

MASTEROPPGAVE I ANVENDT OG
BEREGNINGSORIENTERT MATEMATIKK

Potensialet for dyp geotermisk energi i Norge:

Modellering av varmetvinning fra konstruerte geotermiske system

Knut-Erland Brun

MATEMATISK INSTITUTT, UNIVERSITETET I BERGEN.



Bergen, 5. oktober 2010

Sammendrag

Dette prosjektet tar for seg to ulike modeller for et konstruert geotermisk system; et lukket enkeltbrønn-system og et åpent, sprekkdominert system. Enkeltbrønn-systemet er modellert eksplisitt, og modellen er også tilpasset to kommersielle system bl.a. Rock Energy sine planer tilknyttet fjernvarme utenfor Oslo. Modellen er undersøkt både i et kort tidsperspektiv (500 dager) og et lengre tidsperspektiv (50 år). Det åpne systemet er forsøkt modellert som et homogent porøst medium, hvor porøsitet og permeabilitet er bestemt ut fra egenskaper ved sprekke. Imidlertid har denne modellen vist seg langt vanskeligere å utforme enn først antatt, med problemer knyttet til stabilisering av de tidsavhengige temperaturligningene. Disse problemene har ikke latt seg løse innenfor tidsrammen til prosjektet.

Resultatene fra enkeltbrønnmodellen viser at for produksjonsrater i størrelsesorden 3-10 kg/s, vil man ved aktuelle geotermiske forhold og injeksjonstemperatur på 40°C, produsere vann med en temperatur ca 40-50°C under reservoartemperatur. Dette tilsvarer termisk effekt på 0.1-0.5 MW. Ved høyere injeksjonstemperatur (60°C) er det mulig å produsere ved temperaturer opp mot 75°C i et lengre tidsperspektiv, men den termiske effekten blir da lavere; 0.1-0.4 MW.

Motivasjon

Hvorfor dyp geotermisk energi i Norge?

Norge er rikt velsignet med fornybare energiresurser; mye nedbør og høye fjell legger til rette for vannkraft, en lang kyst åpner for vindkraft – både til lands og til havs – og bølgekraft. Dype fjorder gir muligheter for tidevannskraft, og Statkraft har nylig ferdigstilt en prototype på saltkraftverk. Årlig investeres det store summer i forskning, utvikling og utbygging på disse områdene. Den eneste fornybare energiresursen vi har dårlige forutsetninger for å utnytte er direkte solenergi, men alle energikilder nevnt hittil baserer seg på indirekte bruk av solenergi – solen er drivkraften bak vær og vind. Men når landet vårt er velegnet for å utnytte solenergien indirekte, hvorfor være opptatt av energi lagret i jordens indre?

- **Teknologi:** Vi har boreteknologi og borekompetanse. Vi er verdensledende på å hente ut olje og gass fra vanskelig tilgjengelige steder – den samme kompetansen kan benyttes til å hente ut varme fra jordens indre.
- **Marked:** Verdens energibehov er sterkt voksende. Det vil være et internasjonalt marked for å produsere energi – både elektrisitet og varme – fra jordskorpen. Her kan Norge være tilstede med sin kompetanse.
- **Varme:** I Norge har vi behov for energi til oppvarming; produsert vann fra geotermiske system er enklere å anvende til oppvarming enn til elektrisitetsproduksjon, noe vi kan dra nytte av her til lands. Andre steder i verden, som gjerne har bedre forhold for utvinning dyp geotermisk energi, er ikke dette et alternativ.
- **Fremtidens energibehov:** Vi vet ikke annet om fremtidens energibehov enn at det vil være stort, og det er ingen grunn til å på lang sikt utelate mulige energikilder, bare fordi alternativene er lettere tilgjengelige. En dag vil vi trolig trenge alle tilgjengelige ressurser.

Hva er dyp geotermisk energi?

Varmestrømmen fra jordens indre er i Norge mindre enn 0.06 W/m^2 gjennomsnittlig – ikke noe særlig å være begeistret for i utgangspunktet. Til sammenligning er den gjennomsnittlige absorberte solenergien i jordens atmosfære og overflate på ca 240 W/m^2 . Når vi snakker om dyp geotermisk energi og konstruerte geotermiske system er derfor det engelske begrepet "heat mining" mer dekkende. Kort forklart handler det om å bore ned i berggrunnen, og hente ut varmen som er lagret der. Noen steder er mer egnet for dette enn andre; der hvor jordskorpen er tynn er gjerne varmestrømmen fra jordens indre stor nok til at man kan hente ut betydelige mengder energi uten å tenke på at det tar slutt. Slike steder, som på Island, er det gjerne også store væskefylte områder i jordskorpen som forenkler arbeidet med å hente ut varmen ytterligere; slike system kalles naturlige geotermiske system. Andre geotermiske reservoarer har ikke den samme varmetilstrømningen fra jordens indre, men har fått høyere temperatur enn omgivelsene på grunn av radioaktivitet i berggrunnen. Ofte vil det heller ikke være naturlig grunnvann tilstede – slike områder kalles "hot dry rock" (HDR). For å finne slike områder må det bores dypt i jordskorpen, alt fra 1 til 10 km, og skal man utvinne varme fra dem må det dannes strømningsveier som det kan sirkulere vann i. Slike system kalles konstruerte geotermiske system (kgs), og herfra er det mulig å hente ut varme i 20-30 år (se f.eks MIT-rapport [21]), før det er nødvendig å flytte seg videre; enten til et område i nærheten, eller ved å bore dypere. Etter omkring 50-100 år vil området være oppvarmet igjen, og energiproduksjonen fra reservoaret kan gjenopptas [21]. Oppvarmingstiden, og antall ganger et slikt reservoar kan gjenoppvarmes, vil imidlertid avhenge av i hvor stor grad det er andre geotermiske "gruver" i nærheten (< 1km) og hvor mye berggrunnen nedkjøles i driftsperioden (avkjølingen avhenger også av lengden på driftsperioden). Omfattende varmeutvinning i et begrenset område vil, naturlig nok, forlenge oppvarmingstiden betraktelig. Det er også mulig å se for seg at reservoaret etter omfattende varmeutvinning vil behøve så lang oppvarmingstid at det i praksis er ubrukelig i overskuelig fremtid. I lengre tidsperspektiv enn noen hundre år vil dermed geotermisk energi ikke nødvendigvis være fornybar, selv om det er mulig å drive bærekraftig varmeutvinning fra konstruerte geotermiske system i et hundreårsperspektiv [16].

Utnyttelse av (dyp) geotermisk energi i dag

Det er vanlig å skille mellom direkte bruk av varmen fra geotermiske system, og elektrisitetsproduksjon fra geotermiske system. På verdensbasis er den installerte kapasiteten henholdsvis 51 GW termisk (direkte bruk) og 11 GW elektrisk, mens den årlige produksjonen er henholdsvis 122 TWh termisk og 67 TWh elektrisk [12, 15]. Siden oppvarmingsbehov varierer med årstiden, utnyttes den installerte elektriske kapasiteten i langt større grad enn den termiske. Forøvrig kommer over halvparten av den produserte termiske effekten fra grunne geotermiske system basert på varmepumper [12].

Mens varmepumper henter varmen fra system opp mot noen hunder meter dype, hentes varmen fra naturlige geotermiske system ofte på større dyp; opp mot et par km. Varmen fra slike system brukes i stor grad til svømmeanlegg/bad og fjernvarme, men også til oppvarming av drivhus og til andre jordbruks-/havbruks- og industriformål [12]. Produksjon fra konstruerte geotermiske system utgjør en forsvinnende liten del av dette; i dag er de aller fleste kgs pilot- og demonstrasjonsanlegg med en kapasitet på 1-5 MW. Imidlertid peker [21] på at det er mulig – forutsatt en solid innsats på forskning, utvikling og demonstrasjonsanlegg de nærmeste årene – å etablere kgs med en samlet effekt på omkring 100 GW elektrisk i USA i løpet de neste 40-50 årene. Nettopp dette er poenget; potensialet for dyp geotermisk energi er stort, men for å utnytte denne ressursen må det legges ned en betydelig innsats i forskning og utvikling, inkludert etablering av flere pilot- og demonstrasjonsanlegg.

Innhold

Innhold	5
1 Innledning	7
1.1 Mål og idé	7
1.2 Usikkerhet	7
2 Konstruerte geotermiske system	9
3 Modelligningene	15
3.1 Fluidmekanikk	15
3.2 Termodynamikk	19
4 Numerisk verktøy: Endelig element-metode	23
4.1 Introduksjon	23
4.2 Endelig element-formulering i rom og tid: Konveksjon og diffusjon	26
4.3 Endelig element-formulering av modelligningene	28
4.4 Stabilisering	29
4.5 Comsol Multiphysics	30
5 Geotermisk gradient: Beregninger og resultater	33
5.1 Modell av øverste fem kilometere av jordskorpen	34
5.2 Parametere til modellen	34
5.3 Resultater	35
5.4 Diskusjon	35
5.5 Tilnærming til datasettet med et andregradspolynom	38
6 Modellene	39
6.1 Enkeltbrønn-modell	39
6.2 Langtidsstudier av enkeltbrønn-systemet	46
6.3 Anvendelse av enkeltbrønnmodellen: To kommersielle eksempler	46
6.4 Porøst medium-modellen: Sprekkdominert fjell	49
6.5 Diskretisering av modellene og konvergensundersøkelser ved gitterforfining	54
6.6 Valg av numerisk løser og feiltoleranse	59
7 Resultater og diskusjon	61
7.1 Enkeltbrønn-modellen (inkludert langtidsstudier)	62
7.2 Anvendelse av enkeltbrønnmodellen	68
8 Avslutning	73
Takk	75

Bibliografi	77
A Forkortelser og begrep	79
B Dokumentasjon	81
B.1 Geotermiske gradienter	81
B.2 Enkeltbrønn-modellen	86
B.3 Porøst medium-modellen	110

Kapittel 1

Innledning

1.1 Mål og idé

Målet med dette masterprosjektet er å simulere væskestrømmen i et geotermisk reservoar for å finne et mål på varme-/energiproduksjonen fra et konstruert geotermisk system (kgs); utgangspunktet for dette er et varmereservoar på fem kilometers dyp. Simuleringene er i all hovedsak utført ved endelig element-metode i programpakken Comsol Multiphysics, og det er brukt geotermiske data (temperaturgradienter) for norske forhold. Hensikten er på ingen måte å gi et kvantitativt svar på hvor stort potensialet for geotermisk energi er i Norge, men snarere å gi en pekepinn på *hva* som er mulig. Studien er utført med tanke på varmeproduksjon (i første rekke fjernvarme), men også elektrisitetsproduksjon er vurdert.

Utgangspunktet for simuleringene er to modeller; en enkeltbrønn-modell og en porøst medium-modell. Enkeltbrønn-modellen er en brønn med et innsatt rør som deler brønnen i et indre og ytre løp. Ved å pumpe vann ned i det ytre løpet og pumpe det opp i det indre kan man relativt enkelt hente opp varmt vann; oppvarmingen skjer da i det ytre løpet. Røret som skiller indre og ytre løp bør ha lav varmeledningsevne slik at varmen i vannet i størst mulig grad blir bevart. Brønnen har en forholdsvis stor diameter ($\sim 0.3\text{m}$), og det er i teorien mulig med flere slike brønner på ett produksjonsanlegg.

Porøst medium-modellen baserer seg på vann som strømmer gjennom sprekker i en stimulert (kunstig oppsprukket) berggrunn. Sprekkene modelleres ikke eksplisitt, men ved hjelp av parametere som porøsitet og permeabilitet. Kontaktflaten mellom vann og berggrunn er forholdsvis stor, det gir god varmeoverføring, men gjennomstrømningshastigheten forholdsvis lav; for å få tilstrekkelige mengder varmt vann kreves en viss størrelse på reservoaret.

1.2 Usikkerhet

Begge modellene er studert for geologien knyttet til to ulike steder som er antatt gunstige for geotermisk energi i Norge: Fredrikstad, nærmere bestemt Iddefjord-området, og Hurdal. Geotermiske data for disse områdene er hentet fra Norges Geologiske Undersøkelse (NGU). Imidlertid er det forholdsvis stor usikkerhet knyttet til tallmaterialet; NGU sine data er i stor grad basert på overflatemålinger og målinger ned til én kilometer for disse områdene. Å ekstrapolere disse dataene videre ned til 5 km dyp gir temperaturer med stor usikkerhet. I disse data-settene er derfor målte/beregnete geotermiske verdier behandlet som parametere, ikke som størrelser med usikkerhet. Den store spredningen i parameter-verdiene gjør at det heller ikke er hensiktsmessig med noen studie av usikkerhetene knyttet til resultatene. Feilkildene det må taes hensyn til er:

1. Tilnærmelser og antagelser i modellene.
2. Numerisk feil.

Ved å benytte endelig element-metode, som er en velkjent og velutprøvd metode, forventer vi at den numeriske feilen er liten sammenlignet med spredning i parameter-verdier. Like fullt er det nødvendig å gjøre studier underveis for å få bekreftet dette. Videre forventer vi også at unøyaktigheter knyttet til

antagelser og tilnærmelser i modellene i stor grad er underordnet spredningen i geotermiske data; dette er beskrevet nærmere for de to ulike modellene i kapittel 6.

Kapittel 2

Konstruerte geotermiske system

Et godt naturlig geotermisk system (også omtalt som hydrotermisk system) består av et grunnvannsreservoar med høy temperatur, porøsitet og permeabilitet. Imidlertid finnes det mange potensielle reservoarer hvor en eller flere av disse faktorene mangler: Man kan ha fjell med høy temperatur, men uten grunnvann (ofte kalt HDR – Hot Dry Rock), og/eller man kan ha lav porøsitet/permeabilitet. Enhver modifisering av naturlig geotermisk reservoar kan betegnes som et konstruert geotermisk system (kgs). MIT-rapporten “The Future of Geothermal Energy” fra 2006 [21] gir følgende beskrivelse av et konstruert geotermisk system (enhanced geothermal system – EGS):

High-grade hydrothermal resources have high average thermal gradients, high rock permeability and porosity, sufficient fluids in place, and an adequate reservoir recharge of fluids – all EGS resources lack at least one of these. For example, reservoir rock may be hot enough but not produce sufficient fluid for viable heat extraction, either because of low formation permeability/connectivity and insufficient reservoir volume, and/or the absence of naturally contained fluids.

I Norge forventer vi varmt, tørt fjell med svært lav porøsitet og permeabilitet. Etablering av kgs vil derfor kreve høy grad av modifisering av fjellet, f.eks ved å indusere sprekker det kan sirkulere vann i.

Hvor kommer varmen fra?

Kilden til varmen i jordens indre er radioaktivitet, hvor energi frigjøres ved desintegrasjon av ustabile atomkjerner (for eksempel Uran-235). Hoveddelen av denne energien er radioaktiv stråling som omdannes til termisk energi i vekselvirkningen med andre atomer og atomkjerner i fjellet. Denne energien blir i stor grad lagret i fjellet, selv om en ikke ubetydelig mengde varme transporteres til overflaten eller til områder med lav varmeproduksjon. Når man skal lete etter områder egnet til kgs, er det derfor naturlig å lete etter områder med høy varmeproduksjon.

På hvilke dyp finner man temperaturer egnet for kgs?

Den geotermiske gradienten for norsk berggrunn ligger på omkring 20°C/km, mest sannsynlig avtagende med økende dybde. For å finne temperaturer egnet til varmeutvinning må man bore til minst 5 kilometers dyp. Desto dypere man borer, desto bedre blir forholdene for varmeutvinning, men det er helt nødvendig å gjøre en avveining mot økonomi. Den nevnte MIT-rapporten [21] gir 10 km som øvre grense for hvor dypt man kan bore med dagens teknologi, men i denne oppgaven antas 5 km som en øvre grense for hva som er realistisk mhp. økonomi. På en annen side; hvis det i fremtiden blir billig (relativt til energipris) å bore til 8-10 kilometers dyp, vil det være mulig å etablere kgs nesten hvor som helst.

Hva kan vi forvente av et kgs i Norge?

MIT-rapporten [21] gir en grundig evaluering av potensialet for dyp geotermisk energi i USA, og hvor mye elektrisk effekt som kan produseres fra kgs. Imidlertid er det ikke alle data derfra som kan overføres

til norske forhold, og denne masteroppgaven tar for seg hvor mye effekt (termisk) som kan produseres fra to ulike, teoretiske kgs i Norge. For å få en *pekepinn* på hva vi kan forvente av produsert energi fra disse systemene, kan følgende estimat benyttes: Vi antar at vi kan hente ut all energien som frigjøres ved å nedkjøle fjellet med ca 30°C i en gitt radius, R , i 2 km av brønnens høyde. Det totale potensialet vil da være gitt ved¹

$$\Delta Q = \rho c V \Delta T,$$

hvor ΔQ angir energien som kan frigjøres, og volumet V er gitt ved $\pi R^2 h$. ρ er massetetthet og c er spesifikk varmekapasitet. Dette uttrykket gir et godt estimat for enkeltbrønnmodellen. For porøst medium-modellen må volumet uttrykt ved $\pi R^2 h$ erstattes med volumet av nedkjølt fjell ved hver sprekk (se kapittel 6 for detaljer rundt modellene). I tillegg er det vanskelig å si noe om radiusen av nedkjølt fjell før vi faktisk har modellert systemet; følgende tabell er satt opp for å definere øvre og nedre skranke for forventet produksjon:

Tabell 2.1:

Pekepinn på hva vi kan forvente av produsert termisk effekt fra et kgs.

Data:			
Tetthet, granitt	2800		kg/m^3
Spes.varmekapasitet, granitt	800		$J/(kgK)$
Radius ytre løp, enkeltbrønn	0.3		m
Høyde på område med varmeutveksling	2000		m
Temperaturfall i fjell:	30		$^{\circ}C$
Enkeltbrønn			
<i>Antakelser:</i>			
Radius, nedkjølt fjell	15	40	m
Potensiale	26.4	188	GWh
Årlig produksjon; 20 år	1.32	9.38	GWh
<i>Produsert effekt:</i>	150	1071	kW
Porøst medium			
<i>Antakelser:</i>			
Antall sprekker	3	10	
Avstand til produksjonsbrønner (radius)	90	90	m
Nedkjølt sone rundt sprekk ("diameter")	15	40	m
Potensiale	21.4	345	GWh
Årlig produksjon; 20 år	1.07	17.2	GWh
<i>Produsert effekt:</i>	122	1967	kW

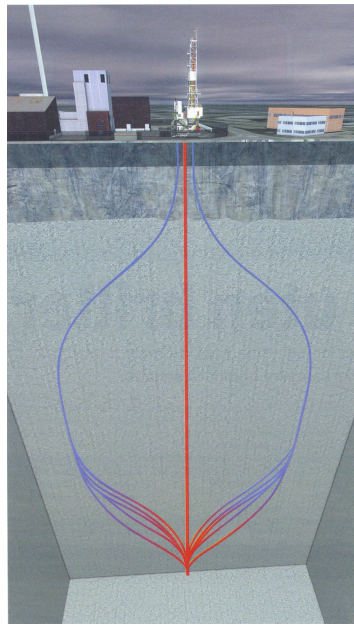
For å illustrere spennet i disse verdiene kan tallene for årlig produksjon sammenlignes med årlig oppvarmingsbehov (romvarme og varmtvann) for en norsk husstand, som er på ca 11 000 kWh. Nedre og øvre skranke for et kgs basert på et sprekkdominert, porøst medium tilsvarer oppvarmingsbehovet i henholdsvis 100 og 1500 husstander.

Et viktig spørsmål er hvor lenge en kan produsere energi fra et kgs. MIT-rapporten [21] oppgir 20-30 år som typisk driftstid for et kgs, etterfulgt av omkring 50-100 års "gjenoppvarmingstid" hvor reservoaret får tilført varme fra omgivelsene. Denne oppvarmingstiden vil imidlertid avhenge av hvor mye fjellet blir nedkjølt i driftsperioden (i [21] er det antatt 10°C nedkjøling, mens det er antatt 30°C).

Anvedelse av geotermisk energi: Basislast i fjernvarmeanlegg

En sannsynlig anvendelsen av geotermisk energi er i fjernvarmeanlegg; elektrisitetsproduksjon krever høy temperatur på produsert vann, noe som trolig vil være vanskelig å oppnå i Norge. Derimot forventer

¹Etter definisjonen av spesifikk varmekapasitet; se for eksempel tillegg A.



Figur 2.1: Utenfor Oslo planlegger Rock Energy i samarbeid med Hafslund fjernvarme et konstruert geotermisk system bestående av ti tynne brønner, hver på 2 km. Brønnene har felles innløp på ca 3km dyp, og møtes i produksjonsbrønnen på 5 km. På figuren er det også tegnet inn en utvidelse av anlegget med ti nye brønner. Illustrasjon hentet fra [22].

vi temperaturer på det produserte vannet som gjør kgs til en egnet basislast i fjernvarmeanlegg, hvor varmtvannet typisk holder en temperatur på rundt 90°C [22].

Det foregår i dag en storstilt utbygging av fjernvarme i Norge, mye på grunn av forbud mot deponering av restavfall i kommunale renholdsverk. Mange steder etableres det interkommunale selskaper som bygger forbrenningsanlegg med tilhørende kraftvarmeverk/fjernvarmeverk. Men også annen spillvarme fra industri, biomasse, gass og varmepumper benyttes i større og større grad til fjernvarme. Varmepumper og spillvarme er også velegnet som basislast, mens gass og biomasse kan benyttes som både basis- og spisslast i fjernvarmeanlegg. Å introdusere varme fra konstruerte geotermiske system i dette markedet stiller dermed krav til lønnsomhet; varme fra kgs må kunne konkurrere med andre varmekilder for fjernvarme².

Kommersielle interesser

I samarbeid med Hafslund Fjernvarme planlegger det norske selskapet Rock Energy et kgs for varmeproduksjon, og prosjektet blir bla. presentert i Teknisk Ukeblad nr 15 2010. Selskapet planlegger å bore 10 tynne brønner med en innbyrdes avstand på 50 m, hver med en lengde på 2 km, som møter produksjonsbrønnen på 5 km dyp – se figur 2.1. Rock Energy forventer en total varmeproduksjon på 5 MW [22]; etter beregningene bak tabell 2.1, betyr dette at de forventer å hente ut energipotensialet tilsvarende ca 30°C nedkjøling i en radius på 20-25 m rundt hver brønn i løpet av en driftsperiode på ca 20 år.

²Det bør her påpekes at det i dag pågår en diskusjon om det bør bygges ut mer fjernvarme i Norge: Nye krav til isolering av bygg etter lavenergistandard og etter hvert passivhusstandard, samt mål om 'energipositive' bygg (bygg som netto produserer energi, f.eks ved påmonterte vindmøller og solcellepanel) kan gjøre fjernvarme overflødig i fremtiden. Imidlertid er det noen viktige spørsmål som må besvares:

1. Hvor langt frem i tid ligger påbud om passivhusstandard og senere krav om energipositive hus?
2. I hvilken grad ønsker norske myndigheter å stimulere til denne typen byggeprosjekter?
3. Vil det komme påbud om etterisolering av eldre bygg i henhold til lavenergi- eller passivhusstandard?

Mye av den nye fjernvarmen erstatter gammel oljefyr i sentralvarmeanlegg i eksisterende bygningsmasse, men mange kommuner opererer også med tilknytningsplikt for nybygg. Innføring av f.eks passivhusstandard for nybygg vil i høyeste grad påvirke potensialet for fjernvarmeanlegg, fordi oppvarmingsbehovet i passivhus gjør fjernvarme ulønnsomt – kostnadene til infrastruktur er (med dagens strømpris) for høye i forhold til energiforbruket. Imidlertid er det rimelig å anta at det fortsatt er potensiale, særlig i det store byene, for å erstatte oljefyrt sentralvarme i eksisterende bygg med fjernvarme, men det er ikke utenkelig at det i fremtiden vil komme pålegg om etterisolering f.eks. i henhold til lavenergistandarden.

Med andre ord: Også markedet for fjernvarme kan være en begrensende faktor for etablering av kgs i Norge.

Miljø og forurensning

MIT-rapporten trekker frem en lang rekke momenter knyttet til miljø og forurensning ved konstruerte geotermiske system ([21], kap. 8). Vi vil her gå inn på de viktigste faktorene.

Grunnvann

Den største miljø-risikoen knyttet til konstruerte geotermiske system er faren for forurensning av grunnvann. Man må nødvendigvis bore seg gjennom lag med grunnvann, og lekkasjer fra anlegget (enten i bore- og stimuleringsperioden eller i driftsperioden) kan finne sted. Særlig boreslam, men også produsert vann inneholder stoffer man ikke ønsker blandet med grunnvann; det produserte vannet vil inneholde diverse vannløselige mineraler og gasser som CO_2 og H_2S , og kan også inneholde arsen. Imidlertid er erfaringene fra etablerte anlegg at risikoen for lekkasje er kontrollerbar. Lekkasjer fra overflateanlegg kan samles opp, mens lekkasjer fra brønn til grunnvann må forebygges ved overvåkning av brønnen både i bore- og driftsperioden, og ved å benytte føringsrør som sikrer en tilstrekkelig barriere mot lekkasjer.

Utslipp til luft

Fra hydrotermiske systemer er det normalt å observere f.eks CO_2 og H_2S løst i det produserte vannet. Disse gassene forbindes med vulkansk aktivitet, som også er varmekilden for mange hydrotermiske system. Det er derfor rimelig å forvente betraktelig lavere innhold av gasser i produsert vann fra kgs, gjerne så lave at de ikke behøver å håndteres på noe vis for å tilfredsstille krav fra myndighetene [21]. Imidlertid kan det påpekes at man i dag har metoder for håndtering av gasser som følger med produsert vann, dette er beskrevet i [21].

Støy

Under boring, stimulering og testing av et kgs vil det observeres støy på 80-130 dBA i utkanten av anlegget [21]. Ved normal drift, derimot, vil ikke støyen være høyere enn for annen industriell aktivitet.

Indusert seismisk aktivitet

Stimulering av berggrunnen for å danne sprekker det kan sirkulere vann i, innebærer indusert seismisk aktivitet. I enkelte tilfeller har slik aktivitet utløst mindre jordskjelv som kan merkes på overflaten. MIT-rapporten [21] påpeker at dette kan forebygges og begrenses gjennom god kjennskap til lokale grunnforhold og kontinuerlig overvåkning av aktiviteten.

Arealforbruk

Overflateanlegget til et kgs behøver ikke mer plass enn konvensjonelt kraftvarmeverk/varmeverk, og et kgs er i så måte svært arealeffektivt sammenlignet med andre fornybare energikilder. I tillegg er det med dagens boreteknologi mulig å bore flere brønner (med stor innbyrdes avstand) fra samme boreårn. Dette reduserer arealbehovet ved utvidelser av anlegget.

Oppsummering: Grunner til å satse på kgs

MIT-rapporten lister opp en rekke grunner til å investere betydelige summer i FoU på kgs i USA de neste årene ([21], side 1-4 – 1-6). Noen av disse er verdt å trekke frem her:

- **Basislast:** Mens mange viktige fornybare energikilder varierer med døgnet (sol) eller med været (vind, bølger), er den produserte energien fra kgs konstant og dermed velegnet som basislast. På den måte utfyller kgs andre former for fornybar energi.
- **Fotavtrykk:** Kgs-anlegg krever lite plass, og er relativt fleksible mhp. plassering. Man unngår dermed store inngrep i miljøet, i motsetning til andre fornybare energikilder. Videre er miljøpåvirkningen minimal, og energien er karbon-nøytral.

- **Teknologiutvikling:** Man har nærmere 30 års erfaring med kgs mange steder i verden, og flere kommersielle anlegg settes nå i drift. Ved ytterligere satsning på FoU samt demonstrasjonsanlegg, vil man redusere utviklingskostnadene for andre prosjekter, og dermed senke terskelen for utbygging av flere kgs-anlegg.

Kapittel 3

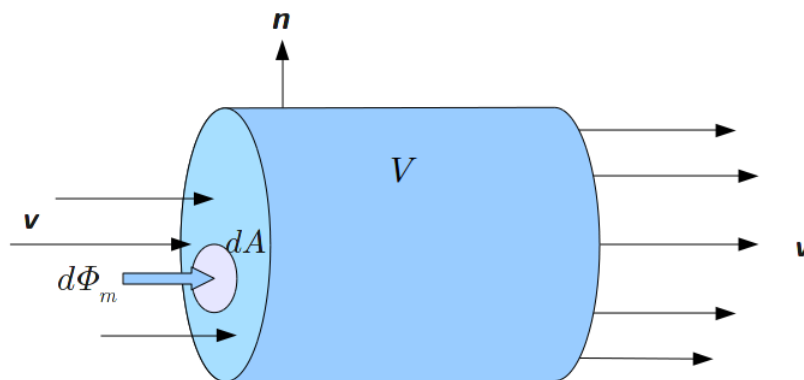
Modellingningene

For å produsere energi fra et geotermisk system, konstruert eller naturlig, må man benytte et fluid som varmebærer – som regel en væske. Både CO₂ og Isobutan (se f.eks [7]) er foreslått som varmebærere i konstruerte geotermiske system, men som regel benyttes vann. I de neste avsnittene utledes kort de matematiske modellene for væskestrøm relevant for geotermiske system, deretter følger den matematiske beskrivelsen av varmetransport i væsker og varmeovergang fra faste stoffer til væsker. God forståelse av disse prosessene er avgjørende for å sette opp modeller for geotermiske system. Teorien er i stor grad hentet fra lærebøkene i generell fysikk [9, 11], og fra kompendiene av Øystein Pettersen og Leif E. Engevik; hhv. [14] og [8].

3.1 Fluidmekanikk

Beskrivelsen av væskebevegelse baserer seg i hovedsak på to prinsipper: Massebevaring og Newtons andre lov. De tre ligningene som danner ligningsettet for væskebevegelse er kontinuitetsligningen, inkompressibel Navier-Stokes (enbrønn-modellen) og Darcys lov (porøst medium-modellen). Vi vil her følge en Eulersk beskrivelse hvor bl.a. hastighet og massetetthet er funksjoner av posisjon i væsken.

3.1.1 Kontinuitetsligningen: Massekonservering



Figur 3.1: Massekonservering: Hvis det ikke eksisterer noen kilder eller sluk i V , vil endringen i masse i V være lik netto massestrøm inn/ut av V .

Vi betrakter væskestrømmen gjennom et vilkårlig volum V i en væske i bevegelse, og ønsker å finne et mål på masseendringen inne i V . V står i ro i forhold til væsken. Ved å betrakte massestrømmen Φ_m over et flatelement dA på overflaten til V kan vi finne et uttrykk for netto massestrøm inn i V :

$$\frac{d\Phi_m}{dA} = -\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n},$$

hvor \mathbf{v} er væskens hastighet relativt til V , \mathbf{n} er ytre normalvektor til V og ρ er væskens massetetthet, definert som masse per volumenhet. Vi antar at massetettheten er homogen, dvs lik i alle punkt. Videre i oppgaven vil ρ omtales som både 'massetetthet' og 'tetthet'.

Ved å integrere over overflaten til V og benytte Gauss' sats kan vi videre skrive

$$\Phi_m = - \oint_A \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA = - \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) dV. \quad (3.1)$$

Her er A overflaten til V . Videre kan masseendringen i V over tid uttrykkes ved

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \int_V \frac{d\rho}{dt} dV. \quad (3.2)$$

Vi legger til grunn at det ikke er noen kilder eller sluk i V og endringen i massen må dermed være lik netto massestrøm; $dm/dt = \Phi_m$. Dette kalles massekonservering. Vi setter (3.1) lik (3.2):

$$\int_V \frac{d\rho}{dt} dV + \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) dV = 0. \quad (3.3)$$

Siden V er et vilkårlig volum og vi antar at integranden er kontinuert i rommet, kan vi skrive

$$\nabla \cdot \rho \mathbf{v} + \frac{d\rho}{dt} = 0. \quad (3.4)$$

Dette er kontinuitetsligningen for en kompressibel væske, og ligningen er et uttrykk for bevaring av masse. For en inkompressibel væske (konstant tetthet) blir $d\rho/dt = 0$, og vi får at

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (3.5)$$

3.1.2 Bevegelsesligning for væskestrøm i et porøst medium: Darcys lov

Et porøst medium består av fast stoff (matrisen) og tomrom (porer) [14]. De fleste materialer vi omgås, med unntak av metaller og endel plaststoffer, vil være porøse; det avgjørende er imidlertid hvor porøse de er. Som mål på porøsitet (ϕ) ser vi på forholdet mellom volumet av det faste stoffet og porer, hhv. V_M og V_P :

$$\phi = \frac{V_P}{V_M}.$$

Henry Darcy presenterte på slutten av 1800-tallet en empirisk relasjon mellom trykk, strømningslengde og strømningshastighet for vannstrøm i et porøst medium:

$$v = \alpha \frac{\Delta p}{h},$$

hvor Δp er trykkfallet over lengden h og α er en proporsjonalitetskonstant. I dag skriver vi Darcys lov mer generelt, hvor bl.a. α er delt i to konstanter; en for væsken (viskositet) og en for mediet:

$$\mathbf{v} = -\frac{K}{\mu} (\nabla p + \rho \mathbf{g}). \quad (3.6)$$

Her er \mathbf{g} tyngdeakselerasjonen, mens K er mediets permeabilitet; gjennomstrømmingsevne. Uttrykket $\frac{K}{\mu}$ betegner det væskefylte porøse mediets hydrauliske ledningsevne. Darcys lov er gyldig for små porer ($\sim 1\text{mm}$) og lave strømningshastigheter ($\lesssim 1\text{m/s}$); vi antar laminær strøm (se avsnitt 3.1.4).

3.1.3 Bevegelsesligning for væskestrøm i rør og kanaler: Navier-Stokes

Newtons andre lov gir oss relasjonen mellom kraft og bevegelse ved

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}. \quad (3.7)$$

Vi skriver massen som $m = \rho V$, og akselerasjonen \mathbf{a} som den totalderiverte av hastigheten; $\mathbf{a} = D\mathbf{v}/Dt$, hvor D/Dt er definert ved $D\mathbf{x}/Dt = d\mathbf{x}/dt + \mathbf{v} \cdot \nabla\mathbf{x}$. Resultantkraften \mathbf{F} deler vi i overflatekrefter og volumkrefter; trykk og tyngdekraft er hhv. overflate- og volumkraft, og i tillegg vil viskøse krefter være tilstede som overflatekrefter. Viskøse krefter har sitt opphav i væskens motstand mot formendring og bevegelse, og kan forstås som indre friksjon. Lite viskøse væsker, som for eksempel vann, renner lett og har lite motstand mot formendring, i motsetning til for eksempel sirup som er en svært viskøs væske. Som mål på motstand mot bevegelse og formendring innføres størrelsen dynamisk viskositet; μ . Viskositeten er en væskeegenskap som er empirisk bestemt, og vi kan finne den i tabeller. Den vil generelt variere med temperaturen.

Vi betrakter igjen et vilkårlig volum V i væsken, og antar at tetthet og kraft er kontinuerlig, men ikke konstant, i rommet. Da kan Newtons andre lov (3.7) skrives som

$$\int_V \rho \mathbf{a} dV = \int_V \rho \mathbf{F} dV + \int_A \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} dA, \quad (3.8)$$

hvor \mathbf{F} og \mathbf{P} er hhv. volumkrefter og overflatekrefter (spenninger). Vi benytter Gauss' sats på det siste leddet, og får at

$$\int_V (\rho \mathbf{a} - \rho \mathbf{F} - \nabla \cdot \mathbf{P}) dV = 0.$$

Vi setter inn at $\mathbf{a} = \frac{D\mathbf{v}}{Dt}$, og siden V er et vilkårlig volum kan vi skrive

$$\rho \left(\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = \nabla \cdot \mathbf{P} + \rho \mathbf{F}. \quad (3.9)$$

Videre ønsker vi å dele overflatekreftene \mathbf{P} i viskøse og ikke-viskøse ledd. For den viskøse overflatekraften antar vi at 1) den er en lineær funksjoner av hastighetsgradientene, 2) væsken har de samme egenskapene i alle retninger, og 3) viskositeten er konstant [8]. Det ikke-viskøse leddet er trykket; p , og fra [8] har vi at

$$\nabla \cdot \mathbf{P} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{4\mu}{3} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}).$$

Antar vi videre at væsken er inkompressibel (lign. (3.5)) faller det siste leddet bort, og innsatt i (3.9) får vi da

$$\rho \left(\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{F}, \quad (3.10)$$

som er Navier-Stokes ligning for inkompressibel væskestrøm. Denne ligningen kan forstås som et uttrykk for bevaring av mekanisk energi.

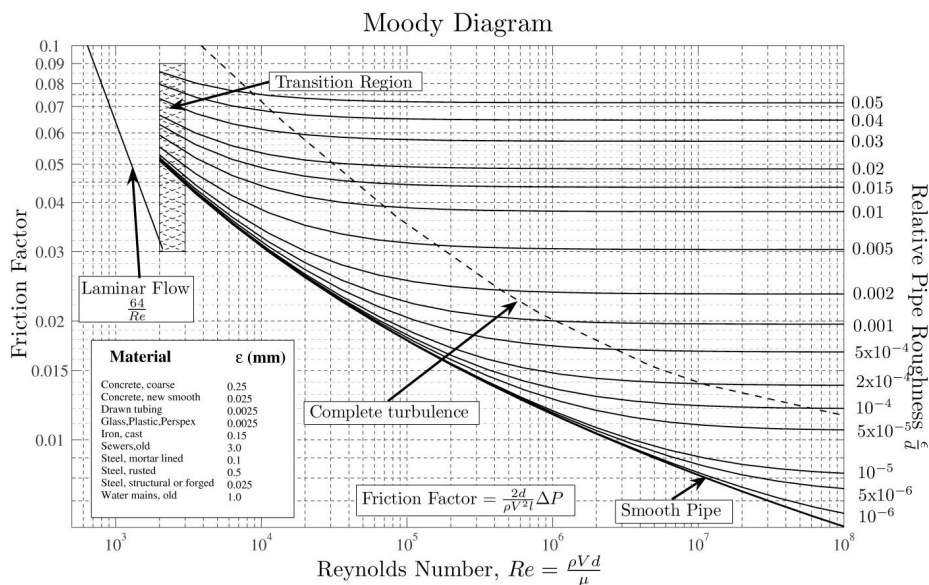
3.1.4 Trykktap på grunn av friksjon

For væskestrøm i rør og andre kanaler vil det være et trykktap på grunn av friksjon mellom væske og kanal. Trykktapet er relatert til bevegelsen i væsken ved uttrykket

$$\Delta p = f \frac{L}{D_h} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \right). \quad (3.11)$$

Her er Δp trykktapet, L er lengden på røret/kanalen, D_h er hydraulisk diameter (se eget avsnitt side 18), ρ er massetettheten og V er væskens midlere hastighet. Friksjonstallet f kan leses av et Moody-diagram (figur 3.2), men for å benytte dette må vi kjenne både kanalens ruhet (ε) og Reynoldstallet, Re , for systemet¹.

¹Det er viktig å merke seg at det er to ulike måter å beregne denne friksjonsfaktoren, med en faktor 4 i forskjell. Her holder vi oss til skrivemåten i figur 3.2



Figur 3.2: Når både Reynoldstallet og relativ ruhet er kjent, kan man finne friksjonsfaktoren ved avlesning i Moody-diagrammet. Figur hentet fra Wikimedia Commons [4].

Reynolds nummer og laminær/turbulent væskestrøm

Væskestrøm i kanaler og rør ved lave hastigheter og høy viskositet vil være laminær; en lagdelt strøm hvor de ulike væskelagene har ulike hastigheter. I kontaktflaten med røret/kanalen vil væskepartiklene stå i ro – dette kalles no-slip-betingelsen. Ved høyere hastigheter og lav viskositet vil væskestrømmen bli turbulent – det vil oppstå virvelstrømmer og hastighetsprofilen som kan observeres ved laminær strøm er ikke lenger gyldig. For å skille mellom laminær og turbulent strøm benyttes Reynolds nummer; en dimensjonsløs størrelse som gir et forhold mellom bevegelsesmengden (momentum) og energidissipasjonen (se avsnitt 3.2.1) ved de viskøse kreftene i væsken (Heat Transfer Handbook, [5], side 8):

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}, \quad (3.12)$$

hvor μ er dynamisk viskositet og D er en karakteristisk lengde for systemet. For de systemene som studeres i dette prosjektet er det naturlig å bruke diameter eller hydraulisk diameter. Reynoldstallet gir et mål på om det er de viskøse kreftene eller væskens bevegelsesenergi som dominerer bevegelsen; ved høye Reynoldstall – over 2000 [5] – er det bevegelsesenergien som dominerer og vi har turbulent strøm.

Hydraulisk diameter for ulike geometrier

Hydraulisk diameter defineres i [5] som $D_h = 4A/O$, der A og O er hhv. areal og omkrets. For enkle rør er denne lik rørets diameter. For parallelle plater, som er tilnærmingen av sprekker, er $D_h = 2a$, der a er åpningen mellom platene [5].

Ved innsetning av aktuelle verdier for massetetthet, viskositet og hydraulisk diameter i (3.12) ($\rho \sim 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\mu \sim [150 - 850] \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $V \leq 1 \text{ m/s}$ og $D_h \sim 0.3 \text{ m}$) ser vi at væskestrømmen for rørsystemene som studeres i dette prosjektet vil være turbulent og ha Reynoldstall i størrelsesorden $10^5 \sim 10^6$.

3.2 Termodynamikk

Varme er transport av energi på grunn av temperaturforskjell. I dagligtale benyttes imidlertid begrepet "varme" som ekvivalent med "høy temperatur", og det er i fysikken vanlig å bruke begrepene varmestrøm og varmeffluks om energitransport på grunn av temperaturforskjell. Videre er temperatur et mål på indre energi, Q ; atomenes/molekylenes bevegelsesenergi mhp. både romlig bevegelse og rotasjon/vibrasjon. I de neste avsnittene presenteres ligningene som beskriver varmetransport i væsker og mellom væske og fast stoff.

3.2.1 Generelle ligninger for varmestrøm og varmeovergang i væsker

Fouriers varmeledningslov uttrykker varmestrømmen Φ som endring i indre energi ved temperaturgradienten:

$$\frac{d\Phi}{dA} = -\kappa \nabla T \cdot \mathbf{n} \Rightarrow \Phi = -\kappa A \nabla T. \quad (3.13)$$

Her er κ materialets varmeledningsevne (termisk konduktivitet), målt i $W/(m \cdot K)$, mens A er arealet varmetransporten går over. Slik varmetransport kalles konduksjon.

I en væske vil det være flere mekanismer for varmeledning enn bare konduksjon. Fordi tettheten til væsker kan variere sterkt med temperatur vil det oppstå strømmer som følge av tetthetsforskjeller. Hvis væsken er i bevegelse på grunn av et ytre påsatt trykk, vil også dette bidra til varmetransport. Videre vil trykkendringer medføre endring i temperatur; og mekanisk energi vil omdannes til indre energi på grunn av friksjon og formendring i væsken (også kalt energidissipasjon). Bevaring av indre energi i tid og rom for en væske kan dermed skrives som ([5], ligning (1.88))

$$\rho c_p \left(\frac{dT}{dt} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + q + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Psi, \quad (3.14)$$

hvor c_p er spesifikk varmekapasitet under konstant trykk, q er varmeproduksjonen i væsken, μ er viskositet, Ψ er energioverføring mellom mekanisk og indre energi og β er et uttrykk for kompressibilitet: $\beta = -\frac{T}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dt p} \right)$. Spesifikk varmekapasitet er definert ved $c_p = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}$, der ΔQ er tilført energi (varme), m er masse og ΔT er målt temperaturendring. Om vi rydder ligningen får vi god oversikt over hva som bidrar til temperaturendring i tid. Vi studerer høyresiden av følgende ligning, ledd for ledd:

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = -\rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla T + \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + q + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Psi.$$

1. Transportleddet $\mathbf{v} \cdot \nabla T$ representerer transport – forflytning – av varme som følge av bevegelse i væsken.
2. Konduksjonsleddet $\nabla \cdot (\kappa \nabla T)$ legger til varmestrømmen i væsken som følge av temperaturforskjell (etter Fouriers varmeledningslov).

