 30 kHz . I beregningene av Lign. (8.8) og (8.9) er det benyttet parameterene fra Tab. 8.1. Koordinatene og orienteringen til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E.



Figur 8.12: Beregninger av det maksimale avviket mellom normaliseringen av det spredte lydfeltet fra en rigid kule beregnet fra Lign. (8.8) og (8.9). Koordinatene og orienteringene til hver stempelkilde i sylinderrarrayen er gitt i vedlegg E. I Lign. (8.9) er det antatt at den plane bølgen propagerer langs x-aksen. Det er beregnet for frekvensene $f = 20$ kHz, 22 kHz, 25 kHz, 27 kHz og 30 kHz. Kulens posisjon er i $x_k = 1$ m, 2 m, ..., 9 m, 10 m, $y_k = 0$ m og $z_k = 0$ m.

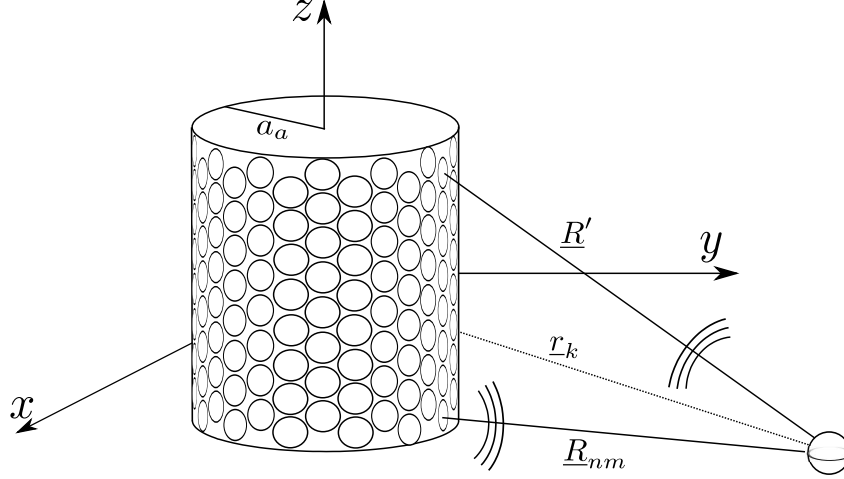
I Fig. 8.12 er det vist den maksimale avviket mellom normaliseringen av Lign. (8.8) og (8.9) for frekvensene $f = 20$ kHz, 22 kHz, 25 kHz, 27 kHz og 30 kHz. Når kulens radius er $a_k = 0.04$ m og det utstrålte lydfeltet propagerer i vann, hvor $c = 1500$ m/s. Dette gir h.h.v. $ka_k = 3.3, 3.7, 4.2, 4.5$ og 4.9 . Det observeres når posisjonen til kula er i $x_k = 1$ m at det er relativt store avvik mellom de to normaliseringene. Det er også observert at ved $x_k = 1$ m er det største avviket er i $f = 30$ kHz med avviket 0.09, og det minste avviket er i $f = 22$ kHz med avviket 0.042. Når $x_k = 2$ m er avviket ca. 0.02 for alle frekvensene. Når $x_k = 4$ m er det minste avviket ved $f = 25$ kHz med avviket 0.005 og det største avviket er ved $f = 22$ kHz med avviket 0.01 m. I $x_k = 10$ m er avviket for alle frekvensene rundt 0.003. Dette viser at når avstanden til kula øker vil størrelsen på avviket reduseres. Det er også sett at avviket ikke er proporsjonal med frekvensen i de ulike avstandene.

8.3 Simulert mottatt lydtrykksamplitude i hvert element i sylinderrarrayen

Dagens sylindriske fiskerisonarer har i dag to hovedinnstillinger. I den første innstillingen blir det utstrålt et lydfelt fra sylinderrarrayen hvor lydfeltet har en vertikal smal hovedlobe. Ved prosessering av det tilbakespredte lydfeltet blir det laget et horisontalt bilde av området rundt fiskebåten. Dersom hovedloben treffer en fiskestim vil det horisontalt utsnittet av fiskestimen bli avbildet. En slik innstilling er simulert i avsnitt 8.1.1. Her er det sett at alle stempelkildene stråler uniformt og danner en relativ kraftig hovedlobe. Videre i denne oppgaven blir det utstrålte lydfeltet med denne innstillingen omtalt som den "smale loben". I den andre innstillingen blir det utsendt et lydfelt fra sylinderrarrayen hvor lydfeltet har en vertikal bred hovedlobe. Dette gjør det mulig å lage et vertikalt bilde av et område utenfor fiskebåten. Dersom det er en fiskestim i den retningen det blir tatt et bilde av vil det bli laget et vertikalt bilde av fiskestimen. Simuleringen av en slik innstilling er vist i avsnitt 8.1.4 hvor bare de

to midterste stempelkildene i hver stav er aktive. Videre blir det utstrålte lydfeltet med denne innstillingen omtalt som den "brede loben".

Videre i oppgaven er det antatt at sylinderarrayen er en aktiv array. D.v.s. etter at hver stempelkilde har utstrålt et lydfelt vil stempelkildene begynne å motta det tilbakespredte lydfeltet fra kulen. Dette er vist i Fig. 8.13.



Figur 8.13: Skisse for en aktiv sylinderarray. Sylinderarrayen er plassert slik at sentrum av arrayen er i origo i det globale koordinatsystemet. Posisjonen til kulen er i \underline{r}_k som er relativ det globale koordinatsystemet. Først sendes et lydfelt fra alle stempelkildene, hvor dette lydfeltet treffer kulen. Kulens posisjon relativ m-te stempelkilde i n-te stav er gitt som \underline{R}_{nm} . Lydfeltet blir tilbakespredt til mottakerelementet plassert i \underline{R}' relativ kulens posisjon.

For å kunne skille stempelkilder som sender ut et lydfelt og stempelkilder som mottar lydfelt blir stempelkilder som mottar et lydfelt videre omtalt som elementer.

Videre er det i dette avsnittet undersøkt hvordan lydtrykksamplituden endres i hvert element i sylinderarrayen når det utstrålte lydfeltet fra sylinderarrayen enten har en "bred lobe" eller en "smal lobe".

Lydfeltet i posisjonen til hvert element er gitt med Lign. (5.9),

$$p_s = \frac{-j}{2} ka^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{K_{nm}}{R_{nm}} \left[\frac{2J_1(ka \sin \alpha_{nm})}{ka \sin \alpha_{nm}} \right] e^{jkR_{nm}} \cdot \sum_{l=0}^{l_{max}} (2l+1) j^l P_l(\cos \alpha'_{fs, nm}) \frac{j'_l(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') \quad , \quad (8.12)$$

hvor alle stempelkildene er i fase, $\varphi_{nm} = 0$, $l_{max} = 20$ og alle andre parametere er gitt i Tab. 8.1. Her er

$$\alpha'_{fs, nm} = \cos^{-1} \left(\frac{(R' \sin \theta' \cos \phi') \cdot (\sin \theta_k \cos \phi_k - \sin \theta_{s, nm} \cos \phi_{s, nm}) + (R' \sin \theta' \sin \phi') \cdot (\sin \theta_k \sin \phi_k - \sin \theta_{s, nm} \sin \phi_{s, nm})}{(R' \cos \theta') \cdot (\cos \theta_k - \cos \theta_{s, nm})} \right) \quad , \quad (8.13)$$

retningen til m-te element i n-te stav relativ den foroverrettede spredningen fra den rigide kulen når det innfallende lydfeltet er fra m-te stempelkilde i n-te stav. Posisjonen til m-te element til n-te stav relativ kulens koordinatsystem er

$$\underline{R}' = |\underline{r}_{nm} - \underline{r}_k| = (r_{nm} \sin \theta_{nm} \cos \phi_{nm} - r_k \sin \theta_k \cos \phi_k) \underline{e}_x + (r_{nm} \sin \theta_{nm} \sin \phi_{nm} - r_k \sin \theta_k \sin \phi_k) \underline{e}_y + (r_{nm} \cos \theta_{nm} - r_k \cos \theta_k) \underline{e}_z \quad . \quad (8.14)$$

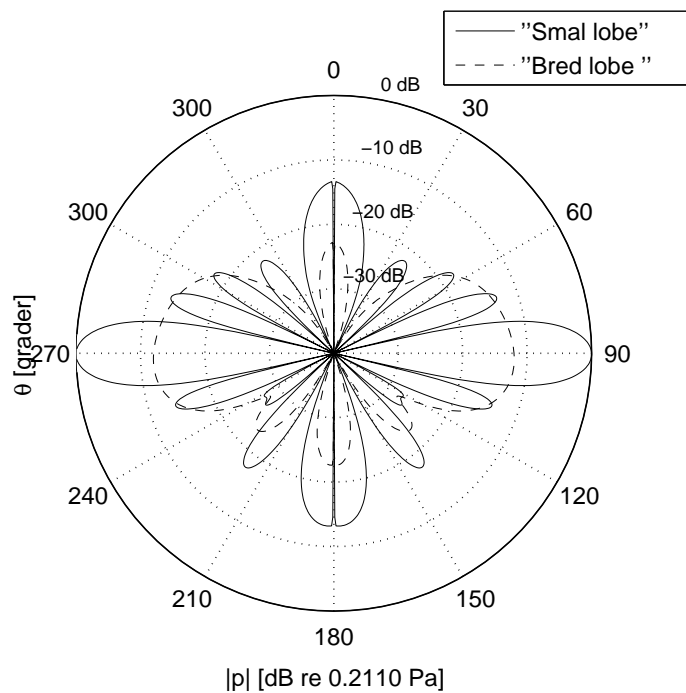
8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

Posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde/element er gitt i vedlegg E. Det blir undersøkt den mottatte lydtrykksamplituden i hvert element når kulen har forskjellige posisjoner. Posisjonene til kulen, med de tilhørende vinklene, som er benyttet i denne simuleringen er gitt i Tab. 8.8.

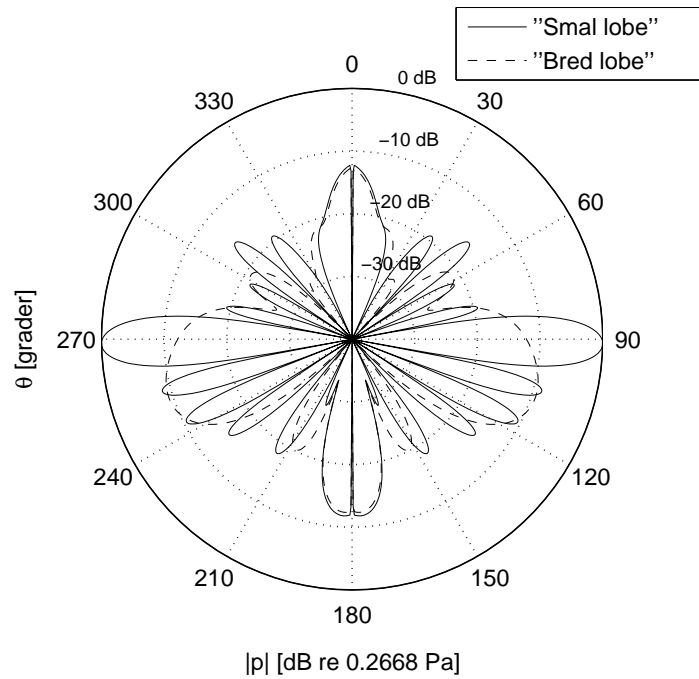
Tabell 8.8: Posisjonen for kulen i kartesiske koordinater og den tilsvarende retningen i angulære vinkler relativ det globale koordinatsystemet.

(x_k, y_k, z_k) [m]	θ_k [grader]	ϕ_k [grader]
(100, 0, 0)	90	0
(100, 0, -25)	104,04	0
(100, 0, -50)	116,57	0
(100, 0, -75)	126,87	0
(100, 0, -100)	135	0

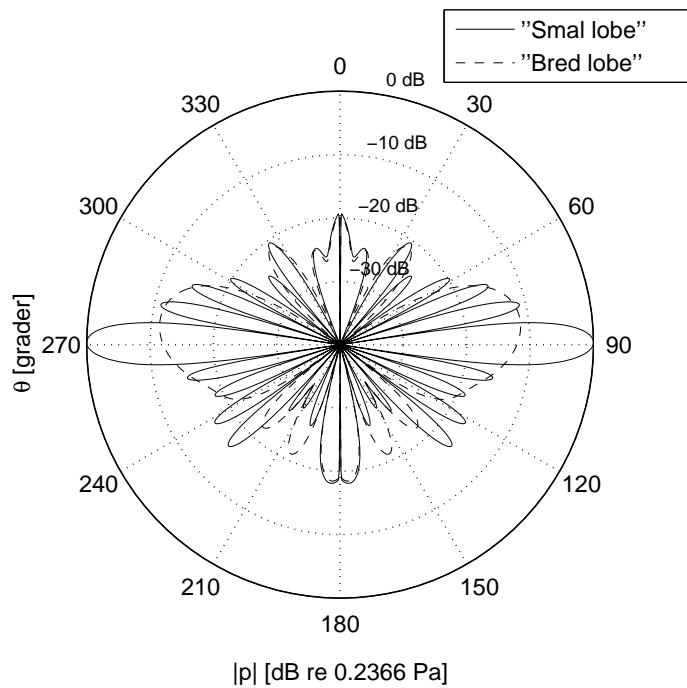
For å kunne tolke resultatet av den mottatte lydtrykksamplituden når hovedloben har enten en "smal lobe" eller en "bred lobe" må dette sees i sammenheng med det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen. Derfor blir det først vist simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrarray, gitt med Lign. (3.37), når det utstrålte lydfeltet enten har en "bred lobe" eller en smal lobe. I simuleringen er det benyttet parametere som er gitt i Tab. 8.1 og det er beregnet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0$ og $r = 100$ m.



Figur 8.14: Plott for det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrarray av stempelkilder som er beregnet fra Lign. (3.37). Frekvensen er her satt til $f = 20$ kHz og parametere som er benyttet i simuleringen er gitt i Tab. 8.1. Posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Alle stempelkildene er i fase slik at $\varphi_{nm} = 0$. For "smal lobe" er $K_{nm} = 1$, og for "bred lobe" er $K_{nm} = 1$ for $m = 4$ og 5 og $K_{nm} = 0$ for $m = 1, 2, 3, 6, 7$ og 8 . Simuleringen er plottet i det vertikale planet, hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0$ og $r = 100$ m.



(a)



(b)

Figur 8.15: Plott for det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray av stempelkilder som er beregnet fra Lign. (3.37). Frekvensen er her satt til $f = 25$ kHz i (a) og $f = 30$ kHz i (b), og parametere som er benyttet i simuleringen er gitt i Tab. 8.1. Posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Alle stempelkildene er i fase slik at $\varphi_{nm} = 0$. For "smal lobe" er $K_{nm} = 1$, og for "bred lobe" er $K_{nm} = 1$ for $m = 4$ og 5 og $K_{nm} = 0$ for $m = 1, 2, 3, 6, 7$ og 8 . Simuleringene er plottet i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0$ og $r = 100$ m.

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

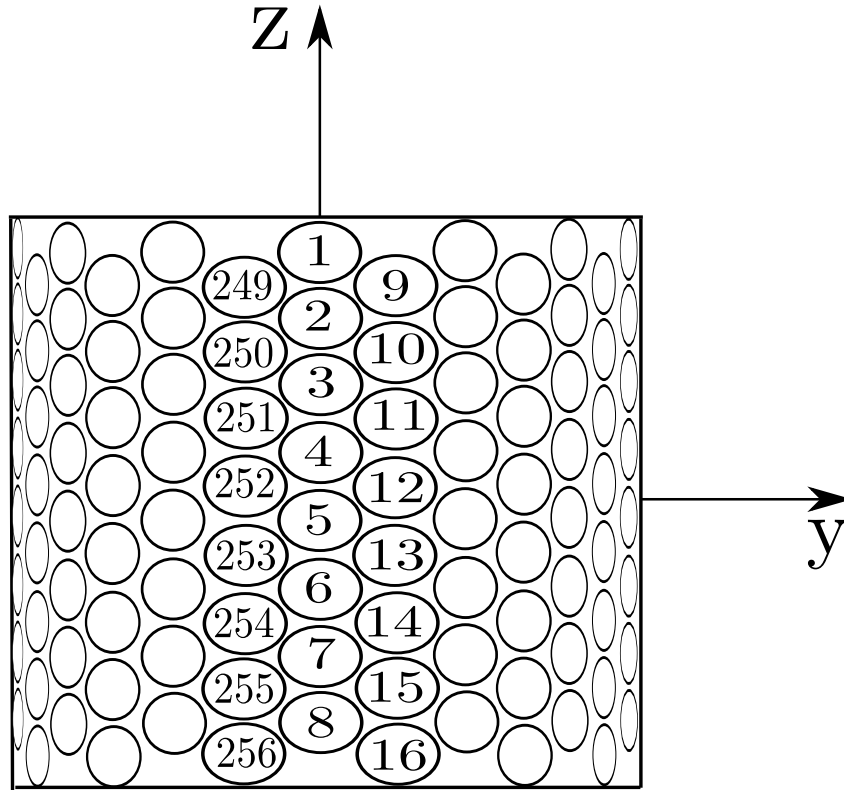
I Fig. 8.14 er det vist simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray av identiske stempekilder med frekvensen $f = 20$ kHz. Det observeres at den "brede loben" er ca. 12 dB kraftigere enn den "smale loben" ved $\theta = 90^\circ$. Det observeres også at nivået til den "brede loben" er ca. like kraftig som nivåene til de to første sidelobene i den "smale loben" med et avvik på 1-2 dB. Deformasjonen av den "brede loben" i forhold til Fig. 8.8(a) skyldes konstruksjonen til sylinderarrayen slik som det er diskutert i avsnitt 8.1.2. Ved å sammenligne med Tab. 8.8 er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden fra en "smal lobe" er ca. 12 dB kraftigere enn ved en "bred lobe" når $\theta_k = 90^\circ$. I $\theta_k = 104.4^\circ$ kan det forventes at den mottatte lydtrykksamplituden er mye kraftigere når det sendes en "bred lobe" enn om det er utstrålt en "smal lobe" siden kulens er her posisjonert midt i mellom hovedloben og første sidelobe i den "smale loben". Når kulens posisjon er i $\theta_k = 116.57^\circ$ er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden med en utstrålt "bred lobe" er mye kraftigere enn en utstrålt "smal lobe" siden kulens posisjon er midt i mellom 2. og 3. sidelobe i den utstrålte "smale loben". I $\theta_k = 126.87^\circ$ er det forventet at den mottatte lydfelten fra en "smal lobe" er tilsvarende kraftig som om det er utstrålt en "bred lobe". I $\theta_k = 135^\circ$ er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden er ca. 5 dB kraftigere om det er utstrålt en "bred lobe" enn om det er utstrålt en "smal lobe".

Når $f = 25$ kHz er det vist i Fig. 8.15 (a) simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray av stempekilder. Det observeres her at den "brede loben" er 12 dB svakere enn den "smale loben" i $\theta = 90^\circ$. Igjen er det her observert at nivået til de to første sidelobene i den "smale loben" er omtrent like kraftig som den "brede loben" med et avvik på 1-2 dB. Det observeres også at retningen til hovedloben i "brede loben" er her rettet mot ca. $\theta = 110^\circ$. Det er også her observert at nivået til endelobene for den "smale loben" er sammenfallende med nivået til endelobene for den "brede loben". Dersom det sammenlignes med kulens posisjon som er gitt i Tab. 8.8 er det forventet at i $\theta_k = 104.04^\circ$ er den mottatte lydtrykksamplituden omtrent like kraftig om det er utstrålt en "smal lobe" eller en "bred lobe". I $\theta_k = 116.57^\circ$ er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden er omtrent sammenfallende om det er utstrålt en "smal lobe" eller om det er utstrålt en "bred lobe". Når kulens posisjon er i $\theta_k = 126.57^\circ$ er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden er ca. 5 dB kraftigere ved en utstrålt "smal lobe" enn om det er utstrålt en "bred lobe". Når kulens posisjon er i $\theta_k = 135^\circ$ er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden fra en utstrålt lydfelt som enten er en "smal lobe" eller en "bred lobe" er veldig svak siden kulens posisjon er midt mellom to lobes for begge lobene.

I Fig. 8.14 (b) er det vist simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray av identiske stempekilder med $f = 30$ kHz. Det er simulert for en "smal lobe" og en "bred lobe" i det vertikale planet hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0$ og $r = 100$ m. Det observeres her at den "smale loben" er 12 dB kraftigere enn den "brede loben" ved $\theta = 90^\circ$ og nivået på de to første sidelobene i den "smale loben" er omtrent sammenfallende med nivået i den "brede loben". Retningen til den "brede loben" er her rettet mot ca. $\theta = 75^\circ$ og nivået til endelobene for den "smale loben" er sammenfallende med den "brede loben". Ved å sammenligne med kulens posisjon som er gitt i Tab. 8.8 er det forventet at når kulens posisjon er i $\theta_k = 104.04^\circ$ er den mottatte lydtrykksamplituden omtrent like kraftig om det er utstrålt en "bred lobe" eller om det er utstrålt en "smal lobe". I $\theta_k = 116.57^\circ$ er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden er mye kraftigere om det er utstrålt en "bred lobe" enn om det er utstrålt en "smal lobe" siden kulens posisjon er mellom 2. og 3. sidelobe ved den "smale loben". Når kulens posisjon er i $\theta_k = 126.57^\circ$ er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden med en utstrålt "smal lobe" er litt over 10 dB kraftigere enn om det er utstrålt en "bred lobe" siden kulens posisjon er på den 3. sideloben ved den "smale loben" og mellom hovedloben og 1. sidelobe i den "brede loben". I $\theta_k = 135^\circ$ er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden er litt under 5 dB kraftigere om det er utstrålt en "smal lobe" enn om det er utstrålt en "bred lobe".

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

Det er nå gitt en oversikt over hvilke lydtrykksamplitude som kan forventes å bli mottatt i elementene for ulike posisjoner av kula når det er utstrålt et lydfelt som enten har en "bred lobe" eller en "smal lobe". For å identifisere hvilke element som har hvilke lydtrykksamplitude er det valgt her å nummerere hvert element. Nummereringen er slik at øverste element i staven som er orientert mot x-aksen, første stav, er gitt som nr. 1. Den nederste elementet i samme stav er da gitt som nr. 8 og slik fortsetter nummereringen, i retningen mot klokken, til nederste stempelkilde i siste stav er gitt som nr. 256. Nummereringen er skissert i Fig. 8.16. I vedlegg E er det også vist denne nummereringen for hvert element.

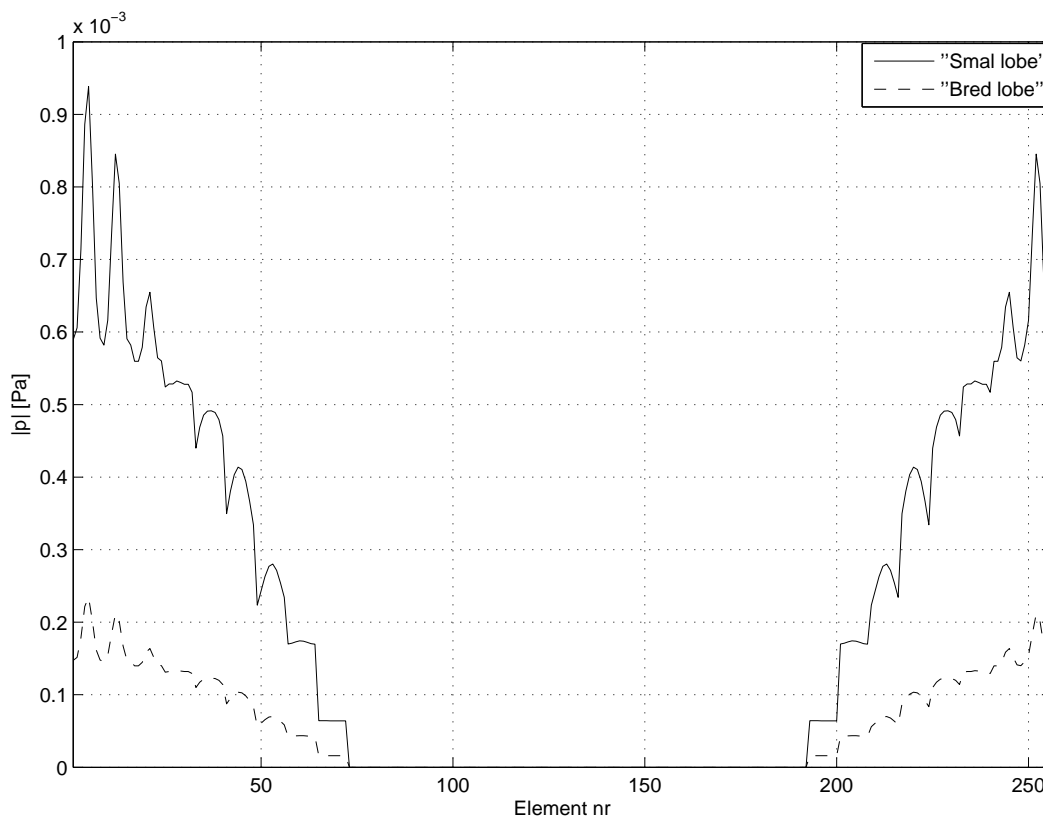


Figur 8.16: Skisse for en sylindrisk array hvor hvert element er nummerert. Her er de to første stavene og den siste nummerert. Første stav, som er orientert mot x-aksen, har elementnummer 1-8, andre stav har elementnummer 9-16 og siste stav har elementnummer 249-256.

