Matematikk i tenårene
– Matematikksamtalen som verktøy

Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Ines Haugland Rosef

Matematisk Institutt

Universitetet i Bergen

1. juni 2010

Takk til

Jeg vil takke veilederen min Christoph Kirfel, som har gitt meg god oppfølging gjennom hele prosessen frem til og med denne oppgaven samt fleksibilitet vist med tanke på utenlandsoppholdene. Jeg vil også takke Hop Ungdomsskole som lot meg delta i prosjektet om matematikksamtalen og som lot meg utføre egne samtaler med elevene senere. Takk sendes også til The Cape Academy of Mathematics, Science and Technology for at de lot meg utføre matematikksamtaler ved skolen, samt at de lot meg bruke fasiliteter ved skolen underveis. Jeg vil også takke mine foreldre Knut Rosef og Sølvi Haugland for den støtte og interesse de har vist for mine studier gjennom hele utdanningsløpet.

Innhold

Abstract

Matematikksamtaler slik begrepet blir brukt i denne teksten legger vekt på kommunikasjon og samarbeid mellom elever som vei til matematisk kunnskap, og bygger således på et sosiokulturelt læringssyn. Samtalene går ut på at elever blir tatt ut av klasserommet i små grupper der de diskuterer problemløsningsoppgaver. Denne teksten ser særlig på hvordan matematikksamtaler passer inn for elever i tenårene. I denne perioden går elevene gjennom en kognitiv utvikling fra barn til voksen der også evne til å tenke abstrakt utvikles. Denne utviklingen er en prosess som ikke inntreffer ved en gitt alder, noe som betyr at man i ett klasserom vil finne elever på ulike stadier. Gjennom presentasjon av generell teori sammen med ni utførte matematikksamtaler i to ulike land, Norge og Sør-Afrika, prøver teksten å vise hvordan tilpassing til elevers kognitive utvikling gjennom matematikksamtalen fremmer læring og forståelse for matematikk i tenårene, samt fremmer skolen og matematikklasserommet som arena for opplæring i demokrati. I tillegg vil elevene gjennom matematikksamtaler møte en matematikk som blir mer abstrakt i deres eget tempo. Elevene får også opplæring i samtaleteknikk, noe som gir dem et godt grunnlag for å lære matematikk, både i skolen nå, men også ved problemstillinger senere i livet. Teksten presenterer også hvordan læreren som ”leder” av samtalen må forholde seg ulikt til svake og sterke elever for å fremme vekst og læringsutbytte i samtalene, og hvordan lærerens orientering spiller en rolle for at matematikksamtaler skal være vellykket.

Forord

Høsten 2008 hadde jeg, i forbindelse med en praksisperiode, et utenlandsopphold ved The Cape Academy of Mathematics, Science and Technology (CAMST), noe som inspirerte meg til å utforske likhetstrekk ved tenåringer uavhengig av kulturell bakgrunn.

Våren 2009, fikk jeg tilbud om å delta som observatør av matematikksamtaler ved Hop ungdomsskole i forbindelse med deres prosjekt ”Fra ord til handling” (bergensskolen.no), og skrev i den forbindelse en tekst om matematikksamtalen og dette prosjektet. Senere ble også noen av mine resultater fra denne perioden publisert i artikkelen ”Matematikksamtalen” (Kirfel m.fl.) i Tangenten 2/2010 (vedlegg)

Prosjektet ved Hop, sammen med nyskjerrigheten rundt likhetstrekk ved tenåringer i ulike kulturer bidro til å velge retning for denne masteroppgaven. Høsten 2009 reiste jeg igjen til Sør-Afrika og CAMST, denne gangen for å utføre matematikksamtaler. Organisatorisk ville det være vanskelig å observere andre lærere holde matematikksamtaler, da jeg var den som hadde innsikt i hva de gikk ut på, så det var opplagt at jeg skulle holde disse samtalene selv. Dette oppholdet resulterte i en ny tekst om matematikksamtalen, denne gangen med et mer internasjonalt blikk.

Våren 2010 utførte jeg selv to nye samtaler ved Hop ungdomsskole for å ha mer detaljert datamateriale fra Norge. Siden reiste jeg igjen ned til Sør-Afrika, der denne oppgaven ble ferdigstilt.

1 INNLEDNING

Denne teksten starter med et teorikapittel som starter med definisjon av- og ulike aspekt ved samtale som undervisningsmetode i skolen. Det sees også nærmere på den vanligste samtalestrukturen vi finner i skolen i dag, IRF-samtaler, og hvordan lærerens tilbakemeldinger innvirker på læringsutbyttet i samtaler. Viktigheten av lærerens orientering blir videre belyst med en kort presentasjon av tre ulike orienteringer; forbindelsesorientering, overføringsorientering og oppdagelsesorientering, sammen med forskningsresultater på disse orienteringenes effekt på elevenes læring.

Videre presenteres viktige momenter fra psykososial teori om tenåringer, som vil gjøre seg gjeldende for aldersgruppen som blir studert. De presenterte momentene fokuserer på hvordan elevenes kognitive utvikling gradvis endres mot å takle mer abstrakt tenkning, og poengterer at elever på ett klassetrinn kan befinne seg på ulikt kognitivt nivå. Det sees også på hvordan matematikksamtaler er godt tilpasset elever i kognitiv utvikling.

Til slutt i teoridelen følger en definisjon av problemløsning samt en presentasjon av de ulike delprosessene man kan dele problemløsning opp i. I disse delene blir det også presisert hvordan samtalen kan være fruktbar i problemløsning samt sett på problemløsnings posisjon i skolen i dag.

Videre følger et kapittel om matematikksamtalenes innhold og kvaliteter, der først to viktige oppgaver fra feltarbeidet blir presentert i sin helhet. Videre følger en definisjon av matematikksamtalen slik den brukes i denne teksten der det også nevnes også hvordan samtalen tilpasses elevenes kognitive utvikling ved at matematikksamtaler med elever på ulikt nivå kan utfolde seg forskjellig. Videre presenteres utfordringer ved- samt kritikk av samtale i matematikk som effektivt for læring, før det sees på hva som gjør nettopp en matematikksamtale fruktbar.

Det neste kapittelet beskriver metoden som ble brukt under feltarbeidet, og ser på hvordan data ble samlet inn, bearbeidet og analysert i forkant av denne teksten. Matematikksamtalene slik de ble utført, er en mellomting mellom deltagende observasjon og et kvalitativt forskningsintervju. I denne teksten har jeg latt meg inspirere av det kvalitative forskningsintervjuet i metodebeskrivelsen. Til slutt i metodekapittelet presenter jeg noen ideer om hvorfor jeg valgte å gjøre feltarbeid både i Norge og Sør-Afrika.

I hoveddelen presenteres først resultater fra TIMMS Advanced 2008 som melder om dalende resultater i matematikk for norske elever. Videre blir det fra denne undersøkelsen presentert resultater hva gjelder elevers og deres læreres oppfatning av matematikkundervisning som viser at det er stor grad av lærerstyring i undervisningen og lite fokus på diskusjon og problemløsning.

Videre i hoveddelen blir utdrag fra matematikksamtalene presentert og kommentert, der det blant annet skilles mellom matematikksamtaler med sterke og med svake elever. Et eget avsnitt med et utdrag fra en matematikksamtale der ekte diskusjon oppstår følger. Det blir i denne delen trukket frem og sett nærmere på utdrag fra samtaler der interessante poeng og forskjeller kommer frem, og det blir trukket paralleller til momenter nevnt i teoridelen. Avslutningsvis her blir disse parallellene fremhevet og oppsummert.

I den siste delen av teksten kommer en kort oppsummering av resultatene funnet gjennom arbeidet med denne oppgaven, samt noen ord om videre forskning.

2 TEORI

2.1 Om samtale

2.1.1 Definisjon på samtale

En samtale er kommunikasjon med ord hvor to eller flere personer snakker sammen. Samtaler er viktig for at mennesker skal forstå hverandre (Gjørup, 2006). En dialog er en type samtale hvor hver av partene i tillegg til å formidle eget budskap, synspunkter, tanker og følelser, lytter til motparten (Andersen, 2010). Samtalene som blir omhandlet i denne teksten vil være en form for dialog mellom flere elever.

> "En ægte samtale forudsætter at ingen af samtalepartnerne på forhånd ved, hvordan det forholder sig. En samtale er en proces, hvor personer, der ikke ved besked, gennem spørgen og svaren prøver at nå frem til et resultat”
>
> (Sløk 1995, s.82-84, referert i Gjørup, 2006)

2.1.2 Samtale og læring

At kunnskap blir til gjennom samhandling med andre bygger på et sosiokulturelt læringssyn (Imsen, 2005) som igjen blant annet bygger på teori av Bandura (1977) og Vygotsky (1978). Vygotsky var en av pionerene innen vektlegging av sosiale interaksjoner og samtale for å fremme læring. Han observerte hvordan høyere ordens mentale funksjoner blant annet ble utviklet på det individuelle plan gjennom sosial interaksjon med signifikante andre. En "signifikant andre" er et begrep introdusert av Sullivan i 1947 (referert i Skaalvik og Skaalvik, 2005), og er en person som betyr noe på en eller annen måte for personen han eller hun er en signifikant andre for (Imsen, 2005). Viktige signifikante andre kan for eksempel være foreldre, lærere, venner og enkelte medelever (Skaalvik og Skaalvik, 2005). Vygotsky studerte hvordan barn gjennom sosial interaksjon lærer seg kulturelle handlingsmønstre, muntlig og skriftlig språk og annen symbolsk kunnskap som gir mening til og påvirker barnets konstruksjon av kunnskap. Han introduserte begrepet internalisering som kan forstås som å ”vite hvordan", når barnet tilegnet seg disse egenskapene. For eksempel vil internalisering av hvordan man bruker en blyant hjelpe barnet å tegne, men ikke sette restriksjoner på hva som kan tegnes.

Vygotsky (1978) introduserte også begrepet proksimal utviklingssone, som utgjør forskjellen mellom det eleven kan klare selv og det eleven kan klare med hjelp fra andre. Han foreslo også at det eleven kan klare uten hjelp har sammenheng med elevens kognitive utvikling. Vygotskys teori kan sees i sammenheng med tilpasset opplæring og at elever kan trenge ulik oppfølging.

Vygotsky (1978) anbefalte at lærere skaper læringssituasjoner som oppfordrer elevene til selv å finne løsninger på problemer, og at læreren selv veileder gjennom det han kalte ”scaffolding"/stillasbygging. Stillasbygging går ut på at læreren kontinuerlig tilpasser sin assistanse etter elevens evner (Kruger, 1997). Lærerens rolle i en læringssamtale vil således være å fungere som en moderator og å lede og støtte elevene underveis (Wyndhamn, 1995). Elevene må oppmuntres til å snakke med andre mens de løser oppgaver samt oppmuntres til å diskutere fremgangsmåter og løsninger med medelever (Holm, 2009). Aktiv språkbruk vil bedre lære- og tenkeevnen og hjelper samtidig elevene til å konsentrere seg (Holm, 2009). Dette har blitt dokumentert i en rekke undersøkelser (Streitlien, 2009).

> ”Det antas at jo flere sjanser elever får til å uttrykke og samtale om matematiske problemer, desto videre forståelse vil de tilegne seg, så sant de faglige utfordringene de møter, og veiledningen de får, bringer dem et skritt videre i læreprosessen. Det kan bety at hvis elevene får anledning til å ta flere initiativ, slik at interageringen øker, så vil

forståelsen av det faglige temaet øke. Gode samtaler vil, sett ut fra disse perspektivene, skape grobunn for læring"

(Streitlien, 2009 s. 47).

2.1.3 Samtale og demokratibegrunnelsen

I Læringsplakaten, som bygger på blant annet opplæringsloven og den generelle delen av læreplanen, finner vi at en av skolens hensikter er å "stimulere elevene(s) (…) evne til demokratiforståelse og demokratisk deltakelse" (LK06, læringsplakaten punkt tre). I "formål med matematikkfaget" i læreplanen (LK06, formål med faget; matematikk) kommer dette eksplisitt til uttrykk:

> "Eit aktivt demokrati treng borgarar som kan setje seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analysar og økonomiske prognosar. På den måten er matematisk kompetanse nødvendig for å forstå og kunne påverke prosessar i samfunnet."

Et demokratisk ideal er når alle voksne er aktivt involvert i beslutningsprosessen (Dahl, 1982). Med definisjonen av samtale som ble presentert tidligere virker det rimelig å kunne trekke slutningen at for å bli aktive voksne borgere i demokratiet må elevene lære å samtale og sammen komme frem til beslutninger.

Demokrati handler om å delta (Dahl, 1982). Lave og Wenger (1991, referert i Dysthe 1999) legger også vekt på at læring skjer gjennom deltagelse. Når den lærende i starten mangler kunnskapen for å delta vil deltakelsen være mer perifer, for å så bli mer og mer kompleks ettersom kunnskap tilegnes (Lave & Wegner, 1991 referert i Dysthe 1999). I skolen må derfor elevene lære å delta og ikke bli passive mottakere.

Dysthe (1995) skiller mellom det hun kaller monologiske og dialogiske klasserom. Monologiske klasserom domineres av presenterende undervisning der det hovedsaklig er enveis kommunikasjon og læreren formidler kunnskap. Det dialogiske klasserommet derimot domineres av sosialinteraktiv undervisning, som betyr at det legges vekt på interaksjon mellom læreren og elevene og mellom elevene (Hatlevik & Sandberg, 2003). Det dialogiske klasserommet kan derfor tenkes å være et ideal dersom elevene skal få erfaring med demokratiske prosesser. Et vesentlig kjennetegn ved dialogisk undervisning er at den bygger på sosiokulturell teori og antagelsen om at mening blir skapt gjennom interaksjon, og at læring forstås både som en kognitiv og sosial aktivitet. Dette innebærer at "mening blir skapt i fellesskap, og at optimalt læringspotensiale er avhengig av samspill mellom disse to prosessene" (Dysthe 1995 s. 204).

I feltarbeid i forbindelse med denne oppgaven ble det også tydelig hvordan kunnskap og deltagelse var positivt korrelert. For skolen som demokratisk opplæringsarena, blir det derfor viktig å eksponere elevene for situasjoner der de deltar i diskusjoner, og ved hjelp av å diskutere med og lytte til medelever og lærer får opplevelsen av å komme frem til løsninger i fellesskap.

2.2 IRF-samtaler

IRF-samtale er en betegnelse for deltakerstrukturen i lærerstyrte samtaler. Denne består av triaden; initiering fra lærer (I), respons fra elev (R), og en oppfølging eller evaluering fra læreren (F, "feedback"). Begrepene ble først introdusert av henholdsvis Sinclair & Coulthart (1975) og Mehan (1979), og studier av klasseromssamtaler viser at dette er den mest vanlige formen for samtalestruktur i klasserommet (Aukrust, 2001). Studiene er uenige om hvorvidt denne type samtalestruktur fremmer eller hemmer læring, men Kackur og Prendergast (1997) fremhever i sin case-studie av to lærere blant annet at det ikke var fravær eller tilstedeværelse av IRF-samtaler i seg selv som var avgjørende for læringsutbyttet til elevene, men hvorvidt læreren bygde videre på det elevene sa.

Responsen læreren gir til elevene er også viktig med tanke på læringsutbyttet i matematikksamtaler, og dette er en av utfordringene læreren møter når han eller hun har samtaler. Eleven skal på kort tid få en tilbakemelding på sitt bidrag som skal være konstruktivt for videre interesse og læring. Kackur og Pendergast (1997) fant i sin studie at det at en lærer bygger videre på det en elev sier virker positivt på læringsprosessen, fordi læreren da utfordrer eleven til å utdype sitt bidrag og beveger seg inn i elevens proksimale utviklingssone, samtidig som det vises at responsen som kom ble oppfattet og verdsatt.

Lærerens bidrag/grep i matematikksamtalene er således viktig for læringsutbyttet av samtalene. For eksempel kan en stille respons fra læreren kunne initiere læring da elevene kan bli mer åpne til å lytte til hverandre. Et annet eksempel ser man i det nedenforstående utdraget fra matematikksamtale 2 der kjensgjerningen at det er *elevene* og ikke læreren som gir tilbakemelding gir en positiv effekt.

> Elevene diskuterer oppgave 2.4 i oppgavesettet "Sirkustelt" som går ut på å finne et delareal av dekorasjonen i manesjen. Oppgavesettet er beskrevet nærmere under avsnitt 3.1.1. De har funnet ut at de må

> finne arealet av de skraverte trekantene, og de har kommet frem til at disse trekantene må være likesidet.
>
> Elev 4 lurer på om høyden i trekanten må være tre (alle sidene til trekanten er tre) og spør litt ut i luften. Det blir kort litt stille blant elevene og det virker som om de venter litt spørrende på om læreren kommer til å svare, men vet at det trolig ikke skjer. Elevene 2 og 3 sier så nesten i kor at den må være mindre enn tre. Elev 4 tar nå av seg hodetelefonene som eleven har hatt på hodet (ikke på ørene) hele tiden, og man kan se av denne oppførselen og på kroppsspråk at eleven ble mer engasjert.

Engasjementet til elev 4 som oppstår i utdraget over kan trolig være grunnet i at det er medelever som erkjenner at de kan noe, og dette kan virke inn på eleven dersom medelevene er signifikante andre. I matematikksamtaler er det viktig å ha grupper der deltakerne opplever sine medelever som signifikante andre, og som noen de kan sammenligne seg med for å fremme læring (jfr. teori av Vygotsky presentert i avsnitt 2.1.2). Innad i gruppene det er holdt samtaler med i forbindelse med denne oppgaven er elevene antatt å være på omtrent samme nivå. Vurderingen av elevenes nivå er ved Hop ungdomsskole gjort i samarbeid mellom faglærer og elev, og ved CAMST av faglærer.

Den triadiske samtalestrukturen som IRF-samtalen representerer er sterkt forankret i norsk skolekultur og virker å være godt etablert i mange matematikklasserom (Aukrust, 2001). I matematikksamtaler slik de presenteres her, er det viktig at de sosiokulturelle ideene blir ivaretatt gjennom å fokusere på verdien i elevenes samspill med hverandre, samt at eventuelle innspill fra læreren bygger på elevenes utsagn for å skape en fruktbar dialog. På denne måten presenterer matematikksamtalen et fornyelseselement i undervisningstradisjonen i matematikk, og et supplement til IRF-samtalen.

2.3 Lærerens orientering

Lærerens syn på hva matematikk er, vil bestemme hvordan det undervises i faget (Brekke, 1995; Wyndhamn; 1995, Dysthe, 1999; Hoffman, 1989 ref. i Schoenfeld, 1992). Dette vil også influere elevenes syn på matematikk, og deres forventninger til matematikktimene (Brekke, 1995, Hoffman, 1989 ref. i Schoenfeld, 1992). Det vil således bygges opp en læringskultur basert på lærerens læringssyn som vi omtaler som den didaktiske kontrakt[1] i klasserommet (Blomhøj, 1994). Likeledes vil lærerens tilnærming til oppgaver, matematisk og pedagogisk, være avhengig av læringssyn, syn på undervisning og egen matematiske tankegang (Wyndhamn, 1995). Et eksempel på hvordan lærerens tankegang påvirker hvordan man hjelper eleven(e) i oppgaveløsing opplevde jeg selv da jeg hjalp en elev på universitetsnivå med en oppgave som gikk ut på å forenkle $\sqrt{a}\sqrt[4]{a}\sqrt{a^3}$. Min umiddelbare tilnærming var å forklare hvordan man kunne gjøre alle røttene om til $\sqrt[4]{}$, selv om det her ville vært enklere å gjøre om til $a^{1/2}a^{1/4}a^{3/4}$, som eleven selv foreslo etterpå. I eksempelet ser man at det er en forbindelse mellom regning med røtter og brøk- og potensregning, og man ser at det vil være hensiktsmessig å vektlegge denne forbindelsen for å øke forståelsen ved omforming av røttene.

Selv om en som lærer sannsynligvis varierer sine arbeidsmåter og hjelpemidler vil det grunnleggende synet på læring skinne gjennom. Jeg vil her ta utgangspunkt i Askew et al (1997) sin inndeling i tre idealtyper/idealorienteringer. En lærer vil ofte være en kombinasjon av disse men kanskje helle mer mot en av dem. De tre orienteringene er forbindelsesorientering, overføringsorientering og oppdagelsesorientering. Jeg vil kort presentere hver av dem (etter Askew et al, 1997).

2.3.1 Forbindelsesorientering

Forbindelsesorientering går ut på at læreren vektlegger å lage forbindelser mellom de ulike temaene, eller å knytte hverdagsmatematikk til skolematematikk. Eksempelet over med omforming av rotuttrykk er et typisk eksempel på hvordan forbindelser kan trekkes mellom ulike temaer. Undervisning under denne orienteringen vil gå ut på at læreren presenterer ulike metoder for elevene, for å demonstrere flere femgangsmåter til problemer. Det vil også vektlegges å trekke sammenhenger mellom ulike temaer, og fokus på at elevene lager egne erfaringer. Dialog og diskusjon med elevene vil være sentralt for at læreren skal få innsikt i hvordan elevene tenker, og læreren har en grunnleggende tro på at alle kan lære matematikk dersom de får hensiktsmessig undervisning.

[1] Begrepet den didaktiske kontrakten kommer fra den franske didaktikeren Brosseau (1997, ref i Streitlien, 2009) og kan forstås som et undervisningsprinsipp. Den uskrevne kontrakten settes opp mellom lærer og elev, og inneholder hva som skal læres og hvordan. Det er forventninger om at begge parter holder seg til kontrakten.

2.3.2 Overføringsorientering

Ved overføringsorientering er det læreplanen og læreboken som står i fokus, og hvordan disse presenterer faktastoffet. Den "tradisjonelle" matematikkundervisningen med sterk lærebokstyring, og dermed én måte å presentere teori på vil bygge på denne orienteringen. Undervisningen vil legge vekt på å lære elevene prosedyrer for oppgaveløsning. Samhandlingen i klasserommet vil i hovedsak være triadiske samtaler der læreren sjekker om elevene har fått med seg gjennomgått stoff. Siden læreboken står i fokus, vil det ofte bare være én løsningsmetode som blir presentert. Dette går direkte imot læreplanen der vi i beskrivelsen av den grunnleggende ferdigheten å regne finner at elevene må ha evne til å bruke varierte strategier i oppgaveløsning (LK06, grunnleggende ferdigheter).

2.3.3 Oppdagelsesorientering

Oppdagelsesorientering vil være når læreren legger vekt på at elevene selv skal oppdage kunnskapen og teorien. Undervisning vil legge vekt på øvelser og praktiske forsøk, og kan for eksempel foregå ved at elevene jobber med et sett med oppgaver, og teorien bak oppgavene summeres opp i etterkant. Læreren stiller ingen krav til hvilke metoder som skal brukes, noe som gjør at elevenes egne metoder verdsettes. Det stilles her store krav fra læreren til at elevene har evner til å trekke ut teori gjennom å løse oppgaver.

2.3.4 Lærerorientering og forskningsresultat

Et interessant resultat ble funnet av Muijs og Reynolds (2002, referert i Streitlien 2009) ved å benytte disse tre orienteringene. Det viste seg i matematikk at oppdagelsesorientert undervisning var negativt korrelert med elevers læring, overføringsorientert undervisning ikke kunne vises å være positivt korrelert med læring, mens man for forbindelsesorientert undervisning kunne finne en positiv korrelasjon med elevenes læring (gjengitt i Streitlien 2009). Det er da for denne teksten interessant at sistnevnte orientering legger vekt på samtale og diskusjon i undervisningen.

Man ser gjennom disse resultatene viktigheten av lærerens orientering for undervisningen. Dette vil også gjelde for utbyttet av matematikksamtaler. Dette betyr at dersom en lærer ønsker å bruke mer samtale i undervisningen, eller bruke matematikksamtaler for å fremme læring, må han eller hun ha en ekte tro på at dette fører til bedre forståelse for matematikk. I tillegg må et undervisningsopplegg med samtale i fokus være gjennomtenkt for å få godt utbytte.

2.4 Tenåringsteori

2.4.1 Forventninger og utilstrekkelighet

Erikson utvikler i 1959 sin teori om at menneskets psykososiale utvikling går gjennom åtte kriser/steg. Den femte krisen kommer i følge denne teorien i tenårene, når man går fra å være barn til å være voksen og skal bygge sin voksne identitet (Erikson, 1959).

Generelt ser det ut som om forskning støtter Eriksons teori selv om ikke alle resultater er like konsistente (Gecas, 1982). I følge Erikson (1959) kan identitetsforvirring oppstå i denne krisen hvis tenåringen opplever usikkerhet rundt hans/hennes evne til å møte egne og andres forventninger. Når da matematikken i denne alderen blir mer abstrakt (Holm, 2009), og undervisningen ikke tilpasses dette, vil det kunne skapes situasjoner der elevene opplever utilstrekkelighet.

2.4.2 Fra konkret til abstrakt tenkning

Også Piaget beskrev hvordan man går gjennom ulike stadier i løpet av oppveksten. Hans teori legger vekt på at det skjer en kognitiv utvikling når man går gjennom de ulike stadiene. Piaget delte inn i fire stadier/perioder; den sensomotoriske perioden (0 – ca 2 år), den preoperasjonelle perioden (ca 2 – 7 år), den konkret-operasjonelle perioden (ca 7 – 11 år), og den formelt-operasjonelle perioden (fra ca 11 år) (Imsen, 2005; barnehageforum.no) .

Den sensomotoriske perioden kjennetegnes ved at erkjennelse foregår gjennom bruk av sansene. Etter hvert i perioden utvikles objektpermanens, noe som betyr at man skjønner at noe kan eksistere selv om man ikke ser tingen direkte (Imsen, 2005). Et eksempel er at når mor forlater rommet, vet barnet at mor fortsatt eksisterer. I denne perioden løses oppgaver gjennom handling mer enn gjennom tanker (Imsen, 2005; barnehageforum.no).

I den preoperasjonelle perioden utvikles forståelse for symboler, og man kan foreta rene tankehandlinger i tråd med at språk utvikles (Imsen, 2005; barnehageforum.no). I denne perioden har man fortsatt en manglende evne til å se ting fra andre perspektiver enn sitt eget (barnehageforum.no).

I den konkret-operasjonelle perioden er man fortsatt avhengig av konkreter i oppgaveløsning, men begynner utviklingen av operasjonell tankegang (barnehageforum.no). Dette betyr at et problem kan løses dersom det illustreres med en tegning. Men det vil ikke kunne tas verbalt ”på sparket” (Imsen, 2005).

I den formelt-operasjonelle perioden frigjøres avhengigheten av konkreter, og man blir etterhvert i stand til å tenke abstrakt. Selv om Piagets stadieteori slutter før man når tenårene, har den formelt-operasjonelle perioden ikke en bestemt slutt i Piagets teori, og man kan anta at den fortsatt gjør seg gjeldende i tenårene.

Stadiene beskrives av Piaget som kvalitativt forskjellige og følges i en bestemt rekkefølge for alle. Dette er i tråd med Eriksons teori, men der Erikson fokuserte på identitet og opplevelse av tilstrekkelighet i tenårene, sier Piagets teori mer om hvordan tenkningen blir kvalitativt forandret (Imsen, 2005; barnehageforum.no). Selv om språket spiller en underordnet rolle i både Eriksons og Piagets teori, påpeker begge viktigheten av sosial interaksjon som grunnleggende for denne utviklingen (Erikson, 1980; Imsen, 2005; barnehageforum.no).

Forskning er senere gjort av blant annet Montemayor og Eisen (1977) som støtter teoriene om at den kognitive utviklingen i tenårene går fra mer konkret til abstrakt tenkning. Når denne overgangen skjer er ikke spesifisert ved alder, og vil derfor kunne inntreffe ulikt for ulike elever i skolen. Det betyr at elever vil være på ulikt kognitivt nivå innad i ett tenåringskull. Utviklingen vil også være en prosess gjennom krisen (Erikson, 1959). Dette taler for at elever innenfor et tenåringskull i skolen vil kunne ha ulik evne til å tenke abstrakt, og derfor vil trenge ulik oppfølging og stimuli for å trenge inn i en matematikk som også blir mer abstrakt (Holm, 2009).

> *"Undervisningen må tilpasses ikke bare fag og stoff, men også alderstrinn og utviklingsnivå (…). Det pedagogiske opplegget må være bredt nok til at læreren med smidighet og godhet kan møte elevenes ulikheter i evner og utviklingsrytme."*
>
> (Læreplanenes generelle del, s 10)

2.4.3 Språk og kognitiv utvikling

Vygotskys presenterer i "Thought and Language" (1962) den eksplisitte sammenhengen mellom språk og kognitiv utvikling. Vygotsky forklarer hvordan språk starter som et verktøy for barnet for sosial interaksjon, og hvordan barnet forklarer egen oppførsel gjennom å snakke med seg selv eller å "tenke høyt". Vygotsky sier så at etter hvert som tale blir internalisert når barnet når skolealder, vil det å tenke høyt gå over til indre tale. Han legger i denne prosessen vekt på at det "å snakke med seg selv" ikke avtar, men følger en stigende kurve, samt at denne type tale/språk går gjennom en utvikling til å bli indre tale (Vygotsky, 1987). På denne måten kommer indre tale fra sosial tale (Santrock, 2004). Det betyr ikke at man ikke kan tenke uten å snakke, men at tanker medieres gjennom det muntlige språket og gjør dem mer sofistikerte

(Santrock, 2004). På denne måten mente Vygotsky at høyere mentale funksjoner har opphav i sosialt samspill (Dysthe, 1999).

2.4.4 Sosialt samspill og identitet

Lave (1997, referert i Dysthe 1999) fokuserte som Erikson og Piaget på hvordan man lærer gjennom å delta som handlende mennesker. I motsetning til Erikson og Piaget fremhever Lave betydningen av språket, da hun ser på språket som en måte å delta og handle på i sosiale situasjoner (Dysthe, 1999). Jeg vil her presentere hvordan Lave (1997, referert i Dysthe, 1999) kom frem til sammenhengen mellom læring og sosialt samspill da dette har konsekvenser som er interessante for denne teksten.

> ”Gjennom lengre tid studerte Lave hvordan skreddere av Vai og Gola stammen i Liberia lærte faget sitt fra de begynte som lærlinger. Hun startet fra tradisjonelle dualistiske læringsteorier som skiller mellom uformell og formell læring. I begynnelsen var hun bare opptatt av å finne ut hvordan lærlingene skilte de ulike enkeltelementene av det å klippe og sy og tilpasse ulike typer plagg. Etter hvert skjønte hun at det de lærte var langt mer komplekst, og alt var innvevd i hverandre; de lærte å leve og skaffe seg et levebrød og det innebar ikke bare kunnskap om stoff og klesdrakter og hvordan lage klær, men for eksempel om hvilke relasjoner de kunne ha til ulike personer de møtte, hvordan sikre seg økonomisk, hvordan ta imot respekt som fagmann. Det handlet ikke minst om å utvikle identitet.”
>
> (Dysthe, 1999 s. 5)

Dysthe (1999) fant samme resultat gjennom observasjon av multikulturelle skoleklasser; at det å lære handler både om identitet og sosialt fellesskap, og individuelle evner og interesser.

Både Piaget og Erikson mente at mennesker i alle kulturer går gjennom stadieutvikling slik de beskriver den, henholdsvis kognitivt og psykososialt[2]. De legger begge stor vekt på

[22] Kritikk til Eriksons arbeid finnes av blant annet hos Meyer (1990, referert i Kruger, 1997)), og går ut på at den beskriver et typisk menneskeliv, men ikke en teori som isolerer enkeltfaktorer som retningsgivende for utviklingen. Likevel kan man si at teorien har lykkes med å gjøre lærere oppmerksomme på konflikter elever opplever i de ulike fasene.

påvirkningen fra andre i denne utviklingen (Erikson, 1980; Imsen, 2005). Som nevnt i avsnitt 2.1.2 la også Vygotsky (1978) vekt på samhandling med andre da han beskrev hvordan elevenes kognitive evner kan stimuleres i den proksimale utviklingssonen. En av hovedimplikasjonene ved Vygotskys proksimale utviklingssone i skolen, er at elever kontinuerlig bør plasseres i situasjoner der deres kognitive ferdigheter blir utfordret og der assistanse og hjelp fra lærer eller andre elever er tilgjengelig (Kruger, 1997). Matematikksamtaler som beskrevet i avsnitt 3.2 er nettopp dette.

Gjennom at elevene deltar i matematikksamtaler der de blir oppmuntret til selv å finne løsninger på problemstillinger og læreren fungerer som et støttende stillas, vil læreren i følge Piaget, Erikson og Vygotskys teorier, kunne støtte elevenes kognitive utvikling. På denne måten kan matematikksamtaler støtte elevene gjennom tenåringskrisen ved at den kognitive utviklingen av abstrakt tankegang og den faglige utviklingen mot mer abstrakt matematikk følger hverandre. I følge Lave (1997, referert i Dysthe 1999) vil slik deltakelse bidra i identitetsdannelsen som kjennetegner denne tenåringskrisen.

2.5 Problemløsning

Problemløsning er en mental prosess sammensatt av flere delprosesser (Polya, 1957; Schoenfeld, 1992) og er i følge Niss og Jensen (2002) en av 8 kompetanser som utgjør matematisk kompetanse. Problemløsning ansees som en høyere ordens prosess som krever tilpasning og kontroll over mer fundamentale ferdigheter (Goldstein & Levin, 1987). I matematikk betyr dette å overføre basiskunnskaper til mer komplekse matematiske problemer. Polya (1957) identifiserer delprosessene i problemløsning som forståelse av problemet, planlegge hvordan det skal løses, utføre løsningsplanen, og se tilbake på løsningen. Presentasjonen av de ulike delprosessene under bygger på Polya's (1957) presentasjon.

2.5.1 Forstå problemet

Som første trinn i problemløsning er det viktig å prøve å forstå problemet. Viktige ledd i denne delen er å identifisere den ukjente, identifisere hvilken informasjon man får samt eventuelle betingelser. Deretter følger en vurdering av betingelsene der man klargjør om det er mulig å tilfredsstille dem samt om det er nok betingelser til å kunne løse problemet. For å få oversikt over problemstillingen kan det også være nyttig å tegne en figur der man eventuelt også skriver ned relevant informasjon man er gitt i oppgaven.

I utdraget nedenfor fra matematikksamtale 9, ser man et eksempel på prosessen med å forstå problemet der jeg som lærer i matematikksamtalen hjelper en gruppe svake elever med å klargjøre hvilken informasjon man har. Det blir også klart for elevene her at problemet kan deles i to. Elevene jobber med deloppgave to på oppgavesettet "Sirkustelt" der de skal finne arealet av hele sirkusteltduken. Oppgavesettet er presentert i sin helhet i avsnitt 3.1.1.

> Meg: Så det dere skal finne er arealet av hele sirkusteltet som det er bilde av på toppen.
> Elev 3: Altså..den der?
> Meg: … det teltet på toppen… der ja. (eleven peker på teltet)
> Meg: Hvordan tenker dere at dere vil gå fram med det? Dere har jo fått noen formler også (…) til å hjelpe dere med
> Elev 2: Ei, jeg husker ikke dette her… ehmmm… (slår lett med pennen i arket)
> Elev 1: nei… (lavt og mumler litt)
> Meg: Bare tenk høyt, hva husker dere? Hva husker dere IKKE, så kan jeg hjelpe dere på vei.
> (litt stille)
> Meg: Den formelen som dere har fått der, hva er det formel for?
> Elev 3: Det er… det er… formel for utregning.
> (litt stille)
> Meg: Men den gjelder for den figuren ved siden av ikke sant?
> Elev 2: %[3] Den kjeglen
> Elev 3: % Den sylinderen på toppen (mener kjeglen på toppen av sylinderen; taket på sirkusteltet)
> Elev 1 sier noe samtidig men dette kommer ikke klart frem på opptaket
> Elev 3: Det er…
> Meg: Ja, så det er både en sylinder og en kjegle på det sirkusteltet.
> Elev 3: ja
> Meg: Det er sammensatt
> Elev 3: må regne ut kjeglen og plusse det sammen
> Meg: Det kan sikkert være lurt ja, regne det ut hver for seg
> Elev 1 og 3: ja
> Elev 3: Først ut kjeglen…
> Meg: Men de formlene dere har fått der, for å se på dem, hva er de for?
> Elev 1: Det er for… omkrets
> (litt stille)
> Meg: Den ene står en v på…
> Elev 1: Volum er lik grunnlinje ganger høyde delt på tre
> Meg: ja
> Meg: og hva gjelder den volumformelen for?

[3] % i transkriptet betyr at noe sises samtidig

Elev 1: Det ser ut som om det gjelder for kjeglen
Meg: for kjeglen ja, og så her dere en annen formel, hva er det?
Elev 1: % pi r i annen
Elev 3: % over… over...
Meg: Ja overflate, og den gjelder også for..kjeglen eller?
Elev 1: nei
Elev 2: Den gjelder for hele… hele sirkus…
Elev 3: Nei, vi må gå opp på den oppgaven og se først den der oppe, for du… hvis…

I utdraget ser man hvordan jeg hjelper elevene med å klargjøre hva problemstillingen er og identifisere informasjon som at sirkusteltet består av to deler og at det finnes formler på oppgavearket som kan være nyttige. Til slutt i utdraget ser man også hvordan elev 3 søker etter informasjon ved å antyde at de må se på innledningen på oppgavearket.

2.5.2 Planlegge løsning

I denne delen av problemløsningsprosessen ser man på sammenhengen mellom informasjonen gitt og den ukjente som man vil finne. Dersom det ikke er en opplagt sammenheng, må man her vurdere hvordan men eventuelt kan dele opp problemet i delproblemer som man kan løse hver for seg. Dette er en kreativ fase som krever at man blant annet sammenligner med oppgaver man har løst tidligere og sammenligner og trekker paralleller til løsningsmetode. I denne fasen blir verdien av å jobbe i gruppe og diskutere hvilke alternativer man har for løsningsmetoder særlig tydelig. Her kommer verdien av distribuert kunnskap til nytte, samt at man kan diskutere seg frem til en hensiktsmessig måte å angripe oppgaven på. Distribuert kunnskap betyr at kunnskap ikke er egenskaper ved én person, men noe som vokser fram gjennom deltakelse og interaksjon med medelever og veiledere, i tråd med sosiokulturell læringsteori.