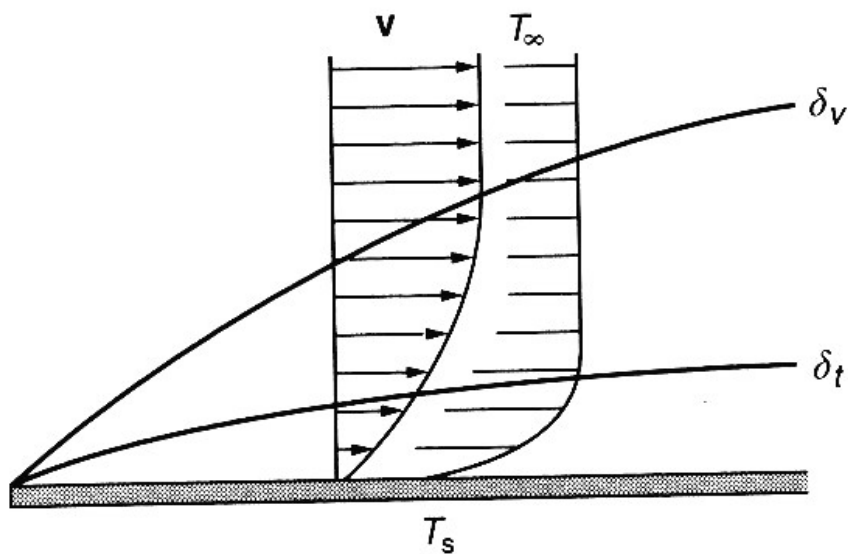
De tre siste leddene representerer ulike kilder/sluk:

3. q representerer en direkte varmekilde/sluk i væsken, f.eks varmeproduksjon i væsken.
4. Tilstandsleddet $\beta T \frac{Dp}{Dt}$ representerer temperaturendring som følge av endring i termodynamisk tilstand².
5. Dissipasjonsleddet $\mu \Psi$ beskriver, som nevnt, overføring mellom mekanisk energi (bevegelse) og indre energi (temperatur) på grunn av friksjon og formendring.

3.2.2 Varmeovergang mellom fast stoff og væske

Når en væske strømmer over en overflate med hastighet v , vil den i umiddelbar nærhet av overflaten stå i ro (no-slip betingelsen for laminær strøm). Figur 3.3 illustrerer grensesjiktet mellom fast stoff og væske, hvor

²For væsker og gasser vil endring i f.eks tykk medføre en endring i volum og/eller temperatur. Denne relasjonen kan beskrives av tilstandsligninger, for eksempel tilstandsligningen for en ideel gass; $pV = nRT$, hvor p er trykk, V er volum og nR beskriver masse.



Figur 3.3: Varmeovergang ved konveksjon, figur hentet fra [9]. T_s er overflatetemperaturen til det faste stoffet, T_∞ og V er henholdsvis temperaturen og hastigheten til væsken. δ_t illustrerer tykkelsen til det termiske grensesjiktet.

hastigheten går fra 0 til v og temperaturen går fra overflatetemperaturen T_s til væsketemperaturen T_∞ . Dette grensesjiktet vil fungere som et isolerende lag og er bestemt av termisk konduktivitet, massetetthet, dynamisk viskositet, hastighet og spesifikk varmekapasitet for væsken, i tillegg til overflatens geometri [9]. Alle disse parameterne slår vi sammen til en varmeovergangskoeffisient, h , som vi benytter i Newtons avkjølingslov:

$$\Phi = hA(T_h - T_l). \quad (3.15)$$

Her er Φ varmekraften ut fra objektet med høy temperatur og A er arealet til overflaten. Indeksene h og l betegner henholdsvis høy og lav temperatur T . I porøst medium-modellen implementeres (3.15) direkte som et kildeledd, mens konveksjon ved Newtons avkjølingslov modelleres eksplisitt som en randbetingelse i enkeltbrønnmodellen.

Varmovergangskoeffisienten, h

Vi betrakter igjen figur 3.3. I det termiske grensesjiktet δ_t tilnærmer vi varmetransporten som konduksjon på grunn av no-slip betingelsen; liten/ingen bevegelse i væsken. Konduksjon over et legeme med endelig tykkelse er lett å beregne, f.eks ved å linearisere (3.13):

$$\Phi = \frac{\kappa}{d}A(T_h - T_l). \quad (3.16)$$

Størrelsen κ/d er et mål på varmemotstanden, og er lik h i Newtons avkjølingslov; ligning (3.15). For vårt tilfelle vil dermed $\kappa = \kappa_f$ og $d = \delta_t$. Tykkelsen δ_t bestemmes ved Nusselts nummer og hydraulisk diameter D ; $\delta_t = \frac{D}{Nu}$. Settes (3.15) og (3.16) lik hverandre, får vi følgende uttrykk for varmeovergangskoeffisienten:

$$h = \frac{\kappa_f}{D/Nu} = Nu \frac{\kappa_f}{D}. \quad (3.17)$$

Nusselts nummer kan med andre ord forstås som en skalering av hydraulisk diameter for å bestemme δ_t . Nummeret er beregnet (empirisk) for mange ulike geometrier og system, og avhenger av både

Prandtl-nummeret og Reynold-nummeret. Prandtl-nummeret, Pr , gir et forhold mellom viskøs og termisk diffusivitet (hhv. μ/ρ_f og $\kappa/\rho_f c_{p,f}$) ved:

$$Pr = \frac{c_{p,f}\mu}{\kappa_f}. \quad (3.18)$$

I Heat Transfer Handbook [5], side 424-425, er det listet en lang rekke uttrykk for Nusselts nummer under ulike betingelser. For rør-systemene i dette prosjektet har vi turbulent strøm ($Re > 2000$), og beregner Nusselts nummer etter ligning (5.80) i [5]:

$$Nu = \frac{(f/8)(Re - 10^3)Pr}{1 + 12.7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3} - 1)}, \quad (3.19)$$

hvor f er friksjonsfaktoren, Re er Reynoldsnummeret og Pr er Prandtlnummeret. Merk at friksjonsfaktoren som benyttes i (3.19) er faktoren som avleses i 3.2, og er $4 \times$ friksjonsfaktoren [5] opererer med.

3.2.3 Enkeltbrønn-modellen: Varmetransport i væsken

I enkeltbrønn-modellen benyttes (3.14) til å modellere temperaturen i både væske og fjell. For væskebevegelsen antar vi inkompressibel væskestrøm, dermed faller tilstandsleddet i (3.14) bort. Videre antar vi at energidissipasjonen er neglisjerbar (f.eks sammenlignet med varmeoverføringen fra fjellet til væsken), og det er ingen direkte varmekilder i væsken; varmeoverføringen fra fjellet implementeres som en grensebetingelse. I fjellet ser vi bort fra varmeproduksjonen q ; den er neglisjerbar sammenlignet med varmeoverføringen til væsken. For enkeltbrønn-modellen skrives temperaturligningen som

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = -\rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla T + \nabla \cdot (\kappa \nabla T), \quad (3.20)$$

hvor $\mathbf{v}=0$ i fjellet medfører at transportleddet kun er tilstede i væsken.

3.2.4 Porøst medium-modellen: Varmetransport og varmeovergang i mediet

Ligning (3.14) kan omskrives til å gjelde for et væskefylt porøst medium hvor det ikke er termisk likevekt (Bejan og Nield, [6], side 31). Vi antar inkompressibel strøm; da faller DP/Dt bort. Videre ser vi bort fra varmeproduksjon, antar at energidissipasjonen er neglisjerbar også for dette systemet, og skriver:

$$(1 - \phi)(\rho c)_s \frac{dT_s}{dt} = (1 - \phi) \nabla \cdot (\kappa_s \nabla T_s) + h^* \cdot (T_f - T_s), \quad (3.21)$$

$$\phi(\rho c_p)_f \frac{dT_f}{dt} + (\rho c_p)_f \mathbf{v} \cdot \nabla T_f = \phi \nabla \cdot (\kappa_f \nabla T_f) + h^* \cdot (T_s - T_f). \quad (3.22)$$

Her viser indeksene s og f til henholdsvis fast stoff og væske, ϕ er porøsitet, ρ er massetetthet og c_p er spesifikk varmekapasitet under konstant trykk. Kilde-leddet q fra (3.14) er erstattet av et varmeovergangsledd mellom væske og fast stoff i henhold til Newtons avkjølingslov (3.15). Varmeovergangskoeffisienten h^* er definert ved $h^* = h\alpha$ hvor α er et mål på arealet hvor varmeutvekslingen foregår [6]. α kalles spesifikt areal, og er definert som totalt overflateareal (sprekkareal) delt på totalt volum.

Kapittel 4

Numerisk verktøy: Endelig element-metode

Ligningene for varmestrøm og varmetransport i væsker er ikke-lineære partielle differensialligninger og har generelt ikke noen kjente analytiske løsninger, med unntak av spesialtilfeller. Det er derfor nødvendig å løse ligningene numerisk, og det er valgt å benytte endelig element-metoden til dette gjennom programpakken Comsol Multiphysics. Fordelene med endelig element-metode kontra endelig differens-metoden, som også kan benyttes på partielle differensialligninger, er bl.a [10]:

- Det er forholdsvis enkelt å behandle kompliserte geometrier, generelle randbetingelser og ikke-lineære/varierende materialegenskaper (representert ved koeffisientene i differensialligningen).
- Et solid teoretisk fundament for metoden sikrer en større pålitelighet.
- Metodens allsidighet og tydelige struktur gjør det mulig å utvikle programpakker for løsning av generelle partielle differensialligninger. Comsol Multiphysics er et slikt verktøy.

I de følgende avsnittene gis en kort introduksjon til endelig element-metode, ligningene Comsol løser og stabiliseringsteknikkene Comsol bruker på ligningene. Teksten er i hovedsak basert på [10] og [2]. Introduksjon til Comsol Multiphysics følger i avsnitt 4.5.

4.1 Introduksjon

4.1.1 Svak formulering av ligningene

Kjernen i endelig element-metoden ligger i den svake formuleringen, eller variasjonsformuleringen, av ligningene, og er én av fordelene mot andre numeriske metoder for å løse differensialligninger. Prinsippet er å multiplisere ligningen med en testfunksjon, for så å integrere over domenet ligningen er definert på (Ω). Som et eksempel studeres følgende differensialligning:

$$\begin{aligned}\Delta u(\mathbf{x}) &= f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \\ u &= 0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma,\end{aligned}\tag{4.1}$$

hvor f er en kontinuerlig funksjon, $\mathbf{x} = (x, y)$, Ω er området u skal løses på og Γ er randen til Ω . Videre introduserer vi et indreprodukt, en bilinear form, et lineært rom og Greens formel:

- **Indreproduktet:** $(v, w) = \int_{\Omega} vw \, d\Omega$
- **Bilinear form:** $a(v, w) = \int_{\Omega} \nabla v \cdot \nabla w \, d\Omega$. Gyldig for reelle funksjoner som er kontinuerlige og begrensede og som har stykkevis kontinuerlige deriverte.
- **Lineært rom:** $V = \{v: v \text{ er en kontinuerlig funksjon på } \Omega, \frac{\partial v}{\partial x} \text{ og } \frac{\partial v}{\partial y} \text{ er stykkevis kontinuerlig og begrenset på } \Omega \text{ og } v=0 \text{ på } \Gamma\}$.
- **Greens formel:** $\int_{\Omega} \nabla a \cdot \nabla b \, d\Omega = \int_{\Gamma} a \frac{\partial b}{\partial \mathbf{n}} \, d\Omega - \int_{\Omega} \Delta b \, d\Omega$, hvor $\frac{\partial b}{\partial \mathbf{n}}$ betegner den normalderiverte: $\frac{\partial b}{\partial \mathbf{n}} = n_1 \frac{\partial b}{\partial x} + n_2 \frac{\partial b}{\partial y}$. $\mathbf{n} = [n_1, n_2]$ er ytre enhetsnormalvektor til randen.

Vi vil nå skrive om (4.1) ved å multiplisere høyre og venstre side med en testfunksjon $v \in V$ og integrere over Ω . Ved å benytte indreproduktet kan dette skrives som:

$$-(\Delta u, v) = (f, v).$$

Venstresiden integreres, og ved å benytte Greens formel får vi:

$$-(\Delta u, v) = - \int_{\Gamma} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} v \, ds + \int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, d\Omega = \int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, d\Omega = a(u, v),$$

og problemet (4.1) kan nå formuleres

$$\text{Finn } u \in V \text{ slik at } a(u, v) = (f, v) \quad \forall v \in V. \quad (4.2)$$

Dette er den svake formuleringen av (4.1).

4.1.2 Diskretisering av modellen og basisfunksjoner

Neste steg er å diskretisere domenet til differensialligningen i et endelig antall elementer, for eksempel ved hjelp av trekanter eller firkanter. Hensikten er å tilnærme funksjonen med et endelig antall verdier; frihetsgrader [2]. Disse verdiene er funksjonsverdien på nodene til diskretiseringen. Ser vi på ligning (4.1) kan vi anta en diskretisering av Ω med n noder. Frihetsgradene kan vi kalle U_i , og de har verdiene $U_i = u(\mathbf{x}_i)$. Vi ønsker å benytte disse frihetsgradene til å danne en kontinuerlig funksjon på Ω ; til det trengs et sett med basisfunksjoner, $\{\varphi_i\}$. Disse kan for eksempel være stykkevis lineære, og vil ta verdien 1 på den i 'te noden og verdien 0 på alle andre. For å tilfredsstillere randbetingelsen må de også være 0 på Γ . Basisfunksjonene spenner ut underrommet V_h av V ; $\{V_h \subset V$ er et lineært rom av dimensjon n med basis $\{\varphi_j\}_{j=1}^n$, og kan være gitt ved [10]:

$$\varphi_j(\mathbf{x}_i) = \begin{cases} 1 & \text{hvis } i = j, \\ 0 & \text{hvis } i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, n, \end{cases}$$

hvor x_j ligger i Ω , men ikke på Γ .

Vi kan nå tilnærme u ved u_h :

$$u_h(\mathbf{x}) = U_1 \varphi_1(\mathbf{x}) + \dots + U_n \varphi_n(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{i=n} U_i \varphi_i(\mathbf{x}), \quad (4.3)$$

og problemet (4.2) kan nå tilnærmes ved

$$\text{Finn } u_h \in V_h \text{ slik at } a(u_h, v) = (v, f) \quad \forall v \in V_h. \quad (4.4)$$

4.1.3 Endelig element-formuleringen

Dersom $u_h \in V_h$ tilfredsstillere (4.4), har vi også at

$$a(u_h, \varphi_i) = (f, \varphi_i), \quad i = 1, \dots, n.$$

Etter (4.3) kan vi skrive dette som

$$\sum_{i=1}^{i=n} [U_i a(\varphi_i, \varphi_j)] = (f, \varphi_j), \quad j = 1, \dots, n, \quad (4.5)$$

som er et lineært system av ligninger med n ligninger og n ukjente [10]. Skriver vi (4.5) på matrisform får vi

$$\mathbf{A} \mathbf{u} = \mathbf{b}, \quad (4.6)$$

hvor \mathbf{A} er en $n \times n$ -matrise med elementer $a_{ij} = a(\varphi_i, \varphi_j)$, \mathbf{u} er en vektor med n elementer; $\mathbf{u} = [U_1, \dots, U_n]$ og \mathbf{b} er vektoren $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)$ hvor $b_i = (f, \varphi_i)$ [10].

4.1.4 Generelle grensebetingelser

Til nå er grensebetingelsen $u = 0$ på Γ diskutert. Imidlertid vil det være nødvendig med andre grensebetingelser for å sette opp gode modeller for et konstruert geotermisk system ut fra modell-ligningene i kapittel 3. For eksempel kan problemet se slik ut:

$$\begin{aligned} -\Delta u(\mathbf{x}) + u &= f(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} &= g, & \mathbf{x} \in \Gamma, \end{aligned} \quad (4.7)$$

hvor $\frac{du}{d\mathbf{n}} = \nabla u \cdot \mathbf{n}$. Grensebetingelsen $\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} = g$, $\mathbf{x} \in \Gamma$, kalles en Neumann-betingelse, i motsetning til $u = 0$, $\mathbf{x} \in \Gamma$ som er en Dirichlet-betingelse.

Videre er det ønskelig å erstatte det lineære rommet V med et Hilbertrom ($H^1(\Omega)$), bl.a. fordi dette tillater skalarprodukt relatert til grenseverdi-problemet [10]. For å introdusere $H^1(\Omega)$ må vi også introdusere $L_2(\Omega)$ [10]:

$$\begin{aligned} L_2(\Omega) &= \{v : v \text{ er definert på } \Omega \text{ og } \int_{\Omega} v^2 dx < \infty\}, \\ H^1(\Omega) &= \{v : v \in L^2, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y} \in L^2\}. \end{aligned}$$

De tilhørende skalarprodukt og normer defineres ved:

$$\begin{aligned} (v, w) &= \int_{\Omega} vw \, dx, \quad \|v\|_{L_2(\Omega)} = \left(\int_{\Omega} v^2 \, dx \right)^{1/2}, \\ (v, w)_{H^1(\Omega)} &= \int_{\Omega} (vw + \nabla v \cdot \nabla w) \, dx, \quad \|v\|_{H^1(\Omega)} = \left(\int_{\Omega} (v^2 + |\nabla v|^2) dx \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Til sist defineres følgende indreprodukt:

$$(v, w)_{\Gamma} = \int_{\Gamma} vw \, ds.$$

Hvis (4.7) multipliseres med en testfunksjon v og integreres over Ω , kan Greens formel benyttes og vi får [10]:

$$\begin{aligned} (f, v) &= \int_{\Omega} (-\Delta u + u)v \, d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, d\Omega - \int_{\Gamma} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} v \, d\Omega + \int_{\Omega} uv \, d\Omega \\ &= (u, v)_{H^1(\Omega)} - (g, v)_{\Gamma} \end{aligned}$$

Nå kan ligning 4.7 gis følgende variasjonsformulering:

$$\text{Finn } u \in H^1(\Omega) \text{ slik at } (u, v)_{H^1(\Omega)} = (f, v) + (g, v)_{\Gamma} \quad \forall v \in H^1(\Omega). \quad (4.8)$$

Vi krever ikke lenger at testfunksjonen v skal være 0 på Γ (i tråd med grensebetingelsen i (4.7)), men at $V_h \subset H^1(\Omega)$. Dermed skriver vi $\{V_h \subset H^1(\Omega) \text{ er et lineært rom av dimensjon } m < n \text{ med basis } \{\varphi_j\}_{j=1}^m\}$, hvor φ er definert som tidligere bortsett fra at den er definert for alle x i Ω og på Γ . Endelig element-formuleringen av (4.7) blir da:

$$\text{Finn } u_h \in V_h \text{ slik at } (u_h, v)_{H^1(\Omega)} = (f, v) + (g, v)_{\Gamma} \quad \forall v \in V_h. \quad (4.9)$$

4.1.5 Feilestimat

En av fordelene med endelig element-metoden er muligheten til å gjøre et feilestimat for modellen selv om den eksakte løsningen ikke er kjent. Vi introduserer nå størrelsen h , som er et mål på den lengste sidekanten i et element i diskretiseringen av domenet.

I [3], side 85, er det vist at

$$\|(u - u_h)\|_{L^2(\Omega)} \leq \|(u - v)\|_{L^2(\Omega)} \quad \forall v \in V_h. \quad (4.10)$$

Ved å nytte et estimat $\tilde{u}_h \in V_h$ for u_h kan 4.10 benyttes til å gjøre et feilestimat for u_h : Hvis vi lar \tilde{u}_h være en funksjon som tar verdien av u på nodene og ellers er lineær på elementene, kan det vises at [3]

$$\|u - u_h\|_{L^2(\Omega)} \leq \|u - \tilde{u}_h\|_{L^2(\Omega)}.$$

Videre kreves det at elementene i diskretiseringen ikke kan være svært lange/høye og tynne, og det kan da vises at

$$\|u - \tilde{u}_h\|_{L^2(\Omega)} \leq Ch|u|_{H^2(\Omega)}, \quad (4.11)$$

hvor C er en positiv konstant uavhengig av h . Vi overlater definisjonen av H^2 -normen til [10]. Videre ser vi at $\|u - u_h\|_{L^2(\Omega)}$ går mot null når h går mot null, gitt at diskretiseringen ikke inneholder lange, tynne elementer og at $|u|_{H^2(\Omega)}$ er begrenset.

4.2 Endelig element-formulering i rom og tid: Konveksjon og diffusjon

Ligningen som er presentert innledningsvis er en forholdsvis enkel ligning sammenlignet med modell-ligningene. I de følgende avsnittene presenteres derfor en endelig element-formulering av ligningen for konveksjon og diffusjon, som er den overordnede ligningen for modell-ligningene. Deretter følger en presentasjon av den svake formuleringen av modell-ligningene, basert på konveksjons-diffusjonsligningen. Sist i kapitlet følger en kort beskrivelse av stabiliseringsteknikkene som er anvendt på modell-ligningen.

Et generelt konveksjons- og diffusjonsproblem kan formuleres

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla u - \nabla \cdot (\kappa \nabla u) + \sigma u &= q, & u &\in \Omega \times J, \\ u &= 0, & u &\in \Gamma \times J, \\ u(\mathbf{x}, 0) &= u^0, \end{aligned} \quad (4.12)$$

hvor u for eksempel er konsentrasjon av et stoff eller temperatur i en væske, \mathbf{v} er væskens hastighet, κ er en diffusjonskonstant (f.eks varmeledningsevne), σ er produksjon og q representerer en kilde. J er tidsintervallet for løsning av ligningen, f.eks $J = (0, T)$, $T > 0$.

4.2.1 Semidiskretisering; diskretisering i rom

Ligning 4.12 er forholdsvis komplisert, og arbeidet med å gjøre en endelig element-formulering forenkles om vi først studerer den stasjonære delen av ligningen. Fordi (4.12) er 0 på randen, benytter vi rommet $V = H_0^1(\Omega)$, som er definert ved $H_0^1(\Omega) = \{v \in H^1(\Omega), v|_{\Gamma} = 0\}$ for testfunksjonen v [10]. Ved å multiplisere (4.12) med testfunksjonen og integrere over Ω , kan variasjonsformuleringen av ligning 4.12 nå skrives:

$$\begin{aligned} &\text{Finn } u(t) \in V, \quad t \in J, \text{ slik at} \\ (\dot{u}, v) + (\mathbf{v} \cdot \nabla u, v) + a(u, v) + (\sigma u, v) &= (q, v) \quad \forall v \in V, \quad t \in J, \\ u(\mathbf{x}, 0) &= u_0(\mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \end{aligned} \quad (4.13)$$

hvor $\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t}$, og $a(u, v)$ nå er definert ved

$$a(u, v) = \int_{\Omega} \kappa \nabla u \cdot \nabla v \, d\Omega.$$

Videre lar vi $V_h \subset V$ med basis $\{\varphi_1, \dots, \varphi_n\}$, og vi kan skrive endelig element-formuleringen av (4.12):

$$\begin{aligned} &\text{Finn } u_h(t) \in V_h, t \in J, \text{ slik at} \\ &(\dot{u}_h, v) + (\mathbf{v} \cdot \nabla u_h, v) + a(u_h, v) + (\sigma u_h, v) = (q, v) \quad \forall v \in V_h, t \in J, \\ &(u_h(\mathbf{x}, 0), v) = (u^0(\mathbf{x}), v) \quad \forall v \in V_h, \mathbf{x} \in \Omega \end{aligned} \quad (4.14)$$

Som i forrige avsnitt er u_h en tilnærming til u ved (likning 4.3)

$$u_h(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^n U_i(t) \varphi_i(\mathbf{x}).$$

Vi kan nå skrive (4.14) på matriseform:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial t} + \mathbf{C} \mathbf{u}(t) + \mathbf{A} \mathbf{u}(t) + \sigma \mathbf{B} \mathbf{u}(t) &= \mathbf{q}(t), \\ \mathbf{B} \mathbf{u}(0) &= \mathbf{u}^0, \end{aligned} \quad (4.15)$$

hvor

\mathbf{A} er en $n \times n$ -matrise med elementer $a_{ij} = a(\varphi_i, \varphi_j)$,

\mathbf{B} er en $n \times n$ -matrise med elementer $b_{ij} = (\varphi_i, \varphi_j)$,

\mathbf{C} er en $n \times n$ -matrise med elementer $c_{ij} = (\mathbf{v} \cdot \nabla \varphi_j, \varphi_i)$,

\mathbf{u} er en vektor med elementer U_i ,

\mathbf{q} er en vektor med elementer $q_i = (q, \varphi_i)$, og

σ antas å være konstant (som er tilfellet for modell-ligningene).

Vi kan nå se på tidsdiskretiseringen av systemet.

4.2.2 Fullstendig diskretisering i rom og tid: Baklengs Euler

Det finnes flere ulike måter å diskretisere ligningen i tid, for eksempel ved endelig differens-formulering eller en endelig element-formulering. Comsol benytter i utgangspunktet en metode kalt IDA basert på baklengs Euler ([2]), men gir også brukeren mulighet til å velge generalisert- α som tidsløser (se [2] for detaljer). Begge disse metodene er basert på endelige differanser i tid, og de er implisitte; det innebærer at et system av ligninger må løses for hvert tidssteg. Det er IDA¹ som er benyttet for å løse de tidsavhengige modell-ligningene, og i det følgende avsnittet gis det derfor en kort presentasjon av baklengs Euler. Eksempler på andre metoder basert på endelige differanser er Crank-Nickelson og forlengs Euler, mens diskontinuerlig Galerkin er eksempel på en metode som kan utledes fra endelig element-formulering i tid.

For baklengs Euler tilnærmes den tidsderiverte av u_h ved $(u_h^N - u_h^{N-1})/\Delta t_N$, hvor tidssteget er gitt ved $\Delta t^N = t^N - t^{N-1}$ for $J = \{0 = t^1 < \dots < t^N = T\}$. Skriver vi

$$u_h^N = \sum_{i=1}^n U_i(t = t^N) \varphi_i(\mathbf{x}),$$

får vi følgende diskretisering av 4.12 i rom og tid:

$$\begin{aligned} &\text{Finn } u_h^N \in V_h, t \in J, \text{ slik at} \\ &\left(\frac{u_h^N - u_h^{N-1}}{\Delta t^N}, v \right) + (\mathbf{v} \cdot \nabla u_h^N, v) + a(u_h^N, v) + (\sigma u_h^N, v) = (q, v) \quad \forall v \in V_h, t \in J, \\ &(u_h^0(\mathbf{x}), v) = (u^0(\mathbf{x}), v) \quad \forall v \in V_h, \mathbf{x} \in \Omega. \end{aligned} \quad (4.16)$$

¹Comsol multiphysics Reference Guide, [2], refererer på side 537 til følgende artikkel for flere detaljer om IDA: A.C. Hindmarsh, P.N. Brown, K.E. Grant, S.L. Lee, R. Serban, D.E. Shumaker, and C.S. Woodward, "SUNDIALS: Suite of Nonlinear and Differential/Algebraic Equation Solvers", *ACM T. Math. Software*, vol. 31, p. 363, 2005.

På matriseform blir dette:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^N(\mathbf{B} + \mathbf{C}\Delta t^N - \mathbf{A}\Delta t^N + \sigma\mathbf{B}\Delta t^N) &= \mathbf{q}^N \Delta t^N + \mathbf{B}\mathbf{u}^{N-1}, \\ \mathbf{B}\mathbf{u}(0) &= \mathbf{u}^0. \end{aligned} \quad (4.17)$$

4.3 Endelig element-formulering av modelligningene

Mens ligning 4.16 kun uttrykker en generell konveksjons- og diffusjonsligning, er vi interessert modelligningene for væskestrøm og varmetransport slik Comsol løser dem; altså på svak form. Riktig nok gjør Comsol omformuleringen til svak form automatisk, men det er like vel på sin plass å omskrive 4.16 til å gi en svak formulering av ligningene fra avsnitt 3.1 og 3.2.

Som utgangspunkt velges ligningen for varmetransport ved konveksjon og konduksjon; ligningene for væskestrøm er forenklinger av denne og blir illustrert sist i avsnittet. Imidlertid er det nødvendig å først presentere basisfunksjonene som er benyttet i modellene:

4.3.1 Basisfunksjoner

Hittil er det benyttet lineære basisfunksjoner i formuleringen. I modellene er det derimot også benyttet kvadratiske basisfunksjoner (kvadratiske Lagrange-polynomer er standardvalget av basisfunksjoner i Comsol), både på rektangulære og trekantede gitter-elementer. Her følger en kort beskrivelse av kvadratiske basisfunksjoner, definert lokalt på et element. Koordinatene til nodene nummereres fra 0 til 2 på



Figur 4.1: Figuren viser hvordan nodene plasseres når diskretiseringen gjøres med hhv. rektangulære og trekantede gitter-elementer for kvadratiske basisfunksjoner. Illustrasjonen er hentet fra [10].

hvert element; dvs vi har (x^i, y^j) for $i, j = 0 \dots 2$. For det kvadratiske elementet skriver vi

$$\varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i,j=0}^2 a_{ij}(x^i - x)(y^j - y),$$

hvor \mathbf{x} er på elementet og a_{ij} er definert slik at $\varphi(\mathbf{x}) \in [0, 1]$. På samme måte kan basisfunksjonene for trekantede elementer skrives

$$\varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i+j=0}^2 a_{ij}(x^i - x)(y^j - y),$$

hvor vi fortsatt har at \mathbf{x} er på elementet og a_{ij} er definert slik at $\varphi(\mathbf{x}) \in [0, 1]$.

4.3.2 Konveksjon og konduksjon

Ligningene for varmetransport i fast stoff, væske og porøst medium kan alle beskrives ved (3.22) fra kapittel 3.2:

$$\phi \rho c_p \frac{dT}{dt} + \rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla T = \phi \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + \phi q + h^* \cdot (T_s - T). \quad (4.18)$$

Alle de andre temperaturligningene fra avsnitt 3.2 kan beskrives ved å endre koeffisientene på denne ligningen, og presentasjonene av variasjonsformuleringen for disse ligningene er derfor begrenset til dette eksempelet. Videre er det antatt den åpne Neumann-grensebetingelsen $\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} = 0$, $\mathbf{x} \in \Gamma$ for temperaturligningene, som ikke gir noe bidrag i endelig element-formuleringen. Vi benytter notasjonen innført så langt

i kapitlet og skriver nå:

$$\begin{aligned} & \text{Finn } T_h^N \in V_h, t \in J, \text{ slik at} \\ & (\phi \rho c_p \frac{T_h^N - T_h^{N-1}}{\Delta t^N}, v) + (\rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla T_h^N, v) + a(\phi T_h^N, v) + (h^* T_h^N, v) = (\phi q + h^* T_s, v) \quad \forall v \in V_h, t \in J, \\ & (T_h^0(\mathbf{x}), v) = (T^0(\mathbf{x}), v) \quad \forall v \in V_h, \mathbf{x} \in \Omega, \end{aligned} \tag{4.19}$$

hvor T_h er definert på samme vis som (4.3).

4.3.3 Navier-Stokes

Skriver vi (4.12) ytterligere om, kan vi skrive den inkompressible Navier-Stokes-ligningen slik den er beskrevet i kapittel 3.1:

$$\rho \left(\frac{d\mathbf{u}}{dt} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{F}, \tag{4.20}$$

hvor κ i (4.12) nå er byttet ut med μ . Randbetingelsene til ligningen er alle av Dirichlet-type, og bidrar ikke til endelig element-formuleringen:

$$\begin{aligned} & \text{Finn } u_h^N \in V_h, t \in J, \text{ slik at} \\ & \left(\rho \frac{\mathbf{u}_h^N - \mathbf{u}_h^{N-1}}{\Delta t^N} + \rho \mathbf{u}_h^N \cdot \nabla \mathbf{u}_h^N, v \right) + a(\mathbf{u}_h^N, v) = (\rho \mathbf{F} - \nabla p, v) \quad \forall v \in V_h, t \in J, \\ & (\mathbf{u}_h^0(\mathbf{x}), v) = (\mathbf{u}^0(\mathbf{x}), v) \quad \forall v \in V_h, \mathbf{x} \in \Omega, \end{aligned} \tag{4.21}$$

hvor \mathbf{u} er vækehastigheten og v er testfunksjonen. Merk at κ i den bilineære formen $a(v, w)$ her er byttet ut med μ .

4.3.4 Darcy

Når vi ber Comsol om å løse Darcy-ligningen, velger vi å først ta divergensen av ligningen og benytte kontinuitetsligningen for inkompressibel væskestrøm: $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$. Ligning (3.6) fra kapittel 3.1 kan nå skrives som en ren trykklingning:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= \nabla \cdot \left(-\frac{K}{\mu} (\nabla p + \rho \mathbf{g}) \right) \\ &\Downarrow \\ 0 &= \nabla \cdot \left(\frac{K}{\mu} \nabla p \right) \end{aligned} \tag{4.22}$$

Ligningen er tidsuavhengig, men vi må ta hensyn til Neumann-type randbetingelser; $\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = g$, $\mathbf{x} \in \Gamma$. Endelig element-formuleringen blir en forenkling av tilsvarende formulering for (4.7):

$$\text{Finn } p_h \in V_h \text{ slik at } a(p_h, v) = (g, v)_\Gamma \quad \forall v \in V_h. \tag{4.23}$$

hvor κ i den bilineære formen $a(v, w)$ nå er byttet ut med $\frac{K}{\mu}$.

4.4 Stabilisering

Dersom konveksjons- og konduksjonsligningen slik den er presentert over implementeres i en endelig elementmetode-løser, vil det oppstå ustabiliteter i både porøst medium-modellen og i enkeltbrønnmodellen; oscillasjoner knyttet til diskontinuiteter i modellen, f.eks på rendene, vil observeres. Disse diskontinuitetene er tilstede både i modellen og i den eksakte løsningen, for eksempel som temperaturforskjell mellom væske i brønn og fast stoff i enkeltbrønnmodellen. For å unngå oscillasjoner vil det være nødvendig å holde både diskretiseringsstørrelsen h og tidssteget Δt under en kritisk størrelse. Denne størrelsen vil være avhengig av ulike parametere, for eksempel κ og karakteristisk lengde for modellen. Imidlertid kan dette bli svært krevende for store modeller; alternativet er derfor å legge på ulike stabiliseringsteknikker som muliggjør større h og Δt .

4.4.1 Porøst medium-modellen: Isotrop diffusjon

Den aller enkleste formen for stabilisering er isotrop diffusjon (også kalt kunstig diffusjon). Metoden går ut på å legge til kunstig diffusjon i ligningen og har bl.a. den fordelen at man eliminerer fenomener som best kan beskrives som negativ diffusjon fordi man sikrer at det til enhver tid er (positiv) diffusjon i systemet (det er selvfølgelig ønskelig fordi negativ diffusjon er ikke-fysisk). Ulempen med metoden er at man introduserer større diffusjon i hele domenet, og løsningen ”smøres ut” nær diskontinuiteter. Dette kan være kritisk fordi den drivende kraften i systemet gjerne er gradienten til konsentrasjonen/temperaturen. For porøst medium-modellen er det heldigvis mulig å omgå konsekvensene av at løsningen smøres ut nær diskontinuiteter – dét beskrives nærmere i kapittel 6.

Den kunstige diffusjonskonstanten som legges til ligningen skrives $\kappa_{id} = \delta_{id}|\boldsymbol{\beta}|$, hvor δ_{id} er en justeringsparameter som bl.a. avhenger av h og κ , og $\boldsymbol{\beta}$ er vektoren som multipliseres med divergensleddet i ligning 4.18; dvs $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}$. Diffusjonsleddet i (4.18) skrives nå:

$$\nabla \cdot ((\kappa + \kappa_{id})\nabla T),$$

og denne modifiseringen av ligning 4.18 er implementert direkte i comsol.

4.4.2 Strømlinjediffusjon og tverrstrømsdiffusjon

For enkeltbrønnmodellen er to av Comsol sine innebygde stabiliseringsalgoritmer som er benyttet; en variant av strømlinjediffusjon kalt Galerkin Least-Squares (GLS) og tverrstrømsdiffusjon². GLS er en avansert versjon av Streamline Upwind Petrov-Galerkin (SUPG) [1]. Både GLS og SUPG er mer avanserte enn det er hensiktsmessig å utlede her, og i det følgende er det derfor valgt å skissere prinsippet for strømlinjediffusjon. For detaljer kan det for eksempel vises til [10].

Idéen er å legge til et diffusjonsledd som kun virker langs strømlinjene til hastighetsfeltet. Dette gjøres ved å derivere løsningsvariabelen to ganger i samme retning som hastighetsvektoren; $T_{vv} = \mathbf{v} \cdot \nabla (\mathbf{v} \cdot \nabla T)$. Deretter skaleres uttrykket med justeringsparameteren δ_{sd} , som bl.a. avhenger av h og κ , og det kunstige diffusjonsleddet skrives $\delta_{sd}T_{vv}$. Diffusjonsleddet i 4.18 må nå skrives:

$$\nabla \cdot (\kappa \nabla T) + \delta_{sd}T_{vv}.$$

Imidlertid kan strømlinjediffusjon gjøres bedre ved å utvide testfunksjonen v til $v + \delta v_v$, $v \in V_h$ (hvor indeksen v fortsatt viser til den deriverte mhp. hastighet), i stedet for å legge til et nytt diffusjonsledd. Ved å modifisere δ og $v + \delta v_v$ ytterligere (se f. eks kommentarene 9.5-9.7 på side 186-187 i [10]) nærmer man seg da den strømlinjemetoden Comsol benytter.

Tverrstrømsdiffusjon er betegnelsen på teknikker som har til hensikt å dempe numeriske oscillasjoner som kan oppstå ved skarpe gradienter og GLS/SUPG ikke klarer å dempe. Imidlertid er disse teknikkene, og ikke minst implementeringen i Comsol, dårlig dokumentert i [1]³. Heller ikke Johnson [10] nevner tverrstrømsdiffusjon. Detaljer knyttet til disse teknikkene overlates dermed til annen litteratur, og vies ikke mer oppmerksomhet her.

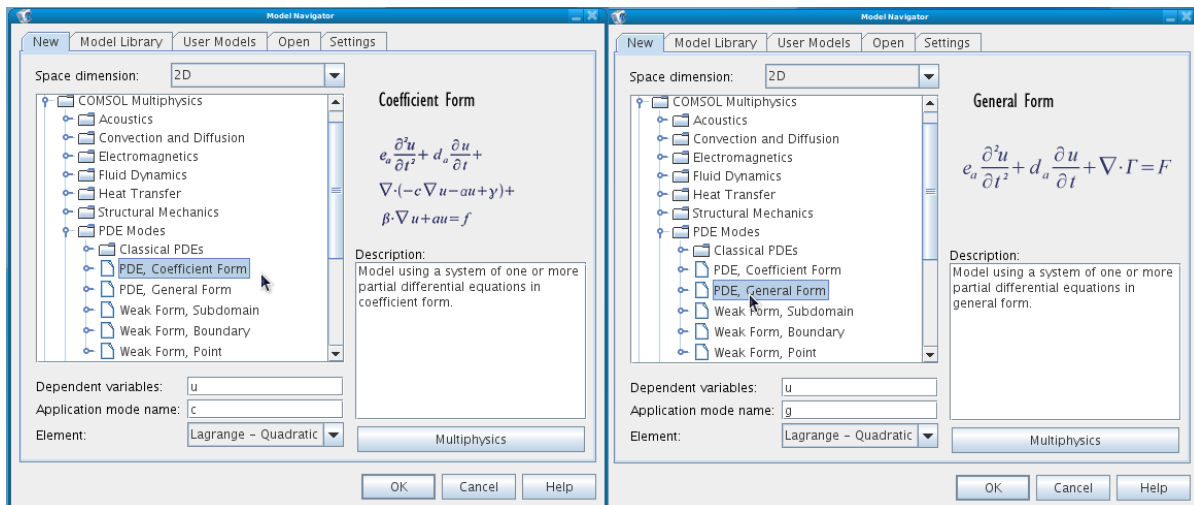
4.5 Comsol Multiphysics

Comsol Multiphysics er et multifysikk-verktøy basert på endelig element-metode, og springer ut fra Femlab som ble utviklet som en plug-in for Matlab. Programmet er designet for å arbeide med Matlab, og ved å opprette kobling mellom Comsol og Matlab kan Comsol f.eks kjøre Matlab-funksjoner – både brukerdefinerte og Matlabs egne funksjoner. Comsol er videre et GUI-verktøy, og har en enkel tegne-modul innebygget. Brukeren kan enten importere CAD-filer, eller selv tegne geometrien for det aktuelle problemet i Comsol.

²Når man arbeider i Navier-Stokes-modulen i Comsol, er strømlinje- og tverrstrømsdiffusjon aktivert som standard, mens isotrop diffusjon er deaktivert.

³I [1] vises det til følgende artikkel for detaljer om tverrstrømsdiffusjon: V. John and P. Knobloch, ”On spurious oscillations at layers diminishing (SOLD) methods for convection-diffusion equations: Part I – a review”, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 196, pp. 2197-2215, 2007.

4.5.1 Moduler i Comsol Multiphysics



Figur 4.2: Comsols Model Navigator: PDE-modul; henholdsvis koeffisientform og divergensform

Comsol Multiphysics har flere moduler for ulike typer problemstillinger; varmeledning, statikk, elektrisitet med mer. Alle disse modulene bygger på samme partielle differensialligning, men er tilpasset de ulike fagfeltene mhp. koeffisienter, aktive ledd i ligningen, randbetingelser osv. Det er også en egen modul for partielle differensialligninger, hvor man enten kan skrive ligningen på divergensform (General Form), eller koeffisientform. Se figur 4.2. På divergensform angir man divergensleddet, denne formen er svært generell og anbefales til f.eks. ikke-lineære ligninger [1]. På koeffisientform angir man eksplisitte verdier for koeffisientene. Man kan også velge å skrive ligningen på svak form.

Når man oppretter en ny modell og velger hvilken modul man skal arbeide i, kan man også velge hvilke polynomer som benyttes som basisfunksjoner. Standard er Lagrange av 2. orden, men man kan også velge Lagrange fra 1. til og med 5. orden, Hermittisk fra 3. tom. 5., eller Argyris av 5. orden.

4.5.2 Område-, rand- og initialbetingelser

Når man har definert et domene og tilhørende ligning(er) i Comsol, kan man 1) spesifisere ligningen og løsningsvariabelens initialverdi på området, og 2) spesifisere randbetingelsene:

1. Enten man arbeider i PDE-modulene eller en annen modul må man angi størrelsen på koeffisientene i differensialligningen. Dette kan man bl.a. gjøre ved å laste verdier fra materialbiblioteket (se neste avsnitt). Som koeffisienter kan man også benytte løsningsvariabler fra andre ligninger; for eksempel kan hastighetsfeltet for væskestrøm kobles mot divergensleddet i ligningen for varmestrøm (se ligning 3.14).
2. På samme måte som man angir koeffisienter angir man også randbetingelser, rand for rand. Arbeider man i en forhåndsdefinert modul (f.eks. inkompressibel Navier-Stokes), kan man velge mellom ulike randbetingelser tilpasset modulen (f.eks. "no-slip", eller "moving wall") og angi verdien (f.eks. hastigheten til en bevegelig vegg).

Både områder og render kan organiseres i grupper, slik at man lett kan tilordne samme verdi på flere områder/render.

4.5.3 Konstanter, funksjoner og materialelegenskaper

Comsol har noen få konstanter innebygget, som π (pi) og e (exp()), mens andre konstanter som er nødvendige for å gjøre ligningene mer håndterlige må brukeren selv definere, med unntak av material-

egenskaper: Comsol har et innebygget materialbibliotek hvor en kan hente nødvendige verdier for ulike materialer. For eksempel kan man finne spesifikk varmekapasitet og termisk konduktivitet for vann ved å laste inn dette materialet fra biblioteket. Slike materialegenskaper er ofte temperaturavhengige, noe Comsol har ivaretatt ved å la disse egenskapene være funksjoner av temperaturen. Man kan man også definere egne funksjoner i Comsol sin funksjonsmeny – hvor man bl.a. kan sette opp tabeller for interpolasjonsfunksjoner.

4.5.4 Diskretisering og ligningsløser

Comsol kan gjøre diskretiseringen av modellen (“triangulering”/“gittring”) automatisk, og man kan velge mellom 7 ulike nivåer fra grovt til fint grid. Videre kan man enkelt selv forfine utvalgte områder, og man kan be løseren om å adaptivt forfine underveis inntil en gitt toleranse er nådd. Comsol benytter ulike trekantede og rektangulære grid, etter brukerens valg. Når modellen skal kjøres, kan man velge mellom stasjonær, tidsavhengig eller egenverdi-løser. Uavhengig av dette kan man selv velge hvilken lineær løser Comsol skal benytte (f.eks UMFPACK, SPOOLES, PARDISO) for den lineære delen av problemet. For stasjonære modeller kan man også velge en parametrisk løser, som løser modellen for alle verdier av parameterne brukeren definerer. Om man har flere ligninger i samme modell, kan man også velge hvilken/hvilke ligninger som skal løses i en kjøring. Underveis i kjøringen vil Comsol også vurdere kvaliteten på løsningen og eventuelt bytte til en tyngre løser om nødvendig.