Videre blir det her undersøkt den simulerte fordelingen av den mottatte lydtrykksamplituden i vann over elementene i cylinderarrayen. Beregningene av dette er gitt fra Lign. (8.12) hvor det er benyttet parameterene fra Tab. 8.1. Posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde/element er gitt i vedlegg E. I dette tilfellet er det undersøkt når alle stempelkildene er i samme fase, $\varphi_{nm} = 0$. Det blir undersøkt forskjellen i den mottatte lydtrykksamplituden i hvert element når det enten er utstrålt en "bred lobe" eller en "smal lobe". I den "brede loben" er hver stempelkilde vektet med $K_{nm} = 1$ for $m = 4$ og 5 og $K_{nm} = 0$ for $m = 1, 2, 3, 6, 7$ og 8 og i den "smale loben" er alle stempelkilde vektet med $K_{nm} = 1$. Det blir også undersøkt for frekvensene $f = 20$ kHz, 25 kHz og 30 kHz. Kulens posisjon og tilhørende vinkler er gitt i Tab. 8.8

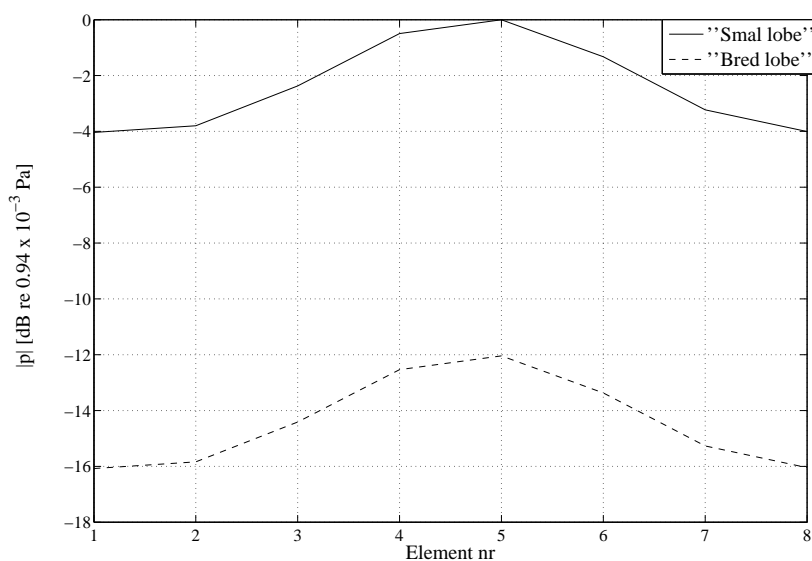
8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

Mottatt lydtrykksamplitude når $f = 20$ kHz



Figur 8.17: Simulert fordeling av den mottatte lydtrykksamplituden i vann over alle elementene i sylinderrarrayen. I simuleringen er det benyttet Lign. (8.12) hvor parametere som er benyttet er gitt i Tab. 8.1. Posisjonen for hver stempelkilde/element er gitt i vedlegg E. Simuleringen viser det tilbakespredte lydfeltet fra en rigid kule, med sentrum av kulen i posisjonen $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$, når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har enten en "bred lobe" (stiplet) eller en "smal lobe" (heltrukket) og frekvensen $f = 20$ kHz.

I Fig. 8.17 er det vist den tilbakespredte lydtrykksamplituden i hvert element med nummerering slik som det er vist i Fig. 8.16. Det er vist når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har enten en "smal lobe" (heltrukket) eller en "bred lobe" (stiplet). For den heltrukne linjen observeres et maksimum i 5. element. Her er den mottatte lydtrykksamplituden $0.94 \cdot 10^{-3}$ Pa. Neste topp er i 12. og 252. element. Her er lydtrykksamplituden $0.84 \cdot 10^{-3}$ Pa. Bare fra det som er observert fra dette plottet er det mulig å anta at kulens posisjon er lokalisert på x-aksen, men dette er ikke vesentlig i denne analysen. Der hvor lydtrykksamplituden er 0 Pa er elementene plassert på skyggesiden av sylinderrarrayen relativ til kulens posisjon. Dersom den stiplede linjen studeres ("bred lobe") er den mottatte lydtrykksamplituden i hvert element mye svakere enn når alle stempelkildene er aktiv ("smal lobe"), noe som er forventet fra analysen tidligere i avsnittet. Den stiplede linjen har et toppunkt i 5. element, hvor lydtrykksamplituden er $0.225 \cdot 10^{-3}$ Pa. Siden det er maksimum lydtrykk i den første staven vil det videre bare bli fokusert på de 8 første elementene.



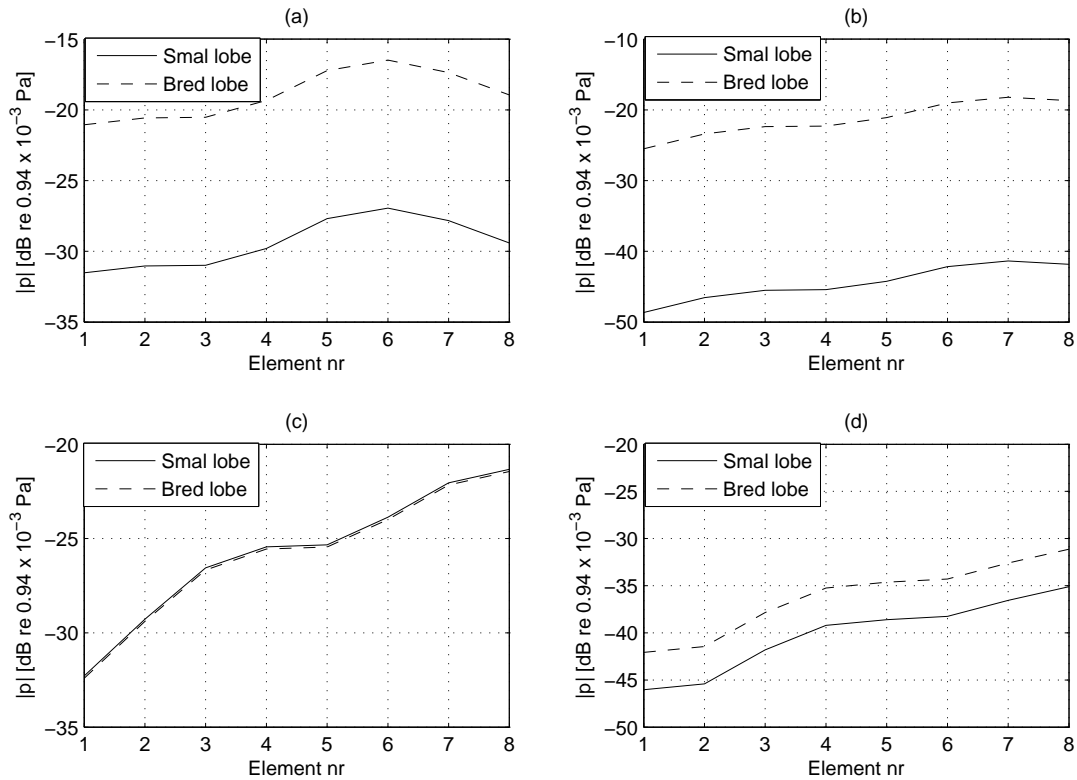
Figur 8.18: Simulert fordeling av den mottatte lydtrykksamplituden i vann over de 8 første elementene i en sylinderrarray når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen enten har en "bred lobe" (stiplet) eller en "smal lobe" (heltrukket). Frekvensen er satt til $f = 20$ kHz og posisjonen til kulen er $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$.

Tabell 8.9: Tabell for fordelingen av den mottatte lydtrykksamplituden i vann for de 8 første elementene sylinderrarrayen. Verdiene er beregnet i dB relativ $0.94 \cdot 10^{-3}$ Pa. Frekvensen er her satt til $f = 20$ kHz og kulens posisjon er $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$.

Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse
1	-4.04 dB	-16.08 dB	12.04 dB
2	-3.8 dB	-15,84 dB	12.04 dB
3	-2.37 dB	-14.41 dB	12.04 dB
4	-0.5 dB	-12.54 dB	12.04 dB
5	0 dB	-12.04 dB	12.04 dB
6	-1.33 dB	-13.37 dB	12.04 dB
7	-3.23 dB	-15.27 dB	12.04 dB
8	-4.01 dB	-16.05 dB	12.04 dB

I Fig. 8.18 og i Tab. 8.9 er det gitt den mottatte lydtrykksamplituden, i dB relativ $0.94 \cdot 10^{-3}$ Pa, for de 8 første elementene når kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$. Det observeres at dersom det er utstrålt en "bred lobe" er den mottatte lydtrykksamplituden i de 8 første elementene 12.04 dB svakere enn dersom det er utstrålt en "smal lobe". Dette viser at når posisjonen til kulen er midt i hovedloben til en utstrålt "smal lobe" er dette vesentlig kraftigere enn om det er utstrålt en "bred lobe". Fra forventningene fra Fig. 8.14 ble det sagt at det var forventet at den mottatte lydtrykksamplituden i hvert element med en utstrålt "bred lobe" ville være ca. 12 dB svakere enn om det var utstrålt en "smal lobe". Dette resultatet er derfor i samsvar med det som var forventet.

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN



Figur 8.19: Simulert fordeling av den mottatte lydtrykksamplituden, i dB relativ $0.94 \cdot 10^{-3}$ Pa, i de 8 første elementene i en sylinderrarray når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har enten en "smal lobe" (heltrukken) eller en "bred lobe" (stiplet). Frekvensen er her satt til 20 kHz. Kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$ i (a), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$ i (b), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ i (c) og $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$ i (d) hvor de tilhørende vinklene er gitt i Tab. 8.8.

I Fig 8.19 er det vist det tilbakespredte lydfeltet i dB i de 8 første elementene. Frekvensen er her satt til $f = 20 \text{ kHz}$. Når det utstrålte lydfeltet har en "bred lobe" er den mottatte lydtrykksamplituden gitt med den stippledde linje. Når det utstrålte lydfeltet har en "smal lobe" er den mottatte lydtrykksamplituden gitt med en heltrukken linje. Kulens posisjon er i (a) gitt som $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$, i (b) er det gitt som $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$, i (c) er det gitt som $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ og i (d) er det gitt som $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$. Mer detaljert informasjon om de ulike verdiene for de ulike elementene er gitt i Tab. 8.10.

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

Tabell 8.10: Tabell for fordelingen av den mottatte lydtrykksamplituden i vann for de 8 første elementene sylinderrarrayen. Verdiene er beregnet i dB relativ $0.94 \cdot 10^{-3}$ Pa. Frekvensen er her satt til $f = 20$ kHz, og kulens posisjon er $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$ i (a), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$ i (b), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ i (c) og $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$ i (d).

(a)				(b)			
Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse	Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse
1	-31.5 dB	-21.1 dB	10.4 dB	1	-48.6 dB	-25.5 dB	23.1 dB
2	-31.0 dB	-20.6 dB	10.4 dB	2	-46.5 dB	-23.4 dB	23.1 dB
3	-31.0 dB	-20.5 dB	10.5 dB	3	-45.5 dB	-22.4 dB	23.1 dB
4	-29.8 dB	-19.3 dB	10.5 dB	4	-45.4 dB	-22.3 dB	23.1 dB
5	-27.8 dB	-17.2 dB	10.6 dB	5	-44.2 dB	-21.1 dB	23.1 dB
6	-27.0 dB	-16.5 dB	10.5 dB	6	-42.2 dB	-19.0 dB	23.2 dB
7	-27.8 dB	-17.4 dB	10.4 dB	7	-41.4 dB	-18.2 dB	23.2 dB
8	-29.4 dB	-18.9 dB	10.5 dB	8	-41.8 dB	-18.7 dB	23.1 dB

(c)				(d)			
Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse	Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse
1	-32.3 dB	-32.4 dB	0.1 dB	1	-46.0 dB	-42.1 dB	3.9 dB
2	-29.3 dB	-29.4 dB	0.1 dB	2	-45.4 dB	-41.5 dB	3.9 dB
3	-26.6 dB	-26.7 dB	0.1 dB	3	-41.8 dB	-37.8 dB	4.0 dB
4	-25.4 dB	-25.6 dB	0.2 dB	4	-39.2 dB	-35.2 dB	4.0 dB
5	-25.3 dB	-25.5 dB	0.2 dB	5	-38.6 dB	-34.6 dB	4.0 dB
6	-23.9 dB	-24.0 dB	0.1 dB	6	-38.3 dB	-34.3 dB	4.0 dB
7	-22.0 dB	-22.2 dB	0.2 dB	7	-36.6 dB	-32.6 dB	4.0 dB
8	-21.3 dB	-21.5 dB	0.2 dB	8	-35.1 dB	-31.1 dB	4.0 dB

I Fig. 8.19 og i Tab. 8.10 er det vist at den mottatte lydtrykksamplituden i de 8 første elementene. Lydtrykksamplituden er fra det tilbakespredte lydfeltet fra en rigid kule hvor det innfallende lydfeltet til kule er det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarray med enten en "bred lobe" eller en "smal lobe".

Når kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$, eller $\theta_k = 104.04^\circ$, er avstanden fra sentrum av arrayen til kule $r_k = 103 \text{ m}$. I (a) er det vist at den mottatte lydtrykksamplituden, når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "bred lobe", er i snitt 10,5 dB kraftigere enn dersom det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "smal lobe". Forventningene fra Fig. 8.14 var at den mottatte lydtrykksamplituden, med en utstrålt "bred lobe", ville være mye kraftigere enn om det er utstrålt en "smal lobe". Resultatet her er i samsvar med det som var forventet. Det observeres også at den maksimale mottatte lydtrykksamplituden er i 6. element.

I (b), hvor $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$ eller $\theta_k = 116.57^\circ$, er avstanden mellom sentrum av sylinderrarrayen og kule $r_k = 111 \text{ m}$. Den mottatte lydtrykksamplituden når det er utstrålt en "bred lobe" er i snitt 23,1 dB kraftigere enn om det er utstrålt en "smal lobe". Dette stemmer også med forventningene fra Fig. 8.14. Den maksimale mottatte lydtrykksamplituden er her i 7. element.

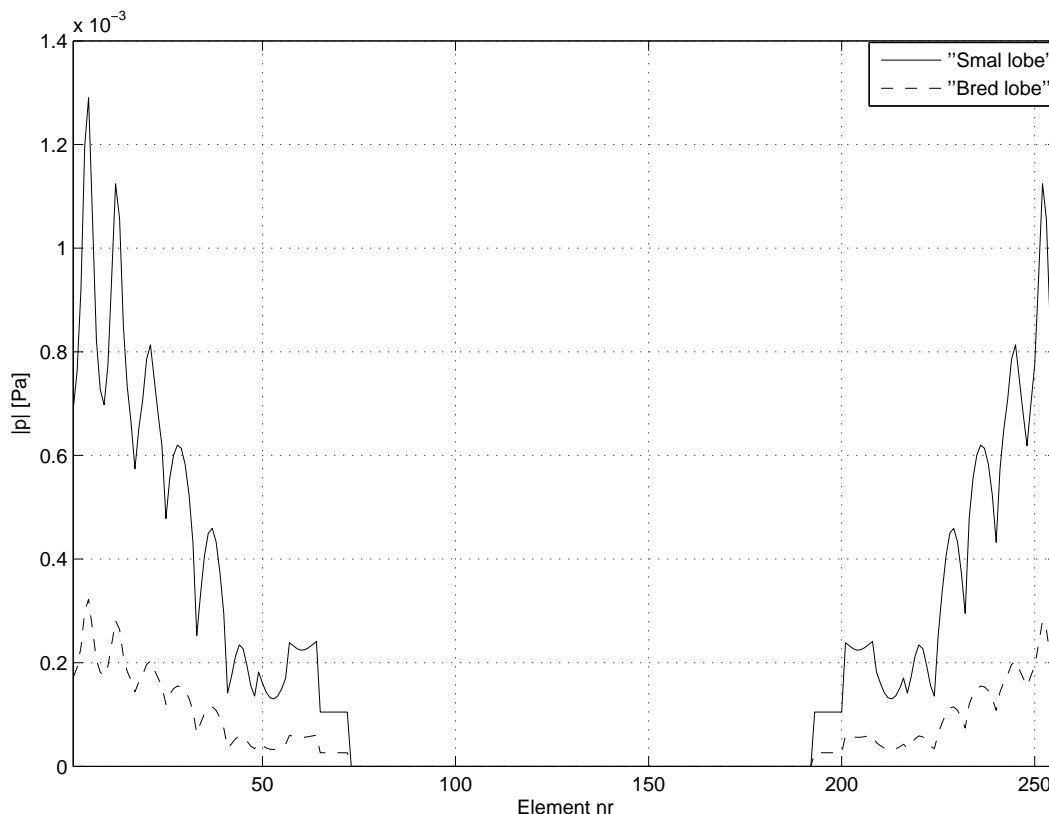
Når kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$, eller $\theta_k = 126.87^\circ$, er avstanden mellom sentrum av sylinderrarrayen og kule $r_k = 125 \text{ m}$. I (c) er det vist at avviket i den mottatte lydtrykksamplituden med en utstrålt "bred lobe" og en "smal lobe" er i snitt 0.1 dB. I Fig. 8.14 er det forventet et samsvar i den mottatte lydtrykksamplituden når det er utstrålt et lydfeltet som enten har en "bred lobe" eller en "smal lobe". Dette resultatet stemmer med det som er forventet. Den maksimale

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

lydtrykksamplituden er, i begge tilfellene, i 8. element.

I (d) er kulens posisjon i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$. Dette tilsvarer $\theta_k = 135^\circ$ og avstanden fra sentrum av sylinderrarrayen til kulens posisjon er $r_k = 141 \text{ m}$. Den mottatte lydtrykksamplituden når det utstrålt en "bred lobe" er i snitt 4 dB kraftigere enn dersom det utstrålte en "smal lobe". Forventningene fra Fig. 8.14 var at avviket skulle være ca. 5 dB. Dette resultatet er i et godt samsvar med det som er forventet. Den maksimale lydtrykksamplituden, i begge tilfellene, er i 8. element.

Mottatt lydtrykksamplitude når $f = 25 \text{ kHz}$



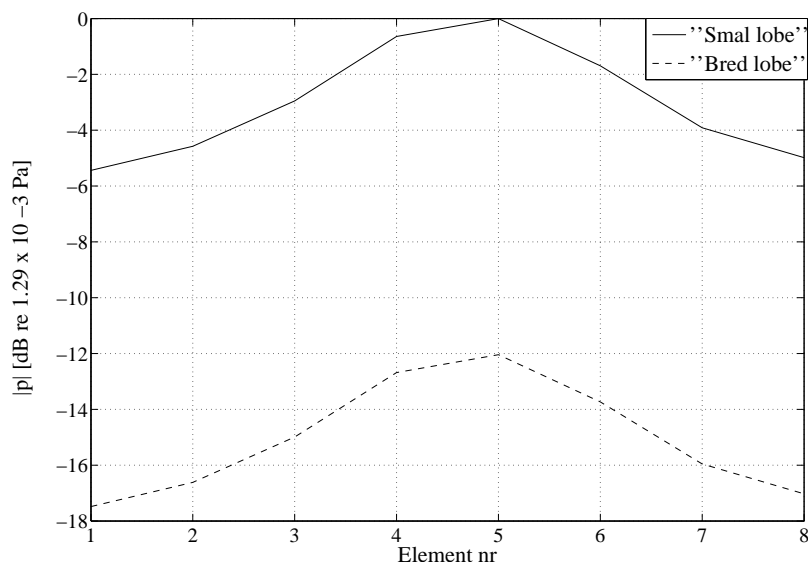
Figur 8.20: Simulert fordeling av den mottatte lydtrykksamplituden i vann over alle elementene i sylinderrarrayen når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "smal lobe" (heltrukken) eller en "bred lobe" (stiplet). Frekvensen er her satt til $f = 25 \text{ kHz}$ og kulens posisjon er $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$. I simuleringen er det benyttet Lign. (8.12) hvor parametere som er benyttet er gitt i Tab. 8.1. Posisjonen for hver stempelkilde/element er gitt i vedlegg E.

I Fig. 8.20 er det vist simuleringen av den mottatte lydtrykksamplituden i hvert element når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har enten en "smal lobe" eller en "bred lobe". Det utstrålte lydfeltet treffer den rigide kule og det tilbakespredte lydfeltet er simulert i hvert element. Kulens posisjon er dette tilfellet i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$. Posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde/element er gitt i vedlegg E.

Når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "smal lobe" (heltrukken) er den maksimale mottatte lydtrykksamplituden i 5. element, hvor amplituden er $1.29 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$. Dette er en større amplitude enn det som er observert når $f = 20 \text{ kHz}$. Dersom det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

”bred lobe” (stiplet) er den maksimale mottatte lydtrykksamplituden også i 5. element med amplituden $0.3225 \cdot 10^{-3}$ Pa. Dette er igjen en større amplitude enn når $f = 20$ kHz.



Figur 8.21: Simulert fordeling av den mottatte lydtrykksamplituden i vann, når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrrayen har enten en ”smal lobe” (heltrukken) eller en ”bred lobe” (stiplet), over de 8 første elementene i sylinderrrayen. Frekvensen er satt til $f = 25$ kHz og posisjonen til kulen er $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$.

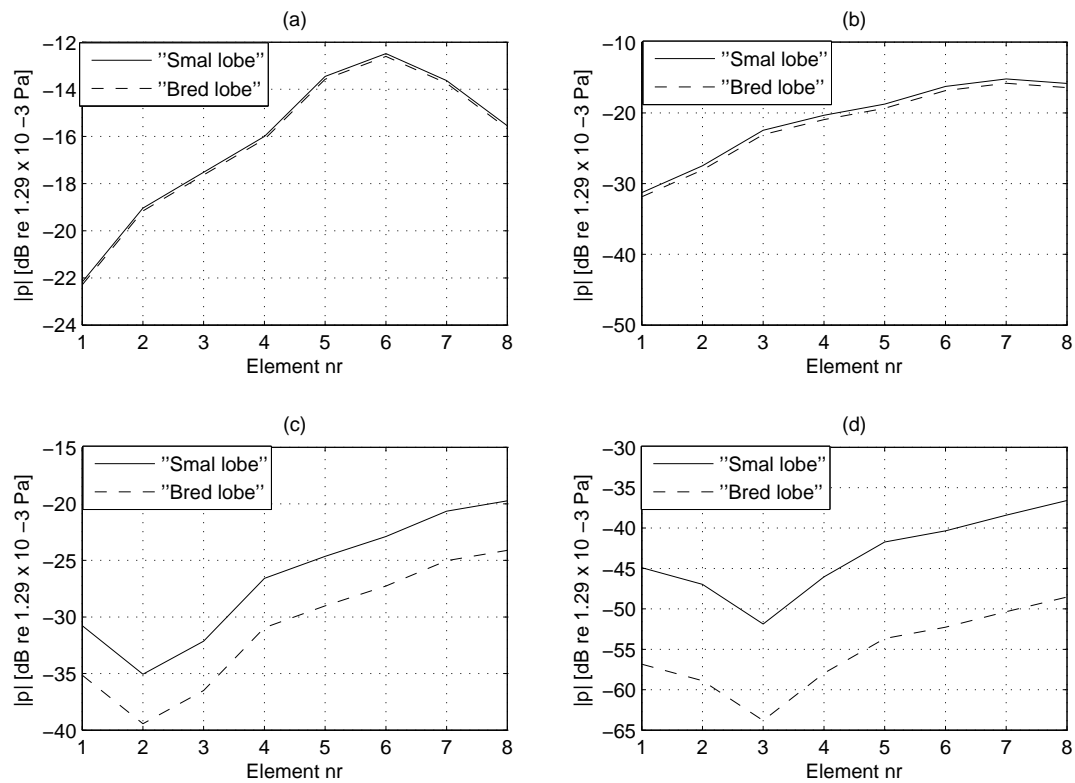
Tabell 8.11: Tabell for fordelingen av den mottatte lydtrykksamplituden i vann for de 8 første elementene sylinderrrayen. Verdiene er beregnet i dB relativ $1.29 \cdot 10^{-3}$ Pa. Frekvensen er her satt til $f = 25$ kHz, og kulens posisjon er $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$.

Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse
1	-5.4 dB	-17.5 dB	12.1 dB
2	-4.6 dB	-16.6 dB	12 dB
3	-3.0 dB	-15.0 dB	12 dB
4	-0.6 dB	-12.7 dB	12.1 dB
5	0.0 dB	-12.0 dB	12 dB
6	-1.7 dB	-13.7 dB	12 dB
7	-3.9 dB	-16.0 dB	12.1 dB
8	-5 dB	-17.0 dB	12 dB

I Fig. 8.21 og i Tab. 8.12 det vist den mottatte lydtrykksamplituden i de 8 første elementene i sylinderrrayen. Det utstrålte lydfeltet fra sylinderrrayen har her enten en ”smal lobe” eller en ”bred lobe”. Kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ og frekvensen til det utstrålte lydfeltet er $f = 25$ kHz.

