MAUMAT 650

ERFARINGSBASERT MASTER I UNDERVISNING
MED FORDYPNING I MATEMATIKK

Matematisk institutt, Universitetet i Bergen

OPPGAVETITTEL

BEGREPSFORSTÅELSE I MATEMATIKKFAGET

30. mai 2014

Eivind Vinnes

FORORD

Etter en lang karriere som lærer ved Laksevåg videregående skole, ble jeg fasinert av en annonse i fagbladet til Utdanningsforbundet.
4 års deltidsstudium ved universitetet i Bergen med tema:
Erfaringsbasert master i matematikk.
Så i 2010 tok jeg fatt på studiet.

Når jeg nå etter fire år er i ferd med å avslutte og forsøker å beskrive min undersøkelse og mine tanker med denne masteroppgaven, er det på sin plass med en takk til alle de som har vært med på å gjøre dette studiet interessant og lærerikt. Dette gjelder både medstudenter og lærere.

Det har til tider vært ganske hektisk med full jobb og studier ved siden av, så en takk til alle fra matematisk institutt som har skapt et godt og positivt læringsmiljø, slik at jeg har klart å holde motivasjonen oppe.

Å skrive en masteroppgave har for meg vært en helt ny erfaring, så en spesiell takk til min veileder Mette Andresen, som har vært til god hjelp i skriveprosessen.

SAMMENDRAG

Etter å ha undervist elever i bl.a. matematikk, på alle nivåer i den videregående skolen i over 30 år, kjenner jeg faget og de pedagogiske utfordringene rundt matematikkundervisningen ganske godt. De matematiske ferdighetene som elevene har med seg fra ungdomsskolen har ikke hatt noe god utvikling i denne perioden.
Mange elever sliter med matematikkfaget, noe som kan føre til at elevene til slutt dropper ut av skolen. Dette har store samfunnsmessige konsekvenser og skaper problemer for den enkelte.

Intensjonen med denne studien er å kunne gi en vurdering av hvilke matematiske basiskunnskaper elevene som begynner på videregående har, og muligens gi noen forslag til hva som kan gjøres for å forbedre undervisningen.
Den teoretiske rammen for studien er i hovedsak hentet fra Lev Vygotsky og sosialkonstruktivistisk og sosiokulturell læringsteori som blant annet understreker lærerens viktige rolle i undervisningen.
Jeg startet med å undersøke kunnskapsnivået til noen elever som deltok i skolens NY-GIV satsing.
Som kontrollgruppe har 80 elever som gikk i vanlige 1. klasser, besvart de samme oppgavene som NY-GIV elevene fikk. Undersøkelsene ble gjennomført høsten, skoleåret 2012-2013.
For å undersøke elever i 1. klasse på videregående sitt kunnskapsnivå i matematikk har jeg gjennomført en undersøkelse, der elevene har svart skriftlig på en del sentrale oppgaver. NY-GIV elevene ble testet en og en som en slags intervjusituasjon og elevene i kontrollgruppe besvarte de samme oppgavene skriftlig, som en slags prøve. Til slutt har jeg forsøkt å analysere resultatene på oppgavene ut i fra Keno Gravemeijers ulike nivå av begrepsforståelse og ut i fra vurderinger som bygger på egne erfaringer, der begrepsforståelse i matematikk betyr at elevene klarer å kombinere flere regneregler og finne løsningsstrategier på matematiske problemer

INNHOLD

Innledning

Det er en vanlig oppfatning at det å undervise i matematikk er enkelt. Det er konkrete oppgaver og oppgavene har kun ett riktig svar. Det finnes formler og faste regler som gir en oppskrift på hvordan oppgavene skal løses. Elevene kan lett bli aktivisert med å løse mange oppgaver. Det blir mulig å pugge formler og regneregler og komme fram til rett svar, gang etter gang. Jeg mener at dette kan en klare uten at en egentlig har den grunnleggende forståelsen for matematikkens begreper og tenkemåte.
Ved bruk av enkle strategier er det mulig for mange å komme seg gjennom mang år i grunnskolen på denne måten. Det er nok en av grunne til at mange elever får problemer med matematikkfaget når de begynner på videregående og kravet til forståelse og refleksjon blir større. Et spørsmål blir da: Er det de samme matematiske problemene som går igjen hos de fleste?
Så hva kan vi gjøre for å hjelpe elevene til å oppnå en bedre matematisk forståelse slik at de kan bruke den kunnskapen de har til å løse nye oppgaver og tilegne seg ny kunnskap.
Ostad, Holm og flere andre har forsket mye på ulike årsaker til at en elev har vansker med matematikk.

1 Medisinske / nevrologiske. Hvordan informasjon bearbeides i hjernen.

2 Psykologiske faktorer. For å si det enkelt så kan vi si at det ytre miljø påvirker det indre miljø slik at eleven får det vanskelig. Konsentrasjonsvansker, motivasjonsproblemer, angst osv.

3 Sosiologiske faktorer. Eleven blir understimulert og skolen nedprioritert.

Det kan være mange ulike faktorer som påvirker et barns utvikling og som kan ha stor betydning for hvordan skolegangen blir. Felles for mange av disse faktorene er at læreren har liten eller ingen påvirkningsmulighet.

I denne oppgaven ønsker jeg å konsentrere meg om de faktorene som skolen har forutsetninger for å ta tak i og ikke sette elevene i båser ut i fra eventuelle diagnoser eller andre utenforliggende årsaker.

Hva er det elevene sliter mest med i matematikken og er det et mønster i elevenes matematikkproblemer.
Hvordan kan undervisningen tilpasses elevenes behov og hva er viktige faktorer som gjør at elevenes matematikkunnskaper blir bedre.

I denne oppgaven vil jeg rette fokuset på hvordan vi kan gi elevene en bedre matematisk begrepsforståelse. Det at en matematikkoppgave ikke bare blir utført ved at en mekanisk bruker en formel eller en regneregel, men at det ligger en mer grunnleggende forståelse bak. Og at elevene benytter seg av matematiske begreper og forstår begrepenes egentlige betydning. Begreper knytter sammen ulike erfaringer og gjør det mulig å overføre læring fra en sammenheng eller kontekst til en annen.

Matematikkopplæringen har med bakgrunn i ulike læreplaner endret både retning og fokus i løpet av de siste 40 år.

Den abstrakte fasen, med hovedvekt på symboler og terminologier, mønsterplan 1974.

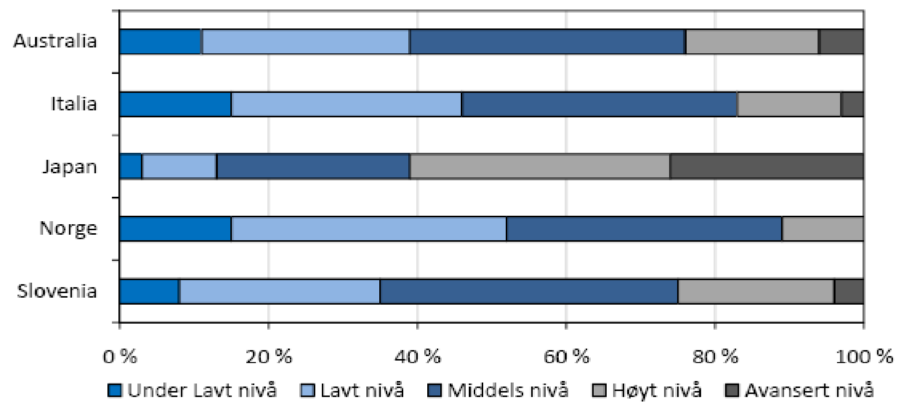
Dagliglivfasen, med vekt på oppgaver fra elevenes virkelighet, Reform94.

Den tenkende fasen med vekt på tankeprosedyrer, Kunnskapsløftet 2006.

Men tross alle gode planer er det likevel dokumentert at elevenes matematiske kompetanse ikke hatt en positiv utvikling i denne perioden. Både resultatene fra PISA- og TIMSS-undersøkelsene viser dette. PISA undersøkelsene er gjennomført regelmessig fra år 2000 til 2012 og TIMSS-undersøkelsene fra 1995 til 2011.
For matematikk er det generelt slik at elever på lavt kompetansenivå kun har noe kjennskap til tall og enkle regneoperasjoner. Elever på høyere kompetansenivåer kan i økende grad demonstrere forståelse, anvende begreper og resonere i matematikk. Det er ingen norske elever på avansert nivå og det er relativt mange elever på de laveste nivåene. Det er tankevekkende at alle de andre landene i undersøkelsen har elever som når avansert nivå, men altså ikke Norge.

Figuren under er hentet fra rapporten fra TIMSS 2007

Figur 1.24 Fordeling av elever på kompetansenivåer i matematikk på 8. trinn

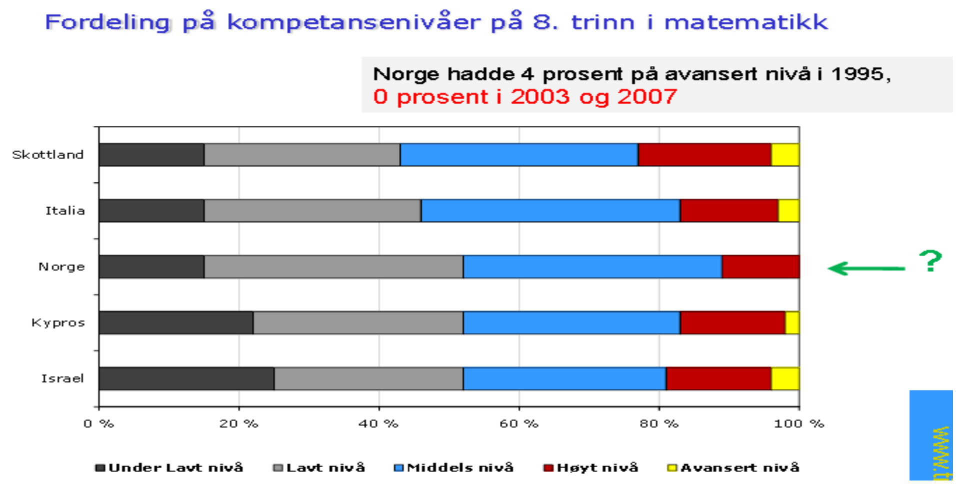


Figur 1

Grunnen til at disse landene er valgt som referanseland er at de representerer land med ulike utdanningsprofiler for matematikk og naturfag. Utdanningsprofilene grupperer seg i hovedsakelig to ulike grupper. Den ene typen består av den østeuropeiske og den østasiatiske profilen, og den andre av den nordiske og den engelskspråklige. Land med den østeuropeiske og den østasiatiske profilen gjør det relativt best på det vi kaller tradisjonelle fagområder i matematikk som algebra og geometri, mens nordiske og engelskspråklige land presterer relativt best på områder som statistikk og sannsynlighet. At landene deltok på flere klassetrinn og at alderen var tilnærmet den samme ble også tatt med i betraktningen.

Australia representerer de engelskspråklige landene
Italia, representant for det kontinentale Vest-Europa.
Japan, representerer Øst-Asia og Slovenia, Øst-Europa
(TIMSS 2007)

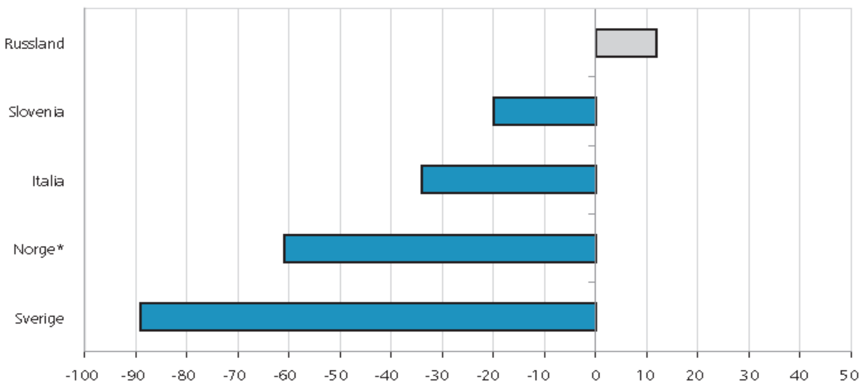
Sammenlignes elevenes kompetansenivå med andre land som tidligere har vært brukt som referanseland får vi samme resultat.



Figur 2

I rapporten fra TIMSS blir det påpekt ganske klart at norske elever i ungdomsskolen presterer betydelig lavere enn det man kunne forventet sammenlignet med andre land. Denne tendensen vil da naturlig nok forplante seg og gjenspeile seg i resultatene til elever i den videregående skolen. Dette blir også dokumentert i rapporten TIMSS Advanced 2008, som tar for seg elever i den videregående skolen.
Figur 1.3 viser endringene i elevprestasjoner for de land som deltok i studien i matematikk i både 1995 og i 1998. Endringene er beregnet som differansen i gjennomsnittsskår mellom disse to undersøkelsene, målt i forhold til den internasjonale skalaen med gjennomsnitt på 500. Landene

er sortert etter hvor store endringene har vært. Søylene mot høyre angir fremgang i prestasjoner i perioden fra 1995 til 2008, mens søyler mot venstre angir tilbakegang i samme tidsrom.



Figur 1.3 Endring i matematikkskår i perioden 1995/1998–2008 for elever som tar full fordypning i matematikk. Blå farge viser at endringen er signifikant.*

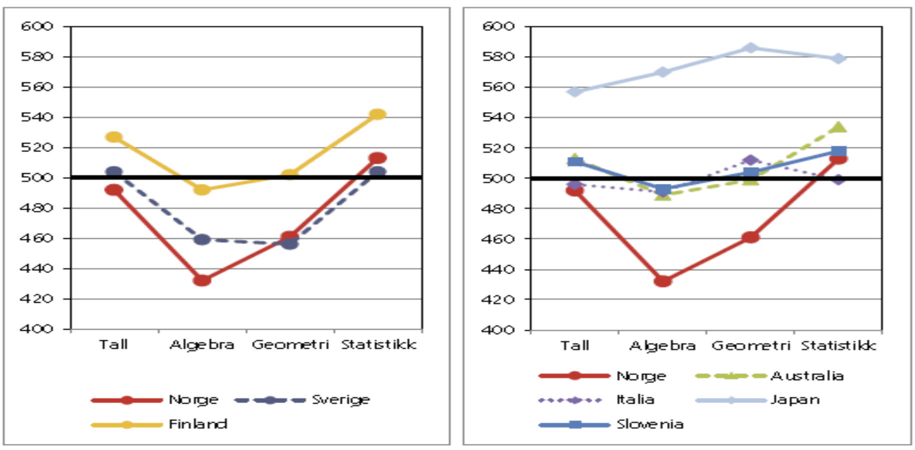
** Den første studien ble gjennomført i 1995 internasjonalt, unntatt i Norge hvor den ble gjennomført i 1998.*

Figur 3

Figuren er hentet fra rapporten til TIMSS Advanced 2008 viser en klar og signifikant tilbakegang fra 1998 til 2008. Dette gjelder da for elever i den videregående skolen.

Rapporten TIMSS 2011 presenterer også resultater for de ulike emneområdene i matematikk og viser hvordan elevenes resultater fordeler seg på de ulike kompetansenivåene.

Framgang, men langt fram



Figur 3.1 Norges prestasjoner i emneområder i matematikk på 8. trinn i 2011 sammenlignet med henholdsvis nordiske land og referanseland. Skalamidtpunktet på 500 er markert i figuren.

Figur 4

Ut fra Figur 4, kan vi se at norske elever har store utfordringer når det gjelder algebra, men kunnskapsnivået innen geometri ligger også lavt. Resultatet for området algebra utmerker seg internasjonalt som spesielt svakt. Det synes å peke seg ut som det store problemet i norsk matematikkutdanning at elever på alle trinn presterer svakt i algebra. Dette gjelder både i grunnskolen, i videregående skole og for nyutdannede lærere i matematikk. Også Norsk matematikkråds` forkunnskapstester tyder på det samme (TIMSS 2011).

I denne oppgaven vil jeg forsøke å undersøke elevenes ferdigheter i noen sentrale emner i matematikk, med ekstra fokus på algebra, og vurdere mulige tiltak for å gi elevene en bedre og mer tilpasset undervisning.

Tema for oppgaven

For å få en bedre forståelse av elevenes matematikkproblemer og finne ut hvor skoen trykker mest, ønsker jeg å gjennomføre følgende prosjekt hvor elevenes kunnskapsnivå i matematikk kartlegges.
Min problemstilling er:
Hvor ligger de problemene som elevene sliter med i matematikkfaget i 1. klasse på videregående.

Videre vil jeg ta utgangspunkt i aktuell teori om undervisning i matematikk og mine egne erfaringer, som jeg har etter å ha undervist i mange år i den videregående skolen, for å bruke det i analysen av elevenes resultater.

For å undersøke dette har stilt følgende forskningsspørsmål:

1: Hvilke matematiske grunnbegreper behersker elevene?
2: Er det et mønster i elevenes matematikkproblemer?

I denne oppgaven betyr matematisk begrepsforståelse at elever kan kombinere regneregler og matematiske symboler og klarer å gjennomføre et resonnement for å løse matematiske problemer.

Oppgavetittel:

Begrepsforståelse i matematikkfaget

Undervisningspraksis i skolen.   Erfaring fra egen undervisning.

I forbindelse med min undersøkelse av elevers ferdigheter i matematikk, vil jeg prøve å se dette i sammenheng med mine egne erfaringer. I dette kapittelet tar jeg utgangspunkt i egne erfaringer sett i sammenheng med gjeldende teori og tidligere undersøkelser. Jeg vil på denne bakgrunn forsøke å beskrive hva som skal til for å skape en god undervisning i matematikkfaget.

Min erfaring er at når elevene begynner på skolen er de som oftest motivert og innsatsen er på topp. En 6-åring har en del matematiske ferdigheter og forståelse fra dagliglivets matematikk. De kan ha en god forståelse av det språklige innholdet i regneoppgavene og kan klare å velge riktige regneoperasjoner. Men de matematiske symbolene er abstrakte. De første årene vil det derfor være riktig å forankre innholdet i matematikken på en slik måte at abstraksjoner og symboler ikke blir et hinder i læreprosessen. Det konkrete arbeidet må skje i nært samarbeid med språket. Det er viktig at elevene får sette ord på det de gjør og at de blir vant med å bruke språket i matematikkfaget. Når de bruker sine egne ord øker bevisstheten rundt det de tenker. I samtale med hverandre og læreren får eleven en god mulighet til å utvikle sin kunnskap.

Dagliglivets matematikk som tar utgangspunkt i elevenes egne erfaringer, er utgangspunktet for all opplæring i matematikk. Men i tillegg til å utvikle elevenes matematiske erfaringsbakgrunn, er det viktig å lære seg å tenke matematisk. Elevene må få anledning til å diskutere, reflektere og resonnere over innholdet i matematiske problemer sammen med andre. Elevene må trenes opp til å tenke matematikk på en fleksibel måte. Det konkrete må gå over i det abstrakte. Elevene må ikke bare trenes til å løse konkrete matematikkoppgaver, men også trenes i det å forstå matematikk.   (Holm, M. – 2002)

En slik opplæring må gjelde alle elever, både de som skal utdanne seg videre i faget og de som har vansker med å lære matematikk.

Hvis elever skal lære, må de ha en slags indre beredskap som tar imot og systematiserer nye impulser fra omverdenen, og så må de knytte det de lærer til tidligere lagret kunnskap. Det er mye som taler for at elevenes læringskapasitet kan økes, dersom læreren aktivt hjelper elevene med å bygge opp den indre beredskapen for læring. For at dette skal lykkes må undervisningen tilpasses elevens nivå.
Grunnlaget for at en elev skal utvikle sin matematiske forståelse henger sammen med den kognitive utviklingen hos eleven.
(Malmer og Adler, 1998)

Hva er det da som gjør at så mange elever får problemer med matematikkfaget. Er det noen spesielle grunner til at vi har en slik utvikling. At en elev som starter skolegangen med en positiv innstilling, etter hvert utvikler et negativt forhold til blant annet matematikkfaget. Elever med lærevansker synes å kunne heve sitt funksjonsnivå hvis de blir undervist i det å tenke, i det å løse problemer og i det å overvinne hindringer. Den største hindringen som elever med lærevansker synes å stri med, er at de ikke vet hvordan de skal angripe ulike problemer og oppgaver. Derfor viker de ofte unna og gir seg før de i det hele tatt har prøvd. De vet ikke hvordan de skal gå fram. Mange elever kommer til skolen uten at de har gjort lekser, ikke nødvendigvis fordi de er late og med ”vilje” har glemt å gjøre leksene, men fordi de ikke aner hvordan de skal angripe hjemmeoppgavene. (Lyster, S. 1994)

En viktig grunn til elevers matematikkvansker er relatert til begreps og språkvansker. (Høynes, 2006 s60)

Begrepsforståelse vil være et nøkkelord i denne oppgaven.