Når det kommer til tidsdiskretisering har man mulighet til å benytte to ulike metoder i Comsol. Den ene er – som nevnt tidligere – en metode kalt IDA; basert på baklengs Euler. En av fordelene med baklengs Euler er metodens stabilitet og robusthet, men en begrensende faktor er at metoden er en endelig differens-metode og dermed har faste lengder på tidsstegene. Dette forbedres i IDA, som kjører baklengs Euler med variabel steglengde; f.eks kan et uttrykk av typen $\|U^N - U^{N-1}\| < \frac{\delta_t}{C}$ undersøkes⁴. Dette uttrykket tilnærmer en begrensning av den tids-deriverte; δ_t er en definert toleranse og C er en problem-avhengig konstant. Avhengig av i hvilken grad kravet i uttrykket oppfylles, kan steglengden holdes konstant, halveres eller dobles. Dette er en fordel for modellene for varmetransport; etter en tid vil varmestrømmen være semi-stasjonær ($\frac{d\Phi}{dt} \sim 0$) og modellen er dermed stabil selv for svært lange tidssteg, noe som altså fanges opp av IDA. Siden IDA er en implisitt metode, benyttes en Newton-løser for systemet av ligninger som må løses for hvert tids-steg. Denne Newton-løseren benytter den valgte lineære løseren for det lineære systemet som må løses [2]. Den andre metoden Comsol tilbyr for tidsdiskretisering kalles Generalized- α , og er også en implisitt metode.

4.5.5 Visualisering og postprosessering

Når det kommer til visualisering og postprosessering av resultatene har man en rekke muligheter i Comsol. Man kan enkelt hente ut ulike typer plot:

- Overflate
- Snitt
- Iso-flater
- Konturer
- Strømlinjer
- Spor

Videre kan man også velge hvilke variabler som skal visualiseres, og man kan også visualisere deres gradient(er), (partielle) deriverte, dobbelderiverte med mer. Det som er benyttet i dette prosjektet er visualisering av, og/eller integrering over, linjer, render og punkter (over tid).

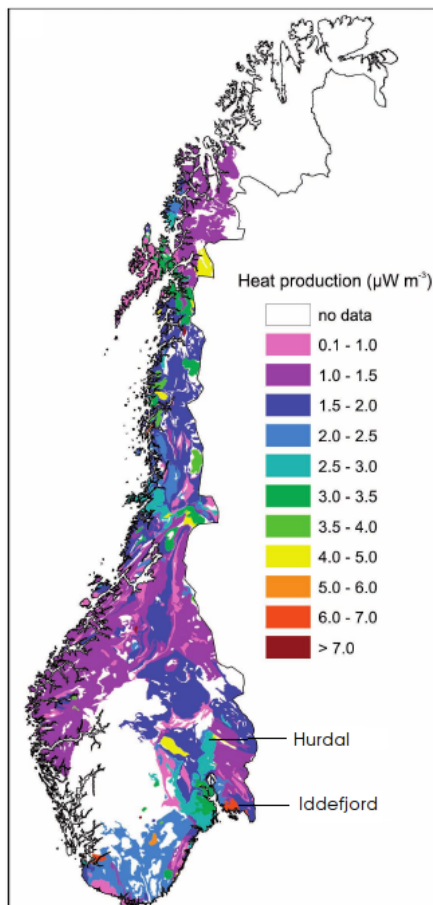
⁴Uttrykket som brukes her er et eksempel, ikke en forklaring på hva som faktisk ligger til grunn for IDA. Uttrykket, og da særlig konstanten C , vil variere med hvilken ligning som modelleres.

Kapittel 5

Geotermisk gradient: Beregninger og resultater

Potensialet for konstruerte geotermiske system avhenger i første rekke av temperaturgradienten i berggrunnen (heretter kalt den geotermiske gradienten); er det ikke tilstrekkelig varmt på en dybde det er lønnsomt/realistisk å bore til, har ikke prosjektet noe for seg. En god beregning av den geotermiske gradienten er nødvendig for å sikre et godt beslutningsgrunnlag – ikke bare med hensyn på hvor dypt en skal bore, men også med tanke på produksjonsrate; høyere reservoartemperatur åpner for høyere produksjonsrate. De neste avsnittene tar derfor for seg beregningen av de geotermiske gradientene som legges til grunn for modellene i denne oppgaven. Dette arbeidet er i stor grad utført under veiledning av Trond Slagstad hos Norges Geologiske Undersøkelse (NGU), og er basert på tre artikler [19, 18, 20] (Slagstad/Slagstad et. al.) samt data fra NGUs database, gjengitt i tillegg B.1.

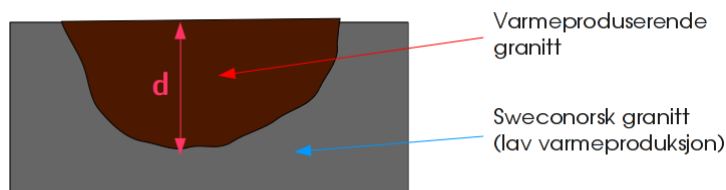
Geologien på Hurdal og Iddefjord



Figur 5.1 viser varmeproduksjonen i berggrunnen i Norge. Av figuren ser vi at varmeproduksjonen ikke er stor nok til å veie opp for varmeuttaket ved et kgs, derfor er denne neglisjert i modell-ligningene (avsnitt 3.2). Imidlertid er det varmen som er lagret i fjellet som er interessant; over tid (millioner av år) har varmeproduksjonen skapt et reservoar med relativt høy temperatur, og det er dette reservoaret man ønsker å benytte i et konstruert geotermisk system.

Det er flere faktorer som er avgjørende for potensialet i et slikt reservoar, og de vil bli studert i de følgende avsnittene. I utgangspunktet forventer vi at den faktoren som har størst betydning ut over varmeproduksjonen, er tykkelsen på det varmeproduserende laget; det er antatt at de varmeproduserende bergartene ligger som lag eller lommer i overflaten til den omkringliggende bergarten (Sweconorsk granitt), slik figur 5.2 viser. Videre er varmestrømmen i overflaten (se figur 5.4(b)) en god indikator på temperaturen i berggrunnen. På bakgrunn av dette peker Hurdal og Iddefjord seg ut som to interessante områder; i Iddefjord-området stikker den varmeproduserende bergarten forholdsvis dypt – antagelig vis 3-5 km – og varmeproduksjonen er svært høy. Hurdal har en mer moderat varmeproduksjon, men også her stikker bergarten dypt – antagelig vis 2,5-3,5 km. Det er flere andre steder med høy varmeproduksjon, men mange av disse varmeproduserende lagene er forholdsvis grunne, og varmestrømmen i overflaten ikke like høy.

Figur 5.1: Kart over varmeproduksjonen i norske bergarter. Hentet fra [19]



Figur 5.2: Antatt plassering av varmeproduserende bergart.

5.1 Modell av øverste fem kilometere av jordskorpen

Den geotermiske gradienten bestemmes ved det endimensjonale varmeledningsproblemet

$$-\kappa \frac{d^2 T}{dz^2} = q \quad (5.1)$$

løst på et område tilsvarende det som er illustrert i figur 5.3. Siden både κ og q er diskontinuerlige i $z = d$, må (5.1) løses som to separate integraler over $z=[0,d]$ og $z=[d,-5000]$. Den generelle løsningen av (5.1) kan skrives

$$-\kappa \frac{dT}{dz} = qz - Q_i \quad (5.2)$$

$$T = -\frac{1}{\kappa} \left(\frac{1}{2} qz^2 - Q_i z \right) + T_i, \quad (5.3)$$

hvor Q_i og T_i bestemmes av randverdiene: For det øverste laget benytter vi at temperatur og varmestrøm i overflaten er kjent; $T(z=0) = T_s$ og $\kappa \frac{dT}{dz}|_{z=0} = Q_s$. For det nederste laget antar vi at både temperatur, T og varmestrøm $Q = -\kappa \frac{dT}{dz}$ er kontinuerlig. Dette gir følgende løsning for temperatur som funksjon av dybde:

$$T(z) = \begin{cases} -\frac{1}{\kappa_{vpg}} \left(\frac{1}{2} qz^2 - Q_s z \right) + T_s, & z \in [0, d] \\ -\frac{1}{\kappa_{swe}} \left(\frac{1}{2} q'z^2 - Q_d z \right) + T_d, & z \in [d, -5000]. \end{cases} \quad (5.4)$$

hvor Q_d er gitt ved $Q_d = (q - q')d - Q_s$, og T_d er gitt ved

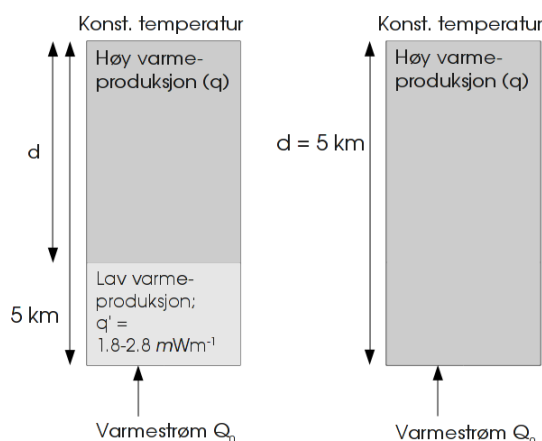
$$T_d = -\frac{1}{\kappa_{vpg}} \left(\frac{1}{2} qd^2 - Q_s d \right) + \frac{1}{\kappa_{swe}} \left(\frac{1}{2} q'd^2 - Q_d d \right) + T_s.$$

I resten av oppgaven vil den mer kompakte formen ∇T benyttes i stedet for $\frac{dT}{dz}$.

5.2 Parametere til modellen

Basert på data fra NGUs database (se tillegg B.1) er det gjort en enkel statistisk behandling av målt varmeledningsevne i berggunnen i Hurdal- og Iddefjord-områdene som vist i tabell 5.1. Sammen med data fra [20] (deriblant figur 5.4 i dette avsnittet) og antagelsene om dybde på det varmeproduserende laget, gir dette grunnlag for å sette opp tre ulike parametersett:

(a, b): Maks-middel-min sett for både Iddefjord og Hudal. De ulike geologiske parameterne er satt sammen i sett som gir maksimal og minimal temperatur på 5 km dyp, i tillegg til parametersett basert på middelveier. For eksempel forventes kombinasjonen av høy varmeproduksjon og lav varmeledningsevne i fjellet, samt stor dybde på varmeproduserende lag og høy varmestrøm i overflaten, å gi høy reservoartemperatur. Hensikten med et slike maks-middel-min sett er å illustrere spennet i hvilken temperatur som kan forventes på 5 km dyp.



Figur 5.3: Oppsettet av modell for beregning av den geotermiske gradienten. Q_0 er varmemestrøm fra underlaget, og justeres i modellen, mens temperaturen i overflaten holdes konstant. q og q' er varme-produksjonen i fjellet, og varieres i parameterstudien. Dybden d på det varmeproduserende laget varierer mellom 2,5 og 5 km, og for $d = 5$ km har vi tilfellet som er illustrert til høyre.

(c): En parametrisk sensitivitetsstudie for de ulike geologiske parameterne. Data fra Iddefjord er valgt, med 4 km som middelværdi for dybden. Basis-settet er basert på middelværdier av de ulike parameterne, deretter er én og én parameter justert med $\pm\sigma$.

Grafer og tabellverdier for både den geotermiske gradienten og temperaturen på 5 kilometers dyp, er hentet ut ved hjelp av Comsol Multiphysics. Dette er valgt fordi det her er enkelt å både arbeide med mange parametersett samtidig, og å hente ut grafer for ulike variabler som temperatur/temperaturgradient, varmemestrøm osv. Både inndata og resultater for de ulike parametersettene presenteres i tabell 5.2, og den geotermiske gradienten for min-med-maks-settene er tegnet i figur 5.5.

5.3 Resultater

Tabell 5.2 viser at reservoartemperaturen forholdsvis sensitiv for små endringer i de ulike parameterne, og det har derfor liten hensikt å operere med en stor nøyaktighet på reservoartemperaturen. Nettopp på grunn av denne sensitiviteten, og det faktum at parameterne vil variere tilfeldig, er det valgt å ikke gjøre noen kvantitative feilestimat i prosjektet, men heller fokusere på spredningen i resultatene på bakgrunn av ulike parameterverdier.

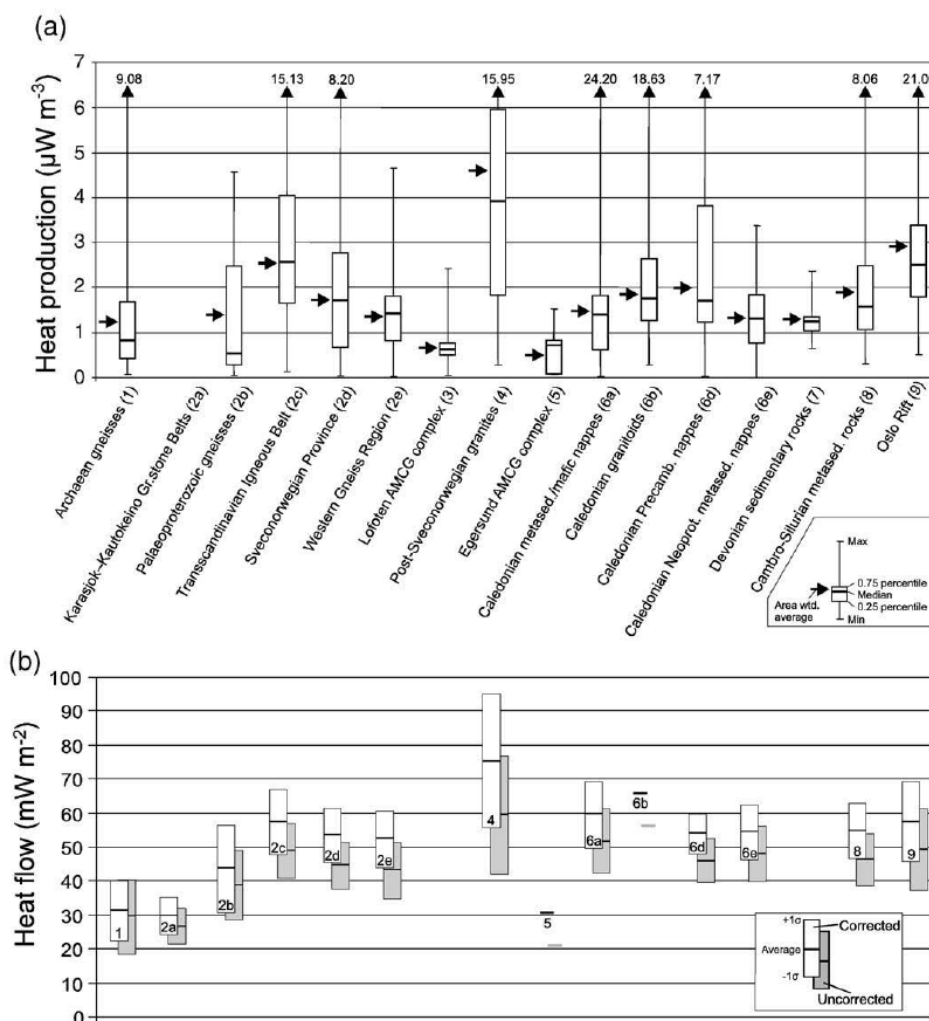
5.4 Diskusjon

Tabell 5.2(c) viser at de ulike geologiske parameterne vil ha stor innvirkning på hvilken temperatur som kan forventes på fem kilometers dyp, og at det er lite hensiktsmessig å operere med en nøyaktighet

Tabell 5.1:

Middelværdi for varmeledningsevnen betegnes $\bar{\kappa}$, med standarddeviasjon σ . Indeksene vpg og swe viser til hhv. varmeproduserende granitt og omkringliggende fjell (Sveconorsk granitt). Alle data har enheten $[W/(mK)]$.

	$\bar{\kappa}_{vpg}$	σ_{vpg}	$\bar{\kappa}_{swe}$	σ_{swe}
Hurdal	2.8	0.3	2.8	0.5
Iddefjord	3.1	0.2	3.2	0.5



Figur 5.4: Oversikt over varmeproduksjon og varmestrom i berggrunnen i Norge: (a) viser varmeproduksjonen; q er gitt ved (4) og (9) for henholdsvis Iddefjord og Hurdal, mens q' er gitt ved (2d). (b) viser varmestrommen i overflaten for ulike geologiske regioner i Norge – Iddefjord ved (4) og Hurdal ved (9). Hentet fra [20]. Merk at det er de korrigererte verdiene for varmestrom som er benyttet; de tar høyde for nedkjøling under siste istider. Se [20] for detaljer.

på mindre enn 1°C . Videre er det tydelig at varmestrommen Q_s er en avgjørende faktor for reservoar-temperaturen; denne ser ut til å påvirke resultatet langt mer enn varmeproduksjon og tykkelse på det varmeprodukerende laget. Imidlertid innebærer dette at varmestrommen på 5 kilometers dyp må variere forholdsvis mye hvis den alene skal forklare de observerte variasjonene i Q_s , gitt begrensningene på q og d som er gjort i studien. Man kan spørre om en slik variasjon i Q_0 er realistisk, eller om det er mer rimelig å anta at Q_0 er forholdsvis konstant og varierer mindre med varmeproduksjon i overliggende lag. I så fall må variasjonene i Q_s skyldes variasjoner i varmeproduksjonen q og tykkelsen d – og av figur 5.4 (a) og (b) ser vi at høy varmeproduksjon og høy varmestrom i overflaten henger sammen. Det er også viktig å ta med i beregningen at høy varmestrom i overflaten kan skyldes høy varmeledningsevne, som igjen innebærer lavere reservoar-temperatur. Q_s behøver derfor ikke være et godt mål på et steds egnethet for konstruerte geotermiske system. Figur 5.5 viser plot av den geotermiske gradienten for min-med-maks-beregningene,

Tabell 5.2:

Parametere til, og resultater fra, beregning av den geotermiske gradienten. Fullstendig tabell er vist i tillegg B.1.

	(a) <i>Iddefjord:</i>			(b) <i>Hurdal:</i>		
	<i>Min</i>	<i>Medium</i>	<i>Maks</i>	<i>Min</i>	<i>Medium</i>	<i>Maks</i>
d [m]	3500	4000	3500	3500	3000	2500
q [w/m ³]	5.5e-6	6.3e-6	7e-6	2.5e-6	3e-6	3.3e-6
q' [w/m ³]	0.8e-6	1.8e-6	2.8e-6	0.8e-6	1.8e-6	2.8e-6
κ_{vpg} [W/mK]	3.3	3.1	2.9	3.1	2.8	2.5
κ_{swe} [W/mK]	3.7	3.2	2.7	3.3	2.8	2.3
Q_s [W/m ²]	55e-3	75e-3	90e-3	45e-3	60e-3	70e-3
T @ 5 km [°C]	68	102	134	68	91	136
$(\nabla T)_{max}$ [K/km]	16	24	31	14	19	28
$(\nabla T)_{min}$ [K/km]	9	15	23	11	15	24

(c) **Parameterstudie:** For å gjøre tabellen mer oversiktlig er basisverdiene markert med '-' unntatt i sett 2, som inneholder nettopp basisverdiene.

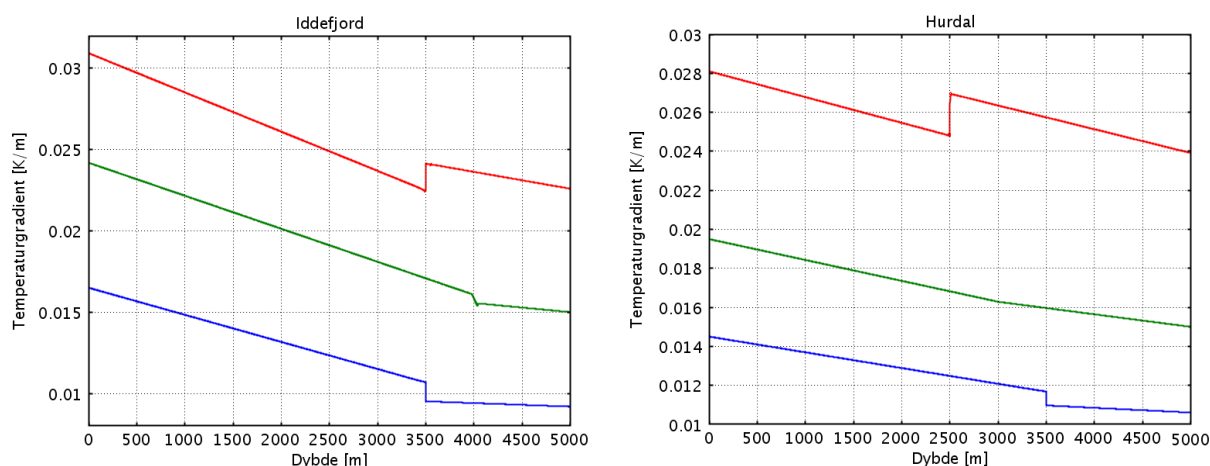
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d [m]	3000	4000	5000	-	-	-	-	-	-
q [w/m ³]	-	6.3e-6	-	5.5e-6	7e-6	-	-	-	-
q' [w/m ³]	-	1.8e-6	-	0.8e-6	2.8e-6	-	-	-	-
κ_{vpg} [W/mK]	-	3.1	-	-	-	2.9	3.3	-	-
κ_{swe} [W/mK]	-	3.2	-	-	-	2.7	3.7	-	-
Q_s [W/m ²]	-	75e-3	-	-	-	-	-	55e-3	90e-3
T @ 5 km [°C]	96	102	108	98	105	110	95	70	126
$(\nabla T)_{max}$ [K/km]	23	24	25	23	25	26	23	18	29
$(\nabla T)_{min}$ [K/km]	15	15	16	15	15	18	13	9	20

og viser at temperaturgradienten er tildels sterkt avtagende med dybden, og avhengig av κ^1 . Forøvrig viser parameterstudien at varmeledningsevnen dominerer over tykkelsen på det varmeproduerende laget, som igjen dominerer over varmeproduksjonen.

Det er rimelig å anta at maksimal produksjonstemperatur for et kgs ligger minst 5-10°C under initiell reservoartemperatur. Minimum-settene for Hurdal og Iddefjord gir så lav reservoartemperatur at man ikke kan forvente å bruke reservoaret direkte til et kgs, og vi ser at det er nødvendig med gode geologiske forhold for at det skal være aktuelt å vurdere etablering av kgs. Avhengig av injeksjonstemperatur, produksjonsrate og -temperatur, kan parametersett 2 være et realistisk utgangspunkt for et konstruert geotermisk system. Imidlertid må det påpekes at det norske selskapet Rock Energy har, i forbindelse med sitt kgs-prosjekt utenfor Oslo, målt en temperaturgradient på 1,6 kilometers dyp på 26°C/km. Dette er i Oslo-riften, samme geologiske område som Hurdal, og vi ser av figur 5.5 at denne sammenfaller med maksimums-settet for Hurdal². Med andre ord er det gode grunner til å være optimistiske snarere enn pessimistiske med tanke på temperaturen på 5 km dyp. Men siden vi ikke har andre data fra Rock Energy enn det som kommer frem i [22], er det vanskelig å konkludere at min-settene må forkastes. Derfor er maksimums- og middels-settet for Iddefjord, og minimums-settet for Hurdal, benyttet til å danne et maks-med-min-sett for den geotermiske gradienten i modellene. I tillegg vil datasettet fra parameterstudien bli benyttet til en egen parameterstudie for enkeltbrønn-modellen, for å undersøke hvilken effekt de ulike parameterne har på produksjonstemperaturen til systemet.

¹Om den beregnede gradienten skal sammenlignes med måledata, for eksempel fra [20], er variasjonen i målt gradient såpass stor (på grunn av inhomogeniteter i fjellet) at den bør midles over 0.2-1 km for sammenligning mot beregnede verdier i tabell 5.2.

²Rock Energy legger trolig til grunn for sine beregninger at den geotermiske gradienten er konstant lik 26°C/km. Det gir en reservoartemperatur omkring 134°C, som samsvarer med begge max-settene her.



Figur 5.5: Plot av den geotermiske gradienten for min-med-maks-settene. De observerte knekk-punktene er i dybden d , og skyldes diskontinuiteten i varmeproduksjon og varmeledningsevne. Merk at y -aksen her har enheten K/m , mens tabellverdien er K/km .

5.5 Tilnærming til datasettet med et andregradspolynom

Ligning (5.3) er unødvendig komplisert å arbeide med i modellene; det er tilstrekkelig (mhp nøyaktighet) med en tilnærming til temperaturen i berggrunnen. Vi konstruerer derfor et andregradspolynom fra datasettene i tabell 5.2: Data for temperaturgradienten i fjellet tilnærmes med en lineær funksjon basert på de beregnede maks- og min-verdiene til gradienten og temperaturen fra modellen:

$$\nabla T(z) = (\nabla T)_{max} + \frac{(\nabla T)_{max} - (\nabla T)_{min}}{5000} z,$$

hvor det er lagt til grunn at $(\nabla T)_{max} = \nabla T(0)$ og at $(\nabla T)_{min} = \nabla T(-5000)$. Ved å integrere dette uttrykket fra $z = 0$ til -5000 kommer man til følgende uttrykk for temperaturen i fjellet:

$$T(z) = -\frac{1}{2} \frac{(\nabla T)_{max} - (\nabla T)_{min}}{5000} z^2 - (\nabla T)_{max} z + c, \quad (5.5)$$

hvor c er en konstant som er avhengig av $T(-5000)$ og $(\nabla T)_{max}$:

$$c = T(-5000) + \frac{1}{2} \frac{(\nabla T)_{max} - (\nabla T)_{min}}{5000} \cdot (-5000)^2 + (\nabla T)_{max} \cdot (-5000).$$

Konstantleddet c er med andre ord en tilnærming til overflatetemperaturen T_s . Siden (5.5) ikke er helt eksakt, vil $T(-5000)$ avvike endel fra modellens beregnede reservoartemperatur om man benytter reell overflatetemperatur i stedet for c . Imidlertid er det viktigere at (5.5) treffer på reservoartemperaturen enn på overflatetemperaturen. I B.1 er det vist at ligning 5.5 treffer eksakt på beregnet reservoartemperatur. Der er det også vist at c ligger mellom 0 og 6°C , og avviker derfor maksimalt 2°C fra årsmiddeltemperaturen for Hurdal og Iddefjord (som ligger på $2\text{-}6^\circ\text{C}$ [18]). Uttrykket for temperaturen i berggrunnen er nå redusert fra fire ligninger med fem parametere til én ligning med tre parametere.

Kapittel 6

Modellene

Utgangspunktet for modellene er å gjøre simuleringer av det som forventes å være realistisk for konstruerte geotermiske system i Norge, både med hensyn på økonomi/lønnsomhet og på produsert varme. Dette resulterer i to modeller; et lukket enkeltbrønn-system og et åpent, sprekke-dominert system, lignede slikt som gjøres i andre kgs (for eksempel i Soultz, [21]). I tillegg er det også gjort en enkel tilnærming til prosjektet Rock Energy planlegger utenfor Oslo, og til et varmepumpeprosjekt i regi av Helge Skarphagen (Gether AS).

Ideen er å kjøre en parameterstudie for de to første modellene, henholdsvis med tanke på ulike sett av geologiske data (parameterstudien i tabell 5.2) og for ulike reservoarparametere. Det er også utført langtidsstudier for enkeltbrønnmodellen for å undersøke endring i produksjonstemperatur/produisert effekt over tid, samt gjenoppvarmingstid for reservoaret. Alle disse modellene/studiene kjørt for min-med-maks-settene for den geotermiske gradienten basert på tabell 5.2. Standard produksjonsbetingelser for modellene er injeksjon med konstant volumstrøm og produksjon under konstant trykk. Både volumstrøm og injeksjonstemperatur er tilpasset hver modell, og samtlige modeller er studert for ulike injeksjonsrater.

6.1 Enkeltbrønn-modell

Enkeltbrønnmodellen er det enkleste geotermiske systemet vi kan se for oss. Systemet består av en brønn med et indre rør, slik at man får to løp. I det ytre sendes vann ned for oppvarming, mens man pumper opp i det indre.

Oppsummering av modell-ligningene

Til å modellere systemet benytter vi Comsol Multiphysics sine moduler for hhv. væskestrøm ved inkompressibel Navier-Stokes og varmeoverføring ved konveksjon og konduksjon. Modulene løser følgende ligninger fra kapittel 3:

Inkompressibel Navier-Stokes:

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}) = -\nabla \mathbf{p} + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{F} \quad (3.10),$$

hvor stasjonær strøm ($\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 0$) er antatt.

Kontinuitetsligningen (ligningen er innebygget i Comsol-modulen for inkompressibel Navier-Stokes):

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.5).$$

Trykktap på grunn av friksjon implementeres som randbetingelse i modellen:

$$\Delta P = f \frac{L}{D_h} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \right) \quad (3.11).$$

Ligningen for varmetransport i væske skrives som:

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} + \rho c_p \mathbf{v} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\kappa \nabla T), \quad (3.20)$$

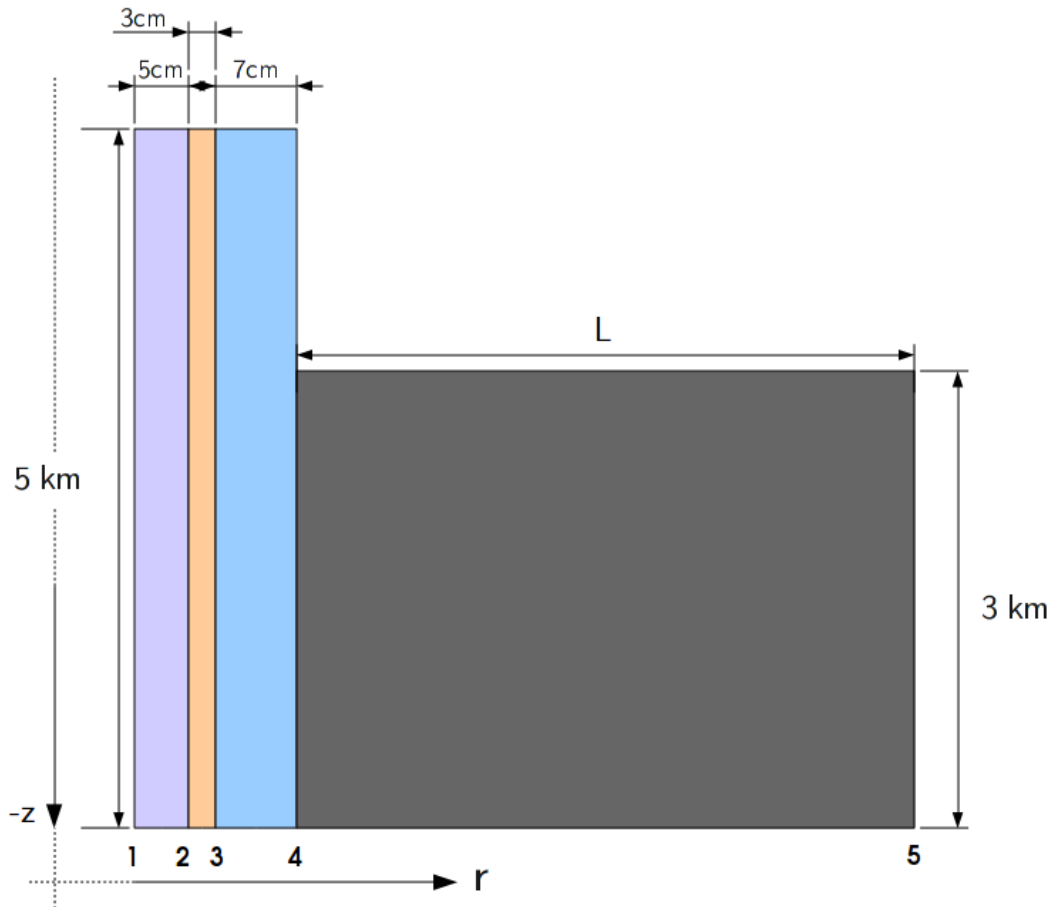
hvor $\mathbf{v}=0$ i fjellet medfører at transportleddet kun er aktivt i væsken. Newtons avkjølingslov implementeres som randbetingelse:

$$\Phi = hA(T_h - T_l) \quad (3.15).$$

Her er varmeovergangskoeffisienten definert ved $h = Nu \frac{\kappa_f}{D}$ (3.17). I tillegg er følgende tilnærming til temperaturen som en funksjon av dybde benyttet:

$$T(z) = -\frac{1}{2} \frac{(\nabla T)_{max} - (\nabla T)_{min}}{5000} z^2 - (\nabla T)_{max} z + c, \quad (5.5)$$

6.1.1 Oppbygging av modellen



Figur 6.1: Illustrasjon av modell-geometri for enkeltbrønn-modellen. Lilla felt representerer indre løp, orange representerer føringsør (stål) og isolasjon (henholdsvis 1 og 2 cm), blått representerer ytre løp og grått representerer fjell. Lengden L på fjell-området er i utgangspunktet satt til 10 m. Nederst i figuren angis nummereringen av de vertikale rendene. Merk at bunnen av røret, hvor væsken endrer strømningsretning, ikke modelleres eksplisitt.

Figur 6.1 illustrerer hvordan rør-i-rør-systemet for enkeltbrønn-modellen er tilnærmet med radiell geometri i Comsol Multiphysics. Merk at modellen er tegnet i negative z -koordinater; $z=0$ i overflaten og -5000 på bunnen. Basert på resultater fra [13] er det valgt et forholdstall mellom indre og ytre løp som er nært det [13] oppgir som optimalt forhold; man ønsker at væskehastigheten skal være forholdsvis lav i det ytre løpet og forholdsvis høy i det indre, uten at man taper for mye trykk på grunn av friksjon (som er

proporsjonal med v^2 , se avsnitt 3.1.4). Høy hastighet i det indre løpet reduserer varmetapet betraktelig, mens lav hastighet i det ytre løpet øker varmeopptaket i vannet.

Som det også fremgår av figuren er det kun modellert varmeutveksling med fjellet de nederste 3 km. Årsaken er at den geotermiske gradienten gir en temperatur i overkant av 40°C på 2km dyp. I de øverste 2km antas injeksjonsrøret å være termisk isolert.

Videre bygger modellen på en rekke andre antagelser og tilnærmelser:

Konstant rørdiameter: Vi antar det er rimelig å tilnærme brønn-geometrien med et rør som har konstant diameter på 0.3 m, slik det også er gjort i [7]. I tillegg har vi sett bort fra behovet for ”sentraliserings-spiler” for å holde det indre røret i posisjon. Slike spiler vil øke friksjonen og turbulensen i væskestrømmen, men som i [13] anser vi dette bidraget til turbulens/friksjon som neglisjerbart.

Inkompressibel væskestrøm: Vi har antatt at trykket er tilstrekkelig høyt til at vannet kan antas som inkompressibelt i temperaturområdet 40-100°C. Derfor er den inkompressible Navier-Stokes-ligningen for væskestrøm benyttet.

Laminær strøm: Vækehastighetene i modellen gir Reynoldstall $> 2 \cdot 10^3$, som betyr at vi har turbulent strøm. Imidlertid vil det å modellere turbulent strøm kreve en finere gittring av modellen enn det vi har anledning til her. Ved beregning av friksjonsfaktoren mellom væske og fast stoff, og varmeovergangskoeffisienten h , taes det høyde for turbulent strøm, men ikke ellers i modellen. Turbulens vil introdusere mer viskøs motstand, og trykktapet mellom inn- og utstrømsranden vil endre seg når diskretiseringen fanger opp turbulens. Dette ser vi bort fra i modellen; se diskusjon i avsnitt 7.1.1.

Friksjonsfaktor: Friksjonsfaktoren for ligning 3.11 må leses av et Moody-diagram (figur 3.2). Aksene i diagrammet er hhv Reynoldstallet og relativ ruhet. Reynoldstallet avhenger av både temperatur og vækehastighet, og det er derfor valgt å lese av friksjonsfaktoren for ulike Reynoldstall basert på a) temperatur; hhv 350 og 400K, og b) hastighet. Avlesningen for ulik temperatur er midlet – det viste seg at temperaturavhengigheten var svært liten for det aktuelle intervallet; se vedlegg B.2 for datasett. Dermed er friksjonsfaktoren satt opp som en interpolasjonsfunksjon i Comsol, kun avhengig av vækehastighet. Når det kommer til ruhet (ϵ), er det *antatt*, basert på tabellen i figur 3.2, at føringsrøret og isolasjonen har en ruhet på 0.025mm, mens ytterrøret har en ruhet på 2mm. Relativ ruhet er beregnet som ϵ/d_h , hvor d_h er hydraulisk diameter. På bakgrunn av dette er det satt opp tre interpolasjonsfunksjoner; en for friksjonsfaktoren i det indre løpet, og to for det ytre løpet (hhv. indre og ytre rørvegg). Det har ikke latt seg oppdrive et uttrykk for trykktap i et rør-i-rør-system, og friksjonsbidraget for indre rørvegg (rand nr 3) er derfor neglisjert. Dette er imidlertid en rimelig tilnærming; det er bidraget fra ytre brønnvegg som dominerer friksjonen i det ytre løpet (både overflateareal og ruhet er vesentlig større).

Isolasjon: For å begrense varmetapet fra væsken i produksjonsrøret, er det nødvendig å isolere det. I [13] og [7] oppgis ulike data for valgt isolasjon, men hos begge er det konkludert at det er tilstrekkelig med hhv. 1.3 og 2.5 cm (0.5-1 tomme) isolasjon. I beregningene her er det valgt 2 cm isolasjon i tråd med dette. Slik figur 6.1 viser, er det i tillegg regnet med et føringsrør på 1 cm, slik at den totale tykkelsen er på 3 cm. Som isolasjonsmateriale er det valgt Magnesia, som har termisk konduktivitet på 0.07 W/mK [13]. Et annet alternativ er Polystyren, som har termisk konduktivitet på 0.1 W/mK¹. For å forenkle modellen er føring og isolasjon behandlet som ett materiale i modellen, og for å finne korrekt termisk konduktivitet for det materialet er størrelsen varmemotstand, R , benyttet:

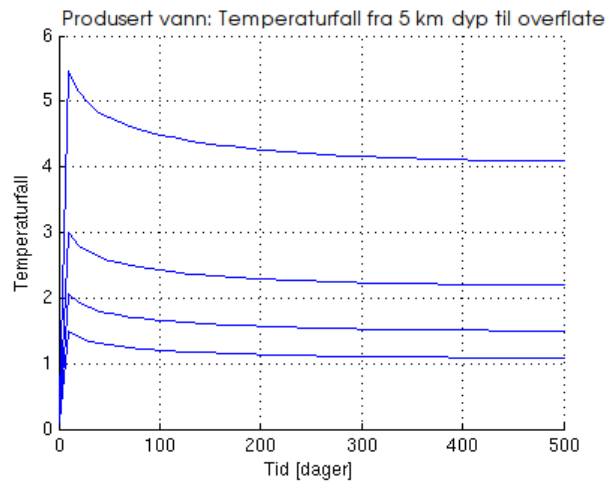
$$R = \frac{d}{\kappa A}.$$

A er arealet varmeledningen foregår over, og faller bort i denne beregningen; ved å summere $R \cdot A$ for 1 cm stål og 2 cm isolasjon, kan man regne ut den totale termiske konduktiviteten for materialet.

¹Merk at [7] har benyttet ekspandert Polystyren (”isopor”) med $\kappa = 0.027$ W/mK i sine beregninger.

Ved å benytte ulike varmemotstand tilsvarende 1, 2, 3 og 4 cm isolasjon, er varmetapet i det produserte vannet fra 5 km dyp til overflate undersøkt. Beregningen er basert på medium-settet for den geotermiske gradienten, og en produksjonsrate på 5 kg/s. Figur 6.2 viser resultatene, og man kan se at det er forholdsvis mye å hente på å velge 2 cm isolasjon; varmetaper er her på ca 3°C mot 5°C ved 1 cm isolasjon. Ved 3 cm isolasjon har man en ytterligere gevinst på 0.7°C (etter 500 produksjonsdager), noe som må betraktes som en marginal forbedring.

For å finne et mål på massetetthet og varmekapasitet for materialet som består av føringsrør og isolasjon er materialegenskapene for stål og polystyren benyttet (materialegenskapene for Magnesia har ikke latt seg oppdrive) til å lage volumvektede middelveier. At de verdiene ikke er særlig nøyaktige i forhold til det faktiske materialet har liten betydning for resultatene av beregningene; tetthet og varmekapasitet har ingen betydning for varmeledningsevnen.



Figur 6.2: Temperaturforskjell målt i °C mellom bunn og topp (utstrømsrender) i enkeltbrønnmodellen. Ved å benytte varmemotstand tilsvarende hhv. 1, 2, 3 og 4 cm isolasjon for materialet bestående av føringsrør i stål (1 cm) og isolasjon (2 cm), er varmetapet for de ulike tilfellene beregnet. Produksjonsraten er konstant på 5 kg/s; beregningene tar ikke høyde for endringene i volumstrøm som følge av tykkere isolasjon. Reservoartemperaturen er satt til 102°C (medium-settet for den geotermiske gradienten), og varmetapet ved andre reservoartemperaturer og/eller produksjonsrater er ikke undersøkt. På grunn av høy radiell varmestrøm blir modellen ustabil hvis føringsrøret ikke suppleres med isolasjonsmateriale, og det kan derfor ikke vises til resultater for et uisolert system. y-aksen har enhet °C.

Kontinuerlig drift: I modellene er det antatt at systemet er i kontinuerlig drift; dvs at det ikke stenges av om sommeren. Denne antagelsen innebærer at temperaturen i reservoaret synker noe raskere enn den vil gjøre ved sommerstengt system, men det er ikke gjort noen kvantitativ undersøkelse av dette.

Kobling mellom ytre og indre løp: Fordi området med miksing i bunnen av brønnen ikke modelleres eksplisitt er det nødvendig å koble utstrømsranden til det ytre løpet med innstrømsranden til det indre løpet. Ideen er å implementere dette i Comsol ved å midle temperatur over utstrømsranden til ytre løp ved følgende uttrykk:

$$\bar{T}_{bunn} = \frac{1}{\pi(0.15^2 - 0.08^2)} \int_{0.08}^{0.15} \int_0^{2\pi} T(z = -5000, r) r d\theta dr.$$

Som det fremgår av uttrykket for \bar{T}_{bunn} er det ikke vektet for volumstrømmen over utstrømsranden. Imidlertid er det rimelig å forvente at temperaturen ved utstrømsranden er forholdsvis homogen, og at feilen som introduseres her er underordnet usikkerheten i temperaturen på 5 km dyp.

Oppsummering: Antagelser og tilnærmelser

For å oppsummere; det er gjort følgende antagelser og tilnærmelser i modellen:

- Konstant rørdiameter.
- Ingen sentraliseringsspiler.
- Inkompressibel, laminær strøm, med korrigeringsfaktor og varmeovergangskoeffisient for turbulent strøm.
- Ruhet på hhv 0.025 mm og 2 mm for føringsrør og brønnvegg. Neglisjerbart friksjonsbidrag fra rand nr. 3.
- 1 cm tykt føringsrør i stål og 2 cm isolasjon i Magnesia, sistnevnte med $\kappa = 0.07\text{W/mK}$.
- Kontinuerlig produksjon.
- Ingen vektning av utstrømstemperatur i bunn mot volumstrøm.

6.1.2 Domene-, initial- og randbetingelser

Figur 6.3 viser hvordan man kan angi domenebetingelsene til en ligning i Comsol ved å definere

1. koeffisientene til ligningene,
2. stabilisering og
3. initialverdi (ikke vist direkte i figuren).

Koeffisientene til de ulike ligningene er i stor grad hentet fra Comsol sitt materialbibliotek (avsnitt 4.5); tabell 6.1 lister opp verdier for disse koeffisientene.

Videre er det forholdsvis enkelt å legge til stabilisering i en modell basert på Comsol sine moduler. Under fanen kalt stabilisering kan man krysse av for valgt stabiliseringsteknikk (strømline-, tverr- eller isotrop diffusjon). Her kan man endre bl.a. justeringsparameteren δ for de ulike metodene. I enkeltbrønnmodellen er det valgt strømlinediffusjon som stabiliseringsteknikk både for væske- og varmestrøm. Rand- og initialverdier for de ulike ligningsettene presenteres i de følgende avsnittene:

Væskestrøm

Initialverdier for injeksjons- og produksjonsrør er hastighet, omregnet fra massestrøm. Modellen er satt opp slik at forholdstallet mellom strømningsarealet for ytre og indre løp er 6.44, slik at initiell hastighet i indre løp er definert ved²

$$v_{indre} = -6.44v_{ytte}.$$

Randbetingelsene langs de vertikale rendene i brønnen er i hovedsak "no-slip", med unntak av rand 1 (symmetriaksen) som modelleres som en bevegelig vegg med hastighet (i z-retningen) lik væskehastigheten. Modellen har videre to utstrømsrender hhv. i toppen (indre løp) og bunnen (ytte løp) av brønnen, begge med randbetingelsen

$$p = p_s - \Delta p,$$

hvor p_s er det hydrostatiske trykket, Δp er gitt i ligning (3.11) og friksjonskonstanten f i (3.11) er gitt i tabell 6.1. I modellen er det kun arbeidet med relativt trykk; det betyr at $p_s = 0$ i overflaten. Ved innstrømsrendene angis væskehastighet, denne er lik initialbetingelsen.

