



INSTITUTT FOR FYSIKK OG TEKNOLOGI

UNIVERSITET I BERGEN

MASTEROPPGAVE

---

# Måling av forholdet mellom ladning og masse for elektronet

- Utførelse og laboratorieveiledning

---

*Forfatter:*  
Anita OLAUSEN

1. juni 2010

## Sammendrag

Hensikten med denne masteroppgaven er å lage en laboratorieveiledning til en øvelse i et fag for laveregradstudenter ved Universitetet i Bergen. Foruten å finne en interessant fysisk verdi er hovedhensikten at studentene skal *lære å behandle resultatene på en hensiktsmessig måte*. Dette innebærer blant annet å behandle usikkerheter, å finne én verdi som representerer hele måleserien og å kunne vise resultatene på en god måte. Øvelsen går ut på å måle forholdet mellom elektronets ladning og masse,  $\frac{e}{m}$ , med et katodestruerør. I forarbeidet blir tre metoder prøvd ut; *avbøyning av elektroner i et magnetisk felt der én verdi av avbøyningen bestemmer radiusen, ingen avbøyning ved kryssede E-og B-felt og avbøyning i magnetisk felt der flere punkter blir benyttet for å estimere radiusen*. Den sistnevnte metoden går ut på å estimere sirkelbanen og dens sentrum ved hjelp av minimalisering av chikvadratet. Denne viste seg å bryte sammen. Kun resultatene fra den første metoden inneholdt den kjente verdien av forholdet innenfor usikkerhetsintervallet, men usikkerheten var kun en størrelsesorden lavere enn verdien for forholdet. Målingene var veldig avhengig av usikkerheten i avlesningen av y-verdiene og denne usikkerheten kunne vært forminsket ytterligere. Den andre metoden hadde lavere usikkerhet, men inneholdt ikke den kjente verdien i usikkerhetsintervallet. Denne metoden hadde også noen utfordringer knyttet til innsamlingen av data. Derfor blir kun den første metoden gjennomgått i laboratorieveiledningen. Denne blir utformet med en generell teoridel som skal gjøre studentene *mentalt forberedt* på det de skal lære og den inneholder en utførelsesdel som skal fungere som et stillas for studentene. Der står det hint om hvordan øvelsen kan gjennomføres og spørsmål til diskusjon som skal besvares.

# Innhold

<b>Forord</b>	<b>ix</b>
<b>1 Innledning</b>	<b>1</b>
<b>2 Teori</b>	<b>3</b>
2.1 Avbøyning i magnetisk felt . . . . .	3
2.2 Kryssende E- og B-felt . . . . .	7
2.3 Alternativ metode med kun magnetisk felt . . . . .	8
<b>3 Utførelse og resultater</b>	<b>10</b>
3.1 Oppkobling av utstyr . . . . .	12
3.2 Kun magnetisk felt . . . . .	14
3.2.1 Utførelse med magnetisk felt . . . . .	14
3.2.2 Resultater og diskusjon av forsøk med B-felt . . . . .	14
3.3 Kryssede E- og B-felt . . . . .	18
3.3.1 Utførelse med kryssede E- og B-felt . . . . .	18
3.3.2 Resultater og diskusjon av forsøk med kryssede E- og B-felt . . . . .	20
3.4 Alternativ metode . . . . .	25
3.4.1 Utførelse av alternativ metode . . . . .	25
3.4.2 Resultater og diskusjon av alternativ metode . . . . .	25
3.5 Diskusjon av feilkilder . . . . .	27
3.5.1 Homogent magnetisk felt? . . . . .	27
3.5.2 Vakuumkvaliteten . . . . .	28

3.5.3	Innbyrdes plassering av ruteskjermen og Helmholtzspolene . . . . .	28
3.5.4	Indre motstand i høyspenningskildene . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Sikkerhet</b>	<b>30</b>
<b>5</b>	<b>Didaktisk diskusjon</b>	<b>32</b>
5.1	Hva skal studentene lære av denne øvelsen? . . . . .	32
5.1.1	Identifisere feilkilder - både systematiske og tilfeldige . . . . .	33
5.1.2	Kontrollere og forminske usikkerhetene . . . . .	33
5.1.3	Estimere usikkerhetene . . . . .	33
5.1.4	Vurdere usikkerhetene . . . . .	34
5.2	Hva skal til for at studentene skal lære dette? . . . . .	34
5.2.1	Behaviorismen . . . . .	34
5.2.2	Konstruktivistisk tankegang . . . . .	34
5.3	Didaktiske implikasjoner . . . . .	35
5.3.1	Teoridelen . . . . .	35
5.3.2	Regnearket . . . . .	36
<b>6</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>37</b>
<b>A</b>	<b>Målinger med kun magnetisk felt oppdelt i serier</b>	<b>39</b>
<b>B</b>	<b>Målinger med kryssede E-felt og B-felt med amperemeter</b>	<b>43</b>
<b>C</b>	<b>Målinger med kryssede E-felt og B-felt uten amperemeter</b>	<b>49</b>
<b>D</b>	<b>Laboratorieveiledning: Måling av forholdet mellom elektronets ladning og masse</b>	<b>56</b>
D.1	Innledning . . . . .	56
D.2	Teori . . . . .	56
D.2.1	Den kjente verdien av forholdet . . . . .	56
D.2.2	Avbøyning i et magnetisk felt - Oppsett og forkortelser . . . . .	57
D.2.3	Avbøyning i et magnetisk felt - Teori . . . . .	58

D.2.4	Behandling av usikkerheter . . . . .	60
D.3	Utførelse . . . . .	62
D.3.1	Sikkerhet . . . . .	62
D.3.2	Utstyr . . . . .	63
D.3.3	Lag regneark . . . . .	64
D.3.4	Målinger . . . . .	64
D.3.5	Lag diagrammer . . . . .	64
D.3.6	Finn vektet gjennomsnitt og standardavvik . . . . .	65
	<b>Bibliografi</b>	<b>67</b>

# Figurer

1.1	Oppsett for målinger med kun magnetisk felt. . . . .	1
1.2	Oppsett for målinger med kryssede E- og B-felt. . . . .	2
2.1	Sirkel med sentrum, $x_0 = 0$ og $y_0 = -r$ . Når man ser på avbøyningen i det magnetiske feltet ser man en bane lik den som er i den grå ruten. . . . .	4
2.2	To strømførende sløyfer med radius $a$ og innbyrdes avstand $2b$ , $z = 0$ midt mellom sløyfene og $z$ er avstanden fra dette punktet. . . . .	5
2.3	Illustrasjon av prinsippet bak metoden med kryssede E- og B-felt . . . . .	7
2.4	Illustrasjon av metoden for å finne radiusen. . . . .	8
3.1	Bilde av oppkobling av utstyr. . . . .	13
3.2	Utstyrsoppsett ved måling av avbøyningen med kun magnetisk felt. . . . .	14
3.3	Alle resultatene av målingene ved avbøyning i et magnetisk felt. De 21 første målingene var gjort uten amperemeter. . . . .	15
3.4	Spenningen $U_A$ og strømmen $I$ ble holdt konstant og forholdet ble beregnet ved hjelp av de avleste y-verdiene til de tilsvarende x-verdiene. Her er $U_A = 5000 V$ og $I = 0,233 A$ . . . . .	16
3.5	Utstyrsoppsett ved kryssede E- og B-felt. . . . .	18
3.6	Elektronstrålen ender på aksens versus at den blir mest mulig bein. . . . .	19
3.7	Alle målingene med unntak av fire verdier med veldig stor usikkerhet. . . . .	21
3.8	Seriene der $U_A$ ble holdt konstant (med amperemeter). . . . .	21
3.9	Seriene der $U_P$ ble holdt konstant (med amperemeter). . . . .	22
3.10	Seriene der $I$ ble holdt konstant (med amperemeter). . . . .	22
3.11	Mønsteret i denne figuren er representativ for alle seriene der $U_A$ ble holdt konstant. . . . .	23

3.12	Serie med målte punkter versus beregnede punkter da radius ble antatt å være 41 cm og $x_0 = 0$ og $y_0 = 41$ . Chikvadratet var 0,35. . . . .	26
3.13	Samme serie med målepunkter som i figur 3.12, men her er de gjettede verdiene $r = 20,9735$ , $x_0 = 3,4016$ og $y_0 = 21,2125$ . Chikvadratet var 0,17. . . . .	26
4.1	Lavspenningskabel med beskyttelseshette rundt leder. Bilde: Leybold Didactic [1]. . . . .	31
A.1	Spenningen $U_A$ og strømmen $I$ blir holdt konstant (uten amperemeter). . . . .	39
A.2	Spenningen $U_A$ og strømmen $I$ blir holdt konstant (med amperemeter) nr.1. . . . .	40
A.3	Spenningen $U_A$ og strømmen $I$ blir holdt konstant (med amperemeter) nr.2. . . . .	41
A.4	Spenningen $U_A$ og strømmen $I$ blir holdt konstant (med amperemeter) nr.3. . . . .	42
B.1	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $U_A$ (med amperemeter). . . . .	43
B.2	Målinger av $\frac{e}{m}$ der $U_A = 5000 V$ . . . . .	44
B.3	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $U_P$ (med amperemeter) nr.1. . . . .	44
B.4	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $U_P$ (med amperemeter) nr.2. . . . .	45
B.5	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $U_P$ (med amperemeter) nr.3. . . . .	46
B.6	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $I$ (med amperemeter) nr.1. . . . .	46
B.7	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $I$ (med amperemeter) nr.2. . . . .	47
B.8	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $I$ (med amperemeter) nr.3. . . . .	48
C.1	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $U_A$ (uten amperemeter). . . . .	49
C.2	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $U_P$ (uten amperemeter) nr.1. . . . .	50
C.3	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $U_P$ (uten amperemeter) nr.2. . . . .	51
C.4	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $I$ (uten amperemeter) nr.1. . . . .	51
C.5	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $I$ (uten amperemeter) nr.2. . . . .	52
C.6	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $I$ (uten amperemeter) nr.3. . . . .	53
C.7	Målinger av $\frac{e}{m}$ for forskjellige verdier av $I$ (uten amperemeter) nr.4. . . . .	54
C.8	Måling av $\frac{e}{m}$ (uten amperemeter) for $I = 1, 10 A$ . . . . .	55
D.1	Bilde av oppkobling av utstyr. . . . .	57
D.2	Oppsett for målinger med kun magnetisk felt. . . . .	57

D.3	Sirkel med sentrum, $x_0 = 0$ og $y_0 = -r$ . Når man ser på avbøyningen i det magnetiske feltet ser man en bane lik den som er i den grå ruten. . . .	58
-----	--	----



# Tabeller

3.1	Usikkerhetsbudsjett for en avlesning (uten amperemeter) ved $x = 3 \text{ cm}$ . .	16
3.2	Usikkerhetsbudsjett for en avlesning (uten amperemeter) ved $x = 6 \text{ cm}$ .	17
3.3	Usikkerhetsbudsjett for en avlesning (med amperemeter) ved $x = 3 \text{ cm}$ . .	17
3.4	Usikkerhetsbudsjett for en avlesning (med amperemeter) ved $x = 6 \text{ cm}$ . .	17
3.5	Usikkerhetsbudsjett for en måling med kryssede felt. Uten amperemeter.	24
3.6	Usikkerhetsbudsjett for en måling med kryssede felt. Med amperemeter. .	24

# Forord

Denne oppgaven valgte jeg fordi jeg ønsket å gjøre noe praktisk i masteroppgaven min. I tillegg er den ypperlig siden jeg skal bli lærer. Jeg ønsker her å takke min veileder Bjarne Stugu for all hjelp underveis i oppgaveskrivingen og Stein Dankert Kolstø for veiledning og samtale om utførelsen av laboratorieveiledningen. I tillegg vil jeg takke overingeniør Kåre Njøten for all hjelp og veiledning i forbindelse med sikkerhetsdelen i oppgaven. Utenom dette vil jeg takke Thomas Burgess og Peter Rosendahl for all praktisk hjelp med å skrive i Latex og for innføring i annen nødvendig programvare.

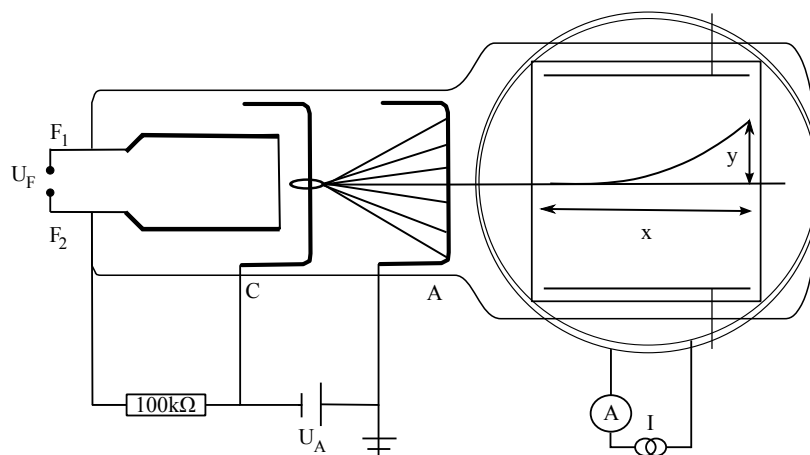
# Kapittel 1

## Innledning

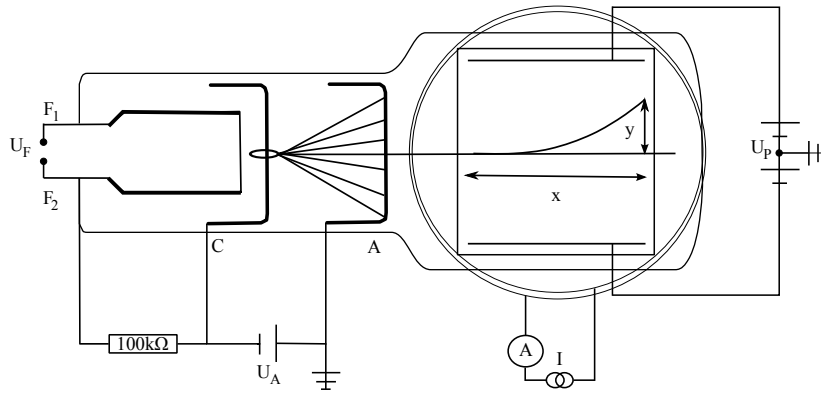
Hovedhensikten med denne oppgaven er å lage en laboratorieveiledning til et forsøk som kan erstatte et av de forsøkene som er i kurset PHYS114 “Grunnleggende målevitenskap” ved Universitetet i Bergen. Forsøket skal gjennomføres av laveregradsstudenter i løpet av fire timer og går ut på å måle forholdet mellom elektronets ladning og masse,  $\frac{e}{m}$ , ved hjelp av et katodestrålerør. Dette er opprinnelig kjent som Thomsonseksperimentet[2]. Disse tre følgende metodene skal utforskes:

1. Måling av avbøyning ved påvirkning av B-felt.
2. Måling av  $\frac{e}{m}$  ved hjelp av kryssede E-felt og B-felt.
3. Alternativ metode av måling av avbøyning i B-felt.

Oppsettet for metodene i punkt 1 og 3 er vist i figur 1.1, mens oppsettet for metoden i punkt 2 er i figur 1.2.



Figur 1.1: Oppsett for målinger med kun magnetisk felt.



Figur 1.2: Oppsett for målinger med kryssede E- og B-felt.

Forklaring av forkortelser brukt i disse figurene og videre i oppgaven:

1.  $F_1, F_2$  og  $U_F$ : *Tilkoblingspunkter* for *spenning* som skal løsrive elektroner.
2.  $C$  er *katoden* og  $A$  er *anoden*, *spenningen*  $U_A$  er spenningen som sørger for at elektronene akselereres og vil derfor kalles “akselerasjonsspenningen” videre i oppgaven.
3.  $x$  er avstanden fra det stedet der elektronstrålen først blir påvirket av det elektriske og det magnetiske feltet.
4.  $y$  er avstanden fra  $x$ -aksen til den avbøyde elektronstrålen.
5.  $U_P$  er *spenningen* mellom platene som setter opp det elektriske feltet.

De tre metodene vil utprøves og resultatene vil bli analysert. På grunnlag av resultatene vil det konkluderes med hvilken metode, eventuelt hvilke metoder, som skal gjennomgås i laboratorieveiledningen. I tillegg vil det bli definert klare læringsmål og diskutert hvordan disse kan nås. Alle disse faktorene vil være avgjørende for hvordan laboratorieveiledningen blir utformet.

# Kapittel 2

## Teori

Både elektronets ladning,  $e$ , og dets masse,  $m_e$ , er kjent. I "Particle Physics Booklet" distribuert av CERN finner man at  $e = 1,602176487 \cdot 10^{-19} [C]$  og  $m_e = 9,10938215 \cdot 10^{-31} [kg]$  [3]. Dette gir følgende forhold  $\frac{e}{m}$ :

$$\frac{e}{m} = 1,75882015 \cdot 10^{11} \left[ \frac{C}{kg} \right] \quad (2.1)$$

Neste avsnitt beskriver teorien om hvordan man kan finne dette forholdet ved hjelp av avbøyningen i et magnetisk felt.

### 2.1 Avbøyning i magnetisk felt

Vektorer vil i denne oppgaven skrives med fet skrift. Kraften på en ladning som beveger seg i et magnetisk felt er gitt ved:

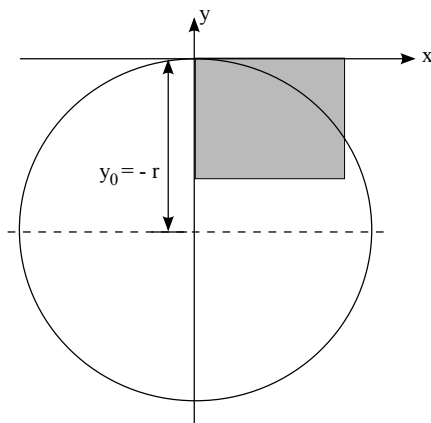
$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (2.2)$$

En ladning som beveger seg med konstant fart i et homogent magnetisk felt vil bevege seg i en sirkelbane gitt ved uttrykket:

$$r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \quad (2.3)$$

I et rettvinklet koordinatsystem er avbøyningen,  $y$ , gitt ved:

$$y = \pm \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2} + y_0 \quad (2.4)$$



Figur 2.1: Sirkel med sentrum,  $x_0 = 0$  og  $y_0 = -r$ . Når man ser på avbøyningen i det magnetiske feltet ser man en bane lik den som er i den grå ruten.

Dersom man antar, som vist på figur 2.1, at elektronene kommer inn langs x-aksen og at  $y = 0$  der B-feltet begynner, så vil  $x_0 = 0$  og  $y_0 = -r$  i likningene (2.3) og (2.4) og  $r$  kan uttrykkes som

$$r = -\frac{x^2 + y^2}{2y} \quad (2.5)$$

Elektronene blir akselerert av spenningen  $U_A$  mellom katoden og anoden. Potensialet gir en potensiell energi lik  $E_p = eU_A$ . Det er vakuum i katodestrålerøret, det vil si at elektronene beveger seg uten å kollidere eller vekselvirke med andre partikler. Dette gir at mekanisk energi er bevart og man får at all den potensielle energien går over til kinetisk energi, noe som gir:

$$eU_A = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.6)$$

Kraften som virker på elektronet når elektronet kommer inn i B-feltet er gitt ved (2.2). I dette tilfellet er farten og magnetfeltet vinkelrette på hverandre noe som medfører at  $F = evB$ . Siden elektronene beveger seg i sirkelbane er sentripetalakselerasjonen gitt ved radien og hastigheten slik:

$$a_{\text{sentripetal}} = \frac{v^2}{r} \quad (2.7)$$

og man får likningen:

$$m\frac{v^2}{r} = evB \quad (2.8)$$

Likningene (2.6) og (2.8) utgjør to likninger som begge inneholder de to ukjente parametrene  $v$  og  $\frac{e}{m}$ . Dersom man eliminerer  $v$  får man dette uttrykket:

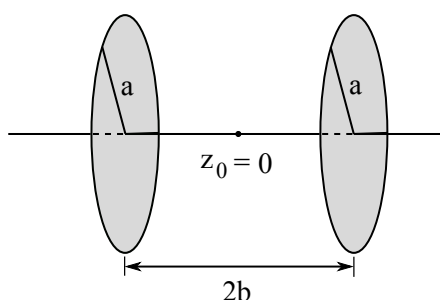
$$\frac{e}{m} = \frac{2U_A}{(rB)^2} \quad (2.9)$$

Dersom man setter inn uttrykket for  $r$  gitt i likning (2.5) får man:

$$\frac{e}{m} = 8 \frac{U_A y^2}{B^2 (x^2 + y^2)^2} \quad (2.10)$$

Dette uttrykket inneholder de direkte målbare størrelsene  $U_A$ ,  $x$  og  $y$ , mens  $B$  bestemmes gjennom måling av strøm i spolene som setter opp feltet.

Det magnetiske feltet kan settes opp av to strømførende sløyfer[4], se figur 2.2.



Figur 2.2: To strømførende sløyfer med radius  $a$  og innbyrdes avstand  $2b$ ,  $z = 0$  midt mellom sløyfene og  $z$  er avstanden fra dette punktet.