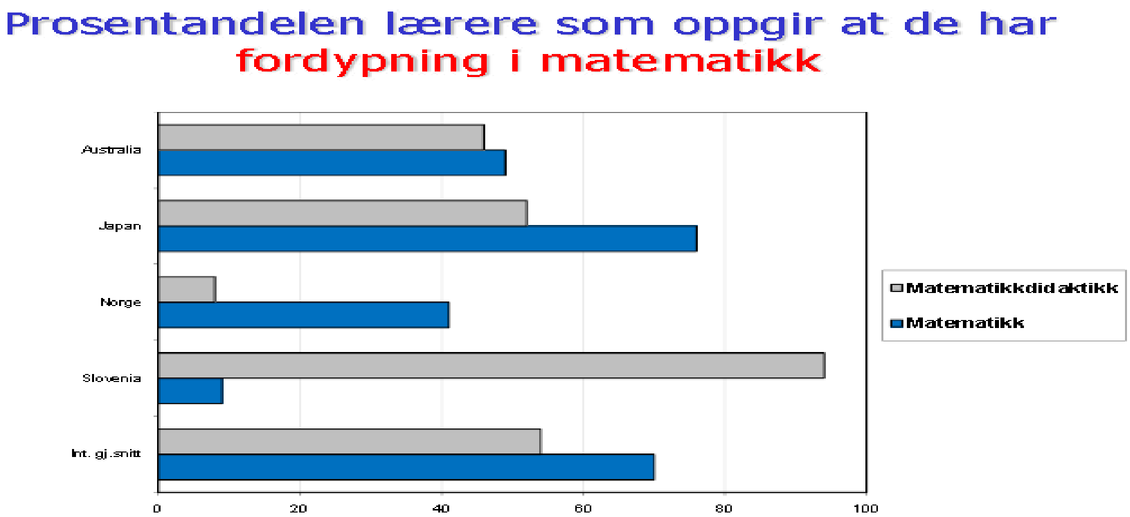
En grunnleggende forutsetning for en god undervisning i matematikk er at læreren har en klar og grunnleggende forståelse av begrepene i det faglige innholdet som skal formidles. Det blir også viktig for læreren å ha en forståelse av hvordan elevene oppfatter de samme begrepene. Hvordan dannes nye begreper og hva er kjennetegn på at eleven har fått en begrepsforståelse som kan danne grunnlag for å kunne bruke begrepene som grunnlag for å forstå nye begreper. (G. Imsen. 2006)

Selv det å lære seg multiplikasjonstabellen bygge til en viss grad på forståelse. En elev lærer ikke tabellen kun som en mekanisk innlæring. Både den kunnskapen som eleven har om tall fra før og relasjonene mellom tall er en del av opplæringsgrunnlaget. Vi kan si at kunnskapsstrukturene vokser og integreres med hverandre.
Svaret på oppgaven: 8 x 7 blir mer og mer automatisert og kan dermed anvendes i mer og mer komplekse sammenhenger uten at arbeidsminnet blir belastet. Det ansees som viktig at eleven også forstår den kommutative regneregelen som sier at 8 x 7 = 7 x 8 . Men det er også viktig at eleven forstår at 8 x 7 og 7 x 8 beskriver to ulike hendelser.
(Foisack, 2003)

De som arbeider i grunnskolen underviser i mange forskjellige fag og kompetansen i matematikk blant lærerne er av varierende kvalitet. Dersom matematikkundervisningen ikke blir godt nok prioritert, slik at elevene får faglig dyktige lærere, er det en fare for at undervisningen vil lett bli for konkret. Min erfaring er at læreren er viktigste faktoren for at elevene skal lære seg å beherske og løse matematiske problemer, og lærerens faglige kompetanse er en svært betydningsfull faktor i denne sammenhengen.

Resultater fra studien: TEDS-M, (Teacher Education and Development Study – Mathematics), som ble gjennomført I 2008, viser klart at nivået i matematikkunnskaper hos lærerne i barne- og ungdomstrinnet er for lavt. De norske allmennlærerne, både med og uten ekstra matematikk, presterer lavere enn nesten alle de andre landenes program for ungdomstrinnet i matematikk og markant under det internasjonale gjennomsnittet. Norske allmennlærere uten ekstra matematikk presterer på nivå med lærerstudenter i utviklingsland.
(Udir. ”Utfordringer i utdanningen av matematikklærere.”)

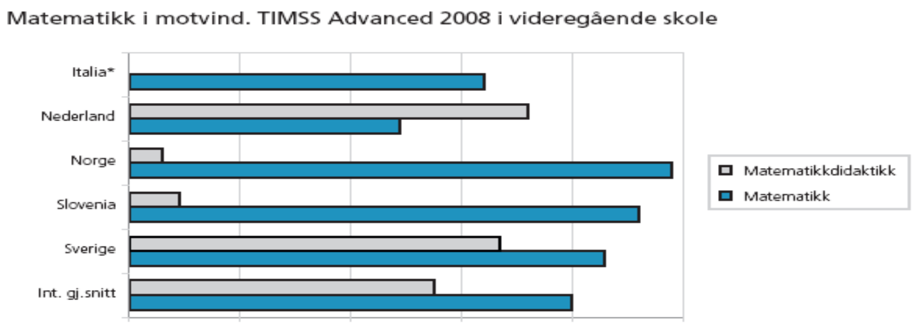
Dersom ikke læreren har tilstrekkelig kompetanse og matematisk forståelse, vil undervisningen dreie seg mye om løsning av konkrete oppgaver og fokuset retter seg mot det å få rett svar.
Det blir lagt alt for mye vekt på formler og regler som må pugges uten at forståelsen av de grunnleggende begrepene blir tilstrekkelig vektlagt.
Rapporten fra den store undersøkelsen TIMSS (Trends in International Mathematics and Sience Study) bekrefter dette.



Figur 5

Figur 5 er hentet fra rapporten: TIMSS 2007- ungdomsskolen, 8. trinn
Spesielt for matematikkdidaktikk ligger de norske lærerne som underviser i ungdomsskolen svært lavt.

Det er grunn til å bemerke at dette bilder ser annerledes ut for lærere i den videregående skolen. Figur 6 viser oversikt over lærere i den videregående skolen som har fordypning i matematikk.



Figur 8.1 Prosentandelen av matematikklærerne i TIMSS Advanced som oppgir at de har fordypning i matematikk og/eller matematikkdidaktikk.
**De italienske lærerne ble ikke spurt om de hadde fordypning i matematikkdidaktikk.*

Figur 6

Som det fremgår av figur 6, er det en del variasjon mellom landene når det gjelder den faglige bakgrunnen til lærerne som underviser i matematikk i den videregående skolen, men de norske lærerne har forholdsvis høy fagkompetanse – vel så høy som i mange andre land. Når det gjelder emneområdet matematikkdidaktikk derimot, er det få norske lærere som oppgir at de har fått noe utdanning i dette emnet.

I SØF-rapport nr. 01/08 konkluderes det med at lærernes kompetanse er en viktig faktor for elevenes resultater.
For matematikk finner vi både for nasjonale prøver og avgangsprøver at økt formalkompetanse blant lærerne er relatert til bedre faglige prestasjoner for elevene. Effekten av formalkompetanse er statistisk signifikant og forholdsvis stor i størrelsesorden. I forhold til å ha en lærer som er adjunkt, er resultatet på nasjonale prøver 3,8 poeng bedre hvis læreren er adjunkt med opprykk og 5,6 poeng bedre hvis læreren er lektor. (SØF-rapport nr, 01/08)
Også i ST. melding 31 blir dette fremhevet som et viktig poeng.

Derfor vil det være helt nødvendig å sørge for at de som underviser i matematikkfaget har den nødvendige kompetanse.
Ordforråd og begrepsforståelse er ikke bare en viktig grunnmur for utviklingen av matematisk forståelse, men også for at leseferdigheten skal utvikle seg utover det rent lesetekniske, til det å kunne lese og *forstå* faglig stoff (Lyster, 2005).

Når vi tar utgangspunkt i elevenes generelle kognitive fungering, virker det som om elever med matematikkvansker ikke skiller seg vesentlig ut fra andre elever. Men mange elever kan vise til gode karakterer i de fleste skolefagene, både fra grunnskole og videregående, samtidig som de mislykkes i matematikk og ofte ikke engang oppnår ståkarakter.

Resultatet av en undersøkelse bekrefter at en del elever har større vansker med å lære matematikk enn andre skolefag. (Ostad, 1992).
En del elever utvikler negative holdninger til matematikkfaget og til skolen generelt som et resultat av ikke å strekke til i matematikk. Opplevelsen av å være dyktig og å mestre faglige utfordringer i skolen blir i større grad knyttet til matematikkfaget enn til andre fag. Dette kan skyldes fagets lett synlige og sammenlignbare prestasjoner, og at faget har høy prestisje blant foreldre og i samfunnet for øvrig. Når elevene til stadighet opplever nederlag i matematikktimene begynner de etter hvert å oppleve seg som dumme. Disse elevene prøver etter hvert å unnslippe matematikkfaget for å unngå nederlag, og de får dermed mindre øvelse og kommer inn i en ond sirkel. Slike negative følelser er det svært vanskelig å få bukt med. (Holm, M. 2002)

En studie Mercer & Miller gjorde blant elever med matematikkvansker i Sverige konkluderer med at 95% av disse elevene har problemer med å tilegne seg kunnskap på abstrakt nivå. Overgangen fra konkret kunnskap av et matematikkbegrep til den abstrakte forståelsen av begrepet viser seg å være vanskelig. Problemløsning i matematikk forutsetter at man kan uttrykke kunnskapen i et abstrakt og formelt matematikkspråk. Når ordene mangler konkrete referanser blir de vanskelig å anvende på egen konkret kunnskap. Dette fører særlig til problemer med å generalisere, som er den delen av læringsprosessen som stiller størst krav til abstraksjonsevne. Det kreves kunnskap som er frigjort fra her og nå handlinger med konkrete gjenstander for å beherske matematikk. (Mercer & Miller, 1997).

Elever lærer seg matematikk gjennom abstraksjoner på et abstrakt nivå. Slike refleksjoner forutsetter tankevirksomhet frigjort fra den konkrete verden. (Piaget, 1970).

I matematikkopplæringen blir elevene trent i å løse oppgaver og få rett svar, men opplæringen kommer ofte til kort når det gjelder å bygge opp elevenes grunnleggende forståelse av hvordan matematikken kan anvendes.

" To understand what someone has sad or written implies no less but also no more than to have built up a conceptual structure from an exchange of language and in a given context, this structure is deemed to be compatible with what the speaker appears to have in mind"

(Glasersfeld, B.E. 1995)

Dette betyr at det å forstå, kort og godt betyr at meningen med et budskap samsvarer med den meningen som oppfattes.

Glasersfeld hevder videre at hva et ord betyr er alltid noe som individet har oppfattet og sammenfattet ut fra egnen kunnskap og erfaring.

Begrepet forståelse eller innsikt, er et komplisert begrep som faglitteraturen ikke har noe klart og entydig svar på og som kan ha fokus både på en prosess eller en situasjon.

Når forståelse er i fokus vil opplæringen være en prosess der eleven oppnår grunnleggende kunnskap som også eleven kan sette ord på og formidle videre til andre. Kunnskap kan også læres i situasjoner der mekanisk pugg står sentralt, men slik kunnskap vil ikke automatisk bli satt inn i en større sammenheng og vil da kun fungere som isolerte kunnskapsenheter.

McShane (1991) skriver bl. a. om læring av aritmetikk. Han bruker begrepet "understanding", forstå. Han hevder at det er fult mulig å lære seg teknikker for å regne ut aritmetiske uttrykk og det er selvfølgelig viktig å beherske regneteknikk, men slik regel-kunnskap er ikke det som er den viktigste delen av matematikkopplæringen. Den tankeprosessen og resoneringen som foregår, og som styrer hvordan utregningene foregår, er den mest betydningsfulle prosessen som elevene lærer.

Mange forsøk viser også at kunnskap som er basert på forståelse vil bli husket mye lenger enn kunnskap som er basert på ord og uttrykk som ikke gir noe klar mening.

En virkelig matematikkunnskap skal ikke forankres til oppgaveløsning med utgangspunkt i konkreter, men skal gjøre eleven i stand til en funksjonell anvendelse på et reflektivt nivå med bruk av abstrakte matematiske symboler. (Holm, M. 2002).

Overgangen til ungdomsskolen og ikke minst overganger fra ungdomsskolen til videregående er stadier der evnen til å tenke abstrakt settes på en stor prøve.

Som en enkel illustrasjon på dette kan være disse tre oppgavene:

Ettstegsoppgave:	Eva har 6 epler, Tom har 4 epler. Hvor mange epler har de til sammen?
Flerstegsoppgave:	Guri og Ingvill har 57 kroner til sammen. Ingvill har 7 kroner mer enn Guri. Hvor mange kroner har Guri?
Algebra:	Ved skolens kantine ble det en dag solgt 115 epler og pærer til sammen. Dette utgjorde 415 kr av omsetningen den dagen. Eplene kostet 3 kr og pærene kostet 4 kr. Hvor mange epler og hvor mange pærer ble det solgt den dagen?

Hverdagen i et klasserom består av mange slags situasjoner, mange ulike arbeidsformer for lærere og elever, ulike fag og oppgavetyper. Gjennom arbeidet i skolen skal elevene blant annet utvikle sine kunnskaper, lære å tenke kritisk og undersøke faglige spørsmål. De skal ifølge nye læreplaner legge mer vekt på å utvikle matematiske modeller og gjøre ulike former for beregninger.

Ifølge Snorre Ostad, blir det viktig for elevenes læringsprosess at de får tilgang til et rikt spekter av undervisningsmateriell på ulike nivåer. Når elever har ervervet seg matematisk kunnskap ved hjelp av å bruke konkreter, kan de føres et steg videre mot det abstrakte plan ved å bruke bilder og tegninger istedenfor konkrete gjenstander. Elevene beveger seg fra det tredimensjonale til det todimensjonale plan og kan ikke lenger manipulere med hjelpemidlene. Målet er at slike bilder og tegninger skal hjelpe eleven til å danne seg en indre forestilling om fenomenet og til å forestille seg matematiske prinsipper og prosedyrer som mentale modeller. Denne type metodikk søker å ivareta prinsippet om å bevege seg fra det konkrete til det symbolske. En slik gradvis tilnærming til det abstrakte nivå kalles ofte for avkonkretisering. (Ostad,S.A. 1992).

Ved å tegne for eksempel indekser som streker, ringer og prikker osv. som er mer lik abstrakte tegn, kan det være med på å skape en forståelse for sammenhengen mellom tall og symboler. Ved å lage sine egen symboler som erstatning for formelle matematiske symboler, får elevene et hjelpemiddel som kan bruker til å løse av ulike matematiske problem. (Hughes, M. 1997)

Ved hjelp av IKT er det skapt en ny arena for undersøkelsesbasert matematikkundervisning, der det vektlegges å bruke tegninger og ulike former for modeller for å beskrive matematiske begreper og problemstillinger.

Bruk av matematiske modeller har vist seg å være svært nyttig i mange sammenhenger for å skape matematisk kunnskap. Elevene lærer seg å vurdere og tolke problemstillinger gjennom bruk av matematiske modeller. Men utstrakt bruk av IKT kan også være med på å skape misoppfatninger og feiltolkninger
(Gunnar Gjone, Universitetet i Oslo)

Fokus må være å utvikle en grunnleggende matematisk forståelse og bruk av IKT kan være et viktig hjelpemiddel i undervisningen. Men tross alle tekniske hjelpemidler et det likevel læreren som er den viktigste faktoren for å oppnå en god undervisning. Kvaliteten på lærerne er mest avgjørende for gode resultater i klasserommet. (John Hattie, 2009)

Bruk av tegn og symboler

Studien om hvordan et individ lager sin egen personlige mening, betydning, av et matematisk objekt som er presentert i form av en definisjon er særlig relevant når det gjelder avansert matematisk tenkning. Her er det forventet at eleven skal forstå egenskapene til et objekt kun ut fra definisjonen. (Tall, 1995). Ofte er ikke verken figurer, diagrammer eller eksempler med for å beskrive egenskapene til det matematiske objektet. Den eneste beskrivelsen av det matematiske objektet er gjennom ulike tegn, ord og symboler.
Mange elever sliter med å forstå det matematiske språket. Det har lite til felles med deres daglige språk, som danner grunnlaget for deres forståelse av omgivelsene. Matematikkspråket blir noe som knyttes til selve matematikkfaget og ikke til den virkelige verden.
Å forstå hva elevene forstår er ikke bare nødvendig for god begrepsopplæring – det er også en underliggende forutsetning for de

interaktive, konstruktivistiske arbeidsformene som er vektlagt i læreplanen. (Kunnskapsdepartementet, 2006)

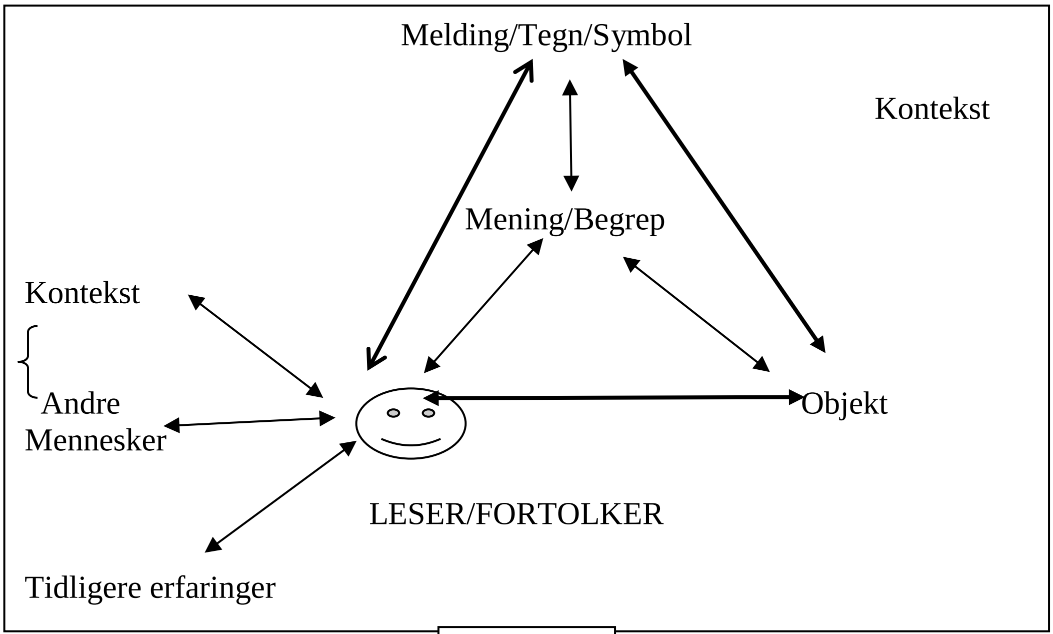
I dagens samfunn brukes mange ulike symboler for å beskrive situasjoner og strukturer. Ikke minst når vi kommuniserer ved hjelp av ny teknologi. Det at symbolene oppleves så konkrete kan føre til at mange elever tror at det er symbolene som er den virkelige matematikken, og at hva symbolene egentlig betyr ikke blir forstått.

For matematiske symboler og tegn har ikke noen mening i seg selv. Når elevene skal lære seg å regne må de også lære seg et nytt tegnspråk. Så når læreren opplever at elevene ikke har forstått de matematiske begrepene, så er det selve tegnsystemet de ikke forstår. (Steinbring, 2006).
Men tegn og symboler er viktige instrumenter når vi skal kommunisere matematisk kunnskap og for å tolke og beskrive matematikken. I følge Steinbring, har tegn og symboler to viktige funksjoner, en semiotisk og en epistemologisk funksjon.
At et tegn har en semiotisk funksjon, betyr at tegnet står som et symbol for noe, et referanseobjekt, eller at tegnet representerer, står for, noe annet.

Et tegn har en epistemologisk funksjon, gjennom det å også inneholde kunnskap om det står for. Denne funksjonen indikerer at tegn og symboler har muligheten til å fungere som et hjelpemiddel til det å lære å kjenne og forstå begrepene. (Steinbring, 2006)

Både semiotiske og den epistemologiske funksjonen har noe å gjøre med forholdet mellom referanseobjektet og det matematiske tegnet. Fokuset er ikke rettet mot kommunikasjonsprosessen, men mot selve meldingen og hvordan meldingen blir til. Men også konteksten er viktig for å gi meldingen en mening og i hvilken sammenheng er det fortolkningen av meldingen foregår. I den semiotiske analysemodellen som er vist i figur 7, viser hvordan leseren(fortolkeren) produserer mening ut fra innspill fra referent; eller melding i en kontekst og i samspill med tidligere erfaring og andre mennesker som er med å dele fortolkningen av meldingen. Men leseren er ikke uavhengig av sine omgivelser. Oppvekst, erfaring og påvirkning fra andre er viktig for at leseren skal knytte en tanke til referent eller melding. Det er denne tanken som er kalt mening (inne i trekanten).

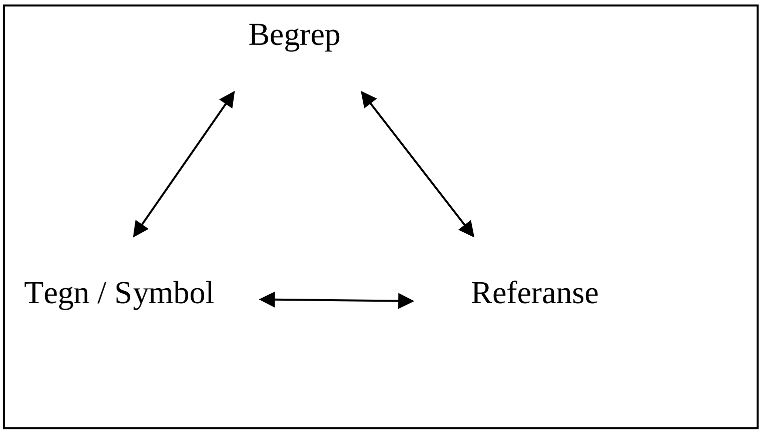
En Semiotisk analysemodell:



Figur 7

Steinbring (2006) har også utviklet en slik trekant, Figur 8, for å illustrere tegn og symbolenes rolle i matematikkfaget. For at et matematisk symbol skal ha mening må det kobles til en referanse, objekt og settes inn i en kontekst. Grunnlaget for påstanden er at det gjennom matematiske tegn og symbol matematikklæring og undervisning foregår. Strindberg (2006) ser på at matematiske tegn og symbol blir sett på som instrument for å kode, beskrive, kommunisere og generalisere matematisk kunnskap. Et tegn vil ikke alene ha en betydning, så hver enkelt elev må danne en kobling mellom symbolet og en passende referansekontekst for å skape mening og forståelse. Den epistemologiske trekanten til Steinbring (2006) er et teoretisk verktøy for å kunne forstå og analysere en semiotisk mediering mellom matematiske tegn/ symbol og kjente referansekontekster. Det er nødvendig å ha et begrepsmessig fundament for å kunne videreutvikle og forsterke den matematiske begrepsforståelsen.