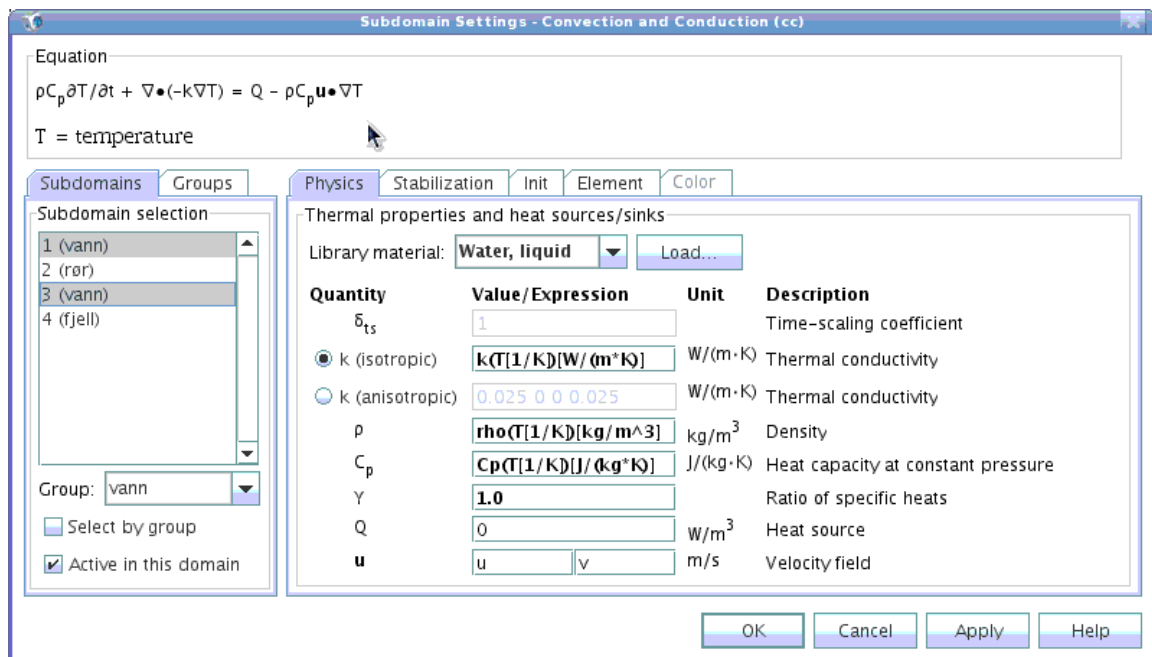
Temperatligningen

Ligning 5.5 tilnærmer temperaturen i jordskorpen som en funksjon av dybden, basert på data fra kapittel 5:

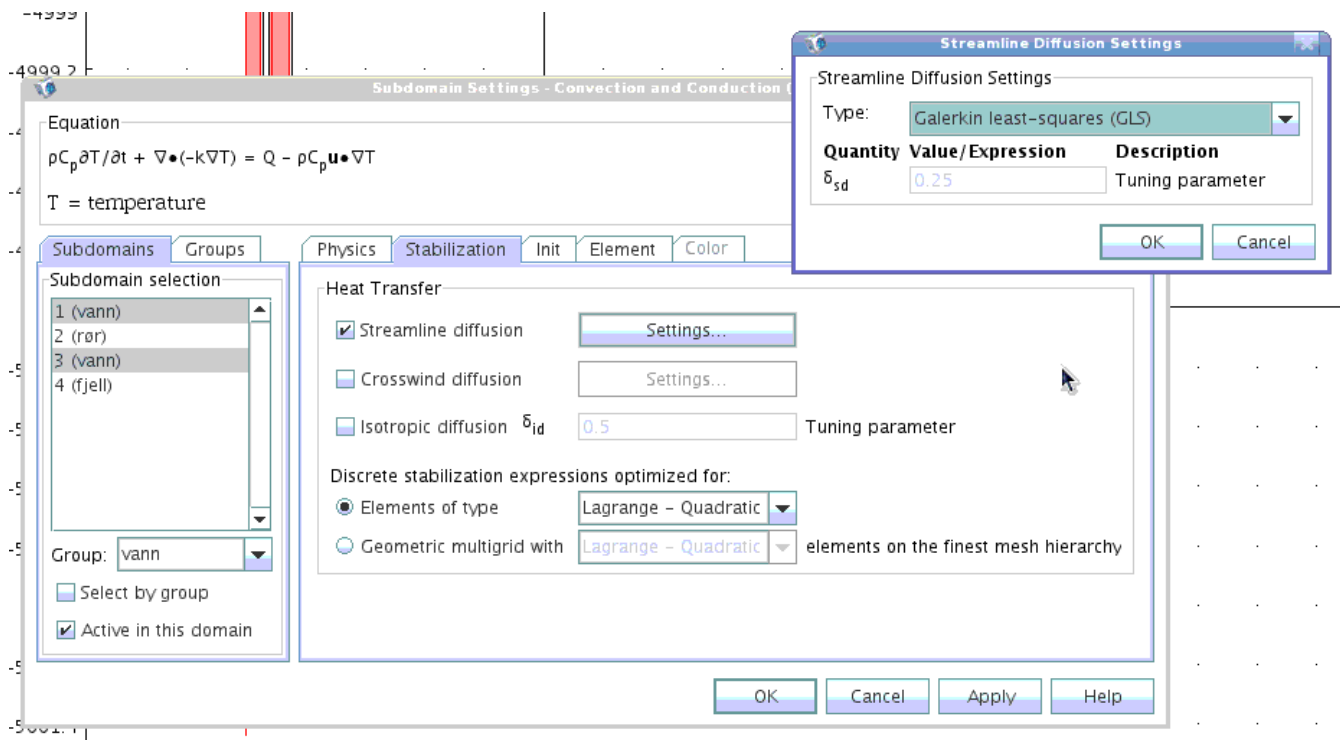
$$T(z) = -\frac{1}{2} \frac{(\nabla T)_{max} - (\nabla T)_{min}}{5000} z^2 - (\nabla T)_{max} z + c \quad (5.5).$$

Initialverdi for hele systemet (brønn + fjell) gis ved denne ligningen. Videre er følgende randbetingelser benyttet:

²I [13] opereres det med et forholdstall mellom ytre og indre løp på ca 8. Vi har valgt å forenkle geometrien, med den konsekvens at at forholdstallet blir noe lavere. Imidlertid viser resultater fra nettopp [13] at en reduksjon i dette forholdstallet ikke er kritisk for temperaturen på det produserte vannet.



(a) Koeffisienter til ligningen hentes som materialegenskaper fra Comsols materialbibliotek



(b) Stabilisering av ligningen

Figur 6.3: Domenebetingelser til en ligning i Comsol

Tabell 6.1:

Koeffisienter og konstanter til enkeltbrønnmodellen. Der hvor det kun står verdi for 300K er dette å regne som verdier ved standardbetingelser (25°C, 1 Atm.). Termisk konduktivitet for granitt er en av parameterne som varieres i modellen; se tabell 5.2.

(a) *Koeffisienter til ligningene. Verdier langs metningslinjen; data hentet fra [5].*

Temperatur	300K	350K	400K
Tetthet, Granitt [kg/m ³]	2700		
Tetthet, vann [kg/m ³]	996.5	973.7	937.5
Tetthet, føring og isolasjon [kg/m ³]	3000		
Spesifikk varmekapasitet, Granitt [J/kgK]	0.8E3		
Spesifikk varmekapasitet (c_p), vann [J/kgK]	4.18E3	4.19E3	4.26E3
Spesifikk varmekapasitet, føring og isolasjon [J/kgK]	1.6E3		
Termisk konduktivitet, vann [W/mK]	0.61	0.668	0.684
Termisk konduktivitet, føring og isolasjon [W/mK]	0.105		
Dynamisk viskositet [Pa·s]	853.8E-6	368.8E-3	218.6E-6
Tyngdeakselerasjonen, g [m/s ²]	9.81		

(b) *Andre konstanter til modellen*

Væskehastighet [m/s]	0.6	2.6	6.4
Friksjonsfaktor, indre rørflate	0.0185	0.016	0.015
Væskehastighet [m/s]	0.1	0.4	1
Friksjonsfaktor, ytre rørflate	0.020	0.016	0.0135
Friksjonsfaktor, brønnvegg	0.04	0.038	0.038

- Randbetingelsen til vertikalrand 5 (se figur 6.1) og øverste rand til fjell-domenet gis ved (5.5); konstant temperatur.
- Randbetingelsen til bunnranden for fjell-domenet er gitt ved varmestrømmen Q_0 fra tabell 5.2, selv om denne gir et minimalt bidrag.
- Toppranden til isolasjon/føringsrør er behandlet som termisk isolert.
- Utstrømsrendene fra rørene har den åpne randbetingelsen $-\mathbf{n} \cdot (\kappa \nabla T)$.
- Randbetingelsen til innstrømsranden for det ytre løpet er en glattet stegfunksjon; temperaturen heves sakte (over en periode tilsvarende et døgn) fra overflatetemperatur (tilsvarer konstantleddet i 5.5) til injeksjonstemperaturen på 40°C.
- For det indre løpet settes randbetingelsen til innstrømsranden lik \bar{T}_{bunn} . Også bunnranden til føringsrør og isolasjon gis denne betingelsen.
- Symmetriaksen, vertikalrand 1, settes i Comsol til "symmetriakse"; i praksis er dette det samme som å behandle den som termisk isolert.
- Rørflatene og brønnveggen behandles som tynne lag med termisk motstand³: Her settes konduktiviteten for laget lik κ_{vann} og tykkelsen på lik $-D_i/Nu_i$, hvor $i = 2, 3, 4$ viser til vertikalrand; både hydraulisk diameter D og Nusselts nummer, Nu , er ulik for de ulike vertikalrendene. Nusselts nummer beregnes ved (3.19).

6.1.3 Ut-data fra modellen

Det vi ønsker å undersøke er temperaturen på det produserte vannet samt brutto termisk effekt for systemet. Både produksjonstemperatur og produsert termisk effekt vil variere med sirkulasjonsratene (volumstrøm) i systemet, og det er derfor valgt å bl.a. kjøre modellen for flere ulike sirkulasjonsrater.

³Ved å benytte manuell "assembly" i Comsol behandles de ulike objektene i modellen (markert med ulike farger i figur 6.1) som selvstendige domener, og koblingen mellom disse defineres ved å sette identitetspar. Da kan man da velge "Thin thermally resistive layer" som randbetingelse for identitetspar.

Volumstrømmen ut av systemet finner vi ved å integrere over utstrømsranden:

$$\bar{V}_{ut} = \int_0^{0.05} \int_0^{2\pi} \mathbf{v}(z=0, r) \cdot \mathbf{n} r d\theta dr.$$

Temperaturen på det produserte vannet finner vi ved å integrere og midle over utstrømsranden:

$$\bar{T}_{ut} = \frac{1}{\bar{V}_{ut}} \int_0^{0.05} \int_0^{2\pi} T(z=0, r) \mathbf{v}(z=0, r) \cdot \mathbf{n} r d\theta dr,$$

For å finne et mål på den produserte termiske effekten P_{term} , er temperaturdifferansen mellom injisert og produsert vann benyttet i følgende uttrykk:

$$P_{term} = \rho c_p \Delta T \bar{V}_{ut}, \quad (6.1)$$

hvor ΔT representerer nevnte temperaturdifferanse.

Som figur 6.2 viser, vil temperaturen på det produserte vannet stabilisere seg etter ca 300 produksjonsdager; systemet vil etterhvert oppføre seg semistasjonært. De aller fleste studiene av modellen er derfor gjort ved 500 produksjonsdager (med unntak av langtidsstudiene) fordi det ikke forventes store endringer i systemet i overskuelig tid etter dette.

6.2 Langtidsstudier av enkeltbrønn-systemet

For å studere hvordan reservoaret tømmes og produksjonstemperaturen synker over en tidsperiode på 30-50 år, og for å se på "gjenoppvarmingstiden" til reservoaret – en prosess som er ventet å ta 50-100 år – er det satt opp to modeller som begge er en utvidelse av enkeltbrønnmodellen i radiell retning:

50m og 200m

Modellene er identiske med enkeltbrønn-modellen, bortsett fra radius på området med fjell rundt brønnen som modelleres; i de to modellene er lengden L fra figur 6.1 hhv. 50 og 200m. 50m-modellen er gjort med en relativt fin diskretisering i fjellet, mens 200m-modellen er gjort med et forholdsvis grovt gitter i fjellet. Hensikten med 50m-modellen er å undersøke om det er tilstrekkelig å modellere fjellet i en radius på 50 m rundt brønnen i et lengre tidsperspektiv.

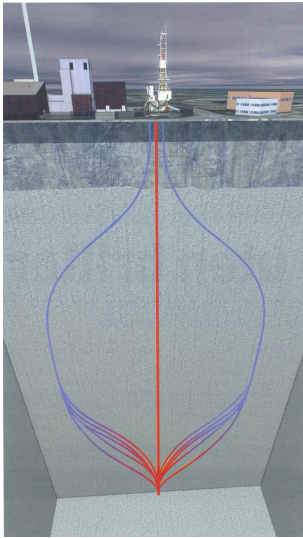
Med tanke på anvendelse av varme fra konstruerte geotermiske system, for eksempel i forbindelse med fjernvarme, er det lite hensiktsmessig å studere modellene (mhp. produksjon) i et lengre tidsperspektiv enn 50 år; hvordan behovet for f.eks fjernvarme vil endre seg de neste 60-70 årene er vanskelig å forutse (se diskusjon i avsnitt 2). Imidlertid er det absolutt nødvendig å undersøke hvordan temperaturen på det produserte vannet fra et kgs vil endre seg i et tidsperspektiv på titalls år. Derfor er det valgt å gjøre langtidsstudien over en periode tilsvarende 200 år; 50 års driftsperiode og 150 år med gjenoppvarming.

6.3 Anvendelse av enkeltbrønnmodellen:

To kommersielle eksempler

Enkeltbrønnmodellen har en slik utforming at den er forholdsvis enkel å tilpasse til ideene for to kommersielle kgs; Rock Energy sitt prosjekt med flere tynne brønner for varmeutveksling og Gether AS sin plan for en 800m dyp grunnvarmeveksler. De neste avsnittene utdyper hvordan modellen er tilpasset disse prosjektene.

6.3.1 Tilfellet Rock Energy



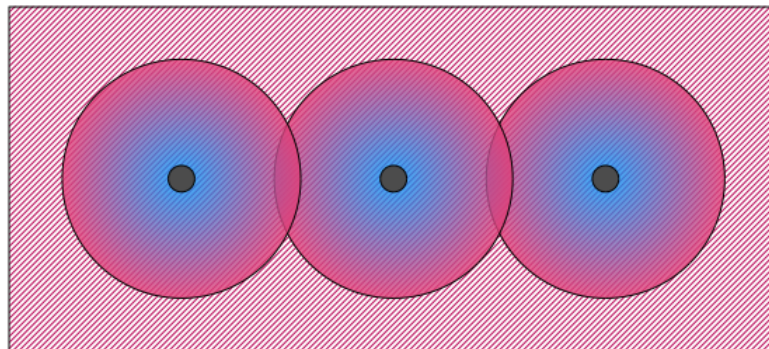
Figur 6.4: Illustrasjon av Rock Energy sitt prosjekt hentet fra [22].

Figur 6.4 viser hvordan Rock Energy ser for seg et fullt utbygget geotermisk system bestående av en produksjonsbrønn, to injeksjonsbrønner og 20 lateralerbrønner. Modellen som er gjort her ser på én slik lateralerbrønn, og er basert på følgende antagelser⁴:

- Injeksjonsbrønnen er termisk isolert
- Volumstrømmen gjennom hvert radiatorrør er lik.
- Lateralerbrønnene har en konstant helningsvinkel på 45° og er 2 km lange.
- Strømningsfeltet er relativt upåvirket av helningsvinkelen; lateralerbrønnen kan derfor modelleres som en vertikal brønn med temperaturgradient skalert for helningsvinkelen.
- Produksjonsbrønnen er tilstrekkelig isolert slik at varmetapet er begrenset til 2-3°C.

Med andre ord er modellen utformet som en forenkling av enkeltbrønnmodellen; brøndiameteren settes til 20 cm (~8 tommer) [22], og brønnen har kun ett løp med innstrømsrand i toppen og utstrømsrand i bunnen. Berggrunnen rundt brønnen modelleres i en radius av 25 m; [22] oppgir den innbyrdes avstanden mellom de ulike lateralerbrønnene til 50 meter. I tillegg settes ytterranden for fjell-domenet (tilsvarer vertikalrand 5 i figur 6.1) til å være termisk isolert; det er innenfor denne

blokken vi i praksis har tilgang på varme – nabobrønnene vil tappe varme fra tilstøtende områder. Dette gir et lite underestimat på tilgjengelig varmemengde; lateralerbrønnene vil være plassert noenlunde langs en linje, og de respektive nedkjølingsfrontene i berggrunnen vil derfor møte andre nedkjølingsfronter langs denne linjen, men ikke på tvers av linjen, slik figur 6.5 illustrerer. For å få en kvalitativ forståelse av disse nedkjølingsfrontene er modellen bl.a. undersøkt for temperaturen i berggrunnen ved ulike tidspunkt.



Figur 6.5: Antatt plassering av tre lateralerbrønner (i røtplanet), med utbredelsen av nedkjølingsfrontene rundt hver brønn.

Modellen kjøres for ulike injeksjonsrater, og utstrømstemperaturen i bunn evalueres på tilsvarende måte som for enkeltbrønnmodellen. Injeksjonstemperaturen er på 60°C [22].

⁴Disse antagelsene er i stor grad basert på [22] og på AMR Engineering sin hovedrapport fra november 1997 med tittelen "Forprosjekt for planlegging av pilotanlegg for geovarme ved Nye Rikshospitalet".

Skalering av z-akse og temperaturgradient

For å få riktig temperaturgradient må både gradienten og z-koordinatene i ligningen for temperaturen i fjellet skaleres. z-koordinatene må deles på $\sqrt{2}$ siden helningsvinkelen er 45° , mens temperaturgradienten midles over den reelle dybden, og antas å være konstant. Reelle z-koordinater for radiatorrøret er $[-3586, -5000]$, mens modellens z-koordinatene er $[0, -2000]$. Maks-med-min-settene for den geotermiske gradienten er skalert i henhold til dette, og det er satt opp en lineær funksjon for temperaturen i fjellet som funksjon av dybde $[0, -2000]$:

$$T(z) = c - \overline{\nabla T} \frac{z}{\sqrt{2}},$$

hvor c er $T(z=-3586)$ i reelle koordinater og $\overline{\nabla T}$ er middelverdien til temperaturgradienten over den reelle dybden. For ytterligere detaljer vises det til tillegg B.2.1.

Forøvrig er modellen diskretisert og skalert i henhold til prinsippene fra enkeltbrønn-modellen. Videre er det benyttet lineære basisfunksjoner for Navier-Stokes ligning for å forbedre stabiliteten ved lave væskehastigheter.

Ut-data fra modellen

I likhet med enkeltbrønn-modellen er det temperaturen over utstrømsranden som er evaluert. Det er tatt høyde for en nedkjøling på 3°C i produksjonsbrønnen. I tillegg er også produsert termisk effekt undersøkt, og det er foretatt noen enkle langtidsstudier av systemet.

6.3.2 Tilfellet Gether AS

I samarbeid med Helge Skarphagen i Gether AS er enkeltbrønnmodellen justert og tilpasset et varme-pumpesystem basert på en 800 m dypt brønn. Detaljene er overlatt til vedlegg B.2.2, her gis en kort beskrivelse av prosjektet:

Akseptabelt trykktap i systemet

Som presentert i avsnitt 6.1 er det nødvendig at produksjonsrøret er så tynt som mulig for å sikre en tilstrekkelig høy væskehastighet, slik at varmetapet blir minimalt, samtidig som varmeopptaket i det ytre løpet blir så høyt som mulig når væsken strømmer langsomt. For dette prosjektet er det definert en begrensende faktor på trykktapet i systemet; det er ønskelig å benytte en bestemt pumpe. Pumpen har følgende tekniske spesifikasjoner, og de definerer samtidig akseptabelt trykktap:

- **Effektforbruk:** 0.84 kW
- **Løftehøyde og produksjonsrate:** 18 m ved 2.22 l/s

Geometri

Ved å undersøke uttrykket for trykktap ved friksjon er det satt opp en konfigurasjon for rør-dimensjoner som er antatt å være optimal. Imidlertid er det ikke tatt høyde for viskøst trykktap, til tross for at det vil være turbulent strøm i produksjonsrøret. Rørdimensjoner (for detaljer vises det til B.2.2):

- **Indre radius produksjonsrør:** 27 mm
- **Tykkelse:** 16 mm
- **Brønnradius:** 75 mm
- **Trykktap i meter vannsøyle:** 15

Det er i prosjektet ikke lagt opp til å benytte sentraliseringsspiler, og produksjonsrøret vil derfor ikke ha en optimal plassering i brønnen. Imidlertid er dette ikke tatt hensyn til, og modellen er satt opp slik figur 6.1 illustrerer. Modellen er diskretisert etter de samme prinsipper som enkeltbrønnmodellen.

Inn-data til modellen

Følgende parametere ligger til grunn for beregningene:

- **Produksjonsrør:** Polyeten (HDPE) med termisk konduktivitet på ca 0.4 W/mK.
- **Friksjonsfaktor indre løp (f_1):** 0.021.
- **Friksjonsfaktor ytre løp (f_2):** 0.03.
- **Geotermisk gradient:** 22 K/km.
- **Overflatetemperatur:** 4°C. Sammen med geotermisk gradient gir dette en reservoartemperatur (T@800 m) på 22°C.
- **Injeksjonsrate:** 2.22 l/s.
- **Injeksjonstemperatur:** 2°C.

Ut-data fra modellen

I likhet med de andre modellene er det produsert temperatur og effekt, beregnet etter tilsvarende ligning som i avsnitt 6.1.3. Imidlertid er modellen kun undersøkt for gitte parametere i et tidsrom på 300 dager; den er ikke undersøkt for ulike parametersett, geometrier eller pumpeegenskaper.

6.4 Porøst medium-modellen: Sprekkdominert fjell

Porøst medium-modellen er basert på at et sprekkdominert porøst medium kan beskrives utelukkende som et homogent porøst medium, hvor sprekkvolumet inngår i porøsiteten, og den dominerende permeabiliteten er basert på væskeledningsevnen til sprekken. Systemet som modelleres er en injeksjonsbrønn med fire produksjonsbrønner plassert symmetrisk omkring, hvor det er tilstrekkelig å modellere injeksjonsbrønnen og én produksjonsbrønn.

Modell-ligningene

Mens enkeltbrønn-modellen er bygget opp ved hjelp av Comsol sine moduler for væske- og varmetransport, må porøst medium-modellen bygges i Comsol sin pde-modul (koeffisientform). I utgangspunktet er det Darcys ligning for væskestrøm i et porøst medium, sammen med kontinuitetsligningen og ligningene for konveksjon og konduksjon, som løses. Imidlertid må disse modifiseres noe:

1. Trykkligning: Som nevnt i kapittel 4.3 tar vi divergensen av Darcy-ligningen (3.6) og benytter kontinuitetsligningen (3.5) til å skrive en ren trykkligning:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{v} &= \nabla \cdot \left(-\frac{K}{\mu} (\nabla p + \rho \mathbf{g}) \right) \\ &\Downarrow \\ 0 &= \nabla \cdot \left(\frac{K}{\mu} \nabla p \right).\end{aligned}$$

2. Ligningene for konveksjon og konduksjon i et porøst medium stabiliseres ved bruk av isotrop diffusjon (se avsnitt 4.4):

$$(1 - \phi)(\rho c)_s \frac{dT_s}{dt} = (1 - \phi) \nabla \cdot ((\kappa_s + \kappa_{id}) \nabla T_s) + h^* \cdot (T_f - T_s) \quad (3.21),$$

$$\phi(\rho c_p)_f \frac{dT_f}{dt} + (\rho c_p)_f \mathbf{v} \cdot \nabla T_f = \phi \nabla \cdot ((\kappa_f + \kappa_{id}) \nabla T_f) + h^* \cdot (T_s - T_f) \quad (3.22),$$

hvor $\kappa_{id} = \delta_{id} h \|\mathbf{v}\|$. δ_{id} er en justeringsparameter og h her er største sidekant i et element.

Motivasjon for valg av 2-kontinuumsmodell

Slik modelligningene for varmetransport og varmeovergang er presentert over, uttrykker de en 2-kontinuumsmodell; temperaturen i både fast stoff og væske modelleres eksplisitt, selv om vi antar at systemet kan betraktes som en homogen blanding av vann og fjell. Det er ikke utenkelig at det svært raskt vil oppstå lokal termisk likevekt mellom vann og fjell i denne modellen, og at man derfor kunne addert ligning (3.21) og (3.22) og heller studert systemets temperatur for å spare regnekraft og -tid. Temperaturligningen for en slik 1-kontinuumsmodell skrives

$$(\rho c)_m \frac{dT}{dt} + (\rho c)_m \mathbf{v} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\kappa_m \nabla T), \quad (6.2)$$

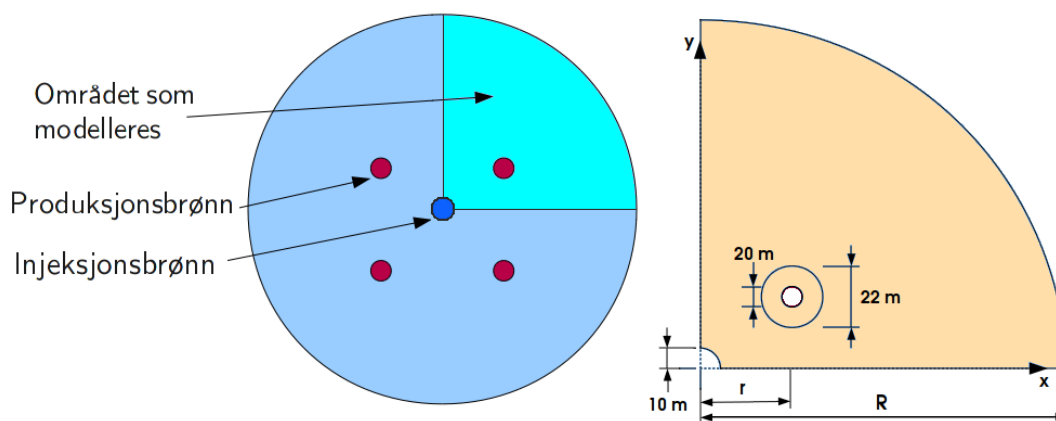
hvor $(\rho c)_m = \phi(\rho c_p)_f + (1 - \phi)(\rho c)_s$ og $\kappa_m = \phi\kappa_f + (1 - \phi)\kappa_s$.

Imidlertid er det valgt å benytte en 2-kontinuumsmodell – årsaken til dette ligger i forholdet mellom transportleddet og varmeovergangsleddet i ligning (3.21) og (3.22): Vi ser på den dimensjonsløse gruppen som består av koeffisientene til de to leddene. For å gjøre gruppen dimensjonsløs, må koeffisientene til transportleddet deles på en karakteristisk lengde \tilde{L} . Til dette er avstanden mellom brønnene benyttet.

$$\frac{h^*}{\rho c_p v} \tilde{L} \quad (6.3)$$

Ved innsetting av aktuelle verdier for koeffisientene (bl.a. basert på resultater fra trykkligningen), ser man at denne gruppen er av størrelsesorden $2 \cdot 10^{-3}$. Med andre ord dominerer transportleddet over varmeovergangsleddet. I en 1-kontinuumsmodell blir ikke dette riktig, fordi transportleddet vil ”dra med seg” randbetingelsen ved innstrømsranden (injeksjonstemperatur) urimelig hurtig innover i domenet, og systemet blir fullstendig avkjølt i løpet av kort tid. Dette vil ikke være et problem i 2-kontinuumsmodellen, og den modellen tar også høyde for at man ikke alltid vil ha lokal termisk likevekt i systemet.

6.4.1 Oppbygging av modellen



Figur 6.6: Illustrasjon av modellgeometri for porøst medium-modellen. Til høyre vises domenet som modelleres i Comsol.

Fra 3D til 2D

En av fordelene med å modellere det sprekke-dominerte systemet som et homogent, porøst medium, er at modellen kan begrenses til et 1 m tykt domene; injeksjonsraten og produksjonsraten skaleres deretter. Alle koeffisientene i ligningene er per volumenheter, og ved å la 1 m være enhetstykkelsen, kan modellen formuleres i 2D. Det reduserer behovet for regnekraft og -tid betraktelig.

Skalering av injeksjonsrate

Siden det er $\frac{1}{4}$ av det fullstendige domenet som modelleres, og fordi det kun er et lag med enhetsykkelsen 1 m som modelleres, er det valgt å benytte to mål på injeksjons-/produksjonsrate; Q_m betegner den totale massestrømmen inn i systemet, mens $q_m = \frac{Q_m}{4}$. I utgangspunktet er Q_m satt til 40 kg/s.

Korrigerer av produksjonstrykk

Figur 6.6 illustrerer hvordan det sprekkdominerte geotermiske systemet er modellert i Comsol. Det er antatt at injeksjonsbrønnen og produksjonsbrønnen har radius på hhv. 15 og 10 cm. Siden dette er dimensjoner som er svært vanskelig å modellere godt i en stor modell, er brønnene tilnærmet med en radius på 10 m. Det er en rimelig tilnærming fordi vi ikke er interessert i hva som skjer nært brønnen, men mellom brønnene. Fordi vi produserer med konstant trykk ved produksjonsbrønnen, må produksjonstrykket her korrigeres for denne tilnærmelsen, og vi benytter uttrykket for trykktesting for å finne trykket 10 m fra brønnen [14]:

$$\mathbf{u} = -\frac{K}{\mu} \frac{dp}{dr}, \quad (6.4)$$

hvor p er trykk og r er radius. Videre ser vi på volumstrømmen q over et areal $A = 2\pi rh$ (h er brønnhøyden); $q = \mathbf{u}A$. Vi omformulerer dette til

$$1 = -\frac{q\mu}{2\pi rhK} \frac{dr}{dp},$$

og integrerer:

$$\int_{p_{wf}}^p dp = -\frac{q\mu}{2\pi hK} \int_{r_w}^r \frac{dr}{r}, \quad (6.5)$$

hvor p_{wf} er brønnhullstrykket og r_w er brønnradien (10 cm). Brønnhøyden h er 1 m, og vi får følgende uttrykk for trykket 10 meter fra senter av den reelle brønnen:

$$p_{10m} = p_{wf} - \frac{q\mu}{2\pi K} \ln\left(\frac{10}{0.1}\right) \quad (6.6)$$

Dette implementeres som randbetingelse på produksjonsbrønnen i modellen.

Utstrømsrand

Fordi det er lagt til isotrop diffusjon på ligning (3.21) og (3.22), kan vi risikere "utsmøring" av temperaturen langs produksjonsbrønnen. For å unngå feilen en slik "utsmøring" kan introdusere, er det lagt en rand 1 m rundt produksjonsbrønnen. Denne randen benyttes som utstrømsrand når ut-data skal hentes fra modellen.

6.4.2 Sprekk-avhengige parametere; reservoarparametere

Temperaturdataene modellen skal kjøres for er begrenset til min-med-maks-settene fra kapittel 5; fokuset for porøst medium-modellen er de sprekkavhengige reservoarparameterne sprekkåpning (a), midlere sprekkavstand (L), midlere sprekkradius (r_s), porøsitet (ϕ), permeabilitet (K) og spesifikt areal (α). Størrelsen på sprekkåpningen (a) er antatt omkring 2 - 10 cm, mens resten av parameterne er basert på data fra Soultz, presentert i tabell 1 i artikkelen av Sausse et al. [17]. Dataene for beregninger er presentert i vedlegg B.3; her følger en oversikt:

Midlere sprekkavstand, L , er beregnet med utgangspunkt i avstanden mellom sprekkene, brønnvis.

Midlere sprekkradius, r_s : I utgangspunktet er sprekkplanet elliptisk, og midlere sprekkradius er beregnet som middelvei av store og lille halvakse. Det er ikke korrigeret for den vertikale orienteringen av sprekkene; r_s er egentlig et mål på sprekk lengden – ikke hvor langt ut fra brønnen sprekkene når i radiell retning, selv om r_s er nyttet som mål på nettopp dette.

Permeabilitet, K : For å beregne permeabilitet for en sprekk er forholdet $K = a^3/12$ benyttet. Imidlertid må dette skaleres mot h/L for å finne permeabilitet for det "porøse" mediet, og siden $h = 1$ m, er K beregnet som $K = \frac{a^3}{12L}$.

Porøsitet, ϕ , er beregnet som V_s/V_{tot} , hvor $V_s = \pi r^2 a \frac{h}{L}$ er det totale sprekkvolumet skalert for antall sprekker i domenet og $V_{tot} = \pi r^2 h$. Vi får at $\phi = \frac{a}{L}$.

Spesifikt areal, α , er forholdet mellom overflatearealet til sprekkene og det totale volumet:

$$\alpha = \frac{h}{L} \frac{2\pi r^2}{\pi r^2 h} = \frac{2}{L}.$$

Parameterverdiene er presentert i tabell 6.2.

Tabell 6.2:

Reservoarparameterne.

(a) *Parameterne direkte beregnet fra tabell 1 i [17].*

	Parameter	Middelverdi	Standardavvik, σ
L	Sprekkavstand [m]	449	352
r_s	Sprekkradius [m]	136	92

(b) *Parametersett for porøst-medium modellen, basert på (a). Sett 3 viser standardbetingelsene for modellen med en sprekkåpning på 8 cm og middelverdi for L . Sett 2 og 5 viser hvordan parameterne endrer seg med $L \pm \sigma_L$. Sett 1 og 5 er med middelverdi for L , men ulik sprekkåpning.*

	Parametersett	1	2	3	4	5
a	Åpning [m]	0.02	0.08	0.08	0.08	0.1
K	Permeabilitet [m ²]	1.49E-9	5.33E-8	9.51E-8	4.39E-7	1.86E-7
ϕ	Porøsitet	4.46E-5	9.99E-5	1.78E-4	8.24E-4	2.23E-4
α	Spesifikt areal [1/m]	4.46E-3	2.50E-3	4.46E-3	2.06E-2	4.46E-3

Implementering av r_s i Comsol

Både L og r_s har stor spredning i størrelsene. Mens L gir en skalering av K , ϕ og α , og spredningen av L inkluderes i beregningene av disse parameterne (se tabell 6.3b), må r_s og σ_{r_s} implementeres direkte i modellen på to områder:

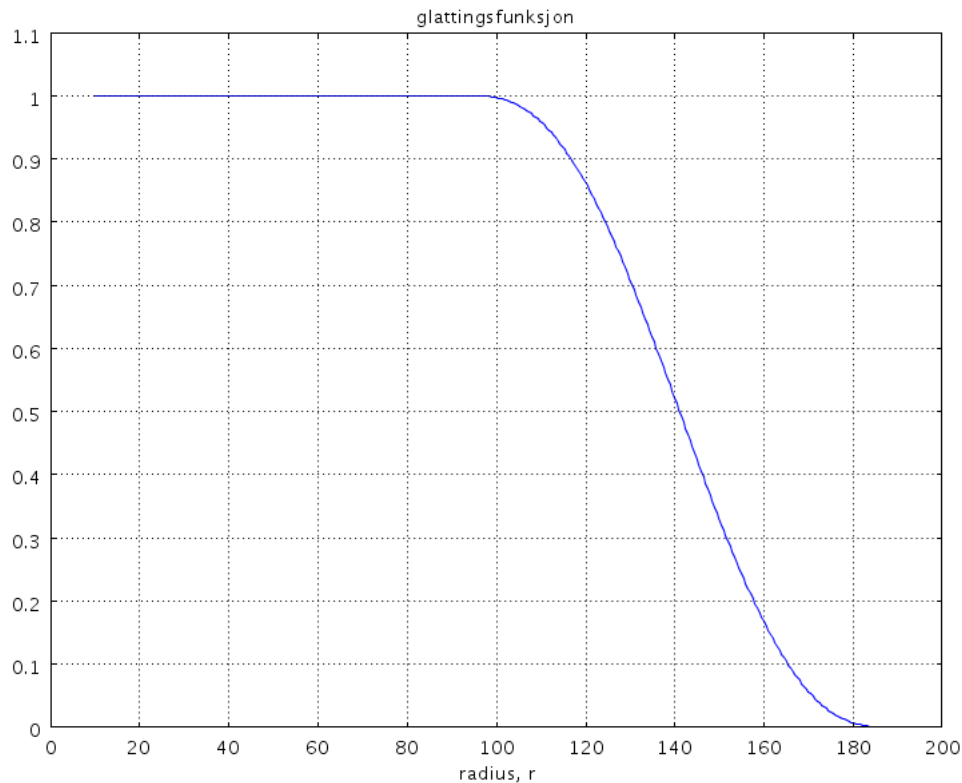
1. De geometriske størrelsene r og R i figur 6.6 er begge basert på r_s . R er ytterranden til domenet og er satt lik $5r_s$. r er den radielle avstanden fra injeksjonsbrønnen til produksjonsbrønnen (her er figuren upresis; det er x-koordinaten til produksjonsbrønnen som er angitt – den er lik $r/\sqrt{2}$). Som standardbetingelse er r satt lik $r_s - \frac{1}{2}\sigma_s$.
2. Parameterne a , K , ϕ og α er kun definert for $x^2 + y^2 < r_s^2$; altså for området med sprekker. Dette er implementert ved å skalere størrelsene mot en glattingsfunksjon, se figur 6.7. Denne funksjonen skalerer parameterne ned i intervallet $r(s - \sigma_{r_s}, r_s + \sigma_{r_s})$.

6.4.3 Domene-, initial- og randbetingelser

Med unntak av varmeovergangskoeffisienten, h^* , er koeffisientene til ligningene utførlig presentert i tabellene så langt i kapittelet. h^* presenteres senere i avsnittet. Initialverdiene på domenet er

1. Trykk; $p = 0^5$.
2. Temperatur: Både væske og fast stoff initieres med reservoartemperatur beregnet etter ligning (5.5), med $z = -5000$ m som antatt dybde på reservoaret.

⁵Det opereres med relativt trykk i modellen; utvendig trykk er lik 0, og denne likevekten benyttes som initialverdi.



Figur 6.7: Glattingsfunksjonen som er brukt til å skalere ned reservoarparametere utenfor området de er definert. Merk at funksjonen aldri tar verdien 0; minste verdi er 10^{-6} , ellers er ikke permeabiliteten definert på hele domenet, og Comsol klarer ikke løse trykkligningen. Funksjonen er basert på Comsols `flc2hs()`-funksjon; se [2] for detaljer.

For injeksjons- og produksjonsbrønnene har vi følgende randbetingelser:

Trykkligningen: På innstrømsranden defineres trykkgradienten ved $\mathbf{n} \cdot \frac{K}{\mu} \nabla p = q_m$. Ved produksjonsbrønnen defineres trykket etter ligning 6.6.

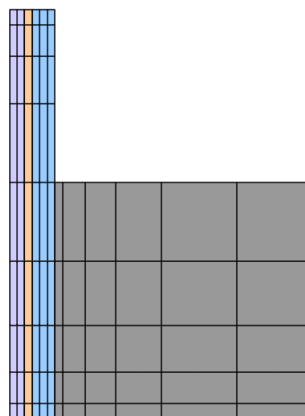
Temperaturligningene: Innstrømsranden. For å sikre stabilitet holdes randbetingelsene for væske og fast stoff like, og senkes langsomt ned fra reservoartemperatur til injeksjonstemperatur (over et tidsrom på dager) ved hjelp av Comsols `flc1hs()`; en glattingsfunksjon tilsvarende den illustrert i figur 6.7.

De øvrige randbetingelsene er forholdsvis like for både trykk- og temperaturligningene:

- Alle ytterrender for domenet (med unntak av innstrømsranden) har den åpne Neumann-betingelsen $\mathbf{n} \cdot \nabla X = 0$, hvor X peker på både trykk (p) og temperatur (T_s, T_f).
- For temperaturligningene har også produksjonsbrønnen en åpen Neumann-betingelse
- Utstrømsranden er en intern rand, og har derfor ingen eksplisitt randbetingelse (den implisitte betingelsen er kontinuitet).

Varmeovergangskoeffisienten h^* og Nusselts nummer for sprekker

For porøst medium-modellen er varmeovergangskoeffisienten gitt ved $h^* = \alpha h$, hvor h her er varmeovergangskoeffisienten, definert i avsnitt 3.2.2. Imidlertid må det benyttes et annet uttrykk for Nusselts



Figur 6.8: Skisse av prinsipp for diskretisering av modellen.

nummer: Vi antar at sprekkflatene er parallelle, at strømmen mellom flatene er laminær, og at temperaturen i fjellet er uniform⁶. For dette tilfellet oppgir Heat Transfer Handbook, [5], verdien av Nusselts nummer til 7.54, og h^* kan uttrykkes som

$$h^* = \alpha 7.54 \frac{\kappa_f}{D},$$

hvor hydraulisk diameter D gis ved sprekkåpningen a ; $D = 2a$.

6.4.4 Ut-data fra modellen

Som i de andre modellene er det temperaturen på det produserte vannet og produsert termisk effekt som er evaluert. Temperaturen på det produserte vannet er korrigert for volumstrømmen ved utstrømsranden og varmetapet i produksjonsbrønnen:

$$\bar{V}_{ut} = \oint_{ut} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r},$$

$$\bar{T}_{prod} = \frac{1}{\bar{V}_{ut}} \oint_{ut} T \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r} - 3^\circ\text{C}.$$

Termisk effekt er beregnet etter 6.1.

6.5 Diskretisering av modellene og konvergensundersøkelser ved gitterforfining

For å undersøke modellenes pålitelighet er det nødvendig å undersøke om de konvergerer mot samme resultat for finere diskretisering. Resultater som fremkommer ved ulike diskretiseringer er undersøkt bl.a. ved å studere L^2 - og H^1 -norm av både løsningen og differansen mot løsninger for finere diskretiseringer: Ligningene for trykk/hastighet er undersøkt i L^2 - og H^1 -norm i rommet, mens temperaturligningen kun er undersøkt i absoluttverdi over utstrømsrand. Selve gitterforfiningen er gjort noe ulikt for de to modellene; i enkeltbrønnmodellen er det antall elementer langs r -aksen som i hovedsak er økt – langs z -aksen er antall elementer økt i et forhold som sikrer at elementene ikke blir for tynne. For porøst medium-modellen har fokuset vært gitterforfining i området nær injeksjons- og produksjonsbrønnen.

6.5.1 Enkeltbrønnmodellen

Enkeltbrønnmodellen har en geometri som er svært vanskelig å diskretisere på fornuftig vis; den er lang og tynn. Til diskretiseringen er det derfor valgt å gjøre en symmetrisk eksponentiell fordeling av gitterpunktene langs z -aksen med kort avstand mellom punktene nær inn- og utstrømsrendene og lang avstand

⁶ Dette er den beste tilnærmingen. Alternativet er å anta uniform varmestrom, noe som er en dårligere tilnærming til situasjonen

mellom punktene i midten av røret. Langs r-aksen er punktene plassert symmetrisk i forhold til rørflatene; med kort innbyrdes avstand nær flatene. Fra brønnveggen og utover øker avstanden mellom punktene eksponentielt. Figur 6.8 skisserer dette prinsippet.

Med utgangspunkt i prinsippet skissert over, er det gjort tilsammen syv ulike diskretiseringer av modellen som spenner i fra 24 800 elementer til 6 125 000 elementer, og resultatene som fremkommer ved å kjøre modellen for disse ulike gittringene er sammenlignet. Figurene 6.9a, b og c viser ulike resultater for væskestrømmen; i 6.9a er det differansen mot en finere løsning som er undersøkt, mens det i b og c er den aktuelle variabelen som er undersøkt. Ved testing av modellen er det medium-settet for den geotermiske gradienten (tilsvare sett 2 i parameterstudien) som er benyttet. Produksjonsraten er satt til 5 kg/s.