B-feltet på aksene gjennom sentrum av disse sløyfene er gitt av uttrykket[4, s.552]:

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{(a^2 + b^2)^{3/2}} \left[ 1 + \frac{3(4b^2 - a^2)}{2(a^2 + b^2)^2} z^2 + \frac{15(8b^4 - 12a^2 b^2 + a^4)}{8(a^2 + b^2)^4} z^4 + \dots \right] \quad (2.11)$$

der  $\mu_0$  er permeabiliteten for vakuum,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{Tm}{A} \right] = 1,25664 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{Tm}{A} \right]$  og  $z$  er aksene gjennom midten av spolene. Dersom man har at  $a = 2b$  kalles oppsettet for Helmholtzspoler og man ser fra uttrykket at det andre leddet i parentesen forsvinner. Dersom sløyfene blir byttet ut med spoler med  $N$  vindinger må en i tillegg multiplisere uttrykket med  $N$ .

Som vist i figur 2.2 er  $z = 0$  midt mellom spolene. Siden ruteskjermen er litt skjev vil ikke hele oppholde seg ved  $z = 0$ , men den absolutt maksimale  $z$ -verdien vil være  $z_{maks} = b = \frac{1}{2}r$ . Med litt regning finner man at likning (2.11) gir uttrykket:

$$B = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 I N}{r} (1 - 0,072) \quad (2.12)$$

Det andre leddet i uttrykket er korreksjonen som oppstår på grunnlag av det tredje leddet i uttrykk (2.11). Produsenten av Helmholtzspolene og katodestrålerøret spesifiserer at

$N = 320$  og at  $r = 6,25 \text{ cm}$ [5]. Dette medfører en korreksjon i størrelsesorden  $10^{-4}$  og vi kan derfor ikke neglisjere dette leddet. Den magnetiske feltstyrken blir da:

$$B = 4,2723 \cdot 10^{-3} \quad (2.13)$$

Problemet er at det er vanskelig å si om det fjerde leddet som ikke er tatt med i likning (2.11) kan neglisjeres og om dette derfor blir det korrekte uttrykket. For det andre viste det seg at avstanden som var markert som Helmholtzavstanden på utstyret i virkeligheten var  $6,7 \text{ cm}$ , mens vi regnet med den indre radiusen på spolene, som var  $6,25 \text{ cm}$ . Hva som er produsentenes begrunnelse for dette oppsettet er uvisst. For det tredje går elektronstrålen på tvers av aksens vist i figur 2.2 og det vil derfor være feltet på *tvers* av aksens som vil være interessant ikke det på *langs*.

Her vil derfor uttrykket for  $B$  som produsenten av katodestrålerøret oppgir benyttes. Dette uttrykket er ekvivalent med det første leddet i likning (2.12):

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\left(\frac{3}{2}\right)} \frac{\mu_0 N I}{r} \quad (2.14)$$

Dette gir følgende uttrykk for  $B$ :

$$B = 4,6038 \cdot 10^{-3} I \left[ \frac{T}{A} \right] \quad (2.15)$$

Setter man uttrykket for  $B$  inn i likning (2.10) får man:

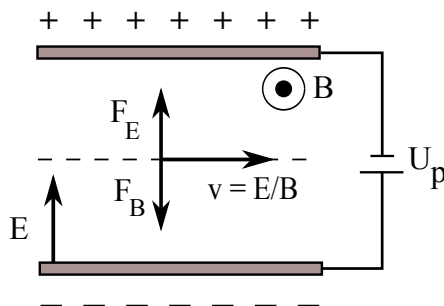
$$\frac{e}{m} \approx 3,7744 \cdot 10^5 \frac{U_A y^2}{I^2 (x^2 + y^2)^2} \left[ \frac{A^2}{T^2} \right] \quad (2.16)$$

Her kan man finne forholdet ved å stille inn  $U_A$  og  $I$  på en vilkårlig verdi og lese av et punkt på den avbøyde elektronsstrålen.



## 2.2 Kryssende E- og B-felt

I denne metoden skal man benytte både et magnetisk og et elektrisk felt til å bestemme forholdet  $\frac{e}{m}$ . Prinsippet er illustrert i figur 2.3 nedenfor.



Figur 2.3: Elektronet beveger seg rettlinjet med den konstante hastigheten  $v = \frac{E}{B}$  når kraften fra det elektriske feltet og det magnetiske feltet kansellerer hverandre. Det elektriske feltet er langs y-aksen og det magnetiske feltet er homogent og peker ut av planet.

Feltene skal være vinkelrette på hverandre og være orientert slik at de påvirker elektronet med krefter som vist på figur 2.3. Når kreftene kun utgjør en dimensjon kan man skrive Lorentzkraften som:

$$F = q(E - vB) \quad (2.17)$$

Resultantkraften er null for hastigheten:

$$v = \frac{E}{B} \quad (2.18)$$

Hastigheten kjenner en også fra akselerasjonsspenningen  $U_A$  gitt av likning (2.6), noe som gir følgende uttrykk for farten:

$$v^2 = 2U_A \frac{e}{m} \quad (2.19)$$

Her har det elektriske feltet sin opprinnelse i to parallelle plater med innbyrdes avstand  $d$  som blir koblet på en spenning. Dette gir en potensialforskjell som er gitt ved uttrykket:

$$U_P = \int_0^d \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = Ed \quad (2.20)$$

Setter man uttrykket for  $v$  gitt i likning (2.18) inn i likning (2.19) og husker at likning (2.20) gir  $E = \frac{U_P}{d}$  får man:

$$v^2 = \left(\frac{E}{B}\right)^2 = 2U_A \frac{e}{m} \Rightarrow \frac{e}{m} = \frac{E^2}{B^2} \frac{1}{2U_A} = \frac{1}{B^2} \frac{U_P^2}{2U_A d^2} \quad (2.21)$$

Setter en inn uttrykket for B gitt av likning (2.15) får en

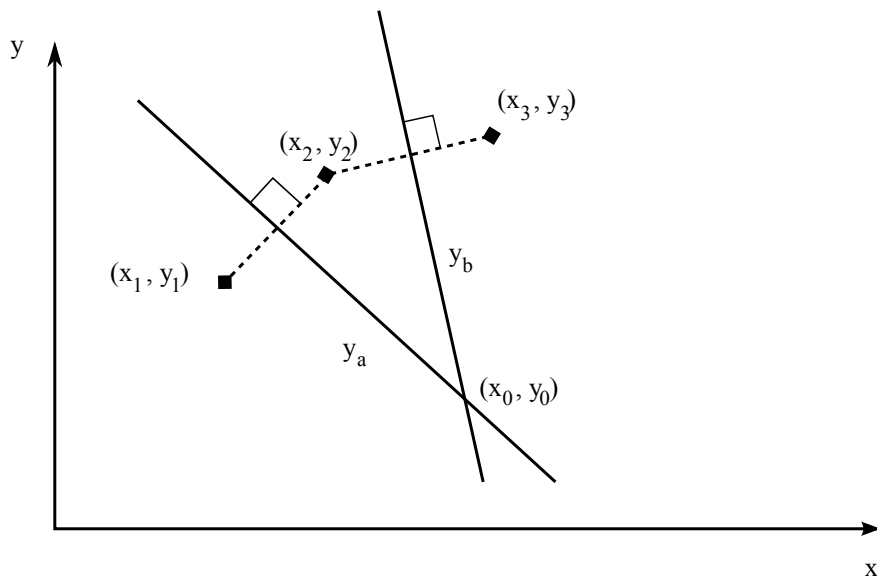
$$\frac{e}{m} = \frac{1}{2(4,2946 \cdot 10^{-3})^2} \frac{U_P^2}{U_A d^2 I^2} \left[\frac{A^2}{T^2}\right] = 2,3590 \cdot 10^4 \frac{U_P^2}{U_A d^2 I^2} \left[\frac{A^2}{T^2}\right] \quad (2.22)$$

Man kan altså finne forholdet  $\frac{e}{m}$  ved forskjellige innstillinger av  $U_P$ ,  $U_A$  og  $I$  som gjør at man ikke ser noen avbøyning av elektronstrålen.

## 2.3 Alternativ metode med kun magnetisk felt

I metoden som ble beskrevet i avsnitt 2.1 blir det bare benyttet én x- og y-verdi for å bestemme forholdet mellom elektronets ladning og masse. Dette er mulig så lenge man antar at elektronbanen er en sirkel med sentrum i  $x = 0$  og at den går gjennom origo i koordinatsystemet. Dersom dette likevel ikke skulle være tilfelle ville denne metoden kun være en tilnærming. Det kan da tenkes at en metode der man finner en verdi for r ved hjelp av flere punkter vil være bedre. Her vil det bli gjennomgått en metode for å gjøre dette.

Man kan finne radiusen i en sirkel ved hjelp av tre punkter på følgende måte; dersom man trekker rette linjer mellom punktene og tegner normalene til linjene gjennom midtpunktet, da vil sentrum av sirkelen være i skjæringspunktet mellom disse, se figur 2.4 nedenfor.



Figur 2.4: Illustrasjon av metoden for å finne radiusen.

Formelen til de to linjene blir som følger:

$$\begin{aligned}y_a(x) &= ax + c \\y_b(x) &= cx + d\end{aligned}\tag{2.23}$$

Stigningstallet til disse linjene finner man ut fra uttrykkene nedenfor:

$$\begin{aligned}a &= \frac{-(x_2 - x_1)}{(y_2 - y_1)} \\b &= \frac{-(x_3 - x_2)}{(y_3 - y_2)}\end{aligned}\tag{2.24}$$

Et punkt på  $y_a(x)$  er  $(\frac{1}{2}(x_1 + x_2), \frac{1}{2}(y_1 + y_2))$  og midtpunktet mellom punktene  $(x_2, y_2)$  og  $(x_3, y_3)$  for linjen  $y_b(x)$ . Dette gjør at man kan finne konstantene  $c$  og  $d$ , se (2.25).

$$\begin{aligned}c &= \frac{1}{2}(y_1 + y_2) - \frac{1}{2}a(x_1 + x_2) \\d &= \frac{1}{2}(y_2 + y_3) - \frac{1}{2}b(x_2 + x_3)\end{aligned}\tag{2.25}$$

For å finne sentrum av sirkelen må man finne skjæringspunktet mellom disse to linjene. Det gjøres på følgende måte:

$$\begin{aligned}y_a(x_0) &= y_b(x_0) \\ax_0 + c &= bx_0 + d \\x_0 &= \frac{d - c}{a - b} \\ \Rightarrow y_0 &= ax_0 + c = bx_0 + d\end{aligned}\tag{2.26}$$

Radiusen blir da gitt av uttrykket:

$$r^2 = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2\tag{2.27}$$

Hvis man har flere enn tre punkter så kan radiusen oppnådd på denne måten være en første tilnærming i en prosedyre der man benytter alle punktene til å minimalisere chikvadratet, se avsnitt 3.4.1 for detaljer.

Dersom man setter inn uttrykket for  $B$  gitt i likning (2.15) inn i likning (2.9) får man:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_A}{(rB)^2} = 9,4362 \cdot 10^{11} \frac{U_A}{r^2 I^2}\tag{2.28}$$

Verdien for  $r$  som blir estimert ved hjelp av minimaliseringen av chikvadratet settes inn i uttrykket sammen med de tilhørende verdiene for  $U_A$  og  $I$ .

# Kapittel 3

## Utførelse og resultater

I arbeidet med å samle inn data ble det konstruert et regneark som tok seg av utregningen av forholdet  $\frac{e}{m}$  og de tilhørende usikkerhetene. Dette regnearket inneholdt alle variablene, deres usikkerheter og formler som tok seg av diverse utregninger. Det ble også lagt til en kolonne med den kjente verdien av forholdet, som vist i likning (2.1), slik at det ble lett å sammenligne resultatet med denne verdien. Det ble konstruert *ett* regneark for hver metode.

Følgende utstyr ble benyttet:

1. To høyspenningskilder: Leybold didactic (LD) 52170, High Voltage Power Supply 10 kV.
  - Usikkerhet: 3% av målt verdi.
2. To helmholtzspoler levert av Leybold didactic.
3. Et katodestrålerør (Electron Deflection Tube), levert av Leybold didactic, med ruteskjerm for avlesning
  - Usikkerhet i avlesning av x- og y-verdier: 2 mm
4. Lavspenningskilde, ITT instruments AX322 (metcix).
  - Usikkerhet: Bruksanvisningen var ikke å oppdrive, men siden det var fluktusjon i det siste sifferet ble 1 i dette sifferet brukt som usikkerhet, det vil si 0,01.
5. Multimeter, TTi 1604 40000 count digital multimeter.
  - Usikkerhet 10 A (opp til 1 A): 0,3% ± 4 dig,
  - Usikkerhet 10 A (opp til 5 A): 1,0% ± 4 dig.
6. Godkjente høyspenningskabler (med sikkerhetslette).

Ved hjelp av disse usikkerhetene kan man finne usikkerheten,  $u$ , til det sammensatte uttrykket  $\frac{e}{m}$  ved å benytte likning (3.1). Denne tar hensyn til at forholdet har ulik følsomhet overfor endringer i ulike parameterne.

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 u^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 u^2(x_2) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)^2 u^2(x_3) + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 u^2(x_n)} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Den deriverte uttrykker følsomheten til endring i en variabel. Dersom de ulike parameterne er ukorrelerte kan man benytte den partiellderiverte. Med andre ord blir følsomhetsfaktorene:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (3.2)$$

Her står  $f$  for uttrykket  $\frac{e}{m}$  og  $x_i$  er den aktuelle parameter. Dersom usikkerheten tilhørende den  $i$ -te parameteren,  $u_i$ , er stor bør denne faktoren veie tyngre enn hvis den er liten. Derfor finner man produktet av disse,  $\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u_i$ . Dette produktet kvadreres igjen av to årsaker. For det første kan den partiellderiverte være negativ og summering av leddene ville da føre til kansellering og dermed lavere usikkerhet, noe som er uheldig. For det andre vil man at stor følsomhet og stor usikkerhet skal veie mer enn lav følsomhet og lav usikkerhet noe man får dersom man kvadrerer disse. Etter at man har summert alle bidragene tar man roten av dette for å få riktig størrelsesorden og dimensjon.

Da alt var regnet ut ble resultatet vist i punktdiagrammer der usikkerhetsintervallene var lagt inn. I tillegg viste disse diagrammene den kjente verdien for forholdet. For å kunne presentere en endelig verdi av målingene ble det til slutt regnet ut et vektet gjennomsnitt og standardavvik av resultatene ved hjelp av uttrykkene (3.3) og (3.4) [6].

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{s_i^2}\right)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{s_i^2}\right)} \quad (3.3)$$

$$s = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{s_i^2}\right)}} \quad (3.4)$$

Her er  $x_i$  den  $i$ -te verdien av forholdet  $\frac{e}{m}$  og  $s_i$  usikkerheten til  $x_i$ . Prinsippet bak uttrykket for vektet gjennomsnitt er minste kvadraters metode. Der defineres det en funksjon,  $S$ , som summerer avstandene de målte punktene,  $x_i$  har til den verdien som skal representere hele måleserien,  $X$ :

$$S = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - X}{s_i}\right)^2 \quad (3.5)$$

Bakgrunnen for  $S$  vil ikke bli gjennomgått her, men det vil bli sannsynliggjort hvorfor uttrykket ser ut som det gjør. Hvis alle verdiene er like som den verdien som representerer hele måleserien vil denne summen bli null. Dersom avvikene er store blir summen stor. Man ønsker å finne minimum av dette uttrykket, det finner man dersom man regner ut nullpunktet av den deriverte,  $\frac{\partial S(X)}{\partial X}$ . Ved ganske lite regning kommer man da fram til likning (3.3)[7].

Vektet standardavvik finner man dersom man setter det vektete gjennomsnittet fra likning (3.3) inn i feilpropageringsformelen, som tilsvareer formelen for sammensatt usikkerhet i likning (3.1).

$$\begin{aligned}
 s^2 &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \bar{x}}{\partial x_i} s_i \right)^2 \\
 &= \sum_{i=1}^n \left( s_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{s_i^2} \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{s_i^2} \right)} \right) \right)^2 \\
 &= \frac{1}{\left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2} \right)^2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^4} s_i^2 \\
 &= \frac{1}{\left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2} \right)^2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2} \\
 &= \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2}} \tag{3.6}
 \end{aligned}$$

Vektingen kan gjøres i to steg:

1. Finne vektet gjennomsnitt av forholdet  $\frac{e}{m}$  og standardavviket i hver serie.
2. For å finne  $en$  endelig verdi kan de resulterende vektene fra punkt 1 bli vektet igjen eller alle observasjonene kan vektes som i punkt 1.

### 3.1 Oppkobling av utstyr

Utstyret var koblet opp som vist i figur 3.1 med *to* vesentlige endringer. På figuren er spolene koblet sammen i parallell. I forsøkene i forbindelse med denne oppgaven ble de koblet i serie, for lettere å kunne kontrollere strømmen gjennom dem. For målingene som ble gjort med amperemeter ble et amperemeter koblet i serie med lavspenningskilden for å kunne måle strømmen mer nøyaktig.



Figur 3.1: Bilde som viser alle koblinger. To endringer ble foretatt; spolene ble koblet i serie og et amperemeter ble koblet i serie med disse og lavspenningskilden. Høyspenningsskilden til venstre kalles for høyspenningsskilde nr. 1 og den til høyre kalles for høyspenningsskilde nr. 2 videre i denne oppgaven. Bilde: Leybold Didactic [1].

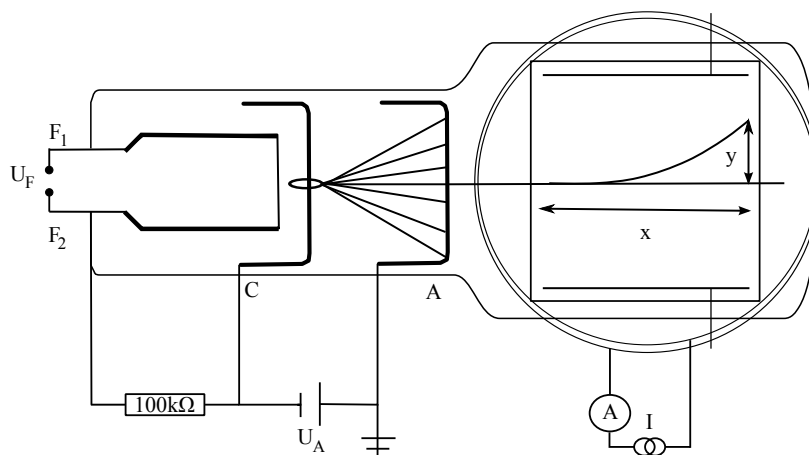
Figurene som viser oppsettet av forsøkene, figur 3.2 og 3.5, viser også hvordan utstyret skal kobles.

1. Koble  $F_1$  og  $F_2$  med hver sin kabel til uttakene på baksiden av den ene høyspenningsskilden (gjørne på den høyspenningsskilden som kobles til anoden og katoden i neste punkt).
2. Koble + (pluss) på den ene kanalen til høyspenningsskilde nr. 1 til A (anoden) og koble - (minus) på samme kanal til C (katoden). Koble + (pluss) til jord. Denne skal kun gi  $U_A = 0 - 5 \text{ kV}$ .
3. Koble + (pluss) på den ene kanalen til høyspenningsskilde nr.2 til kontakten på toppen av katodestrålerøret. Koble - (minus) på den andre kanalen til høyspenningsskilde nr.2 til kontakten på undersiden av katodestrålerøret. Koble sammen jord og - (minus) på den første kanalen. ( $\Rightarrow$  Seriekobling av de to kanalene på høyspenningsskilden). Denne skal gi  $U_P = 0 - 10 \text{ kV}$ .
4. Koble spolene og amperemeteret\* i serie med lavspenningskilden.

\*For de målingene som er merket med “med amperemeter”.

## 3.2 Kun magnetisk felt

### 3.2.1 Utførelse med magnetisk felt



Figur 3.2: Utstyrsoppsett ved måling av avbøyningen med kun magnetisk felt.

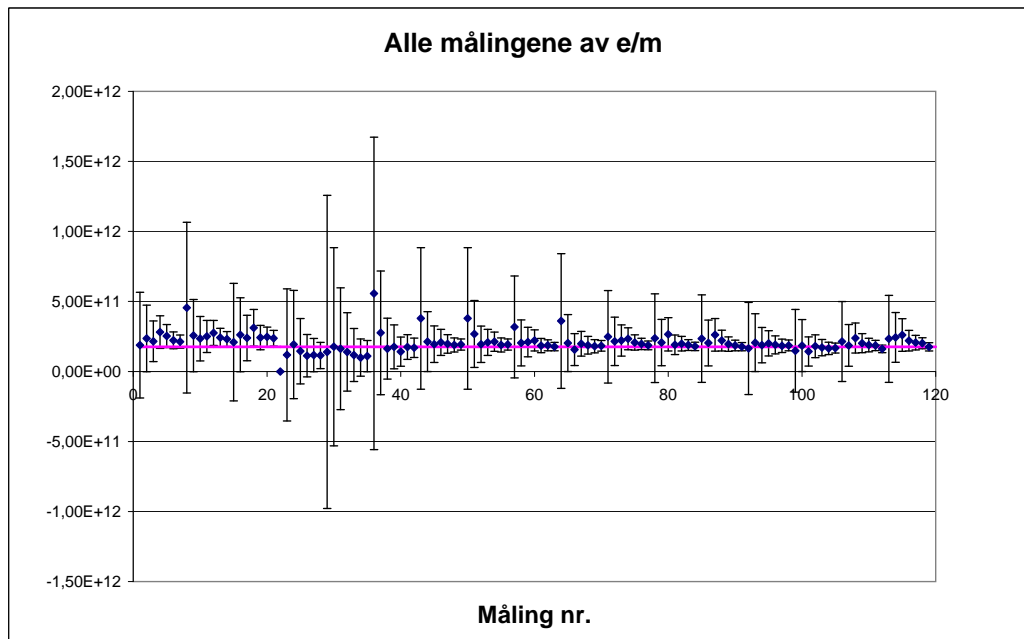
I denne metoden ble høyspenningskilde nr. 2 slått av, siden det ikke skulle være noe elektrisk felt. Siden den alternative metoden skulle gjennomføres etterpå, ble det av tidsbesparende årsaker lest av sju punkter langs banen til elektronstrålen for hver innstilling av  $U_A$  og  $I$ . For å gjøre avlesningen enklest mulig ble det valgt en avbøyning som gjorde det forholdsvis lett å lese av punktene, det vil si at strålen gikk gjennom punktet (9,1) eller (9,2). Av samme grunn valgte man å lese av  $y$ -verdiene til *heltallige* verdier av  $x$ .