FIGUR 8



Den epistemologiske trekant. Etter Steinbring(2006, side 3)

Dette illustrerer at den som skal lære, må observere og jobbe aktivt i samhandling med andre. Så et stille klasserom der elevene sitter hver for seg og løser oppgaver gir ikke de beste resultatene.
Men hva skal til for å sette elevene i stand til å mestre de matematiske utfordringene bedre? Med utgangspunkt i mine egne erfaringer vil jeg påstå at et av problemene i dagens matematikkundervisning er at fokuset er rettet for mye mot symboler og algoritmer.
Det viktigste for å utvikle matematisk forståelse hos elevene er å legge mer vekt på begrepslæringen. Symbolene er ikke objektene i matematikken, det er det begrepene som er. Så den store utfordringen i matematikkfaget er å skape en undervisning som fremmer begrepsforståelsen.

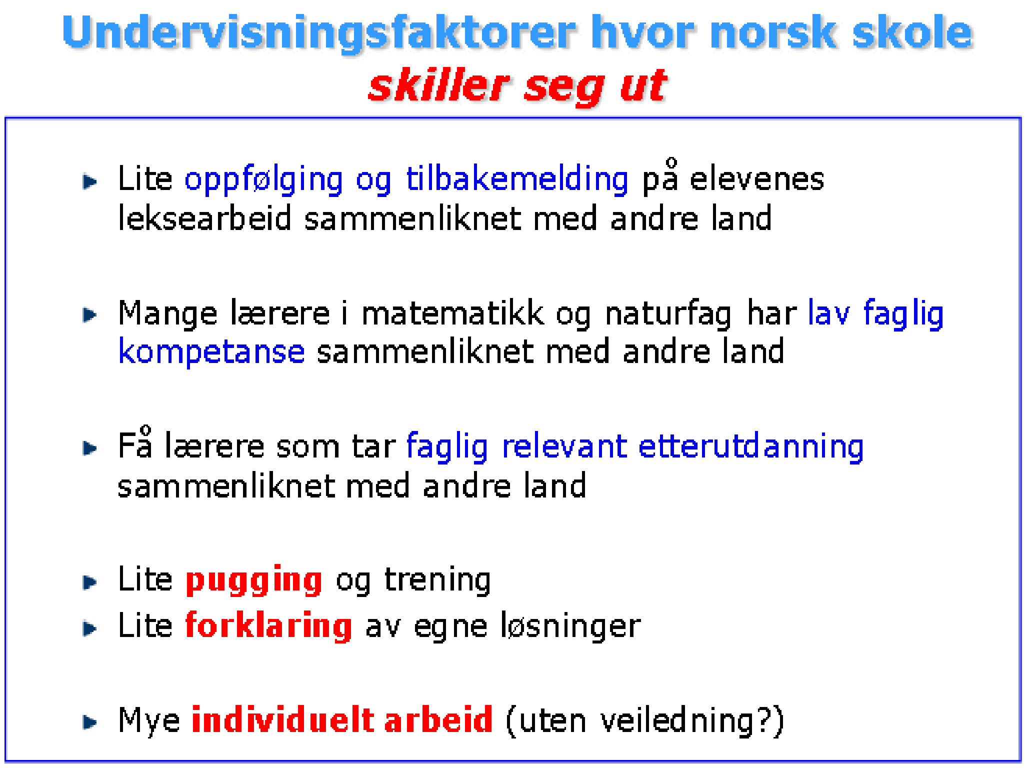
Begrepet er noe helt eget og må skilles fra symboler og representasjoner (Steinbring, 2006).

Så den viktigste utfordringen i matematikkundervisningen er å lære elevene abstrakte begreper eller abstrakt matematisk kunnskap.
Den vanligste metoden er å presentere konkrete oppgaver, mange oppgaver, konkrete modeller, i håp om at det vil føre til abstrakt kunnskap. Når man gjentar en konkret oppgavetype mange nok ganger, så vil forståelsen komme etter hvert. Min erfaring tilsier at en slik strategi kan fungere dersom målet er å aktivisere elevene men fører ikke til at elevene får en bedre matematisk forståelse.
Å utvikle et godt begrepsapparat, både konkret og abstrakt krever at det settes ord på det en gjør. Matematikktimene skal etter min mening så absolutt ikke være er stille fag der elevene arbeider hver for seg med oppgaver, men tvert imot bør elevene snakke sammen og sette ord på de matematiske problemene. Gjennom dialog og utveksling av ideer vil en kunne utvikle sitt ordforråd og begrepsforståelse.
Men konkret i betydningen av håndgripelig, til å ta og føle på, betyr ikke nødvendigvis at oppgaven gir konkret mening for eleven.
Dette er i tråd med min egen erfaring som viser at bruk av bl. a. grafiske modeller og konkrete modeller ikke nødvendigvis hjelper studentene å få matematisk innsikt. Dette fordi at selv om modellene er konkrete nok, så er ikke matematikken som modellene skal presentere konkret for studentene, eller at elevenes kunnskaper ikke er gode nok til å sette matematikken inn i en større sammenheng.

Skoletester

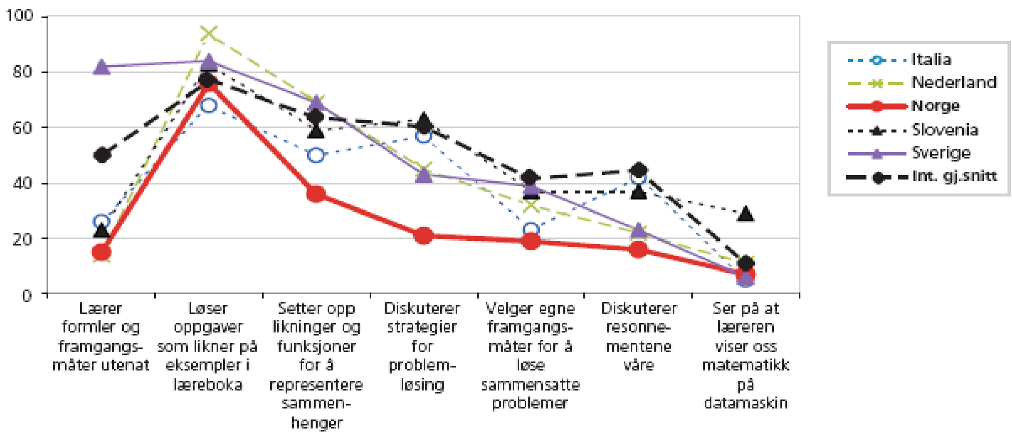
Resultatene av PISA-undersøkelsene de siste årene har skapt bølger, ikke bare i Norge men også i flere andre land. Fokuset er blitt rettet mot hvordan skolene skal kunne løfte elever opp på et faglig høyere nivå i blant annet matematikk. For å få det til må kvaliteten på undervisningen styrkes og for å klare det må man vite noe mer presist om hva god undervisning er.

Følgende utsagn, se figur 9, er hentet fra rapporten TIMSS 2007 som tar for seg lærere som underviser i ungdomsskolen.



Figur9

I undersøkelsen TIMSS 2008, ble elevene spurt om hvor ofte ulike typer arbeidsmåter ble brukt i undervisningen. Resultatet vises i figuren under:

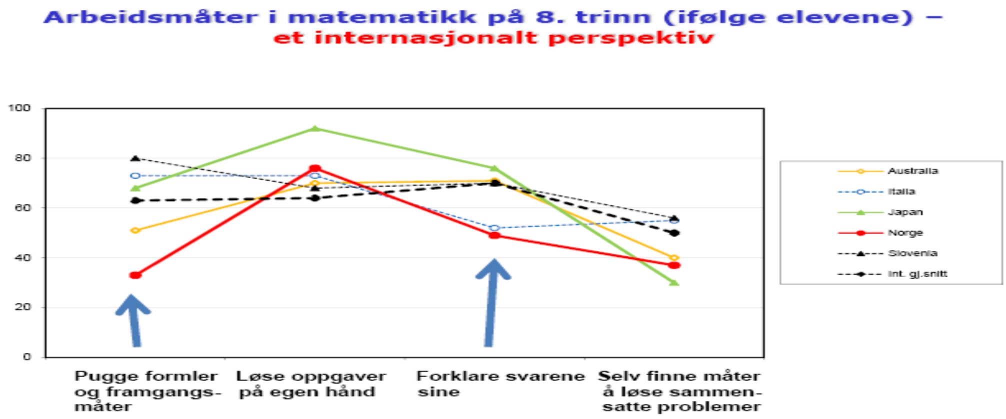


Figur 8.7 Elevenes syn på hvor ofte ulike arbeidsmåter benyttes i matematikktimene i TIMSS Advanced. Prosentandelen av elevene som svarer omtrent halvparten av timene eller oftere.

Figur 10

Figuren er hentet fra TIMSS Advanced 2008- Videregående skole.

De to områdene hvor Norge ligger lavest i forhold til det internasjonale gjennomsnittet er: "Å lære formler og fremgangsmåter utenat" og "diskutere strategier for problemløsing". Norske elever ligger også lavt når det gjelder å "sette opp ligninger" og å "diskutere resonnementer". At Norske elever ligger klart under det internasjonale gjennomsnittet på disse spørsmålene samsvarer godt med resultatet fra TIMSS i grunnskolen. Det å pugge fremgangsmåter med sikte på å automatisere visse ferdigheter og det å diskutere og reflektere rundt svar og løsningsmetoder blir mindre vektlagt i norske skole enn i andre land, og dette gjeldet alle nivå i skolen. (TIMSS Advanced 2008)
Det kan derfor synes som om to av de viktigste læringsstrategiene som fremheves når det gjelder utvikling av matematisk forståelse, nemlig terning av ferdigheter og diskusjon rundt begreper og løsningsmetoder, begge er mindre brukt i norsk skole enn i mange andre land.



Figur 11

Figuren er hentet fra TIMSS 2007

Resultatene fra undersøkelsen i ungdomsskolen (TIMSS 2007) viser også ganske klart den samme tendensen. Det norske elevene utmerker seg med er at de i liten grad lærer seg sentrale kunnskapselementer utenat. Norske elever ligger langt under det internasjonale gjennomsnittet på det å ”Diskutere strategier for problemløsing” og på det å ”Diskutere resonnementer”. Dette går igjen både i grunnskolen og i den videregående skolen. (TIMSS 2007)
Dette er arbeidsmåter som spesielt tar sikte på å utvikle god begrepsforståelse og gode problemløsingsstrategier hos elevene. (Cobb m. flere, 1997)
Den store vektleggingen av oppgaveløsning i undervisningen er en indikasjon på overdreven bruk av individuelle arbeidsformer i matematikk i Norge og stor vekt på ”Ansvar for egen læring”. I undersøkelsen TIMSS 2008 kommer det fram at denne arbeidsmåten er mye brukt i andre land. Det som er spesielt for Norge er at våre elever rapporterer klart lavere på andre arbeidsmåter. Dette er så framtredende for Norge at det ble bemerket i den internasjonale rapporten.
Interestingly, according to Norwegian students, the only one of these activities that occurred in half or more of their advanced mathematics classes was solving problems similar to those in their textbooks.
(TIMSS Advanced 2008)

Det er viktig at elevenes egen formell kunnskap danner utgangspunkt for videre læring og utvikling av abstrakt matematisk kunnskap istedenfor å ta utgangspunkt i at kunnskapen skal overføres fra læreren til eleven. Lærestoffet må tilpasses elevenes evner og forutsetninger. Det kan synes som om kvaliteten på læring heves dersom man tar utgangspunkt i de kunnskapene og ferdighetene som elevene allerede sitter inne med og dersom lærestoffet bearbeides på flere ulike måter.

Forskning viser at læring er mest effektiv dersom elevene klarer å aktivisere sine forkunnskaper på en hensiktsmessig måte.
"Læring skjer ved at det nye forstås med bakgrunn i det kjente – de begrepene en har, avgjør hva en kan gripe og fatte. Kunnskaper, ferdigheter og holdninger utvikles i samspill mellom gamle forestillinger og nye inntrykk" , heter det i læreplanens generelle del (L-97).

Begrepsutvikling er en sentral del av de mentale prosessene som finner sted i utviklingen av matematisk problemløsning.(Vygotsky, 2001).
God kommunikasjon i undervisninger og et godt samspill mellom lærer og elev er nødvendig for at eleven skal utvikle god tankeevne og dermed bli i stand til å løse nye oppgaver. En slik støtte der en sentral del av undervisningen er basert på en god dialog med en faglig dyktig lærer, er kjernen i all læring og utvikling.
Et annet trekk ved den norske skolen er det stadig økende krav til dokumentasjon og undervisningsplaner.
I Norge er det hovedsakelig lærerne som utformer elevenes arbeidsplaner. Bruken av arbeidsplaner begrunnes særlig i læreplanenes krav om tilpasset opplæring og i ønske om å styrke elevmedvirkning i skolen. (Klette 2007)
For matematikkfaget kan det synes som om denne metodikken fører til en prioritering av individuelt arbeid på bekostning av kollektive arbeidsformer som for eksempel klassesamtaler og gruppearbeid. I relasjon til moderne

læringsteorier hvor ”deltakelse” og ”kommunikasjon” er nøkkelbegreper, kan dette synes problematisk. Innenfor bl.a. sosiokulturell læringsteori defineres læring som det å utvide sitt diskurse repertoar, altså til det å utvikle sin evne til å delta i faglige samtaler. For elevers læring i matematikk innebærer dette at økt begrepsforståelse blir betraktet som svært viktig. Muntlige aktiviteter som gruppearbeid og kollektive klasseromssamtaler anses som velegnede arbeidsmåter for å stimulere elevenes aktive anvendelse av matematiske begreper.
(Sfard & Kieran 2001)

” It is upon talk, more than any other activities, that pupils` conceptual discourse understanding depends” (Alexander 2000)

For å klare å utvikle en god matematisk begrepsforståelse er det viktig at man har klart å tilegne seg grunnleggende ferdigheter i faget. I den første matematikkplanen som kom under Reform 94 for det felles allmenne matematikkfaget står det følgende:
Forståelse og ferdighet er nøye bundet sammen; uten forståelse blir ferdighetene meningsløse manipulasjoner, og uten ferdighetene mister forståelsen all praktisk verdi- en matematiker som må tenke seg om før han legger sammen to brøker, er like hjelpeløs som en pianist som må tenke seg om før han slår en akkord. Regnetrening er matematikkens skalaøvelser. Regning med parenteser, brøkuttrykk, potenser og rottegn er verken nyttig eller interessant i seg selv, men det er en nødvendig forutsetning for nesten alle nyttige og interessante anvendelser i matematikken. For ikke å stjele tid og tanke fra vanskeligere og viktigere ting, må regneteknikkene sitte i fingertuppene og kunne fremkalles og utføres uten spesiell omtanke. (KUF, 1994)
Utviklingen i norsk skole står i en viss motsetning til dette. Elevene har etter hvert fått lov til å bruke hjelpemidler til eksamen og derfor også til mange prøver. Dette gjør det vanskeligere å få elevene til å bruke tid til å lære definisjoner, formler og teknikker utenat, når de likevel kunne ha

med seg alt i ”i vesken” til eksamen. For kunnskap i vesken er ikke like effektiv som den kunnskap som man har lært.
Min erfaring tilsier også at god gammeldags pugging er sterkt undervurdert i dagens skole.
Innlæring av grunnleggende ferdigheter er også avgjørende for utviklingen av matematisk kompetanse generelt. (Grønmo & Onstad, 2009)
I matematikkundervisningen bør etter min mening følgende prioriteres høyere:

- Lære formler og fremgangsmåter utenat.
- Diskutere strategier for problemløsing i klasserommet og prøve å finne fremgangsmåter for å løse sammensatte matematiske problemer.
- Legge mer vekt på å utvikle elevenes begrepsforståelse.

”We learn more by looking for the answer to a question and not finding it, than we do from learning the answer itself”
Loyd Alexander (1924-2007)

Teoretisk ramme / Begrepsforståelse

En ønskedrøm for en lærer må være å få presentert en læringsteori som gir nøkkelen til de innerste og grunnleggende hemmelighetene nå det gjelder elevenes læringsprosess. For det er en stor utfordring for alle lærere som underviser i matematikk å skulle tilrettelegge undervisningen i faget på en slik måte at det passer for alle elevene i klassen.
Det er mange ulike teorier som forsøker å belyse læringsprosessen i klasserommet. Problemet er at de fleste teoriene befatter seg bare med deler av læringsfeltet. Vi må studere mange ulike teorier for å kunne danne oss et mer helhetlig bilde av hvordan læring skjer.
Og læringsteoriene i seg selv gir ikke noe konkret løsning på hvordan en skal nå fram til elevenes hemmelige læringsrom. Men læringsteori er likevel viktig fordi den bidrar til å gjøre læreren mer bevist på elevenes måte å tenke på hvordan elevene reagerer på lærerens måte å formidle kunnskap på.
Sentrale spørsmål blir:
Hvordan oppnår man kunnskap?
Hvordan lærer elevene seg nye begreper?
Hvordan dannes begrep?
Hva betyr det at man har lært et begrep?
Hvilke læringsstadier går man gjennom når man lærer et begrep?

Jeg vil ta utgangspunkt i den konstruktivistiske, sosialkonstruktivistiske og den sosiokulturelle læringsteori:

Konstruktivistisk læringsteori:
Indre prosesser. Nysgjerrighet, trang til å finne ut av. Kunnskapen blir konstruert av individet, som tolker sanseinntrykkene. Tolkningen er preget av de erfaringer, forestillinger og teorier vi har fra før.

Sosialkonstruktivistisk og Sosiokulturell læringsteori:
Kulturbestemt. Skiller seg ut fra andre læringsteorier ved at betydningen av sosiale rammer rundt våre handlinger vektlegges. Lærerens rolle vektlegges.

Piaget, Jean
Undervisningsmetodene endret seg etter at den konstruktivistiske teorien kom på banen i 1940-årene. Piaget`s ideer og da spesielt tanken på at vi får bedre læring gjennom aktivt engasjement med faglige problem enn ved passivt ta imot informasjon fra læreren har betydd mye for endringen.
Det konstruktivistiske synet legger mer vekt på prosessen og ikke bare produktet. Man forsøker å legge mer vekt på om elevene forstår begrepene innenfor et fagområde og om de kan bruke de metodene og strategiene som er nyttige for å løse problemene i faget.
Det sosiokulturelle synet fokuserer mer på spørsmål som gjelder kvaliteten på elevenes deltaking i læringsaktivitetene.
Det konstruktivistiske synet på læring er sterkt representert i dagens skole mens det sosiokulturelle perspektivet har blitt mer og mer innarbeidet. Dette vil være det teoretiske utgangspunktet for denne oppgaven.

Jean Piaget, en av grunnleggerne av konstruktivismen som teorigrunnlag for læring, hevdet at personer skaper sin egen kunnskap ved at personen aktivt bruker tankene, samhandling med omgivelsene og tidligere erfaringer. Elevene får ikke kunnskap, men må skape den selv gjennom indre mental aktivitet og konkrete handlinger med omgivelsene.

Det viktigste for barns kognitive utvikling er konkrete handlinger og språket er en viktig del for å sette ord på tanker og erfaringer. Dermed kan man skape mentale modeller i ens egen tankeverden som representerer erfaringer fra virkeligheten. Erfaringer som i utgangspunktet er konkrete vil utvikles til forestillinger på det mentale plan som er løsrevet fra virkeligheten. Man danner begreper.

Piaget hevdet at forståelse handler om både indre tankerekker og kunnskap om den virkelige verden.
De indre kognitive prosesser og det ytre miljø kan ikke holdes adskilt.
(Piaget 1970)

Konstruktivismen bygger på at mennesker konstruerer mentale modeller av virkeligheten gjennom handling, tenkning og refleksjon. Mentale modeller er forestillinger som skapes i personens egen tankeverden og som bygger på tidligere erfaringer fra virkeligheten. Disse erfaringene som i begynnelsen er konkrete utvikles til abstrakte begreper.

I læreplanverket uttrykkes det på følgende måte:

"Fra dagliglivets erfaringer, lek og eksperimenter bygges det opp og videreutvikles begreper og fagspråk." (s. 153)

I følge Piaget forstår vi alt nytt, ut fra det vi allerede kan, at vi organiserer tankeprosessene i såkalte skjemaer, som danner grunnlaget for et menneskes erfaring, tenkemåte og kunnskap. Når det er ubalanse mellom skjema og en ny erfaring, oppstår en kognitiv konflikt. Piaget mener at en slik konflikt gir motivasjon for ny læring. Dersom en ny erfaring passer med et skjema som allerede finnes, kan skjema utvides. Dette kalles assimilasjon. Passer erfaringen dårlig med skjema må man lage et nytt skjema. Dette kalles akkomodasjon.
(Lyngsnes og Rismark, 2013)

En annen forutsetning for læring er at eleven er i aktivitet. Læreren skal veilede eleven og tilrettelegge for selvstendig læring. Egenaktivitet er sentralt, slik at det finner sted en aktiv mental prosess som det oppstår en konfliktsituasjon, slik at assimilasjon og akkomodasjon oppstår. Piaget fremhever også viktigheten av at eleven får oppgaver som ligger på grensen til deres kunnskapsområde. For å kunne planlegge en god undervisning må læreren ha god kjennskap til sine elever og deres evner og kunnskapsnivå.
(Lyngsnes og Rismark, 2013)

Men de fleste elevene trenger mer enn en god lærebok og oppgaveløsning knyttet til praktisk erfaring fra den konkrete virkelighet for å bli gode oppgaveløsere. Disse elevene trenger spesiell instruksjon og samhandling med en lærer som kan styre aktiviteten knyttet til løsning av matematikkoppgaver. (Montague 1997)

Elevene kan også få hjelp til å sette ord på egne tanker mens de løser oppgaver, noe som er til stor hjelp til å bevisstgjøre egne tankeprosesser. Dette vil gjøre det lettere å skape en mening med oppgaven slik at det blir mulig å koble det til tidligere kunnskap. Vi er kun i stand til å tenke matematisk med begreper som er meningsbærende.