Konvergens av inkompressibel Navier-Stokes

For hastigheten i z-retning i brønnen viser 6.9a henholdsvis L^2 - og H^1 -norm av differansen mot finere løsning. L^2 -normen antyder konvergens for de groveste gittrene, mens H^1 -normen ikke viser tegn på konvergens. Videre viser 6.9b den relative L^2 -normen til hastigheten i radiell retning (øverst), og maksimumnormen til $\frac{dv_z}{dz}$, hvor v_z er z-hastighet (nederst). Førstnevnte antyder at radiell hastighet nærmer seg en bestemt verdi for finere gitter, mens den nederste figuren ikke gir noen indikasjoner på tilsvarende oppførsel for dv_z/dz . Til sist viser 6.9c relativ L^2 -norm for både trykk (øverst) og z-hastighet (nederst). Begge figurene viser at både trykk og hastighet kanskje nærmer seg bestemte verdier for finere gitter, men det er ikke mulig å trekke noen konklusjoner. Figurene 6.9a til c kan oppsummeres i følgende:

1. For de fineste gittrene ($\geq 500\,000$ elementer) ser det ut til at modellen begynner å fange opp turbulens.
2. Det ser ikke ut til at modellen konvergerer mot noen bestemt løsning i det turbulente regimet, men det er indikasjoner på at den kanskje kan konvergere i det laminære regimet.
3. Det er vanskelig å konkludere hvorvidt modellen for væskestrøm er god eller ikke basert på disse grafene.

Konvergens av trykktapet ved løsning av Navier-Stokes ligning på finere gitter

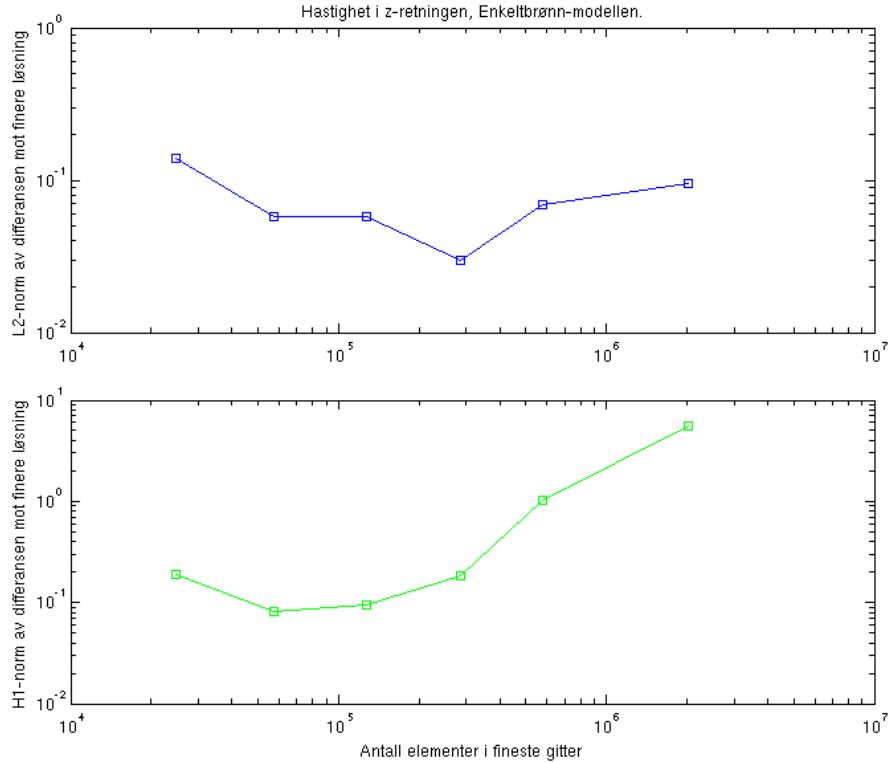
Figur 6.10 viser hvordan observert trykktap endrer seg når gitteret forfines (merk at x-aksen er $\log(1/n)$ hvor n er antall elementer i gitter). I avsnittet over reises det spørsmål om modellen kan fange økt viskositet som følge av turbulent strøm, og denne figuren forsøker å svare på dette; ved ekstrapolasjon mot $x=0$ (dvs $n=\infty$) får vi en pekepinn på reelt trykktap som følge av økt viskositet pga. turbulent strøm. Vi ser at trykktapet i praksis er konstant, med en relativ variasjon på 0.003%. Differansen i trykktapet ligger i femte desimal og har en absolutt størrelse på 30 Pa, mot trykktapet som er på 1 MPa. Til sammenligning er den relative toleransen for den numeriske løsningen satt til 0.1%, og vi kan i praksis regne trykktapet som konstant og uavhengig av ulike gittringer av modellen.

Konvergens av temperaturligningen

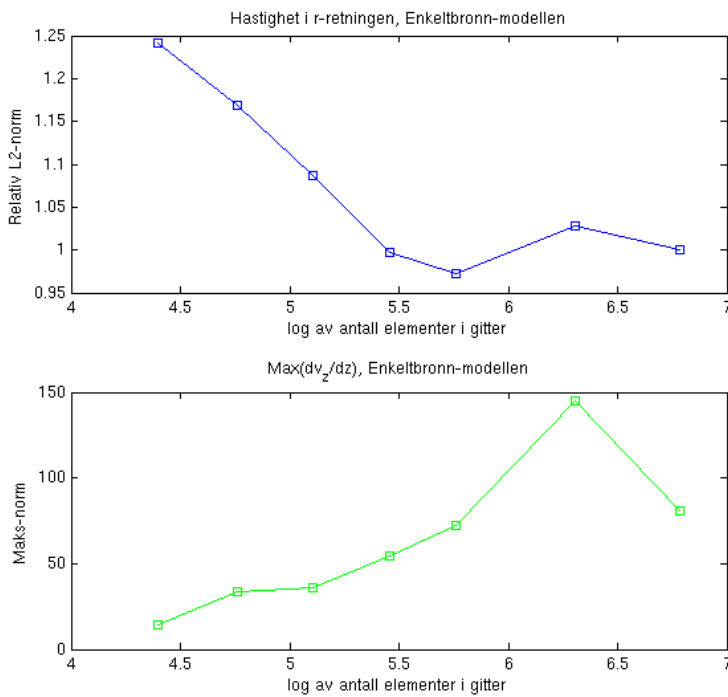
For å undersøke konvergens av temperaturligningen er Navier-Stokes ligning først løst for det nest groveste gitteret – en oppløsning hvor det ikke forventes turbulens. Deretter er det resulterende hastighetsfeltet overført til andre gittre, og temperaturligningen er løst på gradvis finere gitter. Til sist er produsert temperatur sammenlignet ved L^2 - og H^1 -norm av differansen mellom to og to ulike løsninger. Resultatet fremkommer av figur 6.11a, som viser hvordan temperaturen nærmer seg en bestemt verdi for finere gitter (nederst). Dette bekreftes av den øverste figuren som viser at differansen mot finere løsning er avtagende. Innenfor nøyaktigheten på løseren, som er 1°C , er det tydelig at alle de ulike gittringene i praksis gir samme temperatur. Hvis det skal ha noen hensikt å velge et fint gitter, er det tilstrekkelig med 100 000 elementer eller mer.

Konvergens av modellen; både væskestrøm og temperatur

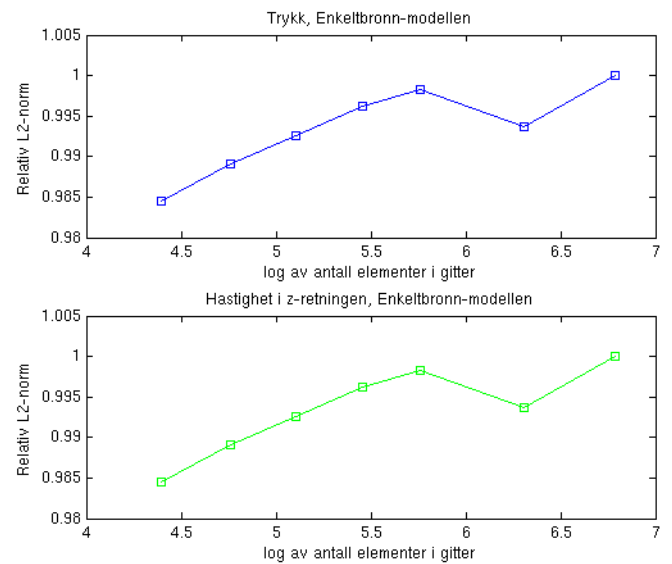
Siden hensikten med modellen primært er å undersøke produksjonstemperatur, og ikke trykk-/hastighetsfelt i brønnen, behøver det ikke å være problematisk at modellen kun delvis fanger turbulens i væskestrøm-



(a) z-hastighet, hhv. L^2 - og H^1 -norm av differansen mot en finere løsning.

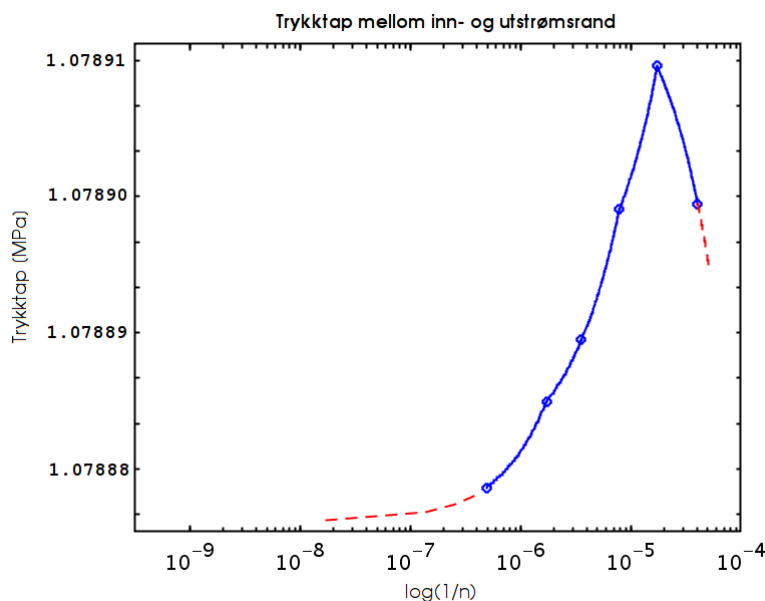


(b) Øverste figur viser relativ L^2 -norm av hastighet i radiell retning, mens nederste figur viser $\max\left(\frac{dv_z}{dz}\right)$, hvor v_z er z-hastighet.



(c) Relativ L^2 -norm for hhv. trykk og z-hastighet.

Figur 6.9: Resultater for konvergenstesting av Navier-Stokes ved gitterforfining, enkeltbrønnmodellen.



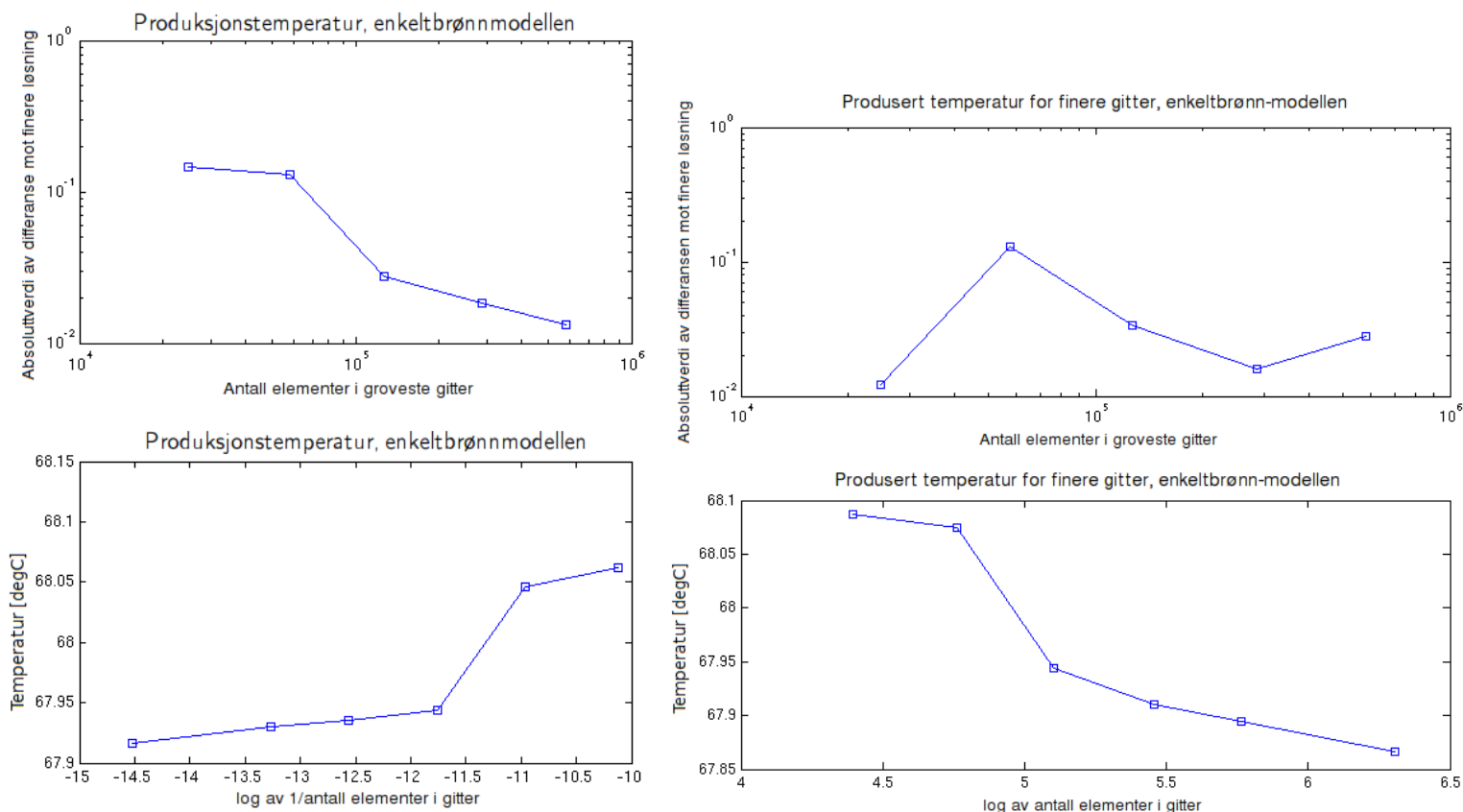
Figur 6.10: Trykktapet i enkeltbrønn-modellen ved en produksjonsrate på 5 kg/s, ved lineær og ekstrapolasjon på logaritmisk x-akse: Blå linje interpolerer trykktapet mellom inn- og utstrømsrendene for systemet mot $\log(1/n)$, hvor n er antall elementer i gitter, mens rød stiplet linje representerer ekstrapolasjon. Enhet for z-aksen er MPa ($\text{Pa} = \text{N/m}^2$). Interpolasjon og ekstrapolasjon utført vha. Comsol.

men. Der hvor turbulens vil ha noe å si (trykktap og varmeovergang), er det i modellen allerede tatt høyde for turbulens, med to unntak: Viskøs motstand og termisk konduktivitet i væsken – turbulens endrer konduktiviteten til en væske i bevegelse. Den viskøse motstanden på grunn av turbulens blir diskutert i avsnitt 7.1.1. Når vi vet at temperaturligningen konvergerer for finere diskretisering, gitt et uavhengig strømningsfelt, vil en studie av gitterforfining for både væskestrøm og temperatur være meningsfull. Figur 6.11b viser resultatet fra en slik studie, og den øverste grafen viser tydelig at turbulens i væskestrømmen påvirker konvergensten av temperaturligningen; det ser ikke ut til at differansen mot finere løsning avtar med finere gitter. Imidlertid viser den nederste grafen at temperaturen ser ut til å konvergere mot en bestemt verdi, og at feilen som introduseres er betraktelig lavere enn nøyaktigheten i inndata til modellen: For finere gitter synker temperaturen med 0.25°C ; $\frac{1}{4}$ av nøyaktigheten på toleranse i løseren. Det er nettopp dette vi ønsker å vise; at den numeriske feilen i modellen er underordnet usikkerheten i parameterne modellen bygger på.

6.5.2 Porøst medium-modellen

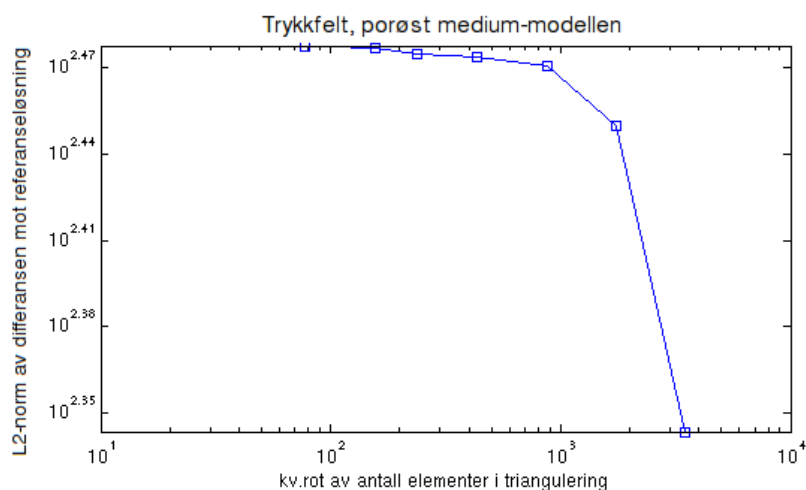
For å forbedre stabiliteten til metoden er det benyttet lineære basisfunksjoner for temperaturligningene i denne modellen. Gittringen er gjort med trekantede elementer, i motsetning til de andre modellene hvor elementene er rektangulære. Fordi ligningene i praksis er inaktive for $r > 180$ er det ikke nødvendig med særlig fint gitter i det området. Derfor er det først generert et grovt gitter for hele modellen, og deretter er gitteret forfinet for $r < 180\text{m}$, særlig i området mellom injeksjons- og produksjonsbrønn og i umiddelbar omkrets av produksjonsbrønn. Modellen er testet med en reservoarstemperatur på 100°C og en total injeksjonsrate (Q_m) på 40 kg/s.

Figurene 6.12 og 6.13 viser resultater for konvergenstesting av trykkligningen for finere gitter. Langs x-aksen vises antall elementer langs modellens x- eller y-akse, mens y-aksen viser L^2 - og H^1 -norm av differansen mot en referanseløsning (løsningen for fineste gitter). Vi ser av y-aksene at både trykk og hastighetsfelt konvergerer dårlig i både L^2 - og H^1 -norm (L^2 -konvergens av hastighet innebærer H^1 -konvergens av trykk gitt L^2 -konvergens av trykket). Med utgangspunkt i endelig element-metoden vil vi forvente en konvergens av orden 2, men ut i fra figurene er det ikke mulig å si noe annet om konvergenorden enn at

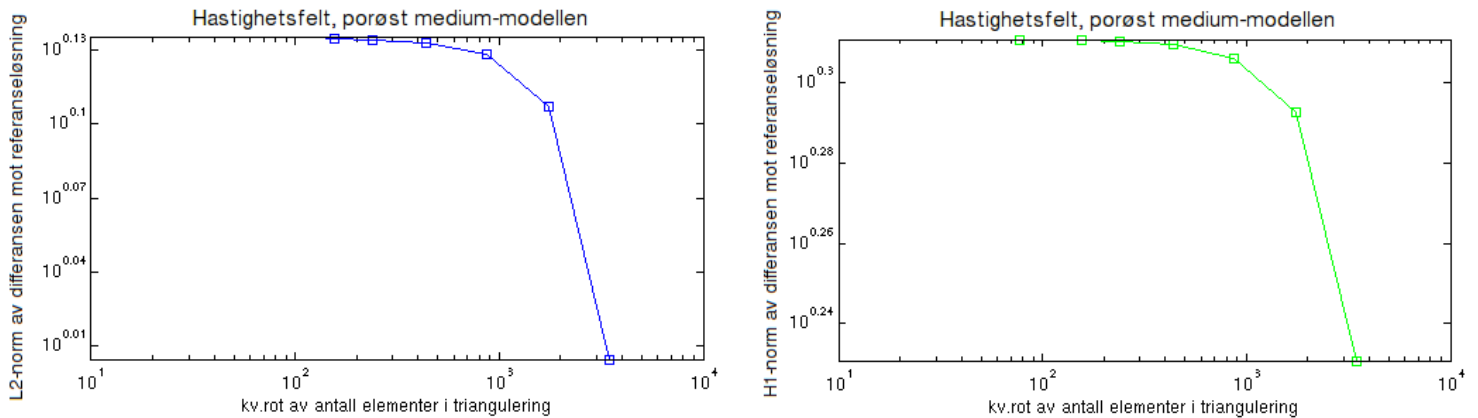


(a) Navier-Stokes ligning løst på grovt, konstant gitter. Merk at x-aksen på nederste figur er feil; den er $\ln(1/n)$, ikke $\log_{10}(1/n)$. (b) Både temperatligningen og Navier-Stokes ligning løst på gradvis finere gitter.

Figur 6.11: Resultater for konvergenstesting av temperatligningen ved gitterforfining, enkeltbrønnmodellen: Temperatur ved utstrømsranden. Øverste figur viser differansen av løsningene målt mot en referanseløsning på 2 020 000 elementer, mens nederste figur viser utstrømstemperatur.



Figur 6.12: Konvergenstest av porøst medium-modellen ved gitterforfining: L^2 -norm av trykk.



Figur 6.13: Konvergenstest av porøst medium-modellen ved gitterforfining: Hastighetsfelt; L^2 - og H^1 -norm av differanse mot referanseløsning.

den ser ut til å være lavere enn forventet. Det kan være flere grunner til dette:

- **Implisitt randbetingelse:** I praksis er nedskaleringen av a , K og ϕ for $r \rightarrow 180$ en randbetingelse; det er kun innenfor her at væsken kan bevege seg. Glattingfunksjonen introduserer med andre ord en randbetingelse som er mer krevende å behandle enn en ren Neumann- eller Dirichlet-betingelse. Dette reduserer konvergensoorden for metoden.
- **Størrelsen på glattingssonen:** Området hvor glattingsfunksjonen er ”aktiv”, dvs $r \in [100, 180]$, utgjør ca 70% av det aktive arealet i modellen. Med andre ord er området som skaper krevende randbetingelser svært stort relativt til det aktive området i modellen.
- **Tilnærming til krumme render:** Det kreves forholdsvis fine diskretiseringer for å gjengi krumme render godt, og når diskretiseringen blir finere blir de krumme rendene også lengre. Dette bidrar til at løsningen for grove diskretiseringer avviker fra løsningen for fine.
- **Området utenfor sprekksonen ($r > 180$):** I modellens passive område er størrelsen på a , K og ϕ kun en milliontedel av deres egentlige verdi. Likevel løses trykklingen på dette området. Når da K er så liten blir matrisen i ligningssystemet svært dårlig kondisjonert; den numeriske feilen er vilkårlig og kan bli forholdsvis stor.

Dette til tross; figurene antyder at vi kan forvente konvergens for finere diskretiseringer, og mye tyder på at modellen kan regnes som pålitelig for diskretiseringer med mer enn 1 000 000 elementer.

Når det kommer til modellering av temperaturligningene har modellen vist seg stabil og gitt rimelige resultater for kjøring over kortere tidsrom (timer~dager). Imidlertid utvikler det seg ustabiliteter som ikke lar seg dempe, men som vokser over tid, og i et lengre tidsperspektiv (\sim år) er ikke modellen stabil. Omfattende feilsøking og feilretting har vært gjennomført, uten at det er funnet noen årsak til modellens oppførsel. Innenfor tidsrammen på dette prosjektet har det ikke latt seg gjøre å sette opp en ny modell av et sprekkdominert porøst medium, og det kan derfor ikke vises til resultater for porøst medium-modellen. Følgelig er modellen heller ikke konvergenstestet for temperaturligningene.

6.6 Valg av numerisk løser og feiltoleranse

Comsol Multiphysics leveres med flere ulike løserer for det lineære ligningssystemet som må løses (se avsnitt 4.5). Ligningene for konveksjon og konduksjon omtales som stive [10], og gir en usymmetrisk matrise for

ligningssystemet. Det er derfor nødvendig å benytte en robust løser, og SPOOLES – en direkte løser – er valgt. Den krever forholdsvis mye minne, men mindre enn UMFPACK. Et annet alternativ er PARDISO, men den har ikke vist seg robust nok for alle tilfeller i modellene. For å gjøre det enkelt er SPOOLES valgt som lineær løser for alle ligningene.

Den relative toleransen for alle løsere er satt til 0.1%, mens den absolutte toleransen for de tidsavhengige problemene er satt til 1 (i SI-enheter; dvs $1 \text{ K} = 1^\circ\text{C}$). Dette er relativt høye toleranser, men det må påpekes at det har liten hensikt å operere med større nøyaktighet enn den nøyaktigheten vi har på parameterne i modellene; man øker tiden det tar å løse modellen uten å reelt øke nøyaktigheten på løsningen. Til sist kan det også gjentas at det i utgangspunktet er benyttet kvadratiske Lagrangepolynomer som basisfunksjoner i endelig element-formuleringen av modellene, med enkelte unntak som alt er nevnt.

Kapittel 7

Resultater og diskusjon

Modellene er kjørt for ulike væskehastigheter/produksjonsrater, ulike reservoartemperaturer (ulik geotermisk gradient), men i stor grad like langt i tid; 500 produksjonsdager (antatt kontinuerlig drift). Unntaket fra dette er langtidsstudier på 50 år, og varmepumpe-modellen (for tilfellet Gether AS) som er undersøkt for de første 300 produksjonsdagene. Særlig er modellene testet for min-med-maks-settene for den geotermiske gradienten; disse settene er satt sammen for å illustrere hvor stort spenn det *kan* være i reservoartemperaturen – og de viser at denne kan variere med over 60°C, avhengig av de geologiske parametrene. I tabell 5.2 er disse settene satt opp, og vi velger å gjengi det viktigste innholdet her, inkludert settene for parameterstudien som enkeltbrønnmodellen også er testet for:

Tabell 7.1:

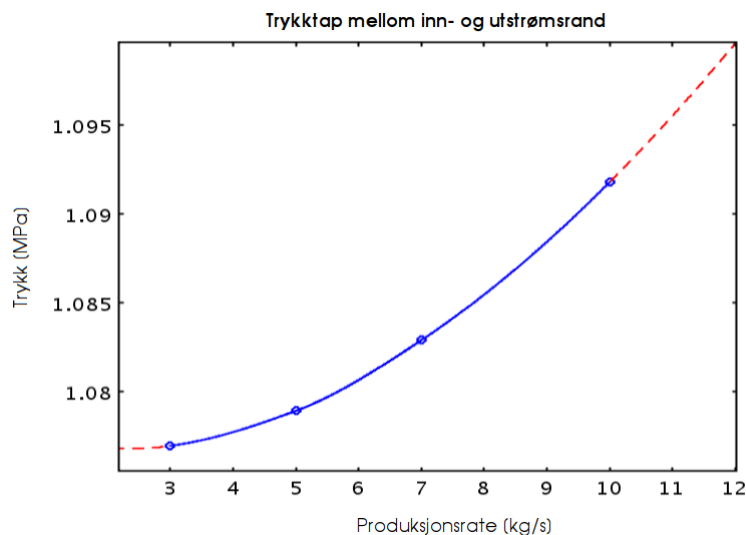
Parametere for den geotermiske gradienten, til bruk i modellene.

	<i>Min</i>	<i>Medium</i>	<i>Maks</i>		1	2	3	4	5	6	7	8	9
d [m]	3500	4000	3500		3000	4000	5000	-	-	-	-	-	-
q [w/m ³]	2.5e-6	6.3e-6	7e-6		-	6.3e-6	-	5.5e-6	7e-6	-	-	-	-
q' [w/m ³]	0.8e-6	1.8e-6	2.8e-6		-	1.8e-6	-	0.8e-6	2.8e-6	-	-	-	-
κ_{vpg} [W/mK]	3.1	3.1	2.9		-	3.1	-	-	-	2.9	3.3	-	-
κ_{swe} [W/mK]	3.3	3.2	2.7		-	3.2	-	-	-	2.7	3.7	-	-
Q_s [W/m ²]	45e-3	75e-3	90e-3		-	75e-3	-	-	-	-	-	55e-3	90e-3
T @ 5 km [°C]	68	102	134		96	102	108	98	105	110	95	70	126
$(\nabla T)_{max}$ [K/km]	14	24	31		23	24	25	23	25	26	23	18	29
$(\nabla T)_{min}$ [K/km]	11	15	23		15	15	16	15	15	18	13	9	20

Merk at for min-med-maks-settene for den geotermiske gradienten spenner reservoartemperaturen over ca 70-100-135°C. I de følgende avsnittene er det ofte referert til disse temperaturene snarere enn til de respektive parametersettene.

7.1 Enkeltbrønn-modellen (inkludert langtidsstudier)

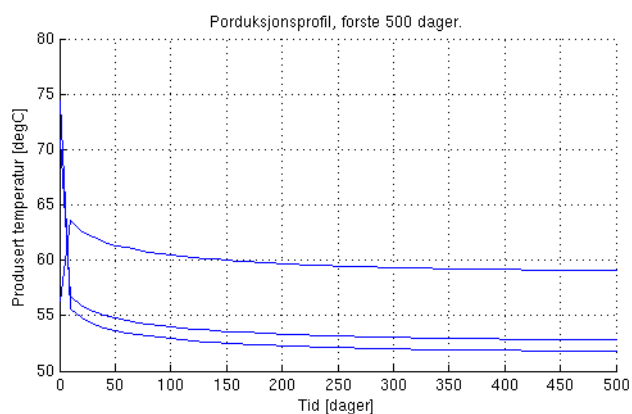
7.1.1 Trykktapet i systemet



Figur 7.1: Trykktapet i enkeltbrønnmodellen ved ulike produksjonsrater. Grafen er tegnet i Comsol ved kubisk interpolasjon (blått) og ekstrapolasjon (rødt stiplet), og basert på et gitter med 127 000 elementer.

Siden enkeltbrønnmodellen skal testes for ulike produksjonsrater, er det relevant å først undersøke hvordan trykktapet endrer seg for ulike væskehastigheter i systemet. Figur 7.1 viser hvordan trykktapet øker svakt når produksjonsraten øker; den relative differansen mellom trykktap ved 3 og 10 kg/s er ca 2%. Med andre ord er arbeidet som kreves for å sirkulere vann i systemet nærmest uavhengig av produksjonsrate (for de ratene som studeres i denne modellen, vel å merke).

7.1.2 Produksjonsdata for første 500 produksjonsdager



Figur 7.2: Produksjonsprofil for de 500 første produksjonsdagene. Medium-sett for geotermisk gradient, produksjonsrater på hhv. 3, 7 og 10 kg/s.

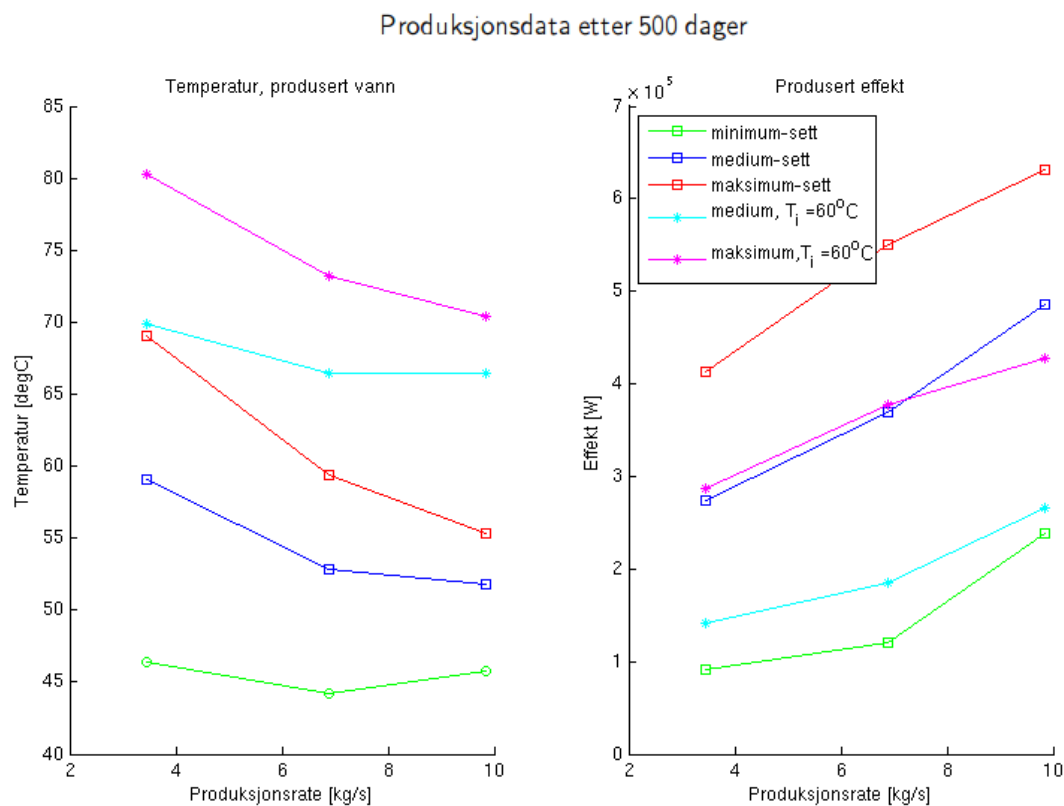
Figur 6.2 gir en idé om hvordan temperaturen på det produserte vannet synker og stabiliserer seg etter ca 300 produksjonsdager. Dette illustreres mer presist i figur 7.2 hvor produksjonstemperatur er tegnet mot antall produksjonsdager for tre ulike produksjonsrater; hhv. 3, 7 og 10 kg/s. Som figuren

viser nås det en produksjonstopp svært fort før temperaturen faller svært brått. Den har sitt opphav i initialiseringen av systemet; termisk likevekt mellom fjell og vann ved start. Først vil det produseres varmt vann med reservoartemperatur, deretter kommer det kalde vannet fra de øvre delene av det ytre løpet og temperaturen faller brått. Etterhvert som temperaturen på innstrømsranden heves til korrekt injeksjonstemperatur (40°C) vil nedkjølingen av systemet gå langsommere, og vi kan observere at systemet oppfører seg semistasjonært etter ca 300 dager.

Nettopp fordi systemet når en semistasjonær tilstand er det mulig å enkelt sammenstille produksjonsdata for ulike tilfeller. Dette er gjort ved $t = 500$ produksjonsdager. Figurene 7.3 og 7.7 viser produsert temperatur og effekt på aktuelt tidspunkt for de tre ulike produksjonsratene ved ulike parametersett for den geotermiske gradienten. Det er også tegnet inn data ved injeksjonstemperatur på 60°C . Vi ser at produksjonstemperaturen – som forventet – synker med økende produksjonsrate; nedkjølingen av fjellet blir større ved høyere rater. Videre kan vi observere at produsert effekt øker med produksjonsraten; dette er et godt resultat fordi det etter beregningene over koster lite å øke sirkulasjonsraten i brønnen. Videre er det verdt å merke seg at høyest termisk effekt oppnås ved lav injeksjonstemperatur (40°C); selv om man kan oppnå høyere produksjonstemperatur ved å heve injeksjonstemperaturen, blir den produserte effekten lavere.

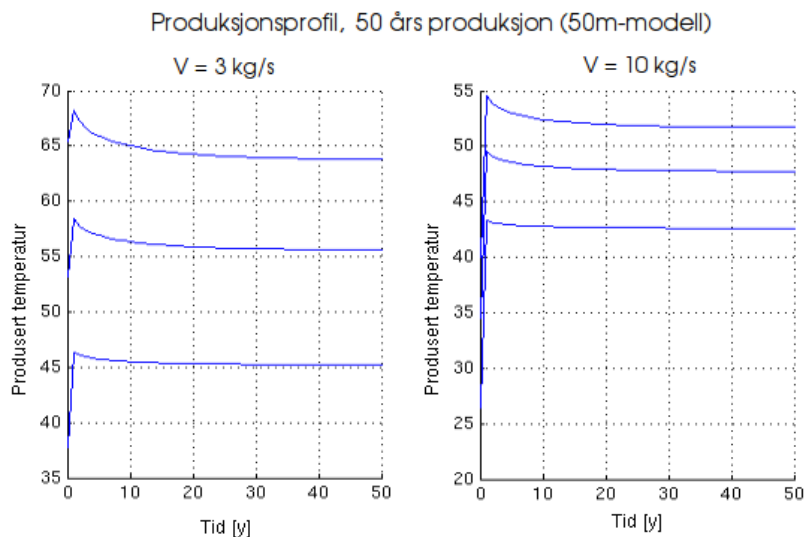
7.1.3 Data for en produksjonsperiode på 50 år; 50- og 200m-modell

For å studere produksjonen i et lengre tidsperspektiv er det benyttet modeller med total radiell utstrekning på hhv. 50 og 200m. 50 år er valgt som et representativt tidsperspektiv, men som figurene viser kan det være aktuelt med lengre driftsperioder. Modellene er undersøkt for produsert temperatur samt nedkjøling av fjellet i driftsperioden. Resultatene presenteres i figur 7.4, 7.5 og 7.6. De første figurene (7.4 og 7.5)

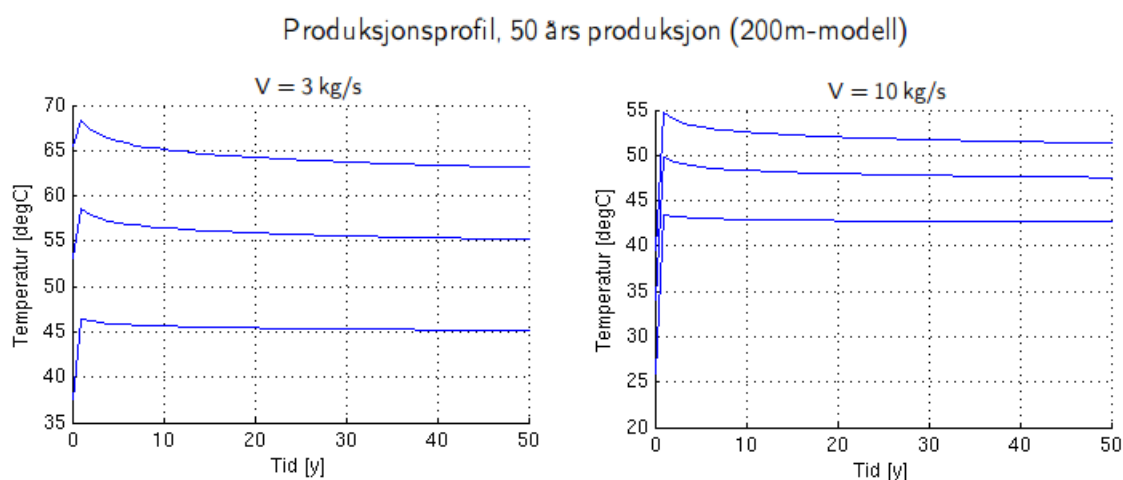


Figur 7.3: Produksjonsdata ved 500 dager for ulike produksjonsrater og reservoartemperaturer. Resultatene for medium-settet ved $T_i = 40^{\circ}\text{C}$ (blå linje) er konsistente med produksjonsprofilen i figur 7.2.

viser hvordan produksjonstemperaturen når et maksimum i løpet av det første året og deretter synker over tid. Det er verd å merke seg følgende:



Figur 7.4: *Produksjonsprofil, 50m-modell, henholdsvis min- med- og maks- sett for geotermisk gradient. Det er antatt 50 år med kontinuerlig drift.*

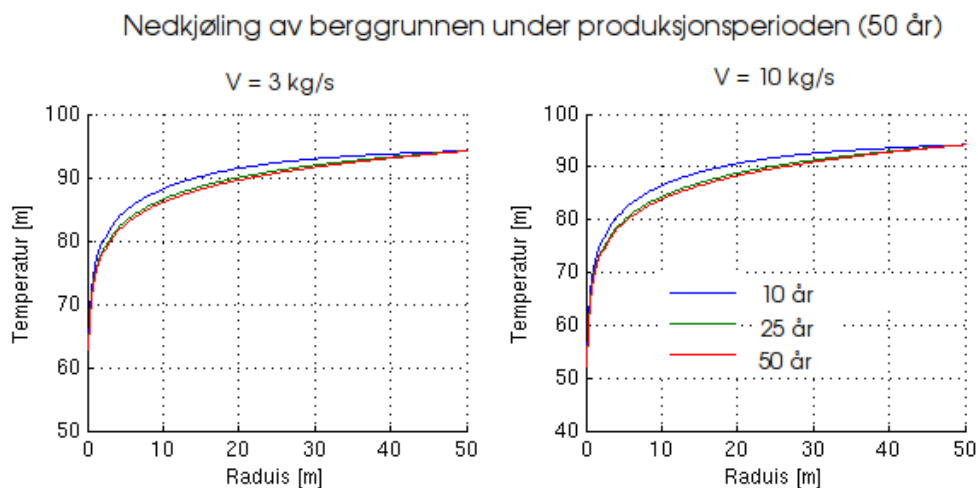


Figur 7.5: *Produksjonsprofil, 200m-modell, henholdsvis min- med- og maks- sett for geotermisk gradient. Det er antatt 50 år med kontinuerlig drift.*

1. Selv om 50m- og 200m-modellen er avledet fra enkeltbrønnmodellen, er resultatene som presenteres i figurene 7.4, 7.5, 7.2, 7.3 og 7.7 hentet fra ulike kjøring. Avvik på inntil 2°C mellom disse figurene er helt rimelig med tanke på den numeriske nøyaktigheten.
2. Figurene viser i praksis ingen forskjell mellom 50m- og 200m-modellen, noe som tyder på at det er tilstrekkelig å modellere i en omkrets av 50m rundt brønnen for å studere hvordan varmeproduksjonen endrer seg i et 50-års perspektiv.

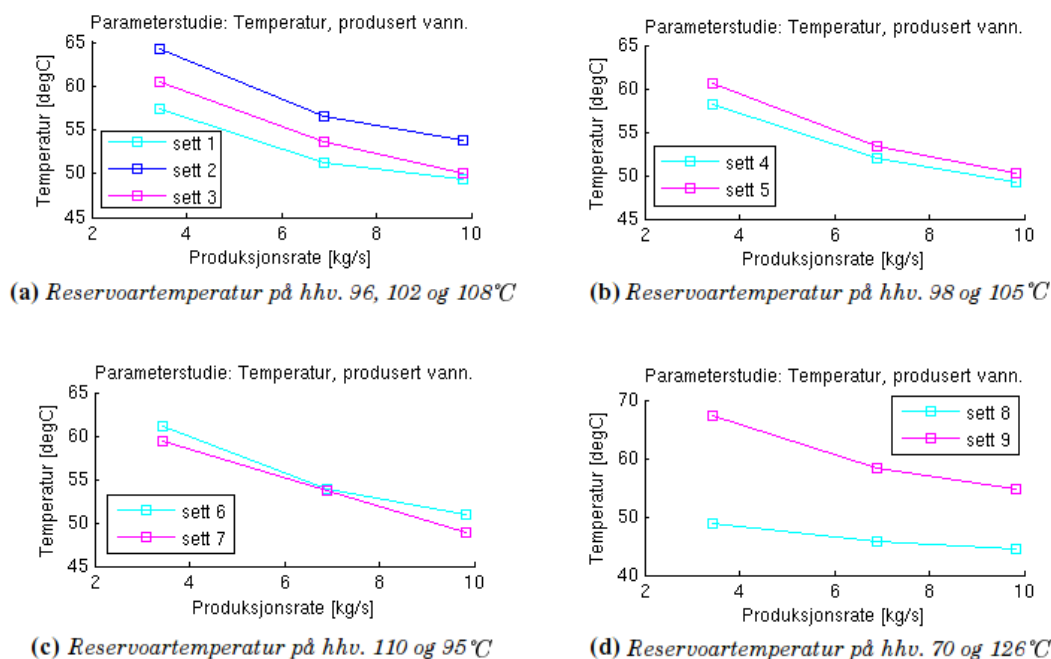
3. Ingen av figurene fanger produksjonstoppen i starten av driftsperioden helt korrekt; avvikene mot figur 7.3 er opp mot 3°C. Dette kan ha to årsaker:
 - (a) Produksjonsprofilen baserer seg på data hentet med ett års intervaller, mens figur 7.3 henter data ved $t=500$ dager. Imidlertid viser figur 7.2 at temperaturen er å regne som konstant mellom 300 og 500 dager.
 - (b) Produksjonstoppen ser ut til å oppstå senere for lave produksjonsrater enn for høye produksjonsrater. Dette er et resultat som ikke er konsistent med forventningen om semistasjonær tilstand etter 300-500 dager, og tyder på at produksjonsprofilen tegnet i figur 7.2 kun beskriver det aktuelle tilfellet; for andre produksjonsrater og reservoartemperaturer må man studere et annet tidsrom – muligens så langt som 5-6 år – for å finne korrekt tidsskala for semistasjonær oppførsel.
4. I et perspektiv på ca 50 år er produksjonstemperaturen nesten konstant; temperaturfallet de siste 30 årene av perioden er på maksimalt 2°C. Selv om det ikke ser ut til å være mulig å produsere ved spesielt høye temperaturer, er det tydelig at det er mulig å produsere forholdsvis lenge på lave temperaturer. Det totale temperaturfallet fra 500 dager til 50 år ser ut til å være på maksimalt 6°C ved lave produksjonsrater, hvis vi ser bort fra tilfellet beskrevet over. Et temperaturfall på 6°C tilsvarer et effektfall på 75kW ved en produksjonsrate på 3 kg/s. Ved høyere produksjonsrater (10 kg/s), ser temperaturen ut til å falle med maksimalt 3-4°C over tid, tilsvarende omkring 130kW.
5. Etter ca 20 år ser det ut til at temperaturen er omtrent konstant, med et temperaturfall på kanskje 2°C de neste 30 årene. Det betyr at det er mulig å produsere forholdsvis lenge fra slike system, så lenge man ikke krever høy produksjonstemperatur/effekt.