### 3.2.2 Resultater og diskusjon av forsøk med B-felt

Resultatene av målingene er illustrert i figur 3.3 nedenfor. Strømmen for de første 21 målingene ble lest av på lavspenningskilden og man kan se at disse generelt sett ligger litt høyere enn resten av målingene der et nøyaktig amperemeter var koblet inn i kretsen. Det er gjort for få målinger uten amperemeter for å kunne konkludere med at amperemetret er nødvendig for å få gode målinger, men resultatene indikerer at dette er tilfelle.

Det man også kan se av figuren er at målingene generelt sett ligger høyere enn den kjente verdien av forholdet  $\frac{e}{m}$ . Dette blir diskutert nærmere i avsnitt 3.5.

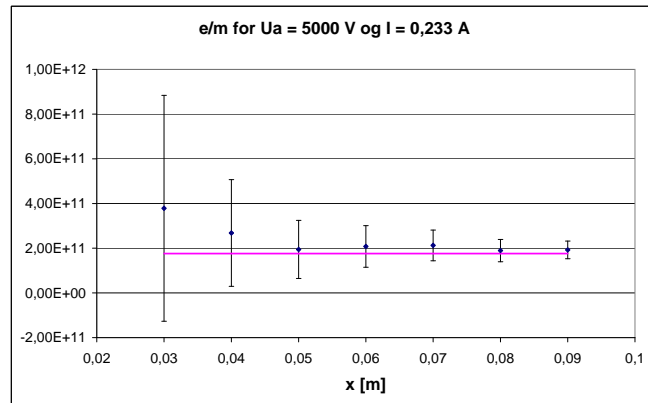




Figur 3.3: Alle resultatene av målingene ved avbøyning i et magnetisk felt. De 21 første målingene var gjort uten amperemeter.

Ser man på figur 3.3 ser man systematiske tendenser i materialet. Størrelsen på usikkerhetene synes å gå fra stor til liten i et repeterende mønster. I tillegg ser man at der usikkerheten er stor er også verdiene mye høyere enn resten av målingene. Disse mønstrene finner man igjen dersom man ser på resultatene oppdelt i serier i tillegg A. Dette har sannsynligvis en sammenheng med at det ble lest av sju forskjellige punkter for hver verdi av akselerasjonsspenningen,  $U_A$ , og strømmen,  $I$ . Mønsteret vist i figur 3.4 nedenfor er gjentatt i seks av 17 figurer i tillegg A, det vil si i 35% av tilfellene. Forklaringen på dette kan være at den relative avlesningsfeilen blir stor. De avleste  $y$ -verdiene var typisk på rundt 2 cm for den første målingen i hver serie og siden avlesningsusikkerheten ble satt til 2 mm vil dette resultere i at usikkerheten knyttet til avlesningen er relativt stor i forhold til den avleste verdien, noe som kan forklare den avvikende verdien. Av denne grunn ble avlesningen ved  $x = 3$  cm ikke tatt med da det vektete gjennomsnittet og standardavviket ble funnet.

Dersom man ser på usikkerhetsbudsjettene[6] i tabellene 3.1 - 3.4 ser man at det er usikkerheten i avlesningen av  $y$  som bidrar mest, ikke strømmen. For å formninske denne usikkerheten kan man velge en avlesning som er lettere å lese av, for eksempel (9,1). Da kan man sette usikkerheten i avlesningen av  $y$  til 1 mm, noe som vil gi en betydelig forbedring.



Figur 3.4: Spenningen  $U_A$  og strømmen  $I$  ble holdt konstant og forholdet ble beregnet ved hjelp av de avleste  $y$ -verdiene til de tilsvarende  $x$ -verdiene. Her er  $U_A = 5000 \text{ V}$  og  $I = 0,233 \text{ A}$ .

Sammenligner man  $y$  sitt bidrag i tabell 3.3 med det tilsvarende bidraget i tabell 3.4 ser man at bidraget ved  $x = 3 \text{ cm}$  var cirka 7 ganger større enn ved  $x = 6 \text{ cm}$ . I disse tabellene er  $x$ - og  $y$ -verdiene de eneste verdiene som er forskjellige og man ser at summen av bidragene til usikkerheten var én størrelsesorden større ved avlesningen ved  $3 \text{ cm}$ . Dette antyder at måling ved lav  $x$ -verdi ikke lønner seg.

Tabell 3.1: Usikkerhetsbudsjett for en avlesning (uten amperemeter) ved  $x = 3 \text{ cm}$ .

	$x_i$	$u(x_i)$	$c_i$	$u_i(y) = c_i u(x_i)$
$U_A$	$4,50 \cdot 10^3 \text{ V}$	$1,35 \cdot 10^2 \text{ V}$	$4,19 \cdot 10^7$	$5,66 \cdot 10^9 \text{ V}$
$x$	$0,03 \text{ m}$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$2,50 \cdot 10^{13}$	$5,00 \cdot 10^{10} \text{ m}$
$y$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$1,87 \cdot 10^{14}$	$3,74 \cdot 10^{11} \text{ m}$
$I$	$0,21 \text{ A}$	$1 \cdot 10^{-2} \text{ A}$	$1,80 \cdot 10^{12}$	$1,80 \cdot 10^{10} \text{ A}$
Totalt				$4,47 \cdot 10^{11}$

Tabell 3.2: Usikkerhetsbudsjett for en avlesning (uten amperemeter) ved  $x = 6 \text{ cm}$ .

	$x_i$	$u(x_i)$	$c_i$	$u_i(y) = c_i u(x_i)$
$U_A$	$4,00 \cdot 10^3 \text{ V}$	$1,20 \cdot 10^2 \text{ V}$	$6,25 \cdot 10^7$	$7,50 \cdot 10^9 \text{ V}$
$x$	0,06 m	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$1,63 \cdot 10^{13}$	$3,26 \cdot 10^{10} \text{ m}$
$y$	$9,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$5,31 \cdot 10^{13}$	$1,06 \cdot 10^{11} \text{ m}$
$I$	0,19 A	$1 \cdot 10^{-2} \text{ A}$	$2,63 \cdot 10^{12}$	$2,63 \cdot 10^{10} \text{ A}$
Totalt				$1,73 \cdot 10^{11}$

Tabell 3.3: Usikkerhetsbudsjett for en avlesning (med amperemeter) ved  $x = 3 \text{ cm}$ .

	$x_i$	$u(x_i)$	$c_i$	$u_i(y) = c_i u(x_i)$
$U_A$	$4,20 \cdot 10^3 \text{ V}$	$1,26 \cdot 10^2 \text{ V}$	$1,33 \cdot 10^8$	$1,67 \cdot 10^{10} \text{ V}$
$x$	0,03 m	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$7,40 \cdot 10^{13}$	$1,48 \cdot 10^{11} \text{ m}$
$y$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$5,52 \cdot 10^{14}$	$1,10 \cdot 10^{12} \text{ m}$
$I$	0,118 A	$4,35 \cdot 10^{-3} \text{ A}$	$9,45 \cdot 10^{12}$	$4,11 \cdot 10^{10} \text{ A}$
Totalt				$1,31 \cdot 10^{12}$

Tabell 3.4: Usikkerhetsbudsjett for en avlesning (med amperemeter) ved  $x = 6 \text{ cm}$ .

	$x_i$	$u(x_i)$	$c_i$	$u_i(y) = c_i u(x_i)$
$U_A$	$4,20 \cdot 10^3 \text{ V}$	$1,26 \cdot 10^2 \text{ V}$	$4,19 \cdot 10^7$	$5,28 \cdot 10^9 \text{ V}$
$x$	0,06 m	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$1,17 \cdot 10^{13}$	$2,33 \cdot 10^{10} \text{ m}$
$y$	$4,50 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$7,73 \cdot 10^{13}$	$1,55 \cdot 10^{11} \text{ m}$
$I$	0,118 A	$4,35 \cdot 10^{-3} \text{ A}$	$2,98 \cdot 10^{12}$	$1,30 \cdot 10^{10} \text{ A}$
Totalt				$1,96 \cdot 10^{11}$

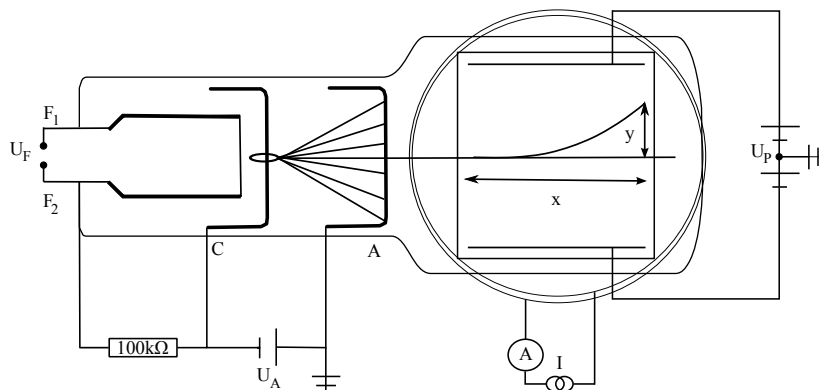
Resultatet ble som følger

- Uten amperemeter (18 tellende målinger):  $\frac{e}{m} = (2,4 \pm 0,2) \cdot 10^{11}$
- Med amperemeter (84 tellende målinger):  $\frac{e}{m} = (1,9 \pm 0,6) \cdot 10^{11}$

Som vi ser er det kun målingene med amperemeter som resulterer i et intervall som inneholder den kjente verdien av forholdet, men usikkerheten er stor. Dersom usikkerheten til  $y$  hadde blitt forminsket ville usikkerheten i disse verdiene også blitt lavere. Nøyaktigheten av strømmen  $I$  er i følge usikkerhetsbudsjettene ikke noe særlig avgjørende for resultatet. Spørsmålet er da om forskjellen på 26% i disse verdiene kan forklares med ulikt antall målinger.

## 3.3 Kryssede E- og B-felt

### 3.3.1 Utførelse med kryssede E- og B-felt



Figur 3.5: Utstyrsoppsett ved kryssede E- og B-felt.

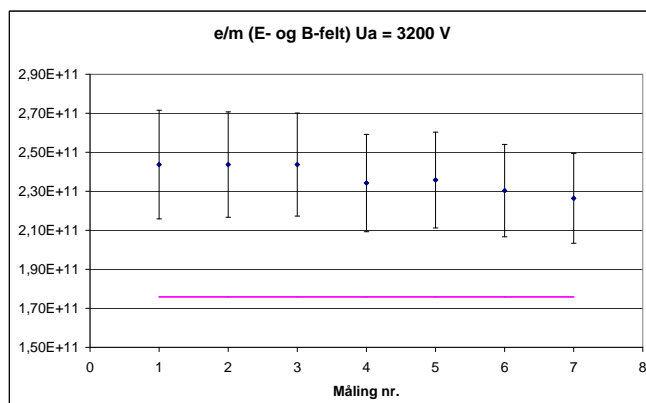
I denne metoden er poenget at E-feltet og B-feltet skal tilpasses slik at elektronene ikke blir avbøyd. Dette gjøres i praksis ved å endre på spenningen til det elektriske feltet,  $U_P$ , og strømmen gjennom Helmholtzspolene,  $I$ . I tillegg har elektronenes hastighet noe å si for hvor mye de bøyes av. Denne hastigheten er, som tidligere beskrevet, bestemt av akselerasjonsspenningen,  $U_A$ . Forklaringen er forholdsvis enkel. Dersom man ser på likningen (2.6) ser man at farten,  $v$ , synker dersom spenningen,  $U_A$ , synker. Videre ser man av uttrykket for sentripetalakselerasjonen i likning (2.7) hvorfor avbøyningen blir sterkere når farten blir lavere:

$$a_{\text{sentripetal}} = \frac{v^2}{r}$$

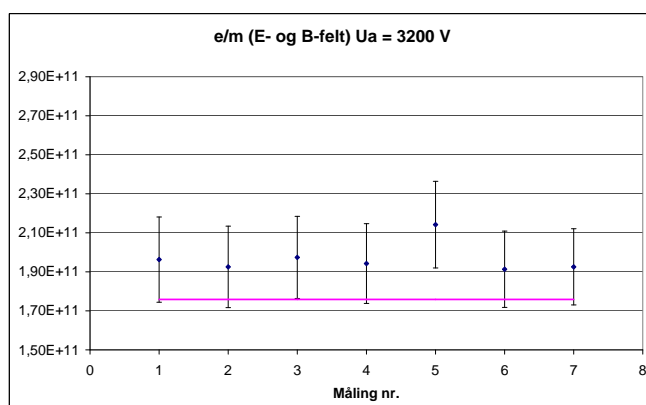
Newtons andre lov gjør det klart at dersom kraften holdes konstant vil også akselerasjonen holdes konstant. Hvis man da senker hastigheten må man også minske radiusen for at ikke akselerasjonen skal endres. Når radiusen blir mindre blir sirkelen mindre og dermed banen mer avbøyd. Dette viste seg også å være tilfellet da målingene ble gjennomført.

For å sjekke ut om det virkelig var nødvendig å bruke amperemeter for å bestemme strømmen mer nøyaktig ble det gjort to hovedserier, en uten og en med amperemeter i kretsen. Innenfor disse seriene ble det utført tre andre serier der en av de tre variablene ble holdt konstant, mens de to andre ble variert. I seriene der  $U_A$  ble holdt konstant, ble spenningen  $U_P$  økt med jevne steg, noe som ble gjentatt for hver endring av akselerasjonsspenningen  $U_A$ . Da spenningen til det elektriske feltet ble holdt konstant, nemlig  $U_P$ , var det akselerasjonsspenningen,  $U_A$ , som ble endret i jevne steg. Da strømmen ble holdt konstant ble akselerasjonsspenningen,  $U_A$ , økt i jevne steg. Begrunnelsen for å gjøre dette systematisk var at det ville lette behandlingen av dataene i etterkant.

Ved lave spenninger og lav strøm gjennom spolene så det ut som at elektronene kom inn langs akse,  $x = 0$ , og det var derfor naturlig å justere på spenningene og strømmen slik at elektronstrålen kom på denne akse også på enden av skalaen. Da strømmen ble stor viste det seg vanskelig å få en bein linje, selv om dette i teorien skulle fungere. I teorien antar vi at det magnetiske feltet er homogent, men dette er fysisk sett ikke mulig. Disse inhomogenitetene vil bli mer synlig når styrken på feltet økes. Dette stiller en overfor et dilemma. Skal man stille på parameterne slik at elektronstrålen går gjennom null i endepunktet, eller skal man stille på de slik at den blir mest mulig bein, uavhengig om den treffer akse eller ikke? For å finne ut av dette ble det gjennomført noen forsøk der begge hypotesene ble testet.



(a) Resultater da elektronstrålen traff akse i endepunktet.



(b) Resultater når linjen ble mest mulig bein men ikke traff akse i endepunktet.

Figur 3.6: Målinger av  $\frac{e}{m}$  (uten amperemeter). Sammenligner man (a) og (b) ser man at verdiene kom nærmere den kjente verdien da linjen var mest mulig bein. Den heltrukne linjen representerer forholdets kjente verdi.

Figur 3.6(a) viser tilfellet der parameterne ble tilpasset slik at elektronstrålen traff i  $y = 0$  på enden av skalaen, mens figur 3.6(b) viser resultatene der hensikten var å få en mest mulig bein linje. Som vi ser av figur 3.6 kommer resultatene nærmere den kjente verdien når elektronstrålen gjøres mest mulig bein, uavhengig om den treffer aksene i endepunktet eller ikke. Videre i forsøket ble det tatt hensyn til dette.

Et annet problem var at da strømmen ble stor måtte startverdien til  $U_A$  økes for å unngå at elektronstrålen delte seg. Dette fenomenet oppstod blant annet da strømmen var  $0,9 A$  og  $U_A = 1,5 kV$ .

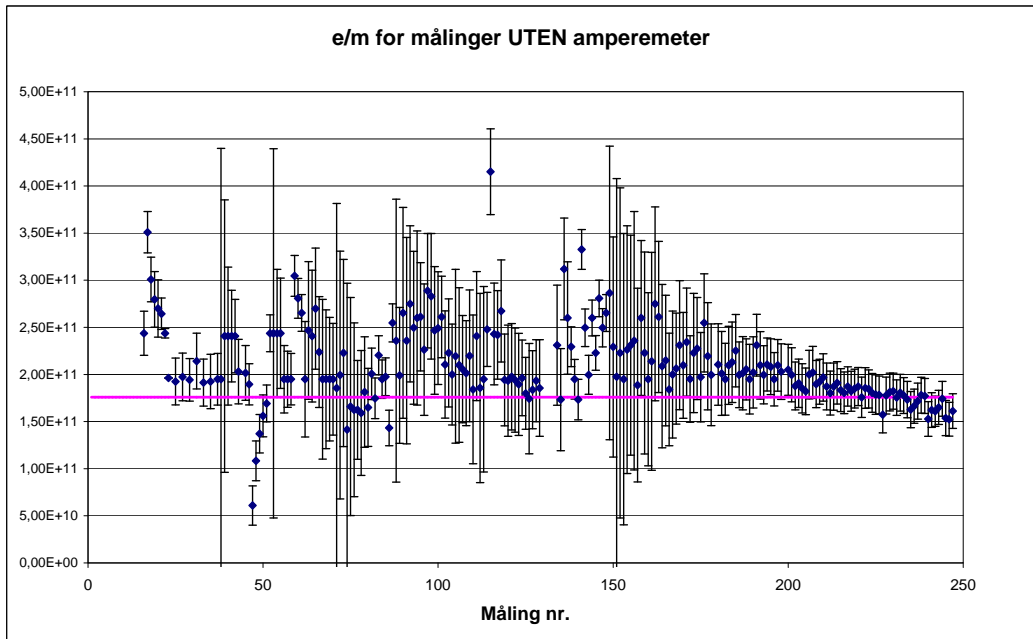
En tredje utfordring viste seg da spenningen  $U_A$  og strømmen  $I$  ble skrudd av etter en serie med målinger. Som tidligere nevnt ble seriene gjennomført ved at den påtrykte spenningen til det elektriske feltet,  $U_P$ , ble økt med jevne steg fra lav spenning til høy spenning. Det viste seg at elektronstrålen fortsatt var bøyd etter at spenningen til det elektriske feltet og strømmen var skrudd av. Det tok flere minutter før denne kom nærmere aksene enn punktusikkerheten på 2 mm, slik at forsøk kunne gjenopptas. Årsaken til dette er at platene som her danner det elektriske feltet utgjør en enkel kondensator. Selv om den ikke nødvendigvis utgjør en *god* kondensator, vil det ta noe tid før platene lades helt ut dersom kretsen ikke kortsluttes.

### 3.3.2 Resultater og diskusjon av forsøk med kryssede E- og B-felt

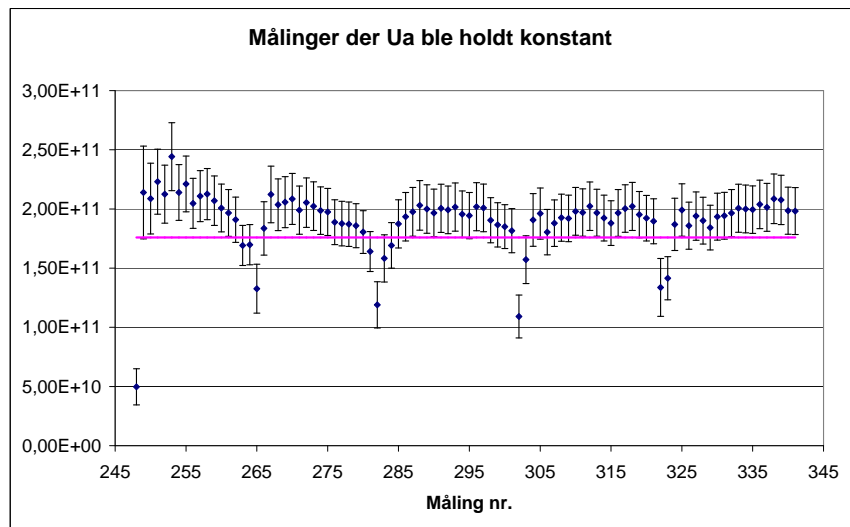
I figur 3.7 er resultatene fra målingene *uten* amperemeter samlet, med unntak av fire verdier med enorm usikkerhet. Disse er tatt bort fra figuren for at man lettere skal kunne se fordelingen av de øvrige verdiene. Resultatene til målingene *med* amperemeter finner man i figurene 3.8 - 3.10.

Som vi ser av figur 3.7 ligger hovedvekten av verdiene ved måling uten amperemeter over den kjente verdien, men det er ikke veldig synlige systematiske trender i dette materialet. Dette blir også bekreftet dersom man ser på resultatene oppdelt i serier, se tillegg C.