Språket har en sentral plass i utviklingen av begreper og for å kunne sortere tanker i en læringsprosess. Språket blir et viktig element i det å løse matematiske problemer og i utviklingen av abstrakt tenkning. Elever bør oppmuntres til å bruke språket aktivt både for seg selv og i diskusjoner og samtaler med lærer og medelever.

Lev Vygotsky

Lev Vygotsky er kanskje den mest innflytelsesrike teoretikeren innenfor sosialkonstruktivismen. Han utviklet et teoretisk begrep som han kalte den nærmeste utviklingssonen, (zone of proximal development). Denne sonen er området av det en elev ikke kan klare på egen hånd, men som eleven kan gjøre med hjelp og veiledning fra for eksempel læreren. Alle elever har en slik potensiell utviklingssone, noe som innebærer at med hjelp av andre kan lære mer enn man kan gjøre på egen hånd. Dette betyr at dersom undervisningen består av mye egenaktivitet eller tilpasser undervisningen kun til det nivået de allerede har nådd, gir man ikke elevene optimale læringsmuligheter. Elevene må motiveres til å strekke seg, og samspill med andre som kan mer vil da være helt nødvendig. (Dyste, 2007)
Forhandling av mening er et annet sentralt begrep hos Vygotsky. Dette begrepet er særlig koblet til undervisningens sosiale aspekter. Elever og lærere vli gjennom interaksjon i klasserommet forhandle seg frem til en felles forståelse av meningsinnholdet i matematiske begreper og hva slags argumentasjon som er gyldig i matematikk. I følge sosialkonstruktivistisk læringsteori kan man derfor si at læreren har en særs viktig posisjon gjennom for eksempel å konfrontere elever med faglig informasjon som ”forstyrrer” deres eventuelle misoppfatninger av matematiske begrep og sammenhenger, slik at de stimuleres til å utvikle og korrigere sin matematiske begrepsforståelse. (Voigt, 1995)
Innenfor sosiokulturell læringsteori, som også bygger på Vygotskys teori, kommer lærerens viktige rolle i klasserommet kanskje enda tydeligere frem. Læreren skal sørge for at kommunikasjonen i klasserommet og elevenes faglige begrepsforståelse knyttes til det som regnes for å være matematisk anerkjent. De matematiske symbolene, begrepene og reglene er eksempler på artefakter som elevene trenger hjelp og veiledning for å kunne utvikle en adekvat matematisk begrepsforståelse.
(Sfard & Kieran, 2001)

I følge sosialkonstruktivistisk så vel som sosiokulturell læringsteori er det viktig at læreren spiller en aktiv rolle i klasserommet. Dersom eleven i for stor grad overlates til seg selv, overser man de aspekter ved læring av matematikk som spesielt framheves innenfor sosiokulturell teori, nemlig at læring av matematikk består i en utvidelse av elevenes evne til å delta i faglige samtaler. Denne evnen opptrenes særlig gjennom deltakelse i muntlige, matematikkfaglige samtaler i klassen. (Sfard & Kieran, 2001)

Klasserommet vil være den viktigste læringsarena for å utvikle elevenes matematikkunnskaper og læreren må være en tydelig leder både faglig og pedagogisk. Kjernen i Vygotskys` teori understreker lærerens rolle som en støttefunksjon for elevene på en slik måte at elevene opplever at de klarer å mestre oppgavene selv.

Lev Vygotsky, la også mye vekt på mennesket som kulturvesen og på et sosiokulturelt læringssyn. Uttrykt på en enkel måte utviklet han en teori om balansegangen mellom hva barnet lærer selv og hva det lærer ved hjelp av andre.
Han mente at et barn, når de kommuniserer bruker ord og uttrykk lenge før de egentlig forstår begrepene bak ordene og at det er gjennom en slik form for kommunikasjon at de lærer seg hva ordene egentlig betyr..
De utvikler gradvis en bedre begrepsforståelse i samhandling med andre.
En elevs forståelse av et matematisk begreps egentlige betydning gjennomgår en gradvis utvikling gjennom faglige samtaler med andre som er mer kunnskapsrike, for eksempel læreren.
En elev bruker ord eller tegn for å beskrive et matematisk objekt når de samtaler med andre elever eller læreren før de egentlig forstår begrepene som ordene beskriver. Det er slik kommunikasjon med andre som er med på å utvikle begrepsforståelsen. Dette betyr at begrepsutvikling er en sosial prosess. (Vygotsky, 1986)

Piaget derimot fokuserer mer på modning og ubalanse i skjema som årsak til læring og at læring er en mer individuell og selvstendig prosess.

Vygotsky så på mennesket som et individ som blir påvirket av samfunnet rundt seg. Samspillet mellom modning og miljøet, med språket som redskap, er i følge Vygotsky veldig viktig.
Kulturen vi er en del av, påvirker måten vi tenker på og dermed også begrepene vi bruker. Han mente at all utvikling og tenkning har utgangspunkt i en sosial aktivitet, et samspill mellom mennesker. Et barn utvikler seg best ved å delta i aktiviteter sammen med andre for deretter være bedre rustet til å gjøre aktiviteter alene. (Imsen, 2006)

Den selvstendige tenkningen til hvert enkelt individ er sosialt betinget og er et resultat av sosial interaksjon mellom barnet og andre mennesker. Han mente at utviklingen starter fra en tilstand der barnet gjør ting sammen med en voksen eller noen som kan mer enn barnet, til en tilstand der barnet gjør ting alene. Ved å forklare ting eller vise hvordan noe skal gjøres, blir voksne en slags medierende hjelper for barnet.
Vi må ha klart for oss hva barnet kan på egen hånd og hva barnet kunne klart med litt hjelp og støtte. Det er forskjellen mellom disse to nivåene som kalles den proksimale utviklingssonen. Utfordringen pedagogisk er å være bevist på dette og gi riktig hjelp og støtte slik at barnet kan utvikle sin kompetanse på en slik måte at de klarer å løse oppgavene alene.

Det er utviklet mange teorier om hvordan en student utvikler forståelsen av matematiske begrep. (Tall, 1995 – Dubinskt 1991-Czarnocha 1999)
Oppsummert i det følgende kan man si at den sosiale verden, virkeligheten, med sine allerede klart definerte definisjoner av ulike ord er bestemmende for hvordan et barns generaliseringer trenger å utvikle seg. Analogt kan man si at en student er forventet å konstruere et matematisk begrep, hvis bruk og mening er sammenfallende med den bruken det har i den gjeldende norm i matematikken. For å klare dette må studenten

bruke matematiske ord og tegn i kommunikasjon med mer etablerte matematikere. På denne måten blir matematisk begrepsdannelse regulert. Menneskets tenkning kan ikke studeres alene, men må forstås i forhold til den sosiale virksomhet det er en del av. (Saljø, 2001)

Vygotsky betraktet all form for menneskelig avansert tankevirksomhet for et resultat av en slags medierende aktivitet. Begrepet mediere viser til st vi fortolker verden gjennom redskap som er forankret i forskjellige sosiale praksiser. Ord, symboler, algebraiske tegn kan sees på som psykologiske verktøy som fungerer som en slags mekler eller katalysator, som skaper en mental indre aktivitet. En slik form for katalysator, som egentlig er et produkt av en sosial og historisk kontekst, gjør ikke bare mental aktivitet enklere, men er med på både å definere og skape indre mentale prosesser.
Vygotsky så på mental aktivitet som var aktivisert av tekn og symboler som en grunnleggende mekanisme, som kobler sammen den ytre sosiale verden med den indre mentale prosessen.
Begrepsdannelse er bare mulig fordi ord og matematiske objekter kan bli uttrykt og kommunisert ved hjelp av ord og tegn som allerede har en etablert betydning i den sosiale verden.
Innen matematikken vil de samme matematiske tegnene generere to prosesser. Utviklingen av individuelle matematiske begreper og individets samhandling med den etablerte sosiale matematiske verden. På denne måten kan man si at den individuelle matematiske kunnskap er både kognitivt og sosialt forankret.
Vygotskys teori om at bruk av tegn og symboler er en nødvendig del av begrepsdannelsen gjør det mulig å lage en sammenheng mellom visse typer av matematisk aktivitet og dannelsen av matematiske begreper.
Også læreplanene oppfordrer til samarbeidslæring.

I stortingsmelding nr. 30(2003-2004) står det:
Læringsstrategier defineres som evnen til å organisere og regulere egen læring, kunne anvende tid effektivt, kunne løse problemer, planlegge, gjennomføre, evaluere, reflektere og erverve ny kunnskap og viten, og kunne tilpasse og anvende dette i nye situasjoner i utdanning, arbeid og fritid. Dette er vesentlig i arbeidet med å legge til rette for livslang læring.

LK 06: Prinsipper for opplæringen (Læringsplakaten)
Læringsstrategier er fremgangsmåter elevene bruker for å organisere sin egen læring. Dette er strategier for å planlegge, gjennomføre og vurdere eget arbeid for å nå nasjonalt fastsatte kompetansemål. Det innebærer også refleksjon over nyervervet kunnskap og anvendelse av den i nye situasjoner. Gode læringsstrategier fremmer elevenes motivasjon for læring og evnen til å løse vanskelige oppgaver også i videre utdanning, arbeid og fritid.
Opplæringen skal bidra til at elevene er seg bevisst hva de har lært og hva de må lære for å nå målene. Hvilke læringsstrategier elevene bruker for individuell læring og læring sammen med andre, vil avhenge av deres forutsetninger og den aktuelle læringssituasjonen. Opplæringen skal gi elevene kunnskap om betydningen av egen innsats og om bevisst bruk og utvikling av læringsstrategier.

Begreper gjør det mulig for oss å begripe omverdenen. De er meningsbærende redskaper for vår språklige tenkning og våre språklige handlinger. Begrepsapparatet vi til enhver tid behersker, danner grunnlaget for videre læring. Begreper knytter sammen ulike erfaringer og opplevelser, og gjør det mulig å overføre læring fra en sammenheng eller kontekst til en annen. De bidrar også til systematisering og persepsjon og utvikling av langtidsminnet og korttidsminnet. Vi må beherske begreper for å kunne tenke i dem, sette ord på dem og kommunisere med dem.
(Anders Einseth (red) . (2008) Matematikkvansker. Metode og teori)

Små barn opplever enkeltgjenstander som enestående. ”Bil” er ikke fellesbetegnelse på alle biler men navnet på en spesiell bil. Etter hvert økes forståelsen for at ulike gjenstander kan ha felles egenskaper. Det å gjenkjenne og skille ting fra hverandre hjelper barnet til å holde oversikt. Behovet for oversikt og struktur, forer til behov for en felles klassifisering og et felles språk. Når vi etter hvert får en felles forståelse for innholdet i begrepene, slipper vi å beskrive dem hver gang. Vi vet hva en dukke, en bil og en trekant er. (Nyborg ,1994).

Filosofisk syn på begrepsdannelse

Dersom vi skal oppnå mer kunnskap enn det vi kan ved kun å betrakte verden omkring oss, må vi tenke abstrakt.
Men her er et problem. I den fysiske verden finnes det kun konkrete objekter. Men når vi tenker på de samme objektene, bruker vi ord eller egentlig begreper. Hva er så forholdet mellom virkeligheten og begrepene. Et ord er ikke det samme som et begrep. Et begrep er en abstraksjon mens et ord er et symbol som representerer denne abstraksjonen.
Hva er egentlig sammenhengen mellom begrepene og virkeligheten. De enkelte konkrete tingene eksisterer, det kan vi jo sanse, men hva med begrepene? De eksisterer, men i hvilken form? Dette spørsmålet har ulike filosofer vært opptatt av.

Det er to hovedteorier som har vært dominerende, realismen og nominalismen.
Platon var realist, han var av den oppfatning at begrepene har en selvstendig eksistens. Også Aristoteles mente at begrepene eksisterte i en slags essens i selve tingene.
Nominalismen, som er mer i tråd med dagens oppfatning, mener at de enkelte tingene vi sanser er det eneste som virkelig eksisterer.
Begrepene har ikke noen selvstendig eksistens. De er noe vi danner mentalt, ved at vi ordner kunnskapen om det vi observerer. Begrepene

ordnes i grupper på bakgrunn av likhetstrekk med andre begreper som vi allerede har. Dette er i tråd med et konstruktivistisk syn.

Vi plasserer alle mennesker i en gruppe, alle katter i en annen. For hver gruppe danner vi et begrep som refererer til hver ting i gruppen. Hvert begrep benevner vi så med et ord, og ordet blir dermed et slags navn på begrepet. Språket vil være viktig i denne sammenhengen, fordi at et ord kan ha flere ulike betydninger. Ordet følelse kan brukes om to ulike begreper og dersom en ikke skiller disse fra hverandre vil det skape problemer.

Adferdsanalysens tilnærming til begreper og begrepsdannelse har i større grad vært fokusert på hvordan begreper faktisk blir etablert og hvilke variabler som påvirker begrepsdannelse. Et slikt fokus vil ha stor nytteverdi for å utvikle gode undervisningsmetoder.
For å oppnå matematisk forståelse må elevene få mulighet til å trene på å "oversette" ord og bilder til det matematiske språket og omvendt. De må også lære seg å bruke strategier for å løse et problem og velge en god metode. For å støtte elevenes begrepsutvikling er det nødvendig at læreren har kunnskaper om hver enkelt elevs utgangspunkt og gode strategier for å lære matematiske begreper og prosesser og hvilke vanskeligheter som kan være knyttet til dette.
(Anders Einseth (red) . (2008) Matematikkvansker. Metode og teori)

Ulike nivå av begrepsforståelse

Hvordan kan vi måle hvordan en elev har oppfattet et begrep. Ha eleven virkelig forstått betydningen av et begrep eller er forståelsen mer overfladisk. Det er flere som har teorier om dette.

Vygotsky delte begrepsdannelsen inn i tre stadier, heaps, complexes and potential concepts.
I løpet av ”heap” stadiet klarer eleven å separere objekter som egentlig ikke hører sammen. Objektet blir satt sammen i grupper på bakgrunn av tilfeldigheter. Det er som om en student bruker ”heap thinking” dersom han assosierer et matematisk tegn med et annet på grunn av f. eks. layout på en side.
”Complex” stadiet betyr at ideene blir koblet sammen på grunnlag av mer objektive egenskaper.
Abstrakt tenkning er avgjørende for dannelsen av begreper fordi den gjør det mulig for studenten å tenke konkret og å kommunisere ved hjelp av ord og symboler om en abstrakt ide. Og det er slik kommunikasjon med læreren som fremmer utviklingen av elevens egne meningsfulle begreper. Dette krever at læreren har den nødvendige kompetanse til å kunne gi elevene

Et barn utvikler ikke en skikkelig complex betydning av et ord spontant. Den complexe forståelsen av et ord er forhåndsbestemt av betydningen ordet allerede har i de voksnes språk.
Ved en complex forståelse begynner eleven å abstrahere betydningen av ideer eller objekter og begynner å organisere ideer med spesielle egenskaper inn i grupper… og danner dermed en basis for mer avanserte generaliseringer.
Ved complex tenkning vil eleven ikke alltid bruke logikk men en mer ikke-logisk eller eksperimentell tilnærming. Den complexe tenkningen vil ofte vise seg som helt feilaktig bruk av matematiske tegn.

Et eksempel er at man assosierer egenskapene til den første deriverte f′(x) av en funksjon med egenskapene til selve funksjonen f(x). På samme måten kan eleven anta at siden f(x) er kontinuerlig så vil også f′(x) være det. Dette er ikke logisk og matematisk feil.
Det viktige her er ikke først og fremst hvordan en elev bruker matematiske tegn men at de brukes. For gjennom denne bruken vil eleven oppnå tilgang til nye matematiske objekt og vil bli i stant til å kommunisere med andre om det. Så vil eleven via refleksjon og der som Vygotsky kaller sosial regulering av omgivelsene, læreren, vil eleven til slutt bruke og forstå de matematiske symbolene i samsvar med offisiell matematikk.
Margot Bergers observasjon av studenter ved universitetet i Johannesburg over mange år viser at slik prøving og feiling i bruk av matematiske begreper er nødvendig for å få en vellykket begrepsforståelse.

For bedre å forstå overgangen fra individuell til sosial og overgangen fra complex til begrep bruker Vygotsky et nytt begrep han kaller ”pseudoconsept” eller uekte begrep.
Pseudobegrep ligner et ekte begrep i hvordan det brukes men tankeprosessen bak bruken er fremdeles av complex karakter. Det er fordi koblingen mellom de ulike elementene til et psedubegrep er fremdeles eksperimentell og ikke logisk og abstrakt. Men eleven er i stand til å bruke et pseudobegrep i kommunikasjon og matematisk aktivitet som om det var et ekte begrep.
Det er som om et barn bruker ord som de ikke fult ut forstår betydningen av når de kommuniserer med voksne. Eller at en elev bruker definisjonen til den deriverte til å beregne den deriverte til en funksjon før de forstår den egentlige betydningen av den deriverte.
Vygotsky argumenterte med at bruken av pseudobegreper gjør barn i stand til å kommunisere med voksne og at denne kommunikasjonen er nødvendig for at en complex forståelse skal gå over til å bli en genuin begrepsforståelse.

Dermed vil pseudobegrepet fungere som en bro mellom begrepenes sosialt etablerte, reelle matematiske betydning og elevens behov for å skape sin egen forståelse av disse begrepene slik at de også blir meningsfulle for eleven selv. Det blir linken mellom det individuelle og det sosiale og dermed et nødvendig steg i en elevs utvikling av begrepsforståelse.

I utviklingen i bruk av matematiske tegn og symboler, kan pseudobegrepet brukes til å koble sammen den individuelle begrepsdannelsen og den sosialt aksepterte matematiske definisjonen. Det betyr at selv ulogisk matematisk aktivitet kan sees på som complex matematisk tenkning og ved hjelp av veiledning fra evt. læreren, kan slik complex aktivitet gå over til pseudobegreper som igjen kan lede til reell begrepsforståelse.

Abstrakt matematisk kunnskap og prosedyrer er introdusert, eksemplifisert og lært gjennom å bruke konkrete figurer og grafiske presentasjoner som fungerer som modeller. Dette for å skape konkrete referanser og gjennom dem skape forståelse for matematiske begreper. (Gravemeijer, K. 1994)

Grunnlaget for at elevene skal få en god matematisk begrepsforståelse er at de først forstår de mest grunnleggende begrepene, pluss, minus, multiplikasjon osv. Nye begreper vil bygge videre på de begrepene som eleven allerede kan. Alle nye begreper vil bli utledet av og ordnet i en struktur sammen med de begrepene som allerede er innlært. Dermed vil det bli dannet en begrepsstruktur. (Skemp, R. 1987.)
En begrepsstruktur er grunnlaget for forståelse. For eksempel forstår en elev en regneregel dersom denne regelen kan relateres til andre regler som eleven allerede kan. Skemp (1987) mener at forståelse handler om å se strukturer mellom relasjoner. Med rasjonell forståelse (relational

understanding), vet eleven både hva som skal gjøres og hvorfor. Det handler om at eleven bygger opp et godt begrepsapparat. En person med instrumentell forståelse (instrumental understanding) vet kun hva som skal gjøres og ikke hvorfor.
Keno Gravemeijer deler begrepsforståelsen inn i 4 ulike nivå.
Beskrevet på et enkelt språk:

Trinn 1:
Begrepsforståelse er assosiert med konkrete aktiviteter, slik som å dele drops blant barn uten bruk av papir og blyant. Her brukes situasjonsbetinget kunnskap og strategier for å løse det konkrete problemet.

Trinn2:
Neste trinn omhandler et tilsvarende konkret problem, men problemet er presentert som en skrevet oppgave. Et slikt problem kan bli løst med gjentagende subtraksjon men situasjonen vil fremdeles være utgangspunktet for løsningsprosessen.

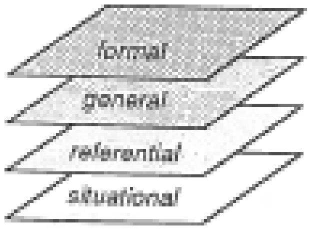
Trinn 3:
Fokuset er flyttet over fra situasjonen til strategier med matematisk utgangspunkt. Hva er den største delen alle kan få..osv. Nå blir tallene viktig, ikke selve situasjonen.

Trinn 4:
Fremgangsmåten vil være at standard prosedyre for divisjon blir brukt.

Gravemeijer bruker en mer generell form for å beskrive de ulike nivåene av begrepsforståelse:

1. Situasjonsnivå. Situasjonsbetinget kunnskap og strategier blir bruk ut fra konteksten av en konkret situasjon
2. Referanse nivå: Med utgangspunkt, referanse i et beskrevet problem velges løsningsmodeller og strategier.
3. Generelt nivå. Et matematisk fokus på strategier dominerer
4. Formelt nivå: Man arbeider med konvensjonelle matematiske prosedyrer og notasjoner (Gravemeijer, K. 1994)

Kunnskapsnivåene kan sees på som ulike lag som bygger på hverandre, og at kunnskap på formelt nivå kun kan oppnås ved å bygge på kunnskapen fra de underliggende nivå.