2.5.3 Utføre planen

Denne delprosessen er selve utførelsen av oppgaven. I praksis kan planleggingen og utførelsen av planen overlappe, særlig da utførelsen av en del av oppgaven kan føre til ny informasjon. Dersom problemet ikke er fullstendig oversiktig kan dette ofte være tilfelle. Her vil det å jobbe i gruppe være nyttig ved at man kan "overvåke" hverandre og at man følger planen.

2.5.5 Se tilbake

Avslutningsvis i problemløsningsprosessen følger en vurdering av løsningen. Her kan man for eksempel teste svaret og sjekke at eventuelle betingelser som var satt er dekket. Man kan også her vurdere om man kunne kommet frem til samme svaret ved å bruke en annen metode. En vurdering av om svaret virker logisk etter det man ville undersøke vil også være på sin plass og kan hjelpe til å avdekke eventuelle regnefeil.

Denne delen passer godt som en avslutningsdel i en matematikksamtale, da det ikke alltid er vanlig at elever selv ser tilbake på egne svar. I utsnittet nedenfor fra matematikksamtale 7 ser man et eksempel på hvordan en matematikksamtale avsluttes ved å diskutere løsningen. Elevene jobber med siste deloppgave på oppgavesettet "Sirkustelt". Elevene har kommet frem til at hjulet til stuntsyklisten Ivanov har rotert 750 ganger når Ivanov har syklet 5 runder rundt dekorasjonen. (Rett svar her vil være 75)

> Meg: So explain how we got 750.
> (ler litt)
>
> De forklarer at de delte 90 på 12 og fikk 7,5. Jeg spør om de så ville legge til null noe sted (som var inntrykket fra tidligere diskusjon). Elev 2 forklarer at mest logisk ville de lagt til 0 foran men at 0,75 ikke er logisk. Når jeg spør argumenterer de med at det bare ikke er rett. Jeg presser de litt til å kunne forklare hvorfor. De forklarer at 0,75 ikke engang er en full rotasjon og at det derfor er opplagt. De går videre til at de derfor har lagt til en null på slutten før jeg får spurt videre. De forklarer at de legger til en null på slutten og så fjerner kommaet.
>
> Meg: So, you remove the comma, and…how many times do you have 7,5 in 750?
> Elev 2: Hm (?)
> Meg: First you found 7,5, then your answer is 750, how many times do you have…
> Elev 3: A hundred times.
> Meg: Hundred times
> Elev 2: Ah.
> Meg: So how many zeros have you actually added?
> (stille)
> Elev 2: Two.
>
> Elevene skjønner at de har gjort feil, og vi diskuterer *hva* de har gjort feil. De sjekker så svaret (75)ved å regne baklengs. Jeg ber de forklare hvordan de gjør dette og alle bidrar i forklaringen.

> Vi snakker litt om ulike måter å regne på for å komme frem til løsninger, og elevene bringer opp det å leke rundt med tallene. Jeg tar også opp igjen at elev 3 tidligere hadde en annen måte å tenke på da de kom frem til 90 meter som lengde å sykle.

I dette utdraget er det interessant å se i første del hvordan elevene har vurdert både 0,75 og 750 som svar og kun brukt logikk som argument for det ene fremfor det andre. Dette kunne vært tatt opp i avslutningen for å reflektere over *hvorfor*, men dette er en samtale med sterke elever og det er sannsynlig at disse elevene kunne gjort rede for dette dersom de ble bedt om det.

I siste del av utdraget ser man hvordan man evaluerer svaret og kommer frem til at det er feil, samt hvilken feil som er gjort. Siden blir det også snakket litt om ulike måter å regne på for å komme frem til svaret, samtidig som det blir bemerket at det tidligere i samtalen var to metoder som ble presentert for å komme frem til lengden stuntsyklisten skulle sykle.

Problemløsning kom eksplisitt inn i norsk læreplan i mønsterplanen av 1987 (også kalt M87). I Læreplanen for den 10-årige grunnskolen (L97) og Kunnskapsløftet (LK06) er dette tatt videre, men er nevnt mindre spesifikt ved at det blir tatt opp i delmål. I følge PISA-undersøkelsen[4] fra 2003 gjorde norske elever det dårligere enn gjennomsnittet av OECD-landene i problemløsning (Grønmo, 2004) noe som var en av årsakene til den nye læreplanen LK06. Det er da skremmende at elever på ungdomstrinnet og i videregående opplæring i følge resultater fra PISA og TIMSS fortsatt ser ut til å mangle matematisk kompetanse til å løse praktiske problemer (Streitlien, 2009; Kortrapport TIMSS 2008).

En av grunnene til at opplæring i problemløsning kan virke å ha feilet kan muligens være et lite hensiktsmessig fokus på hva problemløsning er. Som det kommer frem av presentasjonen av problemløsning over, vil samtale være et nyttig element i problemløsning. Går man derimot til læreboken ”Dette er matematikk for skole og samfunn Grunnbok for 7. - 9. klasse” sin presentasjon av problemløsning i kapittel 6 – Problemløsning og datalære, beskrives det mer som en ”soloprosess”. Problemløsningsoppgaver presenteres for eksempel på side 472 som oppgaver der ”(vi må) tenke og planlegge selv før vi kan bruke reglene”, der regler er referert til som ”ferdige” og som ”vi kan fra før”. I tillegg får elevene avslutningsvis følgende råd ved problemløsning:

[4] Programme for International Student Assessment (PISA) er en internasjonal komparativ undersøkelse av skolesystemet i ulike land. Undersøkelsen gjennomføres av OECD, men inkluderer også 11 land som ikke er med i denne internasjonale samarbeidsorganisasjonen for økonomi og utvikling. Undersøkelsen omfatter totalt 41 land og kartlegger 15-åringers kompetanse. Den ble gjennomført første gang i 2000. I 2003 deltok mer enn 250 000 elever, og i Norge deltok mer enn 4 000 elever fra 176 skoler. (Grønmo, 2004)

> ”Hvis du står fast: Det er helt naturlig – mist ikke motet! Legg vekk den planen du prøvde. Begynn forfra. Les oppgaven igjen. Prøv å få nye ideer fra problemløsningsskjemaet[5]”
>
> (”Dette er matematikk for skole og samfunn Grunnbok for 7. - 9. klasse” s. 475)

Som det kommer frem her er det lite som tyder på at dette læreverket vektlegger viktigheten av samtale og dialog i problemløsning. Det nevnte læreverket over er fra 1991 og vil være fra da M87 var gjeldende. Selv om problemløsning er nevnt mindre spesifikt i læreplanene som kom etter M87 og virker å være tatt mer som en selvfølge, er problemløsning også i fokus i dag enn om mindre eksplisitt. Ut fra dette kan man ikke nødvendigvis trekke konklusjonen at synet på problemløsning er endret siden læreboken fra 1991 kom ut.

Ser man nærmere på resultatene av TIMSS 2008 blir det tydelig at dialog og samtale generelt utgjør en svært liten del av den norske skolehverdagen. Disse resultatene vil bli diskutert nærmere i avsnitt 5.1.

3 SAMTALENES INNHOLD OG KVALITETER

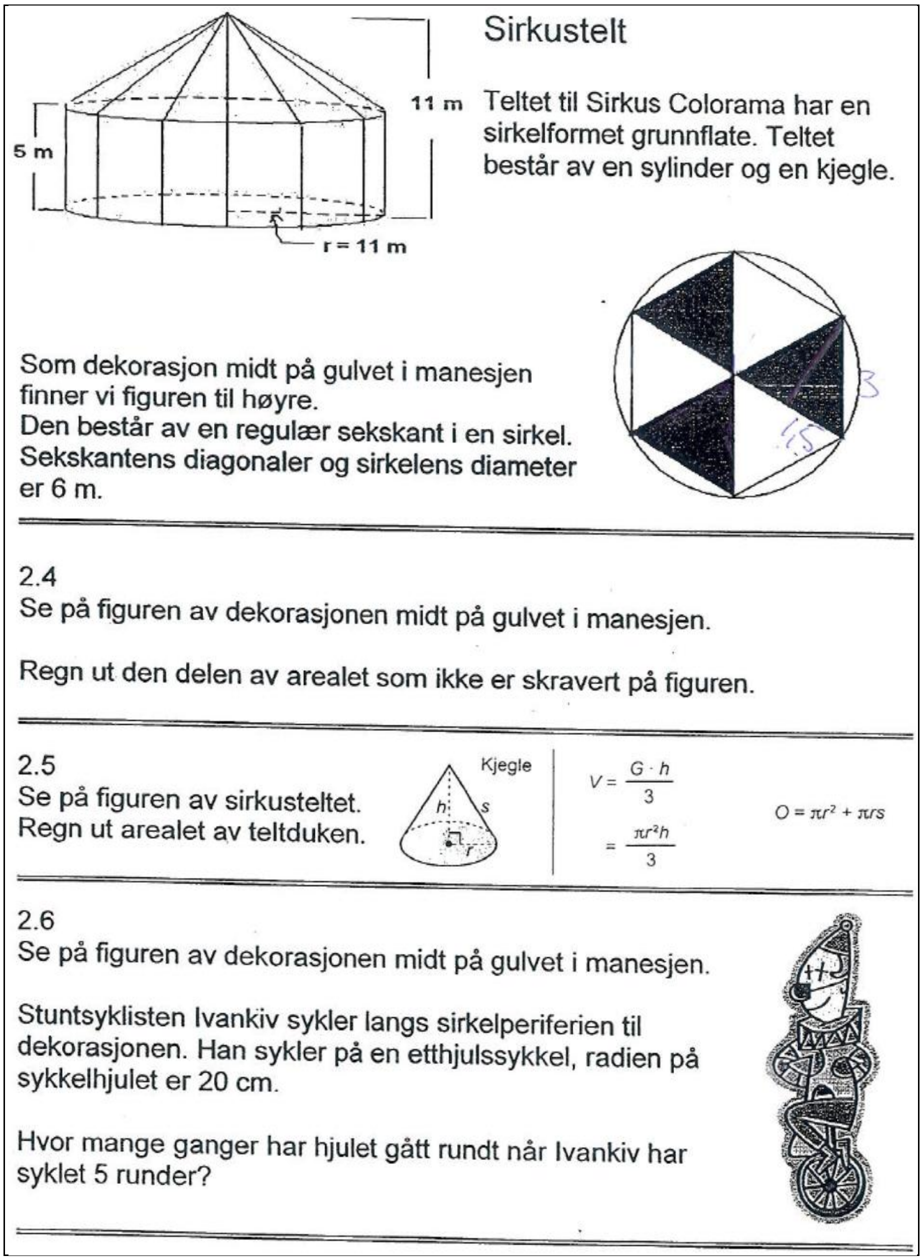
3.1 Sentrale oppgaver benyttet i feltarbeidet

3.1.1 Oppgavesettet ”Sirkustelt”

Alle samtalene jeg holdt selv, samt to av samtalene fra Våren 2009 ble gjort med oppgaven Sirkustelt/Circus. Denne oppgaven ble først introdusert for meg ved Hop ungdomsskole våren 2009, og er opprinnelig hentet fra terminprøvesettene for 10. trinn høsten 2008 tilhørende læreboken ”nye MEGA”. Jeg valgte å oversette og bruke dette oppgavesettet videre i samtalene jeg holdt selv.

[5] Problemløsningsskjemaet det refereres til er et skjema basert på Polyas fremstilling slik den er presentert i denne teksten.

Oppgavesettet tilbyr utfordringer på ulike kognitive nivå og kan brukes for både sterke og svake elever. Oppgavesettet krever også kontroll over basiskunnskaper som elevene har vært gjennom tidligere til bruk i løsing av oppgavene, og kan bland annet derfor sees på som en problemløsningsoppgave. I samtalesituasjonen må elevene også eksplisitt uttrykke hvordan oppgavene blir forstått og vurdere svaret til slutt, noe som er viktige delprosesser i problemløsning (jfr. avsnitt 2.5).



Sirkustelt

5 m

11 m

r = 11 m

Teltet til Sirkus Colorama har en sirkelformet grunnflate. Teltet består av en sylinder og en kjegle.

Som dekorasjon midt på gulvet i manesjen finner vi figuren til høyre.
Den består av en regulær sekskant i en sirkel.
Sekskantens diagonaler og sirkelens diameter er 6 m.

2.4
Se på figuren av dekorasjonen midt på gulvet i manesjen.

Regn ut den delen av arealet som ikke er skravert på figuren.

2.5
Se på figuren av sirkusteltet.
Regn ut arealet av teltduken.

Kjegle

h s r

$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$O = \pi r^2 + \pi r s$$

2.6
Se på figuren av dekorasjonen midt på gulvet i manesjen.

Stuntsyklisten Ivankiv sykler langs sirkelperiferien til dekorasjonen. Han sykler på en etthjulssykkel, radien på sykkelhjulet er 20 cm.

Hvor mange ganger har hjulet gått rundt når Ivankiv har syklet 5 runder?

Figur 3.1.1.1 Oppgavesettet ”Sirkustelt” (norsk utgave).

Den første oppgaven krever at elevene finner en metode for å finne arealet av en flate de ikke har noen "rett-frem-formel" for. På denne måten må elevene bruke kjent kunnskap om areal av en sirkel og trekanter på en ny sammensatt måte. Elevene må så se at høyden i en trekant ikke er 3m og derfra komme til hvordan de kan bruke Pythagoras læresetning for rettvinklede trekanter til å finne denne høyden. I denne deloppgaven må elevene også finne informasjon om lengdene de trenger lenger oppe på oppgavearket, og de må ”velge” rett mellom tallene 6m (diameteren til dekorasjonen) og 11m (radiusen til hele teltet), noe som krever at oppgaven leses nøyaktig.

I neste deloppgave gis det formler som kan brukes, men disse vil være unyttige dersom elevene ikke reflekterer over hvilken som skal brukes, og kan overføre informasjon fra kjeglen som formlene gjelder for, til sirkusteltet. Elevene må derfor i denne oppgaven blant annet kunne skille mellom volum og overflate. Igjen skal elevene finne arealet av en uregelmessig figur der de må splitte opp figuren i en sylinderdel og en kjegledel. I tillegg er figuren i tre dimensjoner i denne oppgaven, noe som gir arealet en mer abstrakt form.

I siste deloppgave i dette oppgavesettet stilles krav til strukturering av løsningsstrategien, da elevene må gjennom flere mellomregninger for å komme til svaret. Elevene må både regne ut omkretsen av hjulet og av fem runder rundt dekorasjonen før de må finne forholdet mellom dem. Dette krever at elevene har forståelse av forholdstall. Denne deloppgaven stiller også krav til at elevene vet hva sirkelpereferi er. I samtaler med svake elever kommer man sjelden til denne oppgaven da den stiller høye krav til kognitiv strukturering.

3.1.2 Oppgavesettet ”Hemmelig tall”

Matematikksamtale 5 er en av samtalene som ble observert ved Hop ungdomsskole våren 2009. Denne matematikksamtalen tok for seg oppgaven ”Hemmelig tall” som skiller seg fra oppgavesettet ”Sirkustelt”, blant annet ved at den presenterer egenskaper ved svaret som skal tilfredstilles. Oppgaven er hentet fra ”Terminprøver for 10. trinn 2009” tilhørende læreboken nye MEGA (minskole.no).Oppgaven åpner for flere mulige løsningsmetoder, noe som åpner for diskusjon. For eksempel kan man ta for seg hvert tall og gå gjennom betingelsene, eller man kan gå gjennom betingelsene og deretter ekskludere tall. Det trenger ikke være opplagt hvilken metode som er mest hensiktsmessig.

I oppgaven presenteres fem betingelser som det hemmelige tallet skal tilfredsstille. I disse betingelsene brukes matematiske begreper som må forstås for å utføre oppgaven. I matematikksamtalen blir derfor viktig at elevene er enige om betydningene av disse begrepene. Oppgaven er således også en problemløsningsoppgave der en stor del av utfordringen er å forstå problemet (punktene som blir gitt). Man vil også for alle punktene se at å bruke figuren og merke av på denne vil være hensiktsmessig. Som man vil se i et utdrag fra samtale 5 i avsnitt 5.3 kan denne oppgaven også omformuleres til at elevene skal bevise eller motbevise at et spesifikt tall tilfredsstiller betingelsene som er gitt.

I denne oppgaven kan du bruke hundrekartet nedenfor til hjelp for å finne det hemmelige tallet.

- Det hemmelige tallet er delelig med tre.
- Summen av sifrene i tallet er mindre enn ti.
- Sifferet på tierplassen er større enn sifferet på enerplassen.
- Differansen mellom sifrene i tallet er mindre enn fire.
- Dersom du multipliserer sifrene i tallet med hverandre, blir summen av sifrene i svaret et oddetall.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Vis at det hemmelige tallet oppfyller alle egenskapene som er gitt i punktene.

Figur 3.1.2.1 Oppgavesettet ”Hemmelig tall”

I den første betingelsen trengs kunnskaper om deling. Ved bruk av merkning av figuren vil et mønster med skrå linjer bli synlig. Dersom elevene blir oppmerksomme på dette kan det spare dem mye tid. Når man i avslutningsfasen av samtalen ser tilbake på hvordan man løste oppgaven, kan dette være noe å bemerke dersom elevene ikke så dette.

I neste betingelse må elevene vite forskjell på et siffer og et tall. Igjen vil bruk av tabellen kunne redusere antall tall elevene må sjekke ved å gi et mønster.

Det tredje punktet setter krav til at elevene vet hva tierplass og enerplass er. For tallene med kun ett siffer vil definisjonen av størrelsen på tierplassen være et aspekt å diskutere. I tillegg kan elevene gjøres oppmerksomme på tallet ”100” der det lett kan misforstås og tenkes at ”1” er på tierplassen siden den står først. Det kan også åpnes diskusjon om 10-tallssystemet og andre tallsystemer.

I det fjerde punktet vil man få negative tall for en del av differansene noe som åpner for diskusjon av absoluttverdier samt ”store” negative størrelser som små. Dette krever abstrakt tenkning da negative størrelser ikke kan telles på samme måte som positive størrelser.

Det siste punktet er formulert mer som en instruksjon enn de andre punktene. For sterke elever kan begrepet tverrsum presenteres her. Dette punktet åpner også opp for en diskusjon rundt definisjonene av partall og oddetall, noe som man vil se et eksempel på under avsnitt 5.3. For noen av tallene blir summen av sifrene i svaret null noe som utvider denne diskusjonen.

3.2 Matematikksamtale

En matematikksamtale slik begrepet benyttes i denne teksten er definert som en samtale med en liten gruppe elever (tre til fire)og en lærer, der det presenteres en matematisk oppgave som skal løses ved hjelp av diskusjon og samarbeid mellom elevene, med bidrag fra læren. Elevene som deltar på en matematikksamtale som beskrevet her vil være på noenlunde samme faglig nivå, og hvordan samtalen forløper vil være avhengig av hvilket nivå elevene er på. For elever på lavt faglig nivå, vil matematikksamtalene trene elevene på å være trygge i samtalesituasjonen og vise dem verdien av å jobbe sammen som gruppe for å komme frem til løsningen på det gitte problemet. Wyndhamn (1995) peker på viktigheten av dette for å etter hvert oppnå ”ønsket” samtaleform. Det vil legges vekt på å bygge disse elevenes selvtillit både faglig og personlig ved å verdsette svar og innspill, og det vil fokuseres på viktigheten av å lytte til medelevenes bidrag ved å blant annet repetere og bekrefte utsagn som brukes videre. For elever på høyt faglig nivå vil det legges mindre vekt på selve samtaleteknikken, da dette for mange synes å komme mer naturlig blant de faglig sterke elevene. Det vil likevel bli fokusert på at alle skal være aktive, og det blir lagt vekt på at forklaringer skal eies av hele gruppen. Det blir også i disse gruppene fokusert mer på refleksjon og vurdering av svar. Selv om dyktige elever kan antas å ha høyere *faglig* selvtillit, blir det i samtalene med disse elevene også fokusert på personlig selvtillit i *gruppen*. Matematikksamtalene vil sådan bidra til å øke tryggheten til å snakke i gruppen (og i klasserommet for øvrig) (Grevstad m.fl., 2009), og bidrar positivt til elevenes "demokratiske utdannelse" (jfr. avsnitt om samtale og demokratibegrunnelsen).

3.3 Utfordringer og kritikk til samtale som effektivt for læring

3.3.1 Hvilke utfordringer finnes for matematikksamtaler?

En samtale i seg selv trenger ikke å være fruktbar for læring. Flere faktorer kan spille inn som kan være et hinder for læringsprosessen. En av disse kan være det elevenes språklige utvikling og evne til å forklare (Nesher i Sfard, 1998). Gjennom min forskning har jeg særlig sett trenden at en del svake elever kan slite med å uttrykke seg generelt i hele setninger under samtalene, og det blir da ytterligere vanskelig å forklare seg om det matematiske anliggende. Dette er likevel ikke et argument for å ikke ha matematikksamtaler, da en av effektene man ønsker å oppnå er å bedre elevenes evne til å utrykke seg om matematikk. I en samtale der elevenes språk er dårlig vil nettopp dette være et fokus å utvikle gjennom å ha samtaler.

I følgende utsnitt fra matematikksamtale 9 jobber elevene med oppgavesettet "Sirkustelt" og andre deloppgave der de blir bedt om å finne arealet av teltduken til sirkuset. Samtalen er med elever på svakt nivå.

> Meg: Den formelen som dere har fått der, hva er det formel for?
> Elev 3: Det er… det er… formel for utregning.
> (litt stille)
> Meg: Men den gjelder for den figuren ved siden av ikke sant?
> Elev 2: %[6] Den kjeglen
> Elev 3: % Den sylinderen på toppen
> Elev 1 sier noe samtidig men dette kommer ikke klart frem på opptaket
> Elev 3: Det er…
> Meg: Ja, så det er både en sylinder og en kjegle på det sirkusteltet.
> Elev 3: ja
> Meg: Det er sammensatt
> Elev 3: må regne ut kjeglen og plusse det sammen
> Meg: Det kan sikkert være lurt ja, regne det ut hver for seg
> Elev 1 og 3: ja
> Elev 3: Først ut kjeglen…

[6] % i transkriptet betyr at noe sies samtidig

Man ser i dette utdraget at elevene ikke har noen fullstendige setninger, kun løse ord eller halve setninger. Det blir her særlig viktig at læreren anerkjenner konstruktive utsagn og også klargjør for gruppen det som kommer frem slik at prosessen gjennom å løse oppgaven blir støttet. Dersom læreren ikke er sensitiv for dette vil samtalen ikke skape noen god læringssituasjon for disse elevene.

Matematikk har også en del notasjoner som i seg selv er utfordrende å forklare med det naturlige språket (Nesher i Sfard, 1998), noe som også kan skape konflikt. Et eksempel på dette kan være den matematiske notasjonen ”rot”, som ikke kan forklares uten å komme inn på andre matematiske notasjoner som potenser og inverse operasjoner. På denne måten vil det også være en utfordring dersom man ønsker å evaluere hvordan elever har forstått denne type begreper, da man kun kan evaluere hvordan elevene bruker notasjonene (Nesher i Sfard, 1998). Et annet eksempel er Pythagoras læresetning som kan benyttes enten reflektert og med bevissthet om hva katet og hypotenus er, eller ubevisst der det er heller tilfeldig hva som faller på hvilken plass i formelen. En vanlig feil her kan være å automatisk plassere den ukjente lengden på den ene siden av likhetstegnet, uten å tenke gjennom om det er pluss eller minus på den andre siden. Ved forståelse av formelen vil fortegn være gitt automatisk.

En annen utfordring ved matematikksamtaler kan være at elevene ikke er vant til å lytte til andre enn læreren og det kan i stedet for en samtale utvikle seg til en monolog dersom det kun er en elev som uttrykker seg, eller en ”multilog” (Wyndhamn, 1995) der elevene snakker i munnen på hverandre, enten det er fordi det er kamp om oppmerksomheten eller at elevene ikke lytter til hverandre. Dette vil ikke tjene hensikten med matematikksamtalene om at kunnskapen bygges i samspillet mellom elevene. Der blir derfor viktig for læringsutbyttet at samtalene oppmuntrer elevene til å bruke hverandre ved at læreren blant annet bekrefter konstruktive utsagn, og også begrenser bekreftelser på svar for å gi medelever tid til å reflektere over svaret.

Dersom elevene er vant til IRF-samtaler og å lytte til læreren i matematikktimene, vil elevene ha en utfordring når de i matematikksamtalene skal jobbe med problemløsning muntlig. Problemløsning er krevende hva gjelder konsentrasjon og intellektuell innsats, og når elevene videre forventes å diskutere med hverandre, kan dette virke forstyrrende på problemløsningen (Sfard, 1998). Siden det ut fra undersøkelsene på klasseromsinteraksjon nettopp virker å være lærerstyring og IRF-samtaler som er det mest vanlige, bør man være oppmerksom på at elevene ikke vil være forberedte på den kognitive innsatsen som kreves av dem.

3.3.2 Er samtaler alltid effektivt for læring i matematikk?

Selv om det blant lærere og didaktikere i matematikk virker å være en konsensus rundt viktigheten av å snakke matematikk (Sfard, 1998), samt at læreplanen har det å utrykke seg muntlig som en av fem grunnleggende ferdigheter, er det ingen konkrete bevis, i naturvitenskapelig forstand, for at det å samtale i matematikk fører til læring (Sfard, 1998). For et så presist språk som det matematiske språket representerer, vil det derfor virke upresist å bruke likhetstegn mellom kunnskap og samtale. Sosiokulturell læringsteori er godt etablert som en retning innen undervisning og læring, og matematikksamtaler som presentert her kan sies å ha beriket de deltakende elevene. Etter at prosjektet "fra ord til handling" var over ved Hop ungdomsskole gjorde disse elevene det i gjennomsnitt bedre i matematikk enn før prosjektet startet (Kirfel m.fl., 2010). Dette kan være indikasjoner på at matematikksamtalene fremmet elevenes forståelse. Likevel påpeker Sfard (1998, s 41) at troen på et læringsutbytte ved matematiske samtaler ikke er nok til å gjøre dette til en endelig sannhet.

Undervisning er ment å skulle forberede elevene på virkeligheten utenfor skolens vegger. Utvikling av matematikk praktiseres i stor grad ved universitetene som forskning (Sfard, 1998). Hvis da samtale er en visjon for matematikkundervisningen ønsker man å "lage" unge forskere som diskuterer og verifiserer ideer seg i mellom, i små grupper og i helklassen (Sfard, 1998). Kommunikasjon mellom forskere i matematikk derimot foregår sjelden på denne måten, og man finner heller at mange matematikere jobber på egenhånd og at samtalen mer er et perifert verktøy på det akademiske nivået (Sfard, 1998). Argumentet med at skolen skal forberede elevene på virkeligheten utenfor skolen, vil således falle sammen med fokus på samtaler, da dette ikke er vesentlig i akademia. En yrkesmatematiker legger mer vekt på utholdenhet og stringens som er mer i tråd med oppgavetradisjonen i skolen, enn samtaler med andre. Til gjengjeld kan man kanskje si at produksjon av ny matematikk ikke er skolens oppgave og at det derfor muligens kan være hensiktsmessig med matematikksamtaler likevel dersom man vektlegger skolen som læringsarena og henter syn på kunnskap fra sosiokulturell læringsteori.

3.5 Hva gjør en matematikksamtale fruktbar?

Jeg vil i det følgene beskrive noen av virkemidlene læreren kan bruke i matematikksamtaler for å gjøre samtalen fruktbar for læring.

3.5.1 Autentiske spørsmål

En samtale kan utforme seg på ulike måter, noe som vil påvirke elevenes læringsutbytte. Forskning har vært gjort blant annet på hvordan autentiske spørsmål fra læreren fremmer læring, og det ble antydet at denne type spørsmål vil virke positivt (se blant annet Nystrand m. fl. 1997, Mehan 1979). Autentiske spørsmål er ”ekte” spørsmål der det ikke er opplagt at læreren har svaret. Et eksempel på dette presenteres i avsnitt 5.3.

Når læreren spør autentiske spørsmål og ber om forklaringer fra elevene, oppmuntres individuelle tolkninger (Streitlien, 2009). Disse tolkningene vil igjen åpne for diskusjon for å komme til en konsensus i gruppen. På denne måten fremmer autentiske spørsmål kognitive utfordringer i samtalen, gjennom at ulike perspektiver undersøkes.

3.5.2 Fokuserende spørsmål

Det er også enkelte spørsmålstyper læreren kan bruke som virkemidler på ulike måter i samtalen alt etter hva elevene i gruppen trenger. Fokuserende spørsmål kan brukes for å gjøre elevene mer oppmerksomme på sammenhenger, prosesser og detaljer som det antas at elevene selv ikke ser (Wyndhamn, 1995). I følgende utdrag fra matematikksamtale 6 møter vi fire elever som jobber med oppgavesettet ”CIRCUS” og starten av første oppgave der de skal finne arealet av den delen av dekorasjonen som ikke er skravert. Elevene blir forvirret av den andre tegningen på arket av hele sirkusteltet der radiusen til teltet er 11m. Det er oppgitt i oppgaven at dekorasjonens diameter er 6m.

> Elev 1: The radius is 11..
> (De andre elevene er enige og det blir stille og det fortsettes på papirene.)
> Meg: So what is the radius of the decoration?
> Elev 1: The radius of the decoration be the centre of the side of the circle, yeah...
> Meg: Do you all agree on that?
> Elev 2: I’m confused now…because it is the diagonal of the hexagon and the diameter of the circle is 6m but on the top here it says the radius is 11m.
> (Samtalen utvikler seg videre til at eleven kommer frem til rett radius.)

Vi ser i dette utdraget at min andre kommentar her virker som et fokuserende spørsmål som gjør elevene bevisste på tallet de ønsker å regne videre med. Fokuset er ønskelig fra min side for å gjøre elevene oppmerksomme på at de ikke bruker riktig tall.

3.5.3 Klargjørende spørsmål

En annen type spørsmål kan være klargjørende spørsmål, som kan brukes dersom læreren både søker informasjon samtidig som elevene får utrede visse forhold (Wyndhamn, 1995). Et eksempel kan være å be elevene fortelle hva de ser, eller stille spørsmål som oppmuntrer elevene til å formulere seg matematisk.

3.5.4 Anerkjenne og bygge videre på elevenes svar

Krackur og Prendergast (1997) gjorde en videre studie av lærerens bidrag i samtalen der de i tillegg til spørsmålstype fokuserte på lærerens respons til elevenes svar. Resultatene viste at også det å anerkjenne og å bygge videre på elevenes svar var svært betydningsfullt for elevenes læringsutbytte, og er med å bygge elevenes faglige selvtillit (Streitlien, 2009). Forskning på samtalemønstre i klasserommet viser at det at læreren bygger videre på elevenes svar og anerkjenner konstruktive bidrag fremmer læring (Streitlien, 2009). Hvordan læreren gir respons vil her være avhengig av elevgruppens nivå. Erfaringer fra eget feltarbeid antyder at flinke elever med faglig selvtillit vil trenge mindre tilbakemeldinger i form av mer rom til egen vurdering av svar. Svakere elever derimot synes å trenge mer støttende tilbakemeldinger underveis, og det å fremheve konstruktive utsagn vil hjelpe elevene til å verdsette medelevers bidrag.

3.5.5 Samtaleteknikk

For at en matematikksamtale skal være effektiv læringsmessig er det viktig at elevenes ferdigheter i matematisk samtaleteknikk øves inn (Sfard m. fl., 2001). Med samtaleteknikk menes elevenes evne til å delta i en samtale/dialog slik den er beskrevet i avsnitt 2.1.1 da med fokus på at elevene både bidrar og lytter i samtalesituasjonen. Dette vil også være nyttig ut i fra et demokratisk perspektiv slik forklart i avsnitt 2.1.3. Ut ifra egne samtaler har jeg observert at opplæring i samtaleteknikk særlig vil være et behov hos de svake elevene, som ofte verken er vant til å skulle formulere seg muntlig om matematikk, eller lytte til særlig andre enn læreren (Wyndhamn, 1995). For flinkere elever synes samtaleteknikk å komme mer naturlig. Uansett er det viktig at læreren her møter eleven på deres nivå, og hjelper elevene å bygge opp et godt grunnlag for å delta i samtalene før for mye egeninitiativ og utdypninger kreves. Etter hvert som ferdighetene i samtaleteknikk bygges opp vil elevene bli mer uavhengige av læreren som støtteperson, i form av at elevene diskuterer mer seg i mellom og tar selv mer initiativ til å drive samtalen videre. Målet vil være å få elevene til å best mulig utnytte hverandre i samtalen uten at læreren hele tiden trenger å styre samtalen (Wyndhamn, 1995).

4 METODEBESKRIVELSE

Metoden som ble brukt til å samle data til denne oppgaven er i grenseland mellom deltagende observasjon og kvalitativt forskningsintervju (se blant annet Kvale, 1983). Jeg har her valgt å la meg inspirere av det kvalitative forskningsintervjuet i beskrivelsen av min metode.

I motsetning til metoder innen naturvitenskapen som legger vekt på reproduserbarhet i innsamlingsfasen, er det kvalitative forskningsintervjuet, som matematikksamtalen, ikke reproduserbart da det skjer en endring hos intervjuobjektet/elevene i løpet av intervjuet/matematikksamtalen i form av at det oppstår en ny innsikt og bevissthet rundt temaet/oppgaven det snakkes om (Kvale, 1983). I tillegg legger metoder innen naturvitenskapen vekt på objektivitet i analysefasen, mens det i det kvalitative forskningsintervjuet og i matematikksamtalene fokuseres på mening bak utsagn, noe som igjen hviler på en subjektiv forståelse (Kvale, 1983).

Hensikten med et kvalitativt forskningsintervju er å samle rikt og lite forutinntatt materiale om intervjuobjektet. Gjennom at intervjuer møter med en uforutinntatt holdning til hva som skal komme frem av samtalene, øker åpenheten for uforventede funn (Kvale, 1983). Vi kaller dette en induktiv tilnærmingsmåte; der det ikke er noen hypotese som blir testet (Larsen, 2007). Til sammenligning ble matematikksamtalene også holdt og transkribert før det var noen forventning til hva som ville bli funnet. Resultatene ble først synlige i etterkant da flere samtaler ble sett under ett og det ble trukket linjer til psykososial teori om tenåringer (som presentert i avsnitt 2.4) og til elevenes faglige nivå.

4.1 Innhenting av data

Innsamling av data til denne oppgaven startet da jeg våren 2009 deltok på Hop ungdomsskole sitt prosjekt "Handling til læring" (bergenskolen.no, Kirfel m.fl. 2010) som observatør på matematikksamtaler som ble holdt i forbindelse med prosjektet. Jeg var observatør på fem matematikksamtaler holdt av to forskjellige lærere ansatt ved Hop ungdomsskole. Mens jeg observerte tok jeg notater til samtalen. Notatene ble senere renskrevet og dannet grunnlaget for en 10 studiepoengs tekst, levert samme vår, om matematikksamtalen, da særlig slik den artet seg ved Hop ungdomsskole.

Høsten 2009 utførte jeg selv matematikksamtaler ved The Cape Academy of Mathematics, Science and Technology (CAMST). I disse samtalene hadde jeg både rollen som deltaker og som observatør, og jeg valgte derfor å bruke diktafon for å ta opp samtalene slik at jeg kunne ha full fokus på deltakelse i samtalen, og deretter innta rollen som observatør under og etter transkripsjonen av båndopptakene. Samtalene ved CAMST bidro sammen med samtalene utført våren 2009 til en ny 10 studiepoengs tekst, denne gangen med fokus på matematikksamtalen mer generelt samt at tenåringsaspektet ble hentet inn. Begge tekstene skrevet våren 2009 og høsten 2009, samt samtalene utført i forbindelse med disse, bidrar som datamateriale i denne teksten.

Våren 2010 utførte jeg to nye samtaler ved Hop ungdomsskole, tilsvarende slik de ble utført ved CAMST, uten annen lærer til stede. Hensikten med disse samtalene var å samle mer detaljert materiale fra samtaler i Norge, gjennom å bruke diktafon og transkribering.

Til felles for alle samtalene er at elevene ble tatt ut av ordinær undervisning for å delta på samtalene. Det var også på forhånd gjort avtale med faglærer og med elevene at de skulle bli tatt ut, og faglærer stod også for gruppesammensetningen. Ved Hop ungdomsskole var allerede elevene delt inn etter nivå så elevene som var sammen i samtalene ble valgt ut fra dette. Ved CAMST gjorde faglærer denne utvelgelsen.

I forkant av hver samtale ble elevene informert om hensikten med samtalene og at disse ikke ville innvirke på karakteren de fikk. Der diktafon ble brukt, ble dette også gjort kjent for og akseptert av elevene på forhånd. I avslutningsfasen av samtalene ble det lagt vekt på å fokusere på hva elevene hadde oppnådd og å skape en positiv atmosfære, noe som er viktig for at elevene skal sitte igjen med en god følelse etter samtalen (Grønmo, 2004).

4.2 Bearbeiding av data

For å ha best mulig dokumentasjon på alle samtalene jeg var med på, ble disse skrevet ned rett etter at de var utført. I samtalene der jeg var observatør ble notatene jeg tok underveis renskrevet og fylt ut. Her var det en særlig fordel at dette ble gjort rett etter samtalen var ferdig for å sikre kvaliteten på transkripsjonene (Grønmo 2004, Larsen 2007). I samtalene jeg holdt selv transkriberte jeg båndopptakene ordrett. Siden kroppsspråk og annet relevant samspill som er viktig å få frem ikke kommer frem av selve båndopptakene, var det også her en fordel at disse ble skrevet ned kort tid etter samtalen fant sted (Kvale 1983, Grønmo 2004). Underveis i transkripsjonene la jeg til kommentarer om kroppsspråk og annen interaksjon og også enkelte refleksjoner jeg gjorde meg underveis som kunne være interessante å påpeke.

I utgangspunktet var all dokumentasjon under nedskriving tenkt for eget bruk, men kan også fint leses av andre.

Etter all data var innhentet og transkribert ble gjenfortelling brukt på enkelte av seksjonene i av samtalene. Gjenfortelling gikk ut på at jeg fokuserte på en del av en samtale og skrev ned på nytt med egne ord og fulle setninger hva som skjer og blir sagt i utdraget uten særlig videre analyse. Hensikten med denne fasen var å redusere datamaterialet samtidig som det settes nytt fokus på de utvalgte delene (Larsen, 2007). Valgene av hvilke utdrag jeg tok fatt i ble gjort etter hva jeg oppfattet kunne være relevante deler å ha med og presentere i denne teksten som samtidig kunne underbygges av den psykososiale teorien om tenåringsutvikling etter Erikson (1959) og Werner (1961, referert i Montemayor og Eisen 1977). Gjenfortelling ble brukt på flere seksjoner enn de som blir presentert i teksten, men det var likevel nyttig å gjenfortelle for å få en bredere forståelse for hva som foregår i de ulike samtalene.