Figur 7.6 gir et interessant perspektiv på dette; den viser hvordan nedkjølingen av berggrunnen er størst de første 10 årene, og det er tydelig at den viktigste kilden til varmen som hentes ut i brønnen er varmestrømmen inn mot reservoaret. Varmestrømmen må altså være omtrent like stor som varmeuttaket i brønnen. Videre viser figuren at linjene som markerer nedkjølingen i berggrunnen over tid ligger svært nær hverandre, og alle møtes i ett punkt i $r = 50$ m. Denne oppførselen skyldes randbetingelsen; temperaturen holdes fast på ytterranden. Vi kan forvente at en tilsvarende graf for 200m-modellen ville gitt større avstand mellom linjene, men også i den modellen holdes temperaturen fast på ytterranden. Likevel gir begge modellene samme data for produsert temperatur.



Figur 7.6: Nedkjøling i fjellet under produksjonsperioden: Temperaturen målt langs en radiell akse 500m fra bunnen av brønnen; dvs $r \in [0, 50]$, $z = -4500$. Data basert på medium-settet for geotermisk gradient. Grafene viser at det kan være problematisk å sette randkrav på temperaturen i $r = 50$ m, selv om figur 7.4 og 7.5 viser at produsert temperatur er lik for 50m-modellen og 200m-modellen.

Parameterstudie: Produsert temperatur



Figur 7.7: Parameterstudie: Hvordan de ulike geologiske parameterne og deres respektive geotermiske gradienter påvirker produsert temperatur og effekt ved 20 dager, gitt ulike produksjonsrater. I sett tre og syv er det markert to avvik; disse skyldes trolig problemer med initialisering av strømningsfeltet ved Navier-Stokes ligning; løsningen har ikke konvergert innenfor gitt toleranse.

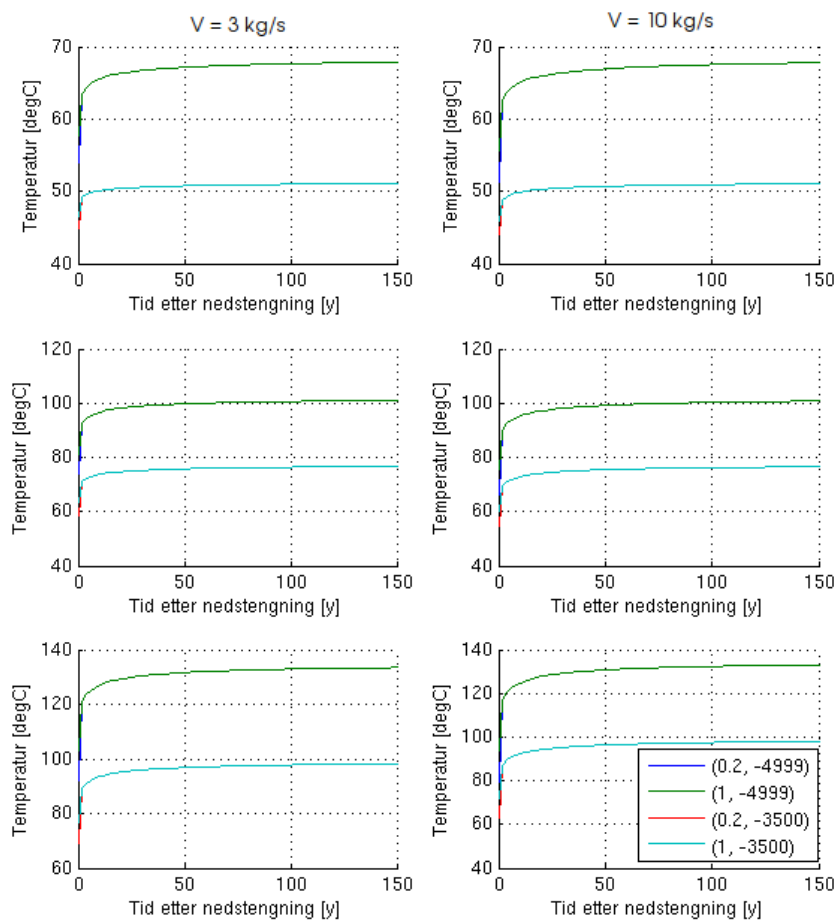
7.1.4 Parameterstudien

Parameterstudien av enkeltbrønnmodellen viser hvordan temperaturen på det produserte vannet endrer seg noe når de ulike geologiske parameterne endres. Holder vi dette opp mot tabell 7.1 ser vi at produksjonstemperaturen endrer seg i et rimelig forhold til reservoartemperaturen. Det er tydelig at det i praksis er reservoartemperaturen som avgjør hvor mye varme som kan produseres fra systemet, og at parametre som for eksempel termisk konduktivitet og varmeproduksjon kun påvirker produksjonstemperaturen indirekte. På grunn av en feil i tegning av grafene er det produksjonsdata ved 20 dager – ikke 500 – som er vist i figuren. Imidlertid er denne feilen av underordnet betydning; som figur 7.2 viser kan man alt ved 20 dager se tydelig forskjell mellom ulike sett, og forskjellen utvikler seg minimalt i tid. Ikke minst viser diskusjonen over at det nettopp er de innbyrdes forskjellene mellom datasettene som er relevant, ikke de absolutte størrelsene.

7.1.5 Gjenoppvarmingstid; 200m-modell

Varmestrømmen inn mot brønnen skyldes temperaturforskjellen mellom berggrunnen nær brønnen og omgivelsene, og varmemestrømmen vil fortsatt være stor etter nedstengning av systemet. Figur 7.8 viser hvor lang tid det tar å varme opp igjen fjellet ved ulike reservoartemperaturer, og vi ser at gjenoppvarmingstiden er omtrent like lang som driftsperioden – uavhengig av (a) hvor mye varme som er hentet ut og (b) initiell reservoartemperatur/geotermisk gradient.

200m-modellen: Gjenoppvarming av berggrunnen etter nedstengning av systemet



Figur 7.8: Gjenoppvarming av reservoaret etter nedstengning henholdsvis for min- med- og maks-settene: Temperaturen målt i fire forskjellige punkter forholdsvis nært brønnen. Målt med 10 års intervaller i 150 år etter nedstengning.

7.1.6 Oppsummering

Dersom resultatene presentert i figur 7.3 sammenlignes med de forventede verdiene beregnet i kapittel 2 (0.1-1 MW), ser vi at resultatene fra modellen er helt i overensstemmelse med disse: Produsert termisk effekt er beregnet til 0.1-0.6 MW. Videre ser vi at høyest produksjonstemperatur oppnås på lave rater, men at produsert termisk effekt øker med større rater, til tross for at produsert temperatur da er betraktelig lavere. Ikke minst er det verdt å merke seg at det ved lave reservoartemperaturer i praksis ikke er noen nevneverdig oppvarming av vannet (gitt injeksjonstemperatur på 40°C).

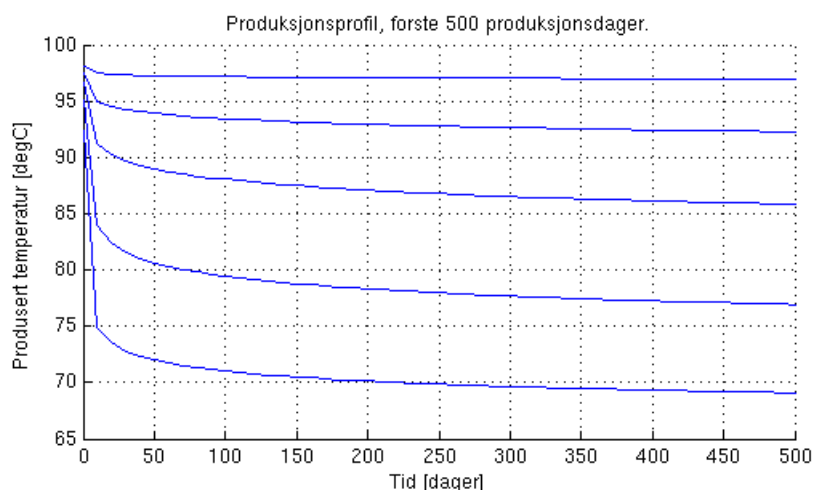
Hvis observasjonen i pkt. 3(b) over legges til grunn, må resultatene i figur 7.3 ansees som for høye for max-settet, og figur 7.4 eller 7.5 må vektlegges tydeligere i behandlingen av resultatene. Dermed ser det ut til at vi kan forvente produsert termisk effekt opp mot 0.5 MW, med temperaturer i området 45-65°C ved injeksjonstemperatur på 40°C. Dersom injeksjonstemperaturen er høyere (60°C) er det mulig å produsere ved temperaturer opp mot 75°C i et lengre tidsperspektiv, men den termiske effekten blir lavere; 0.1-0.4 MW.

Forøvrig kan man spørre hva det produserte vannet er egnet til, når det tydeligvis er vanskelig å produsere på temperaturer over 80°C. Det er et spørsmål som ikke skal besvares i denne oppgaven, men det er et potensiale for å bruke varmen fra slike system i anlegg som operer i sjiktet 50-80°C. Forvarming

av vann til andre prosesser, for eksempel fjernvarme, er også en mulighet. Vi vil også peke på at det er mulig, gitt en rimelig temperatur i berggrunnen relativt til injeksjonstemperatur, å produsere vann ved 15-25°C over injeksjonstemperatur med termisk effekt på 0.4-0.8 MW over et forholdsvis langt tidsrom (> 50 år).

7.2 Anvendelse av enkeltbrønnmodellen

7.2.1 Tilfellet Rock Energy



Figur 7.9: *Produksjonsprofil, første 500 produksjonsdager: Medium-sett for geotermisk gradient og produksjonsrater på hhv 0.1, 0.5, 1, 2 og 4 kg/s*

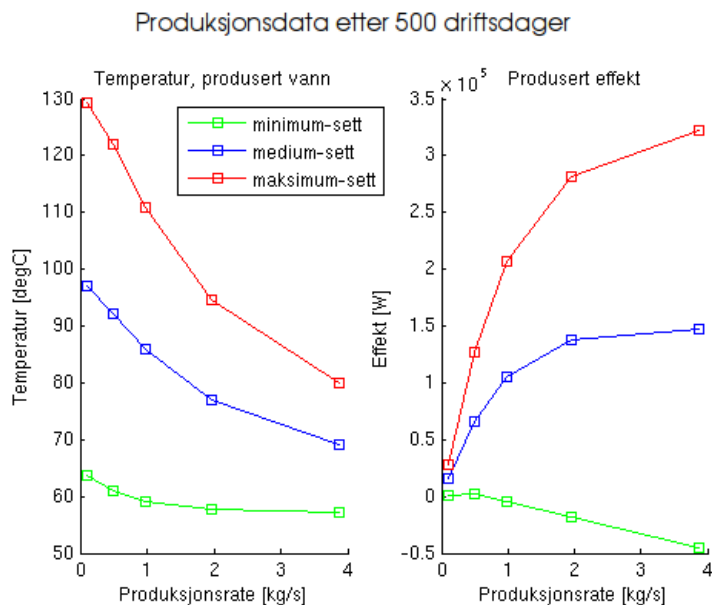
Rock Energy-modellen er undersøkt for et langt større spenn av produksjonsrater enn enkeltbrønnmodellen av flere grunner:

- Det "fysiske" området som modelleres er vesentlig mindre, og det kreves derfor mindre regnekraft/-tid.
- Det er én av 10 lateralbrønner som modelleres; å sette sammen flere slike brønner i ett system gir rom for å kjøre med lave rater i brønnene og dermed produsere på høy temperatur, men likevel levere høy effekt fra systemet fordi den totale raten for systemet (10 brønner) er høy.
- Lateralbrønnene ligger forholdsvis dypt; temperaturen i berggrunnen langs brønnen er relativt høy sammenlignet med enkeltbrønnmodellen. Dette gir rom for å produsere med høyere rater på samme temperaturer som i enkeltbrønnmodellen.

Data for de første 500 produksjonsdagene

Figur 7.9 viser hvordan temperaturen på det produserte vannet endrer seg de første 500 produksjonsdagene ved ulike sirkulasjonsrater, og illustrerer godt hvor stort spenn i rater det er hensiktsmessig å studere: Ved rater på 0.1 kg/s ligger produksjonstemperaturen like under reservoartemperatur (ca 100°C), mens produksjonstemperaturen synker hurtig til 70-80°C for rater på henholdsvis 4 og 2 kg/s. For alle ratene er nedkjølingen størst de første 20 dagene. Deretter nåes en semistasjonær tilstand etter 150-200 dager, hvor temperaturen avtar omtrent lineært for alle rater.

Videre presenterer figur 7.10 produksjonsdata etter 500 driftsdager for ulike rater og reservoartemperaturer. Her ser vi tydelig hvordan produsert temperatur synker ved økte sirkulasjonsrater. Vi ser også at produsert effekt "stagnerer" når man kommer opp i rater på 2-4 kg/s. Men ikke minst kan det observeres at systemet taper energi når reservoartemperaturen blir for lav: For minimums-settet faller



Figur 7.10: Produksjonsdata ved 500 produksjonsdager for ulike produksjonsrater og reservoartemperaturer.

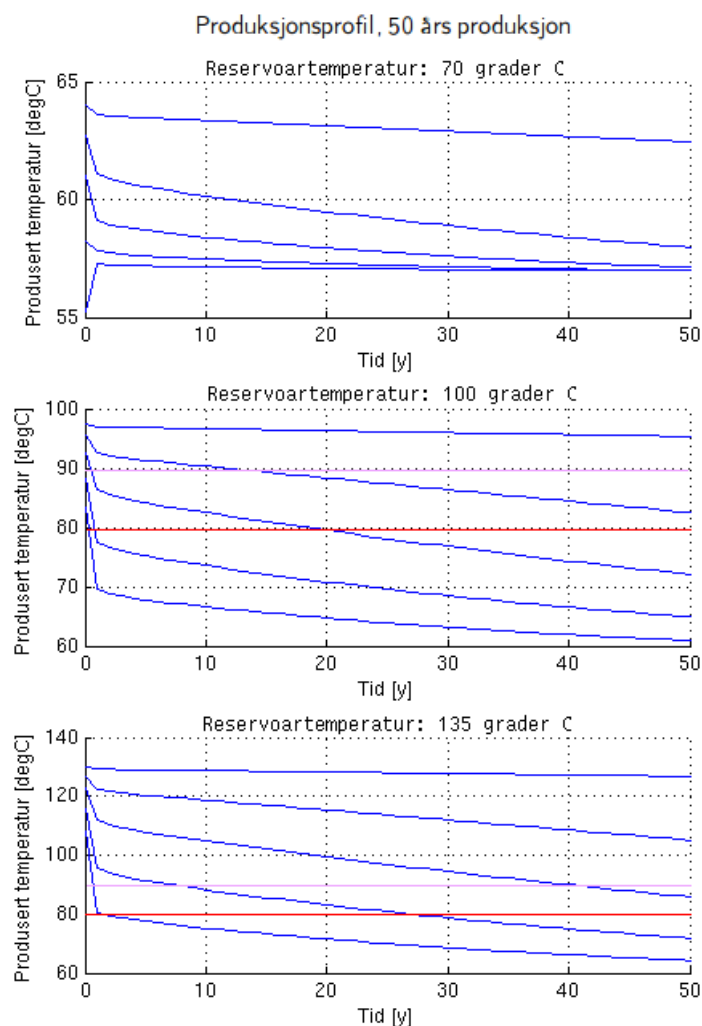
produksjonstemperaturen til under injeksjonstemperatur for høye rater, noe som innebærer at systemet avgir energi til omgivelsene, ikke omvendt som man skulle ønske. Årsaken til dette varmetapet ligger bl.a. i produksjonsbrønnen hvor det er antatt et varmetap på 3°C, men den underliggende årsaken er at vannet i praksis ikke blir varmet opp i brønnen. Først og fremst viser dette at gode beregninger av den geotermiske gradienten er viktig, videre gir det et bilde på risiko – i verste fall er systemet/brønnen ubrukelig om den geotermiske gradienten viser seg å være for lav. Men det må påpekes at man fortsatt kan hente ut energi fra systemet ved så lave reservoartemperaturer; da må injeksjonstemperaturen senkes tilsvarende.

Data for 50 års produksjon

Mens produksjonsprofilen over 50 år for enkeltbrønnmodellen kun er studert for én reservoartemperatur, er det her valgt å undersøke for min-, med- og maks-settene. Trolig legger Rock Energy en reservoartemperatur på 134°C til grunn for sine beregninger, og da er det rimelig å undersøke modellen for flere temperaturer i et "livstidsperspektiv". Resultatene er presentert i figur 7.11, og vi ser hvordan produksjonstemperaturen avtar omtrent lineært i tid. For minimum-settet (øverst) stabiliserer temperaturen seg på ca 57°C, som altså er 3°C under injeksjonstemperatur. I praksis er systemet ubrukelig ved denne injeksjonstemperaturen.

Til sist er nedkjølingen av fjellet rundt brønnen undersøkt; figur 7.12 viser temperaturen i fjellet ved ulike tidspunkt for to ulike produksjonsrater. Forskjellen til 50m-modellen er tydelig; her holdes ikke temperaturen på ytterranden fast, men randbetingelsen er åpen og tillater at temperaturen på ytterranden synker. Nedkjølingen av berggrunnen er betydelig, spesielt ved høye produksjonsrater (4 kg/s) hvor temperaturen umiddelbart nær brønnen er 15-20°C lavere enn ved lave rater (0.5 kg/s). Dette forteller også at fjellet umiddelbart nær brønnen holder omtrent samme temperatur som det produserte vannet¹. Til sist kan vi også konkludere fra denne figuren at levetiden for dette systemet er kortere enn levetiden for systemet beskrevet med enkeltbrønnmodellen.

¹Ved sammenligning mot figur 7.11 må man ta høyde for at sistnevnte er beregnet med et varmetap på 3°C i produksjonsbrønnen.

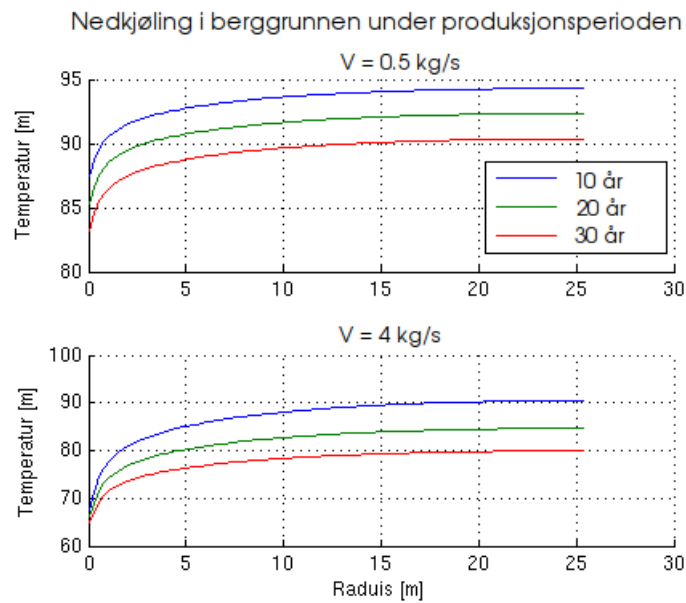


Figur 7.11: *Produksjonsprofil, 50 års produksjon (kontinuerlig). Initiell reservoartemperatur på henholdsvis 70, 100 og 135°C, produksjonsrater på 0.1, 0.5, 1, 2 og 4 kg/s. Det er tegnet inn hjelpelinjer (henholdsvis lilla og rød) for temperatuene 90 og 80°C.*

Vurdering av resultatene mot anvendelse i fjernvarmeanlegg

Dersom det produserte vannet fra et slikt system er tenkt anvendt i et fjernvarmeanlegg, slik det er beskrevet i [22], er det ønskelig med en temperatur på 90°C på det produserte vannet [22]. Muligens kan man akseptere at temperaturen faller til 80°C over tid. Om man da tar for seg resultatene for mediumsettet, viser figur 7.11 at man kan produsere på 80-90°C i 50 år ved en produksjonsrate på 0.5 kg/s. Dette tilsvarer en effekt på ca 60 kW. Derimot er det mer sannsynlig at man ønsker å maksimere mhp produsert effekt; inntektene fra et slikt anlegg er proporsjonal med produsert effekt. Da kan for eksempel produksjonsraten heves til 1 kg/s, som gir en effekt på ca 110 kW, mot at produksjonstemperaturen faller under 80°C etter ca 20 år.

Hvis målingene av den geotermiske gradienten som det vises til i [22] holder mål, kan man legge maksimums-settet for den geotermiske gradienten til grunn for et slikt system. Det innebærer at man kan produsere 300 kW termisk effekt hvis man aksepterer at temperaturen faller til 80°C i løpet av 20-30 år. Om man ønsker en produksjonstemperatur på minst 90°C, må raten reduseres slik at effekten faller til 200-250 kW. Imidlertid gir alle disse beregningene resultater godt under effekten på 500 kW som oppgis i [22], og denne modellen avviker dermed tydelig fra Rock Energy sine beregninger.

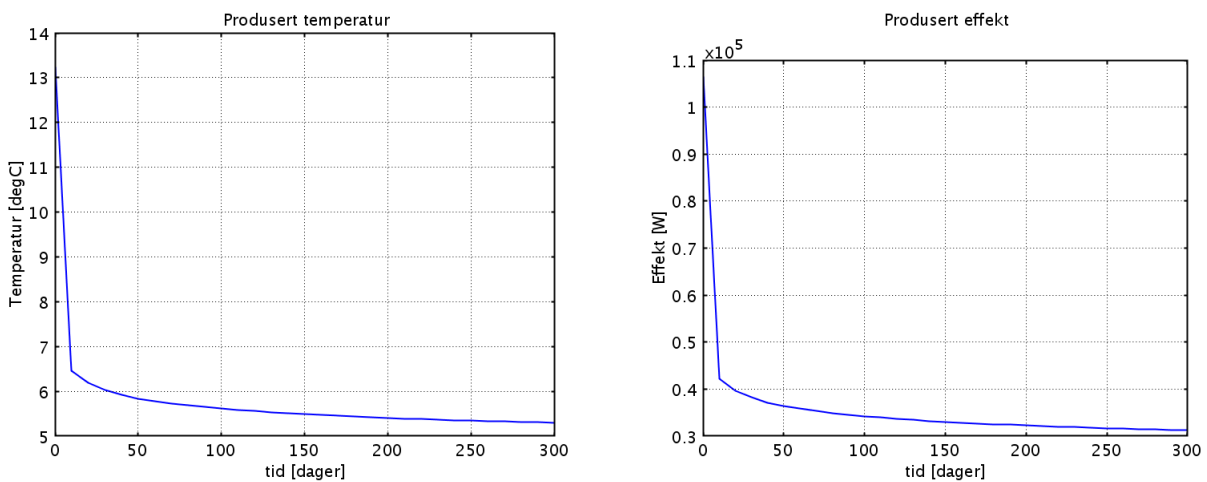


Figur 7.12: Nedkjøling av fjellet under produksjonsperioden: Temperaturen målt radielt ut fra brønnen i en dybde på ca 4600m.

For å oppsummere: Det er mulig å hente ut en effekt i størrelsesorden hundre kW fra én slik brønn, og levetiden for systemet ser ut til å være ca 20 år. Imidlertid må det påpekes at slik anlegget er beskrevet med 10 lateralbrønner, ser den totale effekten fra systemet ut til å være av størrelsesorden 1-3 MW, gitt en reservoartemperatur på 100-135°C.

7.2.2 Tilfellet Gether AS: Data for de første 300 produksjonsdagene

Figur 7.13 viser hvordan produsert temperatur fra systemet synker i produksjonsperioden, og nærmer seg en semistasjonær tilstand med produksjonstemperatur på 5-6°C. På samme vis ligger produsert effekt omkring 31 kW.



Figur 7.13: Produksjonsdata for varmepumpesystemet i tilfellet Gether AS

Egne beregninger fra Gether AS indikerer en effekt på omkring 30 kW², men beregningene er basert på litt ulike data (bl.a. ulike produksjonsrater) og er derfor litt vanskelig å sammenligne. Imidlertid er ulikhetene i effekt og temperatur av en rimelig størrelsesorden sammenlignet med ulikhetene i inndata, og beregningene ser ut til å være konsistente. For ytterligere data vises det til tillegg B.2.2.

Forøvrig kan det påpekes at beregnet effekt fra systemet er sensitiv for både den geotermiske gradienten og for overflatetemperaturen. Dersom modellen kjøres med overflatetemperatur $T_s = 2^\circ\text{C}$ og $\nabla T = 16^\circ\text{C}$, blir produsert effekt ved 300 dager omkring 19 kW, mens $T_s = 6^\circ\text{C}$ og $\nabla T = 30^\circ\text{C}$ gir effekt på omlag 43 kW.

²Dette er termisk effekt fra brønnen. I tillegg kommer effekten fra kompressoren til varmepumpen, som er på ca 25% av termisk effekt fra brønnen. Total effekt fra anlegget blir da ca 38 kW.

Kapittel 8

Avslutning

Dette prosjektet har tatt for seg to ulike modeller for et konstruert geotermisk system; et lukket enkeltbrønn-system og et åpent, sprekkdominert system. Enkeltbrønn-systemet er modellert eksplisitt, og modellen er også tilpasset to kommersielle system; Rock Energy sine planer tilknyttet fjernvarme utenfor Oslo, og Gether AS sine planer for en dyp grunnvarmeveksler. Modellen er undersøkt både i et kort tidsperspektiv (500 dager) og et lengre tidsperspektiv (50 år). Det åpne systemet er forsøkt modellert som et homogent porøst medium, hvor porøsitet og permeabilitet er bestemt ut fra egenskaper ved sprekke. Imidlertid har denne modellen vist seg langt vanskeligere å utforme enn først antatt, med problemene knyttet til stabilisering av de tidsavhengige temperaturligningene. Disse har ikke latt seg løse innenfor tidsrammen for prosjektet, og det kan derfor ikke vises til noen resultater for porøst medium-modellen.

Begge modellene er bygget opp av ligninger for væskebevegelse (kontinuitetsligningen, inkompressibel Navier-Stokes og Darcys lov) samt uttrykk for varmetransport i en væske og varmeovergang mellom væske og fast stoff. Ligningene er satt opp i programpakken Comsol Multiphysics, som benytter endelig element-metode til å løse dem.

Videre er modellene basert på et geotermisk reservoar 5 km under overflaten. Derfor er også temperaturen i berggrunnen undersøkt; geotermiske data for to ulike steder i Norge (Hurdal og Iddefjord) er lagt til grunn for beregningene. Disse dataene er i stor grad basert på overflatemålinger, og i beregningene det er antatt at den geotermiske gradienten er lineært avtagende. Gitt ulike verdier for varmeproduksjon, varmestrøm og varmeledningsevne i berggrunnen, er det vist at temperaturen på 5 km dyp kan variere mellom 70 og 135°C, med ca 100°C som middelvei.

Resultatene fra enkeltbrønnmodellen viser at for produksjonsrater i størrelsesorden 3-10 kg/s, vil man ved aktuelle geotermiske forhold og injeksjonstemperatur på 40°C produsere vann med en temperatur ca 40-50°C under reservoartemperatur. Dette tilsvarer termisk effekt på 0.1-0.5 MW. Ved høyere injeksjonstemperatur (60°C) er det mulig å produsere ved temperaturer opp mot 75°C i et lengre tidsperspektiv, men den termiske effekten blir vesentlig lavere; 0.1-0.4 MW. Det må også påpekes at i kommersielle interesser er mer ønskelig å produsere ved høye effekter i et kort tidsrom (~20 år), enn ved lave effekter over lengre tid.

Tanker for fremtiden: Større dyp – mulighet for elektrisitetsproduksjon?

Markedet for fjernvarme vil i fremtiden stagnere (se fotnote i avsnitt 2), samtidig som fremtiden også vil bringe billigere boreteknologi. Man kan derfor tenke seg at det er aktuelt å bore dypere for å kunne produsere elektrisitet fra et kgs. For at det skal være mulig å produsere elektrisitet fra varmt vann i en konvensjonell dampturbin, må temperaturen på vannet være minst 120-150°C [7], og produksjonsraten bør være 50-80 kg/s. Med utgangspunkt i resultatene fra enkeltbrønnmodellen, innebærer dette at reservoartemperaturen bør være mer enn 170-200°C for at det skal være mulig å produsere elektrisitet¹. Hvis vi ser på beregningene av den geotermiske gradienten fra kapittel 5, er det tydelig at vi må nærmere 10 km, eller enda dypere, for å finne slike temperaturer. Dette gir en pekepinn på hvor billig brønnboring må være for at det skal være mulig å etablere slike anlegg; det må være økonomisk forsvarlig å bore dypere

¹Forutsatt injeksjonstemperatur på omkring 40 °C slik som i [7]

enn 10 km. Imidlertid må det påpekes at [13] konkluderer at selv ved langt bedre geotermiske forhold enn det som er modellert her, er det ved enkeltbrønn-system ikke mulig å drive kommersiell elektrisitetsproduksjon. Imidlertid er det ikke urimelig å forvente at det vil være mulig å produsere ved temperaturer nærmere reservoartemperatur for sprekkdominerte system. Dessverre har vi ikke noen resultater å vise til på dette området.

Konklusjon

Den avgjørende faktoren for hvor mye varme som kan produseres fra et lukket kgs, er reservoartemperaturen. Denne er igjen bestemt av ulike parametere, og av disse er det varmeledningsevnen i berggrunnen som har størst betydning, etterfulgt av tykkelsen på det varmeproduserende laget og til sist varmeproduksjonen i berggrunnen. Videre er det vist at varme fra enkeltbrønn-system er ikke egnet i ”høytemperaturanlegg” ($T > 90^{\circ}\text{C}$), men slike enkeltbrønn-system har lang levetid og potensiale for å levere forholdsvis høy effekt over lang tid ved lavere temperaturer ($50\text{-}80^{\circ}\text{C}$). Også gjenoppvarmingstiden for enkeltbrønn-systemet er undersøkt, og gjenoppvarmingstiden ser ut til å være noe lengre enn driftsperioden.

For de kommersielle eksemplene viser modellene at anlegg tilsvarende det Rock Energy planlegger, kan produsert effekt forventes opp mot 0.25 MW per brønn for de mest optimistiske geotermiske data. Et slikt system har en forventet levetid på ca 20 år. Produsert effekt er betydelig lavere en Rock Energys egne beregninger. Derimot har modellen for Gether AS sine planer vist god konsistens med Gether AS sine beregninger; ved en reservoartemperatur på 22°C kan en slik brønn levere ca 30 kW termisk effekt.

Takk

Beslutningen min om skrive masteroppgave i anvendt- og beregningsorientert matematikk skyldes først og fremst at Inga Berre og Jan Nordbotten gav meg muligheten til å arbeide med nettopp denne oppgaven; med bakgrunn fra fysikk og noe fordypning i matematikk ønsket jeg en oppgave som ikke var for teoritung. Inga kom med idéen til denne oppgaven, og hun og Jan har veiledet meg kyndig i arbeidet. Inga ba meg også ta kontakt med Trond Slagstad hos NGU (Norges Geologiske Undersøkelse), og han har veiledet meg i arbeidet med den geotermiske gradienten (kapittel 5). Ikke minst vil jeg også takke mine medstudenter Marie Horn Saltnes og Carina Bringedal, og stipendiat Tor Harald Sandve for gode faglige diskusjoner og all hjelp i arbeidet med modellene; den største hjelpen har vært at dere lyttet mens jeg satte ord på problemet mitt.

På mange måter er det fristende å antitakke folkene ba Cmsol Multiphysics sine brukermanualer; uoversiktelig og til dels mangelfull dokumentasjon har forårsaket mye frustrasjon. Imidlertid er sannheten at de som arbeider med kundestøtte hos Cmsol har gjort en formidabel innsats med å hjelpe meg å sette opp modellene korrekt. Spesiell takk til Bertil Nistad for gode svar på vanskelige spørsmål. Og så går en stor takk til daverende fung. instituttleder Helge Dahle og administrasjonssjef Marie Skorpa Nilsen som på kort varsel innvilget midler slik at jeg kunne reise på Cmsol-kurs. Det kurset var avgjørende for å lykkes i arbeidet med modellene mine.

En masteroppgave er mer enn en bunke resultater. Skrivegruppen med Carina, Inga, Marie og Tor Harald har vært en særdeles nyttig arena i arbeidet med å presentere teori, modeller og resultater korrekt og forståelig. En spesiell takk til Carina, som tok seg bryet med å lese hele oppgaven min og kommentere faglig innhold. Samme takk går til pappa, og min kone Irmelin Marie for korrekturlesing/språkvask og andre tilbakemeldinger på teksten. Til sist skal også Irmelin ha en stor takk for all overbærenhet og forståelse hun har vist de siste månedene.

Bibliografi

- [1] *COMSOL Multiphysics Modeling Guide*. COMSOL AB, 2008. COMSOL Multiphysics version 3.5a.
- [2] *COMSOL Multiphysics Reference Guide*. COMSOL AB, 2008. COMSOL Multiphysics version 3.5a.
- [3] Ivar Aavatsmark. *Bevarelsesmetoder for elliptiske differensialligninger*. Matematisk institutt, Universitetet i Bergen, 2007.
- [4] S. Beck og R. Collins. Moody Diagram. http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Moody_diagram.jpg, September 2010. Wikimedia Commons.
- [5] Adrian Bejan og Allan D. Kraus, redaktører. *Heat Transfer Handbook*. John Wiley and Sons Inc., 2003.
- [6] Adrian Bejan og Donald A. Nield. *Convection in Porous Media*. Springer Science+Business Media Inc., tredje utgave, 2006.
- [7] Adelina P. Davis og Efstathios E. Michaelides. Geothermal power production from abandoned oil wells. *Energy*, (34):866–872, 2009.
- [8] Leif E. Engevik. *Forelesninger i Kontinuumsmekanikk*. Matematisk institutt, Universitetet i Bergen.
- [9] Ola Hunderi, Jan R. Lien og Egil Lillestøl. *Bind 2: Varmelære og Elektromagnetisme*. Generell fysikk for universiteter og høyskoler. Universitetsforlaget, 2001.
- [10] Claes Johnson. *Numerical solution of partial differential equations by the finite element method*. Cambridge University Press, 1987.
- [11] Jan R. Lien og Gunnar Løvholden. *Bind 1: Mekanikk*. Generell fysikk for universiteter og høyskoler. Universitetsforlaget, 2001.
- [12] J. Lund, H. Freeston og T. Boyd. Direct utilization of geothermal energy 2010 worldwide review. I *Proceedings World Geothermal Congress 2010*, 2010. Bali Indonesia, 25-29 April 2010.
- [13] Gopi Nalla, G. Michael Shook, Gregory L. Mines og K. Kit Bloomfield. Parametric sensitivity study of operating and design variables in wellbore heat exchangers. *Geothermics*, 2005.
- [14] Øystein Pettersen. *Grunnkurs i Reservoarmekanikk*. Matematisk institutt, Universitetet i Bergen, 1990.
- [15] Bertani R. Geothermal Power Generation in the World 2005-2010 Update Report. I *Proceedings World Geothermal Congress 2010*, 2010. Bali Indonesia, 25-29 April 2010.
- [16] L. Rybach og M. Mongillo. Geothermal Sustainability — A Review with Identified Research Needs. *Transactions of the Geothermal Resources Council*, 30:1083–1090, 2006.
- [17] Judith Sausse, Chrystel Dezayes, Louis Dorbath, Albert Genter og Joachim Place. 3D model of fracture zones at Soultz-sous-Forêts based on geological data, image logs, induced microseismicity and vertical seismic profiles. *Comptes Rendus Geoscience*, 2010.

-
- [18] Trond Slagstad, redaktør. *Geology for Society, Geological Survey of Norway Special Publication*, bind 11, side 99–109. 2008.
- [19] Trond Slagstad. Radiogenic heat production of Archaean to Permian geological provinces in Norway. *Norwegian Journal of Geology*, 88:149–166, 2008.
- [20] Trond Slagstad, Niels Balling, Harald Elvebakk, Kirsti Midttømme, Odleiv Olesen, Lars Olsen og Christophe Pascal. Heat-flow measurements in Late Paleoproterozoic to Permian geological provinces in south and central Norway and a new heat-flow map of Fennoscandia and the Norwegian-Greenland Sea. *Tectonophysics*, 473:341–361, 2009.
- [21] Jefferson W. Tester, redaktør. *The Future of Geothermal Energy*. MIT, 2006. ISBN: 0–615–13438–6.
- [22] Odd Richard Valmøt. Energi fra de store dyp. *Teknisk Ukeblad*, (15), 2010.

Tillegg A

Forkortelser og begrep

CAD – Computer Aided Design; Dataassistert konstruksjon. Fellesbetegnelse for tekniske tegninger utført ved hjelp av dataverktøy.

Dimensjonsløs størrelse – Angir et forholdstall mellom to målbare størrelser som det er hensiktsmessig å sammenligne, for eksempel varmeledningsevnen i et medium mot varmeovergangen mellom mediet og et annet materiale. Ofte benytter man en karakteristisk lengde eller tid for systemet for å gjøre størrelsen dimensjonsløs. I eksempelet over vil karakteristisk lengde være tversnittet av mediet (ved todimensjonal geometri).

Dissipasjon – Når mekanisk energi omdannes til indre energi på grunn av friksjon og formendring i en væske.

FoU – Forskning og utvikling.

GUI – Graphical User Interface; Grafisk brukergrensesnitt.

Hydraulisk konduktivitet – Et væskefylt, porøst mediums ”væskeledningsevne”. Definert som $\frac{\mu}{k}$, hvor μ er væskens viskositet og k er det faste stoffets *permeabilitet*.

KGS – Konstruert geotermisk system: Varmereservoaret er i utgangspunktet tørr bergart, gjerne med lav permeabilitet. Fjellet blir stimulert slik at det induseres sprekkdannelser som øker permeabiliteten.

Konduksjon – Transport av varme i et fast stoff eller et fluid på grunn av temperaturforskjell i materialet. Er analogt til elektrisk strøm.

Konveksjon – Transport av varme i et fluid på grunn av et hastighetsfelt. Hastighetsfeltet kan enten komme av et ytre påsatt trykk; dette kalles tvungen konveksjon. Alternativt kan tetthetsforskjeller på grunn av temperaturdifferanse (oppvarming) danne hastighetsfeltet; dette kalles naturlig konveksjon. I denne oppgaven er det antatt inkompressible væsker, og naturlig konveksjon vil ikke modelleres. Dette er en rimelig antagelse, fordi det tvungne hastighetsfeltet er så stort at tvungen konveksjon vil dominere over naturlig.

Massetetthet – Forholdet mellom masse og volum, definert som masse per volumenhet. Har SI-enhet $\frac{kg}{m^3}$

Permeabilitet – Et porøst mediums ”gjennomstrømningsevne”; angir hvor lett/vanskelig det er for en væske å strømme gjennom mediet. Har SI-enhet m^2 .

Porøsitet – Forholdet mellom volumet av fast stoff og tomrom i et porøst medium. Størrelsen er dimensjonsløs.

Termisk konduktivitet – Varmeledningsevne. Har SI-enhet $\frac{W}{mK}$

Viskositet – En væskes motstand mot bevegelse eller formendring. Eksempler på svært viskøse væsker er sirup og tungolje, mens vann renner lett og er en lite viskøs væske.

Spesifikk varmekapasitet – Mål på hvor mye energi per masseenhet som må tilføres et materiale for å øke temperaturen med en grad Kelvin. Definert ved $c = \frac{Q}{m\Delta T}$, der Q er tilført energi (varme), m er masse og ΔT er målt temperaturendring. For fluider benyttes ofte størrelsen ”spesifikk varmekapasitet under konstant trykk”; c_p , hvor det legges til grunn at systemet er under konstant trykk mens det tilføres varme. Se også *Tilstandsligning*. Spesifikk varmekapasitet har SI-enhet $\frac{J}{kgK}$.

Spesifikt areal – Forholdet mellom overflateareal og volum, for eksempel for et porøst medium. Har SI-enhet $\frac{1}{m}$.

Termisk likevekt – To system er i termisk likevekt hvis de har samme temperatur. Det vil da ikke gå noen varmekraft mellom systemene.

Tilstandsligning – For væsker og gasser vil endring i for eksempel trykk medføre en endring i volum og/eller temperatur. En tilstandsligning beskriver denne relasjonen mellom trykk, temperatur og volum. For eksempel formuleres tilstandsligningen for en ideell gass som $pV = nRT$, hvor p er trykk, V er volum og nR er et mål på total varmekapasitet.

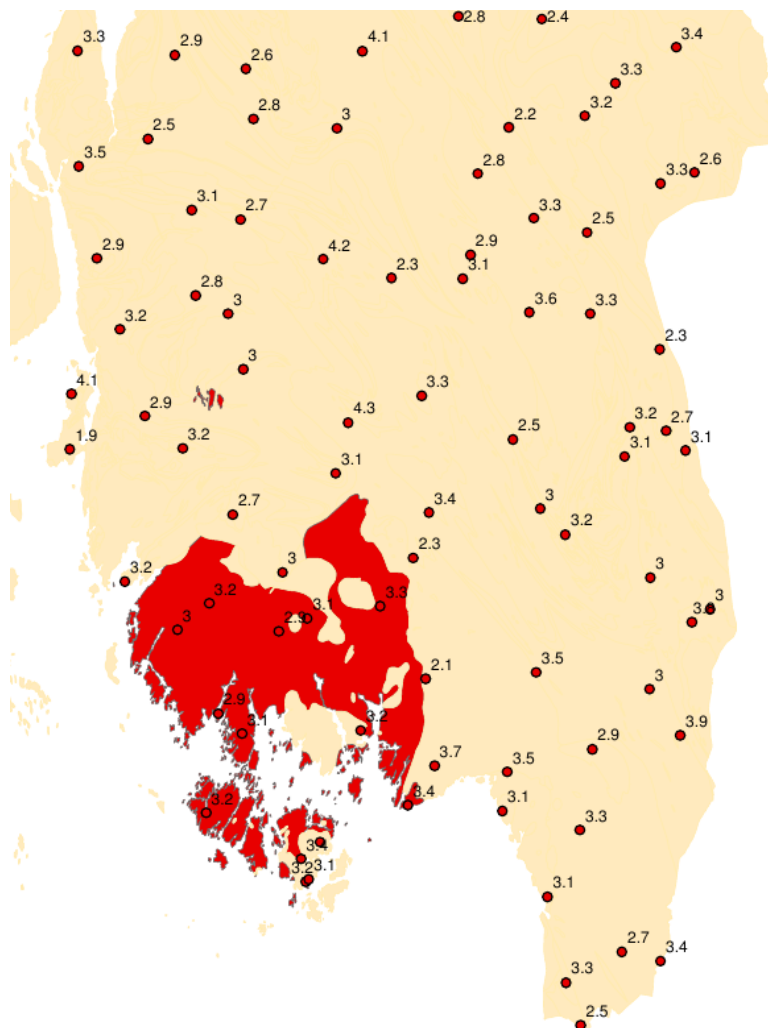
Total varmekapasitet – Mål på hvor mye energi som må tilføres et materiale for å øke temperaturen med en grad Kelvin. Definert ved $C = \frac{Q}{\Delta T}$, der Q er tilført energi (varme), og ΔT er målt temperaturendring. Som for den spesifikke varmekapasiteten benyttes indeksen p når man for fluider angir at varmeoverføringen skjer under konstant trykk. Total varmekapasitet har SI-enhet $\frac{J}{K}$.