Figur 12

Figur fra (Gravemeijer, K. 1994)

Når jeg analyserer resultatene fra min undersøkelse vil jeg benytte Gravemeijer`s nivåinndeling av begrepsforståelse til å beskrive det kunnskapsnivået som elevene ligger på. Enkle oppgaver som 8:2=, som ikke krever at eleven ikke trenger å kombinere flere regneregler og heller ikke behøver å gjennomføre noen form for resonnement for å utføre oppgaven, vil ikke bli vurdert opp i mot Gravemeijer`s nivåinndeling. For andre oppgaver som krever at eleven viser matematisk forståelse, klarer å kombinere flere regneregler og viser en klar løsningsstrategi, så vil jeg bruke Gravemeijer`s nivåinndeling og min egen vurderingserfaring til å bestemme på hvilket kompetansenivå jeg vil plassere elevenes besvarelser.

Metode. Etiske hensyn

Gjennom en lang lærerpraksis har jeg blitt mer og mer opptatt av hvordan undervisningen kan tilrettelegges bedre for at matematikkfaget ikke skal være et hinder for at elevene klarer å gjennomføre den videregående skolen. Å kunne skape muligheter for mestring vil være en viktig innfallsvinkel. Å oppleve nederlag på nederlag gir ikke mye motivasjon til å fortsette skolegangen.
Når en skal forsøke å gå inn i rollen som forsker vil det kunnskapssynet en har selvfølgelig sette sitt preg på arbeidet.
Jeg ønsker å undersøke hvilke problemer som elevene strir med i matematikkfaget, få en detaljert oversikt over hvilke matematiske problemstillinger som er mest utfordrende for elevene.

Målet er å bruke min faglige erfaring og min kompetanse til å kommunisere med elever, til å gi et bidrag til en bedre forståelse av elevenes matematikkproblemer. Dette vil bety at denne oppgaven vil ha en empirisk karakter og bygge både på egne erfaringer og på andres forskningsresultater. Ut i fra dette får jeg et fenomenologistisk utgangspunkt og forskertilnærming. Det overordnede målet for er å få en bedre og mer oversiktlig forståelse av hvilke matematiske problemer elevene har. Er det et mønster som går igjen.

Jeg ser på kunnskap som noe objektivt som det er mulig å avdekke ved å gå i dybden på problemet. Dersom en leter lenge nok vil en til slutt finne sannheten. Et slikt kunnskapssyn kaller vi positivismen. *August Comte(1798-1857),* var en av de første som formulerte denne teorien. Et syn som kan førest helt tilbake til Platon og hans lære om den fullkomne kunnskap.
Kunnskap kan også sees på som noe som kan oppstå mellom mennesker, dersom en er åpen og kan ta tiden til hjelp. En slik tolkning ser på

kunnskap som en sosial konstruksjon. Dette kunnskapsynet er bl.a. forfektet av *Paul Ernest* (Ernest 1991) og det har røtter helt tilbake til Sokrates hvor han brukte dialog som en viktig metode.

FORSKNINGSPROSJEKT

For å få en bedre forståelse av elevenes matematikkproblemer og finne ut hvor skoen trykker mest, ønsker jeg å gjennomføre følgende prosjekt.
Min problemstilling er:
Hvordan kan man få en oversikt over de problemene som elevene sliter med i matematikkfaget i 1. klasse på videregående.

Jeg vil prøve å finne et svar på dette og har stilt følgende forskningsspørsmål:

1. **Hvilke matematiske grunnbegreper behersker disse elevene?**
2. **Er det et mønster i disse elevenes matematikkproblemer**?

Med utgangspunkt i mine forskningsspørsmål, vil det være naturlig å bruke en kvalitativ metode for å undersøke dette nærmere.
I en kvalitativ metode er det ikke meningen å generalisere men å gå i dybden på et tema.
Ut fra min problemstilling har jeg laget et intervju med utgangspunkt i et sett med matematikkoppgaver som skal løses. Oppgavene må være laget slik at det er mulig for elevene å få vist hva de kan. Det kan nok være lurt å starte med noen svært enkle oppgaver slik at eleven kommer i gang og ikke får en negativ holdning til intervjusituasjonen.
Oppgavene må ikke være for vanskelige, men likevel være så utfordrende at jeg som forsker kan finne ut hvilke matematikkunnskaper de har, og hva de ikke behersker. Det må også være oppgaver innen de ulike grunntemaene som det forutsettes at 1. klasse-elevene skal beherske. Jeg har derfor laget et strukturert intervju med et sett med oppgaver og

spørsmål knyttet til oppgavene. For at det ikke skal oppleves som en prøve i matematikk vil det nok være lurt å lage et muntlig/skriftlig oppgaveseminar med en større gruppe først, og deretter intervju med enkeltelever etterpå.
I tillegg må jeg lage en intervjuguide hvor jeg på forhånd har tenkt grundig igjennom hvordan et slikt intervju vil forløpe. Hvordan et intervju med de minst resurssterke elevene vil arte seg er vanskelig å forutse. Hva om samtalen stopper helt opp. Hvordan kan jeg klare å lede eleven inn på et spor slik at intervjuet kan fortsette. Her vil jeg få bruk for all den erfaring både med elevsamtaler og faglig kompetanse som jeg har opparbeidet gjennom mange år i skoleverket.

Jeg må være forberedt på å manøvrere mellom en ”ingen-metode” som er basert på en ustrukturert tilnærming og en ”bare-metode” elle semistrukturert tilnærming. Mellom det frie og spontane og det rigide og strukturerte.   (Kvale : 35)
Styrken ved en kvalitativ metode er at eleven kan få flere muligheter til å få fram den kunnskapen han har. Spørsmål kan omformuleres og det kan gis ledetråder for å hjelpe eleven som blir intervjuet slik at han kan komme seg videre i prosessen.
Ved bruk av kvalitativ metode er forskeren selv et av hovedinstrumentene for datainnsamlingen og vil også stå for analysen. Forskeren vil derfor være en aktiv deltaker i den aktuelle konteksten. Det kan være en svakhet for å få en objektiv fremstilling, men det trenger ikke være til hinder for hele konteksten kan studeres utenfra slik at det er mulig å få en objektiv informasjon om saksområdet.

Intervjuene med elevene vil foregå på følgende måte.

Det vil bli lagt opp slik at elevene løser oppgaver på et ark, samtidig som de muntlig forklarer hva de tenker og gjør. Det vil derfor også være naturlig for meg å kommunisere med elevene på samme måte som på en muntlig fremføring. Det vil være viktig å registrere alt som blir sagt og gjort slik at det blir mulig å lage en god analyse i etterkant.
Det blir viktig å presisere at identiteten til eleven ikke skal komme fram. Å sikre anonymiteten vil være viktig. Det må avklares hvordan opptak fra intervjuene skal oppbevares, både under selve prosessen med å skrive masteroppgaven og om opptakene skal bevares etter at oppgaven er ferdig. Her vil det klart bli en utfordring å lage et opplegg som er tilfredsstillende. Jeg planlegger å diskutere dette på forhånd med de elevene som skal intervjues.
Undersøkelsen vil bli gjennomført som et intervju, som vil være et samspill mellom to parter. Vi mennesker er ulike, dagsformen og kjemien mellom ulike personer kan variere. Slike faktorer kan påvirke resultatet av et intervju. Dette kan bety at kvalitativt intervju ikke er 100% reliabelt, noe som er en vanlig kritikk mot intervju som metode ut i fra et kvantitativt ståsted. Her vil jeg dra nytte av min svært lange erfaring fra undervisningsarbeid, med elever på mange ulike nivå, til å kunne holde reliabiliteten på et akseptabelt nivå.
Resultatene som en oppnår ved bruk av en kvalitativ metode er i stor grad deskriptive fordi denne type forskning har stort fokus på hvordan prosessen er og hvordan ting forstås. Det vil være viktig å lage gode beskrivelser av selve forskningsmetoden fordi det vil styrke reliabiliteten og validiteten.

Utvalg av intervjuobjekt

Det vi vil være naturlig å foreta noen prøveintervju først. Dette for å lage en struktur på intervjuene som kan brukes på alle i den reelle undersøkelsen og for å utarbeide gode oppgaver som er egnet til å gi svar på elevenes begreps- og problemforståelse
Siden jeg er opptatt av elever som dropper ut av skolen er det de elevene som ikke presterer så godt eller som står i fare for å slutte, som jeg er interessert i å intervjue.
En rapport initiert av kunnskapsdepartementet, utført av Senter for økonomisk forskning, konkluderer med at standpunktkarakterene fra ungdomsskolen i realfag har spesielt stor betydning for sannsynligheten for fullføring av videregående skole. På bakgrunn av at tilgjengelig informasjon klart tyder på at realfagkunnskapene for ungdomsskolen er redusert mens engelskkompetansen har økt, er det interessant at realfagene betyr mest og engelsk minst for fullføringssannsynligheten i videregående opplæring. (SØF-rapport 3/11 : 42)
Et av tiltakene kunnskapsdepartementet har satt i gang er Ny-GIV, hvor svakt presterende elever gis intensivopplæring i bl.a. matematikk. Rekrutteringen av elever til Ny-GIV har vert god. (NOVA-rapport 23/2011).
Ny-Giv har som målsetting å gi en målrettet opplæring til de mest prestasjonssvake elevene i skolen. Målgruppen er de elevene som befinner seg blant de 10% med dårligst karakterer etter første halvdel av 10. trinn. (NOVA Rapport 23/2011). Disse elevene blir også fulgt spesielt opp i 1. klasse på videregående. De får spesielt tilrettelagt undervisning i enkelte fag, som for eksempel matematikk. For skoleåret 2011 – 2012 var det 52 elever ved Laksevåg VGS, skolen hvor jeg underviser, som deltok i Ny-GIV programmet. De elevene som er med i NY-GIV prosjektet er elever som selv innser at de har problemer med matematikkfaget og frivillig ønsker å delta. Det er elever som ikke er

negativt innstilt til skolen og som har et ønske om å kunne forbedre sine skoleresultater.
Jeg skal selv ha noen undervisningstimer ved denne avdelingen i skoleåret 2012 – 2013. Det kan også være med på å skape kontakt mellom meg og de elevene som blir intervjuet, slik at det blir lettere å skape en trygg intervjusituasjon. Det er blant disse elevene jeg vil gjøre et utvalg av intervjuobjekter.

Etikk og anonymitet
En av utfordringene vil være å få tak i elever som er villig til å være med i et slikt prosjekt. Det må selvsagt være helt frivillig og anonymiteten må sikres. Målet er å få det til på en slik måte at eleven selv ser en egennytte i å delta. Kanskje en slik konkret undersøkelse kan gjøre eleven mer klar over sine faglige problemer på en slik måte at de kan bli motivert til å gjøre noe med det.
Informert samtykke betyr at forskningsdeltakerne informeres om undersøkelsens overordnede mål og hovedtrekkene i design, og om mulige fordeler og ulemper ved å delta. Informert samtykke innebærer dessuten at man sikrer at de involverte deltar frivillig og informerer dem om deres rett til deres rett til når som helst å trekke seg ut av undersøkelsen. (Kvale 2009: 88)
En klart etisk utfordring vil være at de fleste aktuelle elever er under 18 år. Det vil derfor være nødvendig å innhente samtykke fra foresatte. Dette vil kreve at foresatte blir godt orientert om hva som er målet med undersøkelsen og hva den går ut på. Dette kan føre til at de foresatte blir mer engasjert i barnas skolegang, noe som vil gi klart positive effekter. Siden temaene som blir tatt opp i intervjuene er av en faglig og saksorientert karakter vil det ikke være så stor fare for at temaer av personlig karakter vil komme fram. Det vil derfor i utgangspunktet ikke være så stor fare for at det vil komme fram opplysninger som er konfidensielle. Dette vil gjøre at de etiske problemene forhåpentligvis vil være lettere å håndtere.

Men i en slik setting er det selvsagt mulig at elever som har ulike problemer kan føle behov for å snakke om disse problemene og komme med informasjon som kan gi etiske utfordringer. Dette er utfordringer som det kan vil være en fordel i å ha tenkt igjennom på forhånd. Dette vil være et usikkerhetsområde eller et problemområde som man skal forholde seg til og reflektere over i hele intervjuundersøkelsen. Det usikkerhetsmomentet som åpner seg når en tenker over slike konsekvenser, er kanskje det mest komplekse fordi det ofte er uforutsigbart.

Kvalitative forskningsintervjuer forsøker ikke å ”løse” problemene med hensyn til samtykke, fortrolighet osv. en gang for alle, men arbeider på et område der det ofte er viktigere forbli åpen ovenfor de dilemmaer, ambivalenser og konflikter som med ganske stor sikkerhet vil oppstå i løpet av forskningsprosessen. (Kvale 2009: 87)

Det at forskeren selv er selve hovedinstrumentet for innsamlingen av data, gjør at det stilles en del krav. I en slik kontekst er det et helt sett av variable som en må ha fokus på. For eksempel kroppsspråk, det som blir uttrykt i form av taushet osv.

At alle de som blir intervjuet er avslappet og føler seg trygg i situasjonen vil være av stor betydning for reliabiliteten til undersøkelsen. Det blir viktig å lage så like rammer rundt alle intervjuene som mulig.

Kontrollgruppe

Resultatene som jeg kan få av intervjuene kan være unøyaktige eller lite representative, siden det er forholdsvis få elever som intervjues. Elevene kan også bli påvirket av undersøkelsen slik at resultatene kan bli upålitelige. For å ha en viss kontroll med de resultatene som fremkommer vil der være naturlig å ha en kontrollgruppe. Jeg vil derfor få andre elever på samme klassetrinn til å løse de samme oppgavene. Disse elevene vil ikke bli intervjuet på samme måten, men løse oppgavene skriftlig som om det er en vanlig matematikkprøve. Det er elever fra 4 klasser som skal

være med i testen. Elevene skal ikke skrive navn på oppgavearkene, bare klasse, slik at anonymiteten bevares.
Å analysere resultatene fra denne testen vil kreve en kvalitativ tilnærming. Siden spørsmålene vil være konkrete er det ikke stor fare for misforståelser slik at det går ut over validiteten.

Så vil jeg sammenligne resultatene kontrollgruppen oppnår med resultatene fra de elevene som ble intervjuet.
I analyseprosessen vil jeg forsøke å finne ut hvilke matematiske begreper elevene behersker og hvilke begreper elevene ikke forstår. Her vil jeg bruke Gravemeijer's nivåinndeling av begrepsforståelse som et utgangspunkt for analysen.

Kontrollgruppen består av elever fra fire 1.klasser på videregående og er på til sammen 80 elever. Det er elever som går i ordinære klasser og representerer elever både på yrkesfaglig og allmennfaglige klasser.

Siden jeg kan sammenligne resultatene fra så pass mange besvarelser, mener jeg at dataene som fremkommer i undersøkelsen er relevante for problemstillingen og har tilfredsstillende validitet/gyldighet og relabilitet /pålitelighet.

Analyse

Det som har vært intensjonen med denne studien er å se på elevenes forståelse av noen sentrale matematiske begreper.

- Tallforståelse
- Overslagsregning
- Brøk
- Regning med brøk
- Ligninger
- Algebra
- Rettvinklet trekant
- Vinkler i trekanter
- Omkrets og Areal
- Grafisk framstilling

For å kunne gi en god presentasjon av undersøkelsen og de funn som blir gjort er det viktig å gjennomføre en grundig analyse. Transkripsjon av alt som blir sagt og gjort under intervjuene og de skriftlige testene som kontrollgruppen har utført vil danne grunnlaget for analysen.
Analysen starter egentlig før selve datainnsamlingen ved god planlegging av både intervjuene og datainnsamlingen. (Kvale :2009)
Spesielt de skriftlige testene vil være viktig, så de må være grundig planlagt og testet på forhånd.
For å analysere kvalitative date kreves det en grunnleggende forståelse av hvordan man ut fra tekst og bilder kan gi fornuftige svar på de spørsmål som danner grunnlag for undersøkelsen. (Creswell, J. W. (2012): 236) Er det et mønster i det som elevene sier og gjør, som gjør det mulig å systematisere den informasjonen som kommer frem under intervjuene? Her vil det være lurt å organisere materialet i en matrise eller tabell. Det vil være nødvendig å lage et sett med koder for å systematisere ulike svaralternativer.

Etter en grundig gjennomgang og koding av dataene vil det være naturlig å starte en analyseprosess. Målet er å kunne presentere resultatene ved hjelp av figurer og tabeller og skrive en beretning om de funnene som ble gjort i forhold til de spørsmålene som var utgangspunktet for undersøkelsen. (Creswell, J. W. (2012):253).
Forsøke å legge vekt på å forstå sammenhengen mellom utførelse og problemforståelse hos elevene. Målet er å kunne presentere et mønster i elevenes matematikkproblemer. Noe som kan gi et bidrag til å gi en bedre undervisning til elevene.
Ut fra rapport og presentasjon av de funn som er blitt gjort er det viktig å tolke de resultatene som er blitt gjort. Grunnlaget for denne fortolkningen vil være en blanding mellom egen faglig vurdering og støtte i aktuell litteratur.
Til slutt vil det være naturlig å kontrollere nøyaktigheten eller validiteten til undersøkelsen. Stikkord her vil være: troverdighet, bekreftbarhet og overførbarhet. Det viktigste for meg vil være overførbarhet.

I følge Keno Gravemeijer er det viktig å flytte fokuset vekk fra det som er vanlig i dag, nemlig det å ”undervise ved å fortelle” og erstatte den med en undervisningsmetode hvor elevaktiviteten er mer i fokus. Elevene må selv få utforske matematikken og oppdage hva begrepene betyr eller i det minste oppleve at de gjør det. Dersom utgangspunktet for matematisk aktivitet er å løse praktiske problemer blir det viktig å lage matematiske modeller som kan utvikle elevenes forståelse. Målet blir å lage en modell som utvikler seg fra en model-of, med utgangspunkt i uformell matematisk aktivitet til en modell-for, som krever mer formelle matematiske resonnementer. Det forutsetter at læreren kan organisere undervisningen slik at eleven opplever dette som en meningsfull prosess. (Keno Gravemeijer)
En slik prosess kan beskrives ved hjelp av de ulike nivåene av elevaktivitet som Keno Gravemeijer har utviklet.

For å analysere resultatene fra min undersøkelse vil jeg ta utgangspunkt i hans metoder for å gradere elevenes begrepsforståelse.

Analyse med utgangspunkt i Gravemeijers teori

Hensikten med disse oppgavene er å prøve å få en oversikt hvilke matematiske begreper elevene forstår. De begrepene som blir testet er:

Tallforståelse	Oppgave 1 og 2
Overslagsregning	Oppgave 3
Brøk	Oppgave 4 og 5
Brøkregning	Oppgave 6
Ligninger	Oppgave 7
Algebra	Oppgave 8
Rettvinklet trekant	Oppgave 9
Omkrets og areal	Oppgave 10
Vinkler i trekanter	Oppgave 11
Grafisk fremstilling	Oppgave 12 og 13

Jeg vil bruke følgende tabell for å klassifisere svarene som de intervjuede elevene ga på de enkelte oppgavetypene.

<table>
<tr><td>Situasjonsnivå</td><td rowspan="4">Kommentarfelt</td></tr>
<tr><td>Referansenivå</td></tr>
<tr><td>Generelt nivå</td></tr>
<tr><td>Formelt nivå</td></tr>
</table>

Jeg vil også bruke et kommentarfelt hvor svarene til kontrollgruppen blir kommentert og sammenlignet med svarene til intervjugruppen.

Kommentarfelt for svarene til kontrollgruppen.

Jeg vil først analysere de enkelte oppgavene hver for ser for så å lage en oppsummering til slutt.

Analyse av de enkelte oppgavene

Oppgave 1

Hvilke tall skal stå i stedet for bokstavene A, B, og C på tallinjen:

```
----!--------!--------!--------!--------!--------!----
    0        A        B       3/5       C        1
```

SVAR: **A=______**

B=______

C=_____

Denne oppgaven klarte de fleste elevene. Det var noen som trengte litt veiledning for å komme i gang, men det kan skyldes at de var litt nervøse til å begynne med.

Oppgave 2

Sett ring rundt det største tallet: 4.09 4.7 4.008

Tallforståelse - oppgave 1 og 2

Situasjonsnivå	Elevene som ble intervjuet viser at de har en grunnleggende tallforståelse og svarer riktig på oppgavene, selv om de var litt usikre i starten. De var nok litt nervøse til å begynne med.
Referansenivå	
Generelt nivå	
Formelt nivå	

Kontrollgruppe

Hovedinntrykket fra kontrollgruppen er det samme. Slike enkle oppgaver som kan løses uten at elevene må resonnere seg fram til en løsning klarer de aller fleste. Det var likevel noen, ca 8%, som valgte 4.09 som det største tallet.

Oppgave 3

Det står et regnestykke i venstre rute. Sett ring rundt det tallet du mener er nærmest svaret:

Oppgave	Svaralternativer				
13 : 4.32	**0.03**	**0.3**	**3**	**30**	**300**
40 : 0.2	**0.02**	**0.2**	**2**	**20**	**200**

Overslagsregning Oppgave 3

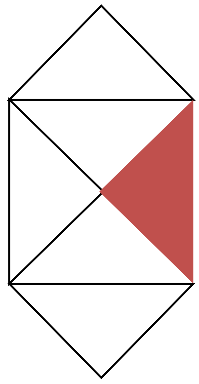
Situasjonsnivå	Den første oppgaven gikk greit, her var det mulig å koble oppgaven til en enklere, nemlig 12 : 4 . Men i oppgave 2, der spiker svarene mye, fra 0.02 til 200. Det virker som at oppfatningen om at et delestykke skal gi et svar som er mindre enn det opprinnelige tallet er utbredt hos en del elever.
Referansenivå	
Generelt nivå	
Formelt nivå	

Kontrollgruppe

Her var svarene mer sammenfallende. Alle svarte riktig på den første oppgaven og 90% svarte riktig på den andre. De som svarte feil, svarte 20 istedenfor 200. De virker som om de forventet at svaret på deleoppgaven skulle bli mindre enn 40.