4.3 Analyse av data

I analysefasen fokuserte jeg på meningsinnhold for å identifisere mønstre, sammenhenger og fellestrekk/ulikheter i datamaterialet (Larsen, 2007). Jeg gikk tilbake til de gjenfortalte utdragene samt de originale transkripsjonene og kom med kommentarer til hva som skjer i sekvensen. Jeg analyserte både elevenes utsagn samt hvordan mine egne utsagn som tutor ble brukt for å støtte elever eller veilede dem i riktig retning. Kommentarer om forskjeller mellom sterke og svake elever ble også forsøkt påpekt i disse analysene. Etter å ha gått gjennom psykososial teori om tenåringer gikk jeg igjen tilbake til transkripsjonene og gjenfortellingene med analyser for å trekke linjer mellom innsamlet materiale og teori.

> *"By the analysis of qualitative interviews it is common first to read an interview through to get at the more or less general meaning. One then goes back to certain themes and special expressions, tries to develop their meaning, then again returns to the more global meaning of the interview, and so on."*
>
> *(Kvale, 1983 s 186)*

I analysen av samtalene veksles det mellom å se på spesifikke sekvenser i transkripsjonene og elevgruppen som sterk eller svak som helhet. For eksempel ble elevgruppen i en samtale først "plassert" i en kategori (sterke elever/svake elever). Egenskaper i samtalen ble så analysert og sammenlignet med andre samtaler der elevene var på samme nivå, før det til slutt ble trukket paralleller til psykososial teori. Egenskapene som kom frem i samtalen ble så med reflektert subjektivitet sett på som ”kjennetegn” for den kategoriserte elevgruppen. Analysen kan således beskrives som en kontinuerlig frem-og-tilbake-prosess mellom fokus på helheten og de enkelte delene noe som også vil kjennetegne en hermenautisk sirkelmetode (Kvale, 1983).

4.3.1 Eksempel på gjenfortelling og analyse av en sekvens

Sekvens (hentet fra matematikksamtale 9)

(1) Meg: Har dere lyst til å lese oppgaven først? En av dere?
(2) Elev 2: Yøy, yøy, se på figuren av sirkusteltet. Regn ut arealet av teltduken.
(3) Meg: Vi kan ta… ja vi tar den
(litt stille)
(4) Elev 2: ja…
(litt stille)
(5) Meg: Så det dere skal finne er arealet av hele sirkusteltet som det er bilde av på toppen.

Gjenfortelling

Elevene blir i starten av samtalen bedt om å lese oppgaven og elev 2 begynner rett på å lese andre deloppgave på arket. Jeg bekrefter at vi kan starte på den oppgaven. Etter at det blir litt stille mellom elevene repeterer jeg oppgaven med nye ord.

Analyse

Det er vanskelig å vite hvorfor eleven som leste oppgaven startet på andre deloppgave da denne er midt på arket samt at alle deloppgavene er avgrenset med doble linjer over og under, også første deloppgave.

Jeg prøver å gjøre elevene oppmerksomme på at dette ikke er første oppgave gjennom den nølende kommentaren (3), samtidig som jeg ikke ønsker å gi elev 2 her noen opplevelse av at han/hun har gjort noe feil ved å prøve å få frem at vi gjør et bevisst valg når vi ikke starter på begynnelsen av oppgavesettet.

Elevene kommer ikke i gang med løsing av oppgaven da det blir stille. For å få elevene i gang repeterer jeg oppgaven med nye ord (5), og igjen prøver jeg å få elevene til å fokusere på informasjonene på toppen av arket. Jeg prøver også å bevisstgjøre elevene på at alle oppgavene sammen utgjør en helhet og at nyttig informasjon kan finnes utenfor oppgavens fysiske avgrensning med de doble linjene.

Elever på lavt nivå virker å trenge hjelp for å komme i gang med oppgaven.

I tillegg til analysen som ble gjort i sammenheng med denne teksten, ble det også gjort analyser av enkelte av samtalene underveis i tekster skrevet våren 2009 ("MAT292 – matematikksamtalen") og høsten 2009 ("Samtale i matematikk"), samt i artikkelen "Matematikksamtalen" (Kirfel m.fl. 2010, se vedlegg) publisert i Tangenten 2/2010. Analyser og resultater funnet i disse tekstene, ble reflektert over på nytt i forbindelse med denne nye teksten.

4.4 Sammenligningsaspektet

Mitt utgangspunkt for å gjøre feltarbeid både i Norge og Sør-Afrika var at jeg i et praksisbesøk til The Cape Academy of Mathematics, Science and Technology (CAMST) høsten 2008 opplevde at elevene jeg møtte hadde flere likhetstrekk med norske elever. Elevene ved CAMST er elever som i hovedsak er hentet fra "townshipene" rundt Cape Town og som har blitt tilbudt en plass ved denne skolen, som tilsvarer norsk videregående skole, på grunnlag av gode karakterer i matematikk og engelsk fra det som vil tilsvare norsk ungdomsskole. Muligheten til å gå på denne skolen vil derfor ofte være elevenes eneste mulighet til utdanning etter ungdomsskolen, og i tillegg vil elever som utmerker seg ved skolen ha gode muligheter til å få stipend til videre utdanning. Bland annet på grunnlag av dette forventet jeg når jeg kom til CAMST at jeg ville møte motiverte elever og rolige konsentrerte klasserom. Tilfellet var at det klasserommet jeg møtte lignet mye på et norsk klasserom. Elevene var på ulikt faglig nivå, og det var både høylytte elever som gjorde seg godt bemerket og mer stille elever, noe man også ville funnet i norske klasserom. De helt ulike miljøbetingelsene, gjorde på denne måten fellestrekkene mer synlige, og aldersbetingede kjennetegn som tenårenes "identitetskrise" kunne identifiseres.

> *"By varying a given phenomenon freely in its possible forms, (…) (what) remains constant through the different variations, is the essence of the phenomenon."*
>
> *(Kvale, 1983 s. 184)*

I denne teksten vil det være fokus på likehetene, og funn som blir presentert vil være gjeldende for begge lands elever[7] selv om det i de enkelte delene vil bli presentert utdrag fra samtaler fra kun et av stedene. Siden det benyttes kvalitativ metode i innhenting av data, vil funnene ha overføringsverdi, selv om de på grunnlag av kun denne undersøkelsen ikke kan generaliseres til å gjelde ukritisk for alle ungdommer (Larsen, 2007).

Det at CAMST kan sammenlignes med en videregående skole og det at Hop skole er en ungdomsskole vil ikke være av stor betydning, da fokusgruppen ved Hop var elever i tiende trinn og fokusgruppen ved CAMST var elever på første året. Elevenes alder vil være den samme da man i Sør-Afrika er ferdig med 13 års skolegang et år tidligere enn i Norge. Det er heller ikke et poeng for denne teksten å fokusere på en aldersgruppe spesielt, men å se på fellestrekk for tenåringer i identitetskrisen beskrevet av Erikson og følgende kognitiv utvikling (jfr. avsnitt om tenåringsteori).

En annen fordel ved at funn som blir presentert vil gjelde uavhengig av hvilket land (skole) det er gjort feltarbeid i vil være at observasjonene i stor grad vil være uavhengig av kulturell bakgrunn. En av hensiktene med å utføre feltarbeid i to så ulike skoler er nettopp å eliminere kulturell bakgrunn som metoderelevant faktor. Hvis man i fremtiden ønsker å styrke samtalen i matematikkundervisningen vil man derfor ikke nødvendigvis trenge å ta spesielle forhåndsregler for å inkludere elever fra andre kulturer ved implementering av matematikksamtaler.

5 HOVEDDEL

5.1 Dalende interesse for matematikk

TIMSS Advanced er en internasjonal komparativ undersøkelse av elever som spesialiserer seg i matematikk og fysikk i det siste året på videregående skole. I Norge ble disse elevene definert som de elevene som tok henholdsvis 3MX og 3FY. Studien er designet for å kunne sammenlikne resultater mellom land, og for å kunne måle utvikling over tid, såkalte trender (Kortrapport TIMMS Advanced 2008). Da resultatene fra TIMSS Advaced 2008 ble publisert kom det frem at norske elevers prestasjoner i matematikk har sunket siden siste

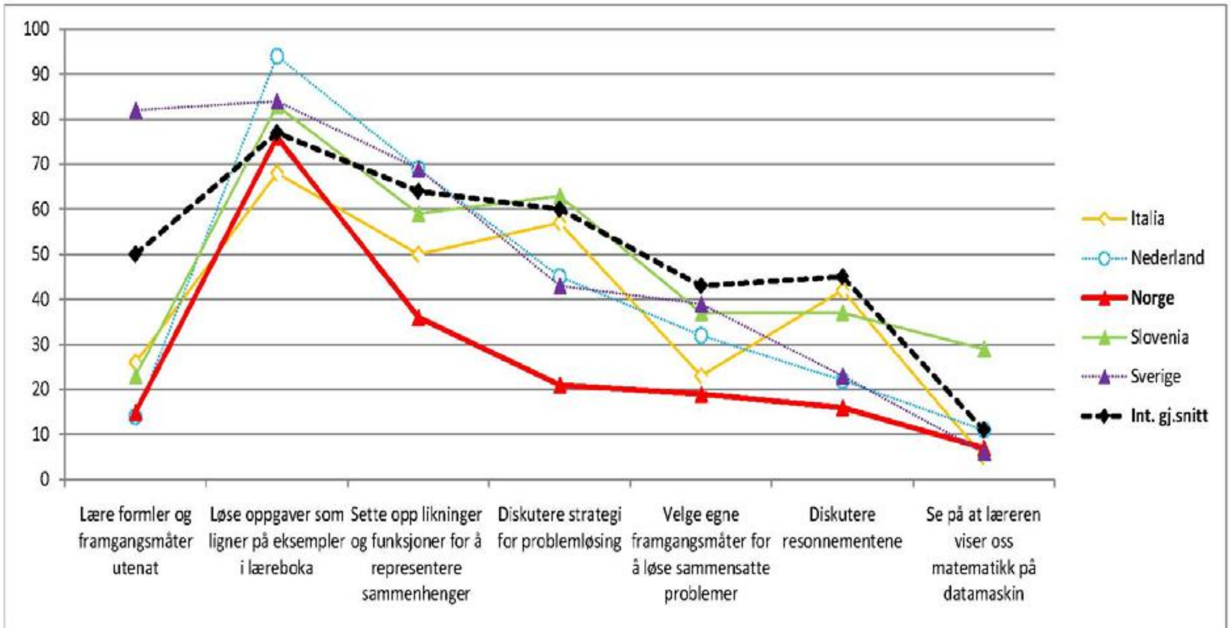
[7] Begge lands elever vil her være i betydningen at resultatene ble funnet både i samtaler ved Hop Ungdomsskole og ved CAMST.

TIMSS-undersøkelse ble gjort i 1995/1998[8], og er nå signifikant lavere enn det internasjonale gjennomsnittet. En annen bekymring er at en mindre andel av elevene valgte fordypning i matematikk i 2008 enn i 1998, selv etter satsninger på økt rekruttering.

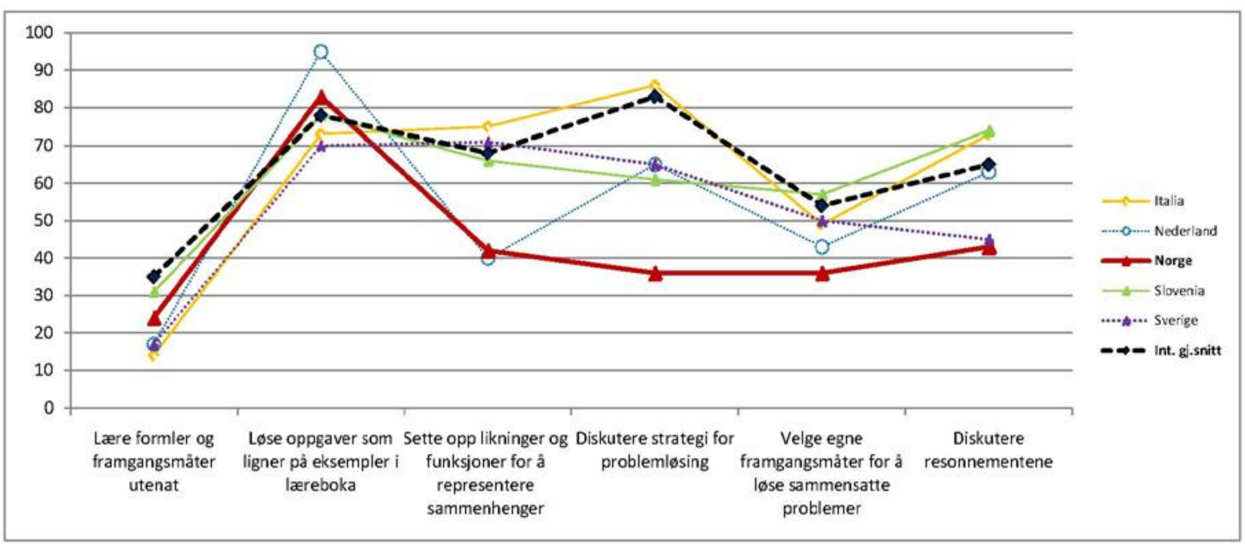
Kortrapporten fra TIMSS Advanced 2008 presenterer også undersøkelser av hvordan elever og lærere oppfatter undervisningen. TIMMS Advanced undersøker prestasjoner og undervisning for elever på siste året på videregående skole, men jeg velger her å fremstille resultater om oppgaveorientert undervisning funnet i TIMMS Advanced også som valide for elevgruppen omtalt i denne teksten (elever i tenårene fra ungdomsskole til videregående skole), da det generelt virker å være en oppgavediskurs i Norsk skole (Mellin-Olsen, 1996). Med oppgavediskurs menes her at matematikktimer drives av oppgaveløsning og således blir det sentrale i undervisningen (Mellin-Olsen, 1996). Kommunikasjonen i denne type diskurs vil i hovedsak være IRF-triader (Skovsmose, 1998).

Det kommer frem i rapporten av TIMMS Advanced at det i stor grad legges vekt på å løse oppgaver i matematikkundervisningen i norske klasserom, og at Norge ligger klart under de landene vi ønsker å sammenligne oss med når det gjelder å ”diskutere strategier for problemløsning” og å ”diskutere resonnementer”. ”Det kan (…) synes som om to a de viktigste læringsstrategiene som framheves i artikler om utvikling av matematisk forståelse, nemlig trening av ferdigheter og diskusjon rundt begreper og løsningsmetoder, er mindre brukt i norsk skole enn i andre land.” (Kortrapport TIMSS Advanced 2008, s.20)

[8] Norge deltok i studien av elever med fordypning i fysikk i TIMMS i 1995, men ikke i matematikkstudien. Isteden gjennomførte Norge studien av elever med fordypning i matematikk med de samme oppgavene som fra 1995 i 1998.



Figur 5.1.1: Elevers syn på hvor ofte ulike arbeidsmåter benyttes i matematikktimene (3MX i Norge). Prosentandelen av elevene som svarer omtrent halvparten eller oftere. (Figur hentet fra Kortrapport TIMSS 2008)



Figur 5.1.2: Lærernes syn på hvor ofte ulike arbeidsmåter benyttes i matematikktimene (3MX i Norge). Prosentandelen av lærerne til elevene som deltok i undersøkelsen som svarer omtrent halvparten eller oftere. (Figur hentet fra Kortrapport TIMSS 2008)

Det kan virke som om norsk skole i stor grad fokuserer på oppgaveløsing i undervisningen, og i den læreplanbestemte differensieringsprosessen, tilpasset opplæring (LK06, s. 4), får gjerne flinke elever bare flere oppgaver å jobbe med når de er ferdig med oppgavene som først var tildelt (Mellin-Olsen, 1991). Denne måten å undervise på vil medføre at elevene befinner seg på forskjellig sted faglig (Mellin-Olsen, 1991), da den blant annet ikke tar hensyn til elevens utvikling og behov. Ole Skovsmose (1998) beskriver i ”Undersøgelseslandskaper” en slik type matematikktime der læreren går gjennom nytt stoff og viser utvalgte eksempler, før elevene regner oppgaver selv eller i grupper. Han kaller dette for oppgaveparadigmet, og det kan virke som om norsk skole følger dette mønsteret.

Underveis i utdanningsløpet tar matematikken en mer abstrakt form (Holm, 2009). Ettersom tenåringer i skolen vil befinne seg på ulikt kognitivt nivå, med ulik evne til å tenke abstrakt (se psykososial teori om tenåringer presentert i avsnitt 2.4) blir det særlig viktig å ha en mer tilpasset undervisning da overgangen fra konkret kunnskap om et matematikkbegrep eller om en regneprosedyre, til den abstrakte forståelsen av fenomenet, ofte kan oppleves å være problematisk (Holm, 2009).

> *”Advanced mathematical constructs are totally inaccessable to our senses – they can only be seen with our mind’s eyes. (…) Beeing capable of somehow ”seeing” these invisible objects appears to be an essential component of mathematical ability; lack of this capacity may be one of the major reasons because of which mathematics appears practically impermeable to so many (…).”*
>
> *(Sfard, 1991 s. 3)*

I en matematikksamtale som beskrevet over tilbys en annen type utfordring for elevene da de må diskutere oppgavene de får muntlig. Dette medfører at de både må visualisere og uttrykke seg muntlig om oppgaven. Anna Sfard (1991) skiller mellom strukturell og operasjonell forståelse i matematikk som to komplementer der strukturell forståelse gjerne knyttes til visualisering, og operasjonell forståelse gjerne til verbalisering. Strukturell forståelse vil være statisk i motsetning til operasjonell forståelse som er dynamisk (Sfard, 1991), og kan sammenlignes med Piagets beskrivelse av kunnskap som figurativ eller operativ (Imsen, 2005). Eksempelvis kan likhetstegnet, ”=”, sees på både som et identitetssymbol (statisk) eller som en kommando (dynamisk). Piaget identifiserte også bestemte karakteristikker i en læringsprosess, der en av dem var at operasjonell forståelse kom før strukturell. Sfard (1991) sier på samme måte at strukturell tenkning er nødvendig for ikke å stoppe ”arbeidsminnet”, da det etter hvert vil bli for komplekst hvis for mye er på et operasjonelt nivå. Videre er det interessant at mentale bilder virker å støtte strukturell forståelse.

Med denne tolkningen blir det tydelig hvordan matematikksamtaler kan tjene en full forståelse for matematikk, både strukturell og operasjonell, og presentere en videreutvikling av matematikklasserommet slik vi tradisjonelt kjenner det i dag. I tillegg kan samtalene legges opp etter elevenes kognitive utvikling og evne til å tenke abstrakt, ved at elever på noenlunde samme nivå er sammen i samtaler og at lærerens støtte tilpasses dette.

5.2 Samtaler med elever på ulike nivå

Som presentert over i delen om tenåringers utvikling (kapittel 2.5) går elever gjennom ”tenåringskrisen” i ulikt tempo, og når den starter er også individuelt. Man vil for eksempel ofte ha at jenter når puberteten før gutter, selv om dette ikke vil gjelde for alle. Evnen til å tenke abstrakt og delta i matematikksamtaler vil være avhengig av hvor i utviklingen eleven befinner seg, noe man må ta hensyn til når man har matematikksamtaler med eleven. For læreren vil det være viktig å kunne utfordre elevene på en måte som står i samsvar med deres forutsetninger (Streitlien, 2009). I matematikksamtalene omtalt i denne teksten er deltakerne i hver samtale sammensatt med tanke på faglig nivå, og i presentasjonen av samtale vil jeg derfor skille mellom samtaler med sterke og med svake elever. Det vil komme frem i presentasjonen at det vil være ulikt utbytte og hensikt med samtalene etter hvilket nivå elevene befinner seg på.

5.2.1 Samtaler med sterke elever

For elever på høyt faglig nivå vil det være viktig å stimulere evnen til å tenke kreativt og å komme frem til løsninger i gruppen gjennom at elevene bruker medelevers kompetanse sammen med sin egen. Dette vil også ligge nært idealet i sosiokulturell læringsteori (Imsen, 2005). Det er viktig at det stilles kognitive krav i takt med elevenes nivå, og dette kan blant annet gjøres ved at læreren ber om forklaringer eller vurderinger av svar (Streitlien, 2009). I utdraget fra matematikksamtale 8 under ser vi et eksempel på hvordan jeg ber elevene vurdere svaret de er kommet frem til. Elevene jobber med den første oppgaven på oppgavesettet ”Sirkustelt” der de skal finne arealet av sirkusdekorasjonen som ikke er skravert. Elevene har tidligere beregnet arealet av hele sirkelen og kommet frem til at dette er 28m^2, og har så kommet frem til at arealet av det ikke-skraverte området er 16,3m^2.

> Meg: Men hvis dere skal se hva dere..dere kom til 16,3?
> Elev 2 og 3: Ja.
> Elev 1: Mm

Meg: hvis dere ser på… hvis dere prøver å vurdere om det kan være rett i forhold til størrelsen på sirkusteltet…
Elev 3: Det er jo nesten halvparten (snakker om at det ikke-skraverte området er omtrent halvparten av hele dekorasjonen).
Elev 3: Bare at det er litt sånn utenpå bare på grunn av sirkelen (snakker om buene utenfor de skraverte trekantene).
Elev 1: Ja det er ca 28.
Elev 2: Ja.
Elev 1: Og halvparten av 28 er 14, så det må være mer enn 14.

Vi ser i utdraget hvordan elevene selv tar initiativ til hvordan de vil vurdere svaret, og at alle elevene er med og vurderer. Vurderingen krever en kognitiv refleksjon rundt svaret de har kommet opp med, noe som også vil være nyttig i matematikk for å unngå unødvendige regnefeil.

I samtalene jeg hadde med flinke elever opplevde jeg en stor grad av selvstendighet som gruppe. Dette vil være både positivt, men også utfordrende for læreren. Det er ønskelig at elevene lærer å jobbe med problemstillinger i gruppe, men det er viktig at læreren ikke blir passiv. Læreren må vise interesse for diskusjonene som pågår i kroppsspråk og utrykk dersom det er en fin flyt i samtalen mellom elevene. Dersom læreren viser likegyldighet for hva som foregår siden samtalen flyter av seg selv, vil læreren heller ikke kunne utfordre elevene kognitivt eller stimulere selvtillit. Samtidig må læreren gi disse elevene nok rom til selv å komme frem til løsninger i størst mulig grad. Det kan også være en utfordring for læreren dersom det blir stille å ikke gi elevene unødvendige ledetråder som de ville kunne kommet opp med selv.

I utdraget under jobber elevene med første oppgave fra oppgavesettet ”Sirkustelt” og holder på med utregning av høyden i de skraverte likesidete trekantene i oppgaven. De har at sidene i trekanten er 3m og har kommet frem til at de ser på en halv likesidet trekant og har da en katet på 1,5m.

Elev 2: ja, ehm… x^2 = 3^2 + 1,5^2, så du tar den Pythagoras læresetning, og så… men da er det jo at…
Meg: men hva er de forskjellige, hva er 3 hva er 1,5?
Elev 2: nei nå har vi gjort feil her(!) fordi at tre… den her er jo hypotenusen ikke sant, det er kateten. Så den er jo da, da blir det 3 MINUS (…) 1,5
Elev 3: Nei, det er jo ikke hypotenusen..
Elev 2: Ja, DEN er hypotenusen
Elev 3: Men sidene er… ja stemmer det, du må ta
Elev 1: 3 minus… ja. 9 minus 1,5^2 hva nå det er for noe

Elev 3: Ja ni er l…
Elev 2: Trenger vi egentlig å ta Pythagoras?
(kort stille)
Elev 1: Ja…
Elev 3: Er det ikke bare til å ta 9, nei 3^2 da er lik 1,5^2 + x^2

I dette utdraget ser vi eksempler på to ulike ”responser” fra læreren. Det første utsagnet fra meg som lærer er et eksempel på et klargjørende spørsmål for å gjøre elevene oppmerksomme på hvordan de bruker Pythagoras formel i forhold til hvilke tall de har (katet og hypotenus). Den andre ”responsen” er en ”stille respons” der jeg ved å *ikke* svare på elevens spørsmål tvinger elevene til å selv tenke over om de kan regne dette ut på en annen måte. Måten elev 1 svarer på indikerer at han/hun har tenkt gjennom svaret.

5.2.2 Samtaler med svake elever

For samtaler med elever på svakt faglig nivå er opplevelsen av samtale som nyttig metode for å diskutere matematiske problemer viktig. For disse elevene kan selve det sosiokulturelle prinsippet som matematikksamtalen bygger på, med at man sammen med medelever kommer frem til kunnskap, misforstås (Wyndhamn, 1995). I følgende utdrag fra starten av matematikksamtale 6 kommer det tydelig frem at elevene er usikre på hvordan man kan løse oppgaver gjennom diskusjon.

Meg: how do you want to find that?
Ingen svarer direkte men de begynner å skrive. Jeg ber de fortelle meg hva de skriver.
Elev 2: I’m writing… no everyone are writing the area of the circle first
Meg: So that is the area of the circle.
Elev 2: I think it is pi times r square
(de andre er også med og støtter opp under dette)
Elev 1: The radius is 11…
(de andre er enige. blir stille og de fortsetter på papirene)
Meg: So what is the radius of the decoration?
Elev 1: The radius of the decoration be the centre of the side of the circle, yeah...
Meg: Do you all agree on that?
Elev 2: I’m confused now… because it is the diagonal of the hexagon and the diameter of the circle is 6m but on the top here it says the radius is 11m.
Meg: Yes, so what is going on here?

(jeg ber de forresten om å legge bort kalkulatorene fordi jeg ikke er ute etter noe eksakt svar, kan merke at dette er uvant for dem)
Elev 1: So are we going to talk about this?

Vi ser i starten av utdraget at elevenes første reaksjon er å begynne å skrive på arkene, og de fleste kommentarene fra meg som lærer er formulerte som spørsmål for å få elevene til å snakke høyt om oppgaven. Selv om jeg har informert elevene før samtalen om hensikten med den, er også elev 1s siste kommentar her et tegn på at det å snakke ikke er opplagt. Selv om elev 1s utsagn her er veldig direkte formulert, er det en gjenganger i samtaler med svake elever at de lett tyr til å jobbe individuelt på eget papir, samt at det kan være utfordrende for læreren å få i gang en skikkelig samtale og diskusjon mellom elevene.

I løpet av matematikksamtale 9 ser man et eksempel på hvordan det for svake elever på slutten av en matematikksamtale full av ufullstendige setninger, og mye fokus rettet mot læreren, utvikles en ekte diskusjon seg i mellom. Elevene jobber med oppgave to fra oppgavesettet "Sirkustelt".

Elevene skriver på egne ark og mumler for seg selv mens de holder på. Jeg sier at de må hjelpe hverandre. De fortsetter å regne litt hver for seg.
(stille)
Elev 2: 6,28 *11 (?)
(kort stille)
Meg: Kan vi først gå gjennom formelen, at dere skriver riktig (det virker ikke som elevene har de samme tallene eller jobber med samme formel).
Meg: O = …
Meg: Kan du sjekke at det de skriver er riktig (henvender meg til elev 2 som ikke skriver).
Elev 2: Jeg har ikke peiling på hva elev 1 driver med nå.
Meg: Da må du spørre han hva han driver med.
Elev 1: Jeg har skrevet ned det derre der…
Elev 2: Ja, π *radius^2 ganger… nei pluss π *radius*side?
Elev 1: Ja…
Meg: Sjekke… stemmer det?
(eleven snur arket mot meg)
Meg: Det er ikke jeg som skal sjekke det da, han (elev 2) kan sjekke det
(stille)
Elev 2: Pluss 2 * 3,14
Elev 1: Ja, du skal ha to… det er sånn vi gjør det der…
Elev 2: Hvor får du totallet fra?
Elev 1: Må ikke ha, MÅ ikke ha to.

Elev 2: Hvor får du totallet fra?
Elev 1: Det vet jeg ikke, men vi har pleid å gange det med to (tenker trolig på formelen 2πr). Må ikke men… vi har pleid å gange det med to..
Elev 2: Blir det ikke bare 3,14*11*11 + 3,14*11*12
Elev 1: jooo… det kan være 3,14*11*11 + 3,14*11*12… eh!
Meg: Hva tror dere? Vi får vurdere, vi får ta en til sjekk, hva blir… hvis vi skal sjekke hva han (elev 3) har skrevet(?)
Elev 2: Hva?
Meg: Har dere skrevet det samme?
(stille)
Meg: Har dere samme regnestykke?
Elev 1: Dette (viser meg papiret)… altså uten det totallet

I utsnittet over ser vi at det oppstår en ekte diskusjon når jeg har fått elevene til å sjekke hverandres svar, og elev 1 argumenterer for er totall med et argument som ikke holder for elev 2. De sammenligner så med det elev 3 har skrevet og elev 1 ender med å innse at totallet ikke skal være med. Dette er på slutten av samtalen og man kan tenke at elevene har begynt å oppfatte min hensikt med samtalen at de skal bruke hverandre. Jeg avviser også underveis i dette utdraget elev 1 sitt forsøk på å få bekreftelse på at tallene er rett fra meg da jeg hadde bedt dem om å sjekke seg imellom.

Vi ser at selv om elevene i utdraget over diskuterer noe er det stor usikkerhet i argumentasjonene. I store deler av denne samtalen, noe som var tilfelle med alle samtalene jeg hadde med elever på svakere nivå, trengte elevene her en del støtte for sine argumenter og de hadde sjelden motargumenter. Likevel ser vi at det her på slutten av samtalen oppstod en ekte diskusjon rundt manglende samsvar mellom formel og faktiske nedskrevne tall. Slik diskusjon er det man ønsker å øve inn for svakere elever for å øke deres evne til å samtale om matematiske problemer og å øke evnen til refleksjon rundt argumenter. Dette kan samlet sees som opplæring i samtaleteknikk, noe som virker å være et viktig fokus i matematikksamtaler med svake elever.

Mange av de svakere elevene synes ikke å være vant til å argumentere for sine svar, og virker i liten grad å være vant til å verdsette medelevers argumenter (Wyndhamn, 1995). Siden det ofte fra deres kjente klasseromssituasjon er læreren som stiller de fleste spørsmålene (Wyndhamn 1995, Aukrust 2001, Streitlien 2009), er det lett for elevene å vente på veiledning og ledende spørsmål fra læreren. Selvsikkerheten bak utsagn virker også å være svakere enn for sterke elever. I utsnittet under jobber elevene i matematikksamtale 9 med oppgave to fra oppgavesettet ”Sirkustelt”. På arket er det oppgitt to formler ved siden av et bilde av en kjegle. Formlene er for volum og overflate for en kjegle.

Meg: Og hva gjelder den volumformelen for?

Elev 1: Det ser ut som om det gjelder for kjeglen.
Meg: For kjeglen ja, og så har dere en annen formel, hva er det?
Elev 1: %[9] pi r i annen.
Elev 3: % over… over…
Meg: Ja overflate, og den gjelder også for… kjeglen eller?
Elev 1: Nei.
Elev 2: Den gjelder for hele… hele sirkus…
Elev 3: Nei, vi må gå opp på den oppgaven og se først den der oppe, for du… hvis… (mener at vi må se på sirkusteltet)

I utdraget ser vi at elevene blir usikre på hva overflateformelen gjelder for på grunn av spørsmålsstillingen til meg som lærer. Det ender med at fokuset blir dratt bort fra formlene. Dette er typisk for de svakere elevene at de unngår vurderinger dersom de er det minste usikre. Det blir viktig for læreren å hjelpe elevene ved å holde fokus på hvor i oppgaven man er, og hva man ønsker å regne på.

5.3 Ekte diskusjon

Det vil være ønskelig at samtalen i en matematikksamtale skal være mest mulig ekte, noe som krever autentiske spørsmål/spørsmålsstillinger. I matematikksamtale 5 diskuteres oppgaven ”Hemmelig tall” som er presentert i sin helhet i avsnitt 3.1.2. I denne samtalen ser man hvordan man ved diskusjon av begreper og definisjoner skaper en ekte diskusjon. Denne samtalen er et eksempel på hvordan en samtale i det dialogiske klasserommet (Dysthe, 1995) kan arte seg, blant annet ved at meningen i begrepene i oppgaven blir diskutert og dammes konsensus om (jfr. her hvordan demokratiske beslutninger blir tatt).

I utdraget under fra matematikksamtale 5 diskuteres det om tallet null er et partall eller oddetall. Denne problemstillingen hadde ikke læreren tenkt over på forhånd da diskusjonen oppsto uventet, noe som førte til at læreren ikke hadde svaret og diskusjonen var ekte.

> Når læreren presenterer oppgaven for elevene, husker de oppgaven og svaret fra en tidligere eksamen. Læreren hadde først planlagt at elevene skulle utføre oppgaven, men endrer nå opplegget til at elevene heller skal forklare hvorfor svaret er rett (svaret er 63). Elevene går gjennom betingelsene, og bekrefter at tallet 63 tilfredsstiller disse. Læreren forteller så elevene at det var mange elever som svarte

[9] % i transkriptet betyr at noe sies samtidig

> tallet 30 på eksamen, og ber elevene sjekke om dette også er et mulig svar.
>
> Elevene kommer ikke i gang med det samme, så læreren ber dem sjekke punkt for punkt i oppgaveteksten. Etter hvert kommer de til at svaret ikke stemmer overens med det siste punktet. En av elevene kommer med sin mening på hva et oddetall er for noe: Det kan ikke deles på to. Elevene kommer nå i fellesskap frem til at 3*0 = 0 er et partall.
>
> Læreren kan fortelle etter samtalen at de ikke tidligere i undervisningen har diskutert om tallet null er et partall eller oddetall, og at hun selv ikke husket helt hvordan null ble definert. Dette betyr at elevene her var med i en ekte faglig diskusjon og vurdering som førte til ny kunnskap.

Ved at læreren i utdraget over ikke på forhånd hadde sjekket ut hvordan null er definert, og var usikker på dette, oppstår det en ekte diskusjon rundt om null er et partall eller et oddetall. Gruppen kommer frem til at null er et partall etter en vurdering som de alle står inne for.

5.4 Funn

For klassetrinn med elever i tenåringsalder der kognitiv tankeevne utvikles i ulikt tempo, vil det være ulikt behov blant elevene for oppfølgning i matematikk. Læreren må både kunne holde tritt med og utfordre den enkelte elevs kognitive utvikling etter hvilket nivå de befinner seg på. Matematikksamtaler synes derfor å fungere godt i dette øyemed, når elevene er gruppert etter faglig nivå. Også læreplanenes krav til tilpasset opplæring dekkes sådan gjennom matematikksamtaler ved at elever på ulikt kognitivt nivå får passende faglige utfordringer.

For elever på høyt faglig nivå vil det være viktig å prøve å stimulere den kreative tankeevnen og evnen til å tenke abstrakt best mulig. En måte å gjøre dette på er å be elevene vurdere sine svar og reflektere over metoder. Her kan det også være nyttig å la elevene i gruppen reflektere over hverandres metoder dersom flere kommer opp, og sammen komme frem til hvilken metode som er mest hensiktsmessig. Et annet viktig poeng i samtaler med sterke elever er at læreren gir disse elevene rom til å bruke hverandre som ressurser. Dette kan blant annet gjøres ved å gi ”stille respons” som vist i siste utdrag i avsnitt 5.2.1, eller å be elevene forklare og spørre hverandre om hvordan de har tenkt.

For svakere elever virker det som en større barriere å bruke medelever som ressurser. Det virker som om elevene ikke "stoler" helt på medelevenes utsagn, i tillegg til at mange er mest vant til at det er læreren som vet. En gjenganger i disse samtalene er at elevene virker i stor grad å jobbe individuelt og henvender seg til læreren mer enn å jobbe sammen som gruppe, og virker å ha problemer dersom de blir bedt om å utfylle svar eller innspill. Læreren må derfor gjennom å støtte elevenes argumenter underveis bygge deres selvtillit i argumentasjonen. Gjennom å bygge selvtillit, vil også gradvis elevene "tvinges" til å reflektere over sine egne og medelevenes utsagn for å bli sikre på dem. På denne måten vil man gjennom å fokusere på opplæring i samtale rundt matematikk, bygge både faglig selvtillit og samtidig utfordre elevene kognitivt.

Et annet viktig poeng med matematikksamtaler er at de gir elevene opplæring i demokratiske prosesser ved at problemstillinger skal løses og enes om gjennom ekte diskusjon. Dette er også et argument for at matematikksamtaler med svake elever som ikke alltid klarer å samarbeide konstruktivt som gruppe læres opp til å verdsette hverandres utsagn og at læreren legger til rette for kollektiv tankegang og refleksjon rundt argumenter. På denne måten tilfredsstiller også matematikksamtaler læreplanens krav om opplæring i demokratisk deltakelse.

6 AVSLUTNING

6.1 Oppsummering

Man kan tenke seg at det for elever i tenårene, på ulikt nivå i kognitiv utvikling, vil være hensiktsmessig å tilnærme seg en matematikk som blir mer abstrakt på ulik måte. Kognitiv utvikling i denne perioden har i følge Werner(1961, referert i Montemayor & Eisen 1977), med støtte i Montemayor og Eisens forskning (1977), sammenheng med utvikling av abstrakt tankegang. I tenårene blir det derfor særlig viktig å tilpasse undervisningen til elevenes kognitive utvikling og evne til å tenke abstrakt, noe som kan la seg gjøre i matematikksamtaler slik de er beskrevet i denne teksten. Gjennom samtalene jeg har hatt i forbindelse med mitt feltarbeid har det kommet tydelig frem at elever på ulikt nivå trenger ulik oppfølging. Mellom sterke og svake elever synes noe av forskjellen å være evnen til å tenke abstrakt, samt å utrykke tanker rundt løsning av oppgaver. Gjennom å la elevene utrykke og diskutere matematiske problemer i matematikksamtalen, vil elevene trenes opp i å tenke abstrakt, og man kan utfordre og motivere deres kognitive utvikling. Ved at elevene i en matematikksamtale er satt sammen etter noenlunde samme faglig styrke vil man kunne møte elevene på deres nivå og komme med passende kognitive utfordringer.