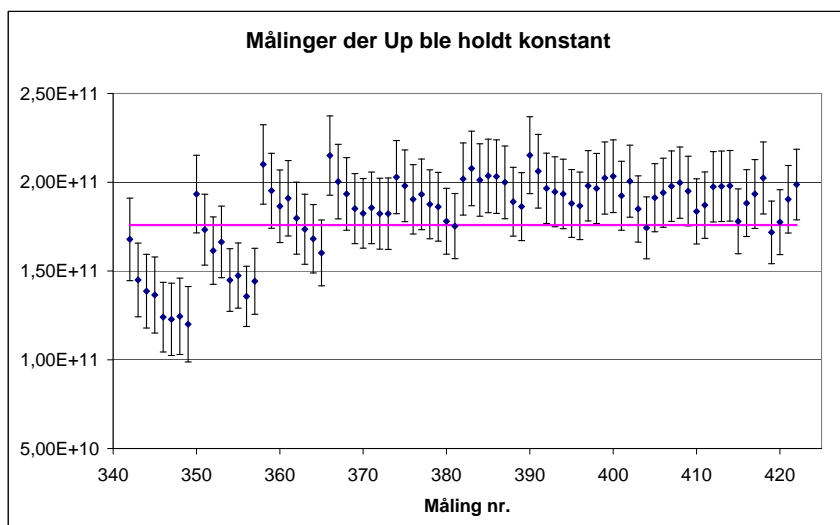
Også i målingene med amperemeter er hovedvekten av målingene over den kjente verdien av forholdet, se figurene 3.8 - 3.10 nedenfor. I tillegg er det tydelige systematiske trender i materialet. Disse er delt på tre figurer fordi buene kan deles i tre kategorier. De første målingene gav fem buer som minner om parabler. Deretter kommer to litt større parabler. Forsøkene ble gjennomført ved å holde en verdi konstant, mens en annen verdi ble økt med jevne mellomrom og den siste variabelen lest av. I figur 3.8 er  $U_A$  holdt konstant, i figur 3.9 er  $U_P$  holdt konstant og i figur 3.10 er  $I$  holdt konstant.



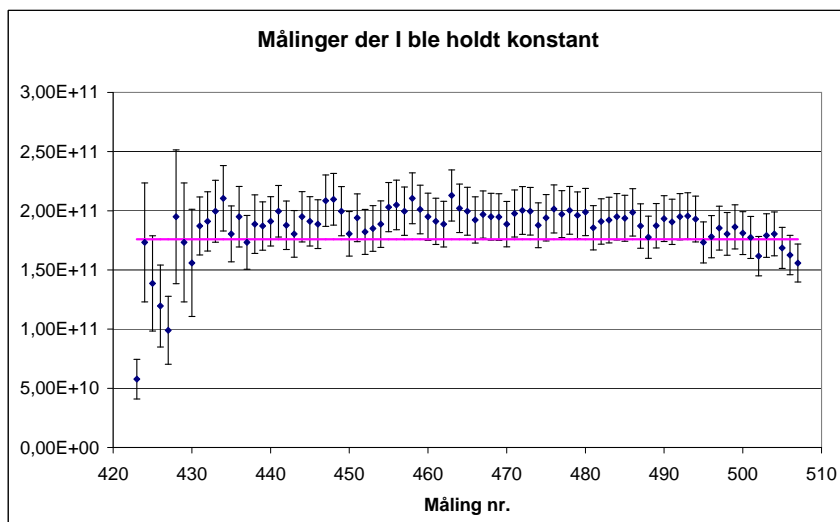
Figur 3.7: Alle målingene med unntak av fire verdier med veldig stor usikkerhet.



Figur 3.8: Seriene der  $U_A$  ble holdt konstant (med amperemeter). Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



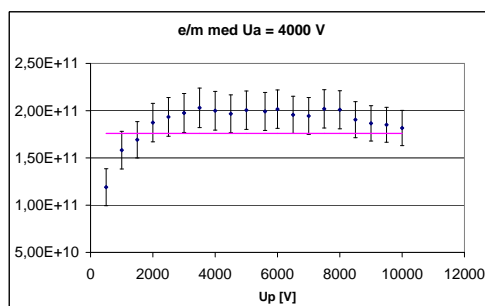
Figur 3.9: Seriene der  $U_P$  ble holdt konstant (med amperemeter). Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



Figur 3.10: Seriene der  $I$  ble holdt konstant (med amperemeter). Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



Studerer man figur 3.8 ser man som nevnt fem buer, disse har sin opprinnelse i fem underserier. I hver av disse fem underseriene velges en verdi for  $U_A$  som holdes konstant mens  $U_P$  endres i steg og  $I$  leses av. Dette blir bekreftet av figurene B.1 og B.2 i tillegg B. Alle figurene følger mønsteret i figur 3.11 under. På samtlige figurer er målingene som tilsvarer  $U_P \leq 1000 \text{ V}$  avvikende fra resten av resultatene. Siden dette synes å være en systematisk feil, vil disse målingene utelukkes når gjennomsnitt og standardavvik beregnes.



Figur 3.11: Mønsteret i denne figuren er representativ for alle seriene der  $U_A$  ble holdt konstant.

De klare buene som vises i figur 3.9 finner man igjen dersom man deler resultatene opp i serier. Som man ser av figurene B.3 - B.5, i tillegg B, varierer plasseringen av disse buene. I tillegg har de siste seriene en svak positiv tendens, i motsetning til de første resultatene der det er en svak negativ tendens. Selv om det her tydelig er en sammenheng mellom spenningen  $U_P$  og resultatene, som ideelt sett ikke skulle vært der, ser det likevel ikke ut til å være noen systematisk feil i disse målingene. Derfor vil alle disse målingene bli tatt med i utregningen av vektet gjennomsnitt og standardavvik.

For målingene der  $I$  ble holdt konstant er det derimot vanskelig å se at resultatene har en generell tendens. Resultatene ser ut til å være jevnere enn i de to foregående seriene og det virker mer tilfeldig hvordan disse fordeler seg. Alle målingene blir her tatt med i utregningen av gjennomsnittet og standardavviket. Målingene der  $I = 0,030 \text{ A}$  skiller seg likevel ut fra de andre ved at resultatene varierer mer og generelt sett ligger lavere enn de gjør på resten av målingene. Dette ser vi dersom vi sammenligner figur B.6(a) med resten av resultatene i figurene B.6 - B.8. Disse figurene står i samme rekkefølge som de målingene ble tatt, vi kan derfor også se dette i figur 3.10. Der er det lett å se at de første målingene avviker fra resten. Det kan derfor være lurt å starte målingene ved en høyere verdi for  $I$ .

Resultatene av denne metoden ble som følger:

- Uten amperemeter (232 tellende målinger):  $\frac{e}{m} = (1,93 \pm 0,02) \cdot 10^{11}$

- Med amperemeter (247 tellende målinger):  $\frac{e}{m} = (1,88 \pm 0,01) \cdot 10^{11}$

Også her ser man at resultatet uten amperemeter hadde større avvik fra den kjente verdien enn resultatene med amperemeter. Likevel er ikke forskjellen på disse verdiene så stor som den var i den foregående metoden. Her er verdien for  $\frac{e}{m}$  gitt ved målingene uten amperemeter kun cirka 3% større enn for målingene med amperemeter.

Ser man på usikkerhetsbudsjettene i figur 3.5 - 3.6 ser man at det er strømmen som bidrar mest til usikkerheten og at bidraget fra strømmen blir en størrelsesorden lavere når strømmen er målt med et amperemeter.

Tabell 3.5: Usikkerhetsbudsjett for en måling med kryssede felt. Uten amperemeter.

	$x_i$	$u(x_i)$	$c_i$	$u_i(y) = c_i u(x_i)$
$U_A$	$3,20 \cdot 10^3 V$	$9,60 \cdot 10^1 V$	$7,62 \cdot 10^7$	$7,31 \cdot 10^9 V$
$U_P$	$200 V$	$6 V$	$2,44 \cdot 10^9$	$1,46 \cdot 10^{10} V$
$d$	$5,50 \cdot 10^{-2} m$	$2,00 \cdot 10^{-3} m$	$8,86 \cdot 10^{12}$	$1,77 \cdot 10^{10} m$
$I$	$0,02 A$	$1 \cdot 10^{-2} A$	$2,44 \cdot 10^{13}$	$2,44 \cdot 10^{11} A$
Totalt				$2,83 \cdot 10^{11}$

Tabell 3.6: Usikkerhetsbudsjett for en måling med kryssede felt. Med amperemeter.

	$x_i$	$u(x_i)$	$c_i$	$u_i(y) = c_i u(x_i)$
$U_A$	$2,0 \cdot 10^3 V$	$60 V$	$2,49 \cdot 10^7$	$1,49 \cdot 10^9 V$
$U_P$	$100 V$	$3 V$	$9,95 \cdot 10^8$	$2,98 \cdot 10^9 V$
$d$	$5,50 \cdot 10^{-2} m$	$2 \cdot 10^{-3} m$	$1,81 \cdot 10^{12}$	$3,62 \cdot 10^9 m$
$I$	$0,028 A$	$4,08 \cdot 10^{-3} A$	$3,55 \cdot 10^{12}$	$1,45 \cdot 10^{10} A$
Totalt				$2,26 \cdot 10^{10}$

Forsøkene med og uten amperemeter er ikke utført på en identisk måte, se figurene i tillegg C og B. Målingene uten amperemeter ble ikke gjennomført like systematisk som de andre målingene, noe som kan ha hatt innvirkning på resultatene. Blant annet varierte antall verdier i hver serie fra én til 17. I tilfellet da  $U_A = 4000 V$  ble det i tillegg tatt mange verdier under  $U_P = 1000 V$ , men færre mellom  $U_P = 1000 - 10000 V$ . Dessuten ble det valgt lavere verdier for  $U_P$  da denne skulle holdes konstant enn det ble i målingene med amperemeter. I målingene med amperemeter, se tillegg B, ble  $U_P$  satt til  $500 V, 1000 V, 1500 V, \dots, 10000 V$ , i motsetning til målingene uten amperemeter der  $U_P$  ble satt til  $300 V, 400 V, \dots, 1000 V, 2000 V$ . Blant resultatene for målingene med amperemeter ble også alle målinger da  $U_A$  ble holdt konstant og  $U_P \leq 1000 V$  kuttet. Det er da et tankekors at omtrent alle målingene gjort uten amperemeter ble gjennomført med verdier av  $U_P$  lavere enn dette. Ut ifra de foregående argumentene er det vanskelig

å konkludere om amperemeteret er nødvendig, likevel viser usikkerhetsbudsjettet at det er mest hensiktsmessig å forminske usikkerheten til strømmen. Dessuten kan man se på figurene 3.8 - 3.10 at ingen målinger med amperemeter i kretsen resulterte i en verdi av forholdet som var høyere enn  $2,50 \cdot 10^{11}$ . Derimot var det flere av målingene uten amperemeter som gav en høyere verdi enn dette, se figur 3.7. Dette antyder helt klart at det lønner seg å måle strømmen med et amperemeter.

## 3.4 Alternativ metode

### 3.4.1 Utførelse av alternativ metode

Den manuelle registreringen av variablene  $U_A$ ,  $I$  og de sju punktene  $(x, y)$  ble allerede gjort i forbindelse med den første metoden. Estimeringen av  $r$  ble gjort ved hjelp av et regneark. I regnearket var det en kolonne for x-verdiene ( $x = 3 \text{ cm}, 4 \text{ cm}, \dots, 9 \text{ cm}$ ) og for de tilsvarende målte y-verdiene. Hele poenget var at man skulle gjette en radius og sentrum for denne,  $(x_0, y_0)$ , slik at denne passet best mulig med de målte punktene. Det var derfor tre felt der man kunne skrive inn den gjettede radiusen og koordinatene til sentrum. På grunnlag av de gjettede verdiene ble  $y$  beregnet ved uttrykket i likning (2.4). Deretter fant man chikvadratet, gitt av likning (3.7) nedenfor[8, s.105].

$$chi = \sum_{x=3}^9 \left( \frac{y_m(x) - y_b(x)}{u_{punkt}} \right)^2 \quad (3.7)$$

Her står  $m$  for “målte”,  $b$  for “beregnete” og  $u_{punkt}$  for punktusikkerheten. Denne ble satt til  $2 \text{ mm}$  fordi avlesningen av punktene var vanskelig å gjøre mer nøyaktig enn dette.

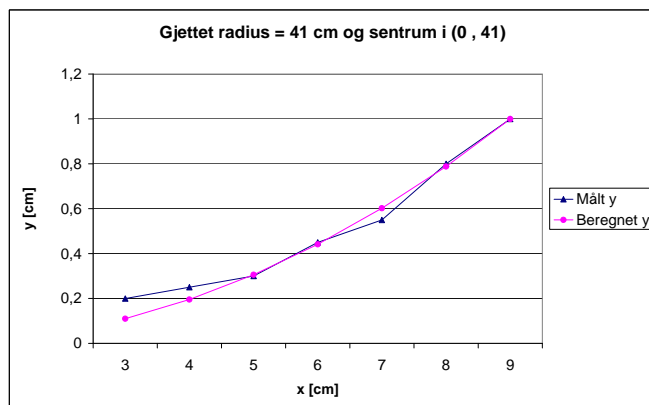
For å lette gjettingen ble metoden beskrevet i teoridelen benyttet sammen med tre av de målte punktene for å gi en pekepinn på verdiene av parameterne  $r$ ,  $x_0$  og  $y_0$ . Disse kunne settes inn for å se det resulterende chikvadratet. For å visualisere hva endringer i de tre parameterne førte til var det inkludert et diagram med to kurver, en for de målte og en for de beregnede y-verdiene, slik at disse kunne sammenlignes direkte. Når man hadde gjettet bra verdier, ville chikvadratet bli lite og de to kurvene ville være forholdsvis sammenfallende.

### 3.4.2 Resultater og diskusjon av alternativ metode

Resultatene varierte mye, noen verdier av forholdet var på rundt  $2,01 \cdot 10^{11}$ , mens en verdi var oppe i  $6,91 \cdot 10^{11}$  og en tredje verdi var  $3,73 \cdot 10^{10}$ . Selv om dette ikke er nok verdier til å dra noen slutning, ser det ikke ut som dette er noen bedre metode enn den første metoden.

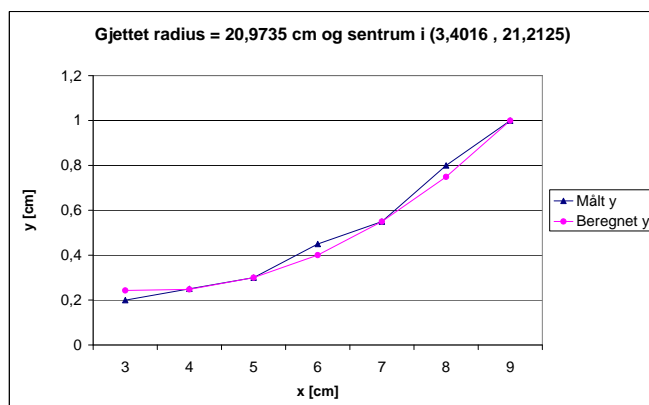
For ytterligere å teste ut metoden ble en serie med målte punkter satt inn og en ekstra kolonne ble lagt inn der radiusen fra den enkle metoden, se likning (2.5), ble beregnet for

hvert punkt. Med denne serien med punkter viste det seg at radiusen beregnet fra den enkle metoden stabiliserte seg rundt 41 cm. Da har man også, som tidligere nevnt, antatt at  $x_0 = 0$  og  $y_0 = 41$ . Da ble  $chi = 0,35$  og de to kurvene ble forholdsvis sammenfallende, som vist i figur 3.12.



Figur 3.12: Serie med målte punkter versus beregnede punkter da radius ble antatt å være 41 cm og  $x_0 = 0$  og  $y_0 = 41$ . Chikvadratet var 0,35.

For de samme målte x- og y-verdiene var de foreslåtte verdiene funnet ved metoden i delkapittel 2.3:  $r = 20,9735$  cm,  $x_0 = 3,4016$  cm og  $y_0 = 21,2125$ . Da disse ble satt inn fikk man diagrammet vist i figur 3.13.



Figur 3.13: Samme serie med målepunkter som i figur 3.12, men her er de gjettede verdiene  $r = 20,9735$ ,  $x_0 = 3,4016$  og  $y_0 = 21,2125$ . Chikvadratet var 0,17.

Som man ser her er det to vidt forskjellige verdier som i følge denne metoden er “like gode”, metoden bryter sammen. Forklaringen på dette kan være flere; at feltet ikke er homogent, at man har for få målinger og at målingene er for upresise. Vi kan derfor anta at sentrum av sirkelen vil være i  $(0, \pm r)$ .

## 3.5 Diskusjon av feilkilder

Det ble klart i diskusjonen av resultatene at tendensen, uavhengig av metode, var at målingene lå over den kjente verdien. Her blir det først og fremst diskutert fire mulige feilkilder.

1. Homogent magnetisk felt?
2. Vakuumkvaliteten.
3. Innbyrdes plassering av ruteskjermen og Helmholtzspolene.
4. Indre motstand i spenningskildene.

### 3.5.1 Homogent magnetisk felt?

Som allerede nevnt i kapittel 2.1 oppgir produsenten at radiusen til spolene er  $6,7 \text{ cm}$ , mens de i instruksjonsbladet sier at man skal regne med den indre radiusen  $6,25 \text{ cm}$ . Dersom man måler avstanden som de oppgir som Helmholtzavstanden på utstyret finner man at denne tilsvarer den førstnevnte. Disse skulle i følge teorien vært identiske. Hvordan produsentene begrunner dette er på det nåværende tidspunkt ukjent.

Det er altså  $0,45 \text{ cm}$  forskjell mellom radiusen målt fra midten av vindingene og den indre radiusen, det vil si at vindingene på spolen er fordelt på cirka  $0,9 \text{ cm}$ . Spørsmålet er da hvor riktig det teoretiske uttrykket blir når det brukes i praksis. Teoretisk sett er det en verdi for  $r$  og vindingene er plassert ved denne avstanden fra sentrum av spolen og da vil feltet bli homogent om avstanden mellom spolene er denne radiusen. Siden det er fysisk umulig å plassere 320 vindinger ved en fast radius vil feltet få noen inhomogeniteter som kan påvirke resultatet. I denne oppgaven benyttet man den indre radiusen i utregningen av det magnetiske feltet. Dersom man regner med en større radius blir B-feltet lavere, se likning (2.11) der  $a = r$ , og man ender opp med en høyere verdi av forholdet.

Inhomogeniteter i det magnetiske feltet blir mer tydelig ved sterkt felt enn ved svakt felt og man kan derfor regne med at når strømmen økes vil feilen bli større, slik som diskutert i kapittel 3.3.1. Der så man at dersom man leste av på enden av x-aksen, slik det ville vært naturlig siden strålen kom inn langs denne aksen, fikk man tydelig høyere verdier enn om man gjorde den mest mulig bein. I de tilfellene det var snakk om her var det magnetiske feltet så sterkt at elektronstrålen tydelig bøyde seg. Dersom man ikke tok

hensyn til dette fikk man verdier som var for høye. Det kan tenkes at disse inhomogenitetene spilte inn også der de ikke var spesielt synlige, i så fall kan dette være noe av forklaringen på at verdiene generelt sett var for høye.

I tillegg er det viktig å være nøye med plasseringen av spolene. Dersom de er i for langt fra hverandre vil ikke feltet gjennom disse være homogent. Dessuten er det viktig at spolene ikke er plassert skjevt i forhold til hverandre.

### 3.5.2 Vakuumkvaliteten

En annen mulighet er at katodestrålerøret har for dårlig vakuumkvalitet. Trykket inni katodestrålerøret er oppgitt til å være  $< 10^{-6} \text{ hPa}$  [5]. Hvis vi sammenligner dette med  $1013 \text{ hPa}$  som er trykket ved havnivå[9, s.68] ser man at trykket ved havoverflaten er  $10^9$  ganger større enn dette trykket. Man skulle derfor tro at dette skulle være godt nok.

Dersom man likevel skulle finne at vakuumkvaliteten var for dårlig ville dette ført til at mekaniske energi likevel ikke var bevart, noe som ville hatt innvirkning på resultatene. Kollisjoner med partikler ville redusert hastigheten til elektronene og dermed økt avbøyningen. Det gir at  $r$  blir mindre noe som fører til at forholdet i likning (2.9) blir større. Som nevnt blir hastigheten lavere, dette kan sammenlignes ved en lavere verdi av  $U_A$ , noe som fører til en høyere verdi av forholdet i likning (2.22). Dårlig vakuumkvalitet kan derfor forklare tendensen til at verdiene er for høye. Eventuelt hvor mye vakuumkvaliteten innvirker er uvisst, siden det ikke er blitt undersøkt i denne oppgaven.

### 3.5.3 Innbyrdes plassering av ruteskjermen og Helmholtzspolene

Dersom ruteskjermen og Helmholtzspolene er plassert litt feil i forhold til hverandre kan dette ha innvirkning på de resultatene man ender opp med. I teoridelen ble det antatt at ruteskjermen begynte der elektronstrålen først ble påvirket av det elektriske og det magnetiske feltet. Dersom man er unøyaktig når man setter på Helmholtzspolene kan det tenkes at dette ikke ville være tilfelle. Dette kan føre til at sentrum av sirkelbanen til elektronene blir forflyttet, men denne hypotesen ble allerede testet ut i den alternative metoden uten hell. Det er derfor lite trolig at dette har bidratt noe særlig til feilene i resultatene.