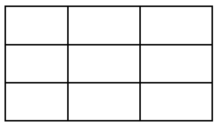
Oppgave 4

Hvor stor del av figuren er fargelagt



Oppgave 5

Fargelegg $\frac{1}{3}$ av figuren:



Brøk - oppgave 4 og 5

<table>
<tr><td>Situasjonsnivå</td><td rowspan="4">Brøkoppgavene er forholdsvis enkle men alle de intervjuede elevene har kontroll over oppgavene og besvarer oppgavene riktig. Det var også litt av strategien å legge inn noen enkle oppgaver for motivere elevene til å fortsette til alle oppgavene var besvart.</td></tr>
<tr><td>Referansenivå</td></tr>
<tr><td>Generelt nivå</td></tr>
<tr><td>Formelt nivå</td></tr>
</table>

Kontrollgruppe

Også alle elevene i kontrollgruppen besvarte denne oppgaven riktig men det var noen få som bare markerte en av 9 ruter i oppgave 5

Oppgave 6

Regn ut: **a)** $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=$

b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=$

c) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{4}=$

Brøkregning - oppgave 6

Situasjonsnivå **Referansenivå** Generelt nivå Formelt nivå	Den første oppgaven klarte alle, men de andre oppgavene ble for vanskelige. Så lenge brøkene var av like deler gikk det greit. 1/3 + 1/3 ble 2/3 men 1/3 + ½ ble 2/5. Da summerte man både teller og nevner. Oppgave c som inneholdt både + og · ble for vanskelig. Det førte til at elevene ikke prøvde å løse oppgaven i det hele tatt.

Kontrollgruppe

I kontrollgruppen var det noen elever som klarte alle oppgavene. 97% klarte oppgave a og 79% klarte oppgave b . De hadde kontroll med begrepet fellesnevner og fikk rett svar. Oppgave c klarte 37% . 15% regnet brøkene riktig men brukte feil regnerekkefølge. Her var det altså over halvparten av elevene som ikke hadde kunnskaper nok til å løse en slik oppgave.

<u>Oppgave 7</u>

Løs ligningene:

a) $11x = 5x + 36$

b) $\frac{3x}{5} = 3$

Ligninger – oppgave 7

Situasjonsnivå	Oppgavene her var ganske enkle og oversiktelige men det ble likevel vanskelig for elevene. Av de elevene som ble intervjuet var det bare en som forsøkte å løse oppgavene og løsningene var tilfeldige og uriktige.
Referansenivå	
Generelt nivå	
Formelt nivå	

Kontrollgruppe

I kontrollgrupper var det bare 32% som svarte riktig på oppgave a og kun 20% som svarte riktig på oppgave b. De andre løsningene var mer eller mindre tilfeldige og en stor del svarte ikke på oppgavene i det hele tatt. 42% svarte ikke på oppgave a og 63% på oppgave b. Siden dette var enkle oppgaver som er sentrale i ungdomsskolen så var det dårlige resultatet svært overraskende. Mange av de gale svarene kom fra prøving og feiling fordi elevene ikke viste hvordan de løser en ligning. Det er tydeligvis mange som har utviklet sine helt spesielle strategier hvor de intuitivt utfører regneoperasjoner som tydelig viser at begrepsforståelsen omkring ligningsoppgaver er helt fraværende.

<u>Oppgave 8</u>

Regn sammen:

a) $3x + 4x =$
b) $8x + 3y – 3x$
c) $4(a + 2) – 2(a + 7) + a^2 – 2a =$

Algebra – oppgave 8

Situasjonsnivå	Oppgave a og b ble løst av alle men oppgave c skapte problemer. 4(a + 2) ble til 4*2a, 2a + a^2 ble til 4a osv. Av de som ble intervjuet var det 2 av 3 som ikke prøvde å løse oppgave c i det hele tatt.
Referansenivå	
Generelt nivå	
Formelt nivå	

Kontrollgruppe

Selv om oppgave a og b var spesielt enkle var det bare henholdsvis 76% og 58% som løste disse oppgavene riktig. Det var et mye svakere resultat enn ventet. At så mange som en fjerdedel av elevene ikke klarte oppgave a) 3x + 4x= tyder på at mange mangler helt grunnleggende variabelforståing.

Oppgave b, som hadde to variable, 8x+3y-3x=. klarte litt over halvparten. De fleste som svarte feil fikk svaret 8xy, som viser at de har en formening om at en oppgave skal ha ett enkelt svar.

Noen feil som gikk igjen var: 5x + 3y = 8xy, 8x – 3x = 5

At oppgave c ble løst riktig av bare 12% av elevene var også overraskende lavt. Nesten 60% var blank på denne oppgaven. Hvordan man behandler en parentes var tydeligvis helt ukjent for svært mange.

De som forsøkte å løse oppgave c) uten å få rett svar brukte mange ulike strategier. Det positive er at de forsøkte. At variabelen **a** ble brukt i oppgave c kan også ha skapt problemer for noen.

Dette tyder likevel på at svært mange elever mangler helt grunnleggende begrepsforståelse om algebra.

<u>Oppgave 9</u>

Konstruer en trekant ABC der $<A = 90^o$, AB = 4 cm og BC = 5 cm.

Rettvinklet trekant – oppgave 9

Intervjugruppe

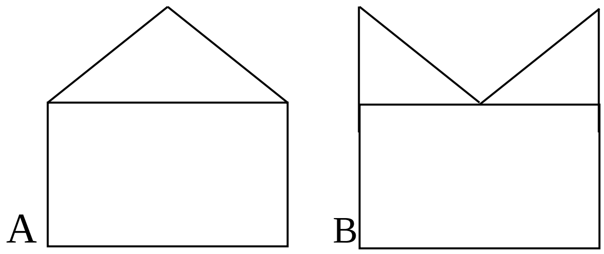
Situasjonsnivå	Elevene ble oppfordret til kun å lage en enkel skisse av en rettvinklet trekant. Bare en elev tegnet en rettvinklet trekant der begge katetene var like lange. En elev tegnet en tilfeldig trekant og en besvarte ikke oppgaven.
Referansenivå	
Generelt nivå	
Formelt nivå	

Kontrollgruppe

Bare ca 40% av elevene klarte å tegne en rettvinklet trekant som var riktig. Noen tegnet en vilkårlig trekant mens over halvparten ikke besvarte oppgaven. At et så mange elever ikke behersket et så sentralt begrep som en rettvinklet trekant var svært overraskende. Over halvparten av elevene klarte ikke å besvare oppgaven.

Oppgave 10

Se på de to figurene;



Hva kan du si om omkretsen av figurene.

☐ Det er like langt rundt A som rundt B

☐ Det er lenger rundt A enn rundt B

☐ Det er lenger rundt B enn rundt A

☐ Vi kan ikke avgjøre hvilken figur det er lengst rundt.

Hva kan du si om arealet av figurene:

☐ A og B har like stort areal

☐ A har større areal enn B

☐ B har større areal enn A

☐ Vi kan ikke avgjøre hvilket areal som er størst

Omkrets og areal – oppgave 10

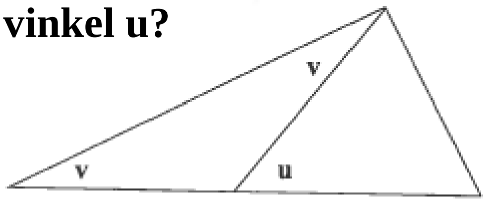
Situasjonsnivå	Begrepene areal og omkrets behersket elevene bedre. 2 av 3 klarte å gi en rimelig god forklaring på hvorfor omkretsen til figur B var størst og at arealene var like store. En av elevne hadde imidlertid helt motsatt oppfatning.
Referansenivå	
Generelt nivå	
Formelt nivå	

Kontrollgruppe

Ca. 40% av elevene i kontrollgruppen svarte riktig på spørsmålet om omkretsen av figurene og ca. 60% svarte riktig på spørsmålet om å sammenligne arealene av de to figurene. Det var lavere enn forventet. Spesielt at så få av elevene klarte å sammenligne omkretsene til de to figurene på en riktig måte.

Oppgave 11

Om vinkel v= 20^o , hvor stor er da vinkel u?



- ☐ 40 grader
- ☐ 60 grader
- ☐ 70 grader
- ☐ Det kan vi ikke vite

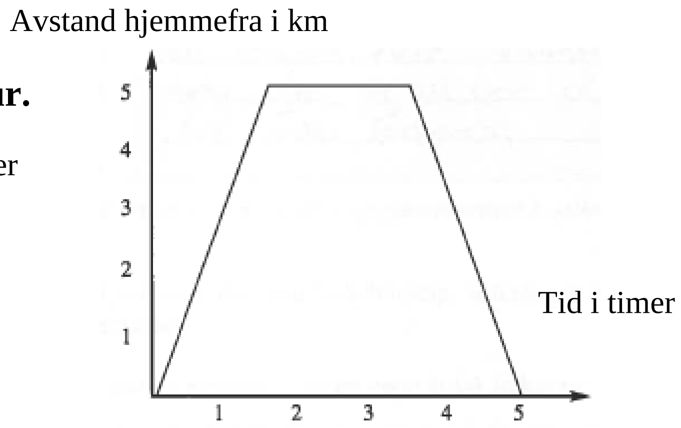
Vinkler i trekant – oppgave 11

Situasjonsnivå	Elevene hadde en forståelse av at summen av vinklene i en trekant var 180^o . Men å bruke denne kunnskapen på en konstruktiv måte var det bare en elev som klarte.
Referansenivå	
Generelt nivå	
Formelt nivå	

Kontrollgruppe

Litt under halvparten av elevene i kontrollgruppen hadde en klar forståelse av vinkelsummen i en trekant og klarte å bruke denne kunnskapen til å beregne supplementvinkelen u. Ca. 20 % svarte ikke på oppgaven og de andre besvarelsene var tilfeldige.

Oppgave 12



Grafen skal fremstille en spasertur.

Fortell med egne ord hva grafen fremstiller

Grafisk fremstilling – oppgave 12

Situasjonsnivå **Referansenivå** Generelt nivå Formelt nivå	Det var bare en elev som oppfattet den informasjonen som vi kan lese av grafen, nemlig at en person går en tur på 5 km som tar litt over 1.5 timer, tar så en pause på ca. 2 timer og går så hjem igjen og er hjemme etter ca. 5 timer. De andre elevene oppfattet grafen som et uttrykk for hvor fort personen gikk, han øker farten til å begynne med, holder samme farten en stund og så går han saktere til slutt ,eller de oppfattet at personen først gikk oppover en bakke, så bortover og til slutt nedover igjen.

Kontrollgruppe

27% av elevene i kontrollgruppen klarte å tolke den grafiske fremstillingen på en tilfredsstillende måte. De andre så bare på selve grafen uten å forstå hva benevningene på aksene betydde. De så for seg oppoverbakker og nedoverbakker eller at farten økte for så å minke igjen etter hvert.

Det var tydelig at de å tolke en grafisk framstilling riktig var vanskelig for elevene. De å koble sammen de grunnleggende begrepene om et koordinatsystem, med måleenhetene på x- og y-aksen var ukjent for elevene.

Oppgave 13

Hvilken idrett tenker du på når du ser denne grafen? Sett ring rundt det du tror er mest riktig:

Orientering

Sprint

Stup

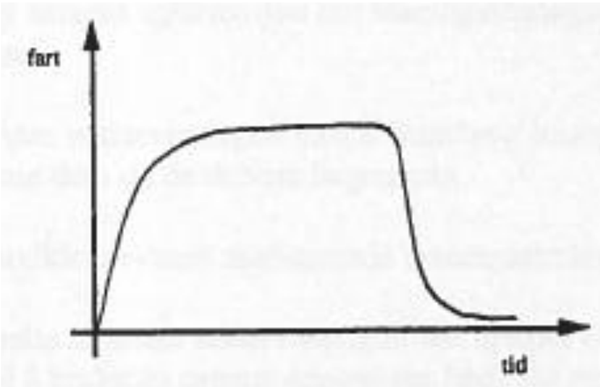
Sprangridning

Turn

Fallskjermhopping

Spydkast

Høydehopp



Grafisk fremstilling – oppgave 13

<table>
<tr><td>Situasjonsnivå</td><td rowspan="4">Tanken var at denne grafen skulle vise hvordan farten varierer når en løper for eksempel 100 meter. At en kommer opp i toppfart etter en stund og at en holder denne farten helt til en er i mål.
Men som i oppgave 12 så fokuserte elevene på fasongen til selve grafen uten å ta hensyn til den informasjonen som måleenhetene på aksene gir.</td></tr>
<tr><td>Referansenivå</td></tr>
<tr><td>Generelt nivå</td></tr>
<tr><td>Formelt nivå</td></tr>
</table>

Kontrollgruppe

Ca. 50% av elevene oppfattet dette som fremstillingen av farten til en sprinter. De andre så på selve grafen og oppfattet det som et stup, sprangridning osv. De hadde ikke lært seg å vurdere en grafisk fremstilling på riktig måte, men fokuserte på selve formen til grafen.

Oppsummering og diskusjon

Resultatet av min undersøkelse viser at menge elever har en viss matematisk kompetanse når det gjelder å løse helt enkle oppgaver. De har lært seg noen helt grunnleggende regneregler og utviklet noen strategier i bruken av disse reglene. Når oppgavene krever at eleven må ha en viss matematisk forståelse for å resonere seg frem til svaret, da blir det problematisk for mange. Da blir det mye prøving og feiling, uten noen fast plan.

Det er tydelig at de mangler den grunnleggende begrepsforståelsen. De prøver å løse oppgavene ut i fra intuitive strategier uten at de har forståelsen av selve oppgaven.

Flere elever svarte ikke på mange oppgaver, selv om oppgavene i utgangspunktet virket enkle. Det kan virke som om dette er en trend som har økt de siste årene. Hvis eleven ikke ser løsningen umiddelbart men må finne en løsningsstrategi så ”gidder” jeg ikke å prøve. Det enkleste er å gå videre til neste oppgave. Denne holdningen kan vise seg å bli en stor utfordring i tiden fremover. Hvordan skal vi klare å motivere elevene til å møte utfordringene de møter i matematikken og ikke bare velge minste motstands vei.

Istedenfor at karakterene i klassen blir tilnærmet normalfordelt, med mange 3-ere og 4-ere og noen høye og lave karakterer, kan fordelingen bli som en omvendt normalfordeling der karakterskillet går mellom de elevene som har en god arbeidsinnsats og de som prøver å unngå utfordringer. Denne utviklingen med stadig flere umotiverte elever har forgått over lang tid og har en klar sammenheng med elevenes resultater.

I tidligere rapporter (TIMSS, 2003) problematiseres og drøftes det at den endringen man har sett i lærerrollen kan være en medvirkende årsak til at man helt fra 90-tallet har hatt en tilbakegang i elevprestasjonene.

Vi ser en sterk betoning av ”ansvar for egen læring”, elevsentrerte undervisningsformer, selvstendig læringsarbeid og egenvurdering. Med endret elevrolle har vi som en konsekvens fått en ny lærerrolle. I tråd

med fokus på elevenes selvstendige læringsarbeid har lærerens oppgave blitt mer rettet mot det å legge forholdene til rette for at læring kan skje Forenklet kan vi si at lærerens rolle er endret fra formidler til veileder.(Kjærnsli et al., 2004).
Skal vi kunne lykkes i differensiere undervisningen og gi alle elevene tilpasset opplæring som tar hensyn til både de svake og ikke minst de talentfulle, så understrekes det i både sosialkonstruktivistisk og sosiokulturell læringsteori viktigheten av en klar og tydelig lærer som styrer undervisningen.
Jeg tolker resultatene fra TIMSS Advansed, se figur 10,på en slik måte at for å oppnå gode faglige prestasjoner er det viktig at lærerens rolle er langt mer enn bare å være tilrettelegger for oppgavetrening.

I min undersøkelse kom det tydelig frem at mange mangler helt grunnleggende aritmetisk kunnskap. Av erfaring mener jeg at de siste årene i grunnskolen er avgjørende for elevenes videre faglige utvikling i matematikkfaget. Dersom elevenes aritmetiske grunnlag er mangelfullt er det lett å tenke seg at motivasjonen for å løse ligninger eller algebraoppgaver bli dårlig, når en ikke ser meningen eller hensikten med oppgavene. Matematikk er et hierarkisk fag. Når elevenes kunnskaper synker på ett trinn, vil det få konsekvenser for hva elevene lærer på høyere trinn. Dette vil nok gjelde både for de faglig svake og sterke elevene.
Den økte bruken av kalkulator pekes også på som et problem, fordi det kan se ut som om kalkulatoren har fortrengt det fokuset som tidligere har vært tillagt automatisering av grunnleggende aritmetiske regneferdigheter og algebraisk manipulering. (TIMSS Advanced 2008)

I undersøkelsen TIMSS 2007, kom det klart fram at elevene fikk best resultater når de fikk oppgaver der de kunne resonere seg fram til et svar uten at de trengte å benytte seg an formell matematisk kunnskap. Det ble også presisert at det å bruke andre undervisningsmetoder enn bare det å

løse oppgaver, er viktig for gi elevene en bedre forståelse. Selv om individuelt arbeid med oppgaver kan ha positiv innvirkning på læreprosessen så viser de internasjonale sammenligningene at land som presterer best, i større grad varierer undervisningsmetodene.
Skal man bedre de norske resultatene i matematikk, kan det være hensiktsmessig å variere klassens arbeidsmåter og legge mer vekt på ferdighetstrening og muntlig argumentasjon/diskusjon i klassen.

Det å lære algoritmer og prosedyrer betraktes av og til som noe som står i motsetning til det å utvikle en dypere begrepsforståelse. Det kan argumenteres for at begrepsforståelse og prosedyreferdigheter er to sentrale komponenter av matematisk kompetanse som er gjensidig avhengige av hverandre. Automatisering av ferdigheter er ikke nødvendigvis et mål i seg selv, men det bidrar til å frigjøre kognitiv kapasitet slik at man kan håndtere mer komplekse problemer og utvikle en bedre begrepsforståelse.
Når jeg analyserer de enkelte oppgavene i min undersøkelse, så blir de svake resultatene som fremkom i TIMSS-testene bekreftet.

De aller fleste klarte å bestemme tallene A,B og C

----!--------!--------!--------!--------!--------!----

0 **A** **B** $\frac{3}{5}$ **C** **1**

og de klarte å avgjøre hvilke av tallene 4.09, 4.7 og 4.008 som var størst. Det er likevel noen som oppfatter tallet 4.09 som større enn 4.7.

Regnestykkene **13 : 4.32** = og **40 : 0.2 =** klarte også de fleste uten å bruke kalkulator, men ca 10% hadde tydeligvis den oppfatningen at i et delestykket så må svaret bli mindre, slik at svaret ble: 40:0.2 .
Felles for disse oppgavene er at elevene ikke trenger å resonere seg frem til svaret. De benytter innøvde løsningsstrategier. Dermed blir det vanskelig å vurdere begrepsforståelsen knyttet til slike oppgaver.

Brøkoppgaver der nevnerne er like ser det ut som om så å si alle behersker. Da har de en strategi som fungerer.
Når nevnerne blir forskjellige får mange problemer. For selv om de løser oppgaven $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ riktig
så blir løsningen på denne oppgaven $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$
De forstår ikke begrepet fellesnevner. De klarer ikke å bruke den kunnskapen de eventuelt har til å løse oppgaven Dermed prøver de en ny løsningsstrategi.
Det virker nærmest som om en brøk oppfattes som et bilde, og at de ikke har den grunnleggende forståelsen av begrepet brøk.
Og når det kommer flere regneoperasjoner inn i samme oppgave, slik at reglene om regnerekkefølge må anvendes, blir det mange fantasifulle løsninger der valg av strategi synes ganske tilfeldig. Den siste brøkoppgaven var det ca 25% av elevene som ikke forsøkte å løse i det hele tatt. De valgte minste motstands vei.

Det kommer tydelig fram at begrepsforståelsen blir lavere når oppgavene blir mer sammensatt og det blir mer krevende å finne fremgangsmåter for å løse problemet. Brøkoppgavene var forholdsvis enkle, men ut i fra Gravemeijers inndeling av begrepsnivå, er det bare 37 % som kommer opp på et formelt nivå.

Også kunnskapene om ligninger synes begrenset. Jeg tok med oppgaven 11x = 5x + 36 fordi den trodde jeg at de fleste ville klare, og at det kunne virke motiverende, slik at elevene beholdt fokuset på å løse de neste oppgavene. Men det var kun 32% av de ordinære elevene som klarte å løse en slik oppgave . De elevene som ble intervjuet ga rett og slett opp, unntatt en. Denne eleven gjorde i hvert fall et forsøk, men denne eleven hadde heller ikke riktig løsningsstrategi.

I den andre ligningsoppgaven, ($\frac{3x}{5}$ = 3) var det en brøk med i oppgaven, men det var enkle tall slik at det ikke var nødvendig å bruke kalkulator Dette førte til mange ulike løsningsforslag som x=3, 3x=3, x=15 og bare ca. 20% klarte å finne riktig svar. Det var også påfallende at 63% av elevene unnlot å svare på denne oppgaven.
Mange ulike løsningsstrategier, noe som tyder på at den grunnleggende forståelsen manglet. Det var mange ulike løsningsstrategier hvor gange og deleoperasjoner ble utført uten noen klar plan eller sammenheng.
Her er begrepsforståelsen på et lavt nivå.
I utgangspunktet regnet jeg med at NY-GIV-elevene som ble intervjuet, ville ha et dårligere utgangspunkt for å klare oppgavene enn de elevene som går i vanlige klasser. Det viste seg imidlertid at det ikke var tilfellet.
De samme oppgavene som NY-GIV-elevene hadde problemer med, hadde overraskende mange av de andre elevene også vanskeligheter med å løse.
Oppgavene med ligninger skilte seg imidlertid litt ut, for her viste elevene fra kontrollgruppen at de hadde bedre kompetanse. For blant NY-GIV-elevene var det bare en som gjorde et forsøk på å løse ligningsoppgavene, uten at denne eleven klarte å komme frem til et riktig svar.