Gjennom å øve elevene opp i diskusjon og samtaleteknikk er også skolen som allmenndannende arena godt ivaretatt gjennom matematikksamtaler. Gjennom å trene elevene i å lytte til hverandre og komme med reflekterte innspill i samtalen vil de bli bedre rustet til å møte problemstillinger på en demokratisk måte. Et demokrati krever aktive borgere som sammen kan komme frem til beslutninger, og samtale er i denne sammenhengen nyttig for å kunne forstå hverandre samt å formidle eget budskap. Gjennom refleksjon rundt egne og andres argumenter kan man komme frem til hensiktsmessige beslutninger i fellesskap.

For å oppnå en langsiktig effekt av samtalene er det viktig at de sees i en større sammenheng (Grevstad m.fl., 2009). En ønskelig langsiktig effekt vil være at elevene blir stimulert i den kognitive utviklingen fra barn til voksen, tilpasset hvor i denne utviklingen de er, samt at de får opplæring i aktiv demokratisk deltagelse. Dette vil kunne øke elevenes motivasjon for matematikk, da man kan tenke seg utviklingen som vekst, og vekstbehov blir dekket (jfr. Maslows behovsteori; Imsen, 2005).

Jeg vil til slutt presentere en liste over noen argumenter presentert i denne teksten for hvorfor matematikksamtaler slik de er fremstilt her er hensiktsmessig for innlæring av matematikk i tenårene:

- I følge sosiokulturell teori blir kunnskap til gjennom samhandling med andre. Gjennom at elevene støttes ved at lærer er deltakende kan elevenes prestasjoner strekkes lenger. Bak dette argumentet ligger blant annet Vygotskys teori om proksimal utviklingssone.
- Matematikksamtaler øver elevene i å diskutere og å enes om prosesser og argumenter, sådan bidrar de til opplæring i demokratisk deltakelse.
- Matematikksamtaler er muntlig problemløsning i grupper, og problemløsning ansees som en av åtte kompetanser i matematikk i følge Niss (2002) og utgjør derfor en viktig del av matematisk kompetanse.
- I tenårene går elever gjennom en utvikling der deres evne til å tenke abstrakt utvikles samtidig som Erikson sier at man i denne alderen går gjennom en ”krise” der man skal finne sin identitet. I denne ”krisen” er det viktig at det er samsvar mellom krav og elevens ferdigheter. Gjennom at matematikksamtalene tilpasses elevenes kognitive utvikling vil de kunne støtte og stimulere utviklingen heller enn å øke spennet mellom krav og ferdigheter.
- Matematikksamtalen kan hjelpe til å bygge elevenes faglige selvtillit gjennom å anerkjenne gode innspill. I samtaler med sterke elever kan læreren utfordre

elevene til å begrunne og utdype gode innspill. For svake elever vil en anerkjennelse i seg selv bygge selvtillit, da elevene blir oppmerksomme på rett tankegang.

- Resultater fra TIMSS Advanced 2008 viser at det legges stor vekt på oppgaveløsning i norske klasserom, samtidig som rapporten etter undersøkelsen fremhever at artikler om matematisk forståelse legger vekt på blant annet diskusjon for å utvikle matematisk forståelse. Aukrust (2001) refererer til studier som sier det samme. Matematikksamtalen som et fornyelseselement i undervisningstradisjonen vil kunne bringe mer diskusjon inn i matematikkundervisningen.

6.2 Videre forskning

Videre forskning på hvordan man kan implementere matematikksamtaler som beskrevet her i fullklasseundervisning vil være interessant. Flere av virkemidlene presentert i denne teksten vil lett la seg overføre til klasserommet. Viktige spørsmålsstillinger er hvordan man skal organisere elevene da det presenteres i denne teksten hvordan elever på ulikt nivå trenger ulik oppfølging, samt hvordan man kan skape ekte diskusjoner når man har et gitt stoff å gå gjennom.

Det kommer også tydelig frem i teoridelen av denne teksten hvor viktig lærerens orientering er for læringsutbyttet i samtaler og at læreren har en ekte tro på disse. Det viste seg i TIMSS Advanced 2008 at det var lite diskusjon og samtale i undervisningen i norsk skole, selv om Kunnskapsløftet (LK06) to år tidligere innførte muntlig matematikk som en av fem grunnleggende ferdigheter i matematikk. Kanskje trengs det et nytt syn på hva matematikkundervisning skal være?

For å ha et helhetlig opplegg med best mulig læringsutbytte for elever i tenåringskrisen, kan det virke som om det vil være hensiktsmessig å se på hvordan teknikkene fra matematikksamtalen slik den er presentert her kan implementeres i fullklassen, da blant annet med smågruppesamtaler og elevgrupper på samme nivå. I tillegg kan man se på hvordan bruk av ulike spørsmålstyper kan benyttes for å tilrettelegge for mer samtale i form av ekte diskusjon for å fremme et dialogisk klasserom.

LITTERATURLISTE

- Andersen, D. (2010). *Dialog – Den positivt verbale metode.* (http://www.norskdialog.no/norskdialog/Publikasjoner/Artikler2/Dialog-Den-positivt-verbale-metode, 22.05.10)
- Askew, M., Brown, M., Rhodes, V., Johnson, D. og William, D. (1997): *Effective teachers of numeracy: Final report*. London: King's College, University of London.
- Aukrust, V. G. (2001). Klasseromssamtaler, deltakerstrukturer og læring – Teoretiske tradisjoner og aktuell forskning på lærerstyrte samtaler. I: O. Dysthe (red.): *Dialog, samspel og læring*. Abstrakt Forlag.
- Bandura, A. *Social Learning Theory.* New York: General Learning Press.
- barnehageforum.no/data/files/Word/Jean%20Piagets%20teori%20om%20kognitiv%20utvikling.doc (01.05.10)
- bergensskolen.no/hop/prosjekter/article145093.ece (30.05.10)
- Blomhøj, M (1994). Ett osynligt kontrakt mellan elever och lärare. *Nämnaren nr 4 (s36-45), 1994.*
- Brekke, G. (1995): *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: KIM, Nasjonalt læremiddelsenter.
- Dahl, R. A. (1982). *Dilemmas of Pluralist Democracy. Autonomy vs. Control.* New Haven: Yale University Press.
- Kjøsnes, N. J., Kvammen, P. I., Tvete, K. S. (1991). *Dette er matematikk for skole og samfunn Grunnbok for 7. - 9. Klasse.* Oslo: Universitetsforlaget 1991.
- Dysthe, O. (1995). *Det flerstemmige klasserommet. Skriving og samtale for å lære.* Oslo: Ad Notam Gyldendal.
- Dysthe, O. (1999). Ulike teoriperspektiv på kunnskap og læring. I: *Bedre skole*, 1999.
- Erikson, E. H. (1959). *Identity and the lifecycle*. Psychol Iss. I: 1-171.
- Erikson, E. H. (1980). *Identity and the lifecycle, 2 ed*. New York: Norton.

- Gecas, V. (1982). The Self-Concept. I: *Annual Reviews Sociology 1982 8:1-33*. Annual Reviews Inc.

- Goldstein, F. C. og Levin, H.S. (1987). Disorders of reasoning and problem-solving ability. I: M. Meier, A. Benton, og L. Diller (red.): *Neuropsychological rehabilitation.* London: Taylor & Francis Group.

- Grevstad, V., Stigen, G., Svenheim, P. og Eriksen, A. (2009): *Med elevsamtalen som verktøy – hvordan skal vi som lærere greie å motivere elevene våre i matematikk?* Ås: Universitet for miljø- og biovitenskap.

- Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder.* Bergen: Fagbokforlaget.

- Gjørup, J. B. A. (2006). *Hvad er en samtale?* (http://www.lederweb.dk/Personale/Medarbejdersamtaler-MUS/Artikel/79547/Hvad-er-en-samtale, 22.05.10)

- Hatlevik, I. K. R. og Sandberg, N. (2003). *Å lære gjennom samarbeid. Evaluering av satsingen på samarbeidslæring innenfor videregående opplæring i Akershus fylkeskommune.* Oslo: GCS AS.

- Holm, M. *Matematikkvansker*. Universitetet i Oslo (http://www.matematikk.org/artikkel/vis.html?tid=65361, 07.09.09)

- Imsen, G (2005). *Elevens verden*. Universitetsforlaget.

- Kirfel, C., Skiple, N.K., Clarke, P.J., Rosef, I. (2010). Matematikksamtalen. *Tangenten 2/2010*.

- Kortrapport TIMMS Advanced 2008. Matematikk og fysikk i videregående skole ”Et skritt tilbake”. Universitetet i Oslo.

- Krackur, R. og Prendergast, C. (1997). A closer look at authentic interaction: profiles of teacher-student talk in two classrooms. I: M. Nystrand (red.): *Opening dialogue. Understanding the dynamics of language and learning in the English classroom*. New York: Teachers College Press.

- Kruger, N. Human Development and Learning. I: Lemmer, E. M. og Badenhorst, D. C. (1997). *Introduction to Education for South African teachers.* Cape Town: Creda Press.

- Kvale, S. (1983). *The qualitative research interview: A phenomenological and a hermeneutical mode of understanding*, Journal of Phenomenological Psychology, 14:2 (1983:Fall).
- Larsen, A. K. (2007). *En enklere metode: veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode.* Bergen: Fagbokforlaget.
- LK06. Utdanningsdirektoratet. (http://www.udir.no/grep)
- Mehan, H. (1979). *Learning Lessons: Social Organization in the Classroom*. Cambridge: Harvard University Press.
- Mellin-Olsen, S. (1996). *Oppgavediskursen I matematikk, en rekonstruksjon av en diskurs*. Tangenten 2/1996 (http://www.caspar.no/tangenten/1996/oppgavediskurs.html, 19.2.2010)
- Montemayor, R og Eisen, M. (1977). The Development of Self-Conceptions from Childhood to Adolescence. I: *Developmental Psychology 1977, Vol 13, No. 4, 314-319*.
- Niss, M. og Jensen, T. H. (red.) (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspirasjon til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie 18/2002. København: Undervisningsministeriet.
- Nystrand, M. m.fl. (1997). *Opening dialogue. Understanding the dynamics of language and learning in the English classroom*. New York: Teachers College Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. I: D. Grouws (red.). Handbook *for Research on Mathematics Teaching and Learning.* New York: Macmillan.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics 22/1991*. Kluwer Academic Publishers.
- Sfard, A. m.fl. (1998) Learning Mathematics trough Conversation: Is it as good as they say? *For the Learning of Mathematics,* 18/1998. Kingston, Ontario: FLM Publishing Association.
- Sfard, A., Forman, Kieran (2001). Learning discourse: Sociocultural approaches to research in mathematics education. Educational Studies in Mathematics 46:1-12. 2001Skovsmose, O. (1998). Undersøgelseslandskaper. *Matematikk for alle*. Landslag for matematikk i skolen (Sommerkurs i Trondheim 1998).

- Streitlien, Å. (2009): *Hvem får ordet og hvem har svaret?* Oslo: Universitetsforlaget.
- Terminprøver for 10. trinn 2009 (nye MEGA). (http://www.minskole.no/minskole/hoyland/pilot.nsf/ntr/1B41129202BE752AC12576B8004ADC4C/$FILE/Pr%C3%B8ve%20v%C3%A5r%202009.pdf, 24.05.10)
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society. The Development of Higher Psychological Processes*. Redigert av Cole M., John-Steiner V., Scribner S., Soubergman E. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wyndhamn, J (1995). *Likt och olikt i två lektionssamtal kring trianglens area.* Delrapport 3 fra prosjektet Matematiska samtal i klassrummet – tvärkulturella studier juni 1995. Linköpings universitet.

VEDLEGG

MATEMATIKKSAMTALE 1

Dato: 19/2-09

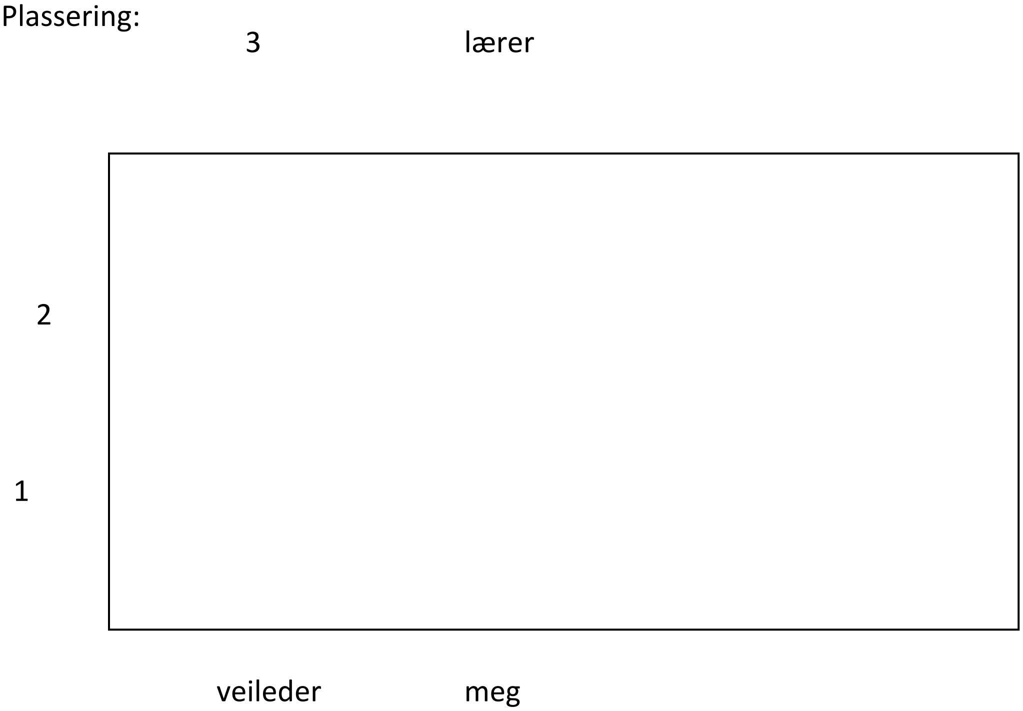
Sted: Hop Ungdomsskole

Antall elever: 3

Varighet: ca. 20min

Annet: Matematikknivå 3 (av 5)

Plassering:



Veileder her er min veileder for masteroppgaven og også ekstern fagperson i gruppen som jobber med matematikksamtaler ved Hop Ungdomsskole.

Oppgavene:

1
Ove har dobbelt så stor ukelønn som Olav. Til sammen får de 210 kr.
Hvor mye får hver av dem i ukelønn?

2
Legg sammen tallene fra 1 til 100. Hva blir svaret?
Tenk at 1 + 100 = 101, 2 + 99 = 101. Var dette et tips for deg?

4
Du er på campingtur med familien, og en kveld overnatter dere langt fra folk. Far skal lage kveldsmat og til det trenger han nøyaktig 7 dl melk til sin eneste spesialrett.
Han har med 1 l melk i en kartong og en gryte der 7 dl skal oppi. Dessverre har han bare med to mål: ett som rommer 5 dl, og ett som rommer 3 dl.
Kan du forklare far hvordan han kan bruke de to målene for å få nøyaktig 7 dl i gryta, så ville han nok bli imponert!
Hvordan blir forklaringen din?

6
Del 1 440 kr i 1 kr, 5 kr og 10 kr på en slik måte at det blir like mange av hvert slag. Begrunn svaret ditt og diskuter løsningen med en annen elev.

Vi hilser på elevene som kommer inn med læreren. Alle setter seg.

Elevene får tildelt oppgaveark med fire oppgaver som de ikke har sett på forhånd. De får beskjed om at de skal få se litt på oppgavene først. Dette blir ca. 1-2 min.

Elev 1 sier hun/han har svaret på første oppgaven. De andre sier seg enig. Lærer sier så at “da ser vi på første oppgaven”. De får igjen litt tid til å se på første oppgave.

(Jeg får inntrykk av at læreren har en plan for fremgangen og ikke viser rom for alternativer).

Det blir stille og elev 2 og 3 skriver på arket. Elev 1 sier hun/han vet svaret, men lurer på om hun/han trenger en løsningsmetode. Lærer sier at “nei, hun/han trenger ikke bruke en bestemt metode”. Ved gjennomgang kom det frem at elev 1 hadde startet med 60 og så prøvd seg frem derfra, elev 2 hadde delt på tre og lagt sammen to deler og en del, og elev 3 hadde blitt stresset og stoppet opp ved delingen. Lærer går videre til neste oppgave før elev 3 kommer med noe svar: “Nei, men vi går videre til oppgave to”.

(Lærer undergraver her elev 3 sin evne til å finne svar, og utnytter ikke elevens proksimale sone).

Elevene får litt tid til å lese den neste oppgaven. Elev 1 kommer kjapt med et svar og lurer på om det er rett. Eleven kommer først med 550 men korrigerer det, etter kort gjennomsyn, til 5050 da hun/han ikke får noe tilbakemelding fra lærer.

(Elev 1 vet tydelig at læreren har svaret). De andre elevene kommenterer at det ikke var overraskende at elev 1 allerede har svaret. Elev 1 spør to ganger til om 5050 er rett og får til slutt bekreftelse fra læreren. De to andre reduserer sin innsats (siden de har fått svaret?). Elev 1 begynner å forklare elev 3 (og elev 2) hvordan hun/han tenkte. Elev 1 har ikke skrevet noe.

> Elev 1s tankegang:
>
> Hver sum blir 101, det er to tall i hver sum, 100/2 summer => 50*101 = 5050.

Lærer begynner så å forklare til elev 2 og elev 3 igjen det elev 1 forklarte.

(Undergraver elev 1´s evne til å forklare og viser at lærer er den som sitter med kunnskap).

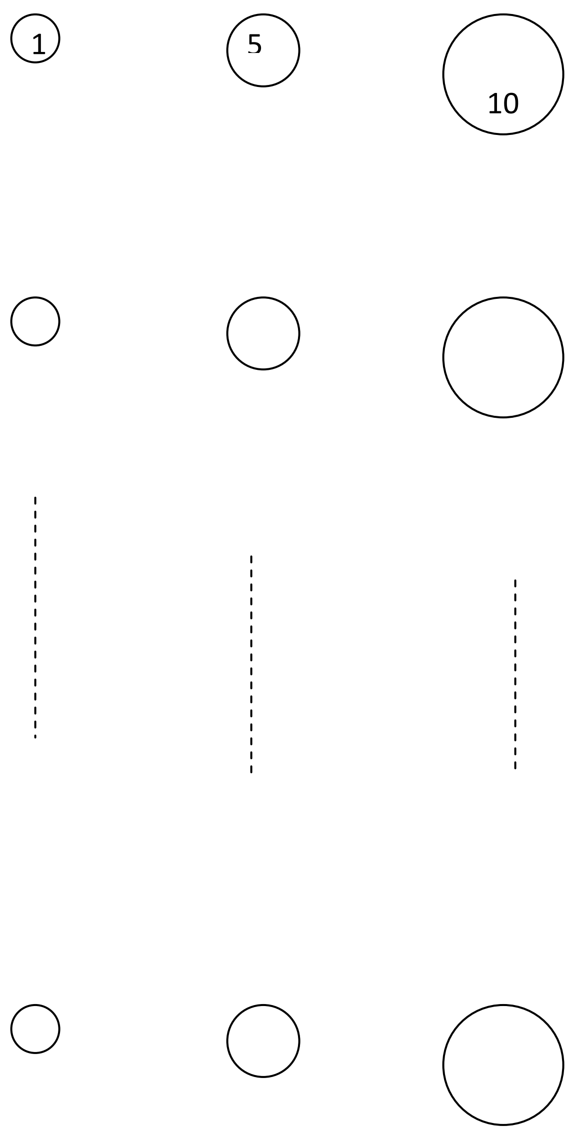
Elevene får litt lenger tid til å lese oppgave fire fordi denne er litt mer tekst. (Læreren sier dette til elevene). Stillheten blir avbrutt ved at elev 1 vet svaret. Læreren vil gi de andre to litt mer tid, og utfordrer samtidig elev 1 til å finne en alternativ metode.

Elev 2 kommenterer at man bare kan beregne på øyemål ved hjelp av de desilitermålene man har. Lærer sier at vi ønsker å være nøyaktige. Elev 2 bemerker at i den virkelige situasjonen er omtrentlig godt nok. Elev 1 sier at her skal vi beregne matematisk og nøyaktig.

(Lærer nevner for meg og veileder etter samtalen at elev 1 er en av de beste i klassen).

Det viser seg at elev 1 og 2 har gått for metoden; 2*5dl – 3dl, mens elev 3 har gått for 1l – 3dl. Lærer utfordrer elevene til å finne flere metoder. De får ca 1 min til å tenke, før lærer ser seg fornøyd uten at flere løsninger er funnet. Lærer kommer med eksempel; 5dl + (5-3)dl.

Den siste oppgaven leser læreren for elevene. Elev 1 og 3 skriver/noterer på arket når de så får tid til å tenke. Det virker som om delingen er problemet i denne oppgaven. Elev 1 er ferdig først, men ikke like kjapt som på de andre oppgavene. Elev 2 kommenterer etterpå at hun/han var usikker på hva det skulle deles på. Elev 3 hadde prøvd seg frem med; 1*A + 5*A + 10*A. Elev 1 hadde først løst ligningen 16A = 1440, og delte først på fire (Elev 1: “for det er lettere”), og så på fire en gang til. Læreren oppsummerer (for elev 2). Veileder lurer på om noen har tegnet. Ingen har det. Veileder tegner opp:



Veileder spør hva verdien er i rad 1. Elevene blir enig om 16. Veileder spør så om neste rad. (Elevene ser poenget). Elev 2 ser det som en god metode.

Læreren spør etter oppgaveløsningen hva elevene syns om å få oppgavene i forkant av hele samtalen. (De fikk ikke det denne gangen). Elevenes kommentarer:

- Elev 2: Glemmer tankemåten brukt
- Elev 1: Mer gøy med oppgavene der og da
- Elev 3: Glemmer tidligere tankegang

Synsing/annet:

- Elev 2 og 3 føler seg mindreverdige siden elev 1 er så kjapp (?). Kult å være "dårlig"?
- Snakker om annen elev (lavere nivå) som er kjapp i hoderegning selv om hun/han ikke får det ned på papiret.
- Elevene går i 9. klasse
- Samtaletid ca. 9.20 – 9.40.

MATEMATIKKSAMTALE 2

Dato: 26/3-09

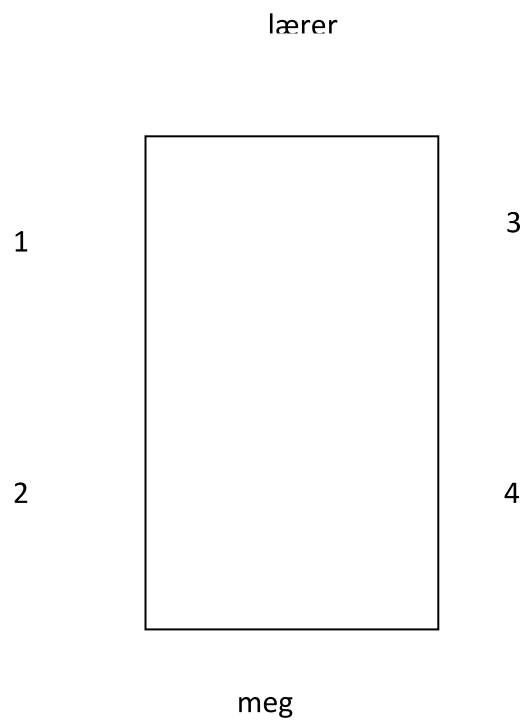
Sted: Hop Ungdomsskole

Antall elever: 4

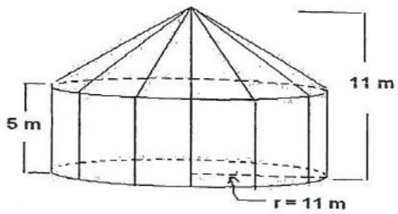
Varighet: ca. 25min

Annet: Matematikknivå 2 (av 5)

Plassering:



Oppgaven:



Sirkustelt

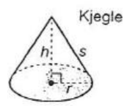
Teltet til Sirkus Colorama har en sirkelformet grunnflate. Teltet består av en sylinder og en kjegle.

Som dekorasjon midt på gulvet i manesjen finner vi figuren til høyre.
Den består av en regulær sekskant i en sirkel.
Sekskantens diagonaler og sirkelens diameter er 6 m.

2.4
Se på figuren av dekorasjonen midt på gulvet i manesjen.

Regn ut den delen av arealet som ikke er skravert på figuren.

2.5
Se på figuren av sirkusteltet.
Regn ut arealet av teltduken.



$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$O = \pi r^2 + \pi r s$$

2.6
Se på figuren av dekorasjonen midt på gulvet i manesjen.

Stuntsyklisten Ivankiv sykler langs sirkelperiferien til dekorasjonen. Han sykler på en etthjulssykkel, radien på sykkelhjulet er 20 cm.

Hvor mange ganger har hjulet gått rundt når Ivankiv har syklet 5 runder?

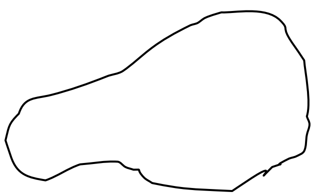
Lærer starter med å informere elevene om hvorfor de har matematikksamtaler og at hensikten er å avdekke svakheter og "å snakke matte". Lærer informerer også om at det de sier under samtalen ikke på noen som helst måte innvirker på karakteren. Opplyser óg om at oppgavene de jobber med er vanskelige.

Lærer leser innledningen og den første deloppgaven høyt for elevene.

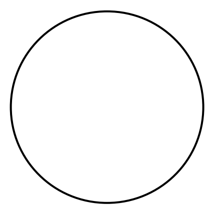
Elev 4 spør hva som er det skraverte. Elev 2 spør læreren. Læreren spør elev 1 hva hun/han tror. Læreren veileder elevene til å finne ut hva som menes, ved å gjøre elevene bevisste på formuleringen av oppgaven.

Elevene får ark utdelt som de kan skrive på (blanke ark uten linjer/ruter). Elev 4 blir sittende litt med sin egen tenkning. Elev 1 forteller at hun/han ikke tror de kan klare denne oppgaven. Problemet er de små hvite områdene på utsiden av de skraverte feltene, og det virker som om elevene blir usikre på oppgaven på grunn av dette.

Lærer korrigerer elev 3 som hele tiden bruker ordet "runding" istedenfor sirkel, og sier at vi vil bruke det matematiske språket. Læreren viser et eksempel som forklarer:



runding men ikke sirkel

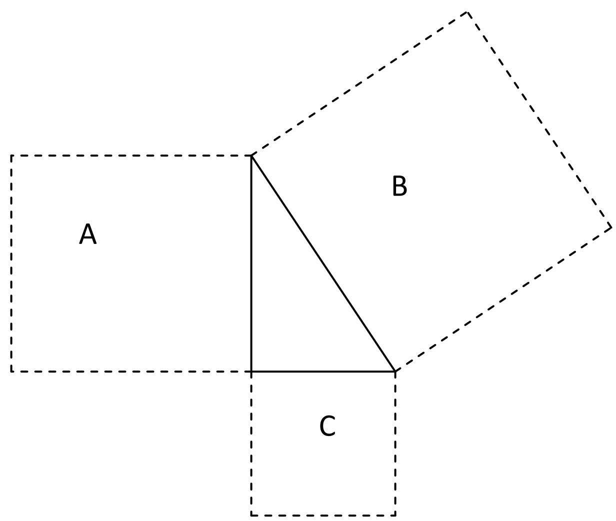


sirkel

Elevene finner ut at de må finne arealet av hele sirkelen og trekke fra de skraverte områdene.

Elev 2 og 4 skriver under utregningene, elevene 1 og 3 bare ser på. Det virker som de kun ser på utregningene men ikke følger dem.

Når de kommer til at de skal finne ut arealet av de skraverte trekantene bemerker elev 4 at trekantene må være likesidet (men ikke begrunnet i at den kalles regulær, men bare fordi det ser sånn ut). Elev 4 lurer på om høyden i én trekant må være 3…(kort stille)… elevene 2 og 3 sier den må være mindre. Elev 2 tar nå av seg hodetelefoner som hun/han har hatt på hodet (ikke på ørene) hele tiden (må han konsentrere seg mer?). Elev 1 tegner inn høyden på figuren som læreren har tegnet på arket som ligger i midten av elevene etter å ha fått beskjed om å gjøre dette. Læreren minner om figur som henger i gangen på skolen for å huske pytagoras, etter at elev 4 har nevnt at de må bruke denne formelen:



B = A + C

$hyp^2 = kat1^2 + kat2^2$

Elevene spør generelt læreren mye om bekreftelse enten i tonefall eller ved å se på læreren når de svarer.

Når de har funnet ut hvordan de skal finne høyden sitter elevene 2 og 3 og regner på papiret, mens elev 3 ser litt ut grupperommets vindu (som går ut til fellesrom). Elev 1 er lite med her. Etter hvert melder elev 3 seg mer ut og hun/han blir heller ikke inkludert. Elev 1 ser ikke ut til å følge regningen som foregår på arkene og virker å også koble seg litt ut. Elev 1 og 3 smiler litt til hverandre.

Lærer ber elevene estimere et svar, og å tenke logisk når de gjør dette. Elev 2 adderer ofte istedenfor å kvadrere gjennom hele samtalen, og merker og kommenterer dette også selv.

Når de er ferdige og lærer kommenterer at de skal øve på slike oppgaver og lære av hva de gjør, sier elev 1 at hun/han ikke husker hva de gjorde engang med et smil (som om hun/han er stolt over det).

Mye skryt og oppbakking på slutten fra lærer. Gir elevene en god følelse. Forteller dem hva som ofte blir feil på prøver og gir eksempelet at mange regner (3*3)/2 fordi alle sidene i trekanten har lengde 3. Lærer bemerker også at man trenger litt selvtillit.

MATEMATIKKSAMTALE 3

Dato: 26/3-09

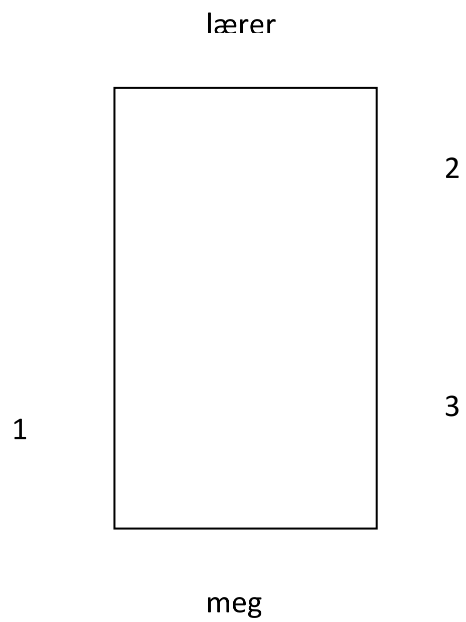
Sted: Hop Ungdomsskole

Antall elever: 3

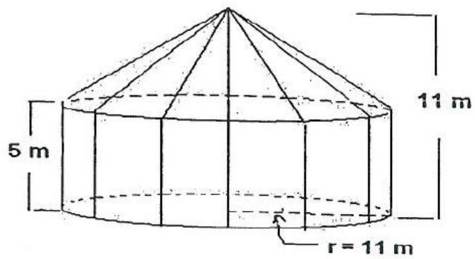
Varighet: ca. 25min

Annet: Matematikknivå 2 (av 5)

Plassering:

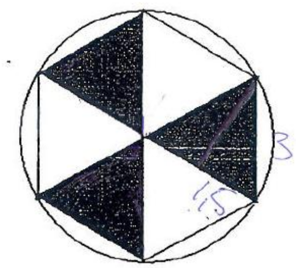


Oppgaven:



Sirkustelt

Teltet til Sirkus Colorama har en sirkelformet grunnflate. Teltet består av en sylinder og en kjegle.

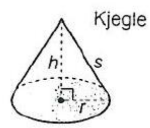


Som dekorasjon midt på gulvet i manesjen finner vi figuren til høyre.
Den består av en regulær sekskant i en sirkel.
Sekskantens diagonaler og sirkelens diameter er 6 m.

2.4
Se på figuren av dekorasjonen midt på gulvet i manesjen.

Regn ut den delen av arealet som ikke er skravert på figuren.

2.5
Se på figuren av sirkusteltet.
Regn ut arealet av teltduken.



$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$O = \pi r^2 + \pi r s$$

2.6
Se på figuren av dekorasjonen midt på gulvet i manesjen.

Stuntsyklisten Ivankiv sykler langs sirkelperiferien til dekorasjonen. Han sykler på en etthjulssykkel, radien på sykkelhjulet er 20 cm.

Hvor mange ganger har hjulet gått rundt når Ivankiv har syklet 5 runder?

Lærer starter med å informere elevene om hvorfor de har matematikksamtaler og at hensikten er å avdekke vanlige feil som blir gjort og å lære å tenke på tekstoppgaver. Hun/han informerer også om at det ikke på noen som helst måte innvirker på karakteren.

Elev 2 kjenner igjen oppgaven fra en time tidligere, men læreren ber hun/han om å ikke prøve å huske hvordan det var da, men heller tenke høyt hva som må gjøres. (Fikk inntrykk av at oppgaven i timen ikke var identisk, men det vet jeg ikke sikkert.)

Lærer leser oppgaven høyt for elevene.

Læreren ber elevene finne ut hva som er oppgaven (mener her hva oppgaven går ut på). De diskuterer også hva ordet sirkelperiferien betyr.

Elev 2 ser at radien til *teltet* er 11m, forrige gruppe (elev 3, i matematikksamtale 2) gjorde også denne feilen (men mindre tydelig). Elev 3 bemerker at det ikke er hele teltet de ser på etter kort kommentar fra lærer.

Læreren anbefaler å skrive ned info på ark de får har fått utdelt (blanke uten ruter/linjer) og eksemplifiserer med at de kan skrive ned diameteren. Alle skriver ned og det blir kort stille.

Læreren spør om det er mer informasjon de får, og elev 2 sier at de også har radien til hjulet; 20cm.

Læreren spør hvor de nå vil starte, og om hva de må finne når de vil finne ut hvor langt det er rundt (implisitt manesjen, og læreren er tydelig ute etter ordet omkrets).

Elev 2 husker fra timen igjen.

Læreren viser med figur sammenhengen mellom diameter og areal: Hun tegner en sirkel på et papir og lager en papirstrimmel med samme lengde som diameteren på denne. Hun legger så papirstrimmelen på kanten av sirkelen og spør hvor mange diametre det er rundt.

Elev 1 melder seg litt ut. Elev 4 kommer på 3,14 men er usikker på hvor det hører hjemme og foreslår 3,14m omkrets. De kommer etter hvert frem til at det (diameteren) skal ganges med pi. I hovedsak elev 2 og 3 som kommer frem til dette.

Læreren ber så elevene finne ut hvor langt det er syklisten skal sykle totalt. Elev 2 foreslår at de må gange med 5 (og mener da omkretsen). Elevene regner det ut og skriver svaret på oppfordring fra læreren ned på papiret.

Lærer: “Da vet vi at han må sykle 90m, hva må vi finne ut da?”

Elev 2 og 3 sier at vi må “finne ut hjulet”.

Elev 1 for det meste skriver og tegner det hun/han får beskjed om av læreren.

Læreren demonstrerer ved å rulle egen kaffekopp rundt i en sirkel i luften og på kanten av bordet. Hun måler også lengden koppen ruller på et ark når den ruller en runde.

Elev 2: “Må ta 90/20”

Læreren spør hva som er 20. Elevene kommer på at dette er radiusen (bare

halve diameteren), og er inne på 40 istedenfor 20.

Elev 2 kommer frem til at de må finne omkretsen.

Læreren demonstrerer med å måle lengden koppen ruller på et ark når den ruller en runde, og viser så med å sette arket oppå koppens kant at dette tilsvarer omkretsen.

Elevene 2 og 3 foreslår at de skal gange 40*3,14.

Elev 2 foreslår at de kan runde 3,14 ned til 3. (Dette gjorde de tidligere også

når de regnet omkretsen av sirkelen, når læreren sa at det var greit her.)

De kommer frem til at det er 120cm på en runde.

Lærer: “Hvor mye skulle han sykle til sammen?”

Elev 1: “90”

…

Elev 3: “Hva mener du med 90?” (spør mot læreren)

Læreren forklarer.

Elev 2 ser litt på andre ting/ut grupperommets vindu (går til fellesrom).

Lærer: “Hvilken metode vil vi bruke for å finne antall runder?”

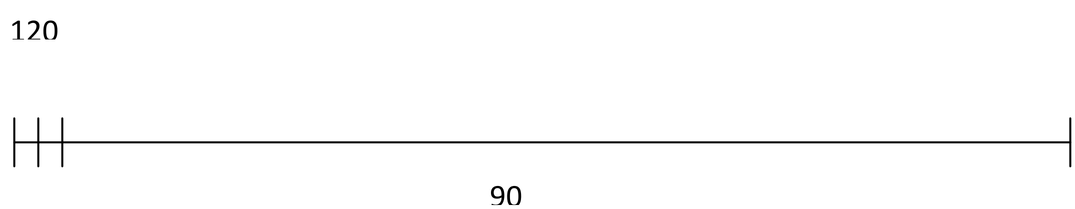
Elev 3 vil gange 120 med noe for å få 90.

Elev 2 foreslår deling.

Elev 3 er usikker på hvorfor men skal dele, og lærer sier at “da er det bra hun spør”.

Elev 2 får forklare hvorfor man skal dele.

Lærer tegner figur for å forklare at man skal dele:



Lærer: “90m skal fordeles på stykker på 120cm”

Lærer informerer om at det er lov å prøve seg frem ved å for eksempel legge på 120cm flere ganger, og at dette på en prøve f.eks. vil gi 1,5 poeng av 2 poeng.

Elev 2 vil dele 90:120.

Lærer forklarer at dette vil bli mindre enn en.

Elev 2 korrigerer kjapt til at hun/han vil dele 90:1,20 og begrunner dette med

at “det er m og cm”.

Det er ikke tid til å finne endelig svar på oppgaven da tiden løper ut, men læreren sier at oppgaven vil komme i timen.

Avslutningsvis minner læreren om at det kan være hensiktsmessig å skrive ned og tegne når man løser slike oppgaver (særlig tekstoppgaver). Læreren lar elevene ta med seg oppgavearkene, og oppfordrer elevene til å utfordre søsken eller foreldre med oppgaven.

Lærer minner om at det gjelder å finne ut *hva* man skal gjøre.

Elev 3 forteller at hun/han blir forvirret av store oppgaver (underforstått med flere operasjoner (og tekstoppgaver?)).