Det observeres i figuren og i tabellen at den mottatte lydtrykksamplituden, når det er utstrålt en ”bred lobe”, er 12 dB svakere enn om det er utstrålt ”smal lobe”. Dette gjelder for alle elementene. Dette stemmer med forventningene i Fig. 8.15 (a). Den maksimale mottatte lydtrykksamplituden er, i begge tilfellene, i 5. element.

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN



Figur 8.22: Simulert fordelingen av den mottatte lydtrykksamplituden, i dB relativ $1.29 \cdot 10^{-3}$ Pa, i de 8 første elementene i en sylinderrarray når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen enten har en "smal lobe" (heltrukket) eller en "bred lobe" (stiplet). Frekvensen er her satt til 25 kHz. Kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$ i (a), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$ i (b), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ i (c) og $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$ i (d) hvor de tilhørende vinklener er gitt i Tab. 8.8.

I Fig 8.22 er det vist de simulerte verdiene for den tilbakespredte lydtrykksamplituden i de 8 første elementene i sylinderrarrayen. Den heltrukne linjen viser den mottatte lydtrykksamplituden når det utstrålte lydfeltet har en "smal lobe". Når det utstrålte lydfeltet har en "bred lobe" er den mottatte lydtrykksamplituden gitt med den stiplete linjen. Det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen blir spredt av den rigide kule hvor kulens posisjon er i (a) gitt som $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$, i (b) er det gitt som $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$, i (c) er det gitt som $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ og i (d) er det gitt som $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$. Frekvensen i alle tilfellene er satt til $f = 25 \text{ kHz}$. En mer detaljert informasjon om det som observeres i plottene er gitt i Tab. 8.12.

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

Tabell 8.12: Tabell for fordelingen av den mottatte lydtrykksamplituden i vann for de 8 første elementene sylinderrarrayen. Verdiene er beregnet i dB relativ $1.29 \cdot 10^{-3}$ Pa. Frekvensen er her satt til $f = 25$ kHz og kulens posisjon er $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$ i (a), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$ i (b), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ i (c) og $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$ i (d) hvor de tilhørende vinklene er gitt i Tab. 8.8.

(a)				(b)			
Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse	Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse
1	-22.2 dB	-22.3 dB	0.1 dB	1	-31.3 dB	-31.9 dB	0.6 dB
2	-19 dB	-19.2 dB	0.2 dB	2	-27.5 dB	-28.1 dB	0.6 dB
3	-17.5 dB	-17.6 dB	0.1 dB	3	-22.5 dB	-23.1 dB	0.6 dB
4	-16 dB	-16.1 dB	0.1 dB	4	-20.3 dB	-20.9 dB	0.6 dB
5	-13.5 dB	-13.6 dB	0.1 dB	5	-18.8 dB	-19.4 dB	0.6 dB
6	-12.5 dB	-12.6 dB	0.1 dB	6	-16.3 dB	-16.9 dB	0.6 dB
7	-13.6 dB	-13.8 dB	0.2 dB	7	-15.2 dB	-15.8 dB	0.6 dB
8	-15.6 dB	-15.7 dB	0.1 dB	8	-15.8 dB	-16.4 dB	0.6 dB

(c)				(d)			
Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse	Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse
1	-30.8 dB	-35.1 dB	4.3 dB	1	-44.9 dB	-56.8 dB	11.9 dB
2	-35.1 dB	-39.4 dB	4.3 dB	2	-47 dB	-58.9 dB	11.9 dB
3	-32.1 dB	-36.5 dB	4.4 dB	3	-51.9 dB	-63.8 dB	11.9 dB
4	-26.6 dB	-31.0 dB	4.4 dB	4	-46 dB	-58.0 dB	12 dB
5	-24.6 dB	-29.0 dB	4.4 dB	5	-41.7 dB	-53.7 dB	12 dB
6	-22.9 dB	-27.3 dB	4.4 dB	6	-40.3 dB	-52.3 dB	12 dB
7	-20.7 dB	-25.0 dB	4.3 dB	7	-38.4 dB	-50.3 dB	11.9 dB
8	-19.7 dB	-24.1 dB	4.4 dB	8	-36.6 dB	-48.5 dB	11.9 dB

I Tab. 8.12 er det oppgitt den mottatte lydtrykksamplituden i dB relativ $1.29 \cdot 10^{-3}$ Pa i de 8 første elementene. Kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$ i (a), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$ i (b), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ i (c) og $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$ i (d). Frekvenser er her satt til $f = 25$ kHz.

I figuren og i tabellen (a) er det vist at den mottatte lydtrykksamplituden i de 8 første elementene når kulens posisjon er $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$. Det observeres når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "smal lobe" er dette rundt 0.1 dB kraftigere enn om det utstrålte lydfeltet har en "bred lobe". Fra Fig. 8.15 (a) er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden er sammenfallende om det er utstrålt en "bred lobe" eller en "smal lobe". Den maksimale lydtrykksamplituden er her i 6. element i begge tilfellene.

I (b) observeres at den mottatte lydtrykksamplituden er 0.6 dB svakere om det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "bred lobe" enn om det er en "smal lobe". Kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$. Fra analysen av Fig. 8.15 (a) var det forventet den mottatte lydtrykksamplituden var sammenfallende for begge tilfellene. Den maksimale mottatte lydtrykksamplituden er her i 6. element.

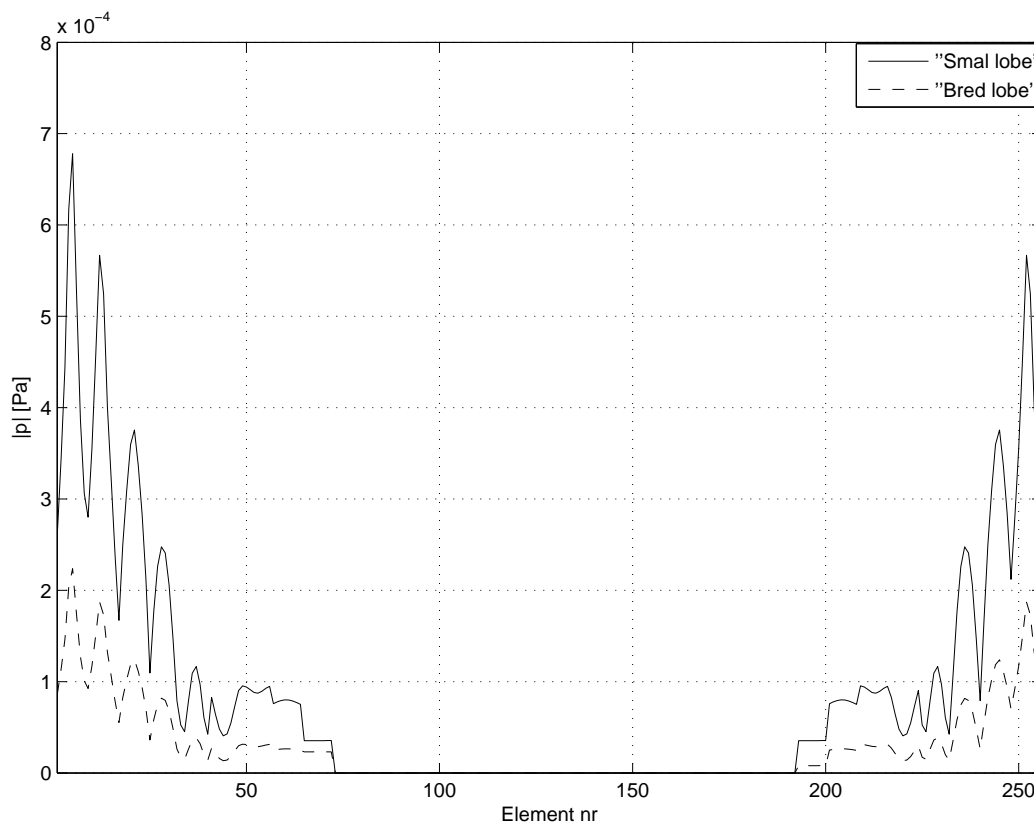
Når kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ observeres at, når det utstrålte lydfeltet har en "smal lobe", den mottatte lydtrykksamplituden i snitt 4.4 dB kraftigere enn om det utstrålte lydfeltet har en "bred lobe". Fra Fig. 8.15 (a) er det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

med en utstrålt "smal lobe" skal være ca. 5 dB kraftigere enn om det er utstrålt en "bred lobe". Forventningene er her i samsvar med resultatet. I begge tilfellene er den minste mottatte lydtrykksamplituden i 2. element og den maksimale mottatte lydtrykksamplituden er i det 8. elementet. Det har ikke lyktes i å forklare hvorfor lydtrykksamplituden i 1. element er kraftigere enn lydtrykksamplituden i 2. element.

I (d) er kulens posisjon i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$. Den mottatte lydtrykksamplituden, når det utstrålte lydfeltet har en "smal lobe", er 11.4 dB kraftigere enn om det var utstrålt et lydfelt som har en "bred lobe". Fra Fig. 8.15 (a) er det observert at kulens posisjon i dette tilfellet er midt i mellom to lobes. Det var her forventet at den mottatte lydtrykksamplituden ville være veldig svakt i begge tilfellene. Fra tabell (d) er det vist at dette er tilfelle. I begge tilfellene blir den mottatte lydtrykksamplituden svakere for de tre første elementene for å så bli kraftigere for hvert element til den maksimale lydtrykksamplituden i 8. element.

Mottatt lydtrykksamplitude når $f = 30 \text{ kHz}$

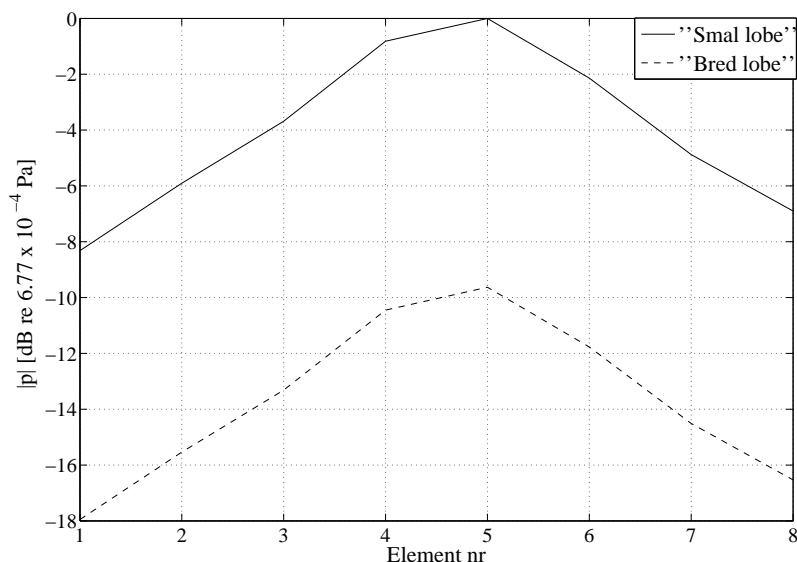


Figur 8.23: Simulert fordeling av den mottatte lydtrykksamplituden i vann over alle elementene i sylinderrarrayen. I simuleringen er det benyttet Lign. (8.12) hvor parametere som er benyttet er gitt i Tab. 8.1. Posisjonen for hver stempelkilde/mottakerelement er gitt i vedlegg E. Simuleringen viser det tilbakespredte lydfeltet fra en rigid kule, med sentrum i posisjonen $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$, når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har frekvensen $f = 30 \text{ kHz}$ og med enten en "bred lobe" (stiplet) eller en "smal lobe" (heltrukken).

I Fig. 8.23 er det vist den mottatte lydtrykksamplituden i alle elementene i sylinderrarrayen hvor posisjonen til hvert element er gitt i vedlegg E. Den heltrukne linjen er for den mottatte lydtrykksamplituden når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "smal lobe" og den stiplede linjen er når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "bred lobe". Kulens posisjon er her i $(x_k, y_k, z_k) = (100$

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

m, 0 m, 0 m) relativ det globale koordinatsystemet. Frekvensen er i denne simuleringen gitt som $f = 30$ kHz. I figuren observeres i begge tilfellene at den maksimale lydtrykksamplituden er i 5. element. Når det utstrålte lydfeltet har en "smal lobe" er amplituden i 5. element gitt med $6.77 \cdot 10^{-4}$ Pa som er svakere enn det som er vist når $f = 20$ kHz og $f = 25$ kHz. Dersom det utstrålte lydfeltet fra sylinderarrayen har en "bred lobe" er lydtrykksamplituden i 5. element $2.237 \cdot 10^{-4}$ Pa som er svakere enn når det er utstrålt med frekvensen $f = 20$ kHz eller $f = 25$ kHz.



Figur 8.24: Simulert fordeling av den mottatte lydtrykksamplituden i vann, når det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray enten har en "smal lobe" (heltrukket) eller en "bred lobe" (stiplet), over de 8 første elementene i en sylinderarrayen. Frekvensen er satt til $f = 30$ kHz og posisjonen til kulen er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$.

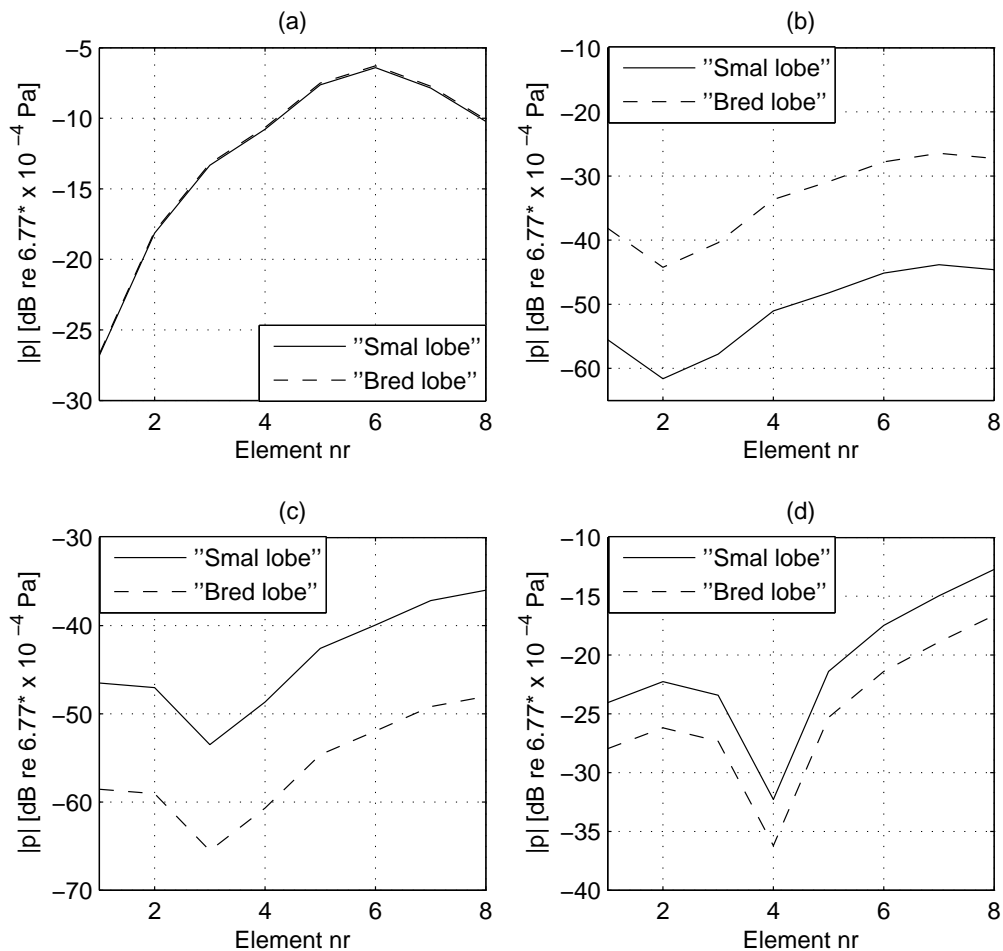
Tabell 8.13: Tabell for fordelingen av den mottatte lydtrykksamplituden i vann for de 8 første elementene sylinderarrayen. Verdiene er beregnet i dB relativ $6.77 \cdot 10^{-4}$ Pa. Frekvensen er her satt til $f = 30$ kHz og kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$.

Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse
1	-8.3 dB	-18.0 dB	9.7dB
2	-5.9 dB	-15.5 dB	9.6 dB
3	-3.7 dB	-13.3 dB	9.6 dB
4	-0.8 dB	-10.5 dB	9.7 dB
5	0 dB	-9.6 dB	9.6 dB
6	-2.1 dB	-11.8 dB	9.7 dB
7	-4.9 dB	-14.5 dB	9.6 dB
8	-6.9 dB	-16.5 dB	9.6 dB

I Fig. 8.24 og i Tab. 8.14 er det vist den mottatte lydtrykksamplituden i dB relativ $6.77 \cdot 10^{-4}$ i de 8 første elementene i sylinderarrayen. Kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ og frekvensen er her satt til $f = 30$ kHz. Det observeres at, når det utstrålte lydfeltet fra sylinderarrayen har en "bred lobe", den mottatte lydtrykksamplituden i hvert element i snitt 9.6 dB svakere enn om det var en "smal lobe" som var utstrålt. Fra analysene i Fig. 8.15 (b) er det forventet at en utstrålt "smal lobe" ville gi ca. 12 dB kraftigere mottatt lydtrykksamplitude enn om det er utstrålt en "bred lobe". Det er

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

derfor et lite avvik mellom det som er forventet og det som er gitt i resultatet. Til nå er det ikke funnet en forklaring på dette og en bedre analyse må til i et fremtidig arbeid.



Figur 8.25: Simulert fordelingen av den mottatte lydtrykksamplituden, i dB relativ $6.77 \cdot 10^{-4}$ Pa, i de 8 første elementene i en sylinderarray når det utstrålte lydfeltet fra sylinderarrayen har enten en "smal lobe" (heltrukken) eller en "bred lobe" (stiplet). Frekvensen som er benyttet i simuleringen er 30 kHz. Kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$ i (a), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$ i (b), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ i (c) og $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$ i (d) hvor vinklene er gitt i Tab. 8.8.

I Fig 8.25 er det vist den mottatte lydtrykksamplituden i de 8 første elementene i sylinderarrayen. Den heltrukne linjen viser den mottatte lydtrykksamplituden når det utstrålte lydfeltet fra sylinderarrayen har en "smal lobe". Når det utstrålte lydfeltet har en "bred lobe" er den mottatte lydtrykksamplituden gitt med den stipulede linjen. Kulens posisjon er $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$ i (a), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$ i (b), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ i (c) og i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$ i (d). Frekvensen i alle tilfellene er satt til $f = 30 \text{ kHz}$. En mer detaljert informasjon er gitt i Tab. 8.14.

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

Tabell 8.14: Tabell for fordelingen av den mottatte lydtrykksamplituden i vann for de 8 første elementene sylinderrarrayen. Verdiene er beregnet i dB relativ $6.77 \cdot 10^{-4}$ Pa. Frekvensen er her satt til $f = 30$ kHz og kulens posisjon er $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$ i (a), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$ i (b), $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ i (c) og $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$ i (d).

(a)				(b)			
Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse	Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse
1	-26.8 dB	-26.7 dB	0.1 dB	1	-55.5 dB	-38.2 dB	17.3 dB
2	-18.1 dB	-18.0 dB	0.1 dB	2	-61.6 dB	-44.3 dB	17.3 dB
3	-13.5 dB	-13.2 dB	0.3 dB	3	-57.8 dB	-40.4 dB	17.4 dB
4	-10.8 dB	-10.7 dB	0.1 dB	4	-51.3 dB	-33.7 dB	17.6 dB
5	-7.6 dB	-7.5 dB	0.1 dB	5	-48.2 dB	-30.9 dB	17.3 dB
6	-6.4 dB	-6.3 dB	0.1 dB	6	-45.2 dB	-27.8 dB	17.4 dB
7	-7.9 dB	-7.7 dB	0.2 dB	7	-43.8 dB	-26.5 dB	17.3 dB
8	-10.2 dB	-10.1 dB	0.1 dB	8	-44.6 dB	-27.3 dB	17.3 dB

(c)				(d)			
Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse	Element nr	Smal lobe	Bred lobe	Differanse
1	-46.5 dB	-58.6 dB	12.1 dB	1	-24.0 dB	-28.0 dB	4.0 dB
2	-47.0 dB	-59.1 dB	12.1 dB	2	-22.3 dB	-26.2 dB	3.9 dB
3	-53.5 dB	-65.5 dB	12.0 dB	3	-23.4 dB	-27.3 dB	3.9 dB
4	-48.7 dB	-60.7 dB	12.0 dB	4	-32.3 dB	-36.2 dB	3.9 dB
5	-42.6 dB	-54.6 dB	12.0 dB	5	-21.4 dB	-25.3 dB	3.9 dB
6	-39.9 dB	-52.0 dB	12.1 dB	6	-17.5 dB	-21.4 dB	3.9 dB
7	-37.2 dB	-49.2 dB	12.0 dB	7	-15.0 dB	-18.9 dB	3.9 dB
8	-36.0 dB	-48.0 dB	12.0 dB	8	-12.7 dB	-16.6 dB	3.9 dB

I Tab. 8.14 er det gitt tabellverdier for det som er vist i Fig. 8.25. Det er her vist forskjellen i den mottatte lydtrykksamplituden i de 8 første elementene når det utstrålte lydfeltet enten har en "bred lobe" eller en "smal lobe". Kulens posisjoner er gitt i Tab. 8.8 og frekvensen er her satt til $f = 30$ kHz.

I (a) observeres at, når sylinderrarrayen sender et lydfelt som har en "bred lobe", er den mottatte lydtrykksamplituden i snitt 0.1 dB kraftigere enn om det er utstrålt en "smal lobe". Fra analysen gitt i Fig. 8.15 (b) er det forventet at det er samsvar i den mottatte lydtrykksamplituden enten om det er utstrålt en "smal lobe" fra sylinderrarrayen eller om det er utstrålt en "bred lobe". Dette resultatet er derfor i samsvar med det som var forventet. Det observeres også her at det er maksimal lydtrykksamplitude i 6. element.

I (b) observeres at den mottatte lydtrykksamplituden, når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "bred lobe", er i snitt 17.3 dB kraftigere enn om det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen var en "smal lobe". Fra analysen i Fig. 8.15 (b) var det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden var mye kraftigere om det er utstrålt en "bred lobe" fra sylinderrarrayen enn om det er utstrålt en "smal lobe". Resultatet er derfor i samsvar med det som var forventet. I begge tilfellene er den maksimale mottatte lydtrykksamplitude i 7. element og den svakeste mottatte lydtrykksamplitude er i 2. element.

Tilsvarende i (c) observeres at den mottatte lydtrykksamplituden, når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "smal lobe", i snitt er 12 dB kraftigere enn om det utstrålte lydfeltet har en "bred lobe". Fra analysen av Fig. 8.15 (b) var det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden, når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "smal lobe", er litt over 10 dB kraftigere enn om det utstrålte

8.3. SIMULERT MOTTATT LYDTRYKKSAMPLITUDE I HVERT ELEMENT I SYLINDERARRAYEN

lydfeltet har en "bred lobe". Dette viser at forventningene er i samsvar med det som er gitt i resultatet. Her er den svakeste lydtrykksamplituden i 3. element og den kraftigste lydtrykksamplituden er i 8. element.

I (d) er det vist at den mottatte lydtrykksamplituden, når det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen har en "smal lobe", er i snitt 3.4 dB kraftigere enn om det utstrålte lydfeltet har en "bred lobe". Fra analysen av Fig. 8.15 (b) var det forventet at den mottatte lydtrykksamplituden når det er utstrålt en "smal lobe" fra sylinderrarrayen ville være litt under 5 dB kraftigere enn om det er utstrålt en "bred lobe". Dette viser at det er samsvar med resultatet og det som var forventet. Av de 8 første elementene er den svakeste mottatte lydtrykksamplituden i 4. element og kraftigst i 8. element.

Helhetlig har denne simuleringen vist at det er god samsvar mellom det som er forventet og det som er gitt i resultatet. Det er et unntak når $f = 30$ kHz og kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$. Her er den mottatte lydtrykksamplituden, når det er utstrålte lydfeltet er en "bred lobe" fra sylinderrarrayen, litt svakere enn det som er forventet. Dette har ikke latt seg forklare og det trengs derfor en bedre analyse.

Det er også observert at for $f = 25$ kHz og $f = 30$ kHz er det tilfeller hvor det svakeste mottatte lydtrykksamplituden er i f.eks. 3. element. Dette er effekter som ikke var forventet og som ikke har lyktes i å forklare. Det trengs her en bedre analyse og kanskje sammenligne med eksperimente forsøk.

Kapittel 9

Oppsummering og diskusjon

I dette kapitlet vil det bli gitt en oppsummering og en diskusjon av hoveddelene av det som er presentert i oppgaven. Kapitlet inneholder tre avsnitt.

I avsnitt 9.1 er det oppsummert den teoretiske oppbygningen av en sylindrisk array av stempelkilder hvor alle stempelkildene har samme radius. Det er også oppsummert hvilke tester som er verifisere det utstrålte lydfeltet for en vilkårlig array hvor resultatet av de testene er diskutert. I tillegg er det oppsummert de vanligste metodene for bruk av en slik sylinderrray innenfor fiskeleting. Resultatet for det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrray vil også bli diskutert.