### 3.5.4 Indre motstand i høyspenningskildene

Ideelt sett skal motstanden i en spenningskilde være null. Dette er i praksis ikke mulig. Spørsmålet er da om spenningen som vises i displayet til høyspenningskilden er målt før eller etter den indre motstanden. Generelt sett vet man at dersom man kobler en belastning i serie med spenningskilden og så måler spenningen over denne vil spenningen man måler med det ytre voltmeteret ikke være den samme som polspenningen når det går en strøm i kretsen. Dette bør man kunne anta er medberegnert i usikkerheten som oppgis

på apparatet. Likevel viser displayet kun to siffer og når spenningen er lav vil derfor 3% være mindre i størrelsesorden enn det siste sifferet. Da er spørsmålet om apparatet avrunder det siste sifferet eller om det bare kutter i representasjonen av verdien. Det sistnevnte ville i så fall kunne introdusere en feil som er større enn 3%. Det kunne derfor vært nyttig å kontrollere spenningen ytterligere.

# Kapittel 4

## Sikkerhet

Ved bruk av strøm og spenning er det viktig å være klar over farene dette innebærer. Dersom noen tar på to strømførende poler samtidig vil kroppen lede strøm. Alvorlighetsgraden på et slikt uhell måles først og fremst i strømstyrke, ikke i spenning. Ifølge “Sikkerhetshefte” gitt til lærere og elever på naturfag.no vil man få muskelkramper allerede ved 6 mA strøm. Ved 15 mA kan disse bli så sterke at man ikke klarer å slippe de strømførende lederne. Dersom strømmen kommer over 30 mA, og denne går gjennom hjerteregionen, kan det forårsake hjerteflimmer. Videre står det at på grunnlag av gjennomsnittlig kroppsmotstand er grensen for hvilken spenning som kan brukes 120 V: “På grunn av gjennomsnittlig kroppsmotstand regnes ikke spenninger opp til 50 VAC (vekselstrøm) eller 120 VDC (likestrøm) å kunne gi høyere strøm enn 30 mA. Dette anses derfor som grensen på hva som er farlig spenning selv om det finnes individuelle grenser fra person til person. Ofte benyttes derfor en spenning på 12 – 24 VDC til laboratorieforsøk fra en lokal strømkilde” [10, s.23]. Dersom man benytter Ohms lov finner man at de da regner gjennomsnittlig kroppsmotstand til å være 4000  $\Omega$ . Motstanden avhenger av hvor fuktig huden er og det er også, som nevnt i sitatet, individuelle forskjeller. Et gammelt råd er at man har en hånd i lommen etter at strømmen er slått på, da unngår man at et støt vil føre til at man får strøm gjennom hjerteregionen.

I dette forsøket ble det benyttet to høyspenningskilder og en lavspenningskilde. Høyspenningskildene levert av Leybold Didactics kan levere en strøm på maksimalt 200  $\mu A$ . Dette reduserer faren for at man får skadelige strømmer gjennom seg selv. Utgangspunktet er likevel at man skal forhindre at noen i det hele tatt får støt. Høyspenning innebærer en potensiell fare for skadelige strømmer og det er derfor viktig å være ekstra forsiktig i forbindelse med høyspenning.

Siden kobbertrådene i spolene er gode ledere vil spenningen som lavspenningskilden gir ut være lav, selv når den skal gi ut en strøm på opptil 2 A. Da spenningene på høyspenningskildene ble satt til det maksimale, det vil si at  $U_A = 5 kV$  og  $U_P = 10 kV$ , ble spenningen på lavspenningskilden kun omtrent 15 V for at strålen ikke skulle bli avbøyd. Dersom man antar at kroppen er en Ohmsk motstand ser man at motstanden er stor nok til at strømmen blir så lav at den ikke er skadelig:



$$U = RI \implies I = \frac{U}{R} = \frac{15[V]}{4000[\Omega]} = 3,75[mA] \quad (4.1)$$

For å få høyere strøm enn dette må man skru opp spenningen.

For å gjøre faren for å ta på de strømførende ledningene mindre ble det benyttet kabler der den strømførende pluggen var beskyttet av en hette av plast, se figur 4.1. Disse kablene gjør det særdeles vanskelig å komme i kontakt med de strømførende lederne. Man må dessuten være oppmerksom på at disse kablene egentlig er beregnet for bruk ved spenninger lavere enn 1000 V, det er derfor viktig at man er oppmerksom på faren for overslagsspenninger på grunn av tynn isolasjon. For å være på den sikre siden er det derfor lurt å ha ledningene ryddet mest mulig unna, slik at ingen tar på dem underveis i forsøket.



Figur 4.1: Lavspenningskabel med beskyttelseshette rundt leder. Bilde: Leybold Didactic [1].

Dette kan oppsummeres i de følgende punktene:

1. Bruk godkjente høyspenningskabler (med beskyttelseshette).
2. Koble alt før apparatene slås på.
3. Rydd kablene mest mulig unna før apparatene slås på.
4. Begynn med null spenning og skru den forsiktig opp.
5. Hold en hånd i lomma etter at strømmen er slått på.

# Kapittel 5

## Didaktisk diskusjon

For å kunne diskutere hvordan laboratorieveiledningen burde utformes er det viktig å ha oppklart disse to spørsmålene:

1. Hva skal studentene lære?
2. Hva skal til for å lære?

### 5.1 Hva skal studentene lære av denne øvelsen?

Sjøberg skriver i forbindelse med praktisk arbeid, at vellykketheten av slikt arbeid må måles opp imot hva som er hovedintensjonen: “Det er temmelig meningsløst å spørre om praktisk arbeid er “bra” eller “dårlig”. Praktisk arbeid kan ha en rekke ulike mål og vellykketheten må vurderes i forhold til disse.” [11, s. 359]. Det som skal gjennomføres i løpet av denne øvelsen kan oppsummeres i fire punkter:

1. Gjennomføre en måleserie av en interessant fysisk størrelse.
2. Finne sammensatt usikkerhet når de ulike variablene har ulik følsomhet.
3. Finne en vektet verdi for forholdet og tilhørende usikkerhet når man har mange målinger.
4. Fornuftig visualisering av resultater, som for eksempel:
  - Punktdiagram som inneholder punkter og de spesifikke usikkerhetsintervallene.
  - Sammenligning med kjent verdi.

Hovedhensikten er at studentene skal lære *å behandle dataene på en fornuftig måte*. Man ser av resultatene tidligere i oppgaven at tallene man får for forholdet ikke gir noen mening dersom man ikke har med usikkerhetene. Det er vanskelig å vurdere hvor

gode disse verdiene er dersom man ikke vet noe om usikkerhetsintervallet. Behandling av usikkerheter er derfor en vesentlig del av hovedhensikten og behandlingen av disse kan oppsummeres i fire punkter:

1. Identifisere feilkilder - både systematiske og tilfeldige
2. Kontrollere og forminske usikkerhetene
3. Estimere usikkerhetene
4. Vurdere usikkerhetene

### **5.1.1 Identifisere feilkilder - både systematiske og tilfeldige**

Det første studentene må kunne gjøre er å identifisere feilkilder i materialet. Dersom man for eksempel glemmer at akselerasjonsspenningen har en usikkerhet vil dette skape problemer når man kommer til de to neste punktene, nemlig det å kontrollere og forminske usikkerheten og når denne usikkerheten skal estimeres. Det er også viktig å liste opp andre feilkilder som synes å være av betydning.

### **5.1.2 Kontrollere og forminske usikkerhetene**

Etter at man har identifisert feilkildene er det viktig å kontrollere og forminske disse så mye som apparaturet tillater. Det kan være lurt å sette opp et usikkerhetsbudsjett for å se hvilke usikkerheter det er lurt å forminske. Dersom det er ønskelig å sette inn et multimeter i kretsen for å måle strømmen mer nøyaktig, så gjør man det. Ellers er plasseringen av Helmholtzspolene viktig, fordi det endrer det magnetiske feltet inne i røret. Da kan det for eksempel være lurt å sjekke at disse står rett og at de har rett avstand fra hverandre og at man når man har forsikret seg om dette lar apparaturet stå i ro. Som nevnt tidligere tok det også litt tid før platene ble utladet igjen etter at spenningen hadde vært høy. For å forminske usikkerheten kan det derfor være lurt å gå fra lave spenninger til høye og å ta seg en pause mellom hver serie.

### **5.1.3 Estimere usikkerhetene**

Her skal man, ut ifra teorien, kunne estimere størrelsen på alle usikkerhetene og dermed estimere den endelige usikkerheten for forholdet mellom elektronets ladning og masse. Hvert apparat har en gitt usikkerhet i verdien de gir ut, disse kan man finne i brukermanualen til apparatene, men usikkerheten i avlesningen på ruteskjermen må estimeres. Ved hjelp av disse usikkerhetene kan man benytte formelen for sammensatte usikkerheter for å estimere den totale usikkerheten til forholdet.

### 5.1.4 Vurdere usikkerhetene

Det er også viktig at man kan vurdere usikkerhetene, om disse er sannsynlige og om det kunne vært gjort mer for å forminske disse. I tillegg kan det være lurt å vurdere om noen av usikkerhetene kanskje er underestimerte eller overestimerte.

## 5.2 Hva skal til for at studentene skal lære dette?

I forrige avsnitt fant man at foruten å finne en interessant fysisk størrelse var hovedintensjonen med dette forsøket at studentene skulle lære å behandle resultatene på en fornuftig måte. Hvordan kan de lære dette på den beste måten? Her kommer en kort gjennomgang av noen læringsteorier.

### 5.2.1 Behaviorismen

Viktige begreper innenfor denne retningen er *stimulus* og *respons*, der stimulus er påvirkningen på det lærende individet, mens respons er reaksjonen[12]. De mest ortodokse behaviorismene vil ikke bruke tenkning som et vitenskaplig begrep fordi man ikke kan vite hva som foregår opp i hodet til individet. Med andre ord blir det lærende individet kun en sort boks og man kan kun registrere det som går inn og det som kommer ut[12]. Dette er nyttig i visse sammenhenger, blant annet ved læring av gangetabellen, “touch-metoden” og andre manuelle ferdigheter. I tillegg har denne tankegangen vært til grunn for flypiloters opplæring for å takle ekstreme stressituasjoner[11]. Det som derimot er negativt med denne læringsteorien er at man antar at elevene har lært det som var intendert dersom man får den korrekte responsen. Det gjør også læreren noe hjelpeløs, siden teorien kun legger et redskap i den pedagogiske verktøykassen, nemlig endring av stimuli.

To typer stimuli som er essensielle i forbindelse med behavioristisk tankegang er belønning og straff. Mange dataspill er bygd opp på denne ideen. Hver gang man klarer et mål får man en eller annen form for belønning, for eksempel i form av poeng.

### 5.2.2 Konstruktivistisk tankegang

“For at en læringsprosess - enten med utgangspunkt i leksearbeid eller i undervisning - skal være god, kreves det at den lærende spiller en *aktiv rolle* i prosessen med å tilegne seg kunnskap”[13, s.13]. Selv om dette ikke er skrevet i forbindelse med konstruktivistisk læringsteori beskriver den veldig godt kjernen i den. Teorien tar på alvor at eleven er en aktiv deltaker og at hver enkelt konstruerer sin egen kunnskap på grunnlag av sanseinntrykk og egen tolkning av disse[14].

En innflytelsesrik personlighet innenfor denne retningen er Piaget. Han har bidratt med fire viktige begreper i læringssammenheng. For det første har alle mennesker en ten-

dens til å organisere kunnskapen i nettverk. Disse nettverkene kaller Piaget for *skjemaer*. Læring skjer i følge ham ved to hovedprosesser, nemlig *assimilasjon* og *akkomodasjon*. I den første blir ny kunnskap forstått og tilpasset tidligere kunnskap, men når den nye kunnskapen er totalt uforenelig med tidligere skjema kommer personen ut av *likevekt* og må velge. Enten forkastes den nye ideen eller sanseinntrykket, eller så må skjemaene endres. Grunnleggende endring av skjemaene kalles akkomodasjon[14]. Ulike personer har ulike skjemaer i utgangspunktet og ulike valg blir gjort når det gjelder å forkaste de nye ideene eller å endre skjemaene.

En annen tenker fra denne retningen er Ausubel. Han legger også vekt på at nye erfaringer skal tolkes ut fra tidligere kunnskaper. I tillegg til dette var Ausubel opptatt av dialog, “språket bidrar til å forme tanken” [12, s.322]. Et viktig begrep som Ausubel kom med var begrepet *kognitiv bro*[12]. Det var viktig at ny kunnskap ble relatert til tidligere kunnskap og at forskjeller og likheter ble framhevet[14]. Et annet viktig poeng var at elevene skulle bli mentalt forberedt på å lære. Skaalvik og Skaalvik nevner innledende utsagn, spørsmål og instruksjoner som mulige måter å gjøre dette på.

En annen tenker fra den konstruktivistisk tradisjon er Vygotsky. Han plasseres oftest innenfor sosiokulturell teori siden han legger sterk vekt på språket og viktigheten av den sosiale settingen [11]. Han kom blant annet med to viktige begreper. Ett av disse er *den nærmeste utviklingssonen*. Dette er det området som definerer det eleven ikke klarer å gjøre alene, men som eleven klarer dersom den har en lærer tilstede som veileder og støtter. Da er læreren et støttende *stillas* og etterhvert når eleven blir trygg og har lært mer kan stillaset fjernes litt og litt[15].

## 5.3 Didaktiske implikasjoner

### 5.3.1 Teoridelen

Hvordan kan man skape en *kognitiv bro* som knytter den nye kunnskapen til den gamle? En løsning er å ha med en grundig teoridel der man går fra den teorien studentene kjenner fra før og leder dem fram til den nye kunnskapen. Dette gjelder både teorien om forholdet  $\frac{e}{m}$  og teorien om behandling av usikkerhetene. I forbindelse med usikkerhetene kan det være nyttig å begynne med hvordan usikkerheten kan finnes for en variabel, noe de har vært borti før, og gå videre med å introdusere problemet med å finne usikkerheten til en beregnet verdi der *flere* enn én parameter inngår. I tillegg til å fungere som kognitiv bro kan en grundig teoridel sees på som en instruksjon som gjør studentene *mentalt forberedt* på det de skal lære. For at studentene skal være *mentalt aktive* er det nyttig å ha med spørsmål som skal besvares. Dersom noen av disse skal besvares før øvelsen vil dette også være et ledd i å gjøre studentene *mentalt forberedt*. Et eksempel på et slikt innledende spørsmål kan være: *Hvilke feilkilder kan det tenkes vil ha innvirkning på resultatene i denne øvelsen? Diskuter.*

### 5.3.2 Regnearket

Et regneark der man kan mate inn alle de målte verdiene og usikkerhetene, og som på grunnlag av dette regner ut forholdet og den sammensatte usikkerheten, vil kraftig effektivisere arbeidet i denne oppgaven. I tillegg gjør et regneark det lett å lage hensiktsmessige diagrammer over resultatene. Derfor vil studentene bli anbefalt å bruke Excel.

Regnearket kan også ha to kolonner som regner ut hele usikkerhetsintervallet og en ekstra kolonne for den kjente verdien av forholdet. Dersom dette regnearket er klart på forhånd kan dette gi kontinuerlig tilbakemelding til studentene. Dette kan være et eksempel på en slags *belønning*, som behavioristene snakker om. For hvert enkelt sett av verdier som studentene legger inn vil de se hvilket intervall de får og om den kjente verdien er innenfor eller utenfor dette intervallet.

Spørsmålet er da om studentene skal få dette regnearket utdelt eller om de skal lage det selv. Dersom vi antar at det er viktig hva som skjer inni hodet til studentene må vi se til de konstruktivistiske ideene for å få svar på dette. De legger som sagt vekt på at det lærende individet selv er *aktivt* i læringsprosessen. Med andre ord bør de lage dette regnearket selv. Likevel skal de ikke være helt uten hjelp, de må få et *stillas*. Dette stillaset kan bestå av hint om hvordan dette regnearket kan utformes på en mest mulig hensiktsmessig måte. Dette vil spare dem for tid og unødvendig frustrasjon.

I tillegg er det viktig at de arbeider i grupper. To studenter kan ha en ulik tilnæringsmåte til hvordan regnearket skal utformes og de kan derfor få hverandre ut av *likevekt*. Både Ausubel og Vygotsky legger vekt på viktigheten av språket i læringen og det er derfor viktig at studentene har noen andre å diskutere ideene sine med.

# Kapittel 6

## Konklusjon

Hovedhensikten med denne oppgaven var å lage en laboratorieveiledning. I forbindelse med dette ble tre metoder testet ut, hvorav en ble forkastet. De to gjenstående var metoden med kun magnetisk felt, der man kun benyttet ett punkt for å estimere sirkelen, og kryssede E- og B-felt. Det ble også testet om det var nødvendig å ha et amperemeter i kretsen, noe som viste seg å stemme for den sistnevnte metoden. Det var derimot mer usikkert om det virkelig var nødvendig i metoden med kun magnetisk felt.

Dersom man sammenligner resultatene til disse to metodene ser man at kun metoden med magnetisk felt fikk den kjente verdien innenfor usikkerhetsintervallet. Likevel var usikkerheten en størrelsesorden større enn usikkerheten man fikk ved metoden med kryssede felt. Denne ville derimot blitt lavere dersom usikkerheten til avlesningen av  $y$  hadde blitt forminskert slik usikkerhetsbudsjettet anbefalte. Det er likevel gjort færre målinger med metoden med kun magnetisk felt enn den siste metoden og det er derfor vanskelig å si om forskjellen mellom metodene er en tilfeldighet eller ikke. Begge metodene virker gode, men metoden med kun magnetisk felt synes å være best. De systematiske feilene som kom i metoden med kun magnetisk felt kan man unngå ved å lese av for høyere  $x$ -verdier. En annen fordel er at metoden kun krever én høyspenningskilde og det vil derfor være rimeligere i innkjøp. Man kan altså på grunnlag av dette konkludere med at studentene skal benytte metoden med kun magnetisk felt.

I kapittel 5 ble hovedintensjonen med laboratorieøvelsen diskutert og man kom fram til at studentene skulle måle på en interessant fysisk størrelse og lære å behandle resultatene på en fornuftig måte. Dette innebar blant annet å kunne finne usikkerhetene til forholdet  $\frac{e}{m}$  når de forskjellige variablene hadde ulik følsomhet. Man skulle dessuten ende opp med én verdi for forholdet med usikkerhet. For å få en verdi av mange verdier, som har ulik usikkerhet, var det nødvendig å ta vektet gjennomsnitt og standardavvik. I denne oppgaven var det essensielt å frambringe fornuftige diagrammer der man kunne avsløre trender og systematiske feil, ettersom det var disse som var grunnlaget for å kutte ut noen av verdiene i utregningen av vektet gjennomsnitt og standardavvik. Dersom studentene skal ha den samme muligheten er det vesentlig at de lager slike diagrammer. Dessuten er det mer hensiktsmessig å vise resultatene visuelt i motsetning til å vise disse i en tabell.

Som det ble diskutert i didaktikkdelen vil laboratorieveiledningen inneholde en grundig beskrivelse av teorien, både angående forholdet og usikkerhetsberegningene. Uttrykket for sammensatt usikkerhet vil bli gjennomgått i teoridelen, i tillegg til uttrykkene for vektet gjennomsnitt og standardavvik.

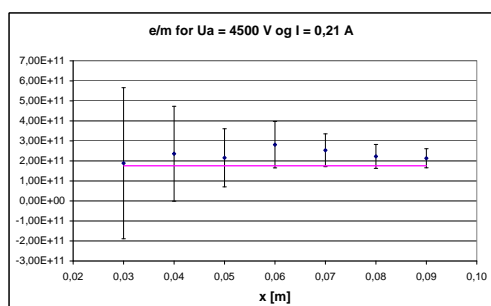
Regneark ble diskutert som et nyttig verktøy i forbindelse med datainnsamling og beregninger. I den forbindelse ble det diskutert hvorvidt dette regnearket skulle deles ut til studentene eller ikke. Det ble konkludert med at studentene selv skulle konstruere dette, men at de skulle få noen hint som *stillas*.