MATEMATIKKSAMTALE 4

Dato: 30/4-09

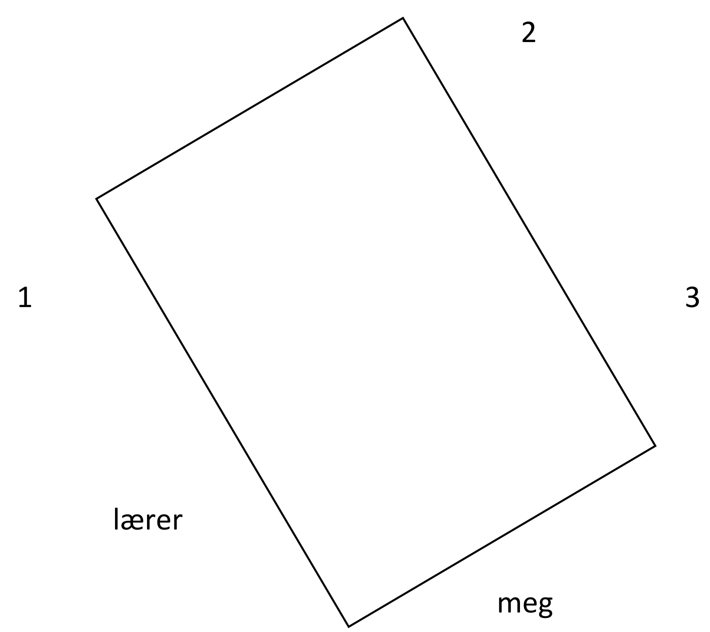
Sted: Hop Ungdomsskole

Antall elever: 3

Varighet: ca. 25min

Annet: Matematikknivå 3 (av 5)

Plassering:

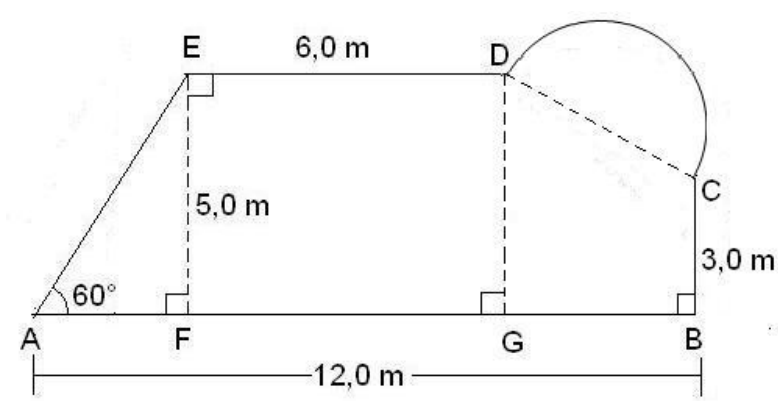


Oppgaven:

Bassenget har rette vegger og er like dyp overalt.

a) Regn ut arealet av bunnen i bassenget.

b) Hvor høyt står vannet i bassenget når det er 65 760 liter vann i det?



En maur bruker 36 minutter på å gå langs kanten av hele bassenget.

Hvor stor gjennomsnittsfart holder den?

Læreren starter med å informere elevene om at de ikke får noen karakter på samtalene, men at meningen er å tenke matte, snakke matte og at læreren skal lære deres (elevenes) tankegang.

Elevene får oppgaven på et ark, blanke ark og en blyant hver.

Læreren leser oppgaven for elevene.

Elev 2: Må finne areal

Elev 3: Ja

…

Elev 3: Må finne for hver figur

(Elevene fokuserer først på trekanten AFE. At lengden AF er 2,9 husker de fra de hadde oppgaven på tentamen nettopp, læreren bekrefter dette og de skriver det på figuren)

Elev 2: g ganger h ganger en halv?

Elev 1 og 3: Ja

Elev 1: 2,9 ganger 5 ganger en halv.

Elev 2 og 3: Ja

Lærer: Dere får lov å runde av

Læreren informerer om at de fr lov til å runde av før elevene har kommet til problemstillingen at de har et kommatall. Kanskje hadde elevene tenkt på dette selv?

Elev 2: Så har vi firkanten.

Lærer: ikke alle må skrive hvis de ikke vil

Elevene velger at elev 3 skriver, alle er med å diskutere. Elev 2 leder an samtalen.

Elev 2 forklarer hvordan hun/han tenker til de to andre, og lærer ber elev 1 forklare noe elev 2 sa. Det går greit. (Viser at alle er kognitivt med selv om det er en som snakker).

Elevene finner arealet kjapt.

Når elevene starter på deloppgave b oppstår problemet at de skal fra m^2 til L (som de vet er dm^3).

Lærer spør hva man har når man har m^2, og ber om bekreftelse fra elevene på at man da har areal.

(Elevene virker å ikke se at de skal finne den dimensjonen som de skal gange med for å få volum, høyden. De ser ikke helt sammenhengen med det de har og det de skal ha. De har grunnflaten, men har problemer med å finne volum siden de skal finne høyden.)

Når de så får forklart at høyden jo er den høyden de blir bedt om å finne i oppgaven sier elev 2: "er det bare så enkelt?" (eleven skjønner tydelig at hun/han bare ikke hadde oppfattet problemet skikkelig).

Læreren ber elev 2 forklare til elev 1 og 3 hvordan man nå skal løse oppgaven.

Elev 2 har ikke opplagt løsningen (men hun/han har i alle fall problemstillingen i orden).

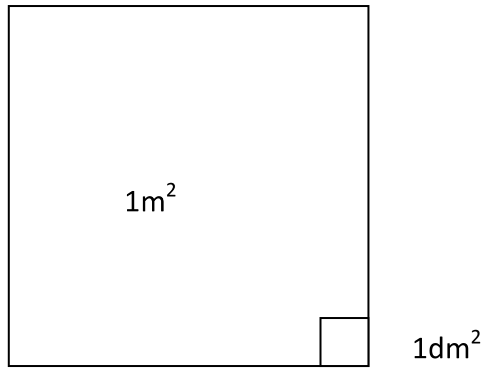
Elev 3 observerer at de får et altfor stort tall hvis de ganger de to tallene.

Lærer hjelper dem ved å minne på at liter er volum. Lærer skriver for elevene.

> Elev 3: Kanskje vi skal finne ut hva vi må gange 5… med for å få 6…
>
> Elev 1: Da må vi bare dele.
>
> (Lærer bekrefter at elev 1 er inne på noe)
>
> Lærer: Kan vi bruke akkurat disse tallene?
>
> Elev 1: Vi må gjøre dem like (mener tydelig benevning)

Elevene sliter litt med omforming mellom dm^3 og m^3 og gjør vanlige feil som å gange med 10.

Lærer hjelper til med omformingen, og tegner:



Lærer minner elevene på at de slipper å regne ut svaret nøyaktig.

Lærer: Kan vi finne sånn ca ved å gjøre forenklinger?

Elev 1: Ja!

Lærer: Hvordan?

Elev 1: Nei.. (nølende)

…

Elev 2: Runder til 70000 og 6000.

…

Elev 1: Det blir 10…nei…

Lærer: Jo, det blir noe med 10. Stole på deg selv.

Elev 1: Gjør vanligvis ikke det.

…

De diskuterer benevningen og kommer frem til at svaret de kommer til er realistisk. (det er snakk om et basseng utenfor et hotell og de kommer til at det må være litt over 1m dypt.

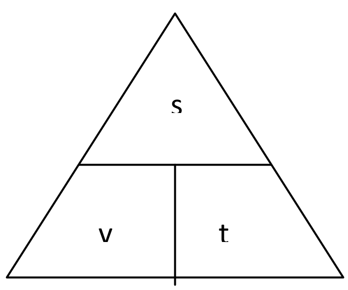
Læreren forteller elevene at de klarte oppgaven, og at dette var en av de vanskeligste oppgavene fra tentamen.

Jeg ser det som et pluss at elevene underveis selv vurderte talldimensjoner uten oppfordring fra lærer.

Det er nå lite tid igjen av samtalen så ved neste oppgave (om mauren) sier læreren at de bare trenger å fortelle hva de ville gjort og hvordan de ville tenkt.

Denne delen av samtalen er mindre strukturert enn første delen, men det vil ikke nødvendigvis si at elevene ikke lærte noe. Beskrivelsene av denne delen av samtalen vil være mindre nøyaktige da den gikk fort.

Elevene tegner opp:



Elevene kommer frem til at de skal regne ut omkrets/(36min), og vurderer også benevningene km/t og m/min med tanke på hva som er mest hensiktsmessig. Dette gjør de på oppfordring fra lærer.

MATEMATIKKSAMTALE 5

Dato: 30/4-09

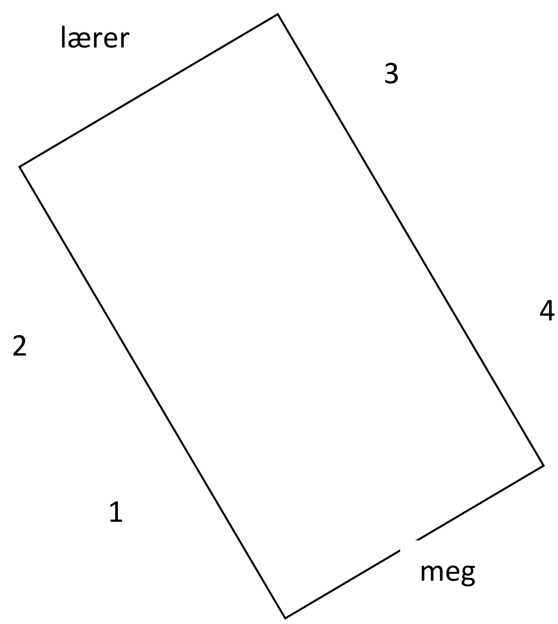
Sted: Hop Ungdomsskole

Antall elever: 4

Varighet: ca. 20min

Annet: Matematikknivå 3 (av 5)

Plassering:



Oppgaven:

I denne oppgaven kan du bruke hundrekartet nedenfor til hjelp for å finne det hemmelige tallet.

- Det hemmelige tallet er delelig med tre.
- Summen av sifrene i tallet er mindre enn ti.
- Sifferet på tierplassen er større enn sifferet på enerplassen.
- Differansen mellom sifrene i tallet er mindre enn fire.
- Dersom du multipliserer sifrene i tallet med hverandre, blir summen av sifrene i svaret et oddetall.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Vis at det hemmelige tallet oppfyller alle egenskapene som er gitt i punktene.

Læreren starter med å informere elevene om at de ikke får noen karakter samtalene, men det er en måte for å se elevenes tankegang for å bedre undervisningen, og en mulighet for elevene å snakke og tenke matematikk.

Elevene er kjappe med å fortelle at de husker tallet fra eksamen (tallet er 63), og de blir bedt om å heller å forklare hvorfor tallet er rett.

Elev 2 repeterer første punkt: “Tallet er delelig med tre”

Lærer: 10-ere eller 1-ere

Elevene og læreren diskuterer litt om hva som er 1er-plass og 10er-plass.

Lærer: hva er forskjell på siffer og tall?

Elev fire svarer.

Lærer: Hvilket tegn kan vi bruke for å vise at 6 er større enn 3?

Læreren tenker her på tegnene “<” og “>”, og elevene kommer frem til at > viser at 6 er større enn 3 (6 > 3).

Neste punkt (det fjerde).

Elev 1 leser, og læreren spør hva differanse er.

Lærer ber elev 4 om å skrive på utdelt ark.

Elev 4 skriver: 6 – 3 = 3, 3 < 4.

Ser på neste punkt.

Elevene er generelt mer stille/passive under denne delen av samtalen.

Elev 4 tolker det siste punktet rett og forklarer (begrepene).

Lærer forklarer spørsmålsstillingen (som ikke kom klart frem av elev 4's forklaring), og ber elev 4 nå forklare igjen. (Forklaringen går da mer mot problemet de skal løse og ikke hva ordene betyr i seg selv.)

Læreren roser elevene for at de var flinke til å tolke begrepene.

Læreren forteller at mange elever har svart tallet 30 på eksamen, og ber elevene i gruppen sjekke om dette også kan være rett.

Elevene starter ikke nå med å sjekke systematisk punkt for punkt, så læreren ber dem gjøre dette.

Elev 3 leser første punkt.

Elev 1 og 4: Ok.

Elev 2 sjekker alle punktene.

De kommer frem til at svaret ikke stemme overens med det siste punktet.

Elev 4 deler noen tanker om hva et oddetall er; kan ikke deles på to. Elevene kommer frem til at 3 * 0 = 0 er et partall.

Lærer spør elevene hva de tror vektlegges ved retting.

Elev 2: Utregninger

De kommer frem til/blir forklart at de kan få 0poeng uten utregninger, siden de da bare kan ha sett svaret fra naboen på eksamen.

Kommentar:

Elevene har ikke diskutert tidligere i undervisning hva slags type tall 0 er, og det er lite sannsynlig at de legger noen definisjoner til grunn når de bestemmer at null er et partall.

Lærer forteller meg etter samtalen at hun selv ikke er helt husker hvordan 0 var definert. (Dette betyr at under samtalen var det en ekte diskusjon der læreren ikke opplagt hadde svaret.)

Definisjoner på partall og oddetall (wikipedia)

- Et oddetall (ulike tall) er et heltall som ikke er delelig med 2. Eksempler på oddetall er: 1, 3, 5, 7, 9, 21, 83, -35, -1. Ethvert oddetall kan skrives på formen n = 2m + 1 hvor m er et heltall. En praktisk regel er at alle heltall der siste siffer er et oddetall selv er et oddetall.
- Et partall eller like tall er et heltall som er delelig med 2: ... -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8... Ethvert partall kan skrives på formen n = 2m hvor m er et heltall. En praktisk regel er at et heltall som ender på et siffer som er et partall selv er et partall.

MATEMATIKKSAMTALE 6

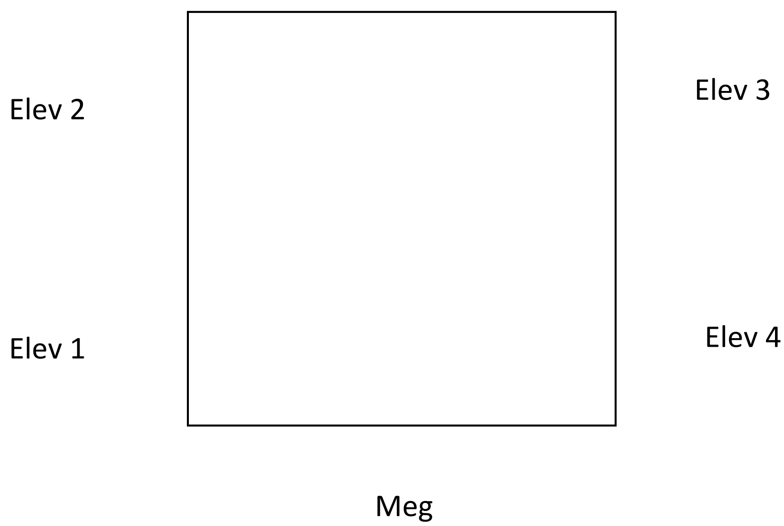
Dato:18.09.09

Tid: 09.45

Sted: CAMST

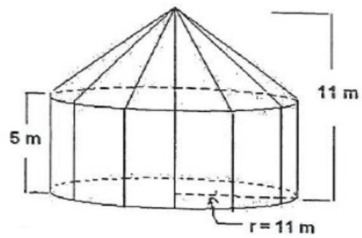
Varighet: 35 min

Plassering:



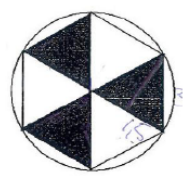
Oppgave:

Task: **CIRCUS**



The tent of the Colorama circus has a circular shaped base. The tent consists of a cylinder and a cone. As a decoration in the middle of the floor, you will find the pattern below.

It consists of a regular hexagon inside a circle. The diagonal of the hexagon and the diameter of the circle is 6m.



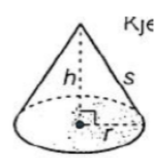
1) Look at the figure of the decoration on the middle of the floor.
   Find the area of the decoration that is not black.

---

2) Look at the figure of the tent above.
   Find the surface area of the tent.

$$V = \frac{base \times h}{3}$$

$$O = \pi r^2 + \pi rs$$



---

3) Look at the figure of the decoration in the middle of the floor.
   The artist Ivanov cycles along the periphery of the decoration. He is riding a bike with only one wheel, with the radius of the wheel being 20 cm.
   How many times has the wheel rotated when Ivanov has finished 5 rounds?

Jeg informerer elevene om at dette ikke teller på karakter samt at jeg er ute etter hvordan de tenker og at de diskuterer oppgaven seg imellom.

Elevene tar frem papir, blyant og kalkulator for å begynne å regne.

Elev 1: ok…
Elev 2: Is this a circle or is it a hexagon? (henvender seg til meg)
Meg: It is a hexagon inside a circle
Elev 1 og 2: … the area of the circle…
Elev 2: So we must find the area of the whole circle now, and we must minus three areas of a triangle.
…
(diskuterer hva vi vil finne)
…
Elev 1: So that is what we want to find
Meg: How do you want to find that?
Ingen svarer direkte men de begynner å skrive. Jeg ber de fortelle meg hva de skriver.
Elev 2: I'm writing… no everyone are writing the area of the circle first
Meg: So that is the area of the circle.
Elev 2: I think it is pi times r square
(de andre er også med og støtter opp under dette)
Elev 1: The radius is 11…
(de andre er enige, blir stille og de fortsetter på papirene)
Meg: So what is the radius of the decoration?
Elev 1: The radius of the decoration be the centre of the side of the circle, yeah…
Meg: Do you all agree on that?
Elev 2: I'm confused now… because it is the diagonal of the hexagon and the diameter of the circle is 6m but on the top here it says the radius is 11m.
Meg: Yes, so what is going on here?
(jeg ber de forresten om å putte bort kalkulatorene fordi jeg ikke er ute etter noe eksakt svar, kan merke at dette er uvant for dem)
Elev 1: So are we going to talk about this?
(Jeg bekrefter at dersom de trenger å regne noe vil avrunding være greit.)
Meg: So what is up with the radius here?
(Elevene smiler lit tog en elev ler litt. Jeg ber de prøve å lese teksten en gang til, de gjør dette)
Jeg ber elev 4 lese høyt.
Meg: So what is "it", "it consists"?
Elev 4: The circus.
Meg: The circus or the decoration?
Elev 4: The decoration.
(Vi diskuterer tallene som nevnes, og eleven har tydelig tenkt at dekorasjonen må dekke hele gulvet. Elev 2 snakker mest og problematiserer at siden radius er halv diameter er det ikke konsistent med radiusen på 11m og diameteren på 6m, men vi kommer frem til hvordan det må være ved å tegne figur av gulvet med dekorasjon etc. Jeg presiserer at nøyaktig lesing av oppgaven avslører dette. Jeg ber også elev 2 forklare dette til de andre en gang til siden hun/han har vært mest muntlig. Vi snakker også litt om at det er viktig å lese oppgavene nøye Elevene begynner så å løse oppgaven på eget papir igjen.)

Meg: Are you all writing the same?

Elev 2: With the triangles, like the hexagon, is each side like… you see this is now the radius… (henvender seg til meg)
Meg: Ask the other ones what they think.
Elev 1: ok…

Elev 2: So this is 6m eh(?)… so this will be 6m… (forveksler her diameteren som er 6m med radiusen som er 3m)
Elev 4: Yeah.
Elev 1: There is… ok, this here, 6 here, 'cause this is inside the circle right (?), so we this here the shaded area here, form the middle to the point here will be 6m, and then from… I'm thinking of from here to here (det hvite utenfor de skraverte trekantene), but will that be… 'cause it is outside the circle right…
Elev 2: What do you mean outside the circle?
…
Elev 2: I'll say you find the area of the three triangles… na(?)…
Elev 1: mm
Elev 2: And you minus it from the entire area of the circle
Elev 1: I get what you are saying.
Elev 2: But then I'm asking, is each side 6m of the triangle.

(Jeg bryter nå inn og ber de tenke gjennom hva som er 6m, for å få de rette tallene inn i diskusjonen. Alle er enige når jeg først spør om alle er enige når de mener det er radiusen som er 6m. Jeg ber de lese en gang til og de korrigerer til at det er diameteren som er 6m og at radiusen er 3m.)

Elev 4: What is the formula for the triangle?
Elev 2: Half base times height…

(Dette (elev 2) er en ixihosa-elev. Religion/tradisjon kan spille inn)

(Skriver på papirene)

De diskuterer litt og finner at de ikke har høyden på trekanten og at de vil bruke Pythagoras.

(De regner igjen, tar frem kalkulatorer)

Meg: You do not need the calculators. What do you want to find?
Elev 4: I want to find the height.
Elev 2: But isn't the height equal to the radius also(?)
…
Elev 4: I don't think that it is 3m.
Meg: Why don't you think that it is 3m?
Elev 4: Because if you look at the triangle… how can I say this now… (viser litt på tegningen)… the slaunted side of the triangle is 3m..
(Elev 4 forklarer hva hun mener)
Jeg ber elevene skrive ned hva de har og hva de vil finne. Jeg ber dem sammenligne.

Elev 3 skriver ned på arket tallene de har, og jeg bemerker at de allerede står på oppgavearket. Eleven forteller at hun/han forstår det bedre når hun/han skriver ned det hun/han har selv.
Elev 3 roter seg litt tilbake til tallene fra teltduken, men de andre elevene lurer på hvorfor hun/han jobber med de tallene, og når de finner ut at hun/han jobber med feil tall igjen, så husket eleven det.

De jobber på egne ark men snakker nå sammen om hva de gjør og spør hverandre hvordan de gjør det. Elev 2 leder diskusjonen med alle er med (minst elev 3).

Vi diskuterer litt hva som er ukjent.
Elev 2 blir plutselig litt usikker på metoden hun/han bruker (selv om det er rett). Jeg ber de diskutere igjen om de har det samme.
De begynner å bruke kalkulator igjen, og jeg sier jeg tror de klarer det uten kalkulator.
Underveis stiller jeg elev 3 noen spørsmål for å sjekke at hun/han et med på tankegangen.

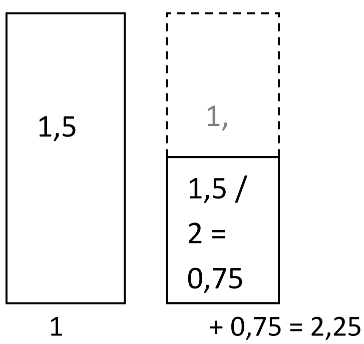
Elevene virker å ha litt vansker med å forklare det de ønsker å gjøre på kalkulatoren. Elev 2 forklarer så.

Elev 4 har skrevet: $a^2 = b^2 + h^2$
Elev 2 har skrevet: $a^2 = c^2 - b^2$

Vi ser på formlene og ser på hvorfor de er like. De er også skrevet med innsatte tall.

Meg: So when you have put in the numbers, what do you end up with? What is your equation?
Elev 4: $3^2 = 1{,}5^2 + h^2$, so 3^2 is 9 so then I check $1{,}5^2$ and that is 2,25. So then I take 1,5 over to the other side so it will become negative. So it is 9 – 2,25
Meg: So if you were to take $1{,}5^2$ in your head… how would you do that?
(Jeg forteller at jeg ikke trenger en eksakt verdi.)

De sliter tydelig med dette og jeg går gjennom med dem og tegner:



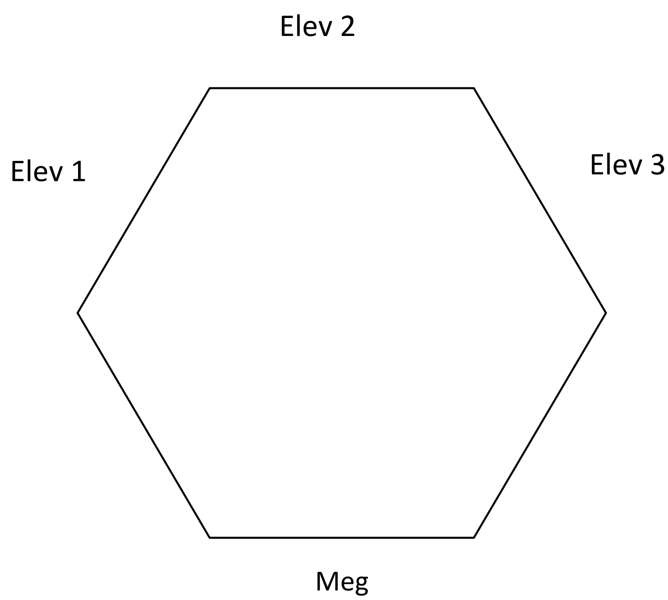
De gir uttrykk for at de forstår, og vi diskuterer litt rundt dette og kommer også inn på hvordan det ville være dersom vi hadde $0{,}75^2$.
Tiden er ute før vi fikk gjort ferdig den opprinnelige oppgaven med dekorasjonen i sirkusteltet.

Jeg snakker litt med elevene på vei ut hvordan det var, og elev 1 sier hun/han aldri har tenkt så mye i hele sitt liv. All er enige i at det var annerledes.

MATEMATIKKSAMTALE 7

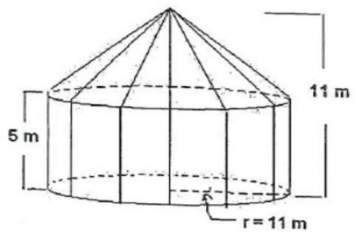
Dato: 21/9-09
Sted: CAMST (biblioteket)
Tid: 09.00
Varighet: 21min
Klasse: grade 11

Plassering:



Oppgaven: (deloppgave 1 og 3)

Task: **CIRCUS**



The tent of the Colorama circus has a circular shaped base. The tent consists of a cylinder and a cone. As a decoration in the middle of the floor, you will find the pattern below.

It consists of a regular hexagon inside a circle. The diagonal of the hexagon and the diameter of the circle is 6m.

---

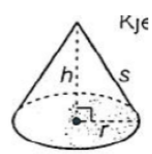
1) Look at the figure of the decoration on the middle of the floor.
   Find the area of the decoration that is not black.

---

2) Look at the figure of the tent above.
   Find the surface area of the tent.

   $V = \frac{base \times h}{3}$

   $O = \pi r^2 + \pi r s$



---

3) Look at the figure of the decoration in the middle of the floor.
   The artist Ivanov cycles along the periphery of the decoration. He is riding a bike with only one wheel, with the radius of the wheel being 20 cm.
   How many times has the wheel rotated when Ivanov has finished 5 rounds?

Jeg starter med å forklare til elevene hva som er hensikten med at de er der, og at jeg ønsker at de skal diskutere oppgaven jeg gir dem seg imellom. Jeg informerer dem om at jeg vil ta opp det de sier for å kunne skrive det ned senere, men at der er anonymt og at opptaket vil bli slettet så fort jeg har skrevet ned.

Jeg viser elevene oppgaven, og se ser alle på den.
Elev 1 og 3 indikerer at elev 2 skal lese høyt. Hun/han gjør det.

Elev 2: So, we must find the white area.
Elev 1: This one (peker)
Elev 2: Aha (bekreftende), the white shaded.
Elev 1: Can't you just find the area of one triangle then times it by three, 'cause that is three triangles.
Elev 2: Yeh, the hexagon… and, the triangles... it should be the same.
Elev 2: So the diagonal of the hexagon is there? (spør meg)
Meg: Yes.
Elev 2: So, then the one…
Elev 1 og 3: Is six meters...
Elev 2: So then one of them will be three.
Elev 3 skriver og sier: so like that will be three.
(Elev 2 sier noe litt utydelig)
Meg: Do you want to tell me what you want to find, just so that I know?
Elev 2: The area.
Meg: How do you want to find the area?
Elev 2: By using the area-formula (?)
Meg: but explain to me what you want to find, do you want to find this area, or do you want to find this area? (peker på de hvite og de svarte trianglene)
Elev 2: We want to find… (blir avbrutt)
Elev 3: Wouldn't you want to find the area of the whole circle, and then the area of the black triangles, and then subtract to?
Elev 2: Yea but they're just saying that... all they want is… (blir avbrutt)
Elev 1: ... the area that is not black…
Elev 2: Yeah, of the white triangle.
Elev 1: So, can't you just like… (blir avbrutt)
Elev 3: But it is including that aswell (peker på de hvite områdene som ligger utenfor heksagonet).
Elev 1 og 2: But you have to…
Elev 3: You have to find the area of the whole circle and then subtract %[10] the black triangles
Elev 2: % so then we find that…
Elev 1: Oh… oh… (som at eleven forstår at hun/han har misforstått tidligere)
Elev 2: And then we get…so…so you're saying, we find the area of the whole circle..
Elev 3: Yeah.
Elev 2: Then subtract the hexagon…
Elev 3: No, subtract the…
Elev 1: black (hopper inn)
Elev 3: just the black, 'cause then you find the area of the whole white section
Elev 2: ok (nesten samtidig)
Elev 3: So, yeah.
Elev 1 og 2: So, the area of the circle (Elev 1: and the two black things)
Elev 2: Pi…
Elev 1: Pi r sqared
Elev 2: Pi r sqared, yeah

[10] % i transkriptet betyr at noe sies samtidig

Elevene diskuterer litt rundt formelen og spør om de kan bruke kalkulator. Jeg sier at det trenger de ikke og de blir litt overrasket av dette. Elev 3 fniser litt og de andre smiler litt.

Elev 2: This gonna be very much of a estimate here, 3,14.

Elevene setter inn rett radius I formelen og skal til å regne ut 3,14 * 9 når jeg sier at de kan estimere 3,14 til 3. Jeg forteller elevene at jeg ikke er ute etter eksakte svar men hvordan de kommer dit. Elev 2 skriver på arket og spør de andre om de er enige i at svaret er 27. Det er de.

Elev 2: Then the area of the hexagon… are we gonna… we don't have a formula for that, so are we gonna say…
Elev 2 og 3: The triangle
Elev 3: Times six… times three, 'cause there is three black triangles.
…
Elev 2: So wait… half base times height… three…
Elev 2: Remember the height is that there, so we will have to use Pythagoras to find… to use that… we have to find
Elev 3 bekrefter enighet flere ganger I resonnementet til elev 2
Elev 3: Yes
Elev 2: Yeah
Elev 1: Which side is 90 degrees?
Elev 2: Hm?
Elev 1: Which side is 90 degrees?
Elev 2: The middle of the…
Elev 3: The perpendicular height

De peker og blir enige.
Elev 2 ber noen andre skrive på denne delen av oppgaven (siden hun/han har skrevet til nå).
Elevene begynner å sette inn tallene de har og i pythagoras kaller de høyden for "r". Jeg spør hva r er i ligningen deres og de svarer høyden.

Elev 2: So there is nine… 1,5 squared…
(elevene ler litt)
Elev 1: But 2 over 3 squared is 9/4. 1,5 is 3/2 and 3/2 squared is 9/4
Elev 2: 9/4… % so that is…
Elev 3: % two point…
Elev 3: 2,25
(de ler litt igjen)

Elev tre forklarer hvordan 9/4 blir 2,25 ved at det går to firere på ni og så et det ¼ igjen som er 0,25. Jeg ber de fortelle en gang til litt saktere hvordan de tenkte. Nå forklarer elev 1 det samme.

…
Elev 3: So, therefore… r squared will be equal to nine minus that (peker på 9/4 på elev 2 sitt ark). (skriver på arket samtidig).

Elev 3 har skrevet 2,025 istedenfor 2,25. Jeg kommenterer ikke dette, men de finner selv ut at det er feil når de skal bruke tallet. De kommer frem til 6,75.

Elev 2: So, perpendicular height or r s… ah, squared… ah, we must square-root it. Can we call it a? (spør meg)
(de ler litt)
Meg: a(?), what do you mean?
Elev 2: The square root of 6,75 is a.
Meg: Do you want to call it a? Ok, that is ok.
Elev 2: Call it a then.
(de ler litt)
Elev 2: r equals 6,75 squared which is equal to a.
Meg: Do you think you can estimate what kind of value… (blir avbrutt)
Elev 2: Yes, the square root of 6.
Elev 1: It is 2,5 something. No…
Elev 2: Ok, this is this. The square, when we… we know of 4 is 2 rigth(?) (til medelevene), and the square root of 9 is % 3
Elev 1: % 3
Elev 1: So it is two point something.

Jeg sier til eleven at det vil være godt nok. De ler en del når de holder på med dette og er tydelig ikke vant til at 2,"noe" kan være et svar.

Elev 2: So then… you would say half… half times our base which is 1,5 right (?)
Elev 1: mm
Elev 2: No, our base is 3. 'cause it is the whole triangle.
Elev 3: No…
Elev 1: It will be, % since this (peker på halve grunnlinjen som de brukte I beregning av høyden) is 1,5.
Elev 3: % the base is 1,5.
Elev 2: No, it is not.
Elev 1: Yes it is…!
Elev 3: Then you are finding the area of half a triangle.
Elev 1: Oh…(forstår at hun/han tok feil).

De blir enige og fortsetter utregingen. De går nå nærmere inn for å finne hva 2 komma noe er og diskuterer seg frem til at det vil være ca 2,7. (Rett svar er nærmere 2,6 men jeg lar de beholde 2,7 uten å korrigere dette siden de vurderer.)

De går også videre i utregningen uten særlige avbrytelser fra meg bortsett fra hvis jeg ikke helt hører hva de sier. De husker at det er tre triangler og at de skal gange men ½ når de finner arealet av ett triangel. Elevene kommer opp med sitt svar og det blir kort stille, jeg bekrefter ikke om de har rett.

Elev 2: I think…
Elev 3: No, I think we have right
Elev 2: Ok…
Meg: Are you right?
Elev 2: Yes.
Meg: I will not tell you if you are right or not, so let me know if you have the right answer.
Elev 1: Yes, it is the right answer.
(litt fnising)

Elev 2: We have the right…

…

Meg: Then you can move on to number three here (peker på oppgave tre)
Elev ?: Ok.

Elevene leser hver for seg.

Elev 2: Ok, ah… that is why you draw it. It says that the radius of the wheel… that (viser på tegning som tegnes samtidig) is 20 cm, right(?), so…

De diskuterer litt hva som menes med “rounds” I oppgaven, de tenker her på om syklisten roterer rundt egen akse.
(Ler litt)

Elev 2: So, eh, we have the, ok we need the circumference of that…
Elev 1 og 3: Yes…
Elev 2: And the circumference of this…
Meg: What is “that” and “this”?
Elev 2: The circumference of this, eh, the thing he is cycling around. And then the circumference of his wheel.
Meg: ok.
Elev 2: His unicycle (?)
Elev 3: Yes, unicycle.
Elev 1: So how did the wheel rotated…
Elev 2: So, let’s do that first...
Elev 2: Now you do one, and % I do one!
Elev 3: % ok…!
Meg: (henvender meg til elev 1) Then you have to check everything right? With commas, you know… that you agree.

De diskuterer kort formelen for omkrets. Mens de holder på å regne og diskutere, minner elev 1 på at det ene er meter og det andre er cm og at de må ta hensyn til det. De gjør om 20cm til 0,20m etter først en kommafeil der de fikk 0,02m. De kommer frem til at omkretsen på hjulet er 0,12m (runder pi av til 3) og at omkretsen på dekorasjonen er 18m. Elev 2 regnet ut omkretsen på hjulet mens elev 3 regnet ut omkretsen på dekorasjonen.

De leser oppgaven igjen.

Elev 3: I would say we find five rounds and then divide it by… that (hjulet) circumference(?)
Elev 2: Yes. So we times it by five (snakker om dekorasjon-omkretsen) (?)
Elev 3: Yes... that is what I think (!). So we take five rounds, so that will be five times around the tent..
Elev 2: % yes
Elev 3: So we times the circumference % of the tent
Elev 2: % by five(?)

De kommer til at det er 90 m. Elev 1 snakker litt lavt men jeg kan høre at hun/han teller 18*2 = 36.. * 2…

De to andre snakker høyere og regner 10*5 + 8*5.

Elev 2: So let's try 90 divided by 12, no the zero, 'cause then we can just add a zero in front of it.
Elev 3 og 1: Ye, ok…

Det blir stille (tenker)

Elev 1: I'm not good at divisions.
Elev 3: hehe… neighter am I…
Elev 2: 12 times… estimate I mean…
Elev 3: 12, 24, 48, 52… (?), no 60!
Elev 2: 72… 84…
Elev 3: It is seven
Elev 2: 84 will… ok, 7.
Elev 3: That will be… yeah… it's 7,5.
Elev 2: ok.
Elev 3 ler litt: So how to put that ***[11]
Elev 2: So, it's 7 seven… five…
Elev 1: 7,…7 5
Elev 3: 7,75 (?)
Elev 2: Nii…(!) (som i nei, afrikaanstalende elev)
(de ler litt)
Elev 3 : so we would like to add a 0 to the end, 'cause that will make more sence… yeah, so it will be 7 times… *** Fifty!
Elev 1: Fifty.
Elev 3: That definitly makes a lot of sence
Elev 2: Good thinking. (MERK: Positiv kommentar til annen elev)
Elev 3: So the wheel has rotated 750 times…
Elev 2: I agree, do you know why, because that is in cm and that is *** and that is how many %
Elev 3: % meters
Elev 2: … it's 90 meters that***
Elev 3: Yes.
Meg: So explain how we got 750.
(ler litt)

De forklarer at de delte 90 på 12 og fikk 7,5. Jeg spør om de så ville legge til null noe sted (som var inntrykket fra tidligere diskusjon). Elev 2 forklarer at mest logisk ville de lagt til 0 foran men at 0,75 ikke er logisk. Når jeg spør argumenterer de med at det bare ikke er rett. Jeg presser de litt til å kunne forklare hvorfor. De forklarer at 0,75 ikke engang er en full rotasjon og at det derfor er opplagt. De går videre til at de derfor har lagt til en null på slutten før jeg får spurt videre. De forklarer at de legger til en null på slutten og så fjerner kommaet.

Meg: So, you remove the comma, and…how many times do you have 7,5 in 750?
Elev 2: Hm(?)
Meg: First you found 7,5, then your answer is 750, how many times do you have…
Elev 3: A hundred times.

[11] *** i transkriptet betyr at noe er uklart i lydopptaket

Meg. Hundred times
Elev 2: Ah.
Meg: So ham many zeros have you actually added?
(stille)
Elev 2: Two.

De skjønner at de har gjort feil. Og vi diskuterer hva de har gjort feil. De sjekker så svaret (75)ved å regne baklengs. Jeg ber de forklare hvordan de gjør dette og alle bidrar i forklaringen.