Tillegg B

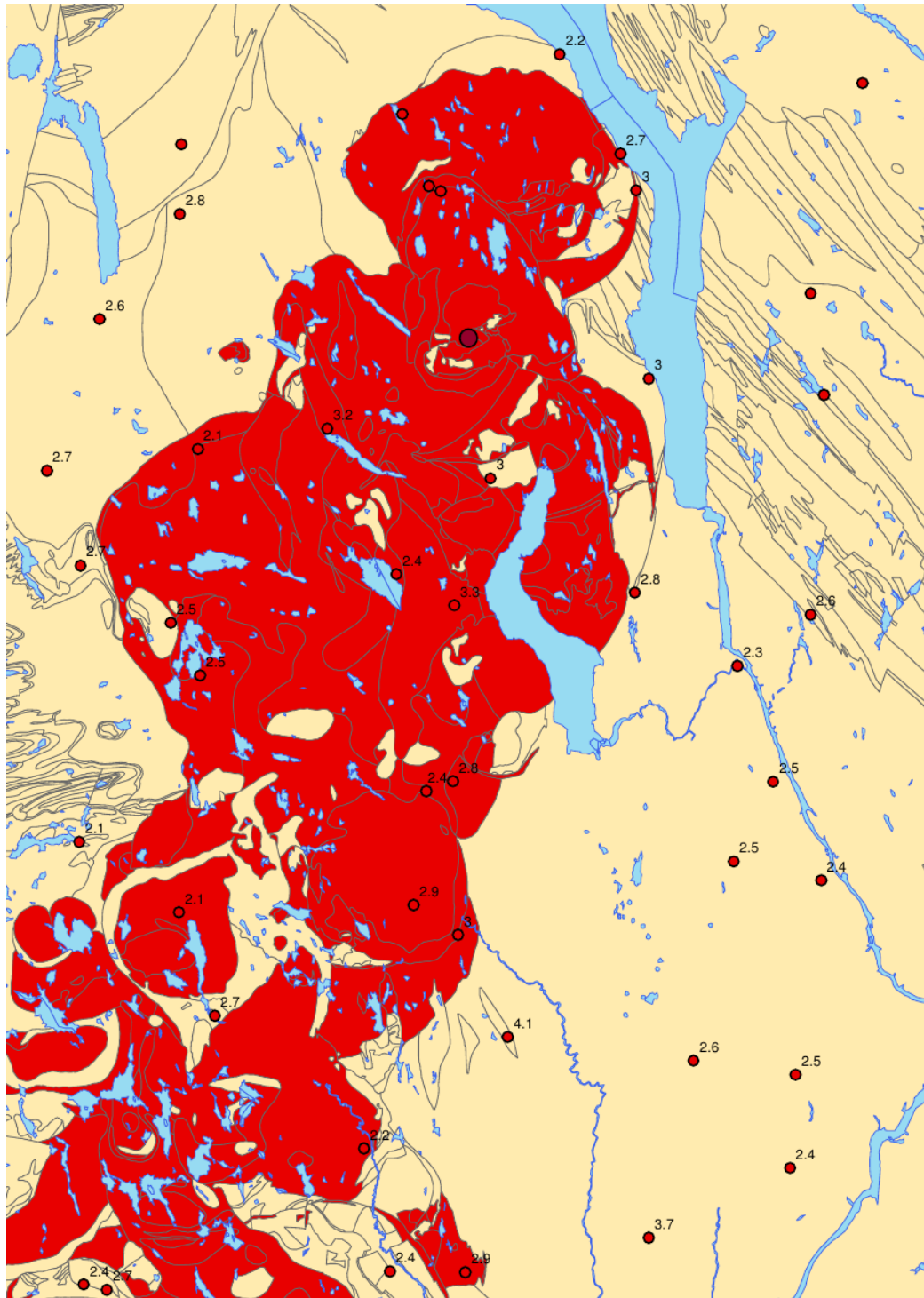
Dokumentasjon

B.1 Geotermiske gradienter

Figur B.1: Kart over termisk konduktivitet (varmeledningsevne) for berggrunnen i Iddefjord-området. Data fra NGU; varmeproduserende bergart i rødt.



Figur B.2: Kart over termisk konduktivitet (varmeledningsevne) for berggrunnen i Hurdal-området. Data fra NGU; varmeproduserende bergart i rødt.



Geotermiske gradienter

Fredrikstad: Iddefjord

Parameter	Tilfelle 1	Tilfelle 2	Tilfelle 3	Tilfelle 4	Tilfelle 5	Tilfelle 6		
Dybde, granitt	-5000	-5000	-5000	-3500	-4000	-3500	[m]	
Total dybde	-5000	-5000	-5000	-5000	-5000	-5000	[m]	
Overflatetemperatur		0					[°C]	
Varmeproduksjon, q	5.50E-006	6.30E-006	7.00E-006	5.50E-006	6.30E-006	7.00E-006	[W/m ³]	avsnitt 4.9 i Slagstad 2009
Varmeproduksjon, q'	8.00E-007	1.80E-006	2.80E-006	8.00E-007	1.80E-006	2.80E-006	[W/m ³]	fig.10a i Slagstad 2009
Termisk konduktivitet, granitt	3.3	3.1	2.9	3.3	3.1	2.9	[W/(m*k)]	varmeledningskart og Slagstad 2009
Termisk konduktivitet, omgiv.	3.7	3.2	2.7	3.7	3.2	2.7	[W/(m*k)]	varmeledningskart
Varmestrøm, overflate = Q _s	5.5E-002	7.5E-001	9.0E-001	5.5E-002	7.5E-002	9.0E-002	[W/m ²]	fig.10b i Slagstad 2009
Varmestrøm, omgivelser	4.5E-002	5.0E-002	6.0E-002	4.5E-002	5.0E-002	6.0E-002	[W/m ²]	fig.10b i Slagstad 2009
Varmestrøm, bunn = Q ₀	2.7E-002	4.4E-002	5.5E+001	3.4E-002	4.8E-002	6.1E-002	[W/m ²]	
Forholdstall parametere	42	51	60	29	41	42	[K]	
Temperatur, bunn	68	102	131	68	102	134		
Beregnet maksimal gradient	0.016	0.024	0.031	0.016	0.024	0.031	[K/m]	
Beregnet minimal gradient	0.008	0.014	0.019	0.009	0.015	0.023	[K/m]	
stigningstall, lineær gradient:	1.58E-06	1.94E-06	2.28E-06	1.38E-06	1.76E-06	1.58E-06		
const.	6.2	5.8	6.0	3.7	4.0	0.3		
Kontroll av tilnæringsfunksjon	68	102	131	68	102	134		
Kontroll 2	6.25				48.48			

Hurdal

Parameter	Tilfelle 1	Tilfelle 2	Tilfelle 3	Tilfelle 4	Tilfelle 5	Tilfelle 6		
Dybde, granitt	-3500	-3500	-3500	-2500	-3000	-2500	[m]	
Total dybde	-5000	-5000	-5000	-5000	-5000	-5000	[m]	
Overflatetemperatur		0					[°C]	
Varmeproduksjon, q	2.50E-006	3.00E-006	3.30E-006	2.50E-006	3.00E-006	3.30E-006	[W/m ³]	avsnitt 4.9 i Slagstad 2009
Varmeproduksjon, q'	8.00E-007	1.80E-006	2.80E-006	8.00E-007	1.80E-006	2.80E-006	[W/m ³]	fig.10a i Slagstad 2009
Termisk konduktivitet, granitt	3.1	2.8	2.5	3.1	2.8	2.5	[W/(m*k)]	varmeledningskart og Slagstad 2009
Termisk konduktivitet, omgiv.	3.3	2.8	2.3	3.3	2.8	2.3	[W/(m*k)]	varmeledningskart
Varmestrøm, overflate = Q_s	4.5E-002	6.0E-002	7.0E-002	4.5E-002	6.0E-002	7.0E-002	[W/m ²]	fig.10b i Slagstad 2009
Varmestrøm, omgivelser	4.5E-002	5.0E-002	6.0E-002	4.5E-002	5.0E-002	6.0E-002	[W/m ²]	fig.10b i Slagstad 2009
Varmestrøm, bunn = Q_0	3.5E-002	4.2E-002	5.4E-002	3.7E-002	4.2E-002	5.5E-002	[W/m ²]	
Temperatur, bunn	68	92	132	69	91	136		
Beregnet maksimal gradient	0.014	0.020	0.028	0.015	0.019	0.028		
Beregnet minimal gradient	0.011	0.015	0.023	0.011	0.015	0.024		
stigningstall, lineær gradien: const.	6.60E-07	9.00E-07	8.80E-07	6.40E-07	8.60E-07	8.00E-07		
Kontroll av tilnærmingsfunksjon	6.3	5.3	4.0	4.5	4.8	6.0		
Kontroll 2	68	92	132	69	91	136		
	6.25							

B.2 Enkeltbrønn-modellen

På neste side følger datasett til modellen. Deretter følger dokumentasjon på Comsol-modellen

Enkeltbrønnmodell

Enbrønn-modellen:

Fysiske mål	Brønn	ytre løp	rør	indre løp
Radius/tykkelse [m]:	0.15	0.070	0.03	0.050
Posisjon [m]:	0.15	0.080	0.050	0
Areal [m ²]:	0.071	0.0505540	0.012	0.00785

V[m ³ /s]	v _y [m/s]	v _i [m/s]	
0.005	0.10	0.64	6.440
0.010	0.20	1.27	6.440
0.020	0.40	2.55	6.440
0.030	0.59	3.82	6.440
0.050	0.99	6.37	

6.44

Hyd. Diam. 0.21 0.40 0.14 0.1

Reynoldstallet	rho	v[m/s]	d_h1	d_h2	d_h3	my	Re1	Re2	Re3
T = 350K	973	0.64	0.1	0.14	0.21	3.70E-004	1.7E+5	2.4E+5	3.6E+5
T = 400K	937	0.64	0.1	0.14	0.21	2.20E-004	2.7E+5	3.8E+5	5.9E+5

Avlest friksjonsfaktor	dh[m]	eps	RelEps	T=350	T=400			
f1	0.1	2.50E-05	3E-04	0.019	0.018	0.0185	v =	0.64 [m/s]
f1	0.1	2.5E-005	3E-04	0.016	0.016	0.016	v =	2.55 [m/s]
f1	0.1	2.5E-005	3E-04	0.015	0.015	0.015	v =	6.37 [m/s]
f2	0.14	2.50E-05	2E-04	0.021	0.020	0.020	v =	0.1 [m/s]
f2	0.14	2.50E-05	2E-04	0.017	0.015	0.016	v =	0.4 [m/s]
f2	0.14	2.50E-05	2E-04	0.014	0.013	0.0135	v =	0.99 [m/s]
f3	0.21	2.00E-03	1E-02	0.040	0.039	0.040	v =	0.1 [m/s]
f2	0.21	2.00E-03	1E-02	0.038	0.038	0.038	v =	0.4 [m/s]
f3	0.21	2.00E-03	1E-02	0.038	0.038	0.038	v =	0.99 [m/s]

Termisk motstand	stål	isolasjon	total
Tykkelse [m]	0.01	0.02	0.03
K [w/m ² K]	45	0.07	0.105
R*A	0.0002	0.2857	0.2859



COMSOL Model Report

1. Table of Contents

- Title - COMSOL Model Report
- Table of Contents
- Model Properties
- Constants
- Global Expressions
- Geom1
- Materials/Coefficients Library
- Integration Coupling Variables
- Extrusion Coupling Variables
- Functions
- Interpolation Functions
- Solver Settings
- Variables

2. Model Properties

Property	Value
Model name	
Author	
Company	
Department	
Reference	
URL	
Saved date	Sep 20, 2010 9:46:08 AM
Creation date	Oct 30, 2009 1:47:30 PM
COMSOL version	COMSOL 3.5.0.608

File name: /Home/stud5/kbr080/Matte/Master/COMSOL/Ettbronnproblem_2D_med_casing.mph

Application modes and modules used in this model:

- Geom1 (Axial symmetry (2D))
 - Incompressible Navier-Stokes
 - Convection and Conduction

3. Constants

Name	Expression	Value	Description
b_y	7[cm]		bredde, ytre lop
b_r	3[cm]		bredde, ror
rhoS	2700[kg/m^3]		Tetthet, granitt
rhoF	973[kg/m^3]		Tetthet, vann, ved ca 80K
rhoP	3000[kg/m^3]		Tetthet, foringsror+isolasjon
cS	0.80e3[J/(kg*K)]		spesifikk varmekapasitet Granitt
cpF	4.18e3[J/(kg*K)]		spesifikk varmekapasitet, konstant trykk, vaeske
cP	1.6e3[J/(kg*K)]		spesifikk varmekapasitet foringsror+isolasjon
kTF	0.6[W/(m*K)]		Termisk konduktivitet vaeske
kTP	0.105[W/(m*K)]		Termisk konduktivitet foringsror+isolasjon
g	9.81[m/(s*s)]		Tyngdeakselerasjonen
pPROD	1e3[bar]		Produksjonstrykk
P_ytre	10[MPa]		Ytre paasatt trykk
my_dyn_ini	1e-3[Pa*s]		Initialverdi dynamisk viskositet
Pgg_mTg	0.024		Parameter til GeoGrad; maksimal geotermisk gradient
Pgg_a	1.76e-6		Parameter til GeoGrad; stigningstall
Pgg_c	4		Parameter til GeoGrad; konstantledd
Pgg_kTC	2.1W/(m*K)		Parameter til GeoGrad; termisk konduktivitet Granitt. Area/Volumekoeff

4. Global Expressions

Name	Expression	Unit	Description
kTG	Pgg_kTG	W/(m*K)	Termisk konduktivitet Granitt. Areal/Volumvektet
v_ini	Pgg_vini	m/s	initieell hastighet i z-retningen, ytre lop
T_ini	60[degC]	K	Injeksjonstemperatur
T_g_i	100-40*flc1hs(t-50,100)		Glattet injeksjonstemperatur
Tg	GeoGrad(Pgg_mTg,Pgg_a,z,Pgg_c)[degC]		Temperaturgradient i fjell
v_ini_indre	-6.44*v_ini	m/s	Hastighet i indre lop
P_korr	$\rho F^*g*5000-\text{delta}P(f3,0.21,\rho F,v_ini)[N/m^3]$		Trykkfall, ytre lop
d1	$0.1/\text{Nu}(f1, \text{Re}(\text{mat1_rho}(T[1/K]),v_ini_indre,0.1,\text{mat1_eta}(T[1/K])), \text{Pr}(\text{mat1_Cp}(T[1/K]),\text{mat1_eta}(T[1/K]),\text{mat1_k}(T[1/K])))$		Tykkelse indre term.resist. lag
d2	$0.14/\text{Nu}(f2, \text{Re}(\text{mat1_rho}(T[1/K]),-v_ini,0.14,\text{mat1_eta}(T[1/K])), \text{Pr}(\text{mat1_Cp}(T[1/K]),\text{mat1_eta}(T[1/K]),\text{mat1_k}(T[1/K])))$		Tykkelse midtre term.resist. lag
d3	$0.21/(1*\text{Nu}(f3, \text{Re}(\text{mat1_rho}(T[1/K]),v_ini,0.21,\text{mat1_eta}(T[1/K])), \text{Pr}(\text{mat1_Cp}(T[1/K]),\text{mat1_eta}(T[1/K]),\text{mat1_k}(T[1/K])))$		Tykkelse ytre term.resist. lag
f1	interpF1(v_ini_indre)		Friksjonsfaktor indre lop
f2	interpF2(-v_ini)		Friksjonsfaktor imidtre lop
f3	interpF3(-v_ini)		Friksjonsfaktor ytre lop
v_ut	int_v_ut/0.05		Utstromshastighet topp
v_bunn_2	int_v_ut_bunn/b_y		Utstromshastighet, bunn
V_ut	v_ut*pi*0.05^2		Volumstrom ut
T_ut_2	int_T_ut/0.05		Utstromstemperatur topp
Tf_bunn_2	int_T_ut_bunn/b_y		Temperatur i bunn
Tflux	int_Tflux/3000		Varmestrom ved bronn
P_diff	$2*\text{int_P_inn}/((0.05+b_r+b_y)^2-(0.05+b_y)^2)-2*\text{int_P_ut}/0.05^2$		Trykkforskjell Inn/Ut
P_term	$(T_ut_2-T_ini)*\rho F*cpF*V_ut$		Produsert termisk effekt (brutto)
P_diff2	int_P_inn/0.07-int_P_ut/0.05		

5. Geom1

Space dimensions: Axial symmetry (2D)

Independent variables: r, phi, z

5.1. Expressions

5.1.1. Point Expressions

Point		3
T_ut	K	-273.15+T

5.1.2. Boundary Expressions

Boundary		4	16
p_inn	Pa	p	
p_ut	Pa	p	

5.2. Identity Pairs

5.2.1. Identity Point Pairs

Identity pairs	Source points	Destination points
Pair 2	4-6	7-9
Pair 3	19-20	16-18
Pair 4	10-12	13-15

5.2.2. Identity Boundary Pairs

Identity pairs	Source boundaries	Destination boundaries
Pair 1	7, 9	5-6
Pair 2	11-12	13, 15

Application mode name: ns

5.3.1. Scalar Variables

Name	Variable	Value	Unit	Description
visc_vel_fact	visc_vel_fact_ns	10	1	Viscous velocity factor

5.3.2. Application Mode Properties

Property	Value
Default element type	Lagrange - P ₂ P ₁
Analysis type	Stationary
Corner smoothing	Off
Frame	Frame (ref)
Weak constraints	Off
Constraint type	Ideal

5.3.3. Variables

Dependent variables: u, v, p, nrw, nzw

Shape functions: shlag(2,'u'), shlag(2,'v'), shlag(1,'p')

Interior boundaries not active

5.3.4. Boundary Settings

Boundary		1, 3	2	4
Type		Wall	Inlet	Outlet
walltype		Moving/leaking wall	No slip	No slip
velType		U0in	U0in	U0in
z-velocity (v0)	m/s	0	0	0
Pressure (p0)	Pa	0	0	-deltaP(f1,0.1,rhoF,v_ini)
Normal inflow velocity (U0in)	m/s	1	v_ini_indre	1
Velocity of the tangentially moving wall (uvw)	m/s	v	0	0
#-velocity of moving wall (vwall)	m/s	v	0	0

Boundary		5-6	13, 15, 17-18	14
Type		Wall	Wall	Outlet
walltype		No slip	No slip	No slip
velType		U0in	U0in	U0in
z-velocity (v0)	m/s	0	0	0
Pressure (p0)	Pa	0	0	P_korr
Normal inflow velocity (U0in)	m/s	-v_ini	1	1
Velocity of the tangentially moving wall (uvw)	m/s	0	0	0
#-velocity of moving wall (vwall)	m/s	0	0	0

Boundary		16
Type		Inlet
walltype		No slip
velType		u0
z-velocity (v0)	m/s	v_ini
Pressure (p0)	Pa	0
Normal inflow velocity (U0in)	m/s	1
Velocity of the tangentially moving wall (uvw)	m/s	0
#-velocity of moving wall (vwall)	m/s	0

Pair	
Type	Interior boundary

5.3.5. Subdomain Settings

Subdomain		1	3
Integration order (gporder)		4 4 2	4 4 2
Constraint order (cporder)		2 2 1	2 2 1
Density (rho)	kg/m ³	rho(T[1/K])[kg/m ³] (Water, liquid)	rho(T[1/K])[kg/m ³] (Water, liquid)
Dynamic viscosity (eta)	Pa*s	eta(T[1/K])[Pa*s] (Water, liquid)	eta(T[1/K])[Pa*s] (Water, liquid)
Volume force, z dir. (F_z)	N/m ³	-mat1_rho(T[1/K])[kg/m ³]*g	-mat1_rho(T[1/K])[kg/m ³]*g
Tuning parameter (delid)		0.01	0.01
cdon		0	0

Subdomain initial value		1	3
z-velocity (v)	m/s	v_ini_indre	v_ini

5.4. Application Mode: Convection and Conduction (cc)

Application mode type: Convection and Conduction

Application mode name: cc

5.4.1. Application Mode Properties

Property	Value
Default element type	Lagrange - Quadratic
Analysis type	Transient
Frame	Frame (ref)
Weak constraints	Off
Constraint type	Ideal

5.4.2. Variables

Dependent variables: T

Shape functions: shlag(2,'T')

Interior boundaries active

5.4.3. Boundary Settings

Boundary		1, 3	2	4, 14
Type		Axial symmetry	Temperature	Convective flux
name			inn nede	ut
Inward heat flux (q0)	W/m ²	0	PHI_y_l+hTRANS/0.1*(T(r,-5000.049805)-Tf_bunn)+hTRANS/0.3*(T(0.16,z)-Tf_bunn)	0
Temperature (T0)	K	273.15	Tf_bunn	273.15

Boundary		5-7, 9, 11-13, 15, 17, 19	8	10
Type		Convective flux	Temperature	Thermal insulation
name		intern	fast stoff bunn	topp casing
Inward heat flux (q0)	W/m ²	0	-hTRANS/0.3*(T(0.16,z)-Tf_bunn)	0
Temperature (T0)	K	T_ini	Tf_bunn_2	T_ini-54*f1c1hs(t-50,100)

Boundary		16	18	20
Type		Temperature	Thermal insulation	Heat flux
name		inn oppe	isolert ytterrand	
Inward heat flux (q0)	W/m ²	0	0	4.1e-2
Temperature (T0)	K	Tg+(T_ini-Tg)*f1c1hs(t-8.64e4,8.64e4)	273.15	Tg

Boundary		21-22	23
Type		Temperature	Continuity
name		ytterrand	
Inward heat flux (q0)	W/m ²	4.1e-2	0

Pair		Pair 3	Pair 1	Pair 2
Type		Thin thermally resistive layer	Thin thermally resistive layer	Thin thermally resistive layer
Thermal conductivity (k _{bnd})	W/(m·K)	k(T[1/K]) (Water, liquid)	k(T[1/K]) (Water, liquid)	k(T[1/K]) (Water, liquid)
Thickness (d)	m	-d3	-d1	-d2

5.4.4. Subdomain Settings

Subdomain		1, 3	2	4
name		vann	rør	fjell
Thermal conductivity (k)	W/(m·K)	k(T[1/K])[W/(m·K)] (Water, liquid)	kTP	kTG
Density (rho)	kg/m ³	rho(T[1/K])[kg/m³] (Water, liquid)	rhoP	rhoS
Heat capacity at constant pressure (C)	J/(kg·K)	Cp(T[1/K])[J/(kg·K)] (Water, liquid)	cP	cS
r-velocity (u)	m/s	u	0	0
z-velocity (v)	m/s	v	0	0
Ratio of specific heats (gamma)		1.0 (Water, liquid)	1	1

Subdomain initial value		1, 3	2	4
Temperature (T)	K	Tg	Tg	Tg

6. Materials/Coefficients Library

6.1. Water, liquid

Parameter	Value
Heat capacity at constant pressure (C)	Cp(T[1/K])[J/(kg·K)]
Speed of sound (cs)	cs(T[1/K])[m/s]
Dynamic viscosity (eta)	eta(T[1/K])[Pa·s]
Ratio of specific heats (gamma)	1.0
Thermal conductivity (k)	k(T[1/K])[W/(m·K)]
Kinematic viscosity (nu0)	nu0(T[1/K])[m ² /s]
Density (rho)	rho(T[1/K])[kg/m ³]
Electric conductivity (sigma)	5.5e-6[S/m]

6.1.1. Piecewise Analytic Functions

6.1.1.1. Function: rho(T)

Type: Polynomial

x _{start}	x _{end}	f(x)
273.15	553.75	0 8.38466135E+02 1 1.40050603E+00 2 -3.01123760E-03 3 3.71822313E-07

6.1.1.2. Function: Cp(T)

Type: Polynomial

x _{start}	x _{end}	f(x)
273.15	553.75	0 1.20101471E+04 1 -8.04072879E+01 2 3.09866854E-01 3 -5.38186884E-04 4 3.62536437E-07

6.1.1.3. Function: eta(T)

Type: Polynomial

x _{start}	x _{end}	f(x)
273.15	413.15	0 1.3799566804E+00 1 -2.1224019151E-02 2 1.3604562827E-04 3 -4.6454090319E-07 4 8.9042735735E-10 5 -9.0790692686E-13 6 3.8457331488E-16
413.15	553.75	0 4.01235783E-03 1 -2.10746715E-05 2 3.85772275E-08 3 -2.39730284E-11

6.1.1.4. Function: nu0(T)

Type: Polynomial

x _{start}	x _{end}	f(x)
273.15	413.15	0 1.3903230155E-03 1 -2.1392545737E-05 2 1.3717187260E-07 3 -4.6851166702E-10 4 8.9823339887E-13 5 -9.1602964729E-16 6 3.8807189536E-19

x_start	x_end	f(x)
273.15	553.75	0 -8.69083936E-01 1 8.94880345E-03 2 -1.58366345E-05 3 7.97543259E-09

6.1.2. Interpolation Functions

6.1.2.1. Interpolation Function: cs

Interpolation method: Piecewise Cubic

Data source type: Table

x	f(x)
273	1403
278	1427
283	1447
293	1481
303	1507
313	1526
323	1541
333	1552
343	1555
353	1555
363	1550
373	1543

6.2. Water, liquid_1

Parameter	Value
Heat capacity at constant pressure (C)	Cp(T[1/K])[J/(kg*K)]
Speed of sound (cs)	cs(T[1/K])[m/s]
Dynamic viscosity (eta)	eta(T[1/K])[Pa*s]
Ratio of specific heats (gamma)	1.0
Thermal conductivity (k)	k(T[1/K])[W/(m*K)]
Kinematic viscosity (nu0)	nu0(T[1/K])[m^2/s]
Density (rho)	rho(T[1/K])[kg/m^3]
Electric conductivity (sigma)	5.5e-6[S/m]

6.2.1. Piecewise Analytic Functions

6.2.1.1. Function: rho(T)

Type: Polynomial

x_start	x_end	f(x)
273.15	553.75	0 8.38466135E+02 1 1.40050603E+00 2 -3.01123760E-03 3 3.71822313E-07

6.2.1.2. Function: Cp(T)

Type: Polynomial

x_start	x_end	f(x)
273.15	553.75	0 1.20101471E+04 1 -8.04072879E+01 2 3.09866854E-01 3 -5.38186884E-04 4 3.62536437E-07

6.2.1.3. Function: eta(T)

Type: Polynomial

x_start	x_end	f(x)
273.15	413.15	0 1.3799566804E+00 1 -2.1224019151E-02 2 1.3604562827E-04 3 -4.6454090319E-07 4 8.9042735735E-10 5 -9.0790692686E-13 6 3.8457331488E-16
413.15	553.75	0 4.01235783E-03 1 -2.10746715E-05 2 3.85772275E-08 3 -2.39730284E-11

6.2.1.4. Function: nu0(T)

Type: Polynomial

6.2.1.5. Function: k(T)

Type: Polynomial

x_start	x_end	f(x)
273.15	553.75	0 -8.69083936E-01 1 8.94880345E-03 2 -1.58366345E-05 3 7.97543259E-09

6.2.2. Interpolation Functions**6.2.2.1. Interpolation Function: cs**

Interpolation method: Piecewise Cubic

Data source type: Table

x	f(x)
273	1403
278	1427
283	1447
293	1481
303	1507
313	1526
323	1541
333	1552
343	1555
353	1555
363	1550
373	1543

7. Integration Coupling Variables**7.1. Geom1****7.1.1. Source Boundary: 4**

Name	Value
Variable name	int_v_ut
Expression	v
Order	4
Global	Yes

7.1.2. Source Boundary: 4

Name	Value
Variable name	int_T_ut
Expression	T
Order	4
Global	Yes

7.1.3. Source Boundary: 4

Name	Value
Variable name	int_P_ut
Expression	p*r
Order	4
Global	Yes

7.1.4. Source Boundary: 14

Name	Value
Variable name	int_T_ut_bunn
Expression	T
Order	4
Global	Yes

7.1.5. Source Boundary: 14

Name	Value
Variable name	int_v_ut_bunn
Expression	v
Order	4
Global	Yes

7.1.6. Source Boundary: 16

Name	Value
Variable name	int_P_inn
Expression	p*r
Order	4
Global	Yes

7.1.7. Source Boundary: 23

Name	Value
Variable name	int_Tflux
Expression	tflux_T_cc
Order	4
Global	Yes

8. Extrusion Coupling Variables**8.1. Geom1****8.1.1. Source Boundary: 14**

Name	Value
Expression	v
Transformation type	Linear
Destination Boundary	2 (Geom1)
Source vertices	13, 16
Destination vertices	1, 4
Name	v_bunn

8.1.2. Source Boundary: 14

Name	Value
Expression	T
Transformation type	Linear
Destination Boundary	2 (Geom1)
Source vertices	13, 16
Destination vertices	1, 4
Name	Tf_bunn

9. Functions

Function	Expression	Derivatives	Comple output
Nu(f,Re,Pr)	$(f/8)^*(Re-1e3)*Pr/(1+12.7*(Pr^{2/3}-1)*(f/8)^{(1/2)})$	$d((f/8)^*(Re-1e3)*Pr/(1+12.7*(Pr^{2/3}-1)*(f/8)^{(1/2)}),f)$, $d((f/8)^*(Re-1e3)*Pr/(1+12.7*(Pr^{2/3}-1)*(f/8)^{(1/2)}),Re)$, $d((f/8)^*(Re-1e3)*Pr/(1+12.7*(Pr^{2/3}-1)*(f/8)^{(1/2)}),Pr)$	false
deltaP(f,d_h,rho,v)	$f*5000*rho*v^2/(2*d_h)$	$d(f*5000*rho*v^2/(2*d_h),f)$, $d(f*5000*rho*v^2/(2*d_h),d_h)$, $d(f*5000*rho*v^2/(2*d_h),rho)$, $d(f*5000*rho*v^2/(2*d_h),v)$	false
Re(rho,v,d,my)	$rho*v*d/my$	$d(rho*v*d/my,rho)$, $d(rho*v*d/my,v)$, $d(rho*v*d/my,d)$, $d(rho*v*d/my,my)$	false
Pr(cp,my,k)	$cp*my/k$	$d(cp*my/k,cp)$, $d(cp*my/k,my)$, $d(cp*my/k,k)$	false
GeoGrad(mTg,a,z,c)	$-0.5*a*z^2-mTg*z+c$	$d(-0.5*a*z^2-mTg*z+c,mTg)$, $d(-0.5*a*z^2-mTg*z+c,a)$, $d(-0.5*a*z^2-mTg*z+c,z)$, $d(-0.5*a*z^2-mTg*z+c,c)$	false

Data source type: Table

x	f(x)
0.64	0.0185
2.55	0.016
6.37	0.015

10.2. Interpolation Function: interpF2

Interpolation method: Linear

Data source type: Table

x	f(x)
0.09	0.02
0.36	0.016
0.9	0.0135

10.3. Interpolation Function: interpF3

Interpolation method: Linear

Data source type: Table

x	f(x)
0.1	0.04
0.4	0.038
0.99	0.038

10.4. Interpolation Function: Trykktap

Interpolation method: Linear

Data source type: Table

x	f(x)
3	1.076928
5	1.078903
7	1.082885
10	1.091785

11. Solver Settings

Solve using a script: off

Analysis type	Stationary
Auto select solver	On
Solver	Stationary
Solution form	Automatic
Symmetric	auto
Adaptive mesh refinement	Off
Optimization/Sensitivity	Off
Plot while solving	Off

11.1. Direct (SPOOLES)

Solver type: Linear system solver

Parameter	Value
Pivot threshold	0.1
Preordering algorithm	Nested dissection

11.2. Stationary

Parameter	Value
Linearity	Automatic
Relative tolerance	1.0E-3
Maximum number of iterations	50
Manual tuning of damping parameters	Off
Highly nonlinear problem	Off
Initial damping factor	1.0
Minimum damping factor	1.0E-4
Restriction for step size update	10.0

11.3. Advanced

Parameter	Value
Constraint handling method	Elimination
Null-space function	Automatic
Automatic assembly block size	On
Assembly block size	1000
Use Hermitian transpose of constraint matrix and in symmetry detection	Off
Use complex functions with real input	Off
Stop if error due to undefined operation	On
Store solution on file	On
Type of scaling	Automatic
Manual scaling	
Row equilibration	On
Manual control of reassembly	Off
Load constant	On
Constraint constant	On
Mass constant	On
Damping (mass) constant	On
Jacobian constant	On
Constraint Jacobian constant	On

12. Variables

12.1. Boundary

12.1.1. Boundary 1-6, 13-18

Name	Description	Unit	Expression
K_r_ns	Viscous force per area, r component	Pa	$\eta_{ns} * (2 * \nu_{ns} * u_r + \nu_{ns} * (u_z + v_r))$
T_r_ns	Total force per area, r component	Pa	$-\nu_{ns} * p + 2 * \nu_{ns} * \eta_{ns} * u_r + \nu_{ns} * \eta_{ns} * (u_z + v_r)$
K_z_ns	Viscous force per area, z component	Pa	$\eta_{ns} * (\nu_{ns} * (v_r + u_z) + 2 * \nu_{ns} * v_z)$
T_z_ns	Total force per area, z component	Pa	$-\nu_{ns} * p + \nu_{ns} * \eta_{ns} * (v_r + u_z) + 2 * \nu_{ns} * \eta_{ns} * v_z$
ndflux_T_cc	Normal conductive heat flux, T	W/m ²	$\nu_{cc} * dflux_{T_r_cc} + \nu_{cc} * dflux_{T_z_cc}$
ncflux_T_cc	Normal convective heat flux, T	W/m ²	$\nu_{cc} * cflux_{T_r_cc} + \nu_{cc} * cflux_{T_z_cc}$
ntflux_T_cc	Normal total heat flux, T	W/m ²	$\nu_{cc} * tflux_{T_r_cc} + \nu_{cc} * tflux_{T_z_cc}$

12.1.2. Boundary 7-12, 19-22

Name	Description	Unit	Expression
K_r_ns	Viscous force per area, r component	Pa	
T_r_ns	Total force per area, r component	Pa	
K_z_ns	Viscous force per area, z component	Pa	
T_z_ns	Total force per area, z component	Pa	
ndflux_T_cc	Normal conductive heat flux, T	W/m ²	$\nu_{cc} * dflux_{T_r_cc} + \nu_{cc} * dflux_{T_z_cc}$
ncflux_T_cc	Normal convective heat flux, T	W/m ²	$\nu_{cc} * cflux_{T_r_cc} + \nu_{cc} * cflux_{T_z_cc}$
ntflux_T_cc	Normal total heat flux, T	W/m ²	$\nu_{cc} * tflux_{T_r_cc} + \nu_{cc} * tflux_{T_z_cc}$

12.1.3. Boundary 23

Name	Description	Unit	Expression
K_r_ns	Viscous force per area, r component	Pa	
T_r_ns	Total force per area, r component	Pa	
K_z_ns	Viscous force per area, z component	Pa	
T_z_ns	Total force per area, z component	Pa	
ndflux_T_cc	Normal conductive heat flux, T	W/m ²	
ncflux_T_cc	Normal convective heat flux, T	W/m ²	
ntflux_T_cc	Normal total heat flux, T	W/m ²	

12.2. Subdomain

12.2.1. Subdomain 1, 3

Name	Description	Unit	Expression
------	-------------	------	------------

U_ns	Velocity field	m/s	sqrt(u^2+v^2)
V_ns	Vorticity	1/s	uz-vr
divU_ns	Divergence of velocity field	1/s	ur+vz+u/r
cellRe_ns	Cell Reynolds number	1	rho_ns * U_ns * h/eta_ns
res_u_ns	Equation residual for u	Pa	r * (rho_ns * (u * ur+v * uz)+pr-F_r_ns)+2 * eta_ns * (u/r-ur)-eta_ns * r * (2 * urr+uzz+vrz)

12.2.2. Subdomain 2

Name	Description	Unit	Expression
U_ns	Velocity field	m/s	
V_ns	Vorticity	1/s	
divU_ns	Divergence of velocity field	Pa*s	r * rho_ns * u
cellRe_ns	Cell Reynolds number	1	
res_u_ns	Equation residual for u	Pa*s	r * rho_ns * v
res_v_ns	Equation residual for v	Pa	
eta_ns	Dynamic viscosity coefficient	kg/s	r * eta_ns
beta_z_ns	Convective field, z component	Pa*s	
da_ns	Total time scale factor	kg/m^2	r * rho_ns
taum_ns	GLS time-scale	m^3*s/kg	nojac(1/max(2 * rho_ns * sqrt(ematic(u,v)),48 * eta_ns/h^2))
tauc_ns	GLS time-scale	m^2/s	
taucp_ns	GLS time-scale residual for p	kg/(m^2*s)	0.5 * nojac(if(u^2+v^2
grad_p_T_r_cc	Temperature gradient for p component	K/(m^2*s)	Tt0_ns * r * divU_ns
dflux_T_r_cc	Conductive heat flux, T, r component	W/m^2	-krr_T_cc * Tr-krz_T_cc * Tz
grad_T_r_cc	Temperature gradient, T, r component	K/m	Tr
cflux_T_r_cc	Convective heat flux, T, r component	W/m^2	rho_T_cc * C_T_cc * T * u_T_cc
tflux_T_r_cc	Total heat flux, T, r component	W/m^2	dflux_T_r_cc+cflux_T_r_cc
dflux_T_r_cc	Conductive heat flux, T, z component	W/m^2	-krr_T_cc * Tr-krz_T_cc * Tz
grad_T_z_cc	Temperature gradient, T, z component	K/m	Tz
dflux_T_z_cc	Conductive heat flux, T, z component	W/m^2	-kzr_T_cc * Tr-kzz_T_cc * Tz
cflux_T_r_cc	Convective heat flux, T, r component	W/m^2	rho_T_cc * C_T_cc * T * u_T_cc
cflux_T_z_cc	Convective heat flux, T, z component	W/m^2	rho_T_cc * C_T_cc * T * v_T_cc
tflux_T_z_cc	Total heat flux, T, z component	W/m^2	dflux_T_z_cc+cflux_T_z_cc
beta_T_r_cc	Convective field, r component	W/(m^2*K)	dflux_T_r_cc+cflux_T_r_cc

24/09/2010		file:///Home/stud5/kbr080/Master/ComsolRapport/EB.html	#13
dflux_T_cc	Conductive heat flux, T	W/m ²	$\sqrt{dflux_T_r_cc^2+dflux_T_z_cc^2}$
cflux_T_cc	Convective heat flux, T	W/m ²	$\sqrt{cflux_T_r_cc^2+cflux_T_z_cc^2}$
tflux_T_cc	Total heat flux, T	W/m ²	$\sqrt{tflux_T_r_cc^2+tflux_T_z_cc^2}$
cellPe_T_cc	Cell Peclet number, T	1	$h * \sqrt{(\beta_T_r_cc^2+\beta_T_z_cc^2)/Dm_T_cc}$
kmean_T_cc	Mean effective thermal conductivity	W/(m*K)	k_cc
taue_T_cc	GLS time-scale	m*s ³ *K/kg	0
helem_T_cc	Element size	m	h
Dm_T_cc	Mean diffusion coefficient, T	m ² *kg/(s ³ *K)	$r * \rho_T_cc^2 * C_T_cc^2 * (krr_T_cc * u_T_cc^2+krz_T_cc * u_T_cc * v_T_cc+kzr_T_cc * v_T_cc * u_T_cc+kzz_T_cc * v_T_cc^2)/((\rho_T_cc * C_T_cc * u_T_cc)^2+(\rho_T_cc * C_T_cc * v_T_cc)^2+eps)$
res_T_cc	Equation residual for T	W/m ²	$r * (-krr_T_cc * Trr-krz_T_cc * Trz-kzr_T_cc * Tzr-kzz_T_cc * Tzz+Tr * \rho_T_cc * C_T_cc * u_T_cc+Tz * \rho_T_cc * C_T_cc * v_T_cc-Q_T_cc+\rho_T_cc * C_T_cc * Tt)$
da_T_cc	Total time scale factor, T	kg/(s ² *K)	$r * Dts_T_cc * \rho_T_cc * C_T_cc$

12.2.3. Subdomain 4

Name	Description	Unit	Expression
U_ns	Velocity field	m/s	
V_ns	Vorticity	1/s	
divU_ns	Divergence of velocity field	1/s	
cellRe_ns	Cell Reynolds number	1	
res_u_ns	Equation residual for u	Pa	
res_v_ns	Equation residual for v	Pa	
beta_r_ns	Convective field, r component	Pa*s	
beta_z_ns	Convective field, z component	Pa*s	
Dm_ns	Mean diffusion coefficient	kg/s	
da_ns	Total time scale factor	kg/m ²	
taum_ns	GLS time-scale	m ³ *s/kg	
tauc_ns	GLS time-scale	m ² /s	
res_p_ns	Equation residual for p	kg/(m ² *s)	
grad_T_r_cc	Temperature gradient, T, r component	K/m	Tr
dflux_T_r_cc	Conductive heat flux, T, r component	W/m ²	$-krr_T_cc * Tr-krz_T_cc * Tz$
cflux_T_r_cc	Convective heat flux, T, r component	W/m ²	$\rho_T_cc * C_T_cc * T * u_T_cc$
tflux_T_r_cc	Total heat flux, T, r component	W/m ²	$dflux_T_r_cc+cflux_T_r_cc$
grad_T_z_cc	Temperature gradient, T, z component	K/m	Tz
dflux_T_z_cc	Conductive heat flux, T, z component	W/m ²	$-kzr_T_cc * Tr-kzz_T_cc * Tz$
cflux_T_z_cc	Convective heat flux, T, z component	W/m ²	$\rho_T_cc * C_T_cc * T * v_T_cc$

beta_T_z_cc	Convective field, T, z component	W/(m*K)	$r * \rho_{T_cc} * C_{T_cc} * v_{T_cc}$
grad_T_cc	Temperature gradient, T	K/m	$\sqrt{\text{grad}_{T_r_cc}^2 + \text{grad}_{T_z_cc}^2}$
dflux_T_cc	Conductive heat flux, T	W/m^2	$\sqrt{\text{dflux}_{T_r_cc}^2 + \text{dflux}_{T_z_cc}^2}$
cflux_T_cc	Convective heat flux, T	W/m^2	$\sqrt{\text{cflux}_{T_r_cc}^2 + \text{cflux}_{T_z_cc}^2}$
tflux_T_cc	Total heat flux, T	W/m^2	$\sqrt{\text{tflux}_{T_r_cc}^2 + \text{tflux}_{T_z_cc}^2}$
cellPe_T_cc	Cell Peclet number, T	1	$h * \sqrt{(\text{beta}_{T_r_cc}^2 + \text{beta}_{T_z_cc}^2)} / \text{Dm}_{T_cc}$
kmean_T_cc	Mean effective thermal conductivity	W/(m*K)	k_cc
taue_T_cc	GLS time-scale	m*s^3*K/kg	$\text{nojac}(1/\max(2 * C_{T_cc} * \rho_{T_cc} * \sqrt{\text{emetric}(u_{cc}, v_{cc})}) / \gamma_{cc}, 48 * k_{\text{mean}_{T_cc}} / h^2))$
helem_T_cc	Element size	m	h
Dm_T_cc	Mean diffusion coefficient, T	m^2*kg/(s^3*K)	$r * \rho_{T_cc}^2 * C_{T_cc}^2 * (\text{krr}_{T_cc} * u_{T_cc}^2 + \text{krz}_{T_cc} * u_{T_cc} * v_{T_cc} + \text{kzr}_{T_cc} * v_{T_cc} * u_{T_cc} + \text{kzz}_{T_cc} * v_{T_cc}^2) / ((\rho_{T_cc} * C_{T_cc} * u_{T_cc})^2 + (\rho_{T_cc} * C_{T_cc} * v_{T_cc})^2 + \text{eps})$
res_T_cc	Equation residual for T	W/m^2	$r * (-\text{krr}_{T_cc} * \text{Trr} - \text{krz}_{T_cc} * \text{Trz} - \text{kzr}_{T_cc} * \text{Tzr} - \text{kzz}_{T_cc} * \text{Tzz} + \text{Tr} * \rho_{T_cc} * C_{T_cc} * u_{T_cc} + \text{Tz} * \rho_{T_cc} * C_{T_cc} * v_{T_cc} - \text{Q}_{T_cc} + \rho_{cc} * C_{cc} * \text{Tt})$
da_T_cc	Total time scale factor, T	kg/(s^2*K)	$r * \text{Dts}_{T_cc} * \rho_{T_cc} * C_{T_cc}$

B.2.1 Tilfellet Rock Energy

På neste side følger datasett til modellen.