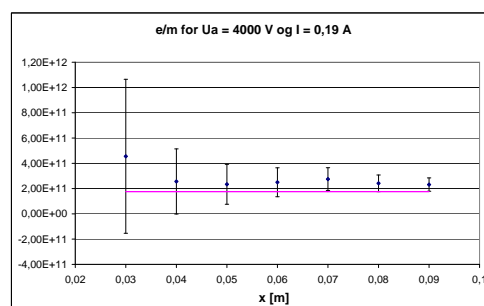
# Tillegg A

## Målinger med kun magnetisk felt oppdelt i serier

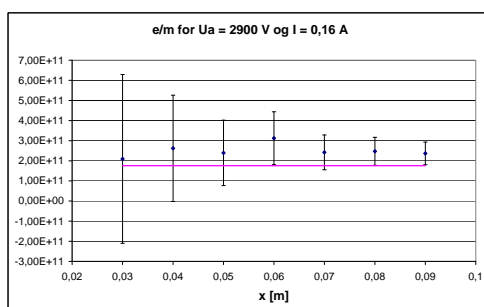
Først målinger uten amperemeter, figur A



(a)

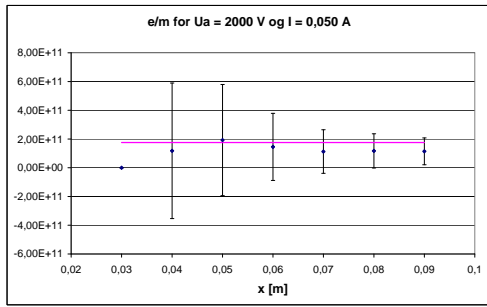


(b)

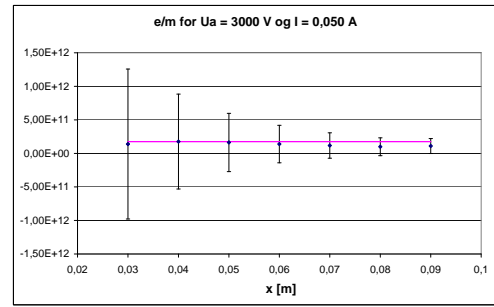


(c)

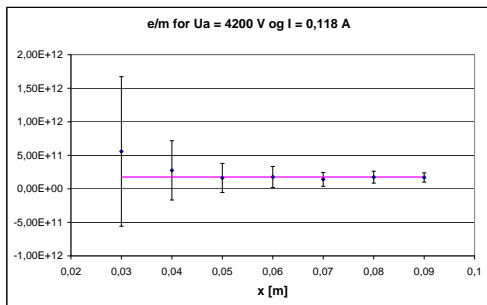
Figur A.1: Spenningen  $U_A$  og strømmen  $I$  blir holdt konstant (uten amperemeter); (a)  $U_A = 4500$  V og  $I = 0,21$  A, (b)  $U_A = 4000$  V og  $I = 0,19$  A og (c)  $U_A = 2900$  V og  $I = 0,16$  A. Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



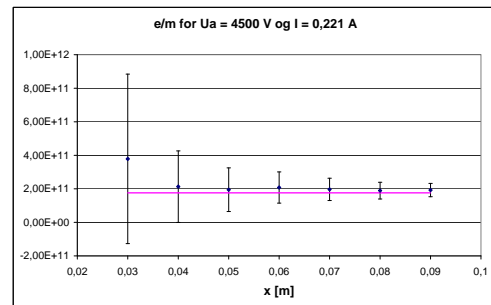
(a)



(b)

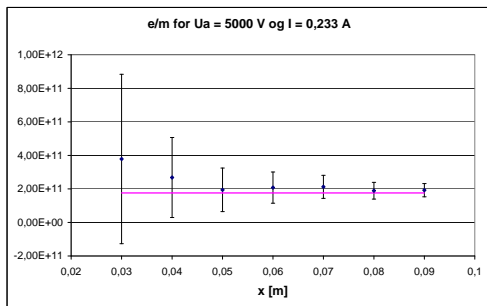


(c)

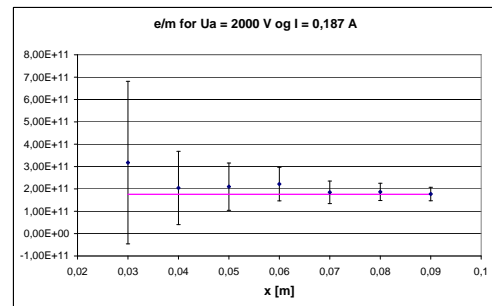


(d)

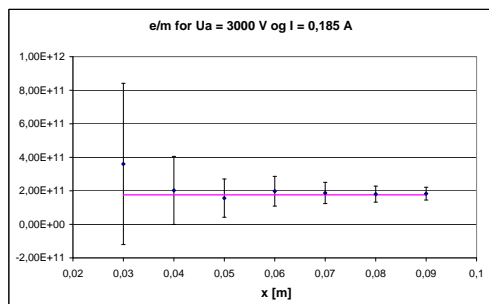
Figur A.2: Spenningen  $U_A$  og strømmen  $I$  blir holdt konstant (med amperemeter); (a)  $U_A = 2000 \text{ V}$  og  $I = 0,050 \text{ A}$ , (b)  $U_A = 3000 \text{ V}$  og  $I = 0,050 \text{ A}$ , (c)  $U_A = 4200 \text{ V}$  og  $I = 0,118 \text{ A}$  og (d)  $U_A = 4500 \text{ V}$  og  $I = 0,221 \text{ A}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



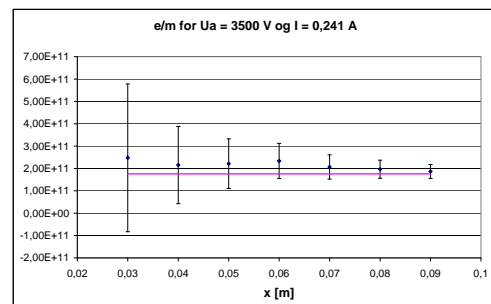
(a)



(b)

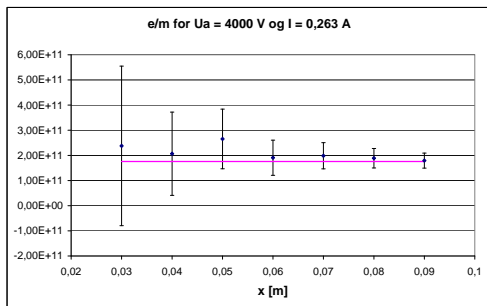


(c)

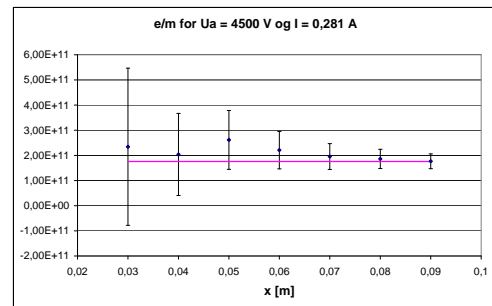


(d)

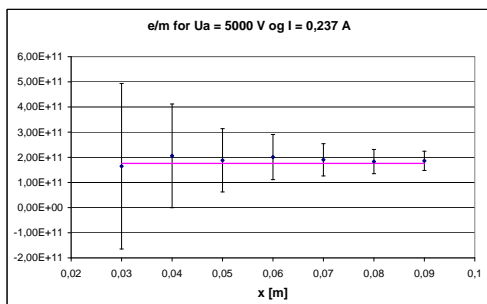
Figur A.3: Spenningen  $U_A$  og strømmen  $I$  blir holdt konstant (med amperemeter); (a)  $U_A = 5000 \text{ V}$  og  $I = 0,233 \text{ A}$ , (b)  $U_A = 2000 \text{ V}$  og  $I = 0,187 \text{ A}$ , (c)  $U_A = 3000 \text{ V}$  og  $I = 0,185 \text{ A}$  og (d)  $U_A = 3500 \text{ V}$  og  $I = 0,241 \text{ A}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



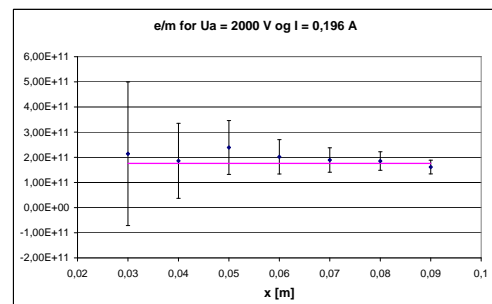
(a)



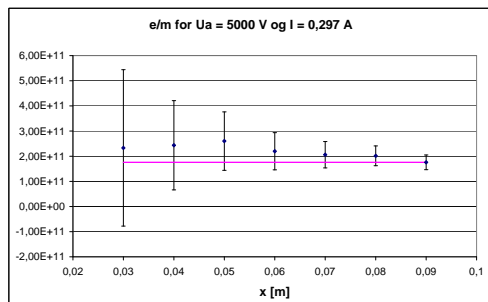
(b)



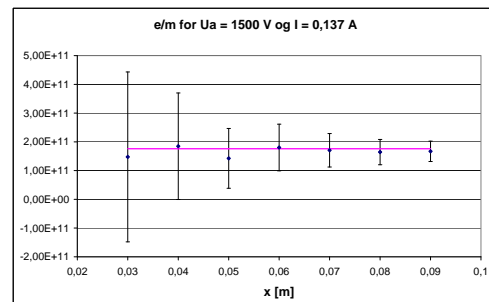
(c)



(d)



(e)

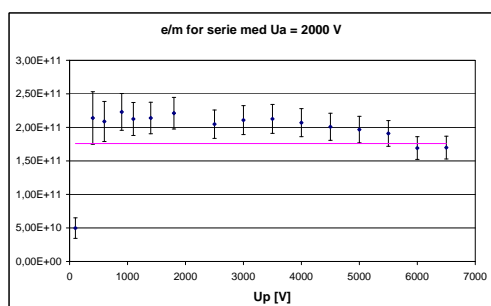


(f)

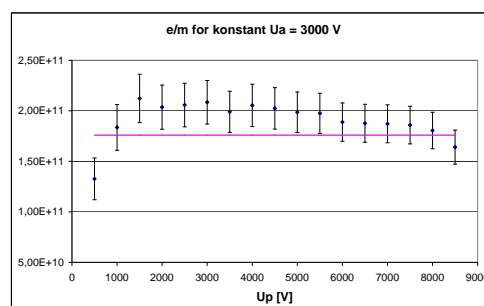
Figur A.4: Spenningen  $U_A$  og strømmen  $I$  blir holdt konstant (med amperemeter); (a)  $U_A = 4000 \text{ V}$  og  $I = 0,263 \text{ A}$ , (b)  $U_A = 4500 \text{ V}$  og  $I = 0,281 \text{ A}$ , (c)  $U_A = 5000 \text{ V}$  og  $I = 0,237 \text{ A}$ , (d)  $U_A = 2000 \text{ V}$  og  $I = 0,196 \text{ A}$ , (e)  $U_A = 5000 \text{ V}$  og  $I = 0,297 \text{ A}$  og (f)  $U_A = 1500 \text{ V}$  og  $I = 0,137 \text{ A}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.

# Tillegg B

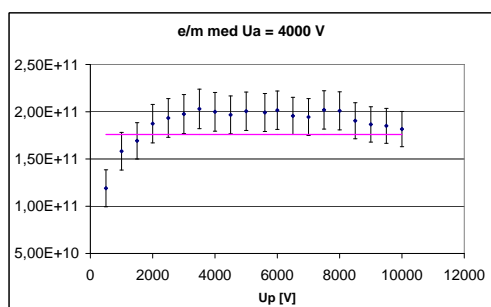
## Målinger med kryssede E-felt og B-felt med amperemeter



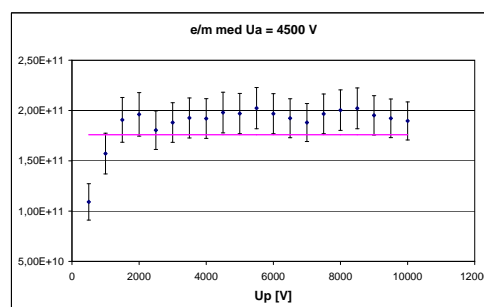
(a)



(b)

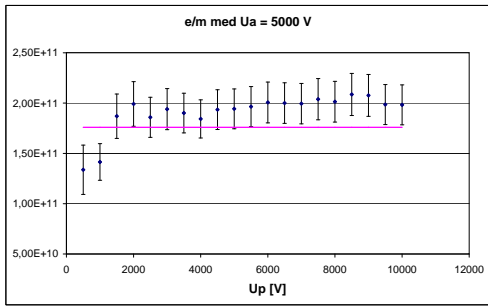


(c)

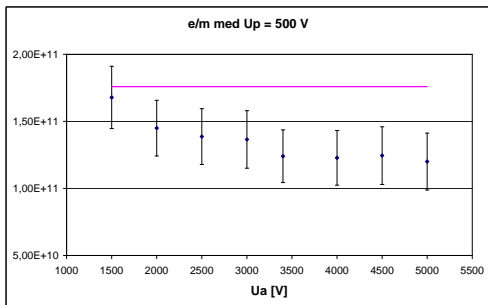


(d)

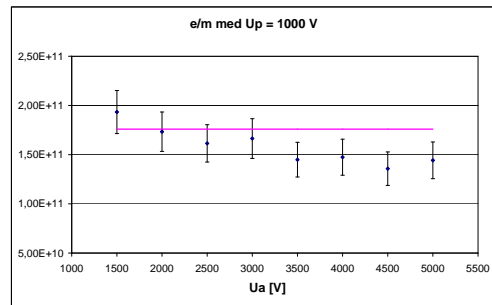
Figur B.1: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $U_A$  (med amperemeter); (a)  $U_A = 2000$  V, (b)  $U_A = 3000$  V, (c)  $U_A = 4000$  V og (d)  $U_A = 4500$  V. Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



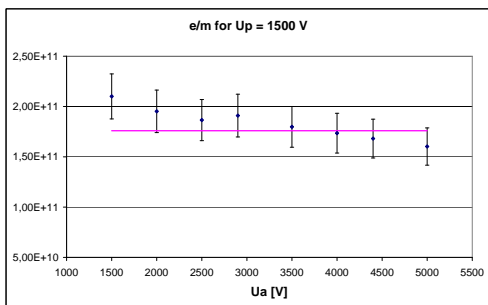
Figur B.2: Målinger av  $\frac{e}{m}$  der  $U_A = 5000 V$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



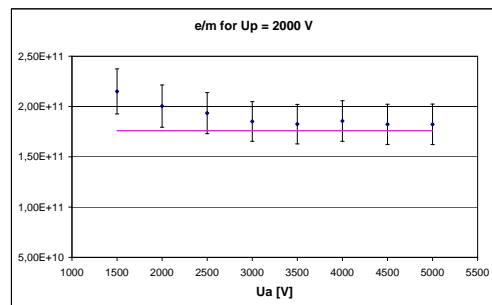
(a)



(b)

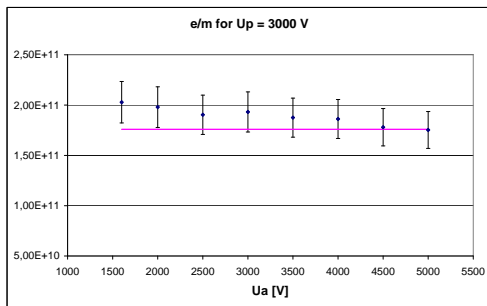


(c)

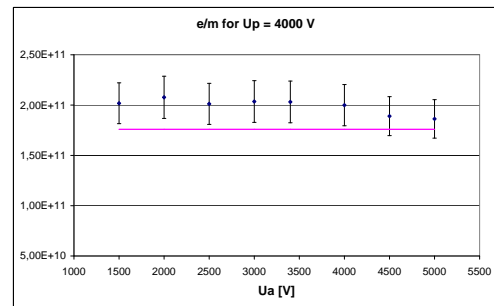


(d)

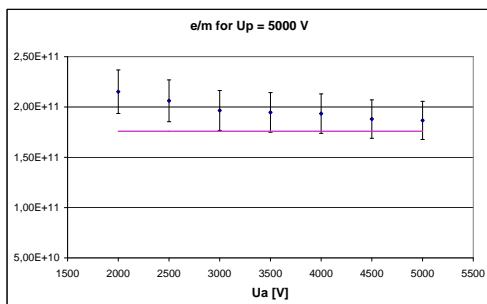
Figur B.3: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $U_P$  (med amperemeter); (a)  $U_P = 500 V$ , (b)  $U_P = 1000 V$ , (c)  $U_P = 1500 V$  og (d)  $U_P = 2000 V$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



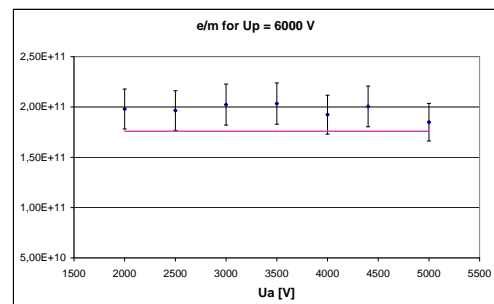
(a)



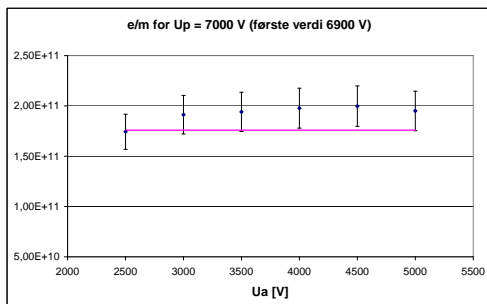
(b)



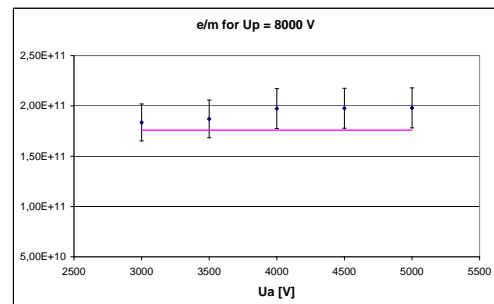
(c)



(d)

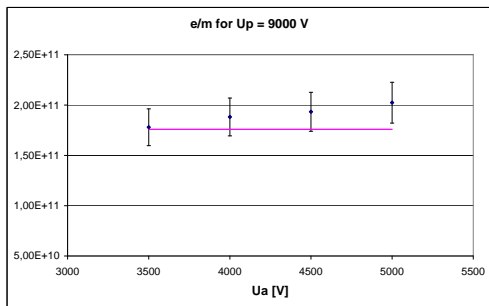


(e)

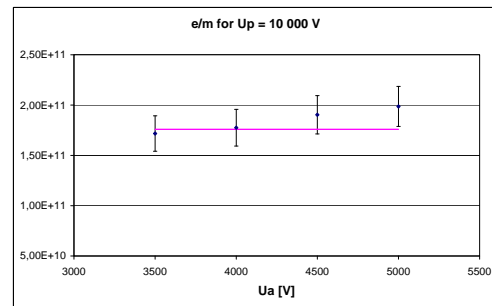


(f)

Figur B.4: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $U_P$  (med amperemeter); (a)  $U_P = 3000 \text{ V}$ , (b)  $U_P = 4000 \text{ V}$ , (c)  $U_P = 5000 \text{ V}$ , (d)  $U_P = 6000 \text{ V}$ , (e)  $U_P = 7000 \text{ V}$  og (f)  $U_P = 8000 \text{ V}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.

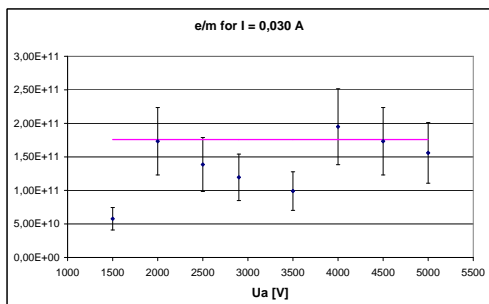


(a)

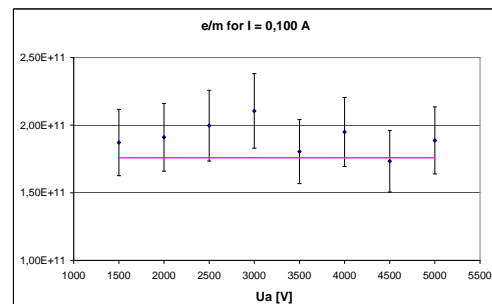


(b)

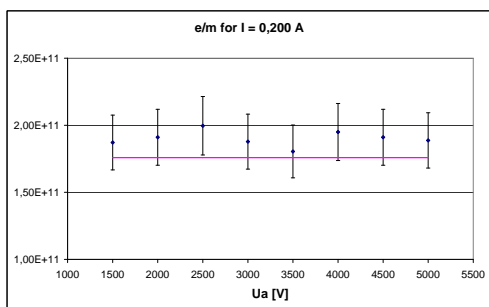
Figur B.5: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $U_P$  (med amperemeter); (a)  $U_P = 9000 \text{ V}$  og (b)  $U_P = 10000 \text{ V}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



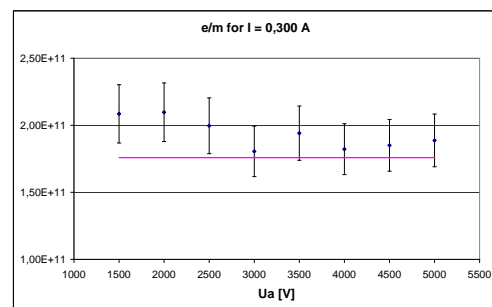
(a)



(b)



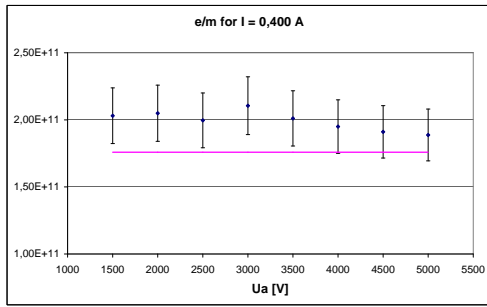
(c)



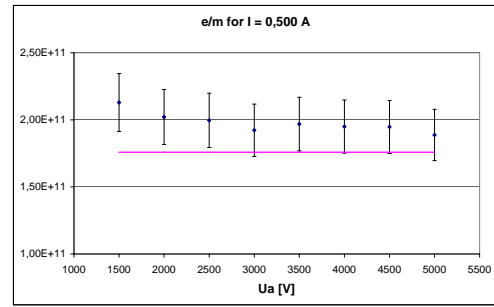
(d)

Figur B.6: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $I$  (med amperemeter); (a)  $I = 0,030 \text{ A}$  (b)  $I = 0,100 \text{ A}$ , (c)  $I = 0,200 \text{ A}$  og (d)  $I = 0,300 \text{ A}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.