Vi snakker litt om ulike måter å regne på for å komme frem til løsninger, og elevene bringer opp det å leke rundt med tallene. Jeg tar også opp igjen at elev 3 tidligere hadde en annen måte å tenke på da de kom frem til 90 som lengde å sykle.

Etter samtalen snakker vi litt om at jeg har gjort tilsvarende i Norge og elevene virker interessert i hvordan de gjorde det i forhold til de norske elevene og også forrige gruppe som jeg hadde samtale med.

MATEMATIKKSAMTALE 8

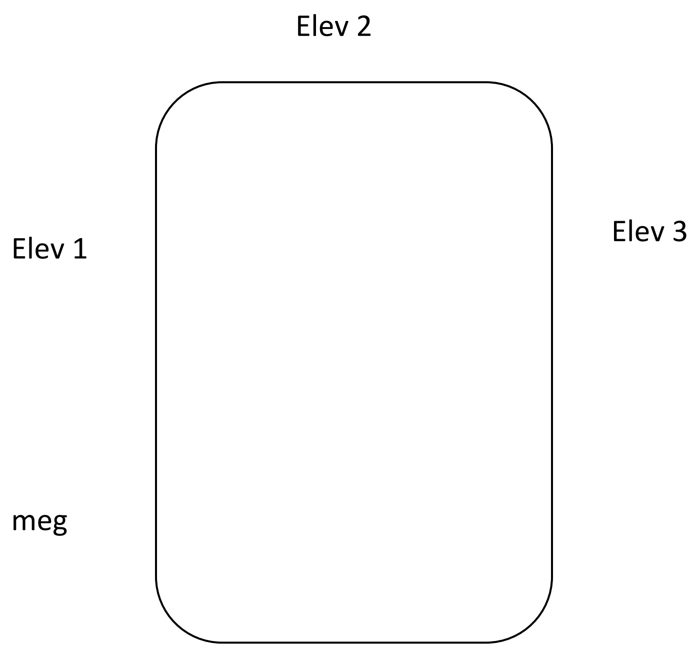
Dato: 18.01.10

Sted: Hop ungdomsskole

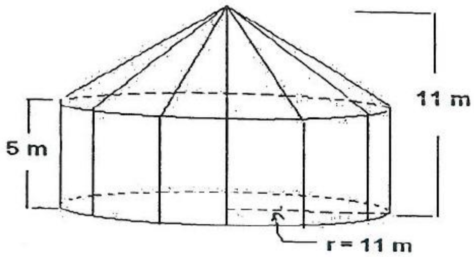
Nivå 5 av 5

Varighet: ca 20 min

Plassering:

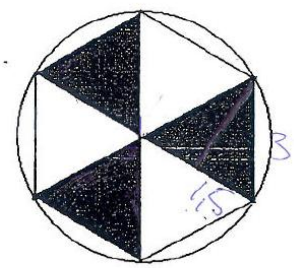


Oppgave:



Sirkustelt

Teltet til Sirkus Colorama har en sirkelformet grunnflate. Teltet består av en sylinder og en kjegle.

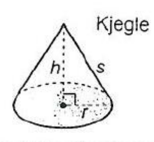


Som dekorasjon midt på gulvet i manesjen finner vi figuren til høyre.
Den består av en regulær sekskant i en sirkel.
Sekskantens diagonaler og sirkelens diameter er 6 m.

2.4
Se på figuren av dekorasjonen midt på gulvet i manesjen.

Regn ut den delen av arealet som ikke er skravert på figuren.

2.5
Se på figuren av sirkusteltet.
Regn ut arealet av teltduken.



$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$O = \pi r^2 + \pi r s$$

2.6
Se på figuren av dekorasjonen midt på gulvet i manesjen.

Stuntsyklisten Ivankiv sykler langs sirkelperiferien til dekorasjonen. Han sykler på en etthjulssykkel, radien på sykkelhjulet er 20 cm.

Hvor mange ganger har hjulet gått rundt når Ivankiv har syklet 5 runder?

Elev 2: ehm, skal vi ta den der?
Meg: dere kan begynne med den første oppgaven
Elev 2: ok
Elev 2 leser oppgaveteksten til oppgave 2.4

Elev 3: Ja
Elev 1: Da er den siden 3
Elev 3 og 2: Ja
Elev 3: Og da er den 1,5.
Elev 1: Er hele den 1,5 eller halve?
På oppgaven de har fått utdelt er det skrevet på et tretall og 1,5 på tegningen med blå penn fra tidligere. Siden oppgaven er scannet inn er dette ikke fjernet til denne samtalen.
Elev 2: Det må være hele, nei halve.
Elev 1: det er jo en likesidet
Elev 2: Ja men da er jo halvparten 1,5 hvis de er likesidet
Elev 1: ja
Elev 3: mm
(kort stille)
Elev 3: men hvis vi vet at den siden er tre…
Elev 1: vi må finne høyden
Elev 1: det er 90, nei jeg vet ikke helt… (tenker tydelig på 30-60-90 trekanter)
Elev 2: men det blir ikke rett
Meg: De tallene som er skrevet på der er bare fra tidligere siden oppgaven er scannet inn
Elev 3: åja… for egentlig vet vi jo ingen tall.
Elev 2: Jo
Elev 1: jo for den siden er 3cm og den siden er og
Elev 3: de er likesidet
Elev 1: alle er tre cm
Elev 3: ja, og da er jo diameteren 6cm… %[12] eller noe
Elev 1: % ja
(kort pause)
Elev 1: skal vi finne det skraverte eller ikke skraverte?
Elev 2: Jo, for du ser jo at denne diameteren er 6, da må jo den være tre
Elev 1 og 3: ja
Elev 2: siden det er halvparten, og derfor må den være 1,5. Så det er derfor det står sånn
Elev 1: ja
Elev 3: Men hvis den er tre, så er den og tre (henviser til siden der det fra før er skrevet 1,5 på papiret)
Elev 1: jaja
Elev 2: men det er halvp…
Elev 1: Men det er halve den vettu
Elev 2: Men da ser du jo, da er jo dette halvparten sånn..
Elev 1: ja, men… det var jo det jeg sa i sted
Elev 2: Det er pythagoras sånn
Elev 1: Ja hver av de er tre, og den er 1,5
Elev 2: Så da må vi ta da, da blir det, Pythagoras er x^2
Elev 1: det blir…
Elev 2: for da vet vi, vent da hvilke sider er det vi vet?
Elev 1: 1,5*1,5 + 3*3
Elev 2: Det blir jo 3 + 3..for den er tre..
Elev 1: 3*3 + 1,5*1,5 delt på… kvadratrot(!), blir det ikke det da?
Elev 2: + 1,5^2… blir det ikke sånn da (henviser til det han har skrevet på papiret). X..9…1,5*1,5 er..

[12] % i transkriptet betyr at noe sies samtidig

Meg: vil du bare si høyt hva du har skrevet så jeg får det på..
Elev 2: ja, ehm… $x^2 = 3^2 + 1,5^2$, så du tar den Pythagoras læresetning, og så… men da er det jo at…
Meg: men hva er de forskjellige, hva er 3 hva er 1,5?
Elev 2: nei nå har vi gjort feil her(!) fordi at tre… den her er jo hypotenusen ikke sant, det er kateten. Så den er jo da, da blir det 3 MINUS (…) 1,5
Elev 3: Nei, det er jo ikke hypotenusen…
Elev 2: Ja, DEN er hypotenusen
Elev 3: Men sidene er… ja stemmer det, du må ta
Elev 1: 3 minus… ja. 9 minus $1,5^2$ hva nå det er for noe
Elev 3: Ja ni er l…
Elev 2: Trenger vi egentlig å ta pythagoras?
(kort stille)
Elev 1: Ja…
Elev 3: Er det ikke bare til å ta 9, nei 3^2 da er lik $1,5^2 + x^2$
Elev 2: Da kan du bare ta 3*3 delt på to(?)
Elev 3: Men det kan jo hende det er en grunn til at det er tegnet som en sirkel da, at vi bare skal ta den og gange med 3. Men at vi skal regne ut arealet av sirkelen.
Elev 1: Vi må regne ut arealet av sirkelen, vi må jo regne ut… disse her arealene (peker på de skraverte trekantene)
Elev 3: med mer, så tar du minus…
(Følger: litt forvirring rundt hva de skal finne)
Elev 1: Men da går det med å regne ut
Elev 3: tre
Elev 2: Nei men…
Elev 1: Men hvordan regner du ut arealet av en…
Elev 2: sekskant, men da må du bare ta alle disse her (peker på trekantene)
Elev 1: ja
Elev 2: og så må du ta minus… eller, åja, vent litt da, å for vi skal bare finne ut det skraverte, disse tre her, minus arealet av, nei, ja arealet av sirkelen
Elev 3: Ja, nei sirkelen minus arealet av…
Elev 1:ja
Elev 3: ja
Elev 1: så vi må finne arealet av en (peker på skravert trekant), hva er en sånn, så gange den med tre
Elev 2: Vi må, men vi MÅ vite den (snakker om høyden i trekanten), vite den der
Elev 1: Nei men kan vi ikke bare regne ut arealet av trapes
Elev 3: ja
Elev 1: disse her trapesene (trapesene som dannes av trekantene i figuren)…
Elev 1: Men da må du ha høyde
Elev 3: Men kan vi ikke bare regne ut arealet av sirkelen(?)
(kort lit i munnen på hverandre)
Elev 2: Men kan vi ikke bare finne ut en av disse her (halve skraverte trekant), så ganger vi bare det med to, og så ganger vi det med tre
Elev 1: Det er bare å…
Elev 2: Så finner vi arealet av sirkelen
Elev 3: Kan du ikke ta $3^2 = 1,5^2 + x^2$? SÅ bare regner du det ut?
Elev 1: ja
Elev 2: he?
Elev 1: (liten humring)

Elev 3: For tre i annen sant, er hypotenus
Elev 2: ja
Elev 3:hvis du bare, bare si at den trekanten der
Elev 2: ja
Elev 3: for 3^2 = 1,5^2 + x^2
Elev 2: ja
Elev 1: med mer
Elev 3: Så finner vi ut hva den der er, høyden
Elev 2: Der er det vi holder på med nå, men da må vi ta minus sånn
Elev 1: ja
Elev 2: men hva er 1,5^2
Elev 1: 1,5*1,5* (?)
Elev 1 snur oppgavearket og regner ut bakpå for hånd
Elev 3: Her snakker vi 5'er nivå (humoristisk tone)
(pause mens elev 1 regner ut for hånd)
Meg: vil du bare si høyt hva du gjorde?
Elev 1: Jeg tok 1,5 ganger 1,5 for hånd.
Meg: så du regnet ut det på baksiden av arket
Elev 1: ja
Elev 2: 2,25 , 2,25 (?)
Elev 1: ja
Elev 2: Så har vi x^2, mm… så må vi ha det minus det (refererer til regnestykke på eget papir: x^2 = 9 – 2,25)
Elev 1: 11,25 nei…
Elev 3: Minus
Elev 1: det blir 6,75
Elev 3: ja
Elev 2 6, … 75 (skriver ned)
Elev 3: Og så må du ta kvadratrot…
Elev 2: Ja, kvadratroten
Elev 1: Da (må vi) bare ta cirka
Elev 2: ehm…
Elev 3: ee…
Elev 1: det blir over % to og under tre
Elev 3: % to
Elev 2: 2*2 er tre og så blir det 3* er ni. 2,5 er…
Elev 1: 2,5*2,5 det blir… da må vi sånn fire…
Elev 3: Skal jeg regne med kalkulator (?)
Meg: Neida, det er ikke så farlig, du kan ta omtrent
Elev 3: ja, to komma et eller annet
Elev 2: to komma… fem. Ja du kan ta det du (sier til elev 1 som tydeligvis er rask i slike utregninger på papir)
Elev 3: hehe
Elev 2: Men da kan vi ta imens, kan vi bare ta, finne % arealet
Elev 1: % arealet
Elev 2: så det blir radiusen ganger radiusen, er tre, så blir 3*3
Elev 3: nå, å radiusen er den lille ja
Elev 1: 6,25

Elev 2: 6,25. og det var… sek… seks… men da blir det 6 komma…
Elev 3: seks
Elev 2: nei det blir s…
Elev 1: nei det blir
Elev 3: 2,6 , 2,7
Elev 1: ca 2,5
Elev 2: 2,75. Jeg føler det er passe
Elev 3: 2,75 (smaker litt på svaret)
Elev 1: Da blir det… 2,7 det blir for høyt
Elev 3: ja
Elev 2 og 3: 2,6
Elev 1: det skulle bare være omtrent
Elev 2 vi tar 2,6 (de andre er enige). Vi sier… er lik… x = 2,6
Elev 1: og så…
Elev 3: cirka.
Elev 2: og så må vi ha radius
Elev 1: 3*3*…
Elev 2: 3*3*3,14
Elev 3: 14? ... 9*3,14
Elev 1: Hva er det vi driver på med nå(?)
Elev 3: Regner ut arealet av hele sirkelen
Elev 1: ja
Elev 3: 9*…
Elev 2: 9*3,14
Elev 3: 27… 28?
Elev 1: nå tar du jo…
Elev 3: vi vet hva den halve trekanter er så… eller skal vi se…
Elev 1: Vi må regne ut arealet av hele trekanten
Elev 3: ja, men det kan vi gjøre etterpå (litt fnising)
Meg: så nå finner dere ut… nå har dere funnet… dere har funnet høyden av trekanten
Elev 1 og 2: ja
Meg: og dere jobber nå med… eh
Elev 1 og 3: arealet av sirkelen
Elev 1: ja
Elev 2: % vi hoppet litt da
Elev 1: % 9*3,4
Elev 3: ja
Elev 2: sk… (skal jeg?)… ja gjør det du (ber elev 1 gjøre det for hånd på papiret igjen)… så kan vi…
Elev 3: hehe
Elev 1: men… dere kan jo ikke tegne… % nei, ok
Elev 2: % Men høyden var
Elev 2 og 3: 2,6
Elev 1 og 2: så 2,6 ganger
Elev 3: 3 delt på to
Elev 2: nei…
Elev 1:jo
Elev 2: 2,6*…
Elev 1: 3/2

Elev 2: nei(!)
Elev 3: jo(!) vi ganger med grunnlinjen(!)
Elev 2: Ja(!) og der, grunnlinjen er jo… (!)
Elev 3: men det er jo lit høyde alle steder da, så jet har jo ingenting å si om…
Elev 2: åja
Elev 1: ja
Elev 2: greit greit greit greit greit greit. 2,6
Elev 1: 28,26 høres det riktig ut? (regnet på papiret)
Elev 3: ja
Elev 2: mmm, nei.
Elev 3: jo
Elev 2: eller skal vi bare si tretti?
Elev 3: jo(!) 3,9, når 3,9… jo, 3*9 er jo 27, og så blir det 28,… 14
Elev 1: men da kan vi bare runde ned til 28 da
Elev 2 og 3: ja
Elev 2: 28.
Elev 2: Så har vi… 28…
Meg: hva er det som er 28 nå?
Elev 3: det er sirkelarealet
Elev 2: sirkelarealet
Elev 2: ja, og så…
Elev 3: benevning, då må ha m^2
Elev 1: ja, vi må ha en benevning
Elev 3: m^2
Elev 1: men vi vet ikke om det er m eller cm
Elev 2: og så måtte vi finne ut… 2,6*3/2
Elev 3: da finner vi arealet av % trekanten
Elev 2: % 2,6… det blir… 6… 7… komma (regner ut 3*3,14)
Elev 1: men vi skal dele på to også
Elev 2: Jaja, men først må vi finne…
(elev 3 fniser litt)
Elev 1: 7,8
Elev 2: 7,8(?)… ja
Elev 1: ja
Elev 2: sånn. Delt på to er lik… 4, nei…
Elev 3: 3,5
Elev 1: 3,9
Elev 2: 3,4(?)
Elev 1: 3,9
Elev 3: ja, 3,9
Meg: vi dere bare si hva dere har funnet?
Elev 2: vi har funnet % arealet
Elev 1: % arealet for den ENE av trekantene
Elev 2: % da tar vi bare tre
Elev 1: % ganger tre
Elev 2: 3,… hva blir, ta 3,9 pluss… ja…, 3,9 ganger
Elev 3: ganger tre, da blir det ni… ni*ni
Elev 2: 27. så er det

Elev 1: 11, eller liksom
Elev 2: elleve. 11,7 kan det stemme?
Elev 1: % 3,3*3
Elev 3: % ja
Elev 2: ja(?)
Elev 3: tror det… ja for 4*3 er 12 liksom
Elev 1: 3*3 er 9
Elev 2: men da tar vi, og så hva var
Elev 3: sirkelarealet
Elev 1: ja
Elev2: 28 – 11,7 (skriver samtidig) =
Elev 3: da må vi ha arealet av sirkelen minus arealet av de tre trekantene
Elev 1: ja
Elev 3: … som er skravert ja.. .(sjekket oppgaveteksten)
Elev 1: ja
Elev 2: det blir jo…
Elev 1: 16,3 blir det ikke det da(?)
Elev 2: 16,3 (skriver ned)
Elev 1: eller 17,3?
Elev 2: 16,3.
Elev 1: ja
Elev 2: Ja, det er i alle fall sånn ca
(litt fnising)
Elev 3: m^2
Elev 1 eller 3: ja, det må, ja
Elev 2: og så var det… er du sikker på det…
Elev 1 og 3 bekrefter at der er meter og elev 2 sjekker også og er enig
Elev 2: da har vi den da(!)

(8:55 ; tid ut i samtalen)

Elev 2: så er det den neste
Elev 3: er det sånn fasit egentlig? (spør meg)
Meg: nei
Elev 3: nei
Elev 2: jeg tror vi har, jeg tror vi har teknikken inne i alle fall
Elev 3:hehe, ja
Meg: men hvis dere skal se hva dere… dere kom til 16,3?
Elev 2 og 3: ja
Elev 1: mm
Meg: hvis dere ser på… hvis dere prøver å vurdere om det kan være rett i forhold til størrelsen på sirkusteltet..
Elev 3: det er jo nesten halvparten (snakker om at det ikke-skraverte er nesten halvparten av hele dekorasjonen)
Elev 3: bare at det er litt sånn utenpå bare på grunn av sirkelen (snakker om buene utenfor de skraverte trekantene)
Elev 1: Ja det er ca 28
Elev 2: ja

Elev 1: og halvparten av 28 er 14, så det må være mer enn 14
Elev 3: mindre…
Elev 1: nei, mer...
Elev 3: Nei, men DE er mindre (snakker om de skraverte trekantene)… enn sirkelen
Elev 1: jaja, men det vi skal ha skal være mer enn halvparten av arealet til sirkelen
Elev 2: Nei, for vi skal ha det skraverte (!)
Elev 3: vi skal ha det skraverte… og det er jo mindre fordi at for % her det jo at
Elev 1: % IKKE skravert
Elev 2: åja…
Elev 1: det er det vi har regnet ut
Elev 1: ja
Elev 3: åja, er det det. Ja
Elev 1: så vi skal ha mer enn halvparten av arealet til sirkelen
Elev 3: mm
Elev 1: og halvparten er 14
Elev 3: aaaahh, ja… ok.
Elev 1: det er ganske riktig
Elev 3: mm
Elev 2: åja, åja vi fikk 16… jeg trodde, glem det, jaja

De blir enige om at det er riktig

(10:03; tid ut i samtalen)

Elev 2: Da er det den derre, se på figuren… (leser oppgave 2.5…)
Elev 1 eller 3: ja
Elev 2: så høyden er 11…
Elev 1: ja det vet vi fra før
Elev 2: minus 5… det er 6… 6… så høyden i kjeglen er 6
Elev 3: mm
Elev 2: 6… også er radiusen inn til midten % av kjeglen
Elev 3: % 11
Elev 1: 11
Elev 2: så må vi ta…
Elev 3: 6…
Elev 2: hva er formelen… skal vi se, det blir
Elev 3: men skal vi ikke ta å regne den sylinderen først og så plusse på arealet av kjeglen?
Elev 1: Men du… hva skal vi regne først, arealet av kjeglen eller sylinderen?
Elev 2: vi kan bare ta…
Elev 1: For i sylinderen tror jeg vi må bruke pythagoras igjen hvis jeg ikke husker helt feil…
Elev 2: Sylinderen, nei(!) (elev 3 henger seg på)
Elev 3: sylinderen er jo den enkleste
Elev 2: det er jo delt på tre (ser tydelig på formelen på arket for volum av kjegle), du sier her at det er formelen for…
Elev 1: men vi skal ha overflaten
Elev 2: er det overflate?
Elev 3: arealet?
Elev 2: overflaten av teltduken…

Elev 3: Åja, det er ikke arealet det nei...
Elev 2: nei
Elev 3: jeg tenkte volum jeg…men da blir det
Elev 1: arealet av teltduken
Elev 3: mm
Elev 1: men, det er lettest å ta sylinderen først, istedenfor. Du tar bare diameteren opp ganger med 5
Elev 3: mm
Elev 2: ja
Elev 1: nei, ja
Elev 3: mm
Elev 2: ja, for da får du liksom, da blir det, det blir liksom…
Elev 1: ni, ikke diameteren…
Elev 2: nei, det er radiusen, nei omkretsen
Elev 1: omkretsen og så ganger den (5: høyden)
Elev 3: ja, også for da for du omkretsen, ja
Elev 2: som er… det blir… 22
Elev 1: 22*…
Elev 2: 22
Elev 1: 3,14
Elev 2: 3,14*22. Da tar du den (snakker til elev 1)… siden du er så rask. Da… så tar vi bare 5 ganger det vi får da, og da finner vi ut den
Elev 1: den
Elev 3: ja, da finner vi overflaten på sylinderen. Også
Elev 1: også
Elev 3: vi må jo bruke runden rundt der oppe der også (mener at omkretsen rundt sylinderen er den samme som omkretsen på grunnflaten til kjeglen)
Elev 2: Men kunne du ikke… det virker jo nesten som… du deler jo tre volumet
Elev 1: % 69,08
Elev 2: % Er det også sånn at overflaten også er tre… delt på tre
Elev 3: er det ikke det som er overflaten av kjeglen da? (henviser til formelen på arket)
Elev 2: er det overflaten av kjeglen?
Elev 3: volum… men det er overflaten av kjeglen.
Elev 1: men er det ikke det vi skal finne ut da?
Elev 3: er det kjegle?
Elev 1: ja… tror det
Elev 3: ok
Elev 2: Da fikk jeg 33 (11*3;14)… hva er det?
Elev 1: Omkretsen, 345 når du ganger med fem… så det skal være arealet av sylinderoverflaten
Elev 3: 3,45?
Elev 1: nei, 345
Elev 2: ok, men så…
Elev 1: m^2
Elev 2: men jeg skjønner ikke… for at… det er bare for % kjeglen
Elev 3: % kjeglen. Så det er volum og der er omkretsen… men hvorfor viser de volum hvis vi bare skal ha omkretsen da?
Elev 1: Kanskje for å forvirre oss eller noe, jeg vet ikke
Elev 1: men en kjegle er jo… er ikke det en halv sirkel?
Elev 3: det er en sirkel som er formet som… det er sånn teltduk

Elev 1: åja, nei…
Elev 2: men hvis du hadde… du kan ikke tenke sånn for at hvis… tror ikke du kan tenke at du kan brette den ut… da blir det liksom en… trapes blir det ikke…
Elev 3: det går ikke an å brette
Elev 1: å brette den ut…
Elev 1: men da…
Elev 3: Kan vi ikke bare begynne å sette inn i den formelen da?
Elev 2 og 1: jo
Elev 2: er det liksom… men hva er den der der da? (peker på volumformel)
Elev 1: bare for å forvirre oss
Elev 3: drit i det vi skal ta omkretsen vi
Elev 2: jo nå skjønner jeg… det er for volumet
Elev 1: ja
Elev 3: ja
Elev 1: trenger vi den streken der (tenker på sideveggen s)… da tar vi bare pythagoras… da tar vi at…
Meg: hvilken er den streken der, jeg bare spør
Elev 1: den utkanten av kjeglen… % taket
Elev 2: % tak
Elev 1: den skrå
Elev 3: det er siden er det ikke det
Elev 2: men hva står s for? % er det side?
Elev 3: % side
Elev 1: side
Elev 3: da trenger vi den da
Elev 1: da trenger vi siden
Elev 2: så det er radiusen, nei det der er 3,14 ganger 11…

(opptak brutt)

(13:19 ; tid ut i samtalen)

Oppgaven blir løst ved å sette inn tallene. Elevene reflekterer rundt om det kan være rett at kjeglen har så mye større overflate enn sylinderen. De kommer frem til at det er rimelig.

MATEMATIKKSAMTALE 9

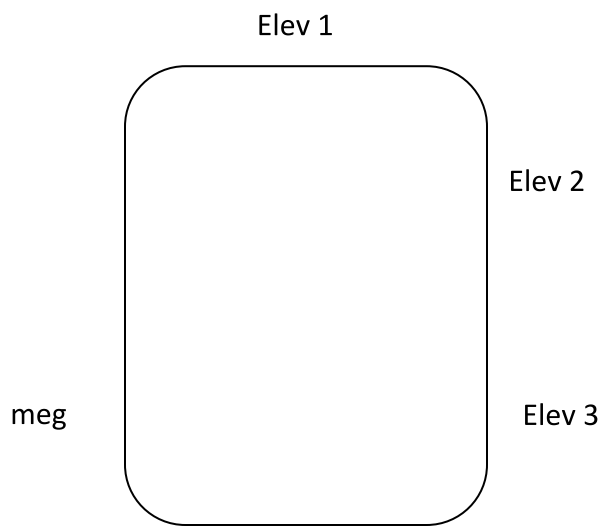
Dato: 18.01.10

Sted: Hop ungdomsskole

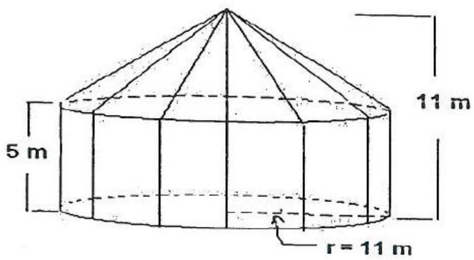
Nivå 3 av 5

Varighet: ca 30 min

Plassering:



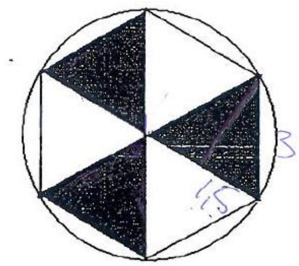
Oppgaven:



Sirkustelt

Teltet til Sirkus Colorama har en sirkelformet grunnflate. Teltet består av en sylinder og en kjegle.

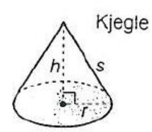
Som dekorasjon midt på gulvet i manesjen finner vi figuren til høyre.
Den består av en regulær sekskant i en sirkel.
Sekskantens diagonaler og sirkelens diameter er 6 m.



2.4
Se på figuren av dekorasjonen midt på gulvet i manesjen.

Regn ut den delen av arealet som ikke er skravert på figuren.

2.5
Se på figuren av sirkusteltet.
Regn ut arealet av teltduken.



$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$O = \pi r^2 + \pi r s$$

2.6
Se på figuren av dekorasjonen midt på gulvet i manesjen.

Stuntsyklisten Ivankiv sykler langs sirkelperiferien til dekorasjonen. Han sykler på en etthjulssykkel, radien på sykkelhjulet er 20 cm.

Hvor mange ganger har hjulet gått rundt når Ivankiv har syklet 5 runder?

Meg: Har dere lyst til å lese oppgaven først? En av dere?
Elev 2: Yøy, yøy, se på figuren av sirkusteltet. Regn ut arealet av teltduken.
Merknad: Eleven leser her oppgave 2.5 uten å ha fått beskjed om hva som er oppgaven. Eleven leser verken teksten øverst eller starter på 2.4 som er den første oppgaven som kommer på arket.
Meg: Vi kan ta… ja vi tar den
(litt stille)
Elev 2: ja…
(litt stille)

Meg: Så det dere skal finne er arealet av hele sirkusteltet som det er bilde av på toppen.
Elev 3: Altså… den der?
Meg: … det teltet på toppen… der ja. (eleven peker på teltet)
Meg: Hvordan tenker dere at dere vil gå fram med det? Dere har jo fått noen formler også. (…) til å hjelpe dere med
Elev 2: Ei, jeg husker ikke dette her… ehmmm… (slår lett med pennen i arket)
Elev 1: nei… (lavt og mumler litt)
Meg: Bare tenk høyt, hva husker dere? Hva husker dere IKKE, så kan jeg hjelpe dere på vei.
(litt stille)
Meg: Den formelen som dere har fått der, hva er det formel for?
Elev 3: Det er… det er… formel for utregning.
(litt stille)
Meg: Men den gjelder for den figuren ved siden av ikke sant?
Elev 2: %[13] Den kjeglen
Elev 3: % Den sylinderen på toppen (mener kjeglen på toppen av sylinderen; taket på sirkusteltet)
Elev 1 sier noe samtidig men dette kommer ikke klart frem på opptaket
Elev 3: Det er…
Meg: Ja, så det er både en sylinder og en kjegle på det sirkusteltet.
Elev 3: ja
Meg: Det er sammensatt
Elev 3: må regne ut kjeglen og plusse det sammen
Meg: Det kan sikkert være lurt ja, regne det ut hver for seg
Elev 1 og 3: ja
Elev 3: Først ut kjeglen…
Meg: Men de formlene dere har fått der, for å se på dem, hva er de for?
Elev 1: Det er for… omkrets
(litt stille)
Meg: Den ene står en v på…
Elev 1: Volum er lik grunnlinje ganger høyde delt på tre
Meg: ja
Meg: og hva gjelder den volumformelen for?
Elev 1: Det ser ut som om det gjelder for kjeglen
Meg: for kjeglen ja, og så her dere en annen formel, hva er det?
Elev 1: % pi r i annen
Elev 3: % over… over…
Meg: Ja overflate, og den gjelder også for… kjelen eller?
Elev 1: nei
Elev 2: Den gjelder for hele… hele sirkus…
Elev 3: Nei, vi må gå opp på den oppgaven og se først den der oppe, for du… hvis…
Meg: mm
Elev 3: Det er jo den sant… (peker på sirkustaket)
Meg: Jepp
Elev 3: se her oppe og (mener at vi må se på info vi får i starten)
Meg: mm, hva… hvilken informasjon…
Elev 1: Høyde 11m, radiusen, inni selve teltet 11meter
Merknad: Mange ufullstendige setninger fra alle elevene, generelt dårlig språk

[13] % i transkriptet betyr at noe sies samtidig

Elev 1: så høyden på sylinderen er 5m
(dette står allerede på arket, prøver eleven å få litt ros vad å late som om hun/han har regnet ut noe?)
Meg: mm, men vil dere begynne med, dere snakket om at dere ville ta sylinderen og kjeglen hver for seg…
(litt stille)
Meg: arealet
Meg: hvis vi begynner med, begynner med… eller hvem vil dere begynne med?
(litt stille)
Elev 2: Må begynne med sylinderen først, den er jo faktisk det enkleste
Meg: ja
(litt stille)
Elev 2: grunnlinje ganger høyde… ehmm
Elev 3: Men G det står for hele… grunnoverflaten
Elev 2: ja, og så ganger høyden
Elev 2: og høyden er 11 m
Meg: Høyden av sylinderen er…
Elev 2: 5m
Meg: 5m ja
Elev 1: Men hele greien er 11m (merk søken etter bekreftelse her igjen)
Meg: med mer, du har diameteren i teltet er 11, nei radiusen i teltet ja
Elev 2: ja, diameteren i teltet er jo 22
Meg: det er 22, det stemmer
(litt stille)
Meg: Så det dere må finne… hvis dere tenker dere nå hvis jeg nå bretter dette (bretter a4-ark til en sylinder), nå blir jo dette litt feil i forhold til hvordan sirkusteltet ser ut da, men hvis vi sier at dette er sylinderen på sirkusteltet, er dere enige i at vi kan brette ut den sylinderen sånn? (bretter ut igjen arket til a4, flatt)
Elev 1: ja, det kan vi faktisk
Meg: Og da blir det mye lettere, da er det plutselig blitt…
Elev 1: dobbelt så stort
Meg: og så er det blitt en firkant isteden
Elev 3: ja
Meg: så hvis dere prøver å tenke sånn
Elev 2: % vi har gjort denne her før (viser til at den har vært på en tentamen tidligere)
Meg: % så har dere jo… den, den høyden her har dere, har dere ikke det?
Elev 2: Jo, vi har høyden, den er 5m
Meg: Ja, og høyden her når jeg legger ned papiret, så er den også…
Elev 2: 5m
Meg: 5m ikke sant
Elev 1: % og så lengden… (tror skal til å si at lengden er 11m)
Meg: % den dere mangler er den her (peker på lengden av arket)
Meg: og når jeg bretter dette sammen, så er det… på sylinderen?
(bretter arket noen få ganger opp og ut)
Elev 1: radiusssss…
Elev 1: Det er en av de tre der (peker på formlene)… jeg tipper det er
Elev 2: Altså rundt? Omkrets.
Elev 2: Omkrets ja.
Elev 1: Jeg tipper det er… tre… pi *r^2 * h… eller pi r^2…

Elev 2: er det ikke pi*r^2 da, pluss pi*r % *s
Elev 1: % s
Meg: pi r^2, der er… % det er noe med 2pi r % og så er det noe med pi r^2…
Elev 1: det er 3,14 3, 14 3,14 ganger 11 ganger 11 pluss 3,14 ganger 11 ganger…
Meg: Nå er du på formelen % sant?
Elev 1: % ja, nå er jeg på formelen
Meg: Men vi skulle først finne sylinderen, de (formlene) svarer for kjeglen
Elev 1: Ja, altså elleve * el… nei, 3,14 *11 *11 pluss 3,14*11*… siden(?)
Meg: Ville du begynne på kjeglen nå først istedenfor sylinderen? Eller?
Elev 1: Det er egentlig det samme
Meg, Ja, men skal vi… hvis vi tar ferdig sylinderen først?
Merknad: problemer med å holde fokus og følge hva vi egenlig regner
Meg: Så sa du (elev 2) noe om omkrets… ikke sant?
Elev 2: mmm, jeg sa at det var omkrets rundt
Meg: Så da har vi omkretsen på papiret da (papir som sylinder), (bretter ut), i forhold til sirkelen
Elev 2: Det blir overflaten (?)
Meg: (ruller papir igjen) Hva er denne rundingen her (viser til omkretsen)?
Elev 1: Overflaten
Meg: Om…
Elev 1: Omkretsen
Meg: omkretsen ja, det var det dere sa først (mener tidligere). Så vi bare bretter ut, så vi har fortsatt omkretsen på sylinderen her (viser til lengden på arket), og denne siden her den var…
Elev 1: 5m
Meg: 5m helt riktig
Elev 1: Men vi har ikke den… lengden
Meg: men den var det noen som hadde…
Elev 3: radius…
Elev 2: lengden? Ja, jo… glem det
Meg: Lengden var den samme her, vi har sylinderen her (ruller papir)
Elev 2: ja…
Meg: Så bretter jeg den ut, hvilken lengde er det vi skal ha tak i?
Elev 2: omkretsen
Meg: ja, så lengden er omkretsen
Elev 2: ja
Meg: så hvis man skal regne ut omkretsen da?
Elev 1: da må vi ta den O =…
Meg: omkretsen for en sirkel (?)
(litt stille)
Elev 1: den husker jeg ikke
Elev 2: er det ikke side*side*side*side?
Elev 1: nei
(litt stille)
Meg: det blir en sånn slags kube det tenker jeg
Elev 1: ja
Elev 3: side… lenden+bredden+lengden+bredden (dette er omkretsen for det utrullede arket)
Meg: nå tenker dere på hele firkanten nå, det stemmer, det blir lengden * høyden (gir her bort formelen for arealet)
Elev 3: ja…

Meg: den høyden den hadde dere, den var 5 og lengden % den ville dere finne…
Elev 2: % Den har vi ikke enda
Meg: … for det var omkretsen sant (?)
Elev 1: da er det denne da, pi, nei 3,14 *…
Elev 2: Men det der er til kjeglen elev 1
Elev 1: åja
Meg: det er til kjegle, så vi kan helst vente med de formlene
Elev 3: ja, for her har vi jo radiusen… (dette utsagnet hører ikke helt til det vi snakker om, hva tenker denne eleven på?)
Meg: mm, så kan vi bruke radiusen for å finne omkretsen
Elev 3: ja
Meg: ja, og hvordan… husker du hvordan den var?
(litt stille)
Elev 3: ja, vi ganger radiusen med to
Meg: jepp, og…
Elev 2: det er pi og… ganger r2 *høyde /tre (?) (dette er den ene formelen på arket for kjeglen)
Meg: mmmnei, jeg tenker vi er på, nå er du tilbake på kjeglen du? Er du ikke det?
Elev 2: jo
Meg: Men det var noe med (ser litt mot elev 3), du ganger med to…
Elev 3: ja
Meg: og så ganger du med noe mer… omkretsen…
Elev 2: % høyden
Elev 3: % to ganger, to ganger 3,14 ganger 11 ganger… kan være… vet ikke
Meg: men det var noe med to… omkretsen av en sirkel…
Meg: Husker dere arealet av en sirkel? For det er de to formlene, de ligner jo litt på hverandre
De snakker kort litt i munnen på hverandre, ingenting kommer klart ut på opptaket
Meg: da er vi på volum hvis vi har ^3
Elev 3: radius * radius *pi
Meg: ja, det stemmer, det er for areal. Og så har vi den for omkrets som ligner litt…
Elev 3: det er radius ganger % diameter
Meg: % med to-tallet
Elev 1 sier også noe samtidig
Meg: Radius ganger diameter, det stemmer (her sier jeg jo helt feil!!)
Elev 3: ja
Meg: vil dere skrive det ned så dere har det?
Elev 3: ja
Meg: Dere kan skrive på mitt ark hvis dere vil
Elev 3: radius ganger diameter (skriver og sier samtidig) er omkrets
Meg: pi, pi ganger diameter var det du sa, var det ikke det?
Elev 3: ja
Merknad: her har jeg bekreftet noe som var feil hvor jeg tydelig ikke tenkte det jeg bekreftet. Elevene er likevel enig når jeg spør om det var det elev 3 sa
Meg: pi ganger diameter
(litt stille avbrutt av liten spørrende kommentar fra elev 3 på hvordan man skriver pi elev 1 er med og ”viser” Elev 1: to streker og så sånn)
Elev 3: pi* radius* diameter
Meg: pi ganger radius var det vi ble enige om var det ikke det. Enten kan man skrive 2pi r eller så kan man skrive pi *diameter som du sa (elev 3)