I avsnitt 9.2 er det gitt en oppsummeringen av teorien for de to modellene for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt. Det blir også gitt en liten diskusjon av det som er utledet og hvilke konsekvenser dette har. Verifikasjonen av implementeringen av dette vil også bli diskutert. Deretter blir det gitt en oppsummering av resultatene knyttet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule, hvor kulens posisjon er i sylinderrrayens nærfelt. Konsekvensene av dette resultatet vil bli diskutert.

Resultatet for fordelingen av den mottatte lydtryksamplituden i hvert mottakerelement er diskutert i avsnitt 9.3. Det er her diskutert hvordan det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrray, hvor stemplekildene er vektet, påvirker det som bli mottatt i hvert element.

I avsnitt 9.4 er det gitt en diskusjon om anvendelse av en sylindrisk array innenfor fiskeleting utfra det som er vist i denne oppgaven.

9.1 Det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrray

Fra kapittel 3 er det vist modellen for det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrray av sirkulære stempelkilder montert til en uendelig stor og stiv skjerm. Det er her antatt at alle stempelkildene har samme radius og samme hastighet på fronten av stempelkilden. Det utstrålte lydfeltet er fra en sylindrisk array med radiusen a_a , hvor sylinderrrayen inneholder N staver og M stempelkilder i hver stav. Dette er gitt i Lign. (3.37),

$$p_i(\underline{R}_{nm}) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{-j}{2} B_p K_{nm} \frac{ka^2}{R_{nm}} \left[\frac{2J_1(ka \sin \alpha_{nm})}{ka \sin \alpha_{nm}} \right] e^{j(kR_{nm} - \varphi_{nm})} \quad , \quad (9.1)$$

hvor $R_{nm} = \sqrt{(x - x_{nm})^2 + (y - y_{nm})^2 + (z - z_{nm})^2}$ og x, y, z er er posisjonen til et mottakerpunkt i kartesiske koordinater. Her er også

$$x_{nm} = a_a \cos((n-1)\Delta\phi) \quad , \quad (9.2)$$

$$y_{nm} = a_a \sin((n-1)\Delta\phi) \quad , \quad (9.3)$$

$$z_{nm} = (m-1)h - \frac{1}{4}((M-1)h) + \frac{h}{4} \quad (9.4)$$

9.1. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDERARRAY

for $m=1, 3, 5, \dots$ og

$$z_{nm} = (m-1)h - \frac{1}{4}((M-1)h) - \frac{h}{4} \quad (9.5)$$

for $m = 2, 4, 6, \dots$ de kartesiske koordinatene til hver stempelkilde når $\Delta\phi = \frac{2\pi}{N}$. Hver stempelkilde er orientert relativ til kildens lokale koordinatsystem, hvor orienteringen er gitt med vektoren $\underline{n}_{nm} = (\theta_{0,nm}, \phi_{0,nm})$. Her er $\theta_{0,nm} = \frac{\pi}{2}$ og $\phi_{0,nm} = \frac{2\pi(n-1)}{N}$. Med de parameterene som er benyttet i oppgaven er posisjonen og orienteringen til hver stempelkilde beregnet, hvor dette er gitt i vedlegg E.

Fra avsnitt 3.4.2 er det vist at radiusen til hver stempelkilde, når $a_a = 0.19$ m, er $a = 0.02$ m. Det er da lagt inn et mellomrom mellom alle nærliggende stempelkilder hvor dette mellomrommet er her antatt å være $\Delta a = 0.0015$ m. Hvis to virkelige transdusere ligger helt inntill hverandre vil de ha en direkte påvirkning på hverandre. Derfor er det vanlig i en virkelig transduser array at hver transduser har en liten avstand mellom hverandre. I oppgaven er det et ønske å simulere så nærme en virkelig array og derfor er det også her gitt et lite mellomrom mellom hver stempelkilde.

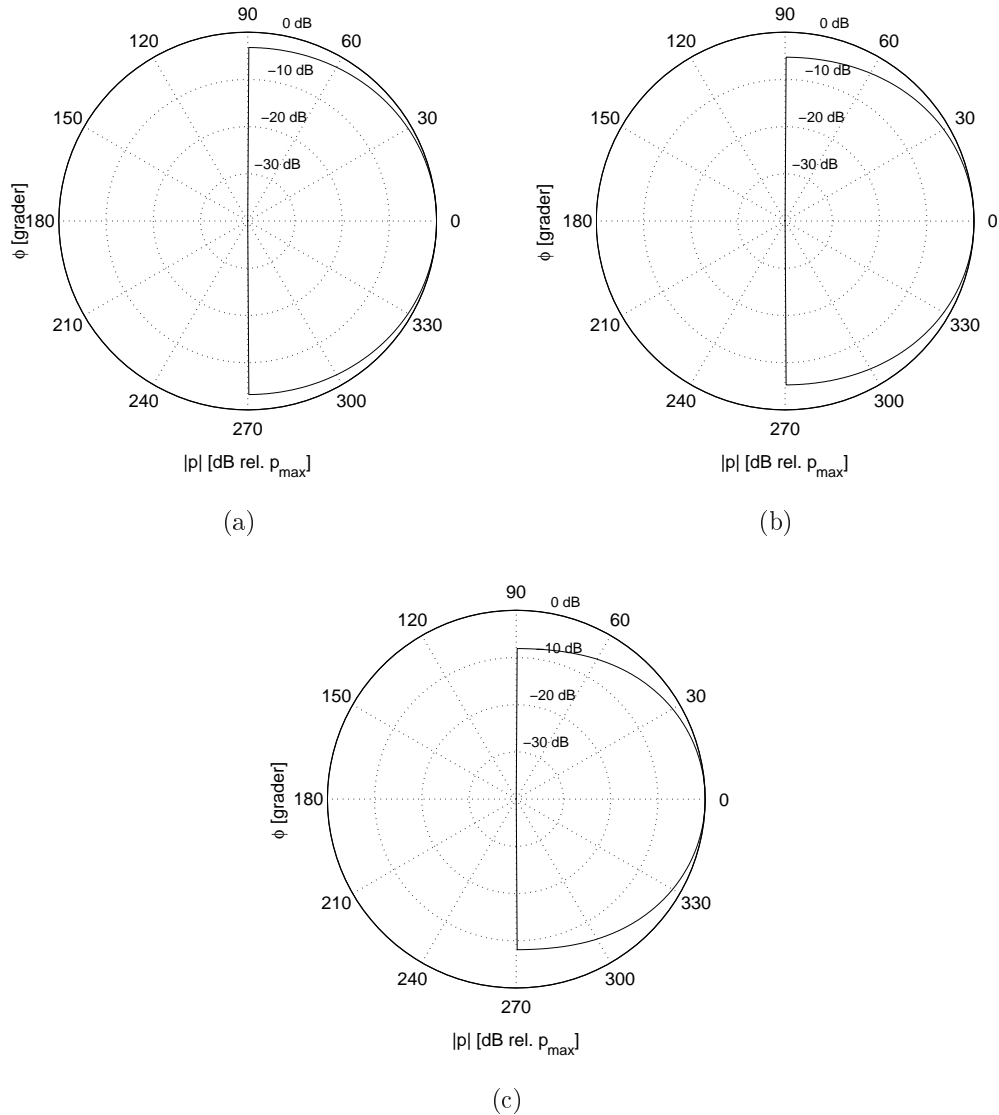
I denne oppgaven har det ikke lyktes i å finne analytiske modeller eller beregninger av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray i annen litteratur som kunne benyttes til verifikasjon av programmet. For å verifisere programmet er det derfor benyttet de analytiske modellene som dipol, kvadropol, diskret linjearray av punktkilder, diskret rektangelarray av stempelkilder og diskret sirkelarray av stempelkilder. De alternative modellene for array er benyttet for å verifisere den vilkårlige arrayen som er gitt i avsnitt 3.5. I testene er det vist et godt samsvar mellom simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en vilkårlig array og det simulerte lydfeltet beregnet fra de analytiske modellene. Det er noe små avvik men dette skyldes at flere av de analytiske modellene er fjernfeltløsninger. Avviket er av den arten at det er noen punkt i fasen hvor det oppstår toppe. Det er derimot observert at når avstanden mellom arrayen og et mottakerpunkt økes vil dette avviket bli neglisjerbar. Det er også observert små avvik i simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en diskret linjearray av punktkilder når dette sammenlignes med beregningene som er gitt i [10]. Det er i denne oppgaven vist beregningene fra den samme modellen som er gitt i [10] hvor dette også avviker litt med beregningene som er gitt i [10]. Det har her i denne oppgaven ikke lyktes i å forklare hvorfor dette avviket oppstår. På bakgrunn av disse testene er det antatt at simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray er riktig siden dette er det samme programmet som den vilkårlige arrayen.

I avsnitt 8.1 er det gitt resultatet for det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray med frekvensene $f = 20$ kHz, 25 kHz og 30 kHz. I det horisontale utsnittet av det utstrålte lydfeltet er det observert flere uønskede brudd i beregningene. Som det er forklart i avsnitt 6.6 skyldes dette at hver stempelkilde er montert til en uendelig stor og rigid skjerm som er gjennomsiktig for de andre stempelkildene. Dette medfører at hver stempelkilde bare har en utstråling i området $\alpha_i = [-90^\circ, 90^\circ]$. I en reell transduserarray vil hver transduser utstråle både foran, på sidene og bak transduserene og vil derfor ikke ha de kunstige effektene som er observert i denne oppgaven. Dette viser at selv om stempelkildemodellen er en tilstrekkelig god modell for å simulere det utstrålte lydfeltet fra stempelkilde, med de frekvensene som er benyttet, er den ikke tilstrekkelig god i en sammensetning som en sylindrisk array. Dersom det er ønsket om å ikke ha de uønskede effektene bør det velges andre modeller for kilder.

Videre i avsnitt 8.1 er det simulert det horisontale utsnittet for det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray hvor alle stempelkildene har samme amplitudevekting, K_{nm} , og samme fase, φ_{nm} . I dette utsnittet er det observert at 32 lokale toppunkter og 32 lokale bunnpunkter. Ved $f = 20$ kHz og 25 kHz er det vist at forskjellen mellom de lokale toppunktene og de lokale bunnpunktene er ca. 1 dB. De lokale toppunktene og bunnpunktene er her avrundet. Ved $f = 30$ kHz er det fortsatt 32 toppunkter og 32 bunnpunkter hvor forskjellen mellom dem er 3 dB. I tillegg til dette er ikke toppunktene lenger avrundet men gitt som spisse toppe. Dette viser at ved å øke frekvensen på en sylinderray av stempelkilder vil dette medføre at det utstrålte lydfeltet blir mindre "omnidirectional". Det er også observert at første toppunkt i $f = 20$ kHz og 25 kHz er ved ca. $\phi = 5^\circ$ og når $f = 30$ kHz er første toppunkt i $\phi = 0^\circ$. De effektene som oppstår her skyldes forandringen av det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde. I Fig. 9.1 er det vist det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde når frekvensen er $f = 20$ kHz, 25 kHz og 30 kHz. Fra figuren observeres en liten endring av det utstrålte lydfeltet når frekvensen økes fra 20 kHz til 30 kHz. Når $f = 20$ kHz er det utstrålte lydfeltet på siden av stempelkilden, $\phi = 90^\circ$,

9.1. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDERARRAY

ca. 4 dB svakere enn den aksielle utstrålingen, $\phi = 0^\circ$, når $f = 25$ kHz er det utstrålte lydfeltet på sidene 5 dB svakere enn den aksielle utstrålingen og når $f = 30$ kHz er det utstrålte lydfeltet på siden av stempelkilden ca. 8 dB svakere enn den aksielle utstrålingen. Dette er små endringer men som det er vist i de horisontale utsnittene i avsnitt 8.1 er dette nok til at toppunktene blir flyttet. Når $f = 30$ kHz er de lokale toppunktene i samme posisjon hvor hver stav er lokalisert. Når det skal observeres i et område 360° rundt båten samtidig er det viktig at det utstrålte lydfeltet i det horisontale planet er 'omnidirectional'. Selv om det er her er en liten forskjell mellom toppunktene og bunnpunktene vil dette ikke dette gi noen praktisk forskjell innenfor fiskeleting.



Figur 9.1: Det utstrålte lydfeltet fra en stempelkilde montert til en uendelig stor baffle hvor stempelkildens radius er $a = 0.02$ m. Lydfeltet er beregnet med frekvensene $f = 20$ kHz i (a), 25 kHz i (b) og 30 kHz i (c).

I avsnitt 8.1.1 er det vist det vertikale utsnittet av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrray av stempelkilder. Det er her observert at det utstrålte lydfeltet fra sylinderrrayen inneholder en hovedlobe, flere sidelobes og en endelobe. Ved å øke frekvensen er det sett at antall sidelobes øker og hovedloben blir smalere. Blant annet er det observert ved f.eks. $f = 25$ kHz at den tredje sidelobes kraftigere enn den andre sidelobes. Dette skyldes konstruksjonen til sylinderrrayen. Det er også observert at endelobes er kraftig relativ til sidelobes. Dette vil derimot ikke ha en så stor effekt i en virkelig

9.1. DET UTSTRÅLTE LYDFELTET FRA EN SYLINDERARRAY

transduserarray. I en virkelig transduserarray er alle transduserene støpt inn i en form slik at det er en hard masse rundt hver transduser. Denne massen vil derfor absorbere mye av det utstrålte lydfeltet på sidene av transduseren og endelobene vil derfor bli kraftig redusert. Denne effekten er derimot ikke tatt i betraktning i simuleringene i denne oppgaven.

Det er studert nærmere på det vertikale utsnittet av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrarray av identiske stempelkilder i avsnitt 8.1.2. Fra Lign. (9.4) og (9.5) er det vist at halvparten av stavene er flyttet opp med $\frac{h}{4}$ og den resterende halvparten er flyttet ned med $\frac{h}{4}$ relativt det globale koordinat-systemet. Fra dette var det forventet at det ville gi en liten forskjell i nivået til sidelobene. I denne sammenhengen er det beregnet tre vertikale utsnitt. Første utsnittet var gjennom $\phi = 0^\circ$, hvor dette utsnittet er gjennom den første staven. Andre utsnittet var gjennom $\phi = 11.25^\circ$, hvor dette utsnittet er gjennom den andre staven. Tredje utsnittet var gjennom et punkt midt i mellom de to stavene, d.v.s $\phi = 5.625^\circ$. Det var observert at i utsnittet gjennom $\phi = 5.625^\circ$ var sidelobenivåene over hovedloben symmetrisk med sidelobenivåene under hovedloben. Dette utsnittet ble derfor benyttet for å sammenligne sidelobenivåene i de to andre utsnittene. Det var vist i simuleringene at det var en forskjell i sidelobenivåene, hvor denne forskjellen var større enn det som var forventet. Det var observert at flere sidelober var 11 dB kraftigere enn den samme sideloben på andre siden av hovedloben. I tillegg til dette var det observert at enkelte sidelober ble deformerte. De deformerte sidelobene var 2. sidelobe i $f = 20$ kHz og 5. sidelobe i $f = 30$ kHz. Retningen til hver sidelobe var også endret. Denne effekten hadde størst utslag i $f = 25$ kHz hvor retningen til flere av sidelobene ble endret med ca. $4 - 5^\circ$. I tillegg til dette er det vist at retningen til hovedloben endres etter hvilke utsnitt som var beregnet. Retningen avviker bare med noen få grader og i realiteten vil dette ikke ha noe effekt.

I avsnitt 8.1.4 er det vist resultatet av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrarray, hvor bare de to midterste stempelkildene i hver stav er aktive. I dette avsnittet er det sett at når frekvensen økes blir bredden til hovedloben mindre. I tillegg til hovedloben er det en endelobe og noen sidelober. Det er observert at når $f = 25$ kHz og $f = 30$ kHz er endelobene relativt kraftig. Her er de ca. 5 dB svakere enn hovedloben. Når $f = 20$ kHz er endeloben 10 dB svakere enn hovedloben. Konsekvensen av at sylinderrarrayen stråler ut et lydfelt som har en bred hovedlobe er at dette lydfeltet er mye svakere enn om det er utstrålt et lydfelt med en smal hovedlobe. I avsnitt 8.3 er det vist at når $\theta = 90^\circ$ er en utstrålt bred hovedlobe ca. 12 dB svakere enn dersom det er utstrålt en smal hovedlobe. Dette vil medføre en mye svakere reflektert lydfelt fra et mål og gir derfor et dårligere signal/støy-forhold.

Dersom det sammenlignes Fig. 8.8, hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 5.625^\circ$ og $r = 100$ m, med Fig. 8.14 og Fig. 8.15 (a,b), hvor $\theta = [0, 2\pi]$, $\phi = 0$ og $r = 100$ m, er det observert at retningen til hovedloben blir endret etter hvilke vertikale utsnitt som er beregnet. Når $f = 20$ kHz er hovedlobens retning i både utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$, og $\phi = 5.625^\circ$ mot $\theta = 90^\circ$. For $f = 25$ kHz er hovedlobens retning mot ca. $\theta = 110^\circ$ i utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$. Utsnittet gjennom $\phi = 5.625^\circ$ med den samme frekvensen viser at hovedlobens retning er mot $\theta = 90^\circ$. Når $f = 30$ kHz er hovedlobens retning mot ca. $\theta = 75^\circ$ i utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$ og retningen til hovedloben er mot $\theta = 90^\circ$ i utsnittet gjennom $\phi = 5.625^\circ$. I tillegg til dette er hovedloben i utsnittet gjennom $\phi = 0^\circ$ deformert i forhold til utsnittet gjennom $\phi = 5.625^\circ$. Dette viser at når det utstrålte lydfeltet har en smal hovedlobe vil denne hovedloben være mer stabil enn hovedloben til det utstrålte lydfeltet når bare de to midterste stempelkildene i hver stav er aktive. Dette kan ha konsekvenser dersom det er viktig å gjøre nøyaktige beregninger hvor det bli benyttet en slik sylindrisk array.

I avsnitt 8.1.3 er det simulert det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrarray når hovedloben er styrt mot $\theta = 110^\circ$. For å styre retningen til hovedloben er det i denne simuleringen valgt å fasestyre hver stempelkilde i hver stav. Størrelsen til lydtrykksamplituden til hovedloben, når hovedloben er styrt, er tilsvarende kraftig som lydtrykksamplituden til hovedloben når alle stempelkildene stråler uniformt. Største avviket er ved $f = 25$ kHz hvor den styrt hovedloben er ca. 3 dB svakere enn hovedloben hvor alle stempelkildene er i samme fase. Det er vist i dette avsnittet at antallet sidelober over hovedloben øker når hovedloben styres nedover mens antallet sidelober under hovedloben blir redusert. I tillegg er det store endringer i endelobene. Når $f = 20$ kHz er endeloben relativt bred men denne er svak relativt trykktil hovedloben. Her er endeloben ca. 20 dB svakere enn hovedloben. Det er observert at når $f = 25$ kHz er den øverste endeloben like kraftig som hovedloben. Dette er en så kraftig endelobe

at det stilles spørsmål om beregningen av dette er riktig. Dette viser at flere tester av programmets beregninger er nødvendig. Videre er observert at når $f = 30$ kHz er den nederste endeloben svak relativ hovedloben. Den øverste endeloben er mye kraftigere hvor denne endeloben er blir delt og stråler nå mot $\theta = 30^\circ$.

Helhetlig er det vist store variasjoner i det utstrålte lydfeltet fra en sylindrisk array etter hvilke utsnitt av det utstrålte lydfeltet som blir beregnet. Når det utstrålte lydfeltet har en smal hovedlobe er det store variasjoner i sidelobenivåene. Selve hovedloben er derimot relativt stabil, hvor dette også gjelder når hovedloben blir styrt i det vertikale planet. Når det utstrålte lydfeltet har en bred hovedlobe har dette et mye svakere lydfelt enn om det er utstrålt en smal hovedlobe. Fordelen med en bred hovedlobe er at dekker over et større område enn en smal hovedlobe, og derfor er dette benyttet for å kunne posisjonere hvor høyt fisken svømmer. Det er derimot sett at den brede hovedloben ikke er så stabil som den smale hovedloben i de ulike utsnittene. Men under detektering og posisjonering av fiskestimer vil ikke dette ha noen praktisk betydning.

9.2 Spredning fra en rigid kule

I kapittel 4 er det presentert to ulike teoretiske modeller for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt. Grunnen til at begge modellene er vist i denne oppgaven er fordi ved verifisering av implementeringen ble det sammenlignet med plott fra både [2] og [3]. I begge referansene er det beregnet det spredte lydfeltet med de samme verdiene for ka_k . Men plottene i [2] er ikke i samsvar med plottene i [3]. I tillegg er den analytiske modellen i [2] og den analytiske modellen i [3] så forskjellige med hverandre at det ikke var mulig å sammenligne dem uten å foreta en teoretisk undersøkelse.

Fra [2] er det gitt et uttrykk for det spredte lydfeltet fra en rigid kule, hvor kulen er her i origo i det globale koordinatsystemet, med en innfallende plan bølge langs z-aksen. Tidsavhengigheten er i denne modellen gitt som $e^{-j\omega t}$. Denne modellen er vist i Lign. (9.6),

$$p_{s,i}^m = -B_{p,i} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) j^l \frac{j_l'(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} P_l(\cos\theta) h_l^{(1)}(kr) \quad . \quad (9.6)$$

I [18] er det vist utledningen for hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule, hvor kulen er her i origo i det globale koordinatsystemet, med et innfallende lydfelt fra en punktkilde. Tidsavhengigheten er i denne modellen gitt som $e^{j\omega t}$. Dette uttrykket er vist i Lign. (9.7),

$$\psi_{s,i}^s = \frac{-ka_k^2}{4\pi r R_i} e^{-jk(r+R'-a_k)} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1) P_l(\cos\vartheta)}{F_l(jka_k)} f_l(jkr) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink}ka_k}{ka_k} \quad . \quad (9.7)$$

I Lign. (9.6) er det vist det spredte lydfeltet relativ til den foroverrettede spredningen, $\underline{n}'_{f,s,i}$, hvor vinkelen θ angir retningen til et mottakerpunkt. I Lign. (9.7) er vist det spredte lydfeltet relativ til det tilbakespredte lydfeltet, $\underline{n}'_{b,s,i}$, hvor vinkelen ϑ angir retningen til mottakerpunktet. Her er $\theta = \pi - \vartheta$.

Generelt er det vist i kapittel 4 at hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et lydfelt fra en vilkårlig kilde, og med en vilkårlig innfallsvinkel relativ kulens posisjon, er gitt som

$$\psi_{s,i}^+ = \hat{C}_i^+ \frac{ka_k^2 e^{-jk(R'-a_k)}}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(jka_k)} f_l(jkR') (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{f,s,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink}ka_k}{ka_k} \quad (9.8)$$

for tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og

$$\psi_{s,i}^- = \hat{C}_i^- \frac{ka_k^2 e^{jk(R'-a_k)}}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(-jka_k)} f_l(-jkR') P_l(\cos\alpha'_{f,s,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink}ka_k}{ka_k} \quad (9.9)$$

for tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. Dette er vist ved å følge utledningen som er gitt i [18]. Det er i denne oppgaven gitt en mer detaljert utledning er det som er vist i [18]. Enkelte deler av utledningen har en

9.2. SPREDNING FRA EN RIGID KULE

annen fremgangsmåte enn det som er vist i [18], hvor dette har gitt det samme resultatet.

De to komplekse størrelsene \hat{C}_i^+ og \hat{C}_i^- er tidligere vist å være magnituden til den vilkårlige kilden i kulens posisjon.

Det er vist at rekken $f_l(jkR')$, som er definert i [25], også kan uttrykkes med sfærisk Hankelfunksjon av andre slag, $h_l^{(2)}(kR')$. Tilsvarende er det i [25] definert rekken $F_l(jkR')$. Det er vist at denne rekken kan uttrykkes som den deriverte av den sfæriske Hankelfunksjonen av 2. slag, $h_l^{(2)'}(kR')$.

I denne oppgaven er det gitt rekken $f_l(-jkR')$ som også kan uttrykkes som sfærisk Hankelfunksjon av 1. slag, $h_l^{(1)}(kR')$. Det er også i oppgaven gitt $F_l(-jkR')$ som da kan uttrykkes som $h_l^{(1)'}(kR')$.

Videre er det vist at Lign. (9.8) og (9.9) også kan uttrykkes som

$$p_{s,i}^+ = j\hat{C}_i^+ \omega \rho \sum_{l=0}^{l_{max}} (2l+1)(-1)^l j^l P_l(\cos\alpha'_{f,s,i}) \frac{j_l'(ka_k)}{h_l^{(2)'}(ka_k)} h_l^{(2)}(kR') \quad (9.10)$$

for tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og

$$p_{s,i}^- = -j\hat{C}_i^- \omega \rho \sum_{l=0}^{l_{max}} (2l+1)j^l P_l(\cos\alpha'_{f,s,i}) \frac{j_l'(ka_k)}{h_l^{(1)'}(ka_k)} h_l^{(1)}(kR') \quad (9.11)$$

for tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. Her er l_{max} en øvre grense på summasjonen. Dette må bli gitt dersom det skal simuleres det spredte lydfeltet fra en rigid kule.