Algebraoppgavene forsteker bare inntrykket av at begrepsforståelsen er svært dårlig. Elevene har lært seg noen enkle regneregler og løsningsstrategier som de bruker om og om igjen. De viser en lav forståelse av parenteser og de regnereglene som da må brukes.
Den økte vekten på dagliglivets matematikk kombinert med en nedtoning av algebra i ungdomsskolen viser seg å ha konsekvenser for elevenes læring av matematikk i videregående skole. De nasjonale prøvene tester i hovedsak elevenes grunnleggende regneferdigheter, men i hovedsak gjelder dette tall og regneferdigheter. Det at elevene trenger å utvikle en faglig basis i for eksempel algebra for å kunne gå videre med matematikk i videregående opplæring er ikke tatt med i betraktningen. Dette er spesielt viktig fordi kompetanse innen algebra utvikles over tid.
(Grønmo & Onstad, 2009)

At det bare er 76% av elevene som klarer å løse oppgaven: $3x + 4x =$ er i grunnen ganske overraskende lavt når vi tar utgangspunkt i elever som går i 1. klasse på videregående. Når det er 2 variable, $8x + 3y - 3x =$, er det bare 58% får rett svar, og igjen er det en stor del som velger minste motstands vei og hopper over denne oppgaven (33%).
Oppgaven $4(a+2)-2(a+7) + a^2 -2a=$ krever at man har kontroll på regnerekkefølgen og flere regneregler. Da må man ha et matematisk fokus på de løsningsstrategiene som benyttes. Etter min vurdering må da begrepsnivået i følge Gravemeijer ligge på nivå 3, generelt nivå. Dette klarte bare 12% av elevene. 30% av elevene brukte tilfeldige løsningsstrategier som ga mange ulike svar. At så mye som 58 % av elevene ikke prøve å løse oppgaven i det hele tatt er svært betenkelig. NY-GIV-elevene klarte de to første oppgavene, men hadde ikke kunnskaper om parenteser. Så de klarte algebraoppgavene like godt som de andre elevene.
Hovedinntrykket jeg sitter igjen med etter denne undersøkelsen er at det er mange eleven som begynner i den videregående skolen som har svært mangelfulle kunnskaper i aritmetikk. Dette er vanlige elever som burde ha forutsetninger til å oppnå et mye høyere kunnskapsnivå. Kan det svake resultatene ha noe med at undervisningen de har hatt har vært alt for ensidig rettet mot det å løse oppgaver, og gjerne oppgaver som ligner på eksemplene i læreboka. Se figur 10. Der kommer det tydelig frem at to av de viktigste læringsstrategiene som fremheves når det gjelder matematisk forståelse, nemlig trening av ferdigheter og diskusjon i klassen rundt begreper og løsningsmetoder, begge er mindre brukt i norsk skole enn i mange andre land som Norge blir sammenlignet med i undersøkelsen TIMSS Advanced 2008
Når det gjelder geometriske oppgaver var inntrykket litt bedre, selv om bare 40% klarte å lage en skisse av en rettvinklet trekant og over 50% unnlot å besvare en slik oppgave.
De ble også vist to figurer hvor de skulle sammenligne omkrets og areal. Det var tydelig at de viste hva som var areal og hva som var omkrets men

beregningene de gjorde, ga mange forskjellige svar. Den konkrete vurderingen som de måtte gjøre var preget av tilfeldigheter og ikke forankret i klare begreper om lengder og areal.

Det var en oppgave der elevene skulle vurdere størrelsen på vinklene i en trekant. De fleste hadde en formening om at summen av vinklene i en trekant var 180^0 ,men å bruke den kunnskapen til å beregne størrelsen på en vinkel var det bare 45% som klarte. Kunnskapen de hadde om vinkler var ikke god nok til at de klarte å resonere seg fram til et riktig svar.

Til slutt var det to oppgaver der elevene skulle tolke grafiske fremstillinger. Benevningene på x- og y-aksen var skrevet på og grafen var gitt. Det som gikk igjen var at elevene tolket selve grafen uten å ta hensyn informasjonen fra selve koordinatsystemet. Så en graf som skulle beskrive en spasertur hvor grafen skulle vise avstanden fra hjemmet etter hvert som tiden gikk, ble tolket som en tur der en først gikk i en motbakke for deretter å gå nedoverbakke. Så selve informasjonen de hentet ut fra den grafiske fremstillingen var rent visuelt å se på selve grafen uten å koble den til benevningene på aksene. Det virker som om det visuelle inntrykket av en graf eller for eksempel en brøk, for mange elever synes å være det mest sentrale i oppfattelse av matematiske elementer. Så konklusjonen er at begrepsforståelsen er svært mangelfull hos mange.
I følge Gravemeijers nivåinndeling av begrepsforståelse så viser det at mange elever ikke kommer opp på et generelt nivå hvor man har et matematisk fokus når løsningsstrategier velges.
Svært mange elever klarte ikke å kombinere informasjonen fra benevningene på aksene og selve grafen slik at de kunne skape en matematisk forståelse av den grafiske figuren.

Avslutning

Matematikkundervisningen har som formål å utvikle elevenes evne til å formulere og løse matematiske problemer i ulike situasjoner. Disse situasjonene kan variere fra matematiske situasjoner til mer konkrete situasjoner hvor matematikken må trekkes inn av eleven selv.
Et mål for matematikkundervisningen må være at eleven skal lære å bruke matematikk på en måte som øker deres mulighet for aktiv deltakelse i samfunnet. I denne forbindelse brukes begrepet *mathematics literacy. Følgende definisjon av «mathematics literacy» gjelder for oppgavesettet* som ble utarbeidet til PISA 2012:

Matematisk kompetanse er den enkeltes evne til å formulere, tolke og benytte matematisk kunnskap i ulike sammenhenger. Kompetansen inkluderer evnen til å resonere matematisk og evnen til å bruke matematiske begreper, prosedyrer, fakta og hjelpemidler til å beskrive, forklare og forutsi fenomener. Matematisk kompetanse hjelper enkeltpersoner til å anerkjenne den rolle som matematikk spiller i verden, og til å fatte velfunderte beslutninger som er etterspurt av konstruktive, engasjerte og reflekterte samfunnsborgere.

I denne studien har jeg forsøkt å finne ut hvilke oppgaver elevene har størst problemer med i matematikk. Resultatene er ganske entydige og viser at mange elever har et lavt kompetansenivå innenfor alle de emnene de ble testet i. Dette resultatet var vel egentlig forventet, men undersøkelsen bekrefter denne antagelsen ganske klart. For elevenes prestasjoner var svakere en antatt. Spesielt innenfor algebra. En av årsakene kan være at de ikke fikk karakterer på besvarelsene sine, men av erfaring tror jeg ikke at det har hatt så stor betydning.
Det som var mest overraskende var at NY-GIV-elevene hadde like gode resultater som elevene i kontrollgruppen. Et viktig moment her er at NY-GIV-elevene, som selv oppfatter seg som svake i matematikk, selv har tatt initiativet til å delta i NY-GIV. Dette viser at de er motivert for å jobbe mer med faget og har et ønske om å bli flinkere i matematikk.

Mest bekymringsfullt er at så mange elever unnlater å besvare oppgaver, for min erfaring tilsier at de aller fleste elevene har behov for å vise hva de kan. Noe av forklaringen er nok at er redd for å gjøre feil og for å unngå det så velger de heller å ikke gjøre noe. Men det at så mange ikke gjør noe forsøk på å løse oppgavene men velger minste motstands vei og bare blar videre til meste oppgave, viser en utvikling som gir grunn til bekymring.
Det som også kommer fram i undersøkelsen er at når matematikk-oppgavene blir sammensatt og krever at elevene må vise det som jeg mener er matematisk begrepsforståelse, da får de fleste problemer med å løse oppgavene. Det å pugge fremgangsmåter med sikte på å automatisere visse ferdigheter og det å diskutere og reflektere rundt svar og løsningsmetoder blir mindre vektlagt i norske skole enn i andre land, og dette gjeldet alle nivå i skolen. Det kan derfor synes som om to av de viktigste læringsstrategiene som fremheves når det gjelder utvikling av matematisk forståelse, nemlig terning av ferdigheter og diskusjon rundt begreper og løsningsmetoder, begge er mindre brukt i norsk skole enn i mange andre land.

Ut fra egne erfaringer ser det ut som om at alle forsøk med nye undervisningsopplegg som har fokus og vekt på å øke læringen vil ha en viss effekt. Denne effekten er som regel av en midlertidig karakter, men det er de varige effektene vi egentlig er ute etter.

Referanseliste

Aleksander, R. (2000) Culture & Pedagogy – International Comparisons in Primary Education.

Berger,M. (2005) Vygotsky`s theory of concept formation and mathematics education. University of Witwatersrand, Johannesburg.

Berglie, I. (2009) Hvilken forestilling kan elever ha om forståelse i matematikk. NTNU, Trondheim

Cobb, P., Boufi, A.,McClain, K. & Whitenack, J. (1997). Reflective Discourse and Collective Reflection

Creswell, J. W. (2012) Educational reserch. Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research [4. Utg.] Boston, MA:Pearson
Planlegging og gjennomføring av kvalitativ og kvantitativ forskning.

Dysthe, O. (2007). Læring og læringsformer i Kunnskapsløftet

Grønmo, L. S. & Onstad, T. (2009) Tegn til bedring. Nordke elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007.

Einseth, A. (red) (2008) Matematikkvansker. Metode og teori

Ernst, Paul (1991) The philosophy of mathematics. London. The Falmer Press.

Foisack, E. (2003). DØVA BARNS BEGREPPSBILDNING I MATEMATIKK. Malmø høgskola.

Glasersfeld, E. von. 1995, Radical Constructivism. A Way of Knowing and Learning.

Gravemeijer, K. (1994) Developing realistic mathematics education.

Gravemeijer, K. med flere. (2010) Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education

Gravemeijer,K. Creating opportunities for students to reinvent mathematics.

Hattie, John (2009) Visible Learning: A Synthesis of over 800 Meta-analyses Relating to Achievement. Taylor & Francis

Holm, M. (2002) Opplæring I matematikk- for elever med matematikkvansker og andre elever. Hvorfor er det vanskelig å lære matematikk. Pedagogiske prinsipper for matematikkopplæringen.

Hughes, M. 1997. Children and number. Difficulties in learning mathematics.

Holm, M. (2002). Kvalitetskreterier i matematikkopplæringen. "En matematikk for alle i en skole for alle" Rapport fra det 1: nordiske forskerseminar om matematikkvansker i Kristiansand. Forum for matematikkvansker.
Denne seminarrapporten gir et oppdatert bilde av nyere forskning om matematikkvansker sammen med perspektiver på den videre utvikling.
Presentasjonen av forskningen er relatert til det praktiske arbeidet i skolen for elever med særlige opplæringsbehov i matematikk-

Holm, M. (2005). Opplæring i matematikk. Cappelens forlag.

Høynes, M. 2006. Begynneropplæring; fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning.

Imsen, G. (2006). Elevenes verden. Innføring i pedagogisk psykologi. Universitetsforlaget.
En oversikt over de mest sentrale pedagogisk-psykologiske teoriene og perspektivene som har relevans for det praktiske arbeidet i skolene.

Kjærnsli,M.,Lie,S.,Olsen,R.V.,Roe,A.&Turmo,A. (2004). Rett spor eller ville veier. Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003.

Klette, K. (2007) " Bruk av arbeidsplaner i skolen – et hovedverktøy for å realisere tilpasset opplæring.

KUF (1994) Læreplanverket for videregående opplæring

Kvale, S & Brinkmann, S (2009) Det kvalitative forskningsintervju. Oslo: Gyldendal

Lyster, Solveig-Alma, H. (1994). Språkrelaterte lærevansker hos barn og ungdom. Gyldendal.
Boken gir ideer om hvordan lærere kan vurdere elevenes språklige og kommunikative kompetanse og hvordan elevene gjennom språklig-kognitiv og kommunikativ trening kan bedre sitt læringspotensiale og dermed i større grad kan utnytte sine ressurser.

Lyngsnes, K. & Rismark, M. (2013) Didaktisk arbeid. Oslo: Gyldendal

Malmer, G. og Adler, B. (1998). Matematiksvåriheter och dyslexi. Sverige: Multifine offset
Noen elever med omfattende lærevansker klarer lesing og skriving godt, men bøygen for dem er matematikk og kvantitativ tenking. Dette viser seg på to områder: 1) Vansker med matematisk regneferdighet og 2) Vansker med matematisk resonnering. For elever som ellers klarer seg rimelig bra faglig, vil slike problem ofte virke uforståelige.

McShane, J. (1991) Cognitive Development. An Information Prosessing Approach.

Mercer, C.D. and Miller S.P. (1997) . Educationnal Aspects og Mathematics Disbilities.

Montague M. (1997) Cognitiv strategy insrtuction in mathematcs for students with disabilities.
Om strategivalg i matematikk

Nilssen, V. & Ristesund,I. , 2012, Artikkel, Å få tak i elevers begrepsforståelse – en viktig del av lærerarbeidet, en utfordring for lærerstudenten

NOVA Rapport 23/2011 Ny start med NY-GIV? Kartlegging av intensivopplæringen i regi av Ny-GIV –prosjektet skoleåret 2010/2011

Nyborg, M 1994. BU-modellen

Ostad, S. A. 1992. Artikler om matematikklæring og matematikkvansker

Ostad, S.A. 2010. Matematikkvansker. En forskningsbasert tilnærming.
En oppdatering av dagens kunnskap om matematikkvansker. En gjennomgang av flere prosjekter innen forskning om temaet.

Piaget, J. 1970. Science of education and the psychology of the child.

Seljø, R. 2001. Læring I praksis. Et sosiokulturelt perspektiv

Sfard A. & Kieran C. (2001) ”Cognition as Communication: Rethinking Learning-By-Talking Through Multi-Faceted Analysis of Students` Mathematical Interactions.b

Skemp, R. (1987) The psychology of learning mathematics.

Steinbring, H. 2006. Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom.

SØF-rapport nr. 01/08. Lærerkompetanse og elevresultater i ungdomsskolen

SØF-rapport nr 03/11 Grunnskolekarakterer og fullføring av videregående skole.

Tall, A. 1995. The ABC of analysis

TEDS-M . Teacher Education and Development Study-Mathamatics. 2008, IEA-International Assosiation for the Evaluation of Educational Achievement.

TIMSS 2007. Trends in International Mathematics and Sience Study

TIMSS Advnced 2008 I videregående skole. Trends in International Mathematics and Sience Study

TIMSS 2011 Trends in International Mathematics and Sience Study

Udir. Rapport om utfordringer i utdanningen av matematikklærere

Voigt, J. (1995) Thematic Patterns of Interaction and Sosiomathematical Norms.

Vygotsky, L. S. (1986) Thought and Language

Vygotsky, L. S. (2001). Tenkning og tale

VEDLEGG

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

NSD

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel +47-55 58 21 17
Fax +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Mette Andresen
Institutt for informatikk
Universitetet i Bergen
Postboks 7800
5020 BERGEN

Vår dato: 28.11.2012	Vår ref: 32174 / 3 / MSI	Deres dato:	Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 20.11.2012. All nødvendig informasjon om prosjektet forelå i sin helhet 27.11.2012. Meldingen gjelder prosjektet:

32174	*Uff, den der matten*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Bergen, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Mette Andresen*
Student	*Eivind Ole Vinnes*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, eventuelle kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/forsk_stud/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 02.05.2014, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Vigdis Kvalheim
Vigdis Namtvedt Kvalheim

Marte Sivertsen
Marte Sivertsen

Marte Sivertsen tlf: 55 58 33 48
Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Eivind Ole Vinnes, Gravdalspollen 18 C, 5164 LAKSEVÅG

Avdelingskontorer / District Offices:
OSLO: NSD. Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. kyrre.svarva@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD. SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36. nsdmaa@sv.uit.no

Her er oppgavesettet som ble brukt. De samme oppgavene ble brukt både under intervjuene og i de vanlige klassene.

<u>Oppgave 1</u>

Hvilke tall skal stå i stedet for bokstavene A, B, og C på tallinjen:

----!--------!--------!--------!--------!--------!----

0 **A** **B** $\frac{3}{5}$ **C** **1**

SVAR: **A=______**

B=______

C=_____

<u>Oppgave 2</u>

Sett ring rundt det største tallet: **4.09** **4.7** **4.008**

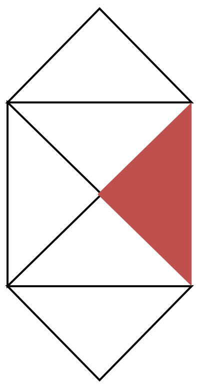
<u>Oppgave 3</u>

Det står et regnestykke i venstre rute. Sett ring rundt det tallet du mener er nærmest svaret:

Oppgave	Svaralternativer				
13 : 4.32	**0.03**	**0.3**	**3**	**30**	**300**
40 : 0.2	**0.02**	**0.2**	**2**	**20**	**200**

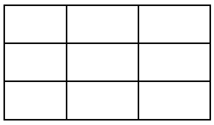
<u>Oppgave 4</u>

Hvor stor del av figuren er fargelagt



Oppgave 5

Fargelegg $\frac{1}{3}$ **av figuren:**



Oppgave 6

Regn ut: **a)** $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=$

b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=$

c) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\bullet\frac{1}{4}=$

Oppgave 7

Løs ligningene:

a) $11x = 5x + 36$

b) $\frac{3x}{5} = 3$

Oppgave 8

Regn sammen:

a) $3x + 4x =$

b) $8x + 3y - 3x$

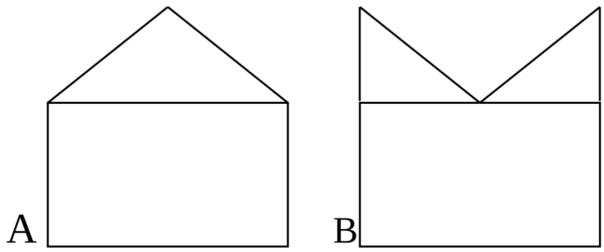
c) $4(a + 2) - 2(a + 7) + a^2 - 2a =$

Oppgave 9

Konstruer en trekant ABC der <A = 90^{o} , AB = 4 cm og BC = 5 cm.

Oppgave 10

Se på de to figurene;



Hva kan du si om omkretsen av figurene.

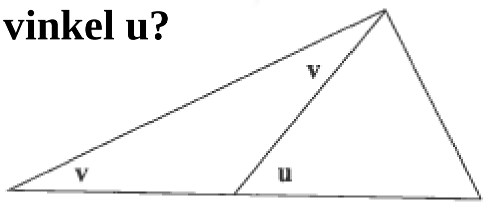
- ☐ Det er like langt rundt A som rundt B
- ☐ Det er lenger rundt A enn rundt B
- ☐ Det er lenger rundt B enn rundt A
- ☐ Vi kan ikke avgjøre hvilken figur det er lengst rundt.

Hva kan du si om arealet av figurene:

- ☐ A og B har like stort areal
- ☐ A har større areal enn B
- ☐ B har større areal enn A
- ☐ Vi kan ikke avgjøre hvilket areal som er størst

Oppgave 11

Om vinkel v= 20^o , hvor stor er da vinkel u?



☐ 40 grader

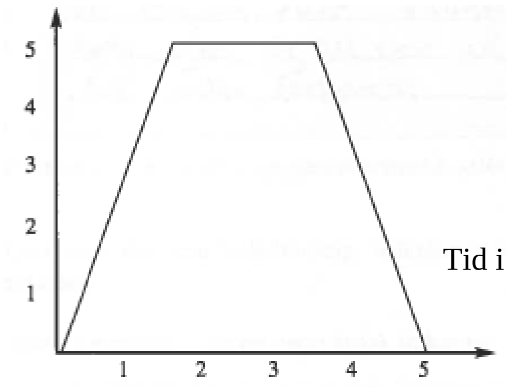
☐ 60 grader

☐ 70 grader

☐ Det kan vi ikke vite

Oppgave 12

Avstand hjemmefra i km



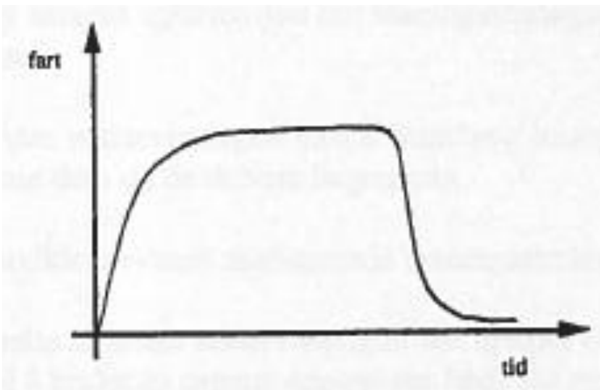
Tid i timer

Grafen skal fremstille en spasertur.

Fortell med egne ord hva grafen fremstiller

Oppgave 13

Hvilken idrett tenker du på når du ser denne grafen? Sett ring rundt det du tror er mest riktig:



Orientering

Sprint

Stup

Sprangridning

Turn

Fallskjermhopping

Spydkast

Høydehopp

UTSKRIFT AV INTERVJU MED 3 ELEVER

<u>Oppgaveløsning Elev 1</u>

Oppgave 1
Her er en tallinje hvor tallene 0, 3/5 og 1 er plassert. Kan du klare å bestemme hvilken verdi tallene A, B og C skal ha?

No må eg tenke…   *Skal eg bare skrive her..*
Ja.