(kort stille, elev 2 slår litt med blyanten)
Meg: Så hvis dere regner ut den, nå vil dere finne lengden på sylinderen her sant (viser hvordan lengden av arket utgjør omkretsen på sylinderen)
Elev 3: 24*3,14…
Meg: dere kan bare si 3, det går greit
Elev 3: ja
Meg: for det er litt enklere
Elev 3: 24*3 det er…
Meg: 24, det er?
Elev 1 sier noe med 24
Elev 2: Hvor har dere 24 fra?
Elev 3: % radiusen * 2
Elev 1: % (uklart)
Meg: Ja, og hvis vi ganger 11 med…
Elev 2: Diameteren er jo 22
Meg: 22, ja
Elev 3: ja…
Elev 1: 3*22
Meg: 3*22
Elev 1: ja
Elev 1: sykt høyt tall… det er jo 600…
Meg: nja…
Litt mumling
Meg: ja det stemmer, 66
Litt mumling
Elev 3: vent, vi må jo ha…
Meg: skriv ned de tallene dere har fått, % sånn at dere vet hva dere har
Elev 2: % 66
Litt stille mens de skriver ned. Jeg kommenterer for opptaket at en av elevene skriver ned at radiusen er 11.
Litt stille igjen, jeg bekrefter litt når elevene skriver ned relevante tall.
Meg: Og så skulle vi finne omkretsen, den har dere regnet ut
Elev 1: 66(lavt)
Elev 2: 66(lavt)
Meg: 22*3 er lik…
Elev 2: 66
Meg: 66, stemmer

Meg: og da hvis dere nå, nå har dere funnet nå omkretsen på sylinderen, og dere har høyden. Og dere ville finne arealet, da er vi tilbake (tar frem arket igjen for å demonstrere sammenhengen mellom firkanten og arealet av overflaten til sylinderen).
Meg: Når jeg har brettet sylinderen, som jeg har brettet ut, og dere har de sidene - den informasjonen dere trenger til å finne arealet.
Elev 3: ja
Elev 2: Arealet av… (?)
Meg: av sylinderen
Elev 3: ok

Meg: Der har jeg sylinderen, og så gjør jeg om til noe litt enklere å finne arealet på (demonstrerer med papiret igjen)
Elev 1: 3: ja
(litt stille)
Elev 2: det er lengde *bredde
Meg: hm!
Elev 3: men her er side…
Meg: men har dere både lengde og bredde?
Elev 1: vi har, % vi har bredden
Elev 2: % 5 opp her
Meg: ja
Elev 3: og så har vi, så fant vi ut lengden nå
Meg: det stemmer
Elev 2: var den som var 66
Elev 1 og 3: ja
Elev 1: 66 + ehm… 5
Elev 2: gange pluss, skal vi ikke gange?
Meg: jo, ja… er det gange eller pluss?
Elev 2: det er gange (elev 1 og 3 mumler noe samtidig)
Elev 1: så det er pluss, det blir 66 pluss...
Elev 2: Er det ikke arealet vi skal ha nå da?
Merknad: Virker som det er vanskelig for elev 1 å omstille fra omkrets på sylinder til areal på firkanten
Meg: må skal vi ha areal ja
Elev 2: det er 66 * 5
Meg: mm
Elev 2: som er…
Elev 1: 6*5
Meg: dere kan bare regne det ut der, peker på arket (elev 2 har mobilen i hånden under bordet og jeg tror eleven løser regnestykket på den)
Elev 1: 5*66 og DET er 130 (aner ikke hvor dette tallet kommer fra, trolig mellomregninger i hodet), altså DET er 160, nei, eller 260
Meg: prøv å regne det ut... prøv å regne det ut, nå ser jeg at du begynner å ta det på papiret her
Elev 1: 360
Elev 2: eh, jeg tar opp mobilen
Meg: nei det er ikke så farlig, poenget er at svaret er ikke så viktig, regn det heller ut på papiret
(stille en god stund)
Elev 2: 121
Meg: 121?
Elev 2: mm… nei, det er feil (uklart om eleven skjønner at det er feil pga min kommentar, men dette kan trolig antas)
Elev 1:Jeg fikk 330
Elev 2: det blir 5…
Meg: 330?
(kort stille)
Meg: Men se hva dere andre får, dere kan sjekke om dere får det samme
Elev 2: 330
Meg: 330?
Elev 2: ja

(blir litt stille mens elev 3 regner ferdig)
Elev 3: ja
Meg: du fikk også 330 (?), ja. Så da har vi arealet, nå skriver vi ned, for nå skal vi videre, nå skal vi over til kjeglen. Kanskje det er lurt å skrive ned hva vi har og hva det er for noe det tallet så vi husker det til senere. (en av elevene begynte å skrive ned uten forklaring hva tallet var, papiret hadde også utregninger på)
Elev 3: var det omkrets? Som vi fant ut?
Elev 1 eller 2: mm
Elev 3: er lik 66. A = 330…
Elev 2: høyde. (elev 2 skriver ikke ned)
Elev 1: høyden da? Den er på 11
Elev 2: høyden er på 5
(kort stille)
Elev 2: det er jo på, ja på hele greien ja, men på sylinderen
Elev 3: ja, h=5
Meg: så det dere skal huske, som du har streket under (elev 3) og var viktig, det var…
Elev 2: omkrets og areal
Elev 1: % plusser de sammen
Meg: % omkrets, ja eller arealet av sylinderen
Elev 1: plusser de sammen
Meg: Nei, nå har vi arealet av sylinderen
Elev 1: ja
Meg: så nå har vi skrevet ned det, for nå vi da går videre til kjeglen så legger vi på en måte sylinderen litt bak oss, men vi må huske tallene, det er derfor det er greit å skrive de ned. Og så går vi over til kjeglen. Nå prøver vi å finne kjeglen.

Elev 3:mm
Elev 1: ja
Meg: og DA kan vi bruke formlene vi har, for da har vi fått formler så slipper vi heldigvis å finne ut
Elev 3: Volum er grunnlinje ganger høyde… hele grunnflaten
Elev 2: delt på tre
Meg: men det vi vil finne er overflaten… var det ikke det?
Elev 3: jo… og det er pi ganger
Meg: overflaten er den formelen som står der
Elev 3: ja
Elev 3: % (mumler formelen)
Elev 2: % men vi har jo ikke noe mål som vi skal regne med
Meg: nei, de må dere finne utifra figuren
Meg: Hvis dere begynner, se på hvilke dere trenger, pi den har dere jo
Elev 3: ja
Meg: dere trenger r, har dere den?
Elev 1: radiusen er 11
Meg mm
Elev 3: så har vi…
Meg: og hva er trenger dere i formelen deres?
Elev 3: høyden, og den er 11
Meg: % trenger dere høyden?
Elev 3: % nei, vi deler den på

Elev 2: siden! (litt oppgitt tone)
Meg: siden. Har dere siden?
(liten pause)
Meg: Men nå er vi på kjeglen (en av elevene sjekket på arket hvor de hadde skrevet ned info)
Elev 3: nå er vi på kjeglen (mumler)
Meg: så da har vi den skrå der sant(?) (viser på figur av kjeglen)… så den må vi finne. Den har vi ikke
Elev 3: Men deler vi ikke bare på to?
Meg: da får du, hvis du deler 11 på 2 så får du høyden av kjeglen (dette er feil!!), men vi er ute etter siden, og siden er litt høyere enn høyden for den er på skrå
Elev 2: Jeg tipper den er 12 cm… meter, jeg tipper
Meg: du tipper 12?
Elev 2: mm
Meg: vi får se hva det blir, prøv å regne det ut. Hvordan tippet du 12? Hva tenkte du?
Elev 2: nei, jeg ser at den er fem opp der, og så ligger den på skrå opp der, og så er det seks hvis den er rett opp (høyden i kjeglen).
Meg: mm
Elev 2: så tenker jeg at den er omtrent dobbelt så lang.
Meg: mm, tegn inn, tegn inn hvor det er 6m du
Elev 2: det er jo 6 derfra til der, altså topp
Meg: derfra til topp. Og den siden du vil finne, det er…
Elev 2: derfra til der (siden)
Meg: der ja
Elev 2: og da tipper jeg at når jeg legger den ned…
Meg: hvis du skriver på der, hvis du skriver på et sekstall der..så har vi det sekstallet. Og så hva vet vi om lengden fra ytterst til midten av… (radius på kjeglens grunnflate)
Elev 2: det er, den er på 11m
Meg: dersom du skriver kanskje 11 der også, så vi har det. Og hva er det vi vil finne?
Elev 2: lengden av den som ligger, skrått opp
Meg: ja den som heter s
Elev 2: ja
Meg: og så sa du at den var 12, hvor fikk du 12 fra, eller hvordan tenkte du for å få det?
Elev 2: nei, jeg tenker at når den er 6m opp der, så må den jo omtrent bli dobbelt så lang når du legger den ned
Meg: ja, får du ser det sånn ca at det blir sånn?
Elev 2: ja
Meg: ser du også at når du ser på denne (radiusen) når den er elleve… forholdet mellom de to også…
Elev 1: ja, når du ser på radiusen så når den legges ned sant, og den (radiusen) går akkurat på midten…
Meg: det er ikke så dumt å gjette 12. Men hvis vi skal prøve å regne det ut litt mer… vi skal prøve å REGNE det ut(?) Det er godt… godt…
Elev 1: tenkt
Meg: tenkt ja
Meg: hvis vi skal prøve å regne det ut, så har vi en formel for å regne med trekanter… for å finne hypotenuser…
Elev 1: ja det må være 90-grader det..ja, selvfølgelig vi har 90. Det blir… m, 6^2 ganger (litt fnising)… x = 6^2… ehm… pluss… 11^2
Meg: ja(!), ja, skriv det ned så har dere det. Helt riktig!
Elev 1: x^2 = … 6^2 … 11^2
Elev 2: Skal vi regne det ut?

Meg: mm
(kort stille)
Meg: Hva heter den formelen, husker dere det?
Elev 1: 30… 30-60-90-grader
Meg: Vi er ikke helt sikker på gradene her men vi har sånn generelt når vi regner med disse…
Elev 3: ja… pythagoras
Meg: Pythagoras ja
(elevene småsnakker/mumler litt mens de skriver, men bare for seg selv)
Elev 1: 36 + 121… anyone?...
Elev 2: + 121?
(litt stille)
Elev 2: 157
(stille igjen, elevene er kommet til at x^2 = 157)
Elev 1: Denne bare må vi få lov til å ta på kalkulatoren
Meg: Eller hvis vi tar ca?
Elev 1: ca…
Meg: Det dere kan gjøre er å sjekke om 12 er et godt… eeh, et godt ca-tall
(kort stille)
Meg: Han foreslo jo 12 i sted (elev 2)… at det må være ca 12
Meg: % ikke kalkulator (elev 2 trykker på mobilen under bordet igjen)
Elev 1: % Ja, altså dette blir ca 12 (sier trolig dette fordi hun/han nå antar at det blir rett når jeg nevnte det)
Meg: Sjekk om det blir 12, hvordan vil dere finne ut om 12 kan være et godt…
Elev 1: 12*36… sykt høyt tall…
Meg: Hvis dere tar 12^2, hva blir 12^2
Elev 1: Det blir 144
Meg: 144? Og det er jo egentlig..
Elev 1: Det er jo ganske nærme
Meg: Det er nærme nok
Elev 3: ja…
Meg: Så vi kan bruke 12
Elev 2: Ah, yeah
Elev 1: Uiii
Meg: Så vi kan bruke 12, for det var det du sa
Elev 1: Lucky…
Meg: Så hva er det som nå… det 12-tallet, hva er det i formelen vår?
Elev 3: Det er side
Meg: Det er den s'en ja
Elev 3: Ja, og da…
Meg: Så da er dere kommet til at dere egentlig bare kan plotte rett inn i formelen (?)
Elev 3: Ja..
Meg: For nå har dere funnet alt dere vil (?)
(kort stille)
Elev 1: … hva var formelen…
Meg: Den har dere på arket deres, på forsiden (arkene ble snudd for å gjøre utregninger på baksiden)
Elev 1: Ah, sweet, aaahhh… % jeg visste at det var denne
Elev 3: % Vi ganger… pi… eh…
Elev 1: % 2*pi

Elev 3: 3*11*11
Meg: Hva skriver dere opp? (elevene skriver på ark)
Elevene skriver på egne ark og mumler for seg selv mens de holder på. Jeg sier at de må hjelpe hverandre. De fortsetter å regne hver for seg
Meg: Vil dere si hva dere skriver, for nå skriver dere noe… to skriver og en skriver ikke
(den tredje eleven (elev 2) begynner å skrive)
Meg: Nei, nei, dere trenger ikke skrive alle sammen, bare dere er enige i det dere gjør, og sjekk at dere får det samme
(stille)
Elev 2: 6,28 *11 (?)
(kort stille)
Meg: Kan vi først gå gjennom formelen, at dere skriver riktig (det virker ikke som elevene har de samme tallene eller ikke er på samme formel). At dere skriver det dere skal.
Meg: O =…
Meg: Kan du sjekke (elev 2, som ikke skriver) at det de skriver er riktig.
Elev 2: Jeg har ikke peiling på hva elev 1 driver meg nå.
Meg: Da må du spørre han hva han driver med
Elev 1: Jeg her skrevet ned der derre der…
Elev 2: Ja, pi *radius^2 ganger….nei pluss pi*radius*side?
Elev 1: ja…
Meg: sjekke… stemmer det?
(snur arket mot meg)
Meg: Det er ikke jeg som skal sjekke det da, (elev 2) kan sjekke det
(stille)
Elev 2: pluss 2 * 3,14
Elev 1: ja, du skal ha to… det er sånn vi gjør det der…
Elev 2: Hvor får du totallet fra?
Elev 1: Må ikke ha, MÅ ikke ha to
Elev 2: Hvor får du totallet fra?
Elev 1: Det vet jeg ikke, men vi har pleid å gange det med to (tenker trolig på 2*pi*r ?). Må ikke men… vi har pleid å gange det med to…
Elev 2: Blir det ikke bare 3,14*11*11 + 3,14*11*12
Elev 1: jooo… det kan være 3,14*11*11 + 3,14*11*12… eh!
Meg: Hva tror dere? Vi får vurdere, vi får ta en til sjekk, hva blir… hvis vi skal sjekke hva han (elev 3) har skrevet(?)
Elev 2: Hva?
Meg: Har dere skrevet det samme?
Elev 3: Jeg har tatt pi*radius*radius… er det… 333… også…
Elev 2: Hæ… nei 330
Meg: Har dere samme regnestykke?
Elev 1: Dette (viser)… altså uten det totallet
(litt stille)
Meg: Dere er på riktig vei, men dere må finne ut tallet deres.
Elev 2: Klarte de andre det? (Snakker om elevene som var med på samtale rett før denne gruppen som var fra nivå 5)
Meg: Forrige gruppen?
Elev 2: Ja (?)
Meg: De kom frem til det til slutt…

Elev 2: Brukte de lang tid?
Meg: De brukte litt tid…
Elev 2: Har vi brukt lenger?
Meg: Det vet jeg ikke, jeg tror det går greit… Hvis dere regner det ut nå, så får vi se.
Elev 1: 11*11 det er 121, det vet vi
Meg: Skriv det ned og regn i mellom
Elev 1: Jeg tar ikke noe kjangs her…
Meg: Dere bør ikke tenke på… svaret er ikke så viktig
Elev 1: Vi må regne ut 3,14 * …
Meg: Dere runder av uansett, så et er ikke…
Elev 3: 396 + 333…
Elev 1: 3,14 skal du ha (til elev 2)
Elev 2: Ja, men vi regner med 3, jeg gidder ikke ta med komma % enda i hodet
Elev 1: % åh!
(kort stille)
Elev 2: 3^2 * 11^3
Elev 1: ganger 12?
Elev 2: nei, det blir
Elev 1: det blir…
Elev 2: (11)^2 +
Elev 1: % 3
Elev2: % 3*11
Elev1: % 12
Elev 2: % *12
Elev 1: Det 3*11 det er 33… og så… 333
Meg: Dere vet jo hva 11^2 er, hva er det?
Elev 1: 121
Meg: 121. Så den han dere fylle inn der (for 11*11, elevene hadde startet med å først gange det ene 11-tallet med tre og brukte ikke at de visste at 11*11=121)
Elev 1: 3, 3* 1-2-1
Meg: og 11*12 da, hvis dere skal prøve å fylle inn for 11*12?
Elev 1: 10*12 er 120 (merk at han ikke bruker at de allerede VET 11*11)
Elev 3: På den første, hva har vi funnet ut der? (snakker om første ledd i formelen) Der, på den første, det er 333 sant?
Meg: Det er det første leddet her (peker på arket)
(litt stille med litt mumling for seg selv)
Elev 1: 33*11…
(litt stille igjen)
Elev 3: 33*… det er 3 og noe… 333 har jeg fått
Elev 1: 333?
Meg: På den første?
Elev 1: % Det er på den første
Elev 3: % første leddet
Elev 1: Ja, også 3… 3... 3, og så pluss
Elev 3: Andre leddet har jeg funnet 729
Meg: Men her har dere forskjellig
Elev 3: Nei, 396 har jeg funnet på annen, andre der.
Meg: Men hvis dere ser på første leddet hva dere har funnet der, for nå sitter dere og regner igjen

Elev 3: Jeg har funnet 333
Meg: 333… hva har du regnet for å få 333?
Elev 3: Jeg har regnet…
Elev 1: 3*12 det er 36, det vet jeg
Elev 3: El… vent da, 11*11 først, og så
Meg: Og hva blir 11*11?
Elev 3: 111. Og så…
Meg: Han (elev 1) hadde, hvis du spør han en gang til hva 11*11 er…
(kort stille)
Meg: For han lurer jeg på om har… dere har litt forskjellig tall på hav 11*11 er..
Elev 1: 121.
Meg: hundre og ?
Elev 1: 21
Meg: 121?
(stille)
Elev 2: Jeg har kommet frem til, når vi får vekk det der der, så blir det % 161 + 196
Elev 3: % ja, 121. Nei vent da ehm…
Elev 2: Når jeg regnet ut, fått vekk liksom til ett tall, alt sammen
Meg: Ok, vil dere forklare hvordan dere er kommet dit? Første leddet i denne oppgaven…
Elev 2: Første leddet så blir det 3*11^2, og 11^2 det er hundre… 121, og da tok jeg 3*121, og det blir 161.
Meg: Men de to er gangske nærme hverandre, 121 og 161 er ganske nærme hverandre
Elev 3: 161 har jeg på første ledd… (det hadde IKKE denne eleven tidligere) 161 i første ledd
Elev1: 136…
Meg: Hvis dere prøver å finne ut det første leddet en gang til, dere har 3*121, hva blir det?
Elev 2: Her er noe feil…
Elev 3: 300…
(kort stille)
Elev 3: 363 ja, i første ledd
Meg: Hvorfor er det 363 og ikke 161? Hva var det som ble gjort feil?
Elev 3: eh mm… jeg så ikke det ganger først… jeg tenkte en istedenfor…
Meg: Ja, ikkesant
Elev 3: 363 blir det.
Meg: Ja, det er veldig lett å gjøre sånne feil
Elev 3: Så… det første leddet… så plusser jeg det med 729…
(elev 1 har mumlet litt i bakgrunnen)
Elev 3: nei, eh…
Elev 2: 36(0)… 396.
Elev 3: Ja, og det er 72(0)… nei, vent
Meg: Få se, jeg må bare se, for nå er det tre papirer med tre tall. Det første leddet så har dere fått 363 alle sammen ser jeg.
Elev 2: Ja, og så andre leddet % gir 396
Elev 3: % tre hundre og…
Meg: 396? % Har alle fått 396?
Elev 1: % på andre leddet
Elev 2: og så bare regner vi det sammen?
Meg: Du(elev 3) har ikke fått 396 på andre leddet? (elev 3 har mumlet dette)
Elev 3: nei..

Elev 1: Regne ut… 3*11*..
(kort stille)
Elev 3: 750 fikk vi der…
Elev 1: blir 33…
Meg: 759?
Elev 3: ja, det… har fått…
Elev 2: Ja, jeg og fikk det
Meg: Ja, 759. Hva er det vi har funnet da?
Elev 3: da har vi funnet… da har vi funnet…
Meg: Vi må huske hva som var oppgaven
Elev 3: … kjeglen
Meg: Hva er % det vi har funnet på kjeglen?
Elev 3: % overflaten, på kjeglen
Meg: Overflaten på kjeglen
Elev 2: Da må vi ta 759 meter
Meg: kvadratmeter
Elev 2: åja
Elev 3: Ja, selvfølgelig
Meg: Vi har funnet overflaten av kjeglen, og så… men vi skulle egentlig finne overflaten av hele teltet skulle vi ikke det?
Elev 3: Jo, da plusser vi det sammen…
Elev 1: Hva plusser vi sammen?
Elev 2: Overflaten er jo den samme er den ikke det, på alt?
Meg: Bare plusser de to sammen…
Elev 1: % Hva plusser vi sammen?
Elev 3: % plusser sammen… jeg lurer på hva dette her… nede…
Meg: Det stemmer nå det dere har på kjeglen, men dere vil finne for hele teltet ikke sant? Overflaten for hele teltet…
Elev 3: Ja… eh…
Meg: Dere har jo to tall…
Elev 3: Areal hadde vi jo her nede (snakker om tallene fra sylinderen)… 330 hadde vi ikke det?
(kort stille)
Elev 1: 330?
Elev 3: ja (?) Hadde vi det?
Elev 1: areal…
Elev 3: areal… ganger, pluss areal
Meg: ja(?)
Elev 1: er 330… plusser de sammen… (!)… det blir vel sånn…
Elev 2: 1059
(litt mumling)
Meg: Skriv ned tallet sånn at vi har det
Elev 1: 330?
(kort stille)
Elev 3: et tusen og… 1189
Meg: 1189, får du også det (elev 2)? Uten mobil?
Elev 2: ja, jeg skulle bare sjekke hva klokken er
Elev 3: jeg har gjort denne her oppgaven før
Meg: Har vi sjekket at vi har samme svar? Alle må sjekke at alle har samme svar

Elev 2: 1089
Elev 3: 1189 er hele…
Elev 2: 189?! Er det ikke bare 1089 da?
Elev 3: eh… ja.. .vent litt…
Elev 2: 300…og det er 1000 ja… og plusse på 59 på 30
Elev 1: ja, 1089… ja
Elev 3: Hvilket svar fikk du (elev 3)? Prøv å regne det ut kjapt, for å sjekke de andre kompisene…
Elev 2: 7-5-9 +
Elev 3: Jeg hadde feil på denne på tentamen, og så… fikk jeg hjelp etterpå, og så fikk jeg det til. Akkurat dette samme svaret
(kort stille)
Elev 2: Jeg fikk 1086
Meg: 89.. du har bare skrevet feil det siste der…
Elev 2: ja
Meg: Yes, så da har dere fått samme…
Elev 2: Er det riktig?
Meg: Det… vi har jo rundet av alle tallene
Elev 2: jaja, men hva fikk de andre da? (snakker igjen om forrige gruppe elever)
Meg: De fikk noe av det samme… noe i samme gate…
Elev 3: Det er jo et helt annet tall med komma…
Meg: Vi har jo rundet av, og på tentamen så hadde dere jo kalkulator, jeg tvang dere jo til å regne ut i hodet… og dere måtte runde av… men dere klarte dere veldig godt, så det er kjempebra. Det er rundt det tallet der et sted.
Elev 2: så vi brukte omtrent like god tid som de forrige?
Meg: ja…
Elev 2: ...og de er to grupper over oss…
Meg: Men det viktige er, hvis dere ser hva man gjør feil på er at man må konsentrere seg om hvilke formler man har ikke sant?
Elev 1 og 3: ja
Meg: og hvilke tall det er man har, og hvilke tall er det man trenger. Og dere fant ut den s'en som man trengte
Elev 3: side…
Meg: mm… og dere fant ut det at den sylinderen som egentlig var rund, og dere husket ikke formelen på den for det er ikke sånn som man kanskje går å husker på… at man kunne bruke en firkant isteden som er mye lettere sant?
Elev 2: Og, jeg har funnet ut at jeg er ganske god til å gjette
Meg: Men du så det at du hadde ikke gjettet det, du hadde vurdert at det skulle være sånn ca ikkesant?
Elev 2: jaja
Meg: Så når du vurderer det så er det greit. Men nei, det er kjempebra. Tusen takk.
Elev 2: bare hyggelig

Matematikksamtalen - artikkel publisert i Tangenten 2/2010

Nils Kristian Skiple, Christoph Kirfel,
Paul Jørgen Clarke, Ines Rosef Haugland

Matematikksamtalen

Ved Hop ungdomsskole i Bergen hadde det lenge vært dårligere eksamensresultater i matematikk enn i norsk og engelsk. Det hadde i liten grad vært drevet systematisk utviklingsarbeid i matematikk. Våren 2009 kom 5 av 12 kontaktgrupper opp til eksamen i matematikk. Snittkarakteren ble 4,1, en økning på over en halv karakter i forhold til 2008. Dermed var snittet i matematikk bedre enn i norsk og engelsk. Noe hadde skjedd.

Våren 2007 fikk Hop ungdomsskole, sammen med fire andre skoler midler fra Utdanningsdirektoratet sitt program «Fra ord til handling». Ved Hop valgte man å satse på matematikkfaget, og matematikksamtalen var et av elementene i denne satsingen. Begrepet matematikksamtale oppstod som en følge av at skolen de siste seks årene har satset bevisst på elevsamtaler.

Nils Kristian Skiple
Hop ungdomsskole, Bergen
nils.skiple@bergen.kommune.no

Christoph Kirfel
Universitetet i Bergen
christoph.kirfel@math.uib.no

Paul Jørgen Clarke
Hop ungdomsskole, Bergen
paul.clarke@bergen.kommune.no

Ines Rosef Haugland
Universitetet i Bergen
ines.rosef@math.uib.no

Matematikksamtalen var direkte forankret i det som står i LK06 om muntlige ferdigheter i matematikk.

> «*Å kunne uttrykkje seg munnleg* i matematikk inneber å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål, argumentere og forklare ein tankegang ved hjelp av matematikk. Det inneber òg å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte problem og løysingsstrategiar med andre.» (side 4)

Språklig dimensjon

Matematikksamtalen er ment å tjene to formål. For det første skal den fremme den faglige læringen og den matematikkspråklige bevisstheten til elevene. For det andre skal utprøving av matematikksamtalekonseptet fremme fagdidaktisk refleksjon til den enkelte matematikklærer.

Organisering

Forsøket hadde ulik organisering i de tre skoleårene det ble prøvd ut. Høsten 2007 ble konseptet prøvd ut ved at grupper på 3–4 elever ble tatt ut av ordinære matematikktimer til en samtale på ca. 20 minutt. Til dette var det nødvendig å frigjøre en matematikklærer, men det viste seg tungvint å organisere. Skoleåret 2008/2009 ble tidsproblemet løst ved at hver matematikklærer fikk en time redusert lesetid for å gjennomføre matematikksamtaler med delstøtte fra prosjektmidlene. Denne ordningen kostet mer enn det var dekning for i prosjektet og ble derfor avviklet. Skoleåret 2009/2010 ble det gjennomført matematikksamtaler med flere elevgrupper etter hverandre i en økt à 70 minutt per uke per matematikklærer over en periode på fire uker. Dette var mulig fordi hver klasse til vanlig har to lærere i en studieøkt per uke. I denne ordningen ble de faglig svake elevene prioritert.

Hva skal innholdet i en matematikksamtale være?

I planleggingsfasen viste det seg fort at det fantes forskjellige tolkninger i kollegiet av hva en matematikksamtale skulle innebære. Fire forskjellige modeller ble diskutert.

- Diagnostiserende samtale
- Utviklingssamtale
- Vurderingssamtale
- Støtteundervisning

For mange var det naturlig at samtalen skulle være *diagnostiserende*. Det gjaldt å undersøke elevenes tenkemåter og å utnytte den lille gruppestørrelsen under samtalene til å få innblikk i elevenes matematiske begrepsstrukturer og språk. Dette skulle skje i en situasjon der de jobbet med en utfordrende oppgave. Etter først å ha prøvd ut egenproduserte oppgaver ble oppgaver fra «Alle teller!» (McIntosh, 2007) brukt i samtalene.

Andre kolleger var opptatt av å bruke matematikksamtalen mer som en slags *utviklingssamtale*. Her ville de fokusere mer på generelle læringsstrategier og forholdene rundt læringen. Samtalen skulle virke bevisstgjørende på vesentlige faktorer rundt læringsprosessen, både når det gjaldt trivsel, motivasjon, utholdenhet, konsentrasjonsevne og engasjement. Lærerne ville skaffe seg innsikt i disse aspektene ved elevenes profil samtidig som elevene selv fikk anledning til å formulere hva som var vesentlig for dem og hvordan de så på seg selv i en læringsprosess.

Andre igjen ønsket å bruke samtalen som en mer faglig relatert *vurderingssamtale* der de håpte å få et bedre innblikk i elevenes ferdighetsnivå, løsningsstrategier, tenkemåter, men også begrensningene som hindrer prestasjonene. En slik uformell vurderingssamtale ble ikke systematisk knyttet til karakterfastsettelsen i faget.

Andre igjen så på samtalen som en utvidet mulighet til å *undervise* elevene. Gjennom samtalen skulle elevene kunne lære noe nytt. I den lille gruppen ville forholdene være optimale for at en kunne drive undervisning med direkte tilbakemeldinger, raskere progresjon og en lettere pendling mellom formidling, tilbakemelding, spørsmål, oppklaring, utfordring og prestasjon. I noen tilfeller ville det kunne fungere som støtteundervisning, i andre tilfeller ville fokus være på begrepslæring. En forestilte seg at det ville være lettere å fokusere på begreper i en liten gruppe med elever, siden begrepslæring nettopp krever språklige utfordringer og refleksjoner der tett oppfølging kan være en fordel.

Dokumentasjon

Lærergruppen falt ikke ned på en felles modell. En ønsket ikke å forplikte kollegene på en tolkning, men aksepterte at det fantes forskjellige muligheter og at en ville vinne erfaringer med de ulike aspektene ved samtalene. Samtidig var en opptatt av hvordan en kunne samle disse erfaringene både for å lagre dem og for å reflektere over dem i ettertid og eventuelt trekke konklusjoner som så kunne formidles videre. Styringsgruppen for prosjektet utviklet da et samtaleskjema som inneholdt kategorier som kunne være aktuelle å fokusere på under samtalen. Skjemaet i slutten av artikkelen viser tydelige spor av de forskjellige tolkningsmodellene som er omtalt overfor.

Det viste seg at skjemaet ikke var brukbart i praksis. Det inneholdt for mange kategorier.

Bare noen få var aktuelle i de fleste samtalene. Andre samtaler utviklet seg slik at det som var interessant ikke fant plass i de på forhånd utviklete rubrikkene. En gikk da over til en åpen form for dokumentasjon av samtalen der de vesentlige aspektene ved den aktuelle samtalen skulle refereres uten noen form for på forhånd gitt struktur. Likevel opplevde kollegene at diskusjonen rundt skjemaet var verdifull. Den viste hvilke muligheter som lå i samtalen, og gav også en pekepinn i hvilken retning man kunne lede samtalen hvis man ønsket det. Arbeidet med skjemaet forgikk parallelt med samtalene. Nettopp denne parallelliteten gjorde at samtalene utviklet seg.

Glimt fra to samtaler

Elevene har arbeidet med en tidligere eksamensoppgave (se rammen). Elevene var kjappe med å fortelle at de husket tallet fra denne prøven (tallet er 63), og de blir derfor bedt om å forklare hvorfor tallet er rett. Etter hvert forteller læreren at mange elever har svart tallet 30 på prøven, og ber elevene i gruppen sjekke om dette også kan være rett. Elevene kommer ikke i gang med det samme, så læreren ber dem sjekke punkt for punkt i oppgaveteksten. Etter hvert kommer de til at svaret 30 ikke stemmer overens med det siste punktet. En av elevene forteller hva han mener et oddetall er for noe: Det kan ikke deles på to. Elevene kommer nå i felleskap frem til at $3 \cdot 0 = 0$ er et partall. De har ikke tidligere i undervisningen diskutert om tallet 0 er et par- eller oddetall, og det er lite sannsynlig at de legger en annen definisjon til grunn enn den eleven gir ovenfor. Læreren fortalte etter samtalen at hun selv ikke helt husket hvordan 0 ble definert. Så her var elevene med i en ekte faglig diskusjon og vurdering som førte til ny kunnskap.

Glimt fra en annen samtale: Etter å ha arbeidet med en matematisk oppgave dreier samtalen i en retning der elevene prøver å beskrive i hvilke situasjoner de mener at de lærer. Tavleundervisningen er en selvsagt læringsarena i deres

I denne oppgaven kan du bruke hundrekartet nedenfor til hjelp for å finne det hemmelige tallet.

- Det hemmelige tallet er delelig med tre.
- Summen av sifrene i tallet er mindre enn ti.
- Sifferet på tierplassen er større enn sifferet på enerplassen.
- Differansen mellom sifrene i tallet er mindre enn fire.
- Dersom du multipliserer sifrene i tallet med hverandre, blir summen av sifrene i svaret et oddetall.

Vis at det hemmelige tallet oppfyller alle egenskapene som er gitt i punktene.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

forestilling, også stille arbeid og individuell fordypning i en oppgave ses på som en situasjon der læring foregår. Elevene er mer usikre på om det går an å lære noe gjennom samtale. En av elevene avviser denne muligheten fullstendig, de andre er noe mer åpne for denne læringsmuligheten.

Det er interessant å se hvordan elevene betrakter sin egen læringssituasjon. Eleven som avviser muligheten for læring gjennom samtale har kanskje ikke bevisst opplevd denne muligheten. Samtidig har han muligens en oppfatning av at det er lærerautoriteten som forvalter læringen og at han i en samtalesituasjon der han selv er med på å bestemme innhold og konklusjon dermed ikke kan lære noe nytt. Kunnskap om slike holdninger vil være verdifull for læreren, både i undervisningen og under planleggingen.

Prosjektevaluering

Dokumentasjonen fra elevsamtalene viser at elevene i liten grad bruker fagterminologi når de snakker. Det gjør at forklaringene blir upresise og haltende. Selv faglig flinke elever har problemer med å finne adekvate ord til sine forklaringer. Videre er det en tendens til at elevene blir usikre på egne evner i møte med en matematikkoppgave i en samtalesituasjon, gjerne mer usikre enn de har grunn til å være ut fra de forutsetningene de faktisk har. Elevenes tidligere erfaringer med matematikkoppgaver er at de skal ha et rett svar og det kan nesten virke som om dette fokuset hemmer dem i å tenke logisk og kreativt. Dokumentasjonen fra samtalene er imidlertid ikke entydig. Flere elever fikk «aha-opplevelser» etter å ha hørt på forklaringen til en medelev og de aller fleste elevene var engasjerte og aktive i samtaletiden.

Skolens vurderingsgruppe gjennomførte i avslutningsfasen flere intervjuer med utvalgte lærere og elever fra hvert trinn. Gruppen fant at innholdet i samtalen varierte en del, men at der også var klare fellestrekk. I hovedsak var det to varianter av samtalepraksis som utmerket seg. Det ene var at elevene løste oppgaver på forhånd, gjennomgikk dem og diskuterte så disse på matematikksamtalen. Det andre var at man startet på en ny oppgave på selve samtalen og at elevene resonnerte, tenkte høyt rundt denne og jobbet ut et løsningsforslag sammen.

De fleste lærerne så det som viktig at det var elevene som snakket og var aktive i stedet for læreren. Lærerens rolle ble, i tillegg til å finne den gode oppgaven, å stille de gode spørsmålene, få frem elevenes tanker og å skape faglig diskusjon. I ettertid er det lett å tenke at lærerne burde ha hatt mer felles opplæring i dette før en startet med matematikksamtaler og fremtidig utviklingsarbeid ved skolen kan ta hensyn til dette.

Lærernes fokus på matematikkspråket syntes å variere. Enkelte lærere var veldig bevisst på å jobbe med det, andre i mindre grad. Oppgavetypene varierte, men en åpen oppgave eller en oppgave med flere løsningsmåter ble foretrukket blant lærerne.

Skillelinjen mellom hva som var støtteundervisning og hva som var en dialogorientert matematikksamtale kom tydelig frem når man studerte hvem som var aktive og hvilke roller elever og lærere hadde. I grupper med faglig svake elever lignet gjerne samtalene mer på tradisjonell støtteundervisning. En årsak til dette kan være at de faglig svake elevene virket mer opptatt av å gjøre ting riktig og komme frem til rett svar, og de evnet dermed i mindre grad å se verdien av prosessen.

Selve organiseringen av samtalen viste seg å være den største praktiske utfordringen med matematikksamtalen. Det var vanskelig å få elever til å huske at de skulle møte til rett tid. De måtte ofte hentes fra klassen. Tidvis var det vanskelig å finne egnede rom til gjennomføringen. Imidlertid kom det ingen klager fra de andre lærerne på at elever ble tatt ut av deres undervisning.

Relativt få elever klarer å beskrive noe konkret utbytte av samtalen. Enkelte svar viser imidlertid at noen elever ble klar over feil som de ikke tidligere var bevisst. Noen elever forteller at det er positivt å være i liten gruppe og få tett oppfølging. Andre påpeker fordelen av at læreren blir bedre til å se hva den enkelte sliter med. Ingen av elevene reflekterte over det språklige elementet i matematikken. Et slikt fokus krever kanskje mer modningstid både hos elever og lærere.

Svarene fra lærerne viser at de er usikre på om matematikksamtalen isolert sett fører til økt kompetanse for elevene, men vi får tilbakemeldinger på at samtalen utfyller undervisningen på en god måte. Man ønsker gjerne å fortsette med elementer av samtalen selv om den fysiske tiden avsatt til matematikksamtalen skulle falle bort ved prosjektets slutt.

Det er et klart behov for å jobbe strukturert videre med språklige elementer i matematikk. Lærerne melder om bedre innsikt i enkeltelevers kompetanse og at samtalene delvis har ført til endring av praksis i klasserommet. Slikt sett kan en si at prosjektet har vært vellykket. Samtalene har også vært et tydelig signal til foreldre og elever om at matematikk prioriteres og tas på alvor på skolen.