Dersom det er antatt at \hat{C}_i^- er magnituden til en plan bølge, $\hat{C}_i^- = -j\frac{v_{0,i}}{k}$, og $\rho c v_{0,i} = B_{p,i}$ er det vist at Lign. (9.11) og Lign. (9.6) er ekvivalente. Dette betyr at den analytiske modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt som er gitt i [2] er ekvivalent med den analytiske modellen i [18] dersom det stilles de samme kravene om tidsavhengighet og det innfallende lydfeltet fra kilden.

Uttrykket fra Lign. (9.10) er verifisert ved å sammenligne den analytiske modellen i [30]. Denne artikkelen ble funnet noen få uker før innleveringsfristen av denne oppgaven, og derfor var det ikke tid til å undersøke utledningen som ligger bak den analytiske modellen i [30] i detalje.

For å bekrefte at implementeringen av Lign. (9.11) er det benyttet uttrykkene fra avsnitt 4.4 som er utledet ved å følge [3]. I [3] er det bare vist utledningen for tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Det er i denne oppgaven gitt utledningen for begge tidsavhengighetene hvor dette er i mer detalje enn det som er gitt i [3]. I utledningen er det vist ligningene

$$p_{s,i}^+ = j\rho c \hat{C}_i^+ \frac{e^{-jkR'}}{R'} \cdot \sum_{l=0}^1 5(-1)^l P_l(\cos\alpha'_{f,s,i}) (\Re_l^t + j\Im_l^t) \quad (9.12)$$

for tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og

$$p_{s,i}^- = -j\rho c \hat{C}_i^- \frac{e^{-jk(ct-R')}}{R'} \cdot \sum_{l=0}^1 5P_l(\cos\alpha'_{f,s,i}) (\Re_l^t - j\Im_l^t) \quad (9.13)$$

for tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$. Her er \Re_l^t og \Im_l^t tabellverdier som er gitt i [3] og er gjenngett i Tab. 7.1.

I avsnitt 7.1 er det testet implementeringen av Lign. (9.11) med å sammenligne dette med Lign. (9.13). Lign. (9.13) er fjernfeltløsning av det spredte lydfeltet fra en rigid kule. Det er observert i avsnitt 7.1 når mottakerpunktet er 1 m ($R' = 1$ m) fra posisjonen til kule at det ikke samsvar mellom de analytiske modellene. Dette viser at mottakerpunktet i dette tilfellet er i nærfeltet av kule. Nærfelteffekten er her vist at det gir størst utslag rundt den foroverrettede spredningen. I området rundt det tilbakespredte

er det også noe avvik, hvor dette avviket er nesten ubetydelig. Når $R' = 200$ m er det observert et godt samsvar mellom de to analytiske modellene, noe som betyr at mottakerpunktet er i fjernfeltet til kulen.

Testingen av implementeringen av modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule er videre testet i avsnitt 7.2. Her er det vist beregninger for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med ulike verdier for ka_k . Beregningene er sammenlignet med plottene som er gitt i [3], hvor denne sammenligningen viser et godt samsvar. Det er påpekt at det kan være noen små avvik i to av beregningene som er gitt i forhold til plottene som er gitt i [3]. Det er fortsatt uklart om det er et avvik eller ikke, og det er derfor et behov i å finne annen litteratur som viser beregninger for det spredte lydfeltet fra en rigid kule som kan verifisere dette. For de andre beregningene er det vist et godt samsvar. Det er her benyttet samme modell som det som er benyttet i [2] hvor dette er i samsvar med [3]. Det må derfor undersøkes nærmere hvorfor plottene i [2] ikke er i samsvar med beregningene som er gitt i denne oppgaven eller med plottene som er gitt [3]. Det kan være to mulige årsaker til at dette ikke er i samsvar. Første mulighet kan være valget av l_{max} . Dersom det er benyttet en lavere l_{max} kan dette kanskje gi samme resultat som i [2]. Den andre muligheten er at Lign. (9.11) beregner både nærfeltet og fjernfeltet av det spredte lydfeltet fra en rigid kule. Det kan hende at beregningene som er vist i [2] er i nærfeltet til kulen og vil derfor ikke være i samsvar med [3] som gir beregninger i fjernfeltet. Dette er noe som må undersøkes nærmere i et fremtidig arbeid.

I avsnitt 8.2.1 er det vist at avviket i fasen mellom Lign. (9.11) og Lign. (9.13) er mindre enn 0.03° når det er benyttet $l_{max} = 15$ inn i Lign. (9.11). Dette er et så lite avvik at det er ubetydelig. Når det er benyttet $l_{max} = 50$ er det vist at avviket i fasen, mellom de to analytiske modellene, er 0.04° . Noe som igjen er et ubetydelig avvik. Dette viser at $l_{max} = 15$ er tilstrekkelig i simulering av det spredte lydfeltet fra en rigid kule når det er benyttet modellen som er gitt i Lign. (9.11). Ved å velge en høyere l_{max} vil dette medføre at simuleringen bruker mye lenger tid uten at dette gir noen utslag i simuleringen.

I avsnitt 8.2.2 er det undersøkt det spredte lydfeltet fra en rigid kule når kulen er plassert i nærfeltet til sylinderarrayen. Her er det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderarray normalisert. I tillegg er det beregnet det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende plan bølge. Også denne er normalisert. Det er utført en sammenligning av de to normaliserte lydfeltene når kulens posisjon er enten i $(x_k, y_k, z_k) = (1 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ eller i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$. Sylinderarrayen er plassert slik at sentrum av sylinderarrayen er i origo i det globale koordinatsystemet. Koordinatene og orienteringene til hver stempelkilde er gitt i vedlegg E. Det er også undersøkt for frekvensene $f = 20 \text{ kHz}$, 25 kHz og 30 kHz . Når kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ er det vist god samsvar mellom de to normaliserte beregningene. Dette betyr at kulen er i fjernfeltet til sylinderarrayen og vil derfor ikke ha noen nærfelteffekter fra sylinderarrayen. Når kulens posisjon er i $(x_k, y_k, z_k) = (1 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ er det vist et avvik mellom de to normaliserte beregningene. Dette betyr at kulens posisjon er i nærfeltet av sylinderarrayen. Avviket er av den arten at det spredte lydfeltet relativt den foroverrettede spredningen er kraftigere. Avviket er derimot ikke symmetrisk rundt hele kulen. Dette kan skyldes konstruksjonen av sylinderarrayen hvor det er opphøyde og nedfelte staver. For å kunne gi en grundigere analyse av det spredte lydfeltet fra en rigid kule er bør det undersøkes når posisjonen til kulen er mer vilkårlig enn det som er utført i forbindelse med denne oppgaven.

Det er utført en liten undersøkelse for hva som skjer med det spredte lydfeltet når avstanden mellom sylinderarrayen og kulen blir større. I avsnitt 8.2.3 er det beregnet det maksimale avviket mellom de to normaliserte uttrykkene som er gitt i avsnitt 8.2.2. I analysen er det sett på frekvensene $f = 20 \text{ kHz}$, 22 kHz , 25 kHz , 27 kHz og 30 kHz . Kulens posisjon er langs x-aksen hvor $x_k = 1 \text{ m}$, 2 m , 3 m , 4 m , 5 m , 6 m , 7 m , 8 m , 9 m og 10 m . Det er sett at det maksimale avviket avtar med avstanden. Avviket avtar mest i de første punktene. Det var forventet at det maksimale avviket ville være proporsjonal med frekvensen utfra resultatet fra avsnitt 8.2.2. I dette resultatet er det vist at dette ikke var tilfelle. Dette kan også skyldes konstruksjonen av sylinderarrayen. I et fremtidig arbeid må det testes denne sammenligningen hvor kulens posisjon er mer vilkårlig. D.v.s. at den ikke bare holdes på x-aksen. Dette kan da gi muligheten til å undersøke nærmere om avviket er proporsjonal med frekvensen eller ikke.

9.3 Fordeling av den mottatte lydtrykksamplituden i hvert element

I avsnitt 8.3 er det vist resultatene for simuleringen av den mottatte lydtrykksamplituden i hvert element. Posisjonen til hvert element er gitt i vedlegg E. I simuleringen er det først beregnet det utstrålte lydfeltet fra sylinderrarrayen hvor posisjonen til hver stempelkilde er den samme som for elementene. Det er her simulert en "smal lobe", hvor alle stempelkilden er aktive og er i samme fase, og en "bred lobe" hvor bare de to midterste stempelkildene i hver stav er aktive. De to simulerte lydfeltene treffer den rigide kule hvor kulens posisjon er enten i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$, $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -25 \text{ m})$, $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -50 \text{ m})$, $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -75 \text{ m})$ eller i $(x_k, y_k, z_k) = (100 \text{ m}, 0 \text{ m}, -100 \text{ m})$. Det ble simulert den tilbakespredte lydtrykksamplituden i posisjonen til hvert element for frekvensene $f = 20 \text{ kHz}$, 25 kHz og 30 kHz .

Når $z_k = 0 \text{ m}$ er det vist at den mottatte lydtrykksamplituden er mye kraftigere når det er utstrålt en "smal lobe" enn om det er utstrålt en "bred lobe". For frekvensene $f = 20 \text{ kHz}$ og 25 kHz er forskjellen i den mottatte lydtrykksamplituden, ved de to utstrålte lydfeltene, ca. 12 dB. Ved $f = 30 \text{ kHz}$ er dette avviket ca. 9.6 dB. Dette gjelder for alle de 8 første elementene. Dette skyldes at kule er plassert midt i hovedloben til både den "smale loben" og den "brede loben". Det er tidligere påpekt at det var forventet at forskjellen i den mottatte lydtrykksamplituden ville være 12 dB når $f = 30 \text{ kHz}$. Resultatet her er derfor ikke i samsvar med det som var forventet. Det har ikke lyktes til nå å gi en forklaring på dette og det er derfor et behov å undersøke dette nærmere.

Den maksimale mottatte lydtrykksamplituden ved $f = 20 \text{ kHz}$ er $|p| = 0.94 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$ for den "smale loben" og $|p| = 0.225 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$ for den "brede loben". Ved $f = 25 \text{ kHz}$ er $|p| = 1.29 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$ for den "smale loben" og $|p| = 0.3225 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$ for den "brede loben". Når $f = 30 \text{ kHz}$ er $|p| = 6.78 \cdot 10^{-4} \text{ Pa}$ for den "smale loben" og $|p| = 2.24 \cdot 10^{-4} \text{ Pa}$ for den "brede loben". Dette viser at det kraftigste mottatte lydtrykksamplituden er ved $f = 25 \text{ kHz}$ og svakest ved $f = 30 \text{ kHz}$. For å gi en forklaring på dette må det bli sett tilbake til Fig. 8.1, 8.14 og 8.15. Her er det vist at det utstrålte lydfeltet er kraftigst ved $f = 25 \text{ kHz}$ men svakest ved $f = 20 \text{ kHz}$ i de vertikale utsnittene gjennom $\phi = 0^\circ$. Dette må også sees i sammenhengen med det spredte lydfeltet fra den rigide kule slik som det er vist i Fig. 8.11. Det er mulig at kulens påvirkning av det tilbakespredte lydfeltet er nok til at det gir svakest mottatt lydtrykksamplitude ved $f = 30 \text{ kHz}$. Det trengs derfor en bedre analyse enn det som er gitt i denne oppgaven.

I resultatet som er gitt i avsnitt 8.3 er det vist i Fig. 8.22 og 8.25 at i flere tilfeller er den laveste mottatte lydtrykksamplituden ikke er i 1. element. Dette kan skyldes kulens påvirkning av det spredte lydfeltet fra en rigid kule, hvor det spredte lydfeltet fra kule er slik som det er vist i Fig. 8.11. Det må derfor undersøkes nærmere hva som er årsaken til denne effekten. Alternativt kan dette sammenlignes med eksperimentelle forsøk for å verifisere om dette er tilfelle.

Det er også undersøkt den mottatte lydtrykksamplituden når kulens posisjon ikke er lenger i hovedloben til den "smale loben". Det er her sett at når kulens posisjon fortsatt er i hovedloben til den "brede loben" er den mottatte lydtrykksamplituden større ved en utstrålt "bred lobe" enn en utstrålt "smal lobe". Når kulens posisjon er midt i en av de to første sidelobene i en utstrålt "smal lobe" er det samsvar i den mottatte lydtrykksamplituden om det er utstrålt en "smal lobe" eller om det er utstrålt en "bred lobe". Helhetlig viser dette at en utstrålt "bred lobe" dekker over et større område enn en utstrålt "smal lobe".

9.4 Diskusjon om eventuelle anvendelse av sylinderrarray

Det er til nå blitt diskutert de ulike delene som er undersøkt i denne oppgaven. I oppgaven er det først er det sett på det utstrålte lydfeltet fra en sylinderrarray, deretter er det sett på det spredte lydfeltet fra en rigid kule og til slutt er det sett på den mottatte lydtrykksamplituden i hvert element. I dette avsnittet er det gitt en diskusjon av det som er sett i oppgaven og retter dette mot bruken av en slik sylinderrarray innenfor fiskeleting.

Når en fiskebåt benytter en fiskerisonar blir sonaren i første omgang benyttet for å detektere en fiskestim. Det er sett her i denne oppgaven at med å utstråle en smal hovedlobe gir dette et mye kraftigere lydfelt enn om det er utstrålt en bred hovedlobe. Dette gjør det mulig for fiskebåtene å detektere fiskestimer som er langt unna. Ved å fasestyre hver transduser i arrayen kan retningen til hovedloben styres slik at det er mulig å finne fiskestimer som er langt unna og som ligger lenger nede i sjøen. Når en fiskestim er detektert kan fiskebåten nærme seg stimen. Siden sylindersonaren stråler 360° i det horisontale planet kan fiskerene følge flere fiskestimer samtidig. Når fiskebåten er nærme nok stimen kan fiskerisonaren sende ut en bred hovedlobe. Siden en bred hovedlobe har en mye svakere utstrålt lydfelt enn om det er utstrålt en smal hovedlobe har dette en mye kortere rekkevidde enn ved en utstrålt smal hovedlobe. Med en aktiv veksling mellom å sende en bred hovedlobe og en smal hovedlobe er det mulig å bestemme posisjonen til fiskestimen og danne en forståelse over hvor stor stimen er. Dersom størrelsen til stimen er tilfredstillende stoppes prosessen av å søke etter en fiskestim. Fiskerene går da over i en fase hvor de da studere fiskestimen.

Når fiskerene studerer en fiskestim er det av interesse å bestemme fiskearten og få et nøyaktig beregning av volumet av fiskestimen. Av bakgrunn av det som er sett i denne oppgaven kan det tenkes at det blir utstrålt en smal hovedlobe som er styrt rett på fiskestimen. Posisjonen av fiskestimen er allerede kjent under søket av fiskestimen. Ved å sende en smal hovedlobe rett på fiskestimen vil det bli reflektert et kraftig lydfelt. Dersom det nå blir prosessert et vertikal utsnitt av fiskestimen vil dette gi et mer detaljert bilde enn om det var utstrålt en bred hovedlobe. Dette er fordi at forholdet mellom signal og støy er mye bedre når det er utstrålt en smal hovedlobe enn om det er utstrålt en bred hovedlobe. Dersom det nå tenkes at det ikke bare blir prosessert et vertikalt bilde av fiskestimen men at det blir prosessert flere vertikale bilder samtidig er det mulig å lage en 3D-presentasjon av fiskestimen. Dette kan bli et viktig redskap til fiskeflåten siden dette gir muligheten til å beregne volumet mer nøyaktig enn det som er i dag. Dette vil selvsagt ha sine begrensninger dersom bredden av fiskestimen er større enn bredden til den smale hovedloben. Dersom fiskerisonaren bare utstråler en smal hovedlobe vil dette medføre at det tilbakespredte lydfeltet fra den delen av fiskestimen som er utenfor den smale hovedloben blir svakere enn bakgrunnstøyen og dermed vil denne delen av fiskestimen ikke bli vist etter at det tilbakespredte lydfeltet er prosessert. Dersom det hele tiden veksles mellom å utstråle en smal hovedlobe og utstråle en bred hovedlobe, og prosessere de to samtidig, er det mulig å volumbestemme hele fiskestimen med en god nøyaktighet.

Kapittel 10

Konklusjon og framtidig arbeid

I dette kapitlet trekkes det fram ulike konklusjoner for arbeidet og det vil bli gitt et forslag til videre arbeid.

10.1 Konklusjon

For de undersøkelsene som er gitt i denne oppgaven det blitt laget et dataprogram som simulerer det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderray av stempelkilder. Programmet er fleksibel i simuleringen av det utstrålte lydfeltet fra arrayen hvor det er vist hensyn til posisjonen, orienteringen, amplitudevekting og fasen til hver enkel stempelkilde. Det er da mulig å beregne det utstrålte lydfeltet fra en array som ikke er nødvendigvis en sylinderray. Simuleringen av det utstrålte lydfeltet er i god samsvar med de analytiske modellene fra litteraturen som er benyttet. Men det trengs flere tester som kan verifisere simuleringene.

Det er vist noen kunstige effekter i det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray av stempelkilder. Dette skyldes antagelsen om at hver stempelkilde er sirkuler og plan stempel montert til en uendelig stor og rigid skjerm. Dette viser at stempelkilden ikke er en god nok modell for sylindriske arrayer.

Ved å sammenligne ulike vertikale utsnitt av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderray av stempelkilder er det observert store variasjoner i sidelobenivåene hvor også enkelte sidelober er deformerte. Dette er bekreftet av [33] hvor de har utført målinger på det utstrålte lydfeltet fra Simrads SX-90 fiskerisonar som har tilsvarende posisjon og orientering til hver transduser som sylinderrayen som er benyttet i denne oppgaven. Det er også vist i denne oppgaven at retningen til hovedloben endres etter hvilke vertikale utsnitt av lydfeltet som blir beregnet. For et utstrålt lydfelt som har en smal hovedlobe er denne retningen minimal ($1 - 2^\circ$), men når det utstrålte lydfeltet har en bred hovedlobe er det en kraftig endring i hovedlobens retning (ca. $15 - 20^\circ$).

Det er i simuleringen benyttet modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt slik som det er gitt i [2]. Denne modellen er generalisert slik at det innfallende lydfeltet er fra en vilkårlig kilde med en vilkårlig innfallsvinkel relativ kulens posisjon. I oppgaven er det vist utledningen av denne modellen med å følge utledningen som er gitt i [18]. Det er her vist at modellen som er gitt i [2] er ekvivalent med modellen som er gitt i [18] dersom det stilles de samme krav om det innfallende lydfeltet og tidsavhengigheten.

I utledningen av det spredte lydfeltet fra en rigid kule er det vist at rekken som er definert i [25], som også er gitt i Lign. (4.14)

$$f_l(jx) = 1 + \frac{l(l+1)}{2 \cdot jx} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^2} + \dots + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2l(jx)^l} \quad , \quad (10.1)$$

kan uttrykkes med den sfæriske hankelfunksjonen av 2. slag. Slik at

$$j^{l+1} e^{-jx} f_l(jx) = x h_l^{(2)}(x) \quad . \quad (10.2)$$

Det er også vist at rekken som er gitt i Lign. (4.13),

$$F_l(jx) = (1 + jx)f_l(jx) - jxf_l'(jx) \quad , \quad (10.3)$$

som også er definert i [25] kan uttrykkes med den deriverte av sfæriske hankelfunksjon av 2. slag. Slik at

$$j^{l+1}e^{-jx}F_l(jx) = -x^2h_l^{(2)'}(x) \quad . \quad (10.4)$$

Det er vist at modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule, slik som den er gitt i [2], er ekvivalent med fjernfelt løsningen som er gitt i [3]. Dette er vist gjennom utledninger og gjennom å implementere beregningene som er gitt i [3] og sammenligne dette med modellen i [2].

Når kulens posisjon er i nærfeltet til det utstrålte lydfeltet fra sylinderarrayen er det vist at det spredte lydfeltet blir kraftigere relativ styrken til lydtryksamplituden i den foroverrettede spredningen. Det er også vist at avviket mellom det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en sylinderarray av stempelkilder og det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende plan bølge er avtagene når avstanden mellom sylinderarrayen og kulen øker.

Det tilbakespredte lydfeltet i hvert mottakerelement er mye kraftigere når kulens posisjon er i hovedloben den smale hovedloben enn om den er i den brede hovedloben. Når kulens posisjon er utenfor den smale hovedloben, men fortsatt er i den brede hovedloben, er det en kraftigere mottatt lydtryksamplitude i hvert element når det utstrålte lydfeltet fra sylinderarrayen har en bred hovedlobe enn om det utstrålte lydfeltet har en smal hovedlobe.

10.2 Framtidig arbeid

For senderelement er det i denne oppgaven benyttet stempelkildemodellen. Den har sine fordeler og vil gi en tilstrekkelig god simulering av det utstrålte lydfeltet fra en sylinderarray med de frekvensene som er benyttet i denne oppgaven. For høyere frekvensen vil det utstrålte lydfeltet fra hver stempelkilde avvike fra det utstrålte lydfeltet fra en virkelig transduser. I en framtidig utvikling av programmet bør stempelkildemodellen byttes ut med andre modeller for senderelementer som gir mer nøyaktig simulering av det utstrålte lydfeltet. I programmet er dette lagt til rette slik at modellen for det utstrålte lydfeltet fra hver kilde lett kan byttes ut.

Det er heller ikke sett på effekter for når lyden forplanter seg i et medium. Dette gjelder blant annet effekter som absorbasjon. For å kunne ha en mer helhetlig simulering bør et slikt program også vise hensyn til absorbasjon, avbøyninger av lydfeltet og ulineære effekter.

For å simulere det spredte lydfeltet fra et objekt er det her i denne oppgaven benyttet modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule. Denne modellen gir en god forståelse for lydfeltets påvirkning på det spredte lydfeltet og den mottatte lydtryksamplituden i hver mottakerelement. I framtiden kan det tilføres andre modeller for det spredte lydfeltet fra et objekt. Et eksempel på dette er en elastisk kule. Ved å simulere det spredte lydfeltet fra en elastisk kule er det mulig å sammenligne det simulerte resultatet med eksperimentelle forsøk.

Det er heller ikke lagt vekt på postprosessering av den mottatte lydtryksamplituden i hvert mottakerelement. I et framtidig arbeid kan dette tilføres simuleringen. Dette gir muligheten å undersøke det tilbakespredte lydfeltet med ulike "beamformingsteknikker" som finnes i dag. Eventuelt kan et slik simuleringsprogram benyttes for å undersøke eventuelle nye "beamformingsteknikker"

I oppgaven er det benyttet bare en rigid kule. I en framtidig utvikling av programmet kan det bli sett på flere rigide kuler hvor det også blir vist hensyn til spredning i mellom kulene.

I programmet stråler alle stempelkildene med den samme frekvensen. I et framtidig arbeid kan det undersøkes det utstrålte lydfeltet fra vilkårlige arrayer hvor hver kilde har ulik frekvens. Det kan også studere påvirkningen av det totale spredte lydfeltet fra en rigid kule med flere innfallende lydfelt med

ulike frekvenser.

I kapittel 8 er det vist resultater når hovedlobens retning er styrt. Det er her vist at enkelte av endelobene er veldig kraftig. Det må derfor undersøkes nærmere om dette er riktig og om dette er tilfelle i en virkelig sylindrerarray.

For å verifisere implementeringen av modellen for det spredte lydfeltet fra en rigid kule er det vist et godt samsvar med plottene som er gitt i [3]. Det må derfor undersøkes nærmere hvorfor plottene som er gitt i [2] ikke er i samsvar med verken beregningene som er utført i denne oppgaven eller plottene i [3].

Det er undersøkt det spredte lydfeltet fra en rigid kule når kulens posisjon er i nærfeltet til sylindrerarrayen. Det er derimot bare undersøkt når kulens posisjon er på x-aksen. I et framtidig arbeid kan det også undersøkes det spredte lydfeltet fra den rigide kule når kule har andre posisjoner enn det som er utført i denne oppgaven. Dette kan også forklare hvorfor det spredte lydfeltet fra den rigide kule ikke er symmetrisk når kulens posisjon er i nærfeltet til sylindrerarrayen.

Det er sett at den svakeste mottatte lydtrykksamplituden i de første 8 elementene i noen tilfeller er i 2., 3., og 4. element. Dette gjelder for både for en utstrålt "bred lobe" og for en utstrålt "smal lobe". Det har ikke lyktes i å forklare dette, og dette bør bli sett nærmere på og undersøke om dette er en effekt som opptrer i en virkelig transduserarray.

I resultatet av den mottatte lydtrykksamplituden er det bare undersøkt når alle stempelkildene stråler i samme fase, d.v.s. når retningen til hovedloben ikke er styrt. Det bør her undersøkes nærmere på forskjellen mellom en utstrålt "bred lobe" og utstrålt "smal lobe" når retningen til hovedlobene er styrt.