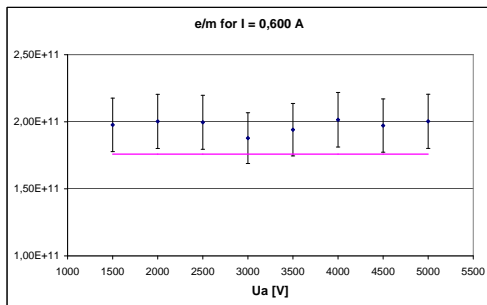




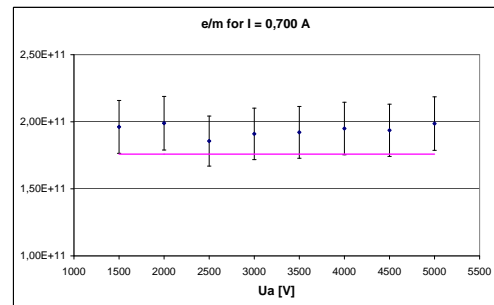
(a)



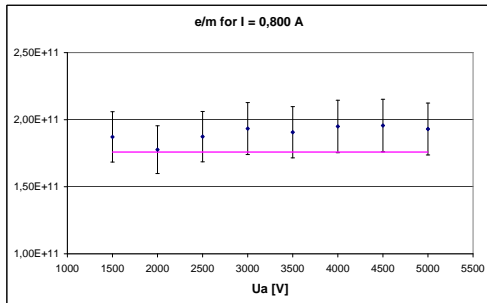
(b)



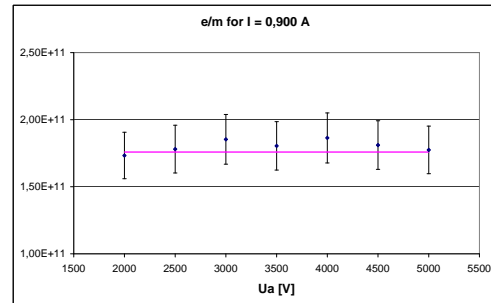
(c)



(d)

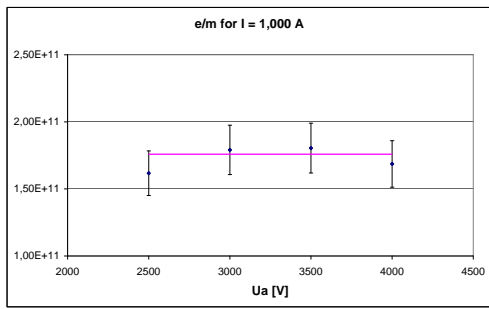


(e)

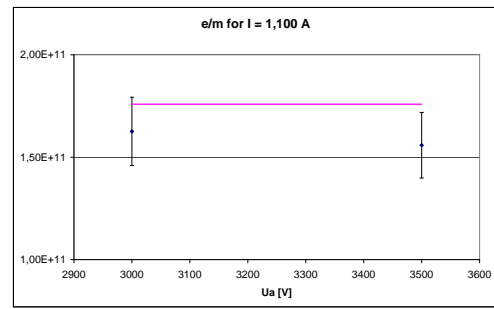


(f)

Figur B.7: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $I$  (med amperemeter); (a)  $I = 0,400 A$  (b)  $I = 0,500 A$ , (c)  $I = 0,600 A$ , (d)  $I = 0,700 A$ , (e)  $I = 0,800 A$  og (f)  $I = 0,900 A$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



(a)



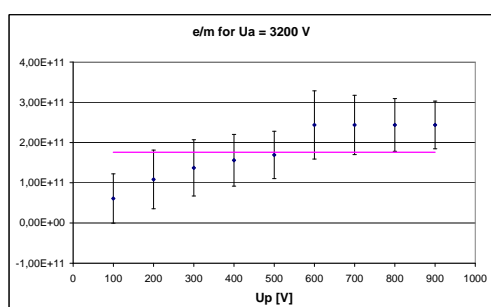
(b)

Figur B.8: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $I$  (med amperemeter); (a)  $I = 1,000 \text{ A}$  og (b)  $I = 1,100 \text{ A}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.

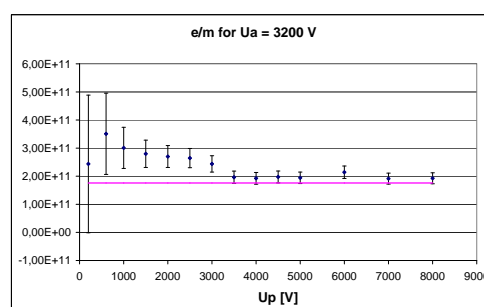
# Tillegg C

## Målinger med kryssede E-felt og B-felt uten amperemeter

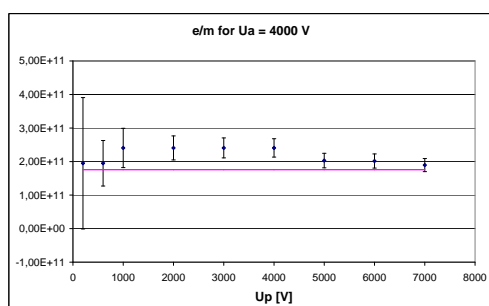
Her er resultatene fra målingene uten amperemeter:



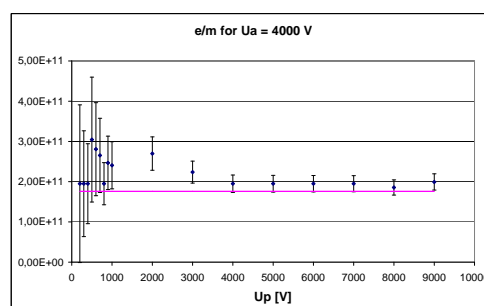
(a)



(b)

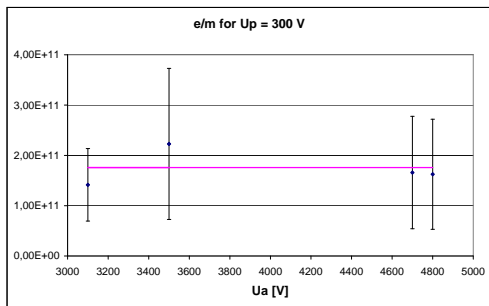


(c)

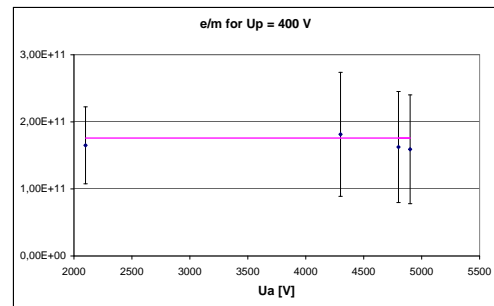


(d)

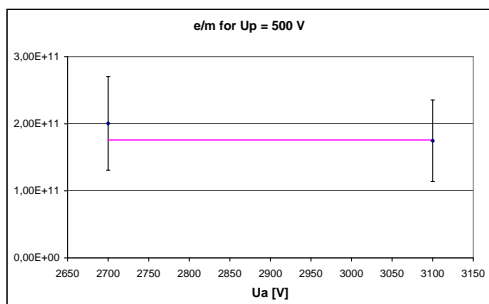
Figur C.1: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $U_A$  (uten amperemeter); (a) og (b)  $U_A = 3200$  V, (c) og (d)  $U_A = 4000$  V. Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



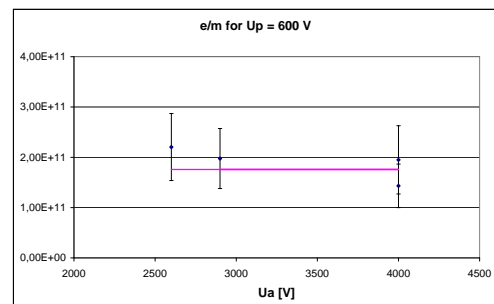
(a)



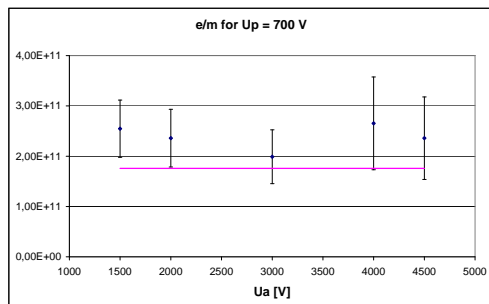
(b)



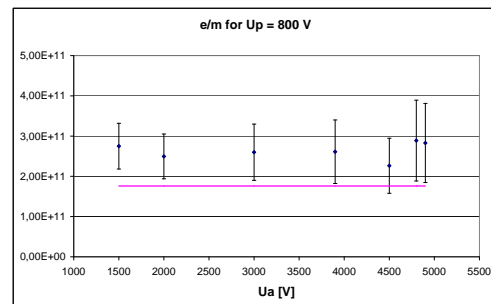
(c)



(d)

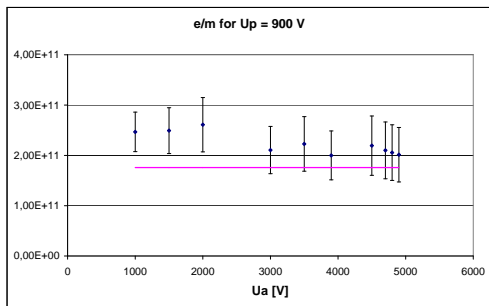


(e)

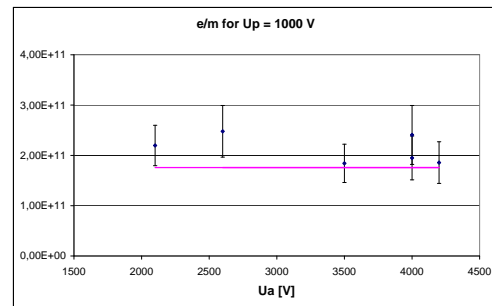


(f)

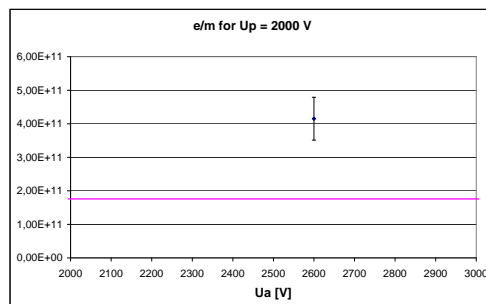
Figur C.2: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $U_P$  (uten amperemeter); (a)  $U_P = 300 \text{ V}$ , (b)  $U_P = 400 \text{ V}$ , (c)  $U_P = 500 \text{ V}$ , (d)  $U_P = 600 \text{ V}$ , (e)  $U_P = 700 \text{ V}$  og (f)  $U_P = 800 \text{ V}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



(a)

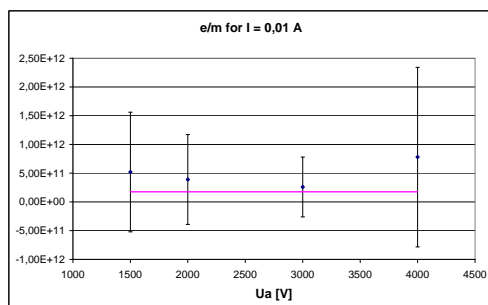


(b)

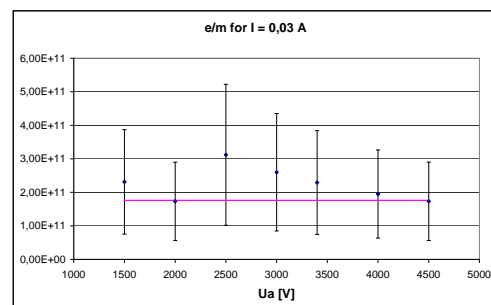


(c)

Figur C.3: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $U_P$  (uten amperemeter); (a)  $U_P = 900 \text{ V}$ , (b)  $U_P = 1000 \text{ V}$  og (c)  $U_P = 2000 \text{ V}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.

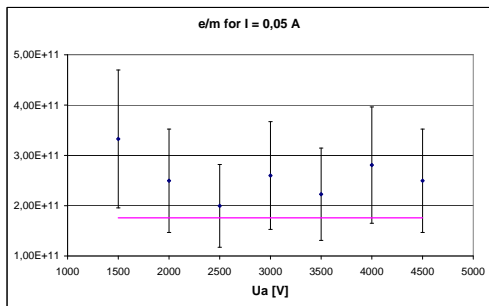


(a)

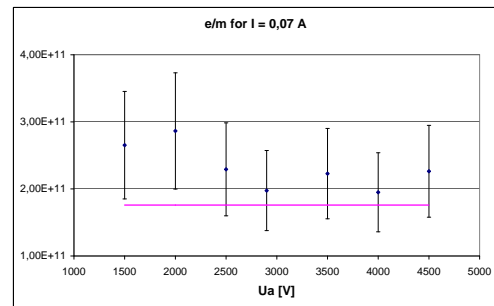


(b)

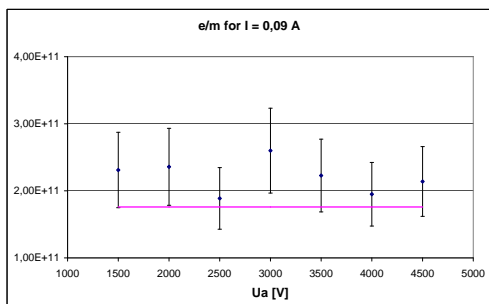
Figur C.4: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $I$  (uten amperemeter); (a)  $I = 0,01 \text{ A}$  (legg spesielt merke til skalaen på y-aksen) og (b)  $I = 0,03 \text{ A}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



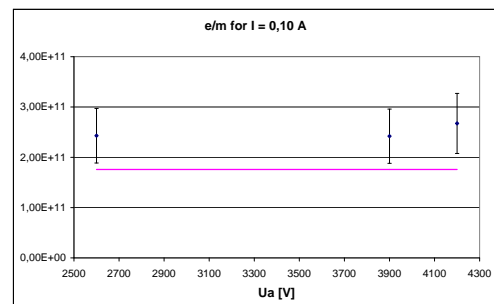
(a)



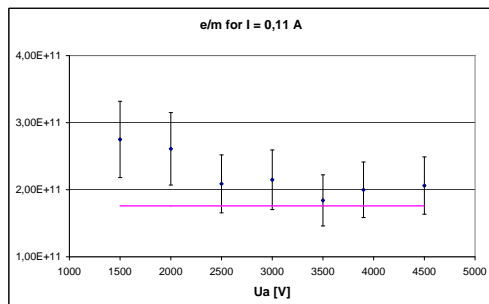
(b)



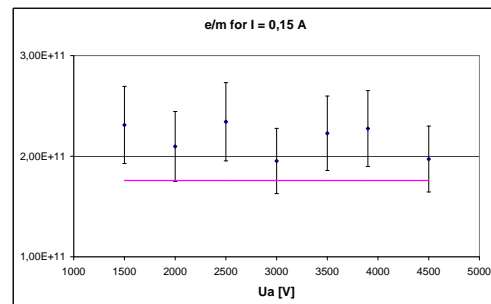
(c)



(d)

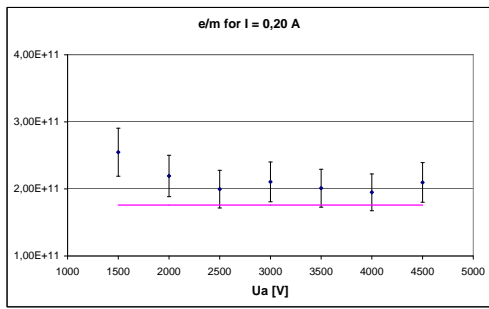


(e)

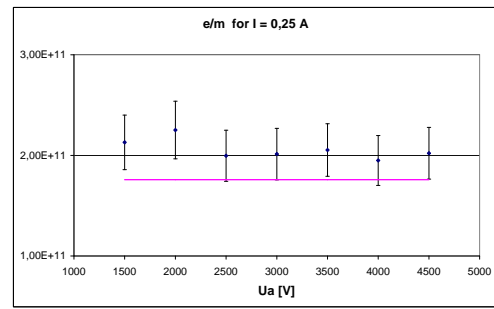


(f)

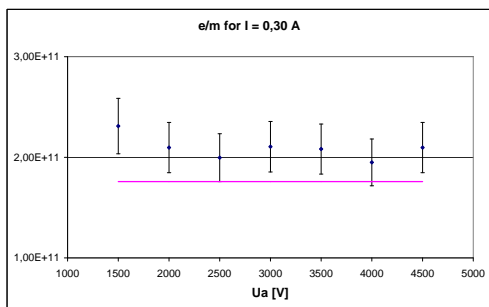
Figur C.5: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $I$  (uten amperemeter); (a)  $I = 0,05 A$ , (b)  $I = 0,07 A$ , (c)  $I = 0,09 A$ , (d)  $I = 0,10 A$ , (e)  $I = 0,11 A$  og (f)  $I = 0,15 A$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



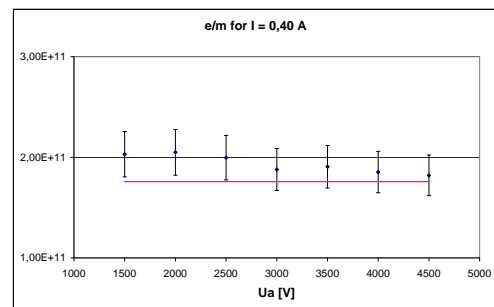
(a)



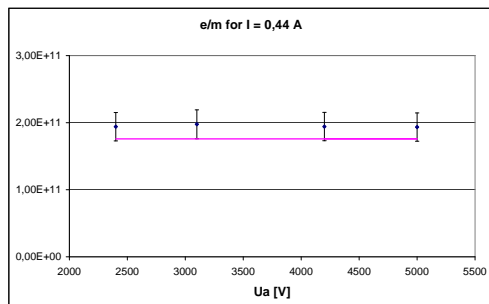
(b)



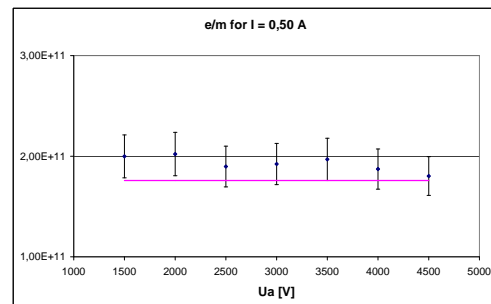
(c)



(d)

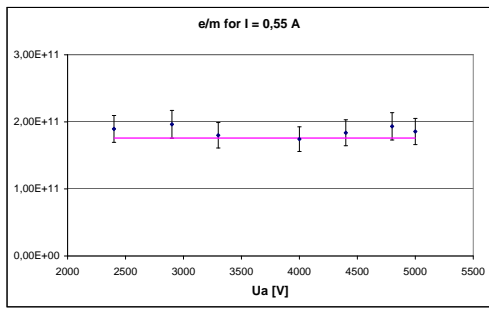


(e)

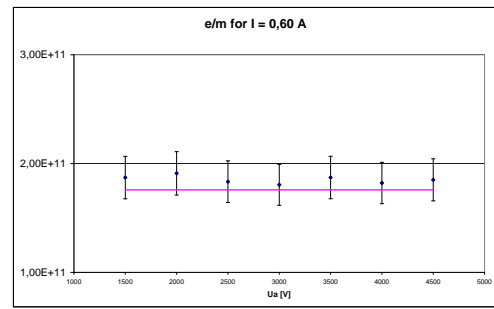


(f)

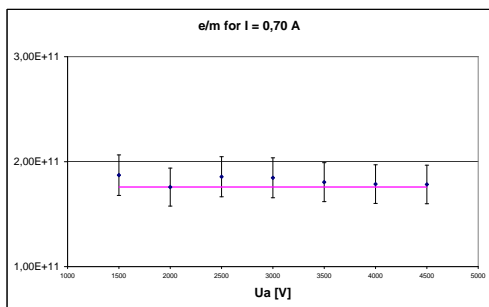
Figur C.6: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $I$  (uten amperemeter); (a)  $I = 0,20 A$ , (b)  $I = 0,25 A$ , (c)  $I = 0,30 A$ , (d)  $I = 0,40 A$ , (e)  $I = 0,44 A$  og (f)  $I = 0,50 A$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.



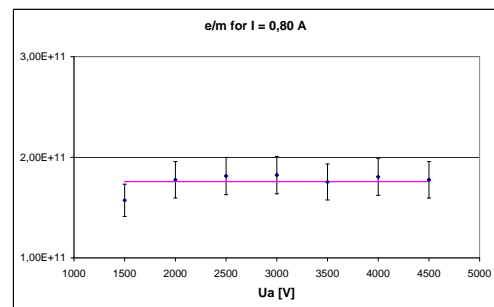
(a)



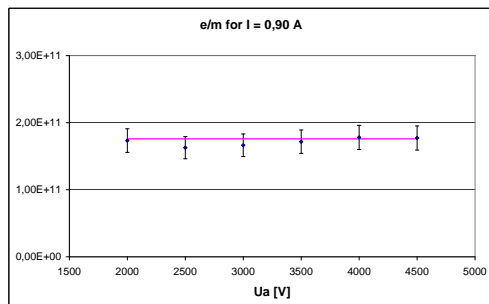
(b)



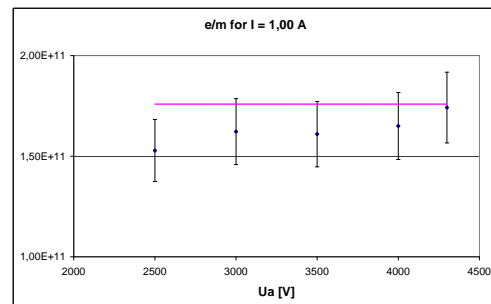
(c)



(d)



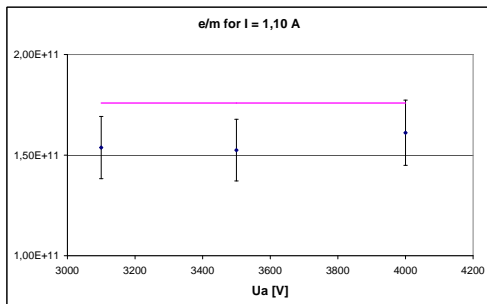
(e)



(f)

Figur C.7: Målinger av  $\frac{e}{m}$  for forskjellige verdier av  $I$  (uten amperemeter); (a)  $I = 0,55 A$ , (b)  $I = 0,60 A$ , (c)  $I = 0,70 A$ , (d)  $I = 0,80 A$ , (e)  $I = 0,90 A$  og (f)  $I = 1,00 A$  (legg merke til skalaen på y-aksen). Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.