Skolen er organisert slik at det meste av ansvaret for den daglige driften og utviklingsarbeidet faller på trinnlederne. Det matematikkdidaktiske utviklingsarbeidet er en av mange saker på agendaen. Utviklingsarbeid har et langsiktig perspektiv og er dermed en sak som lett kan bli utsatt når kollegiet må løse mer presserende problemer knyttet til utfordrende elever, timeplaner og arbeidsplaner. En forutsetning for å lykkes med et faglig utviklingsarbeid er at trinnlederne avsetter nok fellestid til fagdidaktiske diskusjoner og gir dette arbeidet den nødvendige prioritet.

Avslutning

I prosjektperioden har skolen gjort forsøk med ulike organisatoriske og metodiske modeller for en læresamtale i matematikk. Det har vært flere fagsamlinger, alt fra langdager på skolen til heldagsseminar utenfor skolen. I denne tiden har skolens prosjektgruppe og den eksterne mentoren spilte en aktiv rolle. De utviklet sammen en konkret handlingsplan som nok har vært et nyttig verktøy i utviklingsprosessen.

Innledningsvis ble det slått fast at snittet på matematikkeksamen i 2009 hadde økt betraktelig. Vi har ikke noe belegg for å dra den konklusjonen at dette skyldes satsingen på matematikksamtalen alene. Men diskusjonene på fagsamlingene knyttet til utprøvingen av matematikksamtalene, har utvilsomt økt lærernes bevissthet om det språklige aspektet ved matematikkundervisningen og styrket lærernes faglige stolthet. Det har gitt lærerne større forståelse for de vanskene elevene har med å lese tekst og løse matematikkoppgaver, og dermed er det grunn til å tro at kvaliteten på undervisningen er forbedret.

	Sjekkpunkt	Merknader, problemstillinger	28/8: TEST om TALL, 1/9: samtale 1/11: Test om ALGEBRA, 3/11: samtale 15/8: Test om statistikk og sannsynlighet, 21/8: samtale
Sjekkpunkt som angår samtalen	Observasjon av eleven i prøvesituasjonen	Hvordan begynner eleven? Hvilke hjelpemidler brukes og hvordan?	28/8: Starter med å finne fram regelboken. 1/11: Rekker opp hånden og spør om de kan skrive med blyant. Studerer oppgavene lenge før han begynner. 21/8: Forstår ikke oppgaven, prøver å søke hjelp hos lærer/ medelev
	Ferdigheter	Hvilke ferdigheter (algoritmer) viser eleven?	1/9 Behersker posisjonssystemet for desimaltallene 3/11: Klarer å erstatte bokstaver med tall og bruke det i praktisk eksempel 21/8 Kan finne antall mulige kombinasjoner, bruker brøk for å angi sannsynlighet

Sjekkpunkt som angår samtalen	Forståelse	Klarer elevene å utnytte sine ferdigheter til å se sammenhenger? Kan elevene foreslå flere løsningsmetoder? Hvordan tenker eleven?
	Selvstendighet	Foretrekker eleven å samarbeide med medelevene? Hvorfor/hvorfor ikke?
	Kommunikasjon	Hvordan presenterer eleven løsningen? I hvor stor grad brukes fagbegrep? Kommuniserer du toveis med eleven? Fremmer eleven sine synspunkter i forhold til medelevene?
Generell holdning og arbeid med faget.	Holdninger/ Motivasjon	Hvilken holdning viser eleven til testoppgavene og faget generelt? Hva motiverer eleven til innsats? Når synes eleven matematikk er gøy?
	Arbeidsmåter, utholdenhet, regelmessighet	Hvordan jobber eleven på skole og hjemme med matematikk? Hvor lenge klarer eleven holde konsentrasjonen? Hvor stor oppfølging ønsker/ trenger han/ hun fra lærer i arbeidsøkter?

Fremtiden

Matematikklærerne ønsker i framtiden å overføre de positive erfaringene fra samtalene i smågrupper til klasserommet. Siden organiseringen av samtalene i smågrupper har vist seg å være tidkrevende og kostbar vil en også prøve ut andre muntlig baserte tiltak. Noen av disse er allerede under planlegging.

– Elevene lager en mattequiz med fire svaralternativ der tre er sanne og en er usann (hvem skal ut?).
– Elevene «leker» muntlig eksamen, to og to par jobber sammen og så bytter de på rollene.
– De enkelte trinn i løsningsprosessen av en ligning blir klippet opp og elevene på gruppen blir bedt om å pusle dem sammen igjen og begrunne sine valg,
– Tegne figurer etter muntlig instruksjon.
– Jobbe i par for å forklare matematikkbegreper for hverandre muntlig.
– Muntlige tester
– Temadager med øvelser som oppfordrer til dialog og muntlig samarbeid (ekskursjoner, byvandringer, geometridager)

Utviklingsprosjektet ved Hop ungdomsskole har bidratt til å fremme samtalekulturen i undervisningen og det har vist seg mulig å heve kvaliteten på undervisningen gjennom fokus på kommunikasjon.

Referanser

McIntosh, A. (2007). *Alle teller!*. Trondheim: Matematikksenteret

GJENFORTELLINGER FRA MATEMATIKKSAMTALE 6

UTDRAG 1

Det er helt innledningsvis i samtalen og jeg har nettopp gitt elevene oppgavearket og jeg informerer dem om at matematikksamtalen ikke vil virke inn på karakteren, samt at jeg er ute etter at de diskuterer med hverandre.

Elevene tar så frem papir, skrivesaker og kalkulator for å begynne å regne. Elev 2 spør meg om figuren er en sirkel eller et heksagon, og jeg forklarer at det er et heksagon inni en sirkel.

Elev 1 og 2 nevner areal av sirkelen lett, og elev 2 sier så at de nå må finne arealet av hele sirkelen for så å trekke fra tre trekantarealer.

En liten diskusjon om hva vi vil finne følger. Når det er avklart spør jeg elevene hva vi nå vil finne. Ingen svarer meg direkte, men elevene begynner å skrive på egne ark. Jeg ber de fortelle meg hva de skriver. Elev 2 forteller hva hun/han skriver men korrigerer til at det er det alle skriver.

> Jeg informerer elevene om at dette ikke teller på karakter samt at jeg er ute etter hvordan de tenker og at de diskuterer oppgaven seg imellom.
>
> Elevene tar frem papir, blyant og kalkulator for å begynne å regne.
>
> Elev 1: ok…
> Elev 2: Is this a circle or is it a hexagon? (henvender seg til meg)
> Meg: It is a hexagon inside a circle
> Elev 1 og 2: … the area of the circle…
> Elev 2: So we must find the area of the whole circle now, and we must minus three areas of a triangle.
> …
> (diskuterer hva vi vil finne)
> …
> Elev 1: So that is what we want to find
> Meg: How do you want to find that?
> Ingen svarer direkte men de begynner å skrive. Jeg ber de fortelle meg hva de skriver.
> Elev 2: I’m writing… no everyone are writing the area of the circle first

Det er tydelig at eleven prøver å jobbe selvstendig heller enn sammen som gruppe. De har sannsynligvis ikke opplevd verdien av samarbeid, og gjennom samtalen blir det derfor viktig å poengtere dette som lærer. Særlig gjennom starten på denne matematikksamtalen må jeg som lærer ofte spørre elevene hva de tenker eller skriver for å få dem til å uttrykke seg. De virker ikke i dette utdraget å ha problemer med å forklare hva de gjør og vil gjøre, så det han tyde på at de er vant til individuelt arbeid og oppgaveløsing. Av elev 2 sin siste kommentar kan man også muligens anta at elevene er lite oppmerksomme på at det kan finnes flere tankeganger, ved at eleven sier at alle skriver det hun/han skriver uten å ha sjekket dette videre. Er dette det eleven mener med gruppearbeid/gruppens reusltat?

UTDRAG 2

Elevene diskuterer første deloppgave i oppgavesettet Circus og er i prosessen med å finne arealet av trekanten. De ser at de ikke har høyden av trekanten som de trenger til å regne ut arealet og de kommer til at de vil bruke Pythagoras for å finne denne. De tar frem kalkulatorer for å regne ut, men jeg sier at de ikke trenger å bruke kalkulatorer og spør den hva de vil finne. Elev 4 sier at hun/han ønsker å finne høyden. Elev 2 spør om ikke høyden er den samme som radiussen. Det blir kort litt stille før elev 4 sier at hun/han ikke tror de to størrelsene er de samme. Jeg spør elev 4 hvorfor hun/k\han ikke tror høyden er 3 meter. Elev 4 forklarer hva hun/han mener.

> De diskuterer litt og finner at de ikke har høyden på trekanten og at de vil bruke Pythagoras.
>
> (De regner igjen, tar frem kalkulatorer)
>
> Meg: You do not need the calculators. What do you want to find?
> Elev 4: I want to find the height.
> Elev 2: But isn't the height equal to the radius also(?)
> …
> Elev 4: I don't think that it is 3m.
> Meg: Why don't you think that it is 3m?
> Elev 4: Because if you look at the triangle… how can I say this now… (viser litt på tegningen)… the slaunted side of the triangle is 3m..
> (Elev 4 forklarer hva hun mener)

Elevene er tydelig vant til å bruke kalkulator i utregninger, samt å regne individuelt på egne ark. Når jeg spør hva de ønsker å finne svarer elev 4 at hun/han ønsker å finne høyden, ikke formulert som at hele gruppen ønsker å finne dette, dette kan også være en indikasjon på individuelt arbeid.

Elev 2 gjør den vanlige feilen å anta at høyden er den samme som en av sidene, og det blir litt stille før elev 4 avkrefter at det blir sånn. Jeg ber eleven forklare hvorfor høyden ikke kan være den samme som siden, og eleven begynner et argument der hensikten er å si at høyden må være mindre siden siden er på skå i forhold til høyden.

GJENFORTELLINGER FRA MATEMATIKKSAMTALE 7

UTKAST 1

Elevene er på første deloppgave på oppgavesettet Circus. Planen de tidligere har lagt for utregningen er å finne arealet av hele dekorasjonen for så å trekke fra arealet av de tre sorte trekantene. De kar funnet at arealet av hele dekorasjonen er ca 27 m^2.

Elevene begynner å tenke på heksagonet og korrigerer kjapt til at de vil se på trekantene, og at de vil trekke fra tre av trekantene. Elev 2 kommer med formelen for arealet av en trekant, og at de må bruke Pythagoras for å finne høyden. Elev 3 bekrefter flere ganger det elev 2 sier.

> Elev 2: Then the area of the hexagon… are we gonna… we don’t have a formula for that, so are we gonna say…
> Elev 2 og 3: The triangle
> Elev 3: Times six… times three, ‘cause there is three black triangles.
> …
> Elev 2: So wait… half base times height… three…
> Elev 2: Remember the height is that there, so we will have to use Pythagoras to find… to use that… we have to find
> Elev 3 bekrefter enighet flere ganger I resonnementet til elev 2
> Elev 3: Yes
> Elev 2: Yeah

Selv om eleven nevner heksagonet som helhet blir det kjapt klart at de vil regne ut trekantene og at de vil trekke arealet av tre av disse fra det totale dekorasjonsarealet. Elev 2 går helt uten oppfordring videre til å begynne på disse utregningene og klargjør hva neste steg vil være, elevene virker alle å være enige i dette. Elevene virker å ha god oversikt over problemstillingens delprosesser her. Elevene virker også å ha stor grad av selvstendighet og driver selv samtalen videre. Dette virker å være typisk for sterke elever.

UTKAST 2

Elevene i utdraget under holder på med siste deloppgave på oppgavesettet Circus. De vil dele 90 på 12 (90 meter er avstanden syklisten skal sykle, omkretsen til hjulet er 1,2 meter), og gjør slik om 1,2 til 12 og de planlegger å legge denne nullen til igjen i svaret.

Det blir stille når elevene tenker over divisjonen.

Elev 1 og 3 sier de ikke er flinke til å dele, og elev 2 fremmer en alternativ måte ved å addere 12 det nødvendig antall ganger for å komme nær 90 og elev 2 og 3 finner sammen at det er 7,5 ”12’ere” i 90. Elev 3 spør hvordan de skal formulere dette (her er lydopptaket uklart men det virker her som eleven mener hva man skal gjøre med nullen som ble tatt bort tidligere).

Nytt forslag om 7,75 kommer opp men blir forkastet kjapt. Elev 3 går tilbake til at de ønsker å legge til en null et sted. Elev 3 kommer så med en utydelig setning som elev 1 backer opp og resultatet av dette er at svaret er 750 runder. Både elev 2 og 3 kommer med positive kommentarer til gruppen om tankegangen. De bekrefter ved å kommentere at den ene radiusen opprinnelig var i cm og den andre i meter.

Jeg ber de forklare hvordan de fikk 750, og de forklarer med at de ikke kunne legge til null foran og få 0,75 siden dette ikke engang er en full rotasjon (hjulets omkrets er mindre enn dekorasjonen). Jeg stiller et oppfølgingsspm der jeg spør hvor mange ganger man har 7,5 i 750. De ser at der er hundre og at de har lagt til to nuller. Vi diskuterer feilen som ble gjort, og elevene sjekker det nye svaret uten at jeg ber dem om det, de forklarer hva de gjør i prosessen.

> Elev 2: So let’s try 90 divided by 12, no the zero, ‘cause then we can just add a zero in front of it.
> Elev 3 og 1: Ye, ok…
>
> Det blir stille (tenker)
>
> Elev 1: I’m not good at divisions.
> Elev 3: hehe… neighter am I…
> Elev 2: 12 times… estimate I mean…
> Elev 3: 12, 24, 48, 52… (?), no 60!
> Elev 2: 72… 84…
> Elev 3: It is seven
> Elev 2: 84 will… ok, 7.
> Elev 3: That will be… yeah… it’s 7,5.
> Elev 2: ok.
> Elev 3 ler litt: So how to put that ***[14]

[14] *** i transkriptet betyr at noe er uklart i lydopptaket

Elev 2: So, it's 7 seven… five…
Elev 1: 7,…7 5
Elev 3: 7,75 (?)
Elev 2: Nii…(!) (som i nei, afrikaanstalende elev)
(de ler litt)
Elev 3 : so we would like to add a 0 to the end, 'cause that will make more sence… yeah, so it will be 7 times… *** Fifty!
Elev 1: Fifty.
Elev 3: That definitly makes a lot of sence
Elev 2: Good thinking.   (MERK: Positiv kommentar til annen elev)
Elev 3: So the wheel has rotated 750 times…
Elev 2: I agree, do you know why, because that is in cm and that is *** and that is how many %
Elev 3: % meters
Elev 2: … it's 90 meters that***
Elev 3: Yes.
Meg: So explain how we got 750.
(ler litt)

De forklarer at de delte 90 på 12 og fikk 7,5. Jeg spør om de så ville legge til null noe sted (som var inntrykket fra tidligere diskusjon). Elev 2 forklarer at mest logisk ville de lagt til 0 foran men at 0,75 ikke er logisk. Når jeg spør argumenterer de med at det bare ikke er rett. Jeg presser de litt til å kunne forklare hvorfor. De forklarer at 0,75 ikke engang er en full rotasjon og at det derfor er opplagt. De går videre til at de derfor har lagt til en null på slutten før jeg får spurt videre. De forklarer at de legger til en null på slutten og så fjerner kommaet.

Meg: So, you remove the comma, and…how many times do you have 7,5 in 750?
Elev 2: Hm(?)
Meg: First you found 7,5, then your answer is 750, how many times do you have…
Elev 3: A hundred times.
Meg. Hundred times
Elev 2: Ah.
Meg: So ham many zeros have you actually added?
(stille)
Elev 2: Two.

De skjønner at de har gjort feil. Og vi diskuterer hva de har gjort feil. De sjekker så svaret (75)ved å regne baklengs. Jeg ber de forklare hvordan de gjør dette og alle bidrar i forklaringen.

Elevene gjør omformingen fra 1,2 til 12 for å gjøre det lettere for seg selv under utregningen og de er klar over at de må legge til null i svaret. De tenker litt over divisjonen men tar den ikke automatisk i hodet. Elev 3 kommer med en alternativ metode som de tar muntlig. Positivt at elevene ser flere metoder, dette viser også at elevene har full innsikt i hva deling er og bruker motsatte operasjoner. I delen der de går fra 7,5 til 750 er det litt uklart, men elevene forstår tydeligvis hverandre og kommer fremt il 750 runder som svar. Det er særlig positivt med de positive kommentarene elevene har i denne delen, dette skaper en god læringsatmosfære i samtalen i tillegg til at elevene ser verdien av å jobbe i gruppe.

Svaret er ikke rett selv om de er på riktig vei så jeg ber dem forklare hvordan de fikk 750. Det kommer frem at de ville legge til en null og vurderte om de ville legge til denne ”foran” eller ”etter” 7,5. Det er tydelig at de bare har lagt til feil antall nuller så jeg prøver å gjøre dem oppmerksomme på dette gjennom oppfølgingsspm. Elevene ser feilen de har gjort og retter denne opp. De sjekker selv svaret ved å regne baklengs mens de forklarer hvordan de gjør dette. Kanskje er elevene blitt mer oppmerksomme på vurdering av svaret?

GJENFORTELLINGER FRA MATEMATIKKSAMTALE 8

UTDRAG 1

Elevene har blitt utlevert oppgaveteksten, og elev 2 er den første til å si noe og starte på oppgaven. Jeg bekrefter at de kan starte på den første oppgaven. Elev 2 leser så oppgaveteksten høyt. Elevene begynner meg en gang å diskutere sidene på trekantene i diskusjonen, og stopper blant annet opp ved et håndskrevet tall på figuren som kun er på oppgavesettet siden det er scannet inn. Elevene diskuterer hva lengden 1,5 er, om det er hele eller halve siden av trekanten. De kommer frem til at det er halve siden trekanten er likesidet. Det blir kort stille før elevene går videre og vil finne høyden.

> Elev 2: ehm, skal vi ta den der?
> Meg: dere kan begynne med den første oppgaven
> Elev 2: ok
> Elev 2 leser oppgaveteksten til oppgave 2.4
> Elev 3: Ja
> Elev 1: Da er den siden 3
> Elev 3 og 2: Ja
> Elev 3: Og da er den 1,5.
> Elev 1: Er hele den 1,5 eller halve?
> På oppgaven de har fått utdelt er det skrevet på et tretall og 1,5 på tegningen med blå penn fra tidligere. Siden oppgaven er scannet inn er dette ikke fjernet til denne samtalen.
> Elev 2: Det må være hele, nei halve.
> Elev 1: det er jo en likesidet
> Elev 2: Ja men da er jo halvparten 1,5 hvis de er likesidet
> Elev 1: ja
> Elev 3: mm
> (kort stille)
> Elev 3: men hvis vi vet at den siden er tre…
> Elev 1: vi må finne høyden

Elevene kommer selv i gang meg oppgaven uten at jeg som lærer trenger å motivere dem til å gjøre dette. Gjennom hele utdraget er det kun ett utsagn fra meg som lærer, og dette utdraget er mer et bekreftende utspill på at elev 2 spør om de skal begynne på første deloppgave. At elevene driver samtalen videre selv viser seg å være tilfelle gjennom det meste av samtalen, og virker å være et kjennetegn ved sterke elever. Også avslutningsvis i utdraget går elevene selv videre til at de må finne høyden når de har klargjort sidene i trekanten.

UTDRAG 2

I forkant av følgende utdrag:
Elevene jobber med å finne høyden til trekantene i dekorasjonen. De bruker Pythagoras. Elevene holder på å skrive ned på papirene samtidig som de kommer med noen halve setninger høyt.
I utdraget:
Jeg som lærer ber elev 2 si høyt hva hun/han har skrevet på papiret, slik at jeg får det på opptaket av samtalen. Elev 2 sier hva hun/han har skrevet og sier at man bruker Pythagoras læresetning. Jeg ber om en videre forklaring på hva de ulike tallene i formelen står for. Elev 2 oppdager at de har gjort en feil i formelen ved at de har skrevet pluss istedenfor minus. Elev 3 er enig i at ikke ”x” er hypotenusen, og elev 2 peker på hva som er hypotenusen. Elev 3 og 1 er begge enige i at de på ta minus.

> Meg: vil du bare si høyt hva du har skrevet så jeg får det på..
> Elev 2: ja, ehm… x^2 = 3^2 + 1,5^2, så du tar den Pythagoras læresetning, og så… men da er det jo at…
> Meg: men hva er de forskjellige, hva er 3 hva er 1,5?
> Elev 2: nei nå har vi gjort feil her(!) fordi at tre… den her er jo hypotenusen ikke sant, det er kateten. Så den er jo da, da blir det 3 MINUS (…) 1,5
> Elev 3: Nei, det er jo ikke hypotenusen…
> Elev 2: Ja, DEN er hypotenusen
> Elev 3: Men sidene er… ja stemmer det, du må ta
> Elev 1: 3 minus… ja. 9 minus 1,5^2 hva nå det er for noe

Jeg ser at elevene har skrevet pluss i formelen istedenfor minus og ber de derfor om å lese det de har skrevet høyt for å se om de kan oppdage feilen. Når elev 2 leser opp hva hun/han har skrevet oppdages ikke dette med en gang, og det virker som om eleven tror at jeg vil ha svaret på hva ”x” er når jeg spør. Dette kan være en grunn til at eleven ikke oppdager fortegnsfeilen da fokuset er på hva svaret skal være. Jeg stiller så et utdypende spørsmål der de må forklare hva de ulike sidene er får at elevene skal fokusere på hva tallene står for og forhåpentligvis se at fortegnet er feil. For svake elever ville jeg kanskje ha trengt å repetere den opprinnelige Pythagoras-formelen for å kunne gjøre elevene oppmerksomme på fortegn.

Elevene oppdager kjapt fortegnsfeilen, og de er alle med i oppdagelsen av at ”x” ikke er hypotenusen og at de må ha minus som fortegn og ikke pluss.

UTDRAG 3

Følgende utdrag følger rett etter utdraget presentert over.

Elev 2 spør om de egentlig trenger å bruke Pythagoras læresetning. Det blir kort stille før elev 1 sier ja. Elev 3 presenterer Pythagoras på en annen måte enn tidligere der hypotenusen er på en side av likhetstegnet, og katetene på den andre. Elev 2 lurer på om de da kan ta 3*3 delt på 2. Elev nevner at det kanskje er en grunn til at figuren er tegnet som en sirkel, og at de kanskje må finne arealet av denne. Elev bekrefter at de må regne ut arealet av sirkelen, men sier også at de må regne ut arealene av de skraverte trekantene. Elevene går så tilbake til samme spor som de var før dette utdraget, dvs med å finne høyden i trekantene vha Pythagoras.

> Elev 2: Trenger vi egentlig å ta Pythagoras?
> (kort stille)
> Elev 1: Ja…
> Elev 3: Er det ikke bare til å ta 9, nei 3^2 da er lik 1,5^2 + x^2
> Elev 2: Da kan du bare ta 3*3 delt på to(?)
> Elev 3: Men det kan jo hende det er en grunn til at det er tegnet som en sirkel da, at vi bare skal ta den og gange med 3. Men at vi skal regne ut arealet av sirkelen.
> Elev 1: Vi må regne ut arealet av sirkelen, vi må jo regne ut… disse her arealene (peker på de skraverte trekantene)
> Elev 3: mm, så tar du minus…

Elev 2 reflekterer plutselig over om de virkelig må ta Pythagoras, og lurer nok på om det kan finnes en enklere metode de kan bruke. Det blir kort stille noe som kan indikere her at elevene tenker over det elev 2 sa. Etter elev 1s neste kommentar kan det virke som om denne eleven mener at de må ta Pythagoras, men er villig til å lytte til eventuelle alternativer. I elev 3s neste kommentar virker det som om denne eleven ikke syns Pythagoras er en spesielt vanskelig måte å gjøre det på (særlig gjennom elevens bruk av ”bare”).

Elev 2s forvirring blir mer synlig i den neste kommentaren der den vanlige forvirringen med *2 og ^2 tydelig har oppstått. Det virker likevel ikke som denne forvirringen sitter særlig dypt, og at elevens refleksjon rundt metode var nettopp dette, en refleksjon rundt om det kunne være andre metoder enn den de valgte å bruke som kunne være nyttige.

Elev 3 viser også gjennom sin neste kommentar at det skje en refleksjon rundt metoden de bruker, og kanskje det er noe forvirring tilbake til den egentlige problemstillingen om å finne arealet av hele det uskraverte området.

Elev henter de to andre inn igjen og presiserer at de må regne ut arealene av trekantene, her underforstått at de kan fortsette med metoden de hadde valgt (Pythagoras). De fortsetter så der.

GJENFORTELLINGER FRA MATEMATIKKSAMTALE 9

UTDRAG 1

Elevene blir i starten av samtalen bedt om å lese oppgaven og elev 2 begynner rett på å lese andre deloppgave på arket. Jeg bekrefter at vi kan starte på den oppgaven. Etter at det blir litt stille mellom elevene repeterer jeg oppgaven med nye ord.

(1) Meg: Har dere lyst til å lese oppgaven først? En av dere?
(2) Elev 2: Yøy, yøy, se på figuren av sirkusteltet. Regn ut arealet av teltduken.
(3) Meg: Vi kan ta… ja vi tar den
(litt stille)
(4) Elev 2: ja…
(litt stille)
(5) Meg: Så det dere skal finne er arealet av hele sirkusteltet som det er bilde av på toppen.

Det er vanskelig å vite hvorfor eleven som leste oppgaven startet på andre deloppgave da denne er midt på arket samt at alle deloppgavene er avgrenset med doble linjer over og under, også første deloppgave.

Jeg prøver å gjøre elevene oppmerksomme på at dette ikke er første oppgave gjennom den nølende kommentaren, samtidig som jeg ikke ønsker å gi elev 2 her noen opplevelse av at han/hun har gjort noe feil ved å prøve å få frem at vi gjør et bevisst valg når vi ikke starter på begynnelsen av oppgavesettet.

Elevene kommer ikke i gang med løsing av oppgaven da det blir stille. For å få elevene i gang repeterer jeg oppgaven med nye ord, og igjen prøver jeg å få elevene til å fokusere på informasjonene på toppen av arket. Jeg prøver også å bevisstgjøre elevene på at alle oppgavene sammen utgjør en helhet og at nyttig informasjon kan finnes utenfor oppgavens fysiske avgrensning med de doble linjene.

Elever på lavt nivå virker å trenge hjelp for å komme i gang med oppgaven.

UTDRAG 2

Elevene i samtalen kommer ikke helt i gang med oppgaven så jeg spør den hvordan de tenker å starte, og gjør dem også bevisst på at det finnes formler som kan være nyttige på arket. Elevenes første kommentar er at de ikke husker dette temaet. Jeg prøver å få elevene til å prøve å tenke på nytt og ber dem tenke høyt hva de husker og hva de evt ikke husker, slik at jeg kan hjelpe dem på vei. Jeg starter med å prøve å få elevene til å forstå hva formlene gjelder for. Jeg spør elevene om formlene gjelder for figuren ved siden av, og blant svarene elevene gir blir både kjegle og sylinder nevnt. Jeg trekker så konklusjonen for elevene at sirkusteltet består av en kjegle- og en sylinderform, og gjør dem videre oppmerksomme på at sirkusteltet er sammensatt. Elev 3 sier at vi må regne ut kjeglen for å så plusse sammen, og jeg omformulerer en bekreftelse på dette i form av at det kan være lurt å regne ut hver for seg, da i betydningen kjeglen og sylinderen hver for seg. To av elevene utrykker at de er enige i dette, den tredje sier ingenting.

> Meg: Hvordan tenker dere at dere vil gå fram med det? Dere har jo fått noen formler også. (…) til å hjelpe dere med
> Elev 2: Ei, jeg husker ikke dette her… ehmmm… (slår lett med pennen i arket)
> Elev 1: nei…(lavt og mumler litt)
> Meg: Bare tenk høyt, hva husker dere? Hva husker dere IKKE, så kan jeg hjelpe dere på vei.
> (litt stille)
> Meg: Den formelen som dere har fått der, hva er det formel for?
> Elev 3: Det er… det er… formel for utregning.
> (litt stille)
> Meg: Men den gjelder for den figuren ved siden av ikke sant?
> Elev 2: % Den kjeglen
> Elev 3: %
> Den sylinderen på toppen (mener kjeglen på toppen av sylinderen; taket på sirkusteltet)
> Elev 1 sier noe samtidig men dette kommer ikke klart frem.
> Elev 3: Det er…
> Meg: Ja, så det er både en sylinder og en kjegle på det sirkusteltet.
> Elev 3: ja
> Meg: Det er sammensatt
> Elev 3: må regne ut kjeglen og plusse det sammen
> Meg: Det kan sikkert være lurt ja, regne det ut hver for seg
> Elev 1 og 3: ja

Når elevene ikke kommer i gang med utregningen prøver jeg som tutor å få elevene til å tenke på hvordan de vil gå frem for å få frem noen tanker eller kommentarer fra elevene for å starte en diskusjon. To av elevene sier at de ikke husker dette og skaper på denne måten motstand fra å ta fatt på oppgaven, eller i det hele tatt å prøve.

Jeg ber da elevene prøve å tenke høyt på hva de HUSKER og IKKE husker, igjen for å åpne for diskusjon og mulighet for meg å hjelpe der det skorter. Siden det blir kort stille ber jeg elevene fokusere litt på formlene de har for å reflektere over hva de gjelder, for å videre få elevene til å tenke på hva de kan brukes til i oppgaven. Eleven kommer med et upresist svar som indikerer at han vet at de sannsynligvis skal bruke formlene, men at han ikke vet hvordan de er aktuelle. Jeg spør så hva formlene gjelder for å få elevene til å fokusere på ordet kjegle og videre gjenkjenne formen på sirkusteltet. Siden både ordene kjegle og sylinder blir nevnt, selv om sylinder ikke ble brukt i helt rett sammenheng, benytter jeg sjansen til kommentere at sirkusteltet består både av en kjegle og en sylinder. Jeg prøver å gjøre dette på en måte slik at elevene mest mulig skal føle at det var de som kom frem til dette. Videre kommenterer jeg at teltet er sammensatt for å prøve å gjøre elevene bevisste på at det er mulig å regne ut de to formene hver for deg.

Elev 3 kommer med et litt ufullstendig utsagn som kan tolkes som om han skjønner at man kan regne ut figurene hver for seg. Jeg gir eleven bekreftelse for dette og omformulerer det til at detkan være lurt å regne ut kjeglen og sylinderen hver for seg.

UTGRAG 3

Jeg spør elevene hva den ene formelen på arket gjelder for, og elev 1 sier at den virker å gjelde for kjeglen. Jeg går så over til neste formel og spør eleven hva denne er. Elev 1 leser opp første del av formelen, mens elev 3 hinter om at han mener det kan være overflaten uten at dette blir sagt direkte. Jeg bekrefter så elev 3s kommentar og utfyller denne, ved å bekrefte at formelen gjelder for overflaten samtidig som jeg spør om denne også gjelder for kjeglen. Elev 1 sier nei og elev 2 begynner på at formelen er for hele sirkusteltet. Elev 3 avbryter og sier at de må gå til oppgaven lenger oppe, og mener her teksten lenger oppe. Jeg indikerer bekreftende uten å avbryte. Elev 3 forklarer at det er teltet det er bilde av de holder på med. Jeg bekrefter igjen. Elev 3 fortsetter med at de også må se på informasjonen lenger oppe. Jeg bekrefter og begynner å spørre hvilken informasjon. Elev 1 sier kjapt noen av målene som er gitt (høyde og teltradius), og legger så til at høyden da må være 5m.

> Meg: og hva gjelder den volumformelen for?
> Elev 1: Det ser ut som om det gjelder for kjeglen
> Meg: for kjeglen ja, og så her dere en annen formel, hva er det?
> Elev 1: % pi r i annen
> Elev 3: % over… over…

> Meg: Ja overflate, og den gjelder også for… kjelen eller?
> Elev 1: nei
> Elev 2: Den gjelder for hele… hele sirkus…
> Elev 3: Nei, vi må gå opp på den oppgaven og se først den der oppe, for du… hvis…
> Meg: mm
> Elev 3: Det er jo den sant..(peker på sirkustaket)
> Meg: Jepp
> Elev 3: se her oppe og (mener at vi må se på info vi får i starten)
> Meg: mm, hva… hvilken informasjon…
> Elev 1: Høyde 11m, radiusen, inni selve teltet 11meter
> Elev 1: så høyden på sylinderen er 5m

I dette utsnittet ser vi at det antydning til samtale mellom elevene, selv om jeg som tutor er tydelig tilstede. Bekreftende kommentarer er for å oppfordre elevene til å fortsette og for å bekrefte at de er på rett tankegang. Selv om elevene snakker seg imellom ser vi at språket er svært ufullstendig og nølende. Dette er typisk for samtalene jeg har hatt med svake elever. På slutten ser vi også at elev 1 forteller at høyden på sylinderen er 5m som om det var hans egen utregning, selv om dette allerede står på arket. Det å få bekreftelse og anerkjennelse er tydelig viktig for disse elevene, noe som også kommer frem på slutten av denne matematikksamtalen da elevene er særlig interessert i hvordan de har gjort det i forhold til en annen gruppe elver:

> Elev 2: Klarte de andre det? (Snakker om elevene som var med på samtale rett før denne gruppen som var fra nivå 5)
> Meg: Forrige gruppen?
> Elev 2: Ja (?)
> Meg: De kom frem til det til slutt..
> Elev 2: Brukte de lang tid?
> Meg: De brukte litt tid…
> Elev 2: Har vi brukt lenger?
> Meg: Det vet jeg ikke, jeg tror det går greit… Hvis dere regner det ut nå, så får vi se.

Jeg prøver i denne delen å tone ned sammenligningen, men elevene er svært opptatt av denne, og dette er igjen en bekreftelse på at svake elever vil nytte godt av oppbacking og ros når de er på riktig vei eller kommer med et godt innspill.

UTDRAG 4

Elevene holder på med en utregning og de skriver på egne ark uten å snakke sammen. De fortsetter å regne hver for seg selv om jeg ber dem hjelpe hverandre. Jeg ber dem si hva de skriver og etter litt tid kommer elev 2 med et regnestykke. Jeg ser at elevene ikke regner på det samme eller med samme formel så jeg ber dem først gå gjennom formelen for å sjekke at de har skrevet det samme. Jeg ber så elev 2 som ikke skriver å sjekke at de to andre elevene gjør det rett. Elev 2 svarer at han ikke har peiling på hva elev 1 holder på med, og jeg sier at han da må spørre. Elev 1 peker på formelen han har brukt og elev 2 leser denne høyt. Elev 1 bekrefter formelen.

Elev 1 har ikke skrevet ned etter formelen og jeg ber de sjekke om det stemmer det som står på arket til elev 1. Elev 1 snur da arket mot meg, men jeg sier at det er elev 2 og ikke jeg som skal sjekke. Elev 2 leser tallene som står på arket, og det oppstår en ekte diskusjon da elev 1 har ganget inn et totall som ikke er i formelen fra oppgavearket. Elev 1 prøver å argumentere at man PLEIER å ha et totall der, men kommer ikke gjennom med dette for elev 2. Jeg ber de så sammenligne med elev 3 som skriver på eget ark. Jeg ber de fokusere på om de har brukt samme formel og hvilke tall som er notert ned, og elev 1 kommer til at totallet ikke skal være med.

> Elevene skriver på egne ark og mumler for seg selv mens de holder på. Jeg sier at de må hjelpe hverandre. De fortsetter å regne hver for seg.
> (…)
> (stille)
> Elev 2: 6,28 *11 (?)
> (kort stille)
> Meg: Kan vi først gå gjennom formelen, at dere skriver riktig (det virker ikke som elevene har de samme tallene eller ikke er på samme formel). At dere skriver det dere skal.
> Meg: O =…
> Meg: Kan du sjekke (elev 2, som ikke skriver) at det de skriver er riktig.
> Elev 2: Jeg har ikke peiling på hva elev 1 driver meg nå.
> Meg: Da må du spørre han hva han driver med
> Elev 1: Jeg har skrevet ned der derre der…
> Elev 2: Ja, pi *radius^2 ganger… nei pluss pi*radius*side?
> Elev 1: ja..
> Meg: sjekke… stemmer det?
> (snur arket mot meg)
> Meg: Det er ikke jeg som skal sjekke det da, han (elev 2) kan sjekke det
> (stille)
> Elev 2: pluss 2 * 3,14
> Elev 1: ja, du skal ha to… det er sånn vi gjør det der…

Elev 2: Hvor får du totallet fra?
Elev 1: Må ikke ha, MÅ ikke ha to
Elev 2: Hvor får du totallet fra?
Elev 1: Det vet jeg ikke, men vi har pleid å gange det med to (tenker trolig på 2*pi*r ?). Må ikke men..vi har pleid å gange det med to..
Elev 2: Blir det ikke bare 3,14*11*11 + 3,14*11*12
Elev 1: jooo… det kan være 3,14*11*11 + 3,14*11*12…eh!
Meg: Hva tror dere? Vi får vurdere, vi får ta en til sjekk, hva blir… hvis vi skal sjekke hva han (elev 3) har skrevet(?)
Elev 2: Hva?
Meg: Har dere skrevet det samme?
(…)
Meg: Har dere samme regnestykke?
Elev 1: Dette (viser)… altså uten det totallet

I utsnittet ser vi at det oppstår en ekte diskusjon når jeg har fått elevene til å sjekke hverandre, og elev 1 argumenterer for er totall med et argument som ikke holder for elev 2. De sammenligner så med det elev 3 har skrevet og elev ender med å innse at totallet ikke skal være med. Dette er på slutten av samtalen og man kan tenke at elevene har begynt å oppfatte min hensikt med samtalen at de skal bruke hverandre. Jeg avviser også underveis i dette utdraget elev 1s forsøk på å få bekreftelse på tallene rett fra meg når jeg hadde bedt dem om å sjekke seg imellom.

Vi ser at selv om elevene diskuterer er det usikkerhet i argumentasjonene. I store deler av denne samtalen trengte elevene mer støtte i sine argumenter og hadde sjelden motargumenter, men her oppstod det en ekte diskusjon rundt manglende samsvar mellom formel og faktiske nedskrevne tall. Dette er det man ønsker å øve inn for svakere elever for å øke deres evne til å samtale om matematiske problemer og å øke evnen til refleksjon rundt argumenter. Dette kan samlet sees som opplæring i samtaleteknikk, noe som virker å være et viktig fokus i matematikksamtaler med svake elever.