Litteratur

- [1] Furuno, Furuno FSV-serie, CH-serie og CSH-5L [Online]. <http://www.furuno.com>.
- [2] P. H. Morse og K. U. Ingard, *Theoretical acoustics*, (McGraw-Hill, New York, 1968), pp. 418-441.
- [3] H. Stenzel, "Über die von einer starren Kugel hervorgerufene Störung des Schallfeldes", *Elektrische nachrichten technik*, **3**(15), pp. 71-78, (1938).
- [4] A. E. Blomberg, A. Austeng og R. E. Hansen, "Adaptive beamforming applied to a cylindrical sonar array using an interpolated array transformation", *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, **37**(1), pp. 25-34, (2012).
- [5] Simrad Maritime, Simrad SX90 Low Frequency Sonar Brochure [Online]. <http://www.simrad.com>.
- [6] J. E. Kirkebø og A. Austeng, "Sparse cylindrical sonar arrays", *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, **33**(2), pp. 224-231, (2008).
- [7] B. Piwakowski og K. Sbai, "A new approach to calculate the field radiated from arbitrarily structured transducer arrays", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, **46**(2), pp. 422-440, (1999) .
- [8] F. Deng, B. Zhang, D. Wong og G. Song, "Radiation acoustic field of a linear phased array on a cylindrical surface", *Chin.Phys.Lett.*, **23**(12), pp. 3297-3300, (2004) .
- [9] J. Kim, M. Kim, K. Ha og C. Kim, "Radiation impedance of cylindrical array", *Interdisciplinary of Acoustic and Vibration of Engineering*, **2**(3), pp. 2137-2140, (2004).
- [10] L. Kinsler A. Frey, A. B. Coppens og J. V. Sanders, *Fundamentals of Acoustics*, 2. utg., (Wiley & Sons, Hoboken, 2000), pp. 179-199.
- [11] R. J. Urick. *Principles of underwater sound*, 3. utg., (McGraw-Hill, New-York, 1983), pp. 55-60.
- [12] C. H. Sherman og J. L. Butler, *Transducers and arrays for underwater sounds*, 1. utg. (Springer-Verlag, New York, 2007), pp. 213-228.
- [13] S. C. Wooh og Y. Shi, "Optimum beam steering of linear phased arrays", *Wave motion*, **29**(1), pp. 245-265, (1999).
- [14] A. C. Clay, S. C. Wooh, L. Azar og J.Y. Wang, "Experimental study of phased array beam steering characteristics", *Journal of nondestructive Evaluation*, **18**(2), pp. 59-71, (1999).
- [15] R. L. Pritchard, "Optimum directivity patterns for linear point arrays", *J. Acoust. Soc. Am*, **25**(5), pp. 879-891, (1953).
- [16] D. J. Karbo, "Effects of shading on minor-lobe level and beamwidth in symmetrical uniformly spaced 6- and 4-element arrays", *J. Acoust. Soc. Am.*, **35**(6), pp. 838-842, (1964).
- [17] T. F. W. Embleton og G. J. Thiessen, "Efficiency of circular sources and circular array of point sources with linear phase variation", *J. Acoust. Soc. Am.* **34**(6), pp. 788-794, (1962).
- [18] J. W. C. Rayleigh, *The theory of sounds*, 2. utg. (Dover, New York, 1945), pp. 236-282 .

- [19] A. D. Pierce, *Acoustics. An introduction to its physical principles and applications*, 2. utg., (Acoustical Society of America, New York, 1991), pp. 420-431.
- [20] P. R. Stepanishen, "Transient Radiation from Piston in an Infinite Planar Baffle", *J. Acoust. Soc. Am.*, **49**, p. 1629, (1970) .
- [21] L. V. King, "On the acoustic radiation field of the piezo-electric oscillator and the effect of viscosity on transmission", *Canada J. Res.*, **11**(2), pp. 135-155, (1934).
- [22] E. Skudrzyk, *The Foundations of Acoustic* (Springer-Verlag, New York, 1971), pp. 505-506.
- [23] M. A. Ezz-El-Arab, "Radiation impedance of the baffled circular piston deduced from transient state", *IEEE Transactions on sonics and ultrasonics*, **24**(5), pp. 327-331, (1977).
- [24] J. Zemanek, "Beam behavior within the nearfield of a vibrating piston", *J. Acoust. Soc Am*, **49**(1), pp. 181-191, (1970) .
- [25] G. G. Stokes, "On the communication of vibrations from a vibrating body to a surrounding gas", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, **158**, pp. 447-463, (1868) .
- [26] N. A. Logan, "Survey of some early studies of the scattering of plane waves by a sphere", *Proceedings of the IEEE*, **53**(8), pp. 773-785, (1964).
- [27] R. Hickling og N. M. Wang, "Scattering of sound by a rigid movable sphere", *J. Acoust. Soc. Am.*, **36**(2), pp. 276-279, (1965).
- [28] G. T. Silva, "Off-Axis Scattering of an Ultrasound Bessel Beam by a Sphere", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, **58**(2), pp. 298-304, (2001).
- [29] F. M. Wiener, "On the relation between the sound fields radiated and diffracted by plane obstacles", *J. Acoust. Soc. Am.*, **23**(6), pp. 697-700, (1951) .
- [30] L.Schwarz, "Zur Theorie Beugung der einerebenen Schallwelle der an Kugel", *Akust. Zeit.* **8**, pp. 91-117, (1943).
- [31] A. P. G. Peterson, "Sound diffraction for a spherical microphone", *J. Acoust. Soc. Am.*, **78**(1), pp. 266-267, (1985).
- [32] D. H. Cooper og J.L Bauck, "Corrections to L. Schwarz, 'On the theory of diffraction of a plane soundwave around a sphere'['Zur Theorie der Beugund einer ebenen Schallwelle an der Kugel']", *Akust.Z.8,91-117(1943)*", **80**(6), pp. 1793-1802, (1986).
- [33] Privat konversasjon, O. B. Gammelsæter, Simrad v/ Kongsberg Maritime, Horten, Norge (2012) .
- [34] M. Abramowitz og I. A. Stegun, *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*, 10. utg. (Dover, New York, 1972).
- [35] P. Lunde, Forelesningsnotater i PHYS374 - Teoretisk Akustikk, Kurs ved Universitetet i Bergen, Institutt for Fysikk og Teknologi, (2011).

Vedlegg A

Bestemmelse av separasjonskonstanten C

I dette vedlegget blir separasjonskonstanten C fra Lign. (4.30) og (4.31) løst ved hjelp fra [35].

Den angulære separasjonen fra den generelle likningen fra Lign. (4.30) er gitt som

$$\frac{1}{\sin\theta'} \frac{d}{d\theta'} (\sin\theta' \frac{dS_l}{d\theta'}) + \frac{1}{\sin^2\theta'} \frac{d^2 S_l}{d\phi'^2} + S_l C = 0 \quad , \quad (\text{A.1})$$

og den radielle separasjonen fra Lign. (4.31) gitt som

$$R'^2 \frac{dR_l}{dR'} + 2r \frac{dR_l}{dR'} + ((kR')^2 - C)R_l = 0 \quad . \quad (\text{A.2})$$

Her er C en separasjonskonstant som gir sammenhengen mellom Lign. (A.1) og (A.2).

Dersom det er antatt at Lign. (A.1) også kan separeres til

$$S_l = P(\theta')\Phi(\phi') \quad , \quad (\text{A.3})$$

hvor $P(\theta')$ er bidraget i polarvinkelen, og $\Phi(\phi')$ er bidraget i asimut retning.

Ved å sette dette inn i Lign. (A.1), gir dette

$$\frac{1}{\sin\theta'} \frac{d}{d\theta'} (\sin\theta' \frac{dP}{d\theta'}) + \frac{1}{\sin^2\theta'} \frac{d^2 \Phi}{d\phi'^2} P + P\Phi C = 0. \quad (\text{A.4})$$

Denne ligningen kan igjen separeres til

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi'^2} + n^2 \Phi = 0 \quad , \quad (\text{A.5})$$

for bidraget i høyderetningen, og

$$\frac{1}{\sin\theta'} \frac{d}{d\theta'} (\sin\theta' \frac{dP}{d\theta'}) + (C - \frac{n^2}{\sin^2\theta'})P = 0 \quad (\text{A.6})$$

for bidraget i asimutretningen. Her er n en ny separasjonskonstant.

Løsningen for Lign. (A.5) er $\cos(n\phi')$ og $\sin(n\phi')$, med et krav om kontinuitet over $\phi' = [0, 2\pi]$. Dette betyr at Φ er periodisk og n er et heltall.

Dersom det antas at det er aksial symmetri, er $\frac{d}{d\phi'} = 0$ og $l=0$. Dette gir igjen

$$\frac{1}{\sin\theta'} \frac{d}{d\theta'} (\sin\theta' \frac{dP}{d\theta'}) + CP = 0 \quad . \quad (\text{A.7})$$

Denne ligningen kan også skrives som

$$\frac{d^2 P}{d\theta'^2} + \cot\theta' \frac{dP}{d\theta'} + CP = 0 \quad . \quad (\text{A.8})$$

Dersom det betraktes uttrykket $P = P(\eta)$, hvor $\eta = \cos\theta'$, så er

$$\frac{dP(\eta)}{d\theta'} = -\sin\theta' \frac{dP(\eta)}{d\eta} \quad (\text{A.9})$$

og

$$\frac{d^2 P(\eta)}{d\theta'^2} = -\cos\theta' \frac{dP(\eta)}{d\eta} + \sin^2\theta' \frac{d^2 P(\eta)}{d\eta^2} . \quad (\text{A.10})$$

Ved å sette Lign. (A.9) og (A.10) inn i Lign. (A.8), gir dette

$$(1 - \eta)^2 \frac{d^2 P}{d\eta^2} - 2\eta \frac{dP}{d\eta} + CP = 0. \quad (\text{A.11})$$

Dersom det antas at $P(\eta)$ kan beskrives med rekken

$$P(\eta) = a_0 + a_1\eta + a_2\eta^2 + a_3\eta^3 + a_4\eta^4 + \dots + a_l\eta + \dots \quad , \quad (\text{A.12})$$

gir dette

$$\frac{P(\eta)}{d\eta} = a_1 + 2a_2\eta + 3a_3\eta^2 + 4a_4\eta^3 + \dots + la_l\eta^{l-1} + \dots \quad (\text{A.13})$$

og

$$\frac{d^2 P(\eta)}{d\eta^2} = 2a_2 + 6a_3\eta + 12a_4\eta^2 + \dots l(l-1)a_l\eta^{l-2} \quad . \quad (\text{A.14})$$

Ved å sette rekkene inn i Lign. (A.11), er

$$(2a_2 + Ca_0) + \eta(6a_3 + (C-1)a_1) + \eta^2(12a_4 + (C_6)a_1) + \dots = 0. \quad (\text{A.15})$$

For å kunne forenkle denne rekken, blir det i første omgang bare sett på alle ledd som ikke inneholder noen form for η . Fra rekken er

$$2a_2 + Ca_0 = 0 \quad ,$$

som gir

$$a_2 = -a_0C/2 \quad . \quad (\text{A.16})$$

Tilsvarende for alle ledd som bare inneholder η , er

$$6a_3 - a_1(2 - C) = 0 \quad ,$$

som igjen gir

$$a_3 = a_1 \frac{2 - C}{6} \quad . \quad (\text{A.17})$$

Dersom det igjen bare blir sett på alle ledd som bare inneholder η^2 ,

$$12a_4 - a_2(6 - C) = 0 \quad ,$$

som gir

$$a_4 = -a_0 \frac{C(6 - C)}{24} \quad . \quad (\text{A.18})$$

Tilsvarende er utført for alle ledd med η^l for $l = 0, 1, 2, \dots$.

Det er nå vist at a_l , for $l > 0$, kan alle uttrykkes med a_0 . Ved å sette dette inn i Lign. (A.12), er

$$P(\eta) = a_0 \left[1 - \frac{C}{2!} \eta^2 - \frac{C(6-C)}{4!} \eta^4 - \dots \right] + a_1 \left[\eta + \frac{2-C}{3!} \eta^3 + \frac{(2-C)(12-C)}{5!} \eta^5 + \dots \right] \quad (\text{A.19})$$

Rekken for $P(\eta)$ vil divergere for en uendelig rekke når $\eta = \pm 1$. De to rekkene i $P(\eta)$ vil stoppe ved et endelig antall ledd. Ved å sette $a_1 = 0$ er $C=0$, $C=6$ eller $C=20$ osv i den første rekken. Dersom $a_0 = 0$ er $C=2$, $C=12$, eller $C=30$ osv for den andre rekken.

Dette gir

$$C = l \cdot (l + 1) \quad , \quad (\text{A.20})$$

som er satt inn i Lig. (4.31) og (4.30).

Vedlegg B

Utledning av funksjonene A og B

I dette vedlegget vil det bli sett på Lign. (4.34) hvor den radielle løsningen er uttrykt som

$$R' R_l(R') = A e^{jkR'} + B e^{-jkR'} \quad , \quad (\text{B.1})$$

hvor A og B er funksjoner avhengig av R' , og er gitt i [18]. Fra [18] er det også oppgitt at

$$\frac{d^2 R' R_l(R')}{d(kR')^2} - \frac{l(l+1)}{(kR')^2} R' R_l(R') + R' R_l(R') = 0 \quad . \quad (\text{B.2})$$

I [18] er det vist en utledning for funksjonen B, og funksjonen A er oppgitt. Her vil blir det først vist funksjonen B på en annen fremgangsmåte enn det som er utført i [18]. Denne fremgangsmåten blir også benyttet for å finne funksjonen A.

Ved å sette inn bare $B e^{-jkR'}$ inn i Lign. (B.1) er

$$\frac{d^2 (B e^{jkR'})}{d(kR')^2} - \frac{l(l+1)}{(kR')^2} B e^{jkR'} + B e^{jkR'} = 0 \quad . \quad (\text{B.3})$$

I henhold til [18] kan også skrivest som

$$\frac{d^2 B}{d(kR')^2} - 2j \frac{dB}{dkR'} - \frac{l(l+1)}{(kR')^2} B = 0 \quad . \quad (\text{B.4})$$

I [18] er det antatt at B kan uttrykkes med rekken

$$B = B_0 + B_1(jkR')^{-1} + B_2(jkR')^{-2} + \dots + B_s(jkR')^{-s} + \dots \quad , \quad (\text{B.5})$$

hvor $s = 1, 2, 3, \dots, l$. Dette gir

$$\frac{dB}{d(kR')} = 0 - j^{-1} B_1 (kR')^{-2} - 2j^{-2} B_2 (kR')^{-3} - \dots \quad (\text{B.6})$$

og

$$\frac{d^2 B}{d(kR')^2} = 0 + 2j^{-1} B_1 (kR')^{-3} + 6j^{-2} B_2 (kR')^{-4} - \dots \quad (\text{B.7})$$

Ved å sette B, $\frac{dB}{d(jkR')}$ og $\frac{d^2 B}{d(kR')^2}$ inn i Lign. (B.4) gir dette

$$\begin{aligned} & -\frac{l(l+1)}{(kR')^2} B_0 - \frac{l(l+1)}{j(kR')^3} B_1 - \frac{l(l+1)}{j^2(kR')^4} B_2 - \dots \\ & - 0 - \frac{2B_1}{(kR')^2} - \frac{4B_2}{j(kR')^3} - \dots \\ & 0 + \frac{2B_1}{j(kR')^3} - \frac{6B_2}{j^2(kR')^4} + \dots = 0 \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Ved å isolere alle ledd som inneholder $\frac{1}{(kR')^2}$, er

$$-\frac{l(l+1)}{(kR')^2}B_0 + \frac{2B_1}{(kR')^2} = 0 \quad (\text{B.9})$$

som igjen gir

$$B_1 = \frac{l(l+1)}{2}B_0 \quad (\text{B.10})$$

Dersom det igjen isoleres alle ledd som inneholder $\frac{1}{(kR')^3}$ er

$$-\frac{l(l+1)}{j(kR')^2}B_1 + \frac{4B_2}{j(kR')^3} + \frac{2B_1}{j(kR')^3} = 0 \quad (\text{B.11})$$

som igjen gir

$$B_2 = \frac{l(l+1)-2}{4}B_1 = \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4}B_0 \quad (\text{B.12})$$

Tilsvarende er utført for alle ledd som inneholder $\frac{1}{(kR')^s}$ for $s = 1, 2, 3, \dots, l$.

Ved å sette inn B_1, B_2 osv inn i rekken i Lign. (B.5), gir dette

$$B = B_0 \left(1 + \frac{l(l+1)}{2(jkR')} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jkR')^2} + \dots + \frac{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n \cdot (jkR')^n} \right) \quad (\text{B.13})$$

Denne rekken stemmer med side 237 i [18] og i [25]. Fra [25] er det definert

$$B = B_0 f_l(jkR') \quad (\text{B.14})$$

hvor

$$f_l(jkR') = 1 + \frac{l(l+1)}{2(jkR')} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jkR')^2} + \dots + \frac{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n \cdot (jkR')^n} \quad (\text{B.15})$$

Videre blir det nå vist utledningen av funksjonen A. Her settes $Ae^{jkR'}$ inn i Lign. (B.1) slik at

$$\frac{d^2(Ae^{jkR'})}{d(kR')^2} - \frac{l(l+1)}{(kR')^2}Ae^{jkR'} + Ae^{jkR'} = 0 \quad (\text{B.16})$$

Dette kan igjen skrives som

$$\frac{d^2 A}{d(kR')^2} + 2j \frac{dA}{dkR'} - \frac{l(l+1)}{(kR')^2}A = 0 \quad (\text{B.17})$$

Videre er det her antatt at funksjonen A kan uttrykkes med rekken

$$A = A_0 + A_1(-jkR')^{-1} + A_2(-jkR')^{-2} + \dots + A_s(jkR')^{-s} + \dots \quad (\text{B.18})$$

hvor $s = 1, 2, 3, \dots, l$. Dette gir

$$\frac{dA}{d(kR')} = 0 + j^{-1}A_1(kR')^{-2} - 2j^{-2}A_2(kR')^{-3} + \dots \quad (\text{B.19})$$

og

$$\frac{d^2 A}{d(kR')^2} = 0 - 2j^{-1}A_1(kR')^{-3} + 6j^{-2}A_2(kR')^{-4} - \dots \quad (\text{B.20})$$

Ved å sette A, $\frac{dA}{d(jkR')}$ og $\frac{d^2 A}{d(kR')^2}$ inn i Lign. (B.17) gir dette

$$\begin{aligned} & -\frac{l(l+1)}{(kR')^2}A_0 + \frac{l(l+1)}{j(kR')^3}A_1 - \frac{l(l+1)}{j^2(kR')^4}A_2 + \dots \\ & -0 + \frac{2A_1}{(kR')^2} - \frac{4A_2}{j(kR')^3} + \dots \end{aligned}$$

$$0 - \frac{2A_i}{j(kR')^3} + \frac{6A_2}{j^2(kR')^4} + \dots = 0 \quad . \quad (\text{B.21})$$

Ved å isolere alle ledd som inneholder $\frac{1}{(kR')^2}$, er

$$-\frac{l(l+1)}{(kR')^2}A_0 - \frac{2A_1}{(kR')^2} = 0 \quad (\text{B.22})$$

som igjen gir

$$A_1 = -\frac{l(l+1)}{2}A_0 \quad . \quad (\text{B.23})$$

Dersom det igjen isoleres alle ledd som inneholder $\frac{1}{(kR')^3}$ er

$$\frac{l(l+1)}{j(kR')^2}A_1 - \frac{4A_2}{j(kR')^3} - \frac{2A_1}{j(kR')^3} = 0 \quad (\text{B.24})$$

som igjen gir

$$A_2 = \frac{l(l+1)-2}{4}A_1 = \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4}A_0 \quad . \quad (\text{B.25})$$

Tilsvarende er utført for alle ledd som inneholder $\frac{1}{(kR')^s}$ for $s = 1, 2, 3, \dots, l$.

Ved å sette inn A_1, A_2 osv inn i rekken i Lign. (B.18), gir dette

$$A = A_0 \left(1 - \frac{l(l+1)}{2(jkR')} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jkR')^2} - \dots + \frac{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n \cdot (-jkR')^n} \right) \quad . \quad (\text{B.26})$$

Denne rekken stemmer med det som er oppgitt i [25]. Fra [25] er det gitt forkotelsen

$$A = A_0 f_l(-jkR') \quad , \quad (\text{B.27})$$

hvor dette vil gi

$$f_l(-jkR') = 1 - \frac{l(l+1)}{2(jkR')} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jkR')^2} - \dots + \frac{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n \cdot (-jkR')^n} \quad . \quad (\text{B.28})$$



Vedlegg C

Beskrivelse av $f_l(jx)$, $f_l(-jx)$, $F_l(jx)$ og $F_l(-jx)$

Fra [25] er det definert rekkene

$$f_l(jx) = 1 + \frac{l(l+1)}{2(jx)} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^2} + \dots + \frac{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n \cdot (jx)^n} , \quad (\text{C.1})$$

hvor dette også er vist i Lign. (B.15). I [25] er det også gitt

$$F_l(jx) = (1 + jx)f_l(jx) - jxf'_l(jx) , \quad (\text{C.2})$$

hvor $f'_l(jx)$ er den deriverte av Lign. (C.1) med hensyn på jx . I Lign. (C.1) og (C.2) er det benyttet tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$. Når det er benyttet tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$ er det vist i Lign. (B.28) at

$$f_l(-jx) = 1 - \frac{l(l+1)}{2(jx)} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^2} - \dots + \frac{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n \cdot (-jx)^n} . \quad (\text{C.3})$$

Det er her definert

$$F_l(-jx) = (1 - jx)f_l(-jx) + jxf'_l(-jx) , \quad (\text{C.4})$$

hvor $f'_l(-jx)$ er den deriverte av Lign. (C.3) med hensyn på $-jx$.

I rekkene over er x en vilkårlig og reell konstant.

Dette er rekker som er særegent for modellen til [3,18] for spredning fra en rigid kule med et innfallende lydfelt. I dette vedlegget blir det gitt en beskrivelse for rekkene, og det vil bli vist hvordan de er knyttet til de sfæriske Hankelfunksjonene. Denne sammenligningen har det til nå ikke lyktes å finne i annen litteratur. Det blir også vist hvordan dette er knyttet til notasjonen i [3].

Sammenligning av $f_l(jx)$ og sfærisk Hankelfunksjon av andre slag

Fra [34] er den sfæriske hankelfunksjonen av 2. slag definert som

$$h_l^{(2)}(x) = \frac{j^{l+1}e^{-jx}}{x} \sum_{k=0}^l \frac{(l+k)!}{k!(l-k)!} \left(\frac{1}{2jx}\right)^k . \quad (\text{C.5})$$

Ved å skrive ut denne rekken, gir dette

$$h_l^{(2)}(x) = \frac{j^{l+1}e^{-jx}}{x} \left(1 + \frac{l(l+1)}{2jx} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^2} + \dots\right) . \quad (\text{C.6})$$

Dersom dette sammenlignes med Lign. (C.1), er

$$j^{l+1}e^{-jx}f_l(jx) = xh_l^{(2)}(x) . \quad (\text{C.7})$$

Dette viser at $f_l(jx)$ kan beskrives som en Hankelfunksjon.

Videre blir dette sammenlignet med notasjonen benyttet i [3]. Fra [34] er

$$h_l^{(2)}(x) = j_l(x) - jy_l(x) \quad , \quad (C.8)$$

hvor $j_l(x)$ er sfærisk Besselfunksjon og $y_l(x)$ er sfærisk Neumannfunksjon. Ved å sette dette inn i Lign. (C.7), er

$$j^{l+1}e^{-ix}f_l(ix) = x(j_l(x) - jy_l(x)) = S_l(x) + jC_l(x) \quad , \quad (C.9)$$

hvor $S_l(x) \equiv xj_l(x)$ og $C_l(x) \equiv y_l(x)$ er hentet fra [3].

Dette viser at $S_l(x)$ fra [3] kan uttrykkes ved sfærisk Besselfunksjonen, og $C_l(x)$ kan uttrykkes med sfærisk Neumanfunksjonen.

Sammenligning av $f_l(-jx)$ og den sfæriske Hankelfunksjonen av første slag

Her er det sett nærmere på Lign. (C.3) og dette er sammenlignet med den sfæriske Hankelfunksjonen av første slag.

Fra [34] er den sfæriske hankelfunksjonen av 1. slag definert som

$$h_l^{(1)}(x) = \frac{j^{-l-1}e^{jx}}{x} \sum_{k=0}^l \frac{(l+k)!}{k!(l-k)!} \left(\frac{-1}{2jx}\right)^k \quad . \quad (C.10)$$

Ved å skrive ut denne rekken, gir dette

$$h_l^{(1)}(x) = \frac{j^{-l-1}e^{jx}}{x} \left(1 - \frac{l(l+1)}{2jx} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^2} - \dots\right) \quad . \quad (C.11)$$

Ved å sammenligne denne ligningen med Lign. (C.3), er

$$j^{-l-1}e^{jx}f_l(-jx) = xh_l^{(1)}(x) = x(j_l(x) + jy_l(x)) = S_l(x) - jC_l(x) \quad . \quad (C.12)$$

Det observeres at ved å endre fortegn på jx vil dette føre til en negativ fortegn foran $C_l(x)$.

Sammenligning av $F_l(jx)$ og Hankelfunksjon

Ser nå videre på Lign. (C.2), og sammenligner dette med Hankelfunksjonen.