Figur C.8: Måling av  $\frac{e}{m}$  (uten amperemeter) for  $I = 1,10 \text{ A}$ . Den heltrukne linjen er forholdets kjente verdi.

# Tillegg D

## Laboratorieveiledning: Måling av forholdet mellom elektronets ladning og masse

### D.1 Innledning

I denne øvelsen skal dere finne forholdet mellom elektronets ladning og masse,  $\frac{e}{m}$ , ved å måle avbøyningen av en elektronstråle i et magnetisk felt. Foruten å finne en interessant fysisk størrelse er poenget med denne oppgaven å trene på å behandle resultater på en hensiktsmessig måte. Dette innebærer blant annet å identifisere, estimere, kontrollere og vurdere usikkerheter. I tillegg til å finne én verdi for forholdet med usikkerhet er det også viktig at dere viser resultatene på en hensiktsmessig måte.

I teoridelen vil fet skrift bli benyttet for å definere vektorer.

### D.2 Teori

#### D.2.1 Den kjente verdien av forholdet

Ladningen og massen til elektronet har lenge vært kjent og forholdet mellom dem er:

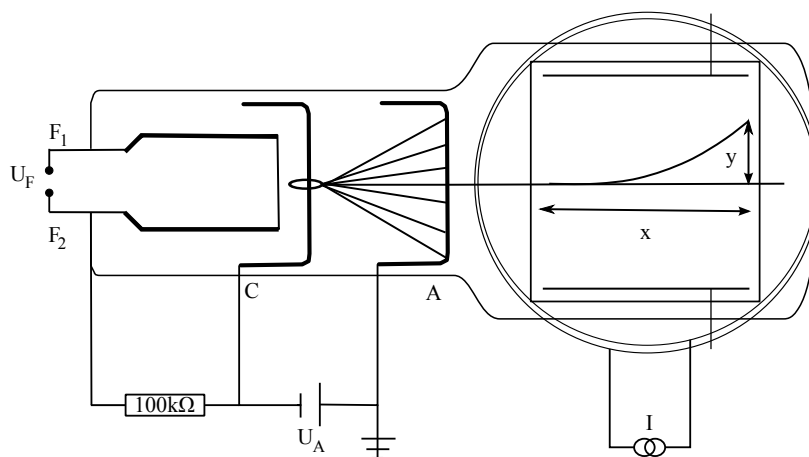
$$\frac{e}{m} = 1,75882015 \cdot 10^{11} \left[ \frac{C}{kg} \right] \quad (D.1)$$

## D.2.2 Avbøyning i et magnetisk felt - Oppsett og forkortelser

Oppkoblingen av utstyret i denne øvelsen er vist i figur D.1. Dette er egentlig et bilde av oppsettet når man benytter *både* et magnetisk og et elektrisk felt. Dere skal *kun* ha et magnetisk felt og høyspenningskilden til venstre i figuren skal derfor ikke kobles til. I tillegg kan det være nyttig å koble spolene i serie, i stedet for i parallell, for lettere å kontrollere strømmen gjennom dem. Figur D.2 viser det skjematiske oppsettet av øvelsen.



Figur D.1: Bilde som viser alle koblinger. To endringer bør foretas; spolene bør kobles i serie og høyspenningskilden til venstre skal ikke kobles til. Bilde: Leybold Didactic [1].



Figur D.2: Oppsett for målinger med kun magnetisk felt.

Forklaring av forkortelser brukt i disse figurene og videre i laboratorieveiledningen:

1.  $F_1, F_2$  og  $U_F$ : *Tilkoblingspunkter* for *spenning* som skal løsrive elektroner.
2.  $C$  er *katoden* og  $A$  er *anoden*, *spenningen*  $U_A$  er spenningen som sørger for at elektronene akselereres.
3.  $x$  er avstanden fra det stedet der elektronstrålen først blir påvirket av det magnetiske feltet.
4.  $y$  er avstanden fra  $x$ -aksen til den avbøyde elektronstrålen.

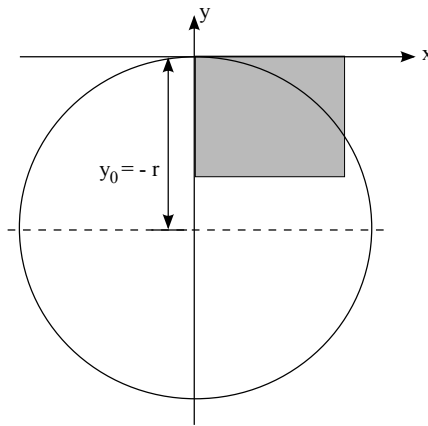
### D.2.3 Avbøyning i et magnetisk felt - Teori

Kraften på en ladning som beveger seg i et magnetisk felt er gitt ved:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (\text{D.2})$$

En ladning som beveger seg med konstant fart i et homogent magnetisk felt vil bevege seg i en sirkelbane gitt ved uttrykket:

$$r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \quad (\text{D.3})$$



Figur D.3: Sirkel med sentrum,  $x_0 = 0$  og  $y_0 = -r$ . Når man ser på avbøyningen i det magnetiske feltet ser man en bane lik den som er i den grå ruten.

Her antas det, som vist i figur D.3, at elektronene kommer inn langs  $x$ -aksen og at  $y$  begynner der  $B$ -feltet begynner. Da vil  $x_0 = 0$  og  $y_0 = -r$  i likning (D.3) og  $r$  kan uttrykkes som

$$r = -\frac{x^2 + y^2}{2y} \quad (\text{D.4})$$

Elektronene blir akselerert av spenningen  $U_A$  mellom katoden og anoden. Potensialet gir en potensiell energi lik  $E_p = eU_A$ . Det er vakuum i katodestrålerøret, det vil si at elektronet beveger seg uten å kolliderer eller vekselvirke med andre partikler. Dette gir at mekanisk energi er bevart og man får at all den potensielle energien går over til kinetisk energi, noe som gir:

$$eU_A = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{D.5})$$

Kraften som virker på elektronet når elektronet kommer inn i B-feltet er gitt ved (D.2). I dette tilfellet er farten og magnetfeltet vinkelrett på hverandre noe som medfører at  $F = evB$ . Siden elektronet beveger seg i sirkelbane er sentripetalakselerasjonen gitt ved radien og hastigheten slik:

$$a_{\text{sentripetal}} = \frac{v^2}{r} \quad (\text{D.6})$$

og man får likningen:

$$m\frac{v^2}{r} = evB \quad (\text{D.7})$$

Likningene (D.5) og (D.7) utgjør to likninger som begge inneholder de to ukjente parametrene  $v$  og  $\frac{e}{m}$ . Dersom man eliminerer  $v$  får man dette uttrykket:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_A}{(rB)^2} \quad (\text{D.8})$$

Setter man inn uttrykket for  $r$  fra likning (D.4) får man:

$$\frac{e}{m} = 8\frac{U_A y^2}{B^2(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{D.9})$$

Magnetfeltstyrken,  $B$ , gjennom Helmholtzspoler er:

$$B = 4,6038 \cdot 10^{-3} I \left[ \frac{T}{A} \right] \quad (\text{D.10})$$

Setter man denne verdien for  $B$  inn i likning (D.9) får man:

$$\frac{e}{m} \approx 3,7744 \cdot 10^5 \frac{U_A y^2}{I^2(x^2 + y^2)^2} \left[ \frac{A^2}{T^2} \right] \quad (\text{D.11})$$

Her kan man ved å stille inn  $U_A$  og  $I$  på en vilkårlig verdi og lese av avbøyningen i et av punktene finne forholdet  $\frac{e}{m}$ .

## D.2.4 Behandling av usikkerheter

Usikkerheten til en verdi som vises digitalt på et apparat kan man finne i brukermanualen til apparatet. Dersom en verdi er lest av manuelt må usikkerheten til denne estimeres. Dette kan gjøres på flere måter; man kan lese av flere ganger og finne gjennomsnittet og standardavviket til den avleste verdien eller man kan argumentere for hvor nøyaktig man mener det er mulig å lese av. Når usikkerheten til alle parameterne er funnet kan man også finne usikkerheten,  $u$ , til et sammensatt uttrykk,  $f$ . Uttrykket vil ikke være like følsomt for endring i de forskjellige parameterne, noen bidrar mye og andre bidrar lite. Det vil si at en liten feil i én parameter kan ha mye å si for feilen i det beregnede uttrykket, mens andre parametre kan ha stor feil uten at dette innvirker noe nevneverdig på verdien av uttrykket. Uttrykket for sammensatt usikkerhet i likning (D.12) tar hensyn til dette.

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 u^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 u^2(x_2) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)^2 u^2(x_3) + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 u^2(x_n)} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)} \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

Den deriverte uttrykker følsomheten til endring i en variabel. Dersom de ulike parametrene er ukorrelerte kan man benytte den partiellderiverte. Med andre ord blir følsomhetsfaktorene:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (\text{D.13})$$

Her står  $f$  for uttrykket  $\frac{e}{m}$  og  $x_i$  er den aktuelle parameter. Dersom usikkerheten tilhørende den  $i$ -te parameteren,  $u_i$ , er stor bør denne faktoren veie tyngre enn hvis den er liten. Derfor finner man produktet av disse,  $\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u_i$ . Dette produktet kvadreres igjen av to årsaker. For det første kan den partiellderiverte være negativ og summering av leddene ville da føre til kansellering og dermed lavere usikkerhet, noe som er uheldig. For det andre vil man at stor følsomhet og stor usikkerhet skal veie mer enn lav følsomhet og lav usikkerhet noe man får dersom man kvadrerer disse. Etter at man har summert alle bidragene tar man roten av dette for å få riktig størrelsesorden og dimensjon.

Hver avlesning av  $I$ ,  $U_A$  og avbøyningen  $(x, y)$  resulterer i en verdi av forholdet med usikkerhet. For å ende opp med én verdi som kan representere hele måleserien må man finne gjennomsnittet og standardavviket. Man ønsker som regel at verdier med stor usikkerhet skal legges mindre vekt på en målinger med liten usikkerhet, derfor finner man *vektet* gjennomsnitt og standardavvik. Uttrykkene for disse er vist i likningene (D.14) og (D.15).

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{s_i^2} \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{s_i^2} \right)} \quad (\text{D.14})$$

$$s = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{s_i^2} \right)}} \quad (\text{D.15})$$

Her er  $x_i$  den  $i$ -te verdien av forholdet  $\frac{e}{m}$  og  $s_i$  usikkerheten til  $x_i$ . Prinsippet bak uttrykket for vektet gjennomsnitt er minste kvadraters metode. I minste kvadraters metode defineres en funksjon,  $S$ , som summerer avstandene de målte punktene,  $x_i$ , har til den verdien som skal representere hele måleserien,  $X$ :

$$S = \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - X}{s_i} \right)^2 \quad (\text{D.16})$$

Bakgrunnen for  $S$  vil ikke bli gjennomgått her, men det vil bli sannsynliggjort hvorfor uttrykket ser ut som det gjør. Hvis alle verdiene er like som den verdien som representerer hele måleserien vil denne summen bli null. Dersom avvikene er store blir summen stor. Man ønsker å finne minimum av dette uttrykket, det finner man dersom man regner ut nullpunktet av den deriverte,  $\frac{\partial S(X)}{\partial X}$ . Ved ganske lite regning kommer man da fram til likning (3.3)[7].

Vektet standardavvik finner man dersom man setter det vektete gjennomsnittet fra likning (D.14) inn i feilpropageringsformelen, som tilsvareer formelen for sammensatt usikkerhet i likning (D.12).

$$\begin{aligned} s^2 &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \bar{x}}{\partial x_i} s_i \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \left( s_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{s_i^2} \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{s_i^2} \right)} \right) \right)^2 \\ &= \frac{1}{\left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2} \right)^2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^4} s_i^2 \\ &= \frac{1}{\left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2} \right)^2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2} \\ &= \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i^2}} \end{aligned} \quad (\text{D.17})$$

Vektingen kan gjøres i to steg:

1. Finne vektet gjennomsnitt av forholdet  $\frac{e}{m}$  og standardavviket i hver serie.
2. For å finne *en* endelig verdi kan de resulterende vektene fra punkt 1 bli vektet igjen eller alle observasjonene kan vektes som i punkt 1.

## D.3 Utførelse

Innledende spørsmål:

1. Hvilke feilkilder kan ha innvirkning på resultatene i denne øvelsen? Diskuter.
2. Hva kan gjøres for å forminske disse? Diskuter.

Alle nummererte spørsmål skal besvares i rapporten.

### D.3.1 Sikkerhet

I denne øvelsen skal det blant annet benyttes en høyspenningskilde. Når det er høy spenning er det en potensiell fare for at støt fører til sterke strømmer gjennom kroppen. For å unngå å få strøm gjennom hjertet er et gammelt råd at man har en hånd i lommen etter at strømmen er skrudd på. Det er individuelt hvor mye en person tåler, så utgangspunktet er at man skal gjøre mest mulig for å unngå at noen får støt.

Det er også fare for overslagsspenninger fordi kablene kun er konstruert for spenninger under 1000 V. Av denne grunn anbefales det at man rydder kablene unna for at man skal *unngå* at noen tar på disse når spenningen er stor. Det er også viktig at kablene som benyttes har beskyttelseshette. Dette reduserer faren for å komme borti de strømførende lederne. Oppsummert lyder forholdsreglene:

1. Bruk godkjente høyspenningskabler (med beskyttelseshette).
2. Koble alt før apparatene slås på.
3. Rydd kablene mest mulig unna før apparatene slås på.
4. Begynn med null spenning og skru den forsiktig opp.
5. Hold en hånd i lomma etter at strømmen er slått på.



## D.3.2 Utstyr

Utstysrliste:

- Høyspenningsskilde  $\leq 10 \text{ kV}$ .
- To helmholtzspoler.
- Et katodestrålerør (Electron Deflection Tube) med stativ.
- Lavspenningsskilde.
- Godkjente høyspenningsskabler (med sikkerhetshette).
- Eventuelt

Oppkobling av utstyr kan man se på figur D.1 men her er en ytterligere forklaring:

1. Koble  $F_1$  og  $F_2$  med hver sin kabel (med beskyttelseshette) til uttakene på baksiden av høyspenningsskilden.
2. Koble + (pluss) på den ene kanalen til høyspenningsskilden til A (anoden) og koble - (minus) på samme kanal til C (katoden). Koble + (pluss) til jord. Denne skal kun gi  $U_A = 0 - 5 \text{ kV}$ .
3. Sett opp spolene på merkene H og koble disse i serie med lavspenningsskilden.

Utførelsen bør gjøres i denne rekkefølgen:

I Lag regneark

II Usikkerheter:

- Identifiser feilkilder
- Kontroller og forminske usikkerheter
  - Finn hvilke parametre som bidrar mest til usikkerheten. Tips: Gjør en måling og sett verdiene inn i et usikkerhetsbudsjett.
  - Gjør tiltak for å minske disse usikkerhetene
- Estimer den sammensatte usikkerheten.

III Gjør målinger

IV Lag diagrammer

V Finn vektet gjennomsnitt og standardavvik

### D.3.3 Lag regneark

Det mest effektive når man skal samle inn så mange verdier er å lage et regneark der man underveis kan sette inn verdiene man måler. Det er også nyttig å skrive inn usikkerhetene i dette regnearket og skrive inn formler som regner ut forholdet  $\frac{e}{m}$  og den sammensatte usikkerheten. Dersom dette er gjort på forhånd kan man underveis se hvordan verdiene blir. Dersom man ønsker å se om den kjente verdien er i usikkerhetsintervallet kan man legge inn to kolonner der man tar  $((e/m) - \Delta(e/m))$  i den ene og  $((e/m) + \Delta(e/m))$  i den andre og ha en kolonne med den kjente verdien ved siden av for lettere å se om den kjente verdien er i intervallet. Andre hint om hvordan dette regnearket kan settes opp:

- Dokumenter regnearket godt! Skriv hva som er i de forskjellige kolonnene, gjør det så oversiktlig at noen som ikke har sett det før skjønner oppsettet.
- Skriv inn variablene, usikkerheten og  $(cu)^2$  i kolonner etter hverandre. Skriv kolonne for forholdet og den sammensatte usikkerheten til slutt.
- Legg inn alle formler.
- Unngå å hoppe over rader (da blir det lettere å lage til diagrammer etterpå).
- Bruk ulike kantlinjer der det er hensiktsmessig.

### D.3.4 Målinger

Gjør minst 50 målinger. Målingene kan gjennomføres på ulik måte, men noen tips er:

- Begynn med  $U_A = 1,5 \text{ kV}$  og fortsett oppover i jevne steg.
- Skru strømmen  $I$  slik at du får en avbøyning som er lett å lese av. Gjerne så stor som mulig, men slik at du også kan lese av  $y$ -verdien til  $x = 9 \text{ cm}$ .
- Les gjerne av flere punkter for hver innstilling av spenning og strøm.
- Unngå å lese av  $y$ -verdiene ved  $x = 3 \text{ cm}$  og  $x = 4 \text{ cm}$ . *Hvorfor er det lurt å unngå disse?*

### D.3.5 Lag diagrammer

Etter at alle verdiene er skrevet inn i regnearket og forholdet og dets usikkerhet er regnet ut kan resultatene vises i diagrammer. Svar på de følgende spørsmålene:

3. Er det noen systematiske trender i materialet? Eventuelt hvilke?
4. Er det noen systematiske feil i materialet? Hva kan eventuelt være forklaringen på dette? Hva gjør dere med disse?

Lag hensiktsmessige diagrammer der dere viser resultatene med usikkerheter og gjerne sammenlignet med den kjente verdien av forholdet. Velg om dere vil ha alle resultatene i en figur og/eller om dere deler de opp i flere.

### Hvordan lage diagrammer med forskjellige usikkerhetsintervaller i Excel?

Her er en forklaring på hvordan man lager diagrammer som viser målinger og deres usikkerheter i Excel:

- A Merk de verdiene du vil ha som x- og y-verdier og trykk på diagramveiviseren.
- B Velg punktdiagram
  - (a) Dersom du vil ha flere serier trykker du på fanen “Serie” og fyller inn x-verdier og y-verdier til denne.
  - (b) Trykk neste og fyll inn den informasjonen du vil ha i diagrammet; diagramtittel, tittel på aksene og lignende.
  - (c) Trykk “Fullfør”.
- C Høyreklikk på punktene i diagrammet og velg “Formater dataserie...”.
- D Trykk på fanen “Y-feilfelt” og velg “Egendefinert”. Legg inn øvre usikkerhet ved å merke usikkerhetsverdiene. Gjør det samme for de nedre. Trykk så “ok”.

### D.3.6 Finn vektet gjennomsnitt og standardavvik

Også her er det lurt å bruke regnearket for å effektivisere arbeidet. Legg for eksempel til en kolonne for  $\frac{1}{s_i^2}$  og en kolonne der man ganger denne verdien med  $x_i$ , slik at den resulterende verdien blir  $\frac{x_i}{s_i^2}$ . Finn så vektet gjennomsnitt og standardavvik. Dersom dere fant noen systematiske feil bør dette tas hensyn til her.

# Bibliografi

- [1] Leybold Didactic. <http://www.ld-didactic.de/phk/produkte.asp?Overview=1&L=2>, april 2010. Og undersider.
- [2] Tipler P A og Llewellyn R A. *Modern Physics*. W.H. Freeman and Company, 2003.
- [3] Amsler C et al. (Particle Data Group). *Physics letters b667*. 1, 2008.
- [4] Alonso-Finn. *Fundamental University Physics - II Fields and Waves*. Addison-Wesley, 1967.
- [5] Leybold Didactic (LD), Leyboldstrasse 1, D-50354 Huerth. *Instruction sheet "Electron deflection tube" 555 624*.
- [6] Erdal A et al. Phys114 "grunnleggende målevitenskap - kompendium og laboratorieoppgaver". Upublisert, 2008.
- [7] Erdal A. Elementær innføring i sannsynlighetsregning og problemløsninger ved analyse av måleresultater. Scientific/technical report no, Fysisk institutt, Universitetet i Bergen, 1996.
- [8] Lyons L. *Statistics for nuclear and particle physicists*. Cambridge University Press, 1986.
- [9] Hobbs P V Wallace J M. *Atmospheric Science - An introductory survey*. Academic Press, 2 edition, 2006.
- [10] Kristensen T et al. Sikkerhetshefte. <http://naturfag.no/binfil/download.php?did=1431>, april 2010.
- [11] Sjøberg S. *Naturfag som allmenndannelse - en kritisk fagdidaktikk*. Universitetsforlaget, 2 edition, 2004.
- [12] Imsen G. *Elevenes verden*. Universitetsforlaget, 2005.
- [13] Elstad E og Turmo A. Hva er læringsstrategier?. In Elstad E og Turmo A, editor, *Læringsstrategier - Søkelys på lærernes praksis*, chapter 1, pages 13–26. Universitetsforlaget, 2006.
- [14] Skaalvik E M og Skaalvik S. *Skolen som læringsarena - Selvoppfatning, motivasjon og læring*. Universitetsforlaget, 2005.

- [15] Roe A. Leseopplæring og lesestrategier. In Elstad E og Turmo A, editor, *Læringsstrategier - Søkelys på lærerens praksis*, chapter 4, pages 67–92. Universitetsforlaget, 2006.