Sånn liksom. Eleven skriver 1/5

Det klarte du fint.

Da må B bli 2/5 og C må bli 4/5.

Kjempefint. Det var en god start.

Oppgave 2
Her er tre tall. Hvilket tall har størst verdi?

Det største tallet må være 4.7

Veldig bra.

Oppgave 3
Her er en tabell hvor det står to regnestykker i rutene til venstre. Kan sette en ring rundt det svaralternativet som du mener er riktig?

Lang pause.
Synes du dette blir vanskelig?

Skal jeg bruke 4.

Ja, du skal dele tallet 13 med et tall som er litt større enn 4.

Ny pause.. Jeg tror at svaret på den første er 3.

Det er riktig, så det neste regnestykket som kanskje et litt vanskeligere.

Ny pause. Her må svaret bli 20.

OK.

Oppgave 4

Så litt om brøk.
Se på figuren i oppgave 4. Hvor stor del av figuren er fargelagt?

Det må bli 1/6

Det er greit. Dette går jo fint. Vi fortsetter.

Oppgave 5

Kan du fargelegge 1/3 av figuren i oppgave 5?

Eleven fargelegger 3 ruter.

Dett er riktig.

Oppgave 6

Så blar vi over på neste side og ser på noen regneoppgaver med brøk.
Her har du tre ulike oppgaver med brøkregning. Kan du klare noen av de oppgavene?

Liten pause….

Er du mer vant med slike oppgaver?

Ikke egentlig. Er ikke så flink med brøk.
Lang pause… Svaret på den første må bli 2/3 , men de andre oppgavene klarer jeg ikke.

Det er greit.

Oppgave 7

Ligninger. Klarer du noen oppgaver her?

Lang pause…

Synes du dette var vanskelig?

Ja. Det var litt vanskelig… Nei, disse oppgavene klarer jeg ikke.

Ok.

Oppgave 8

Her er tre algebraoppgaver. Kan du gjøre disse uttrykkene enklere?

Den første blir 7x og den andre må bli……… 5x + 3y

Det er riktig.. Klarer du den siste?

Her var det parenteser og greier…. Den står jeg over.

Det er greit. Så blar vi om på neste side. Her er det litt andre oppgaver.

Oppgave 9

Så litt geometri.
Du trenger ikke å bruke passer og linjal, men kan du lage en rettvinklet trekant slik som den er beskrevet i oppgave 9?

Eleven tegner en rettvinklet trekant uten å måle lengden på sidene.

OK. Da går vi til neste oppgave.

Oppgave 10

Her ser du to figurer A og B. Hva kan vi si om omkretsen og arealet til de to figurene. Kryss av for de alternativene som du mener er riktige.
Først ser du på omkretsen til de to figurene. Er det omkretsen størst for A eller er omkretset størst B eller er omkretsen for de to figurene like store?

Nei… omkretsene må være like lange.

Hva så med arealene?

Det ser ut som arealet er størst for B.

Det er greit. Så har vi bare en side igjen.

Oppgave 11

Så tar vi den siste siden.
Se på figuren i oppgave 11. Kan du klare å bestemme hvor stor vinkel **u** er ?
Disse vinklene er altså 20^0 . Jeg peker på figuren.
Hvor stor er denne vinkelen u ?

Det fint hvis du sier hva du tenker..

Her, i denne trekanten er det liksom 180^0 . Så kan vi ta 180 minus de to, 40 Da får vi 160….. nei 140
Nei. Vinkel u kan ikke være 140

Du er inne på noe her..

Eleven krysser av på 60^0

OK

Oppgave 12

I oppgave 12 er det laget en graf som skal fremstille en spasertur. Kan du prøve å beskrive denne spaserturen utfra grafen?
Klarer du å danne deg et bilde av hvordan denne spaserturen har foregått?

Han går for til å begynne med, så har han samme tempo og så går han saktere på slutten.

Men denne aksen skal liksom vise hvor langt han er hjemmefra og den øker og øker etter hvert som tiden går . Du tenker altså han går fort og så går han seinere..

Ja.

OK.

Oppgave 13

Til slutt. Hvilken idrett tenker du på når du ser denne grafen.

Hmm…..

Her ser du alternativene..

Det som faller meg inn er spydkast.

Hvordan vil du forklare det??

Jo fordi spydet går fort til å begynne med, så her er et slags midtpunkt og her daler spydet.

OK. Da er vi ferdig. Bra jobbet.

Oppgaveløsning Elev 2

Da er vi klar. Jeg har startet lydopptaket slik at det du sier blir tatt opp. Vi begynner med den første oppgaven.

Oppgave 1

Her er en tallinje hvor tallene 0, 3/5 og 1 er plassert. Kan du klare å bestemme hvilken verdi tallene A, B og C skal ha?

mmmm. dette var litt vanskelig

Her ser du hvor tallene skal plasseres. A , B og C.

Da tror eg at a = 1

Mener du at A bare lir 1 ?

Jeg mener 1/5 og så blir B 2/5

Den er god. Bra start

Oppgave 2

Her er tre tall. Hvilket tall har størst verdi?

Hmmmm. Det er jo den der i midten. Setter ring rundt tallet 4.7

Flott. Dette går jo bra.

Oppgave 3

Her er en tabell hvor det står to regnestykker i rutene til venstre. Kan sette en ring rundt det svaralternativet som du mener er riktig?

Skal eg sette en ring rundt det svaret som er nærmest?

Ja. Prøv på det.

Eleven krysser av på riktig svar på den første.

Den andre oppgaven er kanskje litt vanskeligere..

Ja den var litt verre. Det siste tallet i oppgaven var jo så lite.. Så svaret må bli lite.

Eleven krysser av på svaralternativet 0.02.

OK. Er du klar til å fortsette.

Ja.

Oppgave 4

Så litt om brøk.
Se på figuren i oppgave 4. Hvor stor del av figuren er fargelagt?

Figuren består av 6 trekanter så det må bli 1/6

Den er god.

Oppgave 5

Kan du fargelegge 1/3 av figuren i oppgave 5?

Eleven skraverer tre ruter på oppgavearket.

Veldig bra..

Oppgave 6

Her har du tre ulike oppgaver med brøkregning. Kan du klare noen av de oppgavene?

a) *Svaret på den første er 2/3.*

Det er riktig, men klarer du den neste?

b) *Her må vi finne fellesnevner men det husker jeg ikke.*

c) Den siste delen av denne oppgaven er et gangastykke, klarer du den?

d) *Det er greit for da ganger eg 1 x1 og 3 x 4 og det blir………. 1/12*
Lang pause

Det stemmer.. Men så stopper det.
Ja.

Oppgave 7

Ligninger. Klarer du noen av disse oppgavene?

Dette er ligninger. Det hadde vi før sommerferien, men det har jeg glemt.

OK, da fortsetter vi med litt algebra.

Oppgave 8

Her er tre algebraoppgaver . Kan du gjøre disse uttrykkene enklere?

Den første blir 7X, den var jo enkel.

Men klarer du den neste?

Her er det to forskjellige og minus og pluss sammen…..
Hmmm.. 11X Tja.. 3Y

Skal det stå noe tegn mellom 11X og 3Y?

Hmm… Eg prøver med en +

Så den siste oppgaven her?

Nei, her er det parenteser så da trenger eg ikke å prøve en gang.

Oppgave 9

Så litt geometri.
Du trenger ikke å bruke passer og linjal, men kan du lage en trekant slik som den er beskrevet i oppgave 9?
Hvordan vil denne trekanten se ut?
Du trenger ikke konstruere den men tegne den sånn omtrent.

Den trekanten vil se omtrent sånn ut. Eleven tegner en rettvinklet trekant der sidene AB og AC er like lange.

Oppgave 10

OK. Da har du laget en trekant.
Så skal vi se litt på omkrets og areal.
Her ser du to figurer A og B. Hva kan vi si om omkretsen og arealet til de to figurene. Kryss av for de alternativene som du mener er riktige.
Først omkretsen. Er omkretsen like stor på begge eller er har den ene figuren større omkrets enn den andre.

B har størst omkrets. Eleven krysser av.

Kan du forklare hvorfor B har størst omkrets.

Nei, jeg tror bare at B er størst.

Hva kan vi si om arealene til de til figurene A og B?

De må bli like store. Eleven krysser av.

Dette gikk fint. Da går vi videre til oppgave 11.

Oppgave 11

Se på figuren i oppgave 11. Kan du klare å bestemme hvor stor vinkel **u** er ?
Her står det at denne vinkelen er 20^0 og denne er like stor. (Jeg peker på figuren). Klarer du da å bestemme hvor stor denne vinkelen er (vinkel u)?

Den, vinkel u, må bli la meg se. Trekant, 180^0, hmmm. Den må bli 60^0

Da krysser du av der. Så til de siste oppgavene.

Oppgave 12

I oppgave 12 er det laget en graf som skal fremstille en spasertur. Kan du prøve å beskrive denne spaserturen utfra grafen?
Langs denne aksen, y-aksen, måles avstanden og her langs x-aksen måles tiden.

Han går 5 km,   så tar han en pause,   og så går han tilbake.

Flott. Så den siste oppgaven..

Oppgave 13

Til slutt. Hvilken idrett tenker du på når du ser denne grafen.
Her ser du alternativene.
På figuren ser du at her måles farten og her måles tiden.

Hmmmm… Det var vanskelig. Tror det må være fallskjermhopping eller stup.

Hvorfor tenker du på fallskjermhopping?

Jo fordi at når han hopper ur fra flyet så øker farten og så åpner han fallskjermen og så minker farten og så lander han.
Det samme med stup. Han stuper ut så lander han i vannet, men jeg tror det må være fallskjermhopping.

Veldig bra. Da er vi ferdig.

Oppgaveløsning Elev 3

Da er vi klar til en oppgavetest. Jeg starter dette programmet slik at alt vi sier blir registrert.
Er du klar til å begynne?

Ja, jeg er klar.

Da begynner vi.

Oppgave 1

Her har jeg laget en tallinje , her er tallet 0   her er tallet 3/5 og her er tallet 1. Klarer du å bestemme tallene A, B og C?

Er det der 3/5?

Ja, det er en viktig informasjon.

Skal det stå 5 der da ?

Nei det er tallet 1.

Å, det er en , og det da ?

Det er 3/5, det er mindre enn 1.

Så det er 0.3 da?

Nei, hold deg til brøktall.

Da må B bli 2/5 da?

Det er helt riktig.

Da blir A 1/5 og C 4/5.

Kjempefint. Dette var en god start.

Oppgave 2

Her er tre tall. Hvilket tall har størst verdi?

Eleven krysser av på riktig tall. 4.7

Oppgave 3

Her er en tabell hvor det står to regnestykker i rutene til venstre. Kan sette en ring rundt det svaralternativet som du mener er riktig?
Hvis vi ser på oppgaven 13:4.32 , hva tror du at svaret da må bli?, Her ser du alternativene.

Da må svaret bli 3.

Den andre oppgaven er kanskje litt vanskeligere?

Ja, lurer litt på hva som skjer når det ene tallet er mindre enn 1. Tror det blir større tall når vi deler med et tall som er mindre enn 1. Da regner jeg nesten med at svaret må bli 200 eller 20.
Eg velger 200.

Oppgave 4

Se på figuren i oppgave 4. Hvor stor del av figuren er fargelagt?

Det må bli 1/6

Oppgave 5

Kan du fargelegge 1/3 av figuren i oppgave 5?

Elever fargelegger 3 ruter på oppgavearket.

Da fortsetter vi på neste side med noen regneoppgaver.

Oppgave 6

Her har du tre ulike oppgaver med brøkregning. Kan du klare noen av de oppgavene?
Sånne oppgaver er du vel kanskje mer vant med?

Det kan nå diskuteres.
Svaret på den første må bli 2/6
Den andre blir 2/5.

Den siste blir 2/6 x ¼ så da blir svaret 2/24

Ok.

Oppgave 7

Ligninger. Klarer du noen av disse oppgavene?

På den første så deler jeg på 11, så da blir der x = 2.2 + 36
Da blir svaret X = 38.2

På den neste så ganger jeg med 5 for å få vekk brøken. Da blir det 3x = 3. Så må vi dele med 3 og svaret blir x=1

Det er greit. Neste oppgave.

Oppgave 8

Her er tre oppgaver med algebra. Kan du gjøre disse uttrykkene enklere?
Dette er noen algebraoppgaver. Her gjelder der å summere sammen.

Den første er enkel. Den må bli 7X

Ja, det stemmer.

På den andre skriver jeg om rekkefølgen slik: 8x – 3x +3y = 5x + 3y.

Veldig bra…
Så en oppgave med parenteser.

Da må vi legge sammen det som er i parentesene først. Den første parentesen (2+a) blir 2a og den neste parentesen (a + 7) blir 7a. Da kan vi gange sammen og svaret blir 4a + a^2 *.*

Er du sikker på at dette er riktig?

Ja, jeg tror det.

OK. Da fortsetter vi.

Oppgave 9

Så litt geometri.
Du trenger ikke å bruke passer og linjal, men kan du tegne en rettvinklet trekant slik som den er beskrevet i oppgave 9?
Du trenger ikke å konstruere den helt nøyaktig.

Eleven tegner en rettvinklet trekant med omtrent riktig lengde på sidene.

Ok.

Oppgave 10

Her ser du to figurer A og B. Hva kan vi si om omkretsen og arealet til de to figurene. Kryss av for de alternativene som du mener er riktige.
Først omkretsen. Hva kan du si om figurene A og B?

Det er størst omkrets rundt B.

Hvorfor det?

Jo for der kommer disse to sidene i tillegg. Eleven peker på figuren.

Det er helt riktig.
Hva kan du si om arealene til de to figurene?

Arealene tror jeg blir like store.

Det er riktig. Så over til den siste siden.

Oppgave 11

Se på figuren i oppgave 11. Kan du klare å bestemme hvor stor vinkel u er ?
Der er en vinker på 20^0 og der er en vinkel på 20^0

Eg vet at i en trekant så er vinkene til sammen 180
Den er 20, den er 20 så da blir den 140. men…

Du ser at vinkel u er en vinkel i den andre trekanten.

Å, ja. Da må jeg finne ut hvor mye som er igjen, det må vel bli 30^0 må det ikke?

Nei, det blir en av de alternativene som står i oppgaven.

Da må det vel bli 40 da.

Det er riktig. Vi tar neste oppgave.

Oppgave 12

Så, i oppgave 12 er det laget en graf som skal fremstille en spasertur. Kan du prøve å beskrive denne spaserturen ut fra det som grafen viser?
Her måles avstanden hjemmefra og her måles tiden.

Han øker farten, holder samme fart en stund og så tar han det med ro på slutten.

Så tar vi den siste oppgaven.

Oppgave 13

Til slutt. Hvilken idrett tenker du på når du ser denne grafen.
Her måles farten og her måles tiden.
Her ser du alternativene.

Han går fort opp så varer det en stund og så går det fort ned igjen.
Det er i hvert fall ikke sprint, eller det kan jo være sprint. For da må man opp i maksspeed. Så holder han den så stopper han når han kommer i mål, det kan jo være den.

Det kan jo og være stup. Farten øker, så holder han farten til han kommer ned i vannet.

Fallskjermhopping kan det og være. Han hopper kommer opp i maks speed, så åpner han fallskjermen og farten minker.

Spydkast. Nei da ville vi ikke sett det på en sånn måte. Det ville ikke vart så lenge. Spydet er oppe på maks og så faller det ned igjen med en gang.

Høydehopp. Det går jo an. De tar fart og så hopper du og så ned igjen.

Kjempefint. Det var det hele.

Presentasjon av data fra kontrollgruppen

OPPGAVER MED SVAR

Oppgave 1

Plassere tall på tallinje. Dette klarte de aller fleste bra.

Oppgave 2

Hvilket tall er størst:

Tall	Svarprosent
4.09	8 %
4.7	92 %
4.008	0 %

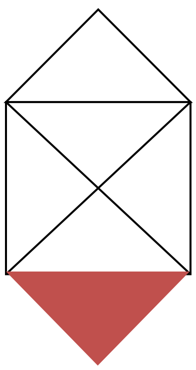
Oppgave 3

Det står et regnestykke i venstre rute. Sett ring rundt det tallet du mener er nærmest svaret.

Oppgaver	Alternative svaralternativ					Svar	Svar
13 : 4,32	0.03	0.3	3	30	300	3 = 100 %	
40 : 0,2	0.02	0.2	2	20	200	200 = 90%	20 = 10%

Oppgave 4

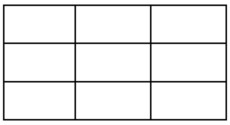
Hvor stor del av figuren er fargelagt?



Svar: $\frac{1}{6}$ = 100%

Oppgave 5

Fargelegg 1/3 av figuren



Riktig svar 95%

Oppgave 6 Brøkregning

Oppgaver	Svar	Svar	Svar	Svar	Svar
$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$	$\frac{2}{3}$ = 97%	$\frac{2}{6}$ = 3%			
$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$	$\frac{5}{6}$ = 79%	$\frac{2}{5}$ = 21 %			
$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} =$	$\frac{5}{12}$: 37%	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$: 15%	$\frac{2}{3}$: 6%	Andre svar=18%	Blank=24%

Oppgave 7 Ligninger

Oppgaver	Svar	Svar	Svar	Svar	Svar
11x = 5x + 36	X=6 : 32%	36 = 6X : 26%	Ikke svart: 42%		
$\frac{3x}{5} = 3$	X = 5: 20%	$\frac{3x}{15} = 3$: 9%	X = 15 : 5%	3x = 3 : 3%	Ikke svart : 63%

Oppgave 8 Algebra

Oppgaver					
3x + 4x =	7x : 76%	5x : 3%	7 : 3%	Blank : 18%	
8x + 3y – 3x =	5x+3y: 58 %	8xy : 6%	11x + 3y : 3%	Blank:33%	
$4(a+2) - 2(a+7) + a^2 - 2a =$	$a^2 - 6$: 12%	$a^2 + 22$: 6%	2a – 6 : 3%	Div. svar 21%	Blank : 58%

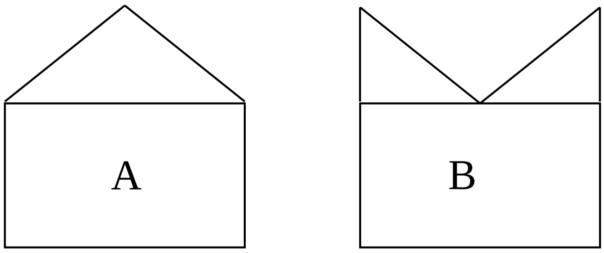
Oppgave 9

Konstruer en rettvinklet trekant der <A=90^0 , AB = 4cm og BC = 5 cm

Svar:

Tegnet en rettvinklet trekant der sidene AB og AC var ca. 4 og 5 cm	40 %
Tegnet en tilfeldig trekant	6 %
Ikke svart på oppgaven	54 %

Oppgave 10 Areal og omkrets



Hva kan du si om omkretsen til de to figurene, A og B ?

Svaralternativ

Det er like langt rundt A som rundt B	22 %
Det er lenger rundt A enn rundt B	0 %
Det er lenger rundt B enn rundt A	42 %
Vi kan ikke avgjøre hvilken figur det er lengst rundt	6 %
Ikke svart på oppgaven	30 %

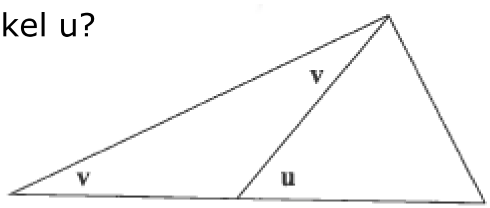
Hva kan du si om arealet av de to figurene?

Svaralternativer

A og B har like store areal	63 %
A har større areal enn B	0 %
B har større areal enn A	0 %
Vi kan ikke avgjøre hvilket areal som er størst	12 %
Ikke svart på oppgaven	25 %

Oppgave 11

Om vinkel v = 20 ^{0} , Hvor stor er da vinkel u?

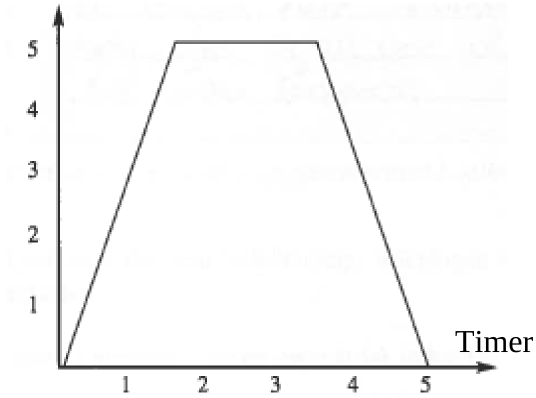


Svaralternativer

40^0	45 %
60^0	18 %
70^0	3 %
Det kan vi ikke vite	15 %
Ikke svart på oppgaven	18%

Oppgave 12
Grafen fremstiller en spasertur.
Fortell med egne ord hva grafen fremstiller:

Avstand hjemmefra i km



Gikk 1,5 time, så en pause og så gikk han hjem	27 %
Grafen viser km og timer	18 %
Det går sakte de 2 første timene, så øker farten og så går tempoet ned den siste timen	9 %
Den fremstiller hvor lang tid hun brukte hjem etter at hun var ute med en venn.	3 %
En tur på 5 timer , viser gjennomsnittsfarten.	6 %
Går oppover, så rett fram og så nedover	12 %
Ikke svart på oppgaven	25 %

Oppgave 13

Hvilken idrett tenker du på når du ser denne grafen?

Svaralternativer:

Sprint	49 %
Orientering	9 %
Stup	9 %
Spyd	6 %
Fallskjermhopp	3 %
Sprangridning	3 %
Høydehopp	9 %
Ikke svart på oppgaven	12 %