Den deriverte av $f_l(jx)$ med hensyn på jx er gitt som

$$f_l'(jx) = 0 - \frac{l(l+1)}{2 \cdot (jx)^2} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{4 \cdot (jx)^3} - \dots \quad . \quad (C.13)$$

Dette settes inn i Lig. (C.2), som gir

$$\begin{aligned} F_l(jx) &= 1 + 2 \frac{l(l+1)}{2jx} + 3 \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^2} + \dots \\ &+ jx + \frac{l(l+1)}{2} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot jx} + \dots \quad . \end{aligned} \quad (C.14)$$

Fra sammenligningen av Lign. (C.1) er det tidligere sett at dette kan beskrives som en hankelfunksjon. Siden $F_l(jx)$ inneholder $f_l'(jx)$, vil det her undersøkes om dette har en sammenheng med den deriverte Hankelfunksjonen.

Den deriverte av hankelfunksjonen av 2. slag er

$$h_l^{(2)'}(x) = -\frac{j^{l+2}}{x} e^{-jx} \sum_{k=0}^l \frac{(l+k)!}{k!(l-k)!} \left(\frac{1}{2jx}\right)^k - \frac{j^{l+1}}{x^2} e^{-jx} \sum_{k=0}^l \frac{(l+k)!}{k!(l-k)!} (k+1) \left(\frac{1}{2jx}\right)^k . \quad (\text{C.15})$$

Ved å skrive ut rekken,

$$\begin{aligned} h_l^{(2)'}(x) &= -\frac{j^{l+2}}{x} e^{-jx} \left(1 + \frac{l(l+1)}{2jx} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^2} + \dots\right) \\ &\quad - \frac{j^{l+1}}{x^2} e^{-jx} \left(1 + 2\frac{l(l+1)}{2jx} + 3\frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^2} + \dots\right) , \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

og sammenligne den med rekken i Lign. (C.14), er

$$j^{l+1} e^{-jx} F_l(jx) = -x^2 h_l^{(2)'}(x) . \quad (\text{C.17})$$

Dette viser at $F_l(jx)$ kan relateres til den deriverte av Hankelfunksjonen.

Videre vil det bli sett hvordan dette er i forhold til notasjonen i [3].

Fra Lign. 9.1.27 i [34] er det vist

$$h_l^{(2)'}(x) = j_l'(x) - jy_l'(x) = -[j_{l+1}(x) + jy_{l+1}(x)] + \frac{l}{x}[j_l(x) + jy_l(x)] . \quad (\text{C.18})$$

Ved å sette dette inn i Lign. (C.20), gir dette

$$j^{l+1} e^{-jx} F_l(jx) = x^2 ([j_{l+1}(x) - jy_{l+1}(x)] - \frac{l}{x} [j_l(x) - jy_l(x)]) = x[S_{l+1}(x) + jC_{l+1}(x)] - l[S_l(x) + jC_l(x)] . \quad (\text{C.19})$$

Dette kan igjen uttrykkes som

$$j^{l+1} e^{-jx} F_l(jx) = U_l(x) + jV_l(x) , \quad (\text{C.20})$$

hvor

$$U_l(x) = xS_{l+1}(x) - lS_l(x) \quad (\text{C.21})$$

og

$$V_l(x) = xC_{l+1}(x) - lC_l(x) \quad (\text{C.22})$$

er forkortelser hentet fra [3].

Sammenligning av $F_l(-jx)$ og Hankelfunksjonen

Ser nå på Lign. (C.4) og sammenligner dette med Hankelfunksjonen.

Den deriverte av $f_l(-jx)$ er gitt som

$$f_l'(-jx) = 0 + \frac{l(l+1)}{2 \cdot (jx)^2} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{4 \cdot (jx)^3} + \dots . \quad (\text{C.23})$$

Ved å sette dette inn i Lign. (C.4), er

$$\begin{aligned} F_l(-jx) &= 1 - 2\frac{l(l+1)}{2jx} - 3\frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^3} + \\ &\quad - jx + \frac{l(l+1)}{2} - \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)} + \dots . \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

Dette uttrykket blir sammenlignet med den deriverte Hankelfunksjonen av 1. slag, hvor den deriverte Hankelfunksjonen er gitt som

$$h_l^{(1)'}(x) = \frac{j^{-l}e^{jx}}{x} \sum_{k=0}^l \frac{(l+k)!}{k!(l-k)!} \left(\frac{-1}{2jx}\right)^k - \frac{j^{-l-1}e^{jx}}{x^2} \sum_{k=0}^l \frac{(l+k)!}{k!(l-k)!} (k+1) \left(\frac{-1}{2jx}\right)^k . \quad (\text{C.25})$$

Ved å skrive ut denne rekken,

$$\begin{aligned} h_l^{(1)'}(x) &= \frac{j^{-l}}{x} e^{jx} \left(1 - \frac{l(l+1)}{2jx} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^2} - \dots\right) \\ &\quad - \frac{j^{-l-1}}{x^2} e^{jx} \left(1 - 2\frac{l(l+1)}{2jx} + 3\frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jx)^2} - \dots\right) , \end{aligned} \quad (\text{C.26})$$

og sammenligner dette med Lign. (C.24), er

$$j^{-l-1}e^{jx}F_l(-jx) = -x^2h_l^{(1)'}(x) . \quad (\text{C.27})$$

Tilsvarende som tidligere kan dette skrives som notasjonen fra [3], ved å benytte derivasjonsregelen fra [34] for Hankelfunksjonen.

Dette gir

$$j^{-l-1}e^{jx}F_l(-jx) = x^2([j_{l+1}(x) + jy_{l+1}(x)] - \frac{l}{x}[j_l(x) + jy_l(x)]) = x[S_{l+1}(x) - jC_{l+1}(x)] - l[S_l(x) - jC_l(x)] , \quad (\text{C.28})$$

eller som

$$j^{-l-1}e^{jx}F_l(-jx) = U_l(x) - jV_l(x) . \quad (\text{C.29})$$

Det observeres at ved å endre fortegnet i rekken så gir dette et negativ fortegn for $V_l(x)$.

Vedlegg D

Utleddning for hastighetspotensialet med $e^{j\omega t}$ og $e^{-j\omega t}$ etter Stenzels metode

I dette vedlegget er det gitt en utledning for spredningen fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde etter notasjonen i [3]. Denne utledningen tar for seg både tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ og $e^{-j\omega t}$. For tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$ følges utledningen gitt i [3], hvor det er tilført flere detaljer enn i artikkelen. En tilsvarende utledning blir også vist for $e^{-j\omega t}$.

Uttrykt med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$

Fra Lign. (4.56) er det vist det spredte hastighetpotensialet med tidsavhengigheten $e^{j\omega t}$,

$$\psi_{s,i}^+ = \hat{C}_i^+ \frac{ka_k^2 e^{-jk(R'-a_k)}}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(jka_k)} f_l(jkR') (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k}, \quad (\text{D.1})$$

hvor \hat{C}_i^+ er en kompleks magnitudo til hastighetpotensialet til en kilde. For å kunne følge utledningen i [3] er det her benyttet samme antagelse som i [3, 18], hvor bidraget til hastighetpotensialet er fra en punktkilde gitt med Lign. (4.59),

$$\hat{C}_i^+ = -\frac{e^{-jkR_i}}{4\pi R_i}. \quad (\text{D.2})$$

Ved å sette dette inn i Lign. (D.1), er

$$\psi_{s,i}^+ = -\frac{ka_k^2 e^{-jk(R_i+R'-a_k)}}{4\pi R_i R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(jka_k)} (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) f_l(jkR') Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k}. \quad (\text{D.3})$$

Siden dette skal sammenlignes med [3] er retningen til mottakerpunktet relativ til retningen til det tilbakespredte lydfeltet, som er gitt med $\alpha'_{bs,i}$. Ved å benytte Lign. (4.50) og $\alpha'_{bs,i} = \pi - \alpha'_{fs,i}$ inn i Lign. (D.3), er

$$\psi_{s,i}^+ = -\frac{ka_k^2 e^{jk(ct-R_i-R'+a_k)}}{4\pi R_i R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(jka_k)} P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) f_l(jkR') Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k}. \quad (\text{D.4})$$

Videre benyttes Lign. (C.9),

$$j^{l+1} e^{-jkR'} f_l(jkR') = S_l(kR') + jC_l(jkR') , \quad (\text{D.5})$$

som settes inn i Lign. (D.4). Dette gir

$$\psi_{s,i}^+ = -\frac{ka_k^2 e^{-jk(R_i-a_k)}}{4\pi R_i R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(jka_k)} P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{S_l(kR') + jC_l(jkR')}{j^{l+1}} Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k}. \quad (\text{D.6})$$

Fra Lign. (C.20) er det vist at

$$j^{l+1}e^{-jka_k}F_l(jka_k) = U_l(ka_k) + jV_l(ka_k) \quad , \quad (D.7)$$

hvor dette kan settes inn i Lign. (D.6),

$$\psi_{s,i}^+ = -\frac{ka_k^2 e^{-jkR_i}}{4\pi R_i R' k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{S_l(kR') + jC_l(kR')}{U_l(ka_k) + jV_l(ka_k)} Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k} \quad . \quad (D.8)$$

Fra [3] er det oppgitt

$$Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k} = \frac{j^l}{(ka_k)^2} [lS_l(ka_k) - ka_k S_{l+1}(ka_k)] \quad (D.9)$$

og

$$U(ka_k) = ka_k S_{l+1}(ka_k) - lS_l(ka_k) \quad . \quad (D.10)$$

Dette gir

$$Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\sin ka_k}{ka_k} = -j^l \frac{U_l(ka_k)}{(ka_k)^2} \quad , \quad (D.11)$$

som settes inn i Lign. (D.8), og gir

$$\psi_{s,i}^+ = \frac{e^{-jkR_i}}{4\pi R_i R' k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \cdot (S_l(kR') + jC_l(kR')) j^l \frac{U(ka_k)}{U_l(ka_k) + jV_l(ka_k)} \quad . \quad (D.12)$$

Dette uttrykket blir igjen multipliseres med $\frac{-j}{-j}$, slik at dette gir

$$\psi_{s,i}^+ = \frac{e^{-jkR_i}}{4\pi R_i R' k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) j^l (C_l(kR') - jS_l(kR')) \frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k) - jU_l(ka_k)} \quad . \quad (D.13)$$

I [3] er det antatt at et mottakerpunkt er i kulens fjernfelt, slik at $kR' \gg 1$. Dersom det blir sett tilbake til Lign. (D.5), hvor

$$f_l(jkR') = 1 + \frac{l(l+1)}{2(jkR')} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jkR')^2} + \dots + \frac{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n \cdot (jkR')^n} \quad (D.14)$$

er hentet fra Lign. (C.1). Når $kR' \gg 1$ er

$$f_l(jkR') \approx 1 \quad . \quad (D.15)$$

Dette gjør at Lign. (D.5) kan skrives som

$$S_l(kR') + jC_l(kR') \approx j^{l+1} e^{-jkR'} \quad , \quad (D.16)$$

og

$$C_l(kR') - jS_l(kR') \approx j^l j^{l+1} e^{-jkR'} \quad , \quad (D.17)$$

Dette uttrykket settes inn i Lign. (D.13), som gir

$$\psi_{s,i}^+ = \frac{e^{-jk(R_i+R')}}{4\pi R_i R' k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) j^l (-j) j^{l+1} \frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k) - jU_l(ka_k)} \quad , \quad (D.18)$$

eller som

$$\psi_{s,i}^+ = \frac{e^{-jk(R_i+R')}}{4\pi R_i R' k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) (-1)^l \frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k) - jU_l(ka_k)} \quad . \quad (D.19)$$

Ved å multiplisere Lign. (D.19), for $l = 0, 1, 2, \dots, \infty$, med

$$\frac{\frac{V_l(ka_k) + jU_l(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{\frac{V_l(ka_k) + jU_l(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} \quad , \quad (D.20)$$

gir dette

$$\psi_{s,i}^+ = \frac{e^{-jk(R_+R')}}{4\pi R_i R' k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) (-1)^l \frac{\frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k)} + j \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} . \quad (\text{D.21})$$

Dette uttrykket er det samme som er gitt i [3], som viser at den detaljerte utledningen er riktig.

Dersom det innfallende bølgen ikke er fra en punktkilde men fra en vilkårlig kilde beholdes \hat{C}_i^+ . Ved å utføre det tilsvarende utledning som det er vist til nå, er

$$\psi_{s,i}^+ = -\hat{C}_i^+ \frac{e^{jk(ct-R')}}{kR'} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) (-1)^l \frac{\frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k)} + j \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} . \quad (\text{D.22})$$

Denne ligningen er et uttrykk for spredning fra en rigid kule med innfallende bølge fra en vilkårlig kilde.

Uttrykt med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$

Fra Lign. (4.65) er det vist hastighetspotensialet til det spredte lydfeltet fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$,

$$\psi_{s,i}^- = \hat{C}_i^- \frac{ka_k^2 e^{jk(R'-a_k)}}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(-jka_k)} f_l(-jkR') P_l(\cos\alpha'_{fs,i}) Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink}ka_k}{ka_k} . \quad (\text{D.23})$$

Retningen til mottakerpunktet relativ $\underline{n}_{bs,i}$ er gitt med vinkelen $\alpha'_{bs,i}$, hvor $\alpha_{bs,i} = \pi - \alpha'_{fs,i}$. Ved hjelp av Lign. (4.50) er

$$\psi_{s,i}^- = \hat{C}_i^- \frac{ka_k^2 e^{jk(R'a_k)}}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(-jka_k)} (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) f_l(-jkR') Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink}ka_k}{ka_k} . \quad (\text{D.24})$$

Videre benyttes ligningen

$$j^{-l-1} e^{jkR'} f_l(-jkR') = S_l(kR') - jC_l(jkR') , \quad (\text{D.25})$$

som er hentet fra Lign. (C.12). Denne ligningen settes inn i Lign. (D.24), som gir

$$\psi_{s,i}^- = \hat{C}_i^- \frac{ka_k^2 e^{-jka_k R'}}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{F_l(-jka_k)} (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{S_l(kR') - jC_l(kR')}{j^{-l-1}} Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink}ka_k}{ka_k} . \quad (\text{D.26})$$

Fra Lign. (C.29) er

$$j^{-l-1} e^{jka_k R'} F_l(-jka_k) = U_l(ka_k) - jV_l(ka_k) , \quad (\text{D.27})$$

og ved å sette denne inn i Lign. (D.26) gir dette

$$\psi_{s,i}^- = \hat{C}_i^- \frac{ka_k^2}{R'} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{S_l(kR') - jC_l(kR')}{U_l(ka_k) - jV_l(ka_k)} Y_l\left(\frac{d}{djka_k}\right) \frac{d}{dka_k} \frac{\text{sink}ka_k}{ka_k} . \quad (\text{D.28})$$

Deretter settes Lign. (D.11) inn i Lign. (D.28), som gir

$$\psi_{s,i}^- = -\hat{C}_i^- \frac{1}{kR'} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (-1)^l P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) j^l (S_l(kR') - jC_l(kR')) \frac{U_l(ka_k)}{U_l(ka_k) - jV_l(ka_k)} . \quad (\text{D.29})$$

Dersom det blir sett tilbake på Lign. (D.25) er

$$f_l(-jkR') = 1 - \frac{l(l+1)}{2(jkR')} + \frac{(l-1)l(l+1)(l+2)}{2 \cdot 4 \cdot (jkR')^2} - \dots + \frac{2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2l}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n \cdot (-jkR')^n} , \quad (\text{D.30})$$

hentet fra Lign. (C.3).

Dersom det er antatt at mottakerpunktet er i kulens fjernfelt, er $kR' \gg 1$ og $f_l(-jkR') \approx 1$. Dette gir

$$S_l(kR') - jC_l(kR') \approx j^{-l-1} e^{jkR'} \quad , \quad (\text{D.31})$$

og ved å sette dette inn i Lign. (D.29) gir dette

$$\psi_{s,i}^- = -\hat{C}_i^- \frac{e^{jkR'}}{kR'} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-1)^l P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) j^l j^{-l-1} \frac{U_l(ka_k)}{U_l(ka_k) - jV_l(ka_k)} \quad , \quad (\text{D.32})$$

eller som

$$\psi_{s,i}^- = -\hat{C}_i^- \frac{e^{jkR'}}{kR'} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k) + jU_l(ka_k)} \quad . \quad (\text{D.33})$$

For $l = 0, 1, 2, \dots, \infty$ i Lign. (D.33) blir multiplisert med

$$\frac{\frac{V_l(ka_k) - jU_l(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{\frac{V_l(ka_k) - jU_l(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} \quad , \quad (\text{D.34})$$

som gir

$$\psi_{s,i}^- = -\hat{C}_i^- \frac{e^{jkR'}}{kR'} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\alpha'_{bs,i}) \frac{\frac{U_l(ka_k)}{V_l(ka_k)} - j \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}}{1 + \frac{U_l^2(ka_k)}{V_l^2(ka_k)}} \quad . \quad (\text{D.35})$$

Dette uttrykket viser spredningen fra en rigid kule med et innfallende lydfelt fra en vilkårlig kilde med tidsavhengigheten $e^{-j\omega t}$.

Vedlegg E

Koordinater og orientering for alle stempelkilder i en sylinderray

I dette vedlegget er det gitt koordinatene og orienteringen til alle stempelkildene i en sylinderray med $N = 32$ staver og 8 stempelkilder i hver stav. Radiusen til arrayen er $a_a = 0.16$ m, og avstanden mellom sentrum av hver stempelkilde er $h = 0.0215$ m.

i-indeks	n-indeks	m-indeks	$(x_{s,nm}, y_{s,nm}, z_{s,nm})$	$\theta_{0,nm}$	$\phi_{0,nm}$
1	1	1	(0.19, 0, 0.1556) m	90°	0°
2	1	2	(0.19, 0, 0.1141) m	90°	0°
3	1	3	(0.19, 0, 0.0726) m	90°	0°
4	1	4	(0.19, 0, 0.0311) m	90°	0°
5	1	5	(0.19, 0, -0.0104) m	90°	0°
6	1	6	(0.19, 0, -0.0519) m	90°	0°
7	1	7	(0.19, 0, -0.0934) m	90°	0°
8	1	8	(0.19, 0, -0.1349) m	90°	0°
9	2	1	(0.1863, 0.0371, 0.01349) m	90°	11.25°
10	2	2	(0.1863, 0.0371, 0-0934) m	90°	11.25°
11	2	3	(0.1863, 0.0371, 0.0519) m	90°	11.25°
12	2	4	(0.1863, 0.0371, 0.0104) m	90°	11.25°
13	2	5	(0.1863, 0.0371, -0.0311) m	90°	11.25°
14	2	6	(0.1863, 0.0371, -0.0726) m	90°	11.25°
15	2	7	(0.1863, 0.0371, -0.1141) m	90°	11.25°
16	2	8	(0.1863, 0.0371, -0.1556) m	90°	11.25°
17	3	1	(0.1755, 0.0727, 0.1556) m	90°	22.5°
18	3	2	(0.1755, 0.0727, 0.1141) m	90°	22.5°
19	3	3	(0.1755, 0.0727, 0.0726) m	90°	22.5°
20	3	4	(0.1755, 0.0727, 0.0311) m	90°	22.5°
21	3	5	(0.1755, 0.0727, -0.0104) m	90°	22.5°
22	3	6	(0.1755, 0.0727, -0.0519) m	90°	22.5°
23	3	7	(0.1755, 0.0727, -0.0934) m	90°	22.5°
24	3	8	(0.1755, 0.0727, -0.1349) m	90°	22.5°
25	4	1	(0.158, 0.1056, 0.01349) m	90°	33.75°
26	4	2	(0.158, 0.1056, 0.0934) m	90°	33.75°
27	4	3	(0.158, 0.1056, 0.0519) m	90°	33.75°
28	4	4	(0.158, 0.1056, 0.0104) m	90°	33.75°
29	4	5	(0.158, 0.1056, -0.0311) m	90°	33.75°
30	4	6	(0.158, 0.1056, -0.0726) m	90°	33.75°
31	4	7	(0.158, 0.1056, -0.1141) m	90°	33.75°
32	4	8	(0.158, 0.1056, -0.1556) m	90°	33.75°

i-indeks	n-indeks	m-indeks	$(x_{s,nm}, y_{s,nm}, z_{s,nm})$	$\theta_{0,nm}$	$\phi_{0,nm}$
33	5	1	(0.1344, 0.1344, 0.1556) m	90°	45°
34	5	2	(0.1344, 0.1344, 0.1141) m	90°	45°
35	5	3	(0.1344, 0.1344, 0.0726) m	90°	45°
36	5	4	(0.1344, 0.1344, 0.0311) m	90°	45°
37	5	5	(0.1344, 0.1344, -0.0104) m	90°	45°
38	5	6	(0.1344, 0.1344, -0.0519) m	90°	45°
39	5	7	(0.1344, 0.1344, -0.0934) m	90°	45°
40	5	8	(0.1344, 0.1344, -0.1349) m	90°	45°
41	6	1	(0.1056, 0.1580, 0.01349) m	90°	56.25°
42	6	2	(0.1056, 0.1580, 0.0934) m	90°	56.25°
43	6	3	(0.1056, 0.1580, 0.0519) m	90°	56.25°
44	6	4	(0.1056, 0.1580, 0.0104) m	90°	56.25°
45	6	5	(0.1056, 0.1580, -0.0311) m	90°	56.25°
46	6	6	(0.1056, 0.1580, -0.0726) m	90°	56.25°
47	6	7	(0.1056, 0.1580, -0.1141) m	90°	56.25°
48	6	8	(0.1056, 0.1580, -0.1556) m	90°	56.25°
49	7	1	(0.0727, 0.1755, 0.1556) m	90°	67.5°
50	7	2	(0.0727, 0.1755, 0.1141) m	90°	67.5°
51	7	3	(0.0727, 0.1755, 0.0726) m	90°	67.5°
52	7	4	(0.0727, 0.1755, 0.0311) m	90°	67.5°
53	7	5	(0.0727, 0.1755, -0.0104) m	90°	67.5°
54	7	6	(0.0727, 0.1755, -0.0519) m	90°	67.5°
55	7	7	(0.0727, 0.1755, -0.0934) m	90°	67.5°
56	7	8	(0.0727, 0.1755, -0.1349) m	90°	67.5°
57	8	1	(0.0371, 0.1863, 0.01349) m	90°	78.75°
58	8	2	(0.0371, 0.1863, 0.0934) m	90°	78.75°
59	8	3	(0.0371, 0.1863, 0.0519) m	90°	78.75°
60	8	4	(0.0371, 0.1863, 0.0104) m	90°	78.75°
61	8	5	(0.0371, 0.1863, -0.0311) m	90°	78.75°
62	8	6	(0.0371, 0.1863, -0.0726) m	90°	78.75°
63	8	7	(0.0371, 0.1863, -0.1141) m	90°	78.75°
64	8	8	(0.0371, 0.1863, -0.1556) m	90°	78.75°
65	9	1	(0, 0.19, 0.01349) m	90°	90°
66	9	2	(0, 0.19, 0.0934) m	90°	90°
67	9	3	(0, 0.19, 0.0519) m	90°	90°
68	9	4	(0, 0.19, 0.0104) m	90°	90°
69	9	5	(0, 0.19, -0.0311) m	90°	90°
70	9	6	(0, 0.19, -0.0726) m	90°	90°
71	9	7	(0, 0.19, -0.1141) m	90°	90°
72	9	8	(0, 0.19, -0.1556) m	90°	90°
73	10	1	(-0.0371, 0.1863, 0.01349) m	90°	101.25°
74	10	2	(-0.0371, 0.1863, 0.0934) m	90°	101.25°
75	10	3	(-0.0371, 0.1863, 0.0519) m	90°	101.25°
76	10	4	(-0.0371, 0.1863, 0.0104) m	90°	101.25°
77	10	5	(-0.0371, 0.1863, -0.0311) m	90°	101.25°
78	10	6	(-0.0371, 0.1863, -0.0726) m	90°	101.25°
79	10	7	(-0.0371, 0.1863, -0.1141) m	90°	101.25°
80	10	8	(-0.0371, 0.1863, -0.1556) m	90°	101.25°