Skalering av geotermisk gradient til Rock Energy-modellen

Ordinær brønn	min	med	maks
Temperatur, bunn	68	102	134
Beregnet maksimal gradient (overflate)	0.014	0.024	0.031
Beregnet minimal gradient (bunn)	0.011	0.015	0.023
stigningstall, lineær gradient:	6.60E-07	1.76E-06	1.58E-06
const.	6.3	4.0	0.3
Temp, kontroll	68	102	134
Kontroll 2	52.2	78.7	100.2

Skalert brønn, 45 graders helning	min	med	maks
Dybde, topp lateralbrønn	3 586	3 586	3 586
Lengde, lateralbrønn	2 000	2 000	2 000
Temperatur, bunn	68	102	134
Beregnet maksimal gradient (overflate)	0.012	0.018	0.025
Beregnet minimal gradient (bunn)	0.011	0.015	0.023
Konstant gradient:	0.011	0.016	0.024
const.	52.2	78.7	100.2
Temp, kontroll	68	102	134
Kontroll 2	52.2	78.7	100.2

Reynoldstallet	rho	v [m/s]	d_h3	my	Re3	relEps
T = 350K	973	0.13	0.2	3.70E-004	6.7E+4	0.01
T = 400K	937	0.13	0.2	2.20E-004	1.1E+5	0.01

Masse/volumstrøm						
Areal	0.03					
Volumstrøm [m³/s]	1.00E-004	2.50E-004	5.00E-004	1.00E-003	2.00E-003	
Hastighet [m/s]	0.003	0.008	0.016	0.032	0.064	
Friksjonsfaktor, f	0.05	0.05	0.043	0.04	0.04	

B.2.2 Tilfellet Gether

På neste side følger datasett til modellen, deretter følger utskrift av Gether AS sine beregninger.

Noen data for grunnvarmeveksler

Fysiske mål	Brønn	ytre løp	rør	indre løp
Radius/tykkelse [m]:	0.075	0.032	0.016	0.027
Posisjon [m]:	0.08	0.043	0.027	0
Areal [m ²]:	0.018	0.0118566	0.004	0.00229

V[m ³ /s]	v _y [m/s]	v _i [m/s]	
2.22E-003	0.19	0.97	5.17970
1.11E-003	0.09	0.49	5.17970
5.56E-004	0.05	0.24	5.17970
2.78E-004	0.02	0.12	5.17970
1.39E-004	0.01	0.06	

Hyd. Diam. 0.1 0.18 0.09 0.05

Reynoldstallet	rho	v[m/s]	d_h1	d_h2	d_h3	my	Re1	Re2	Re3
T = 270K	998	0.19	0.05	0.09	0.1	1.00E-003	1.0E+4	1.6E+4	1.9E+4

Avlest friksjonsfaktor	dh[m]	eps	RelEps	T=270			
f1	0.05	1.30E-05	2E-04	0.021	v =	1.13	[m/s]
f1	0.05	1.3E-005	2E-04	0.024	v =	0.57	[m/s]
f1	0.05	1.3E-005	2E-04	0.028	v =	0.28	[m/s]
f2	0.09	1.30E-05	2E-04	0.028	v =	0.18	[m/s]
f2	0.09	1.30E-05	2E-04	0.034	v =	0.09	[m/s]
f2	0.09	1.30E-05	2E-04	0.040	v =	0.04	[m/s]
f3	0.1	2.00E-03	2E-02	0.030	v =	0.18	[m/s]
f2	0.1	2.00E-03	2E-02	0.035	v =	0.09	[m/s]
f3	0.1	2.00E-03	2E-02	0.040	v =	0.04	[m/s]

Trykktap for ulike geometri	Volumstrøm 0.00222			
R _{indre}	0.027	0.027	0.022	0.019
v _i	0.97	0.97	1.10	0.98
v _y	0.19	0.18	0.12	0.08
f1	0.021	0.021	0.021	0.021
f3	0.030	0.030	0.032	0.035
Totalt trykktap [m]	15.37	15.37	20.65	19.02

løftehøyde 2.22 l/s 1.67 l/s 1.11 l/s
 <18m <28m <28m

EED Version 2.0 (October 15, 2000), license for HELGE SKARPHAGEN, NGU
 P. Eskilson, G. Hellstrom, J. Claesson, T. Blomberg, B. Sanner
 Input file: C:\Program Files\BLOCON\EED\Kråkeroy_800m.dat
 This output file: KRÅKERoy_800M.OUT Date: 01.10.2010 Time: 10:25:54

MEMORY NOTES FOR PROJECT

-(no notes)

D E S I G N D A T A

=====

GROUND

Ground thermal conductivity	3.300 W/m,K
Ground heat capacity	2400000 J/m ³ ,K
Ground surface temperature	6.00 °C
Geothermal heat flux	0.0600 W/m ²

BOREHOLE

Configuration:	1 : single
- g-function No.	0
Borehole depth	800.00 m
Borehole spacing	10.00 m
Borehole installation	COAXIAL
Borehole diameter	0.150 m
Inner pipe diameter	0.090 m
Inner pipe wall thickness	0.0082 m
Inner pipe thermal conductivity	0.420 W/m,K
Outer pipe diameter	0.150 m
Outer pipe thickness	0.0000 m
Outer pipe thermal conductivity	0.400 W/m,K
Cont. resist. outer pipe/ground	0.0000 K/(W/m)

THERMAL RESISTANCES

Borehole thermal resistances are calculated.
 Internal heat transfer between upward and downward channel(s) is considered.

HEAT CARRIER FLUID

Thermal conductivity	0.582 W/m,K
Specific heat capacity	4192 J/kg,K
Density	1000 kg/m ³
Viscosity	0.001308 kg/m,s
Freezing point	0.0 °C
Flow rate per borehole	0.009000 m ³ /s

BASE LOAD

Seasonal performance factor (heating)	99999.00
Seasonal performance factor (cooling)	2.00

Monthly energy values

Month	Heat load	Cool load	(MWh)
JAN	21.00	0.00	
FEB	21.00	0.00	
MAR	21.00	0.00	
APR	21.00	0.00	
MAY	21.00	0.00	
JUN	21.00	0.00	
JUL	21.00	0.00	
AUG	21.00	0.00	

SEP	21.00	0.00
OCT	21.00	0.00
NOV	21.00	0.00
DEC	21.00	0.00
	-----	-----
Total	252.00	0.00

PEAK LOAD

Monthly peak powers (kW)

Month	Peak heat	Duration	Peak cool	Duration
JAN	0.00	0.0	0.00	0.0
FEB	0.00	0.0	0.00	0.0
MAR	0.00	0.0	0.00	0.0
APR	0.00	0.0	0.00	0.0
MAY	0.00	0.0	0.00	0.0
JUN	0.00	0.0	0.00	0.0
JUL	0.00	0.0	0.00	0.0
AUG	0.00	0.0	0.00	0.0
SEP	0.00	0.0	0.00	0.0
OCT	0.00	0.0	0.00	0.0
NOV	0.00	0.0	0.00	0.0
DEC	0.00	0.0	0.00	0.0

Number of simulation years 15
 First month of operation JAN

C A L C U L A T E D V A L U E S
 =====

Total borehole length 800.0 m

THERMAL RESISTANCES

Reynolds number - Inner pipe	119009
Inner fluid/pipe	0.0010 K/(W/m)
Pipe material	0.0762 K/(W/m)
Inner pipe/outer fluid	0.0028 K/(W/m)

Borehole therm. res. internal	0.0800 K/(W/m)
Reynolds number - Annulus	36501
Th. res. outer fluid/outer pipe	0.0011 K/(W/m)
Th. res. outer pipe material	0.0001 K/(W/m)
Cont. resist. outer pipe/ground	0.0000 K/(W/m)

Borehole therm. res. fluid/ground	0.0012 K/(W/m)
Effective borehole thermal res.	0.0031 K/(W/m)

SPECIFIC HEAT EXTRACTION RATE (W/m)

Month	Base load	Peak heat	Peak cool
JAN	35.96	0.00	-0.00
FEB	35.96	0.00	-0.00
MAR	35.96	0.00	-0.00
APR	35.96	0.00	-0.00
MAY	35.96	0.00	-0.00
JUN	35.96	0.00	-0.00
JUL	35.96	0.00	-0.00

AUG	35.96	0.00	-0.00
SEP	35.96	0.00	-0.00
OCT	35.96	0.00	-0.00
NOV	35.96	0.00	-0.00
DEC	35.96	0.00	-0.00

BASE LOAD: MEAN FLUID TEMPERATURES (at end of month)

Month	Year 1	Year 2	Year 5	Year 10	Year 15
JAN	6.85	4.61	3.47	2.79	2.42
FEB	6.25	4.54	3.45	2.78	2.42
MAR	5.90	4.48	3.43	2.77	2.41
APR	5.65	4.43	3.42	2.77	2.41
MAY	5.42	4.38	3.40	2.76	2.40
JUN	5.27	4.33	3.39	2.75	2.40
JUL	5.14	4.28	3.37	2.74	2.39
AUG	5.02	4.24	3.35	2.74	2.39
SEP	4.92	4.20	3.34	2.73	2.38
OCT	4.83	4.16	3.32	2.72	2.38
NOV	4.75	4.12	3.31	2.72	2.37
DEC	4.68	4.08	3.30	2.71	2.37

BASE LOAD: YEAR 15

Minimum mean fluid temperature	2.37 °C	at end of DEC
Maximum mean fluid temperature	2.42 °C	at end of JAN

PEAK HEAT LOAD: MEAN FLUID TEMPERATURES (at end of month)

Month	Year 1	Year 2	Year 5	Year 10	Year 15
JAN	6.85	4.61	3.47	2.79	2.42
FEB	6.25	4.54	3.45	2.78	2.42
MAR	5.90	4.48	3.43	2.77	2.41
APR	5.65	4.43	3.42	2.77	2.41
MAY	5.42	4.38	3.40	2.76	2.40
JUN	5.27	4.33	3.39	2.75	2.40
JUL	5.14	4.28	3.37	2.74	2.39
AUG	5.02	4.24	3.35	2.74	2.39
SEP	4.92	4.20	3.34	2.73	2.38
OCT	4.83	4.16	3.32	2.72	2.38
NOV	4.75	4.12	3.31	2.72	2.37
DEC	4.68	4.08	3.30	2.71	2.37

PEAK HEAT LOAD: YEAR 15

Minimum mean fluid temperature	2.37 °C	at end of DEC
Maximum mean fluid temperature	2.42 °C	at end of JAN

PEAK COOL LOAD: MEAN FLUID TEMPERATURES (at end of month)

Month	Year 1	Year 2	Year 5	Year 10	Year 15
JAN	6.85	4.61	3.47	2.79	2.42
FEB	6.25	4.54	3.45	2.78	2.42
MAR	5.90	4.48	3.43	2.77	2.41
APR	5.65	4.43	3.42	2.77	2.41
MAY	5.42	4.38	3.40	2.76	2.40
JUN	5.27	4.33	3.39	2.75	2.40
JUL	5.14	4.28	3.37	2.74	2.39
AUG	5.02	4.24	3.35	2.74	2.39
SEP	4.92	4.20	3.34	2.73	2.38
OCT	4.83	4.16	3.32	2.72	2.38

NOV	4.75	4.12	3.31	2.72	2.37
DEC	4.68	4.08	3.30	2.71	2.37

PEAK COOL LOAD: YEAR 15

Minimum mean fluid temperature 2.37 °C at end of DEC

Maximum mean fluid temperature 2.42 °C at end of JAN

***** END OF FILE *****

B.3 Porøst medium-modellen

På de tre neste sidene følger datasett til modellen. Deretter følger dokumentasjon på Comsol-modellen

Porøst medium

Sprekkelengder og tilhørende brønn-brønn-avstand og karakteristisk lengde

[m]	dv	dv	r	L	a
	100	100	80	250	0.1
	100	100	80	1000	0.1
	40	40	30	270	0.08
	40	40	30	780	0.08

Data fra: 3D model of fracture zones at Soultz-sous-Forets based on geological data, image logs, induced microseismicity and vertical seismic profiles

Judith Sausse, Chrystel Dezayes, Louis Dorbath, Albert Genter, Joachim Place

	Well Name	Depth	2*dh	2*dv	DH/2	n = 32		spredning, s		
						DV/2	L	s_dh/2	s_dv/2	s_L
EPSI	EPS1-FZ1010	1012	300	300						
	EPS1-FZ1200	1198	600	600	150	150	186	14	14	263
	EPS1-FZ1640	1643	400	400	100	100	445	36	36	4
	EPS1-FZ2180	2179	600	600	150	150	536	14	14	87
GPK1	GPK1-FZ1015	1015	300	300						
	GPK1-FZ1220	1220	600	600	150	150	205	14	14	244
	GPK1-FZ1820	1820	600	600	150	150	600	14	14	151
	GPK1-FZ2815	2815	400	400	100	100	995	36	36	546
	GPK1-FZ2870	2868	300	300	75	75	53	61	61	41
	GPK1-FZ3220	3223	300	300	75	75	408	61	61	180
	GPK1-FZ3490	3492	300	300	75	75	269			
	MS-GPK3-2003a	3492	1000	2000				136	136	449
	GPK3-FZ4770*	4775	3000	3000	750	750	1283	614	614	834
	GPK2	GPK2-FZ2120	2123	600	600					136
GPK2-FZ3240		3242	300	300	75	75	1119	61	61	670
GPK2-FZ3350		3347	300	300	75	75	105	61	61	344
GPK2-FZ3515		3514	300	300	75	75	167	61	61	282
GPK2-FZ3900		3900	400	400	100	100	386	36	36	63
GPK2-FZ4760		4760	400	400	100	100	860	36	36	411
GPK2-FZ4890		4890	300	300	75	75	130	61	61	319
GPK2-FZ5060		5060	400	400	100	100	170	36	36	279
GPK3	GPK3-FZ1580	1579	300	300						
	GPK3-FZ1640	1637	300	300	75	75	58	61	61	391

	GPK3-FZ1820	1820	300	300	75	75	183	61	61	266
	GPK3-FZ2040	2042	300	300	75	75	222	61	61	227
	GPK3-FZ2045	2046	300	300	75	75	4	61	61	445
	GPK3-FZ2090	2092	300	300	75	75	46	61	61	403
	GPK3-FZ2970	2970	400	400	100	100	878	36	36	429
	GPK3-FZ3270	3271	400	400	100	100	301	36	36	148
	GPK3-FZ4090	4089	300	300	75	75	818	61	61	369
	GPK3-FZ4770	4775	3000	3000	750	750	686	614	614	237
	GPK3-FZ4770*	4775	234	71						
GPK4	GPK4-FZ1720	1723	300	300						
	GPK4-FZ1800	1801	300	300	75	75	78	61	61	371
	GPK4-FZ2820	2817	300	300	75	75	1016	61	61	567
	GPK4-FZ3940	3940	300	300	75	75	1123	61	61	674
	GPK4-FZ4360	4361	400	400	100	100	421	36	36	28
	GPK4-FZ4620	4620	300	300	75	75	259	61	61	190
	GPK4-FZ4710	4712	400	400	100	100	92	36	36	357
	GPK4-FZ4970	4973	300	300	75	75	261	61	61	188

Dh/2	Dv/2	L	D/2	D/2-½ s_d/2
136	136	449	136	90
s_dh/2	s_dv/2	s_L	s_d/2	½ s_d/2
90	94	352	92	46
offset, r:				20

tykkelse på området for varmeutveksling

1 m

vi modellerer i 2D

a	Åpning [m]	0.08	0.08	0.08
k	Permeabilitet [m²]	5.33E-008	9.51E-008	4.39E-007
φ	Porøsitet	9.99E-005	1.78E-004	8.24E-004
α	Spesifikt areal [1/m]	2.50E-003	4.46E-003	2.06E-002

a	Åpning [m]	0.02	0.1
k	Permeabilitet [m²]	1.49E-009	1.86E-007
φ	Porøsitet	4.46E-005	2.23E-004
α	Spesifikt areal [1/m]	4.46E-003	4.46E-003

Åpning [m]	0.02	0.08	0.08	0.08	0.1
Permeabilitet [m²]	1.49E-9	5.33E-8	9.51E-8	4.39E-7	1.86E-7
Porøsitet	4.46E-5	9.99E-5	1.78E-4	8.24E-4	2.23E-4
Spesifikt areal [1/m]	4.46E-3	2.50E-3	4.46E-3	2.06E-2	4.46E-3



COMSOL Model Report

1. Table of Contents

- Title - COMSOL Model Report
- Table of Contents
- Model Properties
- Constants
- Global Expressions
- Geometry
- Geom1
- Materials/Coefficients Library
- Integration Coupling Variables
- Interpolation Functions
- Solver Settings
- Variables

2. Model Properties

Property	Value
Model name	
Author	
Company	
Department	
Reference	
URL	
Saved date	Sep 11, 2010 4:06:01 PM
Creation date	Apr 28, 2010 2:38:47 PM
COMSOL version	COMSOL 3.5.0.608

File name: /Home/stud5/kbr080/Master/COMSOL/PorMed.mph

Application modes and modules used in this model:

- Geom1 (2D)
 - PDE, Coefficient Form
 - PDE, Coefficient Form
 - PDE, Coefficient Form

3. Constants

Name	Expression	Value	Description
max_a	0.08[m]		Åpning mellom sprekkene
max_kS	8.4e-4[m ²]		Permeabilitet
max_phi	1.51e-4		Porositet
max_alpha	3.77e-3[1/m]		Spesifikt areal
T_ini	100[degC]		Initiell Temperatur
p_bronn	1e3[bar]		Produksjonstrykk
P_ytre	10[MPa]		Ytre paasatt trykk
r_u	10[cm]		Radius utstromsbronn
r_i	15[cm]		Radius innstromsbronn
q0	40[l/s]		injeksjonsrate, fullstendig system
my_dyn_ini	0.369e-3[Pa*s]		Initiell dynamisk viskositet (lineart problem)
rhoS	2800[kg/m ³]		Tetthet, granitt
rhoF	974[kg/m ³]		Tetthet, vann
cS	0.80e3[J/(kg*K)]		spesifikk varmekapasitet fast stoff
cpF	4.19e3[J/(kg*K)]		spesifikk varmekapasitet, konstant trykk, vaeske
kTS	3.1[W/(m*K)]		Termisk konduktivitet granitt
kTF	0.668[W/(m*K)]		Termisk konduktivitet vaeske
g	9.81[m/(s*s)]		Tyngdeakselerasjonen
d_12	141[m]		Midlere sprekkradius
s12_d12	48[m]		Halve std.avv. sprekkradius
delta_id	1		Justeringsparameter isotrop diffusjon
Hoy	1e3		Hoyde på reservoaret

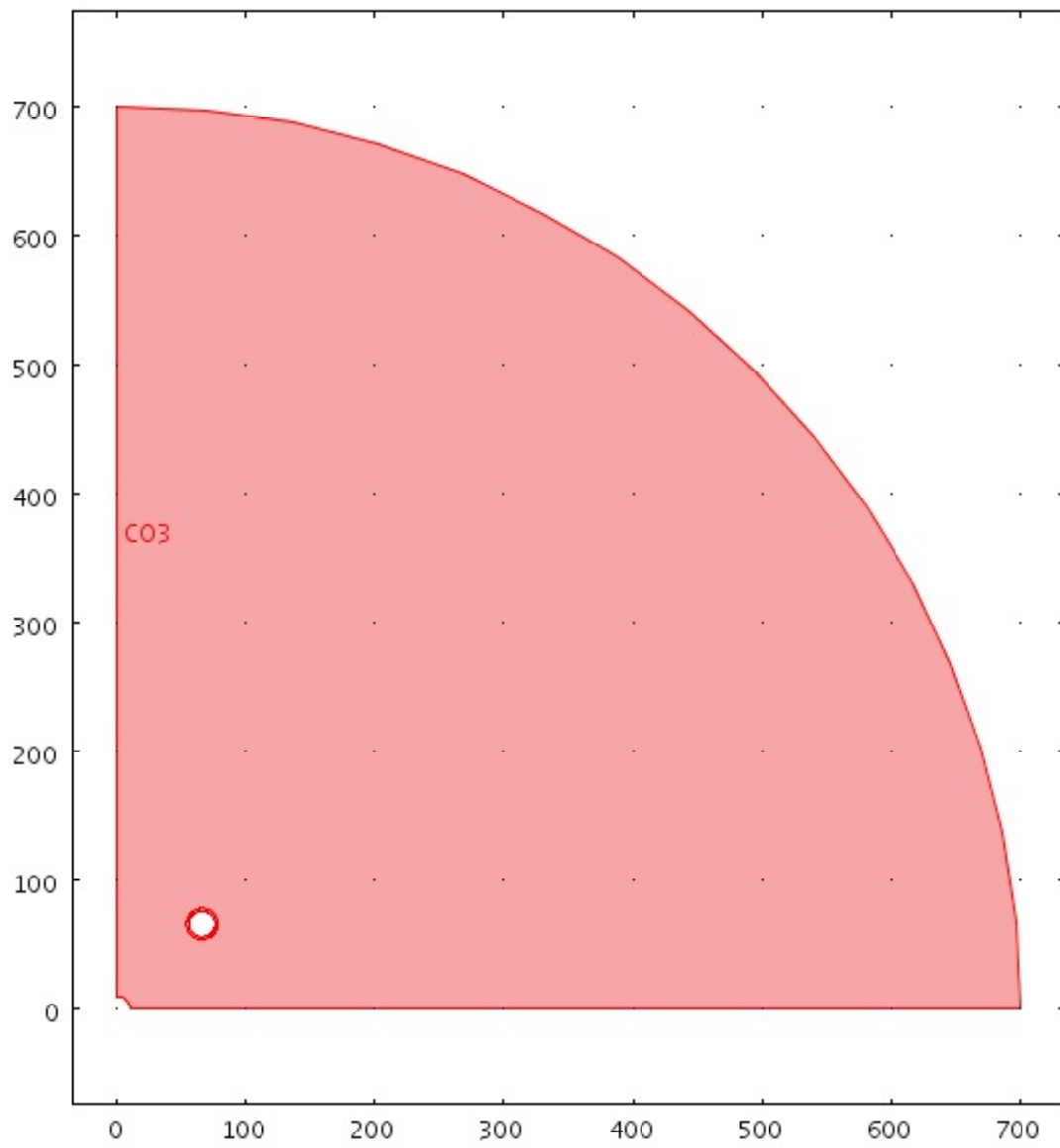
4. Global Expressions

Name	Expression	Unit	Description
T_g_i	100-40*flc1hs(t-10*8.64e4,10*8.64e4)		
hTRANS	1*Nu*kH2O(Tf[K])/(2*a)*alpha		
Nu	7.54		Nusselts nummer for parallele plater. Antar uniform plate-temperatur
a	max_a*glatt		Åpning
kS	max_kS*glatt		Permeabilitet
phi	max_phi*glatt		Porositet
alpha	max_alpha*glatt		Spesifikt areal
p_prod	p_bronn-q*my_dynH2O(Tf[K])/(2*pi*kS)*log(10/r_u)		produksjonstrykk 10 meter fra br?nn
glatt	(1-flc2hs((sqrt(x^2+y^2)) - d_12, s12_d12)+1e-6)		
Tf_inn	T_g_i[degC]		
q	q0/4/Hoy	m ³ /s	
beta	sqrt((kS/my_dyn_ini)^2*((d(p,x))^2+ (d(p,y))^2))		
Tf_ut	int_Tf_ut/(2*pi*12)		utstr?mstemperatur
Tprod	int_Tprod/int_fProd		Total Temperaturproduksjon, 1-kontinuum
Tfprod	int_Tfprod/int_fProd		Total temperaturproduksjon, 2-kontinuum
v	kS/my_dyn_ini*abspx_c		Hastighet

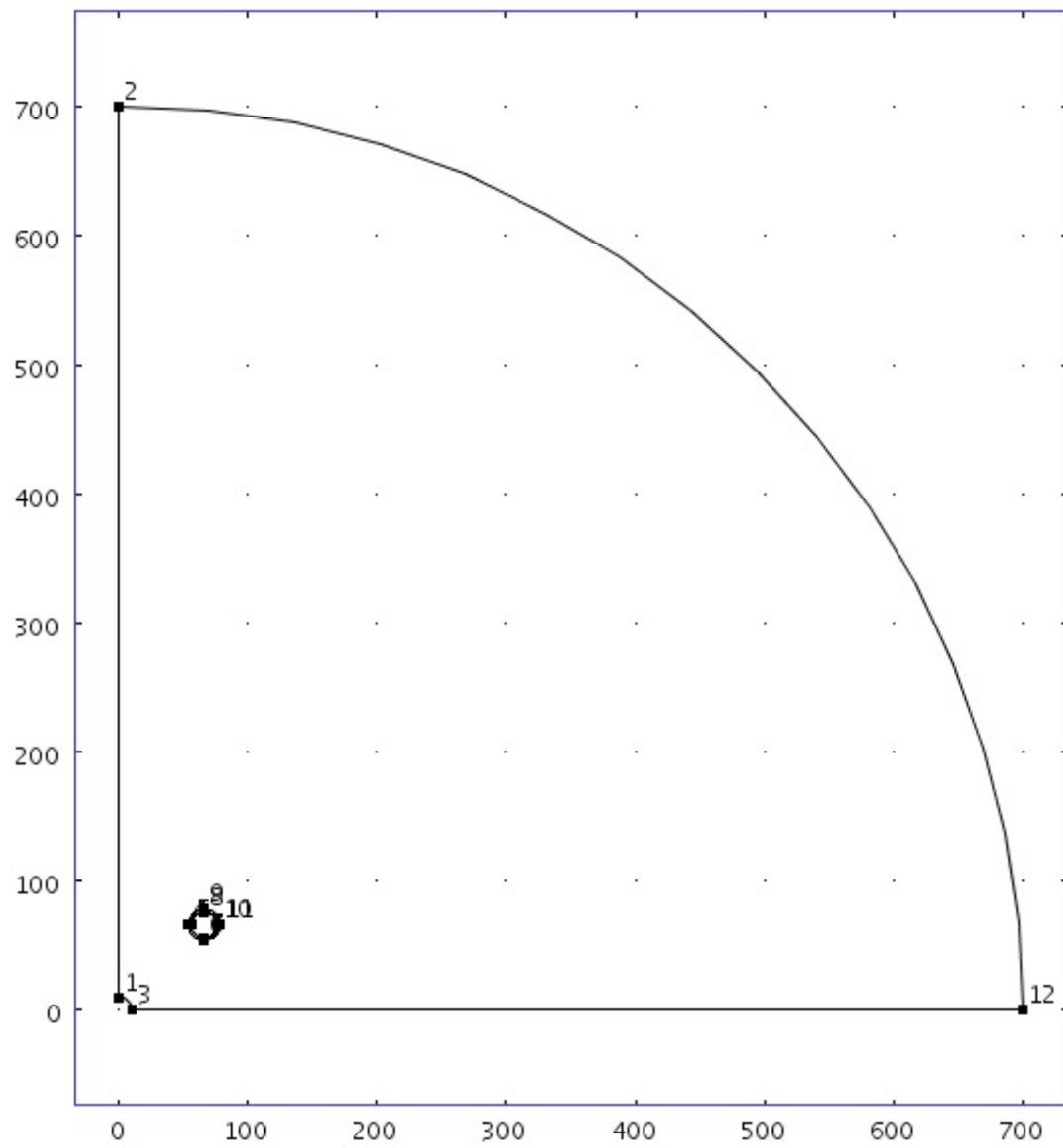
5. Geometry

Number of geometries: 1

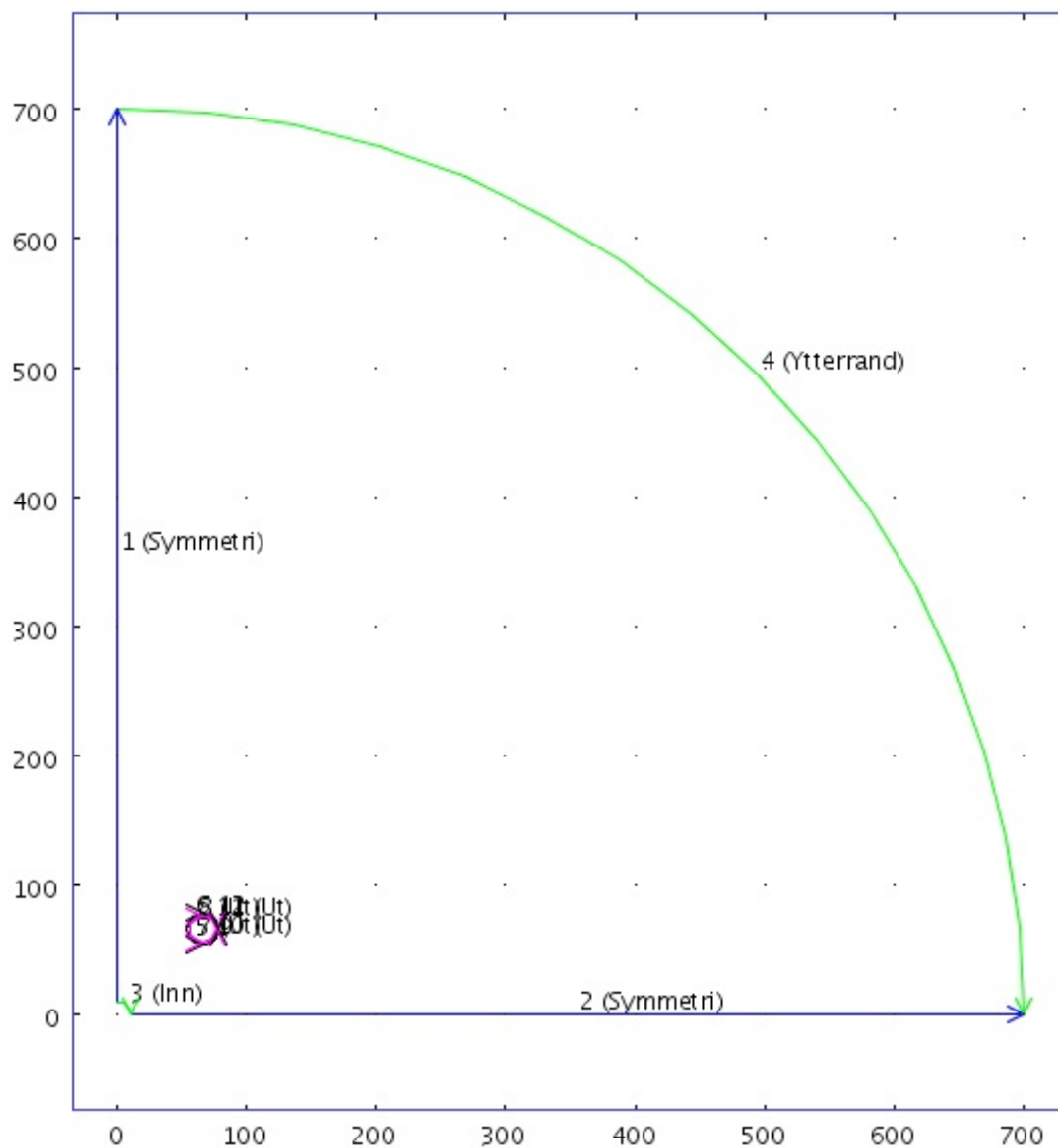
5.1. Geom1



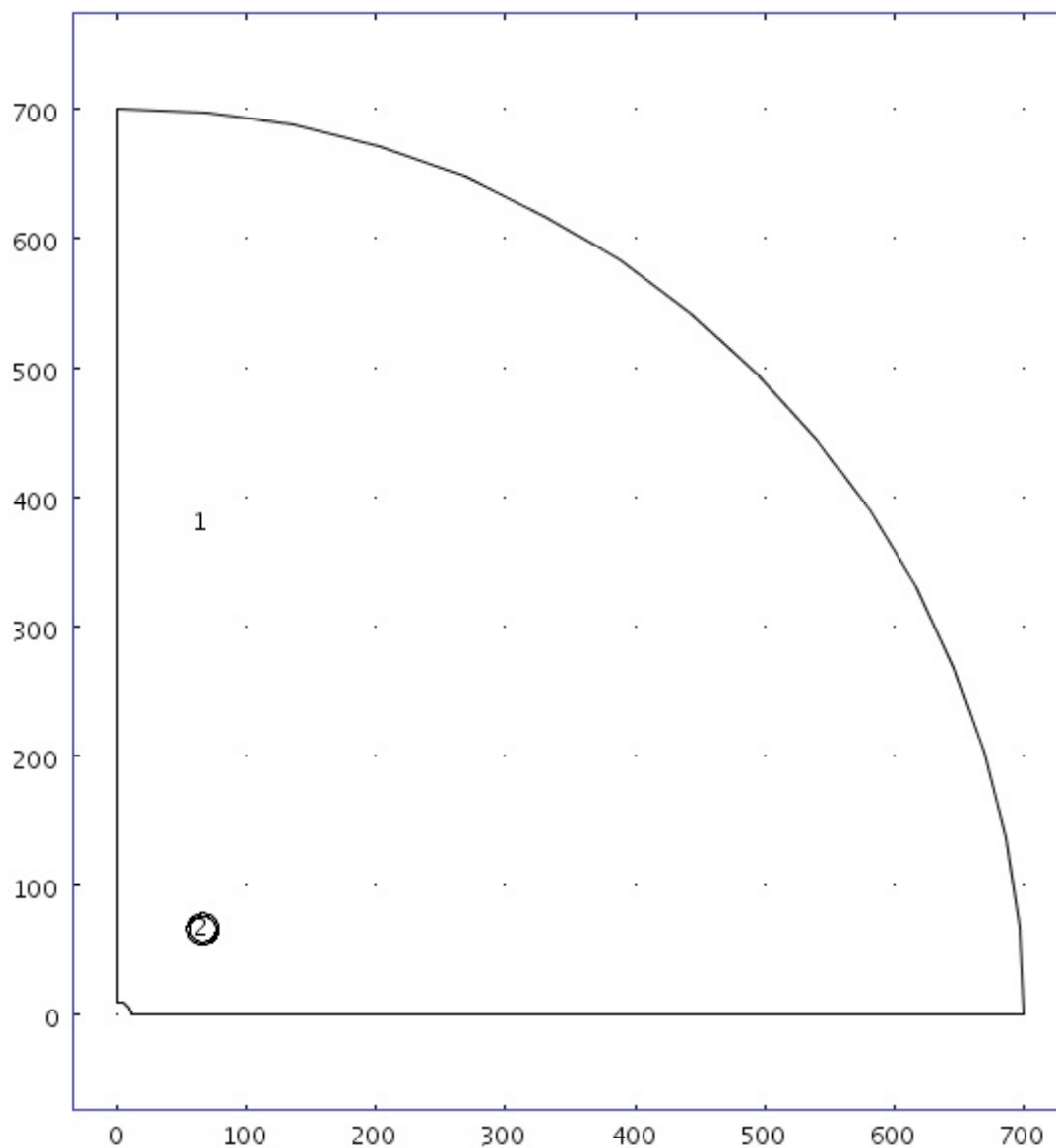
5.1.1. Point mode



5.1.2. Boundary mode



5.1.3. Subdomain mode



6. Geom1

Space dimensions: 2D

Independent variables: x, y, z

6.1. Expressions

6.1.1. Boundary Expressions

Boundary	5, 9	6, 12
$nx1$	1 -nx	nx
$ny1$	1 -ny	ny

6.2. Application Mode: PDE, Coefficient Form (c)

Application mode type: PDE, Coefficient Form

Application mode name: c

6.2.1. Application Mode Properties

Property	Value
Default element type	Lagrange - Quadratic
Wave extension	Off
Frame	Frame (ref)
Weak constraints	Off

Interior boundaries not active

6.2.3. Boundary Settings

Boundary	4	7-8, 10-11	1-2
Type	Neumann boundary condition	Dirichlet boundary condition	Neumann boundary condition
name	yterrاند	ut	symmetri
(g)	0	0	0
(r)	0	p_prod	0

Boundary	3
Type	Neumann boundary condition
name	inn
(g)	q
(r)	0

6.2.4. Subdomain Settings

Subdomain	1-2
Shape functions (shape)	shlag(2,'p')
Integration order (gporder)	4
Constraint order (cporder)	2
Integration order (bndgporder)	4
Diffusion coefficient (c)	kS/my_dyn_ini
Source term (f)	0
Damping/Mass coefficient (da)	0

6.3. Application Mode: PDE, Coefficient Form (c2)

Application mode type: PDE, Coefficient Form

Application mode name: c2

6.3.1. Application Mode Properties

Property	Value
Default element type	Lagrange - Linear
Wave extension	Off
Frame	Frame (ref)
Weak constraints	Off

6.3.2. Variables

Dependent variables: Tf, Tf_t

Shape functions: shlag(2,'Tf')

Interior boundaries not active

6.3.3. Boundary Settings

Boundary	3	7-8, 10-11	1-2
Type	Dirichlet boundary condition	Neumann boundary condition	Neumann boundary condition
name	Inn	Ut	Symmetri
(r)	Tf_inn	T_ini	T_ini

Boundary	4
Type	Neumann boundary condition
name	Yterrاند
(r)	T_ini

6.3.4. Subdomain Settings

Subdomain	1-2
Shape functions (shape)	shlag(2,'Tf')
Integration order (gporder)	4
Constraint order (cporder)	2
Integration order (bndgporder)	4
Diffusion coefficient (c)	phi*(kTF+delta_id*h*beta)
Source term (f)	hTRANS*(Ts-Tf)
Damping/Mass coefficient (da)	phi*rhoF*cpF
Convection coefficient (be)	{{-rhoF*cpF*kS/my_dyn_ini*d(p,x);-rhoF*cpF*kS/my_dyn_ini*d(p,y)}}

Subdomain initial value	1-2
Tf	T_ini

6.4. Application Mode: PDE, Coefficient Form (c3)

Application mode type: PDE, Coefficient Form

Application mode name: c3

6.4.1. Application Mode Properties

Property	Value
Default element type	Lagrange - Linear
Wave extension	Off
Frame	Frame (ref)
Weak constraints	Off

6.4.2. Variables

Dependent variables: Ts, Ts_t

Shape functions: shlag(2,'Ts')

Interior boundaries not active

6.4.3. Boundary Settings

Boundary	1-2	4	3
Type	Neumann boundary condition	Neumann boundary condition	Dirichlet boundary condition
name	Symmetri	Ytterränd	Inn
(r)	0	0	Tf_inn

Boundary	7-8, 10-11
Type	Neumann boundary condition
name	Ut
(r)	0

6.4.4. Subdomain Settings

Subdomain	1-2
Shape functions (shape)	shlag(2,'Ts')
Integration order (gporder)	4
Constraint order (cporder)	2
Integration order (bndgporder)	4
Diffusion coefficient (c)	(1-phi)*(kTS+delta_id*h*beta)
Source term (f)	hTRANS*(Tf-Ts)
Damping/Mass coefficient (da)	(1-phi)*rhoS*cS

Subdomain initial value	1-2
Ts	T_ini

7. Materials/Coefficients Library

7.1. Water, liquid

Parameter	Value
Heat capacity at constant pressure (C)	$C_p(T[1/K])[J/(kg \cdot K)]$
Speed of sound (cs)	$cs(T[1/K])[m/s]$
Dynamic viscosity (eta)	$eta(T[1/K])[Pa \cdot s]$
Ratio of specific heats (gamma)	1.0
Thermal conductivity (k)	$k(T[1/K])[W/(m \cdot K)]$
Kinematic viscosity (nu0)	$nu_0(T[1/K])[m^2/s]$
Density (rho)	$rho(T[1/K])[kg/m^3]$
Electric conductivity (sigma)	$5.5e-6[S/m]$

7.1.1. Piecewise Analytic Functions

7.1.1.1. Function: rho(T)

Type: Polynomial

x_start	x_end	f(x)
273.15	553.75	$0.838466135E+02 \ 1 \ 1.40050603E+00 \ 2 \ -3.01123760E-03 \ 3 \ 3.71822313E-07$

7.1.1.2. Function: Cp(T)

Type: Polynomial

x_start	x_end	f(x)
273.15	553.75	$0.120101471E+04 \ 1 \ -8.04072879E+01 \ 2 \ 3.09866854E-01 \ 3 \ -5.38186884E-04 \ 4 \ 3.62536437E-07$

7.1.1.3. Function: eta(T)

Type: Polynomial

x_start	x_end	f(x)
273.15	413.15	$0.13799566804E+00 \ 1 \ -2.1224019151E-02 \ 2 \ 1.3604562827E-04 \ 3 \ -4.6454090319E-07 \ 4 \ 8.9042735735E-10 \ 5 \ -9.0790692686E-13 \ 6 \ 3.8457331488E-16$
413.15	553.75	$0.401235783E-03 \ 1 \ -2.10746715E-05 \ 2 \ 3.85772275E-08 \ 3 \ -2.39730284E-11$

7.1.1.4. Function: nu0(T)

Type: Polynomial

x_start	x_end	f(x)
273.15	413.15	$0.13903230155E-03 \ 1 \ -2.1392545737E-05 \ 2 \ 1.3717187260E-07 \ 3 \ -4.6851166702E-10 \ 4 \ 8.9823339887E-13 \ 5 \ -9.1602964729E-16 \ 6 \ 3.8807189536E-19$
413.15	553.75	$0.136222834E-06 \ 1 \ -4.45388688E-09 \ 2 \ 4.04364450E-12$

7.1.1.5. Function: k(T)

Type: Polynomial

x_start	x_end	f(x)
273.15	553.75	$0.869083936E-01 \ 1 \ 8.94880345E-03 \ 2 \ -1.58366345E-05 \ 3 \ 7.97543259E-09$

7.1.2. Interpolation Functions

7.1.2.1. Interpolation Function: cs

Interpolation method: Piecewise Cubic

Data source type: Table

x	f(x)
273	1403
278	1427
283	1447
293	1481
303	1507
313	1526
323	1541
333	1552
343	1555
353	1555
363	1550
373	1543

8. Integration Coupling Variables

8.1. Geom1

8.1.1. Source Boundary: 5-6, 9, 12

Name	Value
Variable name	int_Tf_ut
Expression	Tf
Order	4
Global	Yes

8.1.2. Source Boundary: 5-6, 9, 12

Name	Value
Variable name	int_Tfprod
Expression	$Tf \cdot (nx1 \cdot px + ny1 \cdot py)$
Order	4
Global	Yes

8.1.3. Source Boundary: 5-6, 9, 12

Name	Value
Variable name	int_fProd
Expression	$(nx1 \cdot px + ny1 \cdot py)$
Order	4
Global	Yes

8.1.4. Source Boundary: 5-6, 9, 12

Name	Value
Variable name	int_Tprod
Expression	$T \cdot (nx1 \cdot px + ny1 \cdot py)$
Order	4
Global	Yes

9. Interpolation Functions

9.1. Interpolation Function: rhoH2O

Interpolation method: Linear

Data source type: Table

x	f(x)
300	996.5
350	973.7
400	937.5
425	915.3
450	890.3

Data source type: Table

x	f(x)
300	853.8e-6
350	368.77e-6
400	218.6e-6
425	180.1e-6
450	152.98e-6

9.3. Interpolation Function: cpH2O

Interpolation method: Piecewise Cubic

Data source type: Table

x	f(x)
300	4.18e3
350	4.19e3
400	4.26e3
425	4.31e3
450	4.39e3

9.4. Interpolation Function: kH2O

Interpolation method: Piecewise Cubic

Data source type: Table

x	f(x)
300	610e-3
350	668e-3
400	684e-3
425	682e-3
450	675e-3

10. Solver Settings

Solve using a script: off

Auto select solver	On
Solver	Time dependent
Solution form	Automatic
Symmetric	auto
Adaptive mesh refinement	Off
Optimization/Sensitivity	Off
Plot while solving	Off

10.1. Direct (SPOOLES)

Solver type: Linear system solver

Parameter	Value
Pivot threshold	0.1
Preordering algorithm	Nested dissection

10.2. Time Stepping

Parameter	Value
Times	range(0,365*8.64e4,30*365*8.64e4)
Relative tolerance	0.001
Absolute tolerance	1
Times to store in output	Specified times
Time steps taken by solver	Strict
Maximum time step	100
Initial time step	10
Maximum BDF order	5
Singular mass matrix	Maybe
Consistent initialization of DAE systems	Backward Euler
Error estimation strategy	Include algebraic
Allow complex numbers	Off

10.3. Advanced

Parameter	Value
Constraint handling method	Elimination
Null-space function	Automatic
Automatic assembly block size	On
Assembly block size	1000
Use Hermitian transpose of constraint matrix and in symmetry detection	Off
Use complex functions with real input	Off
Stop if error due to undefined operation	On
Store solution on file	On
Type of scaling	Automatic
Manual scaling	
Row equilibration	On
Manual control of reassembly	Off
Load constant	On
Constraint constant	On
Mass constant	On
Damping (mass) constant	On
Jacobian constant	On
Constraint Jacobian constant	On

11. Variables

11.1. Subdomain

Name	Description	Unit	Expression
abspx_c	grad(p)		$\sqrt{p_x^2+p_y^2}$
absga1x_c	ga1x		$\sqrt{ga1x^2+ga1y^2}$
absTfx_c2	grad(Tf)		$\sqrt{Tfx^2+Tfy^2}$
absga2x_c2	ga2x		$\sqrt{ga2x^2+ga2y^2}$
absTsx_c3	grad(Ts)		$\sqrt{Tsx^2+Tsy^2}$
absga3x_c3	ga3x		$\sqrt{ga3x^2+ga3y^2}$