i-indeks	n-indeks	m-indeks	$(x_{s,nm}, y_{s,nm}, z_{s,nm})$	$\theta_{0,nm}$	$\phi_{0,nm}$
81	11	1	(-0.0727, 0.1755, 0.1556) m	90°	112.5°
82	11	2	(-0.0727, 0.1755, 0.1141) m	90°	112.5°
82	11	3	(-0.0727, 0.1755, 0.0726) m	90°	112.5°
83	11	4	(-0.0727, 0.1755, 0.0311) m	90°	112.5°
84	11	5	(-0.0727, 0.1755, -0.0104) m	90°	112.5°
85	11	6	(-0.0727, 0.1755, -0.0519) m	90°	112.5°
86	11	7	(-0.0727, 0.1755, -0.0934) m	90°	112.5°
87	11	8	(-0.0727, 0.1755, -0.1349) m	90°	112.5°
88	12	1	(-0.1056, 0.1580, 0.01349) m	90°	123.25°
89	12	2	(-0.1056, 0.1580, 0.0934) m	90°	123.25°
90	12	3	(-0.1056, 0.1580, 0.0519) m	90°	123.25°
91	12	4	(-0.1056, 0.1580, 0.0104) m	90°	123.25°
92	12	5	(-0.1056, 0.1580, -0.0311) m	90°	123.25°
93	12	6	(-0.1056, 0.1580, -0.0726) m	90°	123.25°
94	12	7	(-0.1056, 0.1580, -0.1141) m	90°	123.25°
95	12	8	(-0.1056, 0.1580, -0.1556) m	90°	123.25°
96	13	1	(-0.1344, 0.1344, 0.1556) m	90°	135°
97	13	2	(-0.1344, 0.1344, 0.1141) m	90°	135°
99	13	3	(-0.1344, 0.1344, 0.0726) m	90°	135°
100	13	4	(-0.1344, 0.1344, 0.0311) m	90°	135°
101	13	5	(-0.1344, 0.1344, -0.0104) m	90°	135°
102	13	6	(-0.1344, 0.1344, -0.0519) m	90°	135°
102	13	7	(-0.1344, 0.1344, -0.0934) m	90°	135°
103	13	8	(-0.1344, 0.1344, -0.1349) m	90°	135°
104	14	1	(-0.158, 0.1056, 0.01349) m	90°	146.25°
105	14	2	(-0.158, 0.1056, 0.0934) m	90°	146.25°
106	14	3	(-0.158, 0.1056, 0.0519) m	90°	146.25°
107	14	4	(-0.158, 0.1056, 0.0104) m	90°	146.25°
108	14	5	(-0.158, 0.1056, -0.0311) m	90°	146.25°
109	14	6	(-0.158, 0.1056, -0.0726) m	90°	146.25°
110	14	7	(-0.158, 0.1056, -0.1141) m	90°	146.25°
111	14	8	(-0.158, 0.1056, -0.1556) m	90°	146.25°
112	15	1	(-0.1755, 0.0727, 0.1556) m	90°	157.5°
113	15	2	(-0.1755, 0.0727, 0.1141) m	90°	157.5°
114	15	3	(-0.1755, 0.0727, 0.0726) m	90°	157.5°
115	15	4	(-0.1755, 0.0727, 0.0311) m	90°	157.5°
116	15	5	(-0.1755, 0.0727, -0.0104) m	90°	157.5°
117	15	6	(-0.1755, 0.0727, -0.0519) m	90°	157.5°
118	15	7	(-0.1755, 0.0727, -0.0934) m	90°	157.5°
119	15	8	(-0.1755, 0.0727, -0.1349) m	90°	157.5°
120	16	1	(-0.1863, 0.0371, 0.01349) m	90°	168.75°
121	16	2	(-0.1863, 0.0371, 0.0934) m	90°	168.75°
122	16	3	(-0.1863, 0.0371, 0.0519) m	90°	166.75°
123	16	4	(-0.1863, 0.0371, 0.0104) m	90°	168.75°
124	16	5	(-0.1863, 0.0371, -0.0311) m	90°	168.75°
125	16	6	(-0.1863, 0.0371, -0.0726) m	90°	168.75°
126	16	7	(-0.1863, 0.0371, -0.1141) m	90°	168.75°
127	16	8	(-0.1863, 0.0371, -0.1556) m	90°	168.75°

i-indeks	n-indeks	m-indeks	$(x_{s,nm}, y_{s,nm}, z_{s,nm})$	$\theta_{0,nm}$	$\phi_{0,nm}$
128	17	1	(-0.19, 0, 0.1556) m	90°	180°
129	17	2	(-0.19, 0, 0.1141) m	90°	180°
130	17	3	(-0.19, 0, 0.0726) m	90°	180°
131	17	4	(-0.19, 0, 0.0311) m	90°	180°
132	17	5	(-0.19, 0, -0.0104) m	90°	180°
133	17	6	(-0.19, 0, -0.0519) m	90°	180°
134	17	7	(-0.19, 0, -0.0934) m	90°	180°
135	17	8	(-0.19, 0, -0.1349) m	90°	180°
136	18	1	(-0.1863, -0.0371, 0.01349) m	90°	191.25°
137	18	2	(-0.1863, -0.0371, 0-0934) m	90°	191.25°
138	18	3	(-0.1863, -0.0371, 0.0519) m	90°	191.25°
139	18	4	(-0.1863, -0.0371, 0.0104) m	90°	191.25°
140	18	5	(-0.1863, -0.0371, -0.0311) m	90°	191.25°
141	18	6	(-0.1863, -0.0371, -0.0726) m	90°	191.25°
142	18	7	(-0.1863, -0.0371, -0.1141) m	90°	191.25°
143	18	8	(-0.1863, -0.0371, -0.1556) m	90°	191.25°
144	19	1	(-0.1755, -0.0727, 0.1556) m	90°	202.5°
145	19	2	(-0.1755, -0.0727, 0.1141) m	90°	202.5°
146	19	3	(-0.1755, -0.0727, 0.0726) m	90°	202.5°
147	19	4	(-0.1755, -0.0727, 0.0311) m	90°	202.5°
148	19	5	(-0.1755, -0.0727, -0.0104) m	90°	202.5°
149	19	6	(-0.1755, -0.0727, -0.0519) m	90°	202.5°
150	19	7	(-0.1755, -0.0727, -0.0934) m	90°	202.5°
151	19	8	(-0.1755, -0.0727, -0.1349) m	90°	202.5°
152	20	1	(-0.158, -0.1056, 0.01349) m	90°	213.75°
153	20	2	(-0.158, -0.1056, 0.0934) m	90°	213.75°
154	20	3	(-0.158, -0.1056, 0.0519) m	90°	213.75°
155	20	4	(-0.158, -0.1056, 0.0104) m	90°	213.75°
156	20	5	(-0.158, -0.1056, -0.0311) m	90°	213.75°
157	20	6	(-0.158, -0.1056, -0.0726) m	90°	213.75°
158	20	7	(-0.158, -0.1056, -0.1141) m	90°	213.75°
159	20	8	(-0.158, -0.1056, -0.1556) m	90°	213.75°
160	21	1	(-0.1344, -0.1344, 0.1556) m	90°	225°
161	21	2	(-0.1344, -0.1344, 0.1141) m	90°	225°
162	21	3	(-0.1344, -0.1344, 0.0726) m	90°	225°
163	21	4	(-0.1344, -0.1344, 0.0311) m	90°	225°
164	21	5	(-0.1344, -0.1344, -0.0104) m	90°	225°
165	21	6	(-0.1344, -0.1344, -0.0519) m	90°	225°
167	21	7	(-0.1344, -0.1344, -0.0934) m	90°	225°
168	21	8	(-0.1344, -0.1344, -0.1349) m	90°	225°
169	22	1	(-0.1056, -0.1580, 0.01349) m	90°	236.25°
170	22	2	(-0.1056, -0.1580, 0.0934) m	90°	236.25°
171	22	3	(-0.1056, -0.1580, 0.0519) m	90°	236.25°
172	22	4	(-0.1056, -0.1580, 0.0104) m	90°	236.25°
173	22	5	(-0.1056, -0.1580, -0.0311) m	90°	236.25°
174	22	6	(-0.1056, -0.1580, -0.0726) m	90°	236.25°
175	22	7	(-0.1056, -0.1580, -0.1141) m	90°	236.25°
176	22	8	(-0.1056, -0.1580, -0.1556) m	90°	236.25°

i-indeks	n-indeks	m-indeks	$(x_{s,nm}, y_{s,nm}, z_{s,nm})$	$\theta_{0,nm}$	$\phi_{0,nm}$
177	23	1	(-0.0727, -0.1755, 0.1556) m	90°	247.5°
178	23	2	(-0.0727, -0.1755, 0.1141) m	90°	247.5°
179	23	3	(-0.0727, -0.1755, 0.0726) m	90°	247.5°
180	23	4	(-0.0727, -0.1755, 0.0311) m	90°	247.5°
181	23	5	(-0.0727, -0.1755, -0.0104) m	90°	247.5°
182	23	6	(-0.0727, -0.1755, -0.0519) m	90°	247.5°
183	23	7	(-0.0727, -0.1755, -0.0934) m	90°	247.5°
184	23	8	(-0.0727, -0.1755, -0.1349) m	90°	247.5°
185	24	1	(-0.0371, -0.1863, 0.01349) m	90°	258.75°
186	24	2	(-0.0371, -0.1863, 0.0934) m	90°	258.75°
187	24	3	(-0.0371, -0.1863, 0.0519) m	90°	258.75°
188	24	4	(-0.0371, -0.1863, 0.0104) m	90°	258.75°
189	24	5	(-0.0371, -0.1863, -0.0311) m	90°	258.75°
190	24	6	(-0.0371, -0.1863, -0.0726) m	90°	258.75°
191	24	7	(-0.0371, -0.1863, -0.1141) m	90°	258.75°
192	24	8	(-0.0371, -0.1863, -0.1556) m	90°	258.75°
193	25	1	(0, -0.19, 0.01349) m	90°	270°
194	25	2	(0, -0.19, 0.0934) m	90°	270°
195	25	3	(0, -0.19, 0.0519) m	90°	270°
196	25	4	(0, -0.19, 0.0104) m	90°	270°
197	25	5	(0, -0.19, -0.0311) m	90°	270°
198	25	6	(0, -0.19, -0.0726) m	90°	270°
199	25	7	(0, -0.19, -0.1141) m	90°	270°
200	25	8	(0, -0.19, -0.1556) m	90°	270°
201	26	1	(0.0371, -0.1863, 0.01349) m	90°	281.25°
202	26	2	(0.0371, -0.1863, 0.0934) m	90°	281.25°
203	26	3	(0.0371, -0.1863, 0.0519) m	90°	281.25°
204	26	4	(0.0371, -0.1863, 0.0104) m	90°	281.25°
205	26	5	(0.0371, -0.1863, -0.0311) m	90°	281.25°
206	26	6	(0.0371, -0.1863, -0.0726) m	90°	281.25°
207	26	7	(0.0371, -0.1863, -0.1141) m	90°	281.25°
208	26	8	(0.0371, -0.1863, -0.1556) m	90°	281.25°
209	27	1	(0.0727, -0.1755, 0.1556) m	90°	292.5°
210	27	2	(0.0727, -0.1755, 0.1141) m	90°	292.5°
211	27	3	(0.0727, -0.1755, 0.0726) m	90°	292.5°
212	27	4	(0.0727, -0.1755, 0.0311) m	90°	292.5°
213	27	5	(0.0727, -0.1755, -0.0104) m	90°	292.5°
214	27	6	(0.0727, -0.1755, -0.0519) m	90°	292.5°
215	27	7	(0.0727, -0.1755, -0.0934) m	90°	292.5°
216	27	8	(0.0727, -0.1755, -0.1349) m	90°	292.5°
217	28	1	(0.1056, -0.1580, 0.01349) m	90°	303.75°
218	28	2	(0.1056, -0.1580, 0.0934) m	90°	303.75°
219	28	3	(0.1056, -0.1580, 0.0519) m	90°	303.75°
220	28	4	(0.1056, -0.1580, 0.0104) m	90°	303.75°
221	28	5	(0.1056, -0.1580, -0.0311) m	90°	303.75°
222	28	6	(0.1056, -0.1580, -0.0726) m	90°	303.75°
223	28	7	(0.1056, -0.1580, -0.1141) m	90°	303.75°
224	28	8	(0.1056, -0.1580, -0.1556) m	90°	303.75°

i-indeks	n-indeks	m-indeks	$(x_{s,nm}, y_{s,nm}, z_{s,nm})$	$\theta_{0,nm}$	$\phi_{0,nm}$
225	29	1	(0.1344, -0.1344, 0.1556) m	90°	315°
226	29	2	(0.1344, -0.1344, 0.1141) m	90°	315°
227	29	3	(0.1344, -0.1344, 0.0726) m	90°	315°
228	29	4	(0.1344, -0.1344, 0.0311) m	90°	315°
229	29	5	(0.1344, -0.1344, -0.0104) m	90°	315°
230	29	6	(0.1344, -0.1344, -0.0519) m	90°	315°
231	29	7	(0.1344, -0.1344, -0.0934) m	90°	315°
232	29	8	(0.1344, -0.1344, -0.1349) m	90°	315°
233	30	1	(0.158, -0.1056, 0.01349) m	90°	326.25°
234	30	2	(0.158, -0.1056, 0.0934) m	90°	326.25°
235	30	3	(0.158, -0.1056, 0.0519) m	90°	326.25°
236	30	4	(0.158, -0.1056, 0.0104) m	90°	326.25°
237	30	5	(0.158, -0.1056, -0.0311) m	90°	326.25°
238	30	6	(0.158, -0.1056, -0.0726) m	90°	326.25°
239	30	7	(0.158, -0.1056, -0.1141) m	90°	326.25°
240	30	8	(0.158, -0.1056, -0.1556) m	90°	326.25°
241	31	1	(0.1755, -0.0727, 0.1556) m	90°	337.5°
242	31	2	(0.1755, -0.0727, 0.1141) m	90°	337.5°
243	31	3	(0.1755, -0.0727, 0.0726) m	90°	337.5°
244	31	4	(0.1755, -0.0727, 0.0311) m	90°	337.5°
245	31	5	(0.1755, -0.0727, -0.0104) m	90°	337.5°
246	31	6	(0.1755, -0.0727, -0.0519) m	90°	337.5°
247	31	7	(0.1755, -0.0727, -0.0934) m	90°	337.5°
248	31	8	(0.1755, -0.0727, -0.1349) m	90°	337.5°
249	32	1	(0.1863, -0.0371, 0.01349) m	90°	348.75°
250	32	2	(0.1863, -0.0371, 0.0934) m	90°	348.75°
251	32	3	(0.1863, -0.0371, 0.0519) m	90°	348.75°
252	32	4	(0.1863, -0.0371, 0.0104) m	90°	348.75°
253	32	5	(0.1863, -0.0371, -0.0311) m	90°	348.75°
254	32	6	(0.1863, -0.0371, -0.0726) m	90°	348.75°
255	32	7	(0.1863, -0.0371, -0.1141) m	90°	348.75°
256	32	8	(0.1863, -0.0371, -0.1556) m	90°	348.75°

Vedlegg F

Matlab-koder

I denne oppgaven er det laget flere forskjellige program til ulike formål. Alle programmene bygger på de samme funksjonene som blir gitt i dette vedlegget. Alle funksjonene som er vist her er laget av forfatteren av oppgaven.

F.1 *global_lokal_3D.m*

```
1 %global_lokal_3D.m
2 %
3 %Beregner det utstraalte lydfeltet til en vilkaarlign plassert stempelkilde, i det globale ←
   koordinatsystemet.
4 %
5 %x_s, y_s, z_s : posisjon stempelkilde
6 %x_r, y_r, z_r : posisjon til mottakerpunkt
7 %phi_0, theta_0 : utstraalingsretning iforhold til kildens lokale koordinatsystem
8 %ka : bolgetall og stempelkilden radius.
9 %alpha_max: maksimal spredningsvinkel iforhold til utstraalingsretningen
10
11 function direktivitet=global_lokal_3D(x_s,y_s,z_s,x_r,y_r,z_r,phi_0,theta_0,ka,alpha_max)
12 r = sqrt((x_r-x_s)^2 + (y_r - y_s)^2+ (z_r-z_s)^2);
13 e_x = cosd(phi_0)*sind(theta_0);
14 e_y = sind(phi_0)*sind(theta_0);
15 e_z = cosd(theta_0);
16 alpha=acosd((((x_r-x_s)*e_x)+((y_r-y_s)*e_y)+((z_r-z_s)*e_z))/(r*sqrt(e_x^2+e_y^2+e_z^2)));
17 alpha=abs(alpha);
18 if alpha >=alpha_max
19     direktivitet =0;
20 elseif sind(alpha) ==0
21     direktivitet = 1;
22 else
23     direktivitet =abs(2*besselj(1,ka*sind(alpha))./(ka*sind(alpha)));
24 end
25 end
```

F.2 *syylinder_generator.m*

```
1 %syylinder_generator.m
2 %
3 %Beregner posisjonen og utstraalingsretning til hvert enkel stempelkilde.
4 %Beregner ogsaa retningsvektoren fra stempelkilde til kulens posisjon
5 %
6 %r_i: syylinderarrayens radius
7 %a : stempelkildens radius
8 %delta_a: avstand mellom stempelkilder
9 %N : antall staver
10 %M : antall stempelkilder i hver stav
11 %x_k, y_k, z_k, kulens posisjon
12
13
14 function [x,y,z,phi_0,theta_0,n_f]=syylinder_generator(N,M,r_i,a,delta_a,x_k,y_k,z_k)
15 h = 2*a + delta_a ; %avstand i plassering mellom stempelkilder i en stav
16 H = (M-1)*h; %totale hoyden til staven
17 delta_phi = 2*pi/N; %vinkelaavstand mellom staver
18 n =1;
```

F.3. LYDTRYKK_GENERATOR.M

```
19 indeks = 1;
20 while n <= N
21     m=1;
22     while m<=M
23         x(indeks) = r_i * cosd(delta_phi*180/pi*(n-1));
24         y(indeks) = r_i * sind(delta_phi*180/pi*(n-1));
25         if isequal(fix(n/2),n/2) ==0
26             z(indeks) = 0.5*H-(m-1)*h +(h/4);
27         else
28             z(indeks) = 0.5*H-(m-1)*h -(h/4);
29         end
30         theta_0(indeks) = 90;
31         phi_0(indeks)= delta_phi*180/pi*(n-1);
32         indeks = indeks+1;
33         m=m+1;
34     end
35     n = n+1;
36 end
37 %retning fra stempelkilde til kule
38 indeks = 1;
39 while indeks <= (N*M)
40     R_i = [(x_k-x(indeks)), (y_k-y(indeks)), (z_k-z(indeks)) ];
41     n_f(indeks,:) = R_i./sqrt(R_i(1)^2+R_i(2)^2+R_i(3)^2);
42     indeks=indeks +1;
43 end
44
45 H = h*M-delta_a;
46 disp(H);
47 end
```

F.3 lydtrykk_generator.m

```
1 %lydtrykk_generator.m
2 %
3 %Beregner det spredte lydtrykket fra en array av stempelkilder ,
4 %slik at det er klart for plotting.
5 %
6 %sampling: total antall samplings.
7 %x,y,z: posisjon til stempelkilder
8 %phi_0,theta_0: utstraalingsretning til hver stempelkilde.
9 %x_plott, y_plott, z_plott: koordinater for omraadet som skal plottes
10 %k: bolgetall.
11 %a: stempelkildens radius.
12 %vektning: kildestyrken til hver stempelkilde.
13 %alpha_max: maksimal utstraalingsvinkel til stempelkildene.
14 %fase: fasen til hver stempelkilde.
15
16 function p=lydtrykk_generator(sampling,x,y,z,x_plott,y_plott,z_plott,phi_0,theta_0,k,a, ←
17     vektning,alpha_max,fase)
18 antall_sendere = length(x);
19 p = zeros(1,sampling);
20 indeks = 1;
21 while indeks <= sampling
22     indeks2 = 1;
23     while indeks2 <= antall_sendere
24         r=sqrt((x_plott(indeks)-(x(indeks2)))^2+(y_plott(indeks)-y(indeks2))^2+(z_plott(indeks) ←
25             -z(indeks2))^2);
26         direktivitet=global_lokal_3D(x(indeks2),y(indeks2),z(indeks2),x_plott(indeks),y_plott( ←
27             indeks),z_plott(indeks),phi_0(indeks2),theta_0(indeks2),k*a,alpha_max);
28         p(indeks)=-li*((vektning(indeks2)/r*direktivitet)*exp(li*k*r)*exp(-li*fase(indeks2)))+p( ←
29             indeks);
30         indeks2 = indeks2+1;
31     end
32     indeks = indeks+1;
33 end
34 end
```

F.4 beregning_av_spredte.m

```
1 %beregning_av_spredte.m
2 %
3 %Beregner fasen og amplituden til det spredte i et mottakerpunkt.
4 %
5 %n_max: maksimalverdi for beregning av spredningsfunksjonen
6 %vektning: kildestyrken til hver stempelkilde
7 %antall_sendere: total antall stempelkilder
```



```

8 %R_x, R_y, R_z : utstraaingsretningen til stempelkildene iforhold til global.
9 %n_f : retningen til den foroverrettede spredningen
10 %x_k, y_k, z_k : posisjonen til kulen.
11 %k : bolgetallet.
12 %a_k : kulens radius.
13 %r_s : avstand mellom mottakerpunkt og kulens posisjon.
14 %phi_s : retningen til mottakerpunktet iforhold til kulens posisjon
15 %x, y, z : stempelkildens posisjon.
16 %phi_0, theta_0 : stempelkilden utstraaingsretning iforhold til lokale.
17 %a : stempelkildens radius.
18 %fase : fase til stempelkilde.
19 function [p]=beregning_av_spredte(m_max,vektning,antall_sendere,R_x,R_y,R_z,n_f,x_k,y_k,z_k,←
    k,a_k,r_s,phi_s,x,y,z,phi_0,theta_0,a,fase)
20 p = zeros(1,length(phi_s));
21 indeks=1;
22 while indeks <= length(phi_s)
23 indeks2=1;
24 while indeks2<= antall_sendere
25     m=0;
26     alpha=acos(((R_x(indeks).*n_f(indeks2,1))+R_y(indeks).*n_f(indeks2,2))+R_z(indeks).*←
        n_f(indeks2,3))./sqrt(R_x(indeks).^2+R_y(indeks).^2+R_z(indeks).^2));
27     R_i=sqrt((x_k-x(indeks2))^2+(y_k-y(indeks2))^2+(z_k-z(indeks2))^2);
28     vinkelfordeling=global_lokal_3D(x(indeks2),y(indeks2),z(indeks2),x_k,y_k,z_k,phi_0(←
        indeks2),theta_0(indeks2),k*a,90);
29     if vinkelfordeling ==0
30         p(indeks)=p(indeks);
31     elseif vektning(indeks2) ==0
32         p(indeks)=p(indeks);
33     else
34         while m<=m_max
35             L = legendre(m,cos(alpha));
36             p(indeks)=-li*(vektning(indeks2)/R_i/2*vinkelfordeling*exp(li*k*R_i))*exp(-li*fase(←
                indeks2))*(2*m+1)*(li^(m))*real(spherical_Hankel_derivativ(k*a_k,m))/←
                spherical_Hankel_derivativ(k*a_k,m)*spherical_Hankel(k*r_s,m)*L(1)+p(indeks);
37             m = m+1;
38         end
39     end
40     indeks2 = indeks2+1;
41 end
42 indeks = indeks +1;
43 end

```

F.5 trykk_til_db.m

```

1 %trykk_til_db.m
2 %
3 %Beregner lydtrykket i dB, slik at den kan benyttes i plottefunksjonen polar().
4 %
5 %trykk: magnetuden til lydtrykket.
6 %nedre_grense: grensen til det onskede plottet.
7
8 function dB = trykk_til_db(trykk,nedre_grense);
9 dB= 20*log10(abs(trykk)/max(abs(trykk)));
10 indeks = 1;
11 while indeks <= length(dB)
12     if dB(indeks)<nedre_grense
13         dB(indeks)=nedre_grense;
14     end
15     indeks= indeks +1;
16 end
17 dB=dB-nedre_grense;
18 end

```

F.6 Hankelfunksjoner

F.6.1 spherical_Hanel.m

```

1 % spherical_Hankel.m
2 %
3 %Beregner den sfaeriske hankelfunksjonen i henhold til morse og ingard
4 %xi: storrelser som skal beregnes. eks ka, kR', kr_s osv
5 %n: ovre grense for summasjonen
6 function H = spherical_Hankel(xi,m)
7 l=0;
8 h_kr=0;

```

F.6. HANKELFUNKSJONER

```
9 H=0;
10 while l<= m
11 h_kr = factorial(m+1)/(factorial(1)*factorial(m-1))*((-2*li*xi)^(-1)) + h_kr;
12 l = l+1;
13 end
14 H = h_kr*(li^(-m-1)/(xi))*exp(li*xi);
15 end
```

F.6.2 spherical_Hankel₂.m

```
1 % spherical_Hankel_2.m
2 %Beregner den sfaeriske hankelfunksjonen i henhold til Stenzel og rayleigh
3 %
4 %xi: utrykk som skal beregnes
5 %m: ovre grense for summasjonen
6 function H = spherical_Hankel_2(xi,m)
7 l=0;
8 h_kr=0;
9 H=0;
10 while l<= m
11 h_kr = factorial(m+1)/(factorial(1)*factorial(m-1))*(2*li*xi)^(-1) + h_kr;
12 l = l+1;
13 end
14 H = h_kr*(li^(m+1)/(xi))*exp(-li*xi);
15 end
```

F.6.3 spherical_Hankel_derivativ.m

```
1 %spherical_Hankel_derivativ.m
2 %
3 %Beregner den deriverte hankelfunksjonen fra morse og ingard
4 %
5 %xi: verdi som skal summeres
6 %m: ovre grense for summasjon
7 function H = spherical_Hankel_derivativ(xi,m)
8 del1 = spherical_Hankel(xi,m+1);
9 del2 = spherical_Hankel(xi,m);
10 H = -del1 + (m/xi)*del2;
11 end
```

F.6.4 spherical_Hankel_derivativ₂.m

```
1 %spherical_Hankel_derivativ_2.m
2 %
3 %Beregner det deriverte hankelfunksjonen fra stenzel og rayleigh
4 %
5 %xi: verdi som skal beregnes
6 %m: ovre grense av summasjon
7 function H = spherical_Hankel_derivativ_2(xi,m)
8 del1 = spherical_Hankel_2(xi,m+1);
9 del2 = spherical_Hankel_2(xi,m);
10 H = -del1 + (m/xi)*del2;
11